



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO  
DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍAS  
CAMPUS LEÓN

ESTUDIO DE LA DIFERENCIA EN  
LA VIOLACIÓN DE  $CP$  EN EL  
DECAIMIENTO DE MESONES  $B$   
CARGADOS Y NEUTRALES

**TESIS**

para obtener el grado de:

**Licenciado en Física**

presenta:

Benjamin Raziel Jaramillo Avila

Director de Tesis:

Dr. David Y. G. Delepine  
Dr. Carlos Arturo Ramírez Alvarado

Un gran número de personas me ha ayudado de formas muy diversas a lo largo de mis estudios de licenciatura y durante toda mi vida. A mi familia, a mis profesores, a mis amigos y compañeros, muchas gracias por su apoyo.

Aún falta agradecer a una persona en particular toda sus lecciones, ayuda y comprensión, otorgadas paciencia infinita.

A mi madre, muchas gracias.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>7</b>
<b>2. Modelo estándar</b>	<b>9</b>
2.1. Introducción	9
2.1.1. Contenido de partículas	9
2.1.2. El grupo de norma	11
2.2. Interacciones electrodébiles	12
2.2.1. Términos cinéticos para los leptones y quarks	13
2.2.2. Términos de interacciones entre bosones de norma	15
2.2.3. Potencial y términos cinéticos para los bosones de Higgs	15
2.2.4. Cargas	17
2.2.5. Mecanismo de Higgs	18
2.3. SU(3) de cromodinámica cuántica	27
<b>3. Violación de <math>CP</math></b>	<b>31</b>
3.1. Introducción	31
3.1.1. Las transformaciones conjugación de carga y paridad	31
3.1.2. Los operadores $C$ y $P$	33
3.2. Violación de $CP$ y mezclas de sabores en el modelo estándar y modelos de $n_g$ generaciones	34
3.2.1. Propiedades de la matriz de CKM	37
3.2.2. Condiciones para tener violación de $CP$ en la densidad lagrangiana	37
3.2.3. La matriz de CKM con 3 generaciones	39
3.3. Asimetrías de $CP$	40
<b>4. Hamiltonianos efectivos</b>	<b>43</b>
4.1. Introducción	43
4.2. $B \rightarrow K\pi$	45
4.3. Diagramas en términos de quarks libres	46
4.4. Diagramas de árbol	47
4.5. Diagramas con lazos y gluones	48
4.6. Diagramas electrodébiles con lazos	56
4.7. Diagramas de caja	66

4.8.	Diagramas de caja sin gluones . . . . .	66
4.8.1.	Diagramas de caja con gluones . . . . .	73
4.9.	Parametrización de Feynman y rotación de Wick . . . . .	76
4.9.1.	Parametrización de Feynman . . . . .	77
4.9.2.	Rotación de Wick . . . . .	78
<b>5.</b>	<b>Análisis independiente de modelo para las asimetrías de <math>CP</math></b>	
	<b>para <math>B \rightarrow K\pi</math></b>	<b>85</b>
5.1.	Coefficientes de Wilson . . . . .	85
5.2.	Amplitudes . . . . .	86
5.3.	Fases que parametrizan física mas allá del modelo estándar . . . . .	89
5.3.1.	Fases en $a_1$ y $a_2$ . . . . .	90
5.3.2.	Fases en $a_2$ y el resto de los $a_i$ salvo $a_1$ . . . . .	90
5.3.3.	Fases en $a_2$ y $a_{4&6}$ . . . . .	92
5.3.4.	Fases en $a_3, \dots, a_6$ y $a_7, \dots, a_{10}$ . . . . .	95
5.4.	Conclusiones . . . . .	98

## Capítulo 1

# Introducción

$CP$  se refiere a una transformación sobre un sistema, la cual cambia el signo de los vectores de posición, y cambia los signos de las cargas de las partículas en el sistema. Y la violación de  $CP$  de un sistema se refiere a que el sistema se comporta distinto de su transformado de  $CP$ .

Las asimetrías de  $CP$  son números que cuantifican la violación de  $CP$  de un decaimiento en física de partículas. Cuando la asimetría de  $CP$  de un decaimiento es cero entonces no se observa violación de  $CP$  a través de las razones de decaimiento de ese proceso.

En este trabajo se estudian dos decaimientos de mesones  $B$ :  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  y  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$ . En particular se estudian las asimetrías directas de  $CP$  de los dos decaimientos. Una reciente medición de las asimetrías de  $CP$  para estos dos decaimientos encontró signos distintos para estas dos asimetrías [7].

No existe un cálculo exacto de estas asimetrías en el modelo estándar, pero un cálculo que desprecia efectos de hadronización y trata a los quarks como partículas libres predice signos iguales para las dos asimetrías. Entonces los resultados de [7] se pueden tratar de explicar con física mas allá del modelo estándar.

Los efectos de hadronización provienen de las interacciones entre los constituyentes de las partículas iniciales y finales de un proceso.

En el capítulo 2 de este trabajo se bosqueja el modelo estándar de las partículas elementales.

En el capítulo 3 se revisaron las transformaciones discretas de conjugación de carga y paridad que actúan sobre un sistema físico, y en el marco del modelo estándar se estudió el fenómeno de violación de  $CP$  mediante las asimetrías directas de  $CP$ .

En el capítulo 4 se revisan algunos de los diagramas, en términos de quarks libres, que describen a los decaimientos mencionados.

En el capítulo 5 se tratan de reproducir las asimetrías de  $CP$  medidas por [7] modificando los coeficientes de Wilson del decaimiento.

## Capítulo 2

# Modelo estándar

### 2.1. Introducción

#### 2.1.1. Contenido de partículas

Toda la materia que observamos directamente<sup>1</sup> está formada por partículas cuyas interacciones son descritas por el modelo estándar. Todas las partículas observadas que se cree que son indivisibles en la naturaleza aparecen él. Este modelo describe interacciones entre estas de tal manera que puedan formar estados ligados que corresponden a otros objetos que se observan pero no son partículas indivisibles. Por ejemplo se cree que el protón está compuesto de partículas indivisibles llamadas quarks y que las interacciones entre ellas les permiten formar protones. El modelo estándar está basado en la Teoría cuántica de campos y en las interacciones de norma.

Además en este modelo las partículas fundamentales son representadas por operadores en el espacio de Hilbert de estados y al actuar sobre un vector no nulo  $|\text{vac}\rangle$ , que representa al vacío, forman un estado con esa partícula.

Las partículas del modelo estándar se dividen en 2 tipos: los fermiones fundamentales y los bosones fundamentales<sup>2</sup>.

Los fermiones fundamentales tienen espín  $1/2$  y se dividen en dos tipos de acuerdo a la forma en que interactúan: los leptones y los quarks. Los leptones son 6 y cada uno tiene una antipartícula correspondiente. Los quarks también son 6, más sus 6 antipartículas. En realidad los quarks tienen otro grado de libertad independiente de los 6 anteriores, llamado color. Cada quark puede tener uno de 3 colores. Entonces existen  $18(= 6 \times 3)$  quarks y sus 18 antipartículas.

Los leptones se agrupan en 3 pares, cada par llamado generación. En cada par hay un leptón de carga eléctrica 0 y uno de carga eléctrica igual a la del electrón. Los leptones neutrales se llaman neutrinos. Ahora se sabe que

---

<sup>1</sup>No la materia oscura.

<sup>2</sup>Los fermiones tienen espín semientero  $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$  y los bosones tienen espín entero  $0, 1, 2, \dots$

tienen masa[1], pero es muy pequeña en comparación con la masa del leptón con carga eléctrica de su generación y en el modelo estándar se considera la masa de los neutrinos cero.

Los nombres de los leptones son: de la primera generación: electrón ( $e$ ) y neutrino del electrón ( $\nu_e$ ); de la segunda: muón ( $\mu$ ) y neutrino del muón ( $\nu_\mu$ ); y de la tercera: tau ( $\tau$ ) y neutrino del tau ( $\nu_\tau$ ). La forma en que interactúa cada generación en el modelo estándar es exactamente la misma, lo único que distingue a cada generación es la masa de sus partículas. Cada generación es una copia de la anterior con masa distinta. Sus masas son[1]:

generación	1	2	3
	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$
carga eléctrica	0	0	0
masa	$< 2\text{eV}$	$< 0.19\text{MeV}$	$< 18.2\text{MeV}$
	$e$	$\mu$	$\tau$
carga eléctrica	-1	-1	-1
masa	$0.511\text{MeV}$	$106\text{MeV}$	$1.78\text{GeV}$

También hay 6 quarks que se agrupan en 3 generaciones<sup>3</sup>. La forma en que se acomodan los quarks y los leptones es parecida, pues la forma en que interactúan tiene similitudes. En cada generación un quark tiene carga eléctrica  $2/3$  y el otro  $-1/3$ . Sus masas y cargas eléctricas[1] son:

generación	1	2	3
	$u$ (up)	$c$ (charm)	$t$ (top)
carga eléctrica	$2/3$	$2/3$	$2/3$
masa	$1.5 \text{ a } 3 \text{ MeV}$	$1.25\text{GeV}$	$174\text{GeV}$
	$d$ (down)	$s$ (strange)	$b$ (bottom)
carga eléctrica	$-1/3$	$-1/3$	$-1/3$
masa	$3 \text{ a } 7 \text{ MeV}$	$95 \pm 25\text{MeV}$	$4.2\text{GeV}$

Las estructura de generaciones para los quarks y leptones se debe a la forma en que la interacción débil-eléctrica surge de una simetría de norma. Además de las interacciones eléctricas y las débiles los quarks tienen interacciones debidas a una simetría de norma adicional en la que no participan los leptones, las interacciones fuertes<sup>4</sup>. Que son encargadas de mantener unidos a los quarks en estados ligados llamados hadrones, ejemplos de estos hadrones son el neutrón y el protón los cuales se encuentran unidos en el núcleo atómico gracias a la fuerza fuerte.

<sup>3</sup>Que existan el mismo número de generaciones de leptones y de quarks salva de problemas serios al modelo estándar. Hay cantidades llamadas anomalías, que crearían problemas a el modelo si no se cancelaran. Sin embargo la existencia de una generación de quarks por cada generación de leptones cancela estas anomalías en el modelo estándar.

<sup>4</sup>Las palabras fuerte y débil no se usan como adjetivos, se usan como nombres para interacciones distintas.

Los bosones fundamentales en el modelo estándar son partículas que aparecen de dos formas:

- Como portadores de las interacciones o bosones de norma, todos los bosones de norma del modelo estándar son de espín 1 y como sus términos de masa solos en la densidad lagrangiana no respetan la simetría de norma.
- Como parte del sector de Higgs, para ser usadas en el mecanismo que permite dar masa a los bosones de norma y a los fermiones. Los términos de masa de los fermiones del modelo estándar no son invariante de norma por la naturaleza quirral de la teoría.

En el modelo estándar hay 12 partículas mediadoras de la interacción, pero solo 4 se han observado directamente y son las debidas a las interacciones débiles y eléctricas: Sus nombres son: el fotón ( $\gamma$ ),  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z$ . El primero es el mediador de las interacciones eléctricas y los 3 últimos son los mediadores de la interacción electrodébil. El resto de los mediadores son llamados gluones y son los bosones de norma de la interacción fuerte. Algunas de las propiedades de los mediadores de las interacciones son[1]:

	$\gamma$ (fotón)	$W^\pm$	$Z$	$g$ (gluón)
carga eléctrica	0	$\pm 1$	0	0
masa	0	$80\text{GeV}$	$91\text{GeV}$	0
espín	1	1	1	1

El resto de los bosones son escalares<sup>5</sup> y algunas de sus propiedades se discutirán mas adelante.

### 2.1.2. El grupo de norma

En el modelo estándar se elige como grupo de norma el grupo  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ .  $U(n)$  es el grupo de las matrices unitarias (de entradas complejas) de  $n \times n$  y  $SU(n)$  es el subgrupo de  $U(n)$  donde todos los elementos tienen determinante 1. Los grupos  $U(n)$  y  $SU(n)$  son grupos continuos y requieren la especificación de  $n^2$  y  $n^2 - 1$  parámetros reales para determinar cada elemento del grupo. El símbolo  $\times$  representa el grupo producto directo de dos grupos  $G_1$  y  $G_2$ , un grupo cuyos elementos son el producto cartesiano de  $G_1$  y  $G_2$ [2]. El grupo producto tiene como número de elementos el producto del número de elementos de sus grupos factores. Y en el caso del producto de grupos continuos el número de generadores del grupo producto es la suma del número de generadores de los grupos factores. Entonces  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  tiene  $12 = 8 + 3 + 1$  generadores y hay 12 bosones de norma en cualquier densidad lagrangiana con ese grupo de norma. La invariancia de norma prohíbe términos de masa para los bosones en la densidad

<sup>5</sup>A diferencia de los bosones anteriores, que tienen espín  $1/2$ .

lagrangiana. En realidad la invariancia de norma para una teoría que distinga la quiralidad de los espinores como el modelo estándar puede prohibir también términos de masa para algunos de los fermiones de la teoría. Pero algunos de los bosones de norma del modelo estándar tienen masa. Para poder dar masa a los bosones de norma y a los fermiones se usará el mecanismo de Higgs. El mecanismo de Higgs en este caso consistirá en:

- Dar un valor de expectación no cero en el vacío a uno de estos escalares.
- Introducir nuevos escalares que no son bosones de norma, de hecho se transforman como los leptones y quarks.
- Renombrar los campos de norma en la teoría, de tal manera que las partículas que se observan corresponderán a combinaciones lineales de los campos de norma. Esto nos permitirá describir bosones cargados como mediadores de la interacción.

## 2.2. Interacciones electrodébiles

En esta sección se introducirán los términos de la densidad lagrangiana que corresponden a las interacciones electrodébiles. A esta parte del modelo estándar se le llama el modelo de Weinberg-Salam. Esta parte del modelo estándar no toma en cuenta las interacciones fuertes entre los quarks. Las interacciones electrodébiles surgen de exigir la invariancia del grupo de norma  $SU(2) \times U(1)$ . Se pueden introducir las interacciones electrodébiles, y es posible luego agregar a las interacciones fuertes una vez que se ha tratado la parte electrodébil.

Los leptones y los quarks tienen espín  $\frac{1}{2}$ , entonces van a ser descritos por espinores de Dirac, que son vectores de 4 componentes. Cada generación de quarks y leptones está compuesta por 2 espinores de Dirac y sus partes izquierdas se agruparán en un doblete de  $SU(2)$ . Esto quiere decir que agruparemos a las partes izquierdas de los 2 espinores de cada generación en un vector columna sobre el cual actuarán los generadores de  $SU(2)$  en alguna representación, en este caso usaremos las matrices de Pauli.

Cuando los generadores de  $SU(2)$  multipliquen a un doblete de fermiones en realidad no se usarán las matrices de Pauli de  $2 \times 2$ , pero matrices de  $8 \times 8$  que son iguales a las de Pauli excepto de cada elemento de la matriz de  $2 \times 2$  es multiplicado por la matriz identidad de  $4 \times 4$ , para actuar de la misma forma sobre todos los elementos de cada espinor. De esta manera los generadores de  $SU(2)$  son matrices de  $8 \times 8$  con las mismas propiedades que las matrices de Pauli. Se usarán también las matrices de Pauli convencionales de  $2 \times 2$ , se escribirán del mismo modo de tal manera que hay que verificar si las matrices de Pauli actúan sobre pares de fermiones o de escalares en

cada ecuación. Entonces definimos los generadores como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{\tau^1}{2} &\equiv \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0_{4 \times 4} & 1_{4 \times 4} \\ 1_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} \end{pmatrix} \\ \frac{\tau^2}{2} &\equiv \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0_{4 \times 4} & -i * 1_{4 \times 4} \\ i * 1_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} \end{pmatrix} \\ \frac{\tau^3}{2} &\equiv \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} \\ 0_{4 \times 4} & -1_{4 \times 4} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Los generadores de  $SU(2)$  son las matrices  $\tau^k/2$  que cumplen:

$$[\tau^i/2, \tau^j/2] = i \epsilon^{ijk} \tau^k/2 \equiv i f_{SU(2)}^{ijk} \quad (2.1)$$

### 2.2.1. Términos cinéticos para los leptones y quarks

#### Término cinético para los leptones

Definimos el vector con dos espinores leptónicos (vector columna de 8 componentes):

$$L_\ell \equiv \begin{pmatrix} P_L & 0 \\ 0 & P_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\ell \\ \ell \end{pmatrix}$$

y el vector con un solo espinor (vector columna de 4 componentes):

$$R_\ell = P_R (\ell)$$

donde

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \quad P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$$

son las matrices de  $4 \times 4$  que proyectan a las partes de quiralidad izquierda y derecha respectivamente.

La transformación de norma ante la cual vamos a exigir invariancia de norma es la siguiente:

$$R_\ell \rightarrow R'_\ell = \exp(i \frac{Y_{R\ell}}{2} \beta(x)) R_\ell \quad (2.2)$$

$$L_\ell \rightarrow L'_\ell = \exp(i \frac{Y_{L\ell}}{2} \beta(x)) \exp(i \vec{\alpha}(x) \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}) L_\ell \quad (2.3)$$

El exponencial de 2.2 y el primer exponencial de 2.3 son transformaciones de norma del grupo  $U(1)$ . Son números complejos que dependen de  $\beta$  que es una función (derivable) del espacio-tiempo. A cada transformación de norma le corresponde una función del espacio tiempo, y vamos a exigir invariancia de la densidad lagrangiana ante una transformación con una función (derivable) arbitraria del espacio tiempo.

Los valores de  $Y_{L\ell}$  e  $Y_{R\ell}$  son  $-1$  y  $-2$  respectivamente para todos los leptones. Son números asignados a cada objeto formado por campos que

se transforma ante  $U(1)$ . Son las cargas con las que cada objeto participa en una interacción<sup>6</sup>. Observemos que  $R_\ell$  y los componentes de  $L_\ell$  tienen hipercargas  $Y$  distintas. La hipercarga será una carga conservada debido a la simetría de norma de  $U(1)$ . Que el electrón derecho y el izquierdo tengan hipercargas diferentes es indicación de que en el modelo estándar son partículas diferentes.

El segundo exponencial de 2.3 es una matriz exponencial que representa una transformación de  $SU(2)$ . Esta matriz depende de 3 funciones del espacio tiempo análogas a la de  $U(1)$ . Se usará la notación  $\vec{P}, \vec{Q} = \sum_{i=1}^3 P^i Q^i$  a pesar de que los índices corren sobre los generadores de  $SU(2)$  y no sobre las coordenadas espaciales.

Ahora escribimos un primer término invariante de norma de la densidad lagrangiana, que corresponde a la parte libre de dos espinores de Dirac sin masa. Este término viene de la parte de la densidad lagrangiana que en el caso de campos clásicos (no operadores en el espacio de estados) nos da como ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de Dirac para un espinor  $\psi$ :  $i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi$ . A este término se le llama término cinético.

$$\mathcal{L}_{\text{leptones}} = \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \left[ i\bar{L}_\ell \left( \begin{array}{cc} \gamma^\mu & 0 \\ 0 & \gamma^\mu \end{array} \right) (\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu + \frac{i}{2}g' B_\mu) L_\ell + i\bar{R}_\ell \gamma^\mu (\partial_\mu + ig' B_\mu) R_\ell \right] \quad (2.4)$$

Los parámetros  $g$  y  $g'$  no dependen de las coordenadas espacio-temporales. Y los operadores  $\vec{A}_\mu$  y  $B_\mu$  son los campos de norma cuya regla de transformación nos permite tener invariancia de norma. Los  $\vec{A}_\mu$  son debidos a la simetría de norma de  $SU(2)$ , son tres por el número de generadores de  $SU(2)$ , y  $B_\mu$  es debido a la simetría de norma  $U(1)$ . Los campos de norma representan partículas de espín uno sin masa.

Por último es importante decir que las partes derechas de los neutrinos tienen todas sus cargas cero. Estos neutrinos no existen en el modelo estándar.

### Término cinético para los quarks

Hay un término análogo de la densidad lagrangiana para los quarks, antes de escribirlo definimos el vector con dos espinores (vector columna de 8 componentes):

$$Q_{L,j} \equiv \begin{pmatrix} P_L & 0 \\ 0 & P_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j \\ d_j \end{pmatrix}$$

y el vector con un solo espinor (vector columna de 4 componentes):

$$u_{R,j} = P_R(u_j) \quad d_{R,j} = P_R(d_j)$$

<sup>6</sup>Análogas a las cargas eléctricas que se le asignan a cada objeto que representa a una partícula en electrodinámica cuántica.

Donde  $u_j$  ( $d_j$ ) es el espinor con componentes formadas por operadores que representan al quark de carga eléctrica  $2/3$  ( $-1/3$ ) de la  $j$ -ésima generación.

Las transformaciones de norma actuando sobre  $Q_{L,j}$ ,  $u_{R,j}$  y  $d_{R,j}$  son:

$$u_{R,j} \rightarrow u'_{R,j} = \exp(i\frac{Y_{R,u}}{2}\beta(x))u_{R,j} \quad (2.5)$$

$$d_{R,j} \rightarrow d'_{R,j} = \exp(i\frac{Y_{R,d}}{2}\beta(x))d_{R,j} \quad (2.6)$$

$$Q_{L,j} \rightarrow Q'_{L,j} = \exp(i\frac{Y_{L,Q}}{2}\beta(x)) \exp(i\vec{\alpha}(x) \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}) Q_{L,j} \quad (2.7)$$

En este caso  $Y_{L,Q} = 1/3$ ,  $Y_{R,u} = 2/3$  y  $Y_{R,d} = -1/3$ . Las partes izquierdas y derechas de los quarks también tienen hipercargas diferentes, comportándose como partículas diferentes.

Se agrega un término análogo a  $\mathcal{L}_{\text{leptones}}$  la diferencia son los valores de hipercarga, en el caso de los leptones  $\nu_\ell$  es cero, y en el caso de los quarks ningún quark (ni izquierdo ni derecho) tiene hipercarga cero.

$$\mathcal{L}_{\text{quarks}} = \sum_{j=1,2,3} \left[ i\bar{Q}_{L,j} \left( \begin{array}{cc} \gamma^\mu & 0 \\ 0 & \gamma^\mu \end{array} \right) (\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu - \frac{i}{6}g' B_\mu) Q_{L,j} + i\bar{u}_{R,j} \gamma^\mu (\partial_\mu - \frac{2}{3}g' B_\mu) u_{R,j} + i\bar{d}_{R,j} \gamma^\mu (\partial_\mu + \frac{1}{3}g' B_\mu) d_{R,j} \right] \quad (2.8)$$

### 2.2.2. Términos de interacciones entre bosones de norma

Hay otros términos invariantes de norma que podemos incluir en la densidad lagrangiana. Uno de ellos es un término que solo incluye a los bosones de norma:

$$\begin{aligned} F'_{\mu\nu} &= \partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu + g \epsilon^{ijk} A'_\mu A'_\nu \\ G_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \\ \mathcal{L}_{GF} &= -\frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.9)$$

### 2.2.3. Potencial y términos cinéticos para los bosones de Higgs

Ahora introducimos el doblete de  $SU(2)$ ,  $\varphi$  compuesto de dos campos complejos que forman el sector de Higgs.

La regla de transformación de  $\varphi$  es:

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \exp(i\frac{Y_\varphi}{2}\beta(x)) \exp(i\vec{\alpha}(x) \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}) \varphi \quad (2.10)$$



Donde  $Y_\varphi = 1$ . El término:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = [(\partial_\mu + \frac{i}{2}g'B_\mu + ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu)\varphi^\dagger][(\partial^\mu - \frac{i}{2}g'B^\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}^\mu)\varphi] - V(\varphi^\dagger\varphi) \quad (2.11)$$

donde:

$$V(\varphi^\dagger\varphi) = \lambda(\varphi^\dagger\varphi)^2 - \mu^2\varphi^\dagger\varphi.$$

$\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$  es invariante de norma y el primer renglón corresponde al término cinético que nos da la densidad lagrangiana que clásicamente tiene como ecuación de Euler-Lagrange la ecuación de Dirac. El segundo corresponde a un potencial.<sup>7</sup> Este potencial es en parte responsable del rompimiento de simetría. Se elige  $\mu^2 > 0$ . Además  $V(x^2 + y^2) = \lambda(x^2 + y^2)^2 - \mu^2(x^2 + y^2)$  considerado como una función de dos variables reales es simétrico ante rotaciones de  $(x, y)$ .

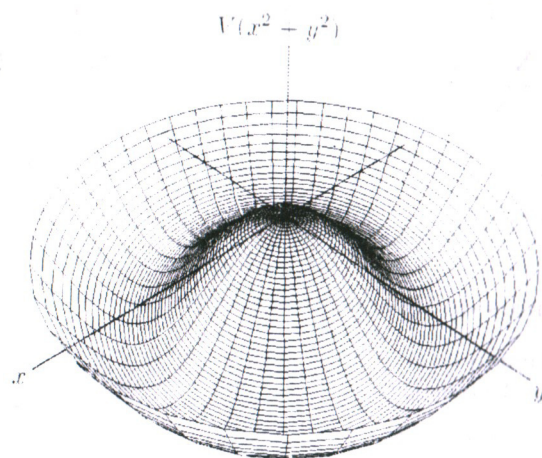


Figura 2.1: Potencial de Higgs como función de dos variables con  $\mu^2 > 0$ .

La elección de  $\mu^2 > 0$  quiere decir, por lo menos en el caso de un sistema clásico que hay un estado de mínima energía degenerado (no único). Es decir que transformaciones de norma sobre los campos con la mínima energía  $\varphi_{\text{base}}$  nos dan otros campos que también tienen la energía mínima. Tenemos un sistema clásico con una densidad lagrangiana invariante ante transformaciones de norma en  $\varphi$  pero con soluciones de energía mínima que no son invariantes ante transformaciones de norma. Hay otros ejemplos de sistemas que tienen una simetría pero que su estado base no es invariante

<sup>7</sup>La condición  $\lambda > 0$  es necesaria para tener una energía mínima.

ante transformaciones de esta simetría. En el caso de transformaciones de norma esto tiene consecuencias muy importantes.

El estado de mínima energía se encuentra cuando  $\sqrt{\varphi_{\text{base}}^\dagger\varphi_{\text{base}}} = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}} \equiv v/\sqrt{2}$ .

## 2.2.4. Cargas

La elección de las hipercargas parece extraña porque hace una distinción entre las partículas que son indistinguibles, el electrón izquierdo y el derecho, cuando solo está presente la interacción electromagnética (QED, electrodinámica cuántica) que es la más cercana a nuestra experiencia cotidiana. En QED la densidad de corriente eléctrica de una partícula  $\psi$  de espín 1/2 de carga  $k_\psi$  es  $j_{em}^\mu = k_\psi\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  de tal manera que la carga eléctrica de  $\psi$ :

$$K_\psi = k_\psi \int d^3x [\bar{\psi}\gamma^0\psi] = k_\psi \int d^3x [\bar{\psi}_L\gamma^0\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^0\psi_R]. \quad (2.12)$$

Para un escalar cargado  $\phi$  la corriente eléctrica es:

$$K_\phi = k_\phi \int d^3x [-i(\partial_0\phi^*)\phi + i\phi^*\partial_0\phi]. \quad (2.13)$$

Es deseable que exista una corriente eléctrica igual a la de QED. La elección del generador de  $U(1)$  y los valores de las hipercargas son elegidos para que así sea. Las tres cargas conservadas de  $SU(2)$  debidas al teorema de Noether son[3]:

$$\begin{aligned} T^i &= \int d^3x \left[ \sum_{l=\tau,\mu,\tau} [\bar{L}_l \left( \begin{array}{cc} \gamma^0 & 0 \\ 0 & \gamma^0 \end{array} \right) \frac{\tau^i}{2} L_l] + \sum_{j=1,2,3} [\bar{Q}_{L,j} \left( \begin{array}{cc} \gamma^0 & 0 \\ 0 & \gamma^0 \end{array} \right) \frac{\tau^i}{2} Q_{L,j}] \right. \\ &- i\partial_0\varphi^\dagger \frac{\tau^i}{2} \varphi + i\varphi^\dagger \frac{\tau^i}{2} \partial_0\varphi \\ &\left. + (\partial^\mu A^{\nu j} - \partial^\nu A^{\mu j} + g f_{SU(2)}^{jlm} A^{\nu l} A^{\mu m}) f_{SU(2)}^{ijk} A^k \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

pues las tres corrientes conservadas debido la simetría de  $SU(2)$ :

$$\begin{aligned} j_{SU(2)}^{i\mu} &= \sum_{l=\tau,\mu,\tau} [\bar{L}_l \tilde{\gamma}^\mu \frac{\tau^i}{2} L_l] + \sum_{j=1,2,3} [\bar{Q}_{L,j} \tilde{\gamma}^\mu \frac{\tau^i}{2} Q_{L,j}] \\ &- i\partial_\mu\varphi^\dagger \frac{\tau^i}{2} \varphi + i\varphi^\dagger \frac{\tau^i}{2} \partial_\mu\varphi \\ &+ (\partial^\mu A^{\nu j} - \partial^\nu A^{\mu j} + g f_{SU(2)}^{jlm} A^{\nu l} A^{\mu m}) f_{SU(2)}^{ijk} A^k \\ \tilde{\gamma}^\mu &\equiv \left( \begin{array}{cc} \gamma^\mu & 0 \\ 0 & \gamma^\mu \end{array} \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

y observamos que:

$$\begin{aligned}
T^3 &= \int d^3x \left[ \sum_{l=e,\mu,\tau} [\bar{L}_l \tilde{\gamma}^0 \frac{\tau^3}{2} L_l] + \sum_{j=1,2,3} [\bar{Q}_{L,j} \tilde{\gamma}^0 \frac{\tau^3}{2} Q_{L,j}] \right] \\
&- i\partial_0 \varphi^\dagger \frac{\tau^3}{2} \varphi + i\varphi^\dagger \frac{\tau^3}{2} \partial_0 \varphi \\
&= \int d^3x \left[ \sum_{l=e,\mu,\tau} \left[ \frac{1}{2} \bar{\nu}_{l,L} \gamma^0 \nu_{l,L} - \frac{1}{2} \bar{l}_L \gamma^0 l_L \right] \right. \\
&+ \sum_{j=1,2,3} \left[ \frac{1}{2} \bar{u}_{L,j} \gamma^0 u_{L,j} - \frac{1}{2} \bar{d}_{L,j} \gamma^0 d_{L,j} \right] \\
&- i\partial_0 \varphi^\dagger \frac{\tau^3}{2} \varphi + i\varphi^\dagger \frac{\tau^3}{2} \partial_0 \varphi \\
&+ \left. (\partial^0 A^{\nu j} - \partial^\nu A^{0j} + g f_{SU(2)}^{jlm} A^{\nu l} A^{0m}) f_{SU(2)}^{3jk} A_\nu^k \right]. \quad (2.16)
\end{aligned}$$

Y tenemos que

$$\begin{aligned}
K - T^3 &= \int d^3x \left[ \sum_{l=e,\mu,\tau} \left[ -\frac{1}{2} \bar{\nu}_{l,L} \gamma^0 \nu_{l,L} - \frac{1}{2} \bar{l}_L \gamma^0 l_L - \bar{R} \gamma^0 l_R \right] \right. \\
&+ \sum_{l=e,\mu,\tau} \left[ \frac{1}{6} \bar{u}_{L,j} \gamma^0 u_{L,j} + \frac{1}{6} \bar{d}_{L,j} \gamma^0 d_{L,j} \right. \\
&+ \left. \frac{2}{3} \bar{u}_{R,j} \gamma^0 u_{R,j} - \frac{1}{3} \bar{d}_{R,j} \gamma^0 d_{R,j} \right] \\
&+ \frac{1}{2} (-i(\partial_0 \varphi^\dagger) \varphi + i\varphi^\dagger \partial_0 \varphi) \\
&- \left. (\partial^0 A^{\nu j} - \partial^\nu A^{0j} + g f_{SU(2)}^{jlm} A^{\nu l} A^{0m}) f_{SU(2)}^{3jk} A_\nu^k \right]. \quad (2.17)
\end{aligned}$$

Vemos que esta combinación lineal de  $K$  y  $T^3$  puede ser una carga que asigna los mismos valores a las partes izquierdas de los dobletes de  $SU(2)$  y otros a las partes derechas. La ec. (2.17) es la hipercarga debida a los fermiones. La hipercarga es la carga conservada debida a la simetría  $U(1)$ , y las hipercargas escogidas para las reglas de transformación son tales que  $K - T^3 \equiv Y/2$ . El último renglón de 2.17 es debido a la hipercarga de  $U(1)$  de los bosones de Higgs. Se imponen valores de hipercarga y carga de  $SU(2)$  al sector de Higgs para obtener invariancia de norma de algunos términos que serán importantes en el mecanismo de Higgs. De esas hipercargas y de la carga  $T^3$  se pueden obtener las cargas eléctricas de  $\varphi^+$  y  $\varphi^0$  que resultan ser 1 y 0 respectivamente.

### 2.2.5. Mecanismo de Higgs

Hasta ahora hemos escrito términos invariantes de norma, pero ¿Qué hay de los términos de masa para los bosones de norma? Si solo agregamos un

término de la forma  $m_A^2 A_\mu^\dagger A^\mu$  la densidad lagrangiana no sería invariante de norma. Y ¿Qué hay de los términos de masa para los fermiones? Los términos de masa de los fermiones  $m_\psi^2 \bar{\psi} \psi = m_\psi^2 (\bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R)$  tampoco son invariantes de norma. Sin embargo podemos introducir los llamados términos de Yukawa para los leptones, donde el índice  $a$  corre sobre las cuatro componentes de espinor de Dirac para cada campo fermiónico:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Yuk. lep.}} &= - \sum_{l=e,\mu,\tau} G_l \left[ \sum_{a=1}^4 [\bar{\nu}_{l,L,a} \varphi^+ l_{R,a}] + \sum_{a=1}^4 [\bar{l}_{L,a} \varphi^0 l_{R,a}] \right. \\
&+ \left. \sum_{a=1}^4 [\bar{l}_{R,a} \varphi^+ \nu_{l,L,a}] + \sum_{a=1}^4 [\bar{l}_{R,a} \varphi^0 l_{L,a}] \right] \\
&= - \sum_{l=e,\mu,\tau} G_l \left[ \sum_{a=1}^4 [(\bar{\nu}_{l,L,a} \quad \bar{l}_{L,a}) \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} l_{R,a}] \right. \\
&+ \left. \sum_{a=1}^4 [\bar{l}_{R,a} \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{l,L,a} \\ l_{L,a} \end{pmatrix}] \right]. \quad (2.18)
\end{aligned}$$

Haciendo una transformación de norma a los campos de la ec. (2.18):

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Yuk. lep.}} &\rightarrow \\
&- \sum_{l=e,\mu,\tau} G_l \left[ e^{[-i\frac{Y_L}{2} \cdot \vec{\alpha}]} e^{[i\frac{Y_R}{2} \cdot \vec{\beta}]} e^{[i\frac{Y_\varphi}{2} \cdot \vec{\gamma}]} \right. \\
&* \sum_{a=1}^4 [(\bar{\nu}_{l,L,a} \quad \bar{l}_{L,a}) \exp([-i\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\alpha}]) \exp([i\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\gamma}]) \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} l_{R,a}] \\
&+ e^{[-i\frac{Y_L}{2} \cdot \vec{\beta}]} e^{[-i\frac{Y_\varphi}{2} \cdot \vec{\gamma}]} e^{[i\frac{Y_R}{2} \cdot \vec{\alpha}]} * \\
&* \sum_{a=1}^4 [\bar{l}_{R,a} \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \exp([-i\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\alpha}]) \exp([i\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\gamma}]) \begin{pmatrix} \nu_{l,L,a} \\ l_{L,a} \end{pmatrix}] \\
&= \mathcal{L}_{\text{Yuk. lep.}} \quad (2.19)
\end{aligned}$$

Y obtenemos que los términos de Yukawa para los leptones son invariantes de norma pues:  $-Y_L + Y_R + Y_\varphi = -(-1) - 2 + 1 = 0$ .

Los términos de Yukawa para los quarks son también invariantes de norma, pero son distintos de los términos de Yukawa de los leptones porque tienen que dar masa a los quarks tipo  $u$  y a los quarks tipo  $d$  y en el caso

de los leptones solo hay que dar masa a un leptón de cada generación.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Yuk. qrk.}} &= - \sum_{i,j=1,2,3} \left[ \Gamma_{ij} \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{u}_{i,L,a} \varphi^+ d_{j,R,a}] + \sum_{a=1}^4 [\bar{d}_{i,L,a} \varphi^0 d_{j,R,a}] \right) \right. \\
&+ \Gamma_{ji}^* \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{d}_{j,R,a} \varphi^{+*} u_{i,L,a}] + \sum_{a=1}^4 [\bar{d}_{j,R,a} \varphi^{0*} d_{i,L,a}] \right) \\
&+ \tilde{\Gamma}_{ij} \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{u}_{i,L,a} \tilde{\varphi}^+ u_{j,R,a}] + \sum_{a=1}^4 [\bar{d}_{i,L,a} \tilde{\varphi}^0 u_{j,R,a}] \right) \\
&+ \tilde{\Gamma}_{ji}^* \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{d}_{j,R,a} \tilde{\varphi}^{+*} u_{i,L,a}] + \sum_{a=1}^4 [\bar{d}_{j,R,a} \tilde{\varphi}^{0*} d_{i,L,a}] \right) \left. \right] \\
&= - \sum_{i,j=1,2,3} \left[ \Gamma_{ij} \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{u}_{i,L,a} \quad \bar{d}_{i,L,a}] \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} d_{j,R,a} \right) \right. \\
&+ \Gamma_{ji}^* \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{d}_{j,R,a} \begin{pmatrix} \varphi^{+*} & \varphi^{0*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{i,L,a} \\ d_{i,L,a} \end{pmatrix}] \right) \\
&+ \tilde{\Gamma}_{ij} \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{u}_{i,L,a} \quad \bar{d}_{i,L,a}] \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}^+ \\ \tilde{\varphi}^0 \end{pmatrix} u_{j,R,a} \right) \\
&+ \tilde{\Gamma}_{ji}^* \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{u}_{j,R,a} \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}^{+*} & \tilde{\varphi}^{0*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{i,L,a} \\ d_{i,L,a} \end{pmatrix}] \right) \left. \right]. \quad (2.20)
\end{aligned}$$

Si sustituimos los valores de la hipercarga en los términos que tienen  $\varphi$  obtenemos invariancia de norma en estos términos de forma muy similar a  $\mathcal{L}_{\text{Yuk. lep.}}$ . Pues tenemos que  $-Y_{L,Q} + Y_{\varphi} + Y_{R,d} = -(1/3) + 1 - 2/3 = 0$ .

La hipercarga de  $\tilde{\varphi}$  debe ser tal que nos de invariancia de norma. Es decir que:  $0 = -Y_{L,Q} + Y_{\tilde{\varphi}} + Y_{R,u}$ , entonces  $Y_{\tilde{\varphi}} = 1/3 - 4/3 = -1$ . Podemos probar con  $\tilde{\varphi} = \varphi^*$ , pero entonces no tendríamos invariancia ante transformaciones de  $SU(2)$ , y no imponemos la ecuación anterior, pues  $\tilde{\varphi}$  se debe transformar como un doblete.

Ahora es necesario notar algo particular de la representación de  $SU(2)$  con la que estamos trabajando:

$$\tau^2 \tau^i \tau^2 = -\tau^i$$

de tal manera que:

$$\tau^2 \exp(-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}/2) = \exp(i\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}/2) \tau^2$$

Entonces si  $\tilde{\varphi} = \tau^2 \varphi^*$  tenemos que:

$$\tilde{\varphi}' = \exp(-i\frac{Y_{\tilde{\varphi}}}{2} \beta(x)) \exp(i\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}/2) \tilde{\varphi}. \quad (2.21)$$

De esta forma obtenemos invariancia de norma para  $\mathcal{L}_{\text{Yuk. qrk.}}$ .

Es importante notar que la invariancia de norma no restringe las entradas de las matrices complejas  $\Gamma$  y  $\tilde{\Gamma}$ .

Ahora desviaremos nuestra atención de los términos de Yukawa para discutir un poco sobre los términos de Higgs. Se reescriben los campos de Higgs:

$$\varphi'(x) = \exp(i\frac{\xi(x)}{v} \cdot \vec{\tau}) \begin{pmatrix} 0 \\ (v + H(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Donde  $v$  es tal como se definió en  $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$  después de la ecuación (2.11). Vemos que en  $\varphi'(x)$  hay 4 campos reales e independientes entre si, y en el lado izquierdo hay 3 campos  $\xi^i(x)$  y  $H(x)$ . Además tenemos que:  $\langle \text{vac} | H(x) | \text{vac} \rangle = 0$  y  $\langle \text{vac} | \xi^i(x) | \text{vac} \rangle = 0$ . Entonces podemos hacer una transformación de norma muy particular:

$$\varphi(x) = U^\dagger(\vec{\xi}) \varphi'(x) \quad \text{con} \quad U^\dagger(\vec{\xi}) = \exp(-i\frac{\xi(x)}{v} \cdot \vec{\tau}). \quad (2.23)$$

Recordemos que los parámetros  $\vec{\alpha}$  son arbitrarios y podemos entonces hacer la elección:

$$\vec{\alpha}(x) = 2\xi(x)/v. \quad (2.24)$$

La ecuación (2.24) corresponde a elegir una norma. La norma elegida se llama norma unitaria.

Reescribiremos términos de la densidad lagrangiana  $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$ ,  $\mathcal{L}_{\text{Yuk. lep.}}$  y  $\mathcal{L}_{\text{Yuk. qrk.}}$  usando la transformación de norma. Veremos que aparecen términos de masa para los quarks, los leptones y combinaciones lineales de los bosones de norma. Una vez hecho esto definiremos nuevos campos bosónicos que tienen términos de masa en los términos anteriores y reescribiremos  $\mathcal{L}_{\text{leptones}}$  y  $\mathcal{L}_{\text{quarks}}$  en términos de estos nuevos bosones.

Para comenzar substituiremos (2.23) en (2.18) usando campos sobre los que actuó la transformación de norma con los parámetros de la ecuación (2.24). Escribimos los campos de quarks y leptones como  $U(\vec{\xi})\psi(x) = \psi'(x)$ . Entonces:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Yuk. lep.}} &= \\
&- \sum_{l=e,\mu,\tau} G_l \left[ \sum_{a=1}^4 [(\bar{\nu}_{l,L,a} \quad \bar{l}_{L,a}) U^\dagger(\vec{\xi}) U(\vec{\xi}) \begin{pmatrix} 0 \\ (v + H(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix} l_{R,a}] \right. \\
&+ \left. \sum_{a=1}^4 [\bar{l}_{R,a} \begin{pmatrix} 0 & (v + H(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix} U^\dagger(\vec{\xi}) U(\vec{\xi}) \begin{pmatrix} \nu_{l,L,a} \\ l_{L,a} \end{pmatrix}] \right] \\
&= - \sum_{l=e,\mu,\tau} G_l (v + H(x))/\sqrt{2} [\bar{l}_{R^l L} + \bar{l}_{L^l R}]. \quad (2.25)
\end{aligned}$$

En (2.25) hay un término de masa  $m_\ell = vG_\ell/\sqrt{2}$  para cada leptón  $\ell$  y un acoplamiento entre  $\ell$  y  $H(x)$ . Debemos mencionar que la invariancia de norma no restringe los valores de  $G_\ell$ .

Ahora para (2.20) tenemos que:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Yuk. qrk.}} = & \\
& - \sum_{i,j=1,2,3} \left[ \Gamma_{ij} \left( \sum_{a=1}^4 [(\bar{u}_{i,L,a} \quad \bar{d}_{i,L,a}) U^\dagger(\bar{\xi}) U(\xi) \begin{pmatrix} 0 \\ (v+H(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix} d_{j,R,a}] \right) \right. \\
& - \Gamma_{ji}^* \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{d}_{j,R,a} \quad (0 \quad (v+H(x))/\sqrt{2}) U^\dagger(\bar{\xi}) U(\xi) \begin{pmatrix} u_{i,L,a} \\ d_{i,L,a} \end{pmatrix}] \right) \\
& + \tilde{\Gamma}_{ij} \left( \sum_{a=1}^4 [(\bar{u}_{i,L,a} \quad \bar{d}_{i,L,a}) U^\dagger(\bar{\xi}) U(\xi) \begin{pmatrix} -i(v+H(x))/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} u_{j,R,a}] \right) \\
& \left. + \tilde{\Gamma}_{ji}^* \left( \sum_{a=1}^4 [\bar{u}_{j,R,a} \quad (-i(v+H(x))/\sqrt{2} \quad 0) U^\dagger(\bar{\xi}) U(\xi) \begin{pmatrix} u_{i,L,a} \\ d_{i,L,a} \end{pmatrix}] \right) \right] \\
= & - \sum_{i,j=1,2,3} \left[ \Gamma_{ij} \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \bar{d}_{i,L} d_{j,R} + \Gamma_{ji}^* \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \bar{d}_{j,R} d_{i,L} \right. \\
& \left. - i\tilde{\Gamma}_{ij} \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \bar{u}_{i,L} u_{j,R} - i\tilde{\Gamma}_{ji}^* \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \bar{u}_{j,R} u_{i,L} \right] \quad (2.26)
\end{aligned}$$

En los últimos dos renglones se escribieron los fermiones como vectores, no en términos de sus componentes.

En la ecuación (2.26) hemos escrito términos con matrices de masa para los quarks  $u_j$  y  $d_j$ . Para obtener los términos de masa es necesario diagonalizar las matrices  $\Gamma$  y  $\tilde{\Gamma}$  mediante redefiniciones de los campos de los quarks a través de matrices unitarias que actúan sobre los índices de generación o sabor. Este proceso de diagonalización tiene consecuencias muy importantes sobre la (no)conservación del sabor de los quarks<sup>8</sup> y sobre las propiedades de transformación de la densidad lagrangiana del modelo estándar ante la transformación discreta  $CP$ <sup>9</sup>. Como consecuencia de esta no invariancia ante  $CP$  el modelo estándar será capaz de predecir diferencias entre el comportamiento de partículas y antipartículas. Este punto se discutirá más adelante y por ahora continuaremos con el mecanismo de Higgs.

Ahora tomaremos el término  $\mathcal{L}_{\text{Higgs}}$  de la ecuación (2.11) y usaremos la

<sup>8</sup>Sabor se refiere a el número de generación. No conservación de sabor de los quarks quiere decir que un quark se puede convertir en alguno de otra generación.

<sup>9</sup>El modelo estándar no describe cambios de sabor ni violación de  $CP$  en el sector leptónico porque solo se les da masa los leptones cargados y no a los neutrinos. Sin embargo se han observado cambios de sabor en los neutrinos. Se pueden describir los cambios de sabor en los leptones si se agregan términos de masa para los neutrinos a la densidad lagrangiana de la teoría. Esto permite describir violación de  $CP$  en el sector leptónico.

nueva forma de escribir los campos del sector de Higgs de la ecuación (2.22):

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = & [(\partial_\mu + \frac{i}{2}g'B_\mu + ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu) \begin{pmatrix} 0 \\ (v+H(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix}] \\
& * [(\partial^\mu - \frac{i}{2}g'B^\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}^\mu) \begin{pmatrix} 0 \\ (v+H(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix}] \\
& - \lambda((v+H(x))/\sqrt{2})^4 + \mu^2(v+H(x))^2/2 \\
= & [(\partial_\mu + \frac{i}{2}g'B_\mu + ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu) \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}}] \\
& * [(\partial^\mu - \frac{i}{2}g'B^\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}^\mu) \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}}] \\
& - \lambda((v+H(x))/\sqrt{2})^4 + \mu^2(v+H(x))^2/2 \quad (2.27)
\end{aligned}$$

El último término es un término de masa para el campo  $H(x)$ , la masa que obtiene el escalar  $H(x)$ , llamado escalar de Higgs, es  $\mu$ .

Ahora como buscamos términos cuadráticos en los campos de norma. Para eso desarrollamos:

$$\begin{aligned}
& [ \begin{pmatrix} (v+H(x))/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} (\frac{i}{2}g'B_\mu + ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu) ] (-\frac{i}{2}g'B^\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}^\mu) \begin{pmatrix} 0 \\ (v+H(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix} \\
= & \frac{(v+H(x))^2}{8} [(1 \quad 0) (g^2 A_\mu^i A^{j\mu} (\delta^{ij} + \delta^{ij}) + g'^2 B_\mu B^\mu \\
& + 2gg' B_\mu \vec{A}^\mu \cdot \vec{\tau}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}] \\
= & \frac{(v+H(x))^2}{8} [g^2 \vec{A}_\mu \cdot \vec{A}^\mu + g'^2 B_\mu B^\mu - 2gg' B_\mu A^{3\mu}] \\
= & \frac{(v+H(x))^2}{8} [g^2 A_\mu^1 A^{1\mu} + g^2 A_\mu^2 A^{2\mu} + (gA_\mu^3 - g'B_\mu)(gA^{3\mu} - g'B^\mu)] \quad (2.28)
\end{aligned}$$

Donde se usó que  $\tau^i \tau^j = i\epsilon^{ijk} \tau^k + \delta^{ij}$  para llegar al segundo paso. Y en el tercer renglón se utilizó la forma explícita de  $\tau^3$ .

Entonces definimos nuevos campos  $W_\mu^\pm$ ,  $Z_\mu$  y  $C_\mu$ , que corresponden a los bosones de norma que observamos.

$$\begin{aligned}
W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \pm iA_\mu^2) \\
Z_\mu &= \cos \theta_W A_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \\
C_\mu &= \sin \theta_W A_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \quad (2.29)
\end{aligned}$$

donde:

$$\sin \theta_W \equiv \frac{g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}}; \quad \cos \theta_W \equiv \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (2.30)$$

Es importante mencionar que a  $\vartheta_W$  se le llama ángulo de Weinberg. Y es una cantidad que compara la intensidad de las interacciones de  $U(1)$  de hipercarga y de  $SU(2)$ .

Además podemos ver que en la ecuación (2.28) nos queda:

$$\left[ \left( \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \quad 0 \right) \left( \frac{i}{2} g' B_\mu + i g \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu \right) \left[ \left( -\frac{i}{2} g' B^\mu - i g \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}^\mu \right) \left( \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \right) \right] \right] \\ = (v+H(x))^2 \left[ \frac{g^2}{4} W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) Z^\mu Z_\mu \right] \quad (2.31)$$

Y entonces tenemos términos de masa para  $W_\mu^\pm$ ,  $m_W^2 = g^2 v^2/4$  y para  $m_Z^2 = v^2(g^2 + g'^2)/4$ . Para  $W^\pm$  el término de masa es solo la raíz de los términos que acompañan a  $W^{+\mu} W_\mu^-$ , ( $W^{+\mu} = W^{-\mu}$ ), pero  $m_Z$  es la mitad de la raíz de los términos que acompañan a  $Z^\mu Z_\mu$  porque es un escalar real y  $W^\pm$  es un escalar complejo.

Las masas de los bosones mediadores de la interacción son proporcionales a  $v$ , igual que las masas de los leptones y quarks.

Si se quisiera dar masa a los neutrinos, se deben introducir neutrinos de quiralidad derecha con hipercarga cero y que sean singletes de  $SU(2)$ , por esta razón se dice que los neutrinos derechos son estériles. Se debe introducir el término:

$$\mathcal{L}_{\nu \text{ derechos}} = \sum_{\ell=c,\mu,\tau} [\bar{\nu}_{R,\ell} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{R,\ell}] + \sum_{\ell,\ell'=c,\mu,\tau} [\bar{\nu}_{\ell',R} Q_{\ell'\ell} \nu_{\ell,R}]. \quad (2.32)$$

El segundo término del lado derecho es un término de masa de Majorana, donde el superíndice  $c$  del neutrino quiere decir conjugación de carga. La matriz  $Q$  es una matriz de masas arbitraria. Es evidente que 2.32 es invariante de norma.

Luego sería necesario cambiar  $\mathcal{L}_{\text{yuk. lep.}}$  por un término con la forma de  $\mathcal{L}_{\text{yuk. qrk.}}$  con el espinor del quark  $u_j$  remplazado por el de  $\nu_\ell$ ,  $d_j$  por  $\ell$  y las matrices  $\Gamma$  y  $\tilde{\Gamma}$  pueden ser remplazadas por matrices diferentes  $\Lambda$  y  $\tilde{\Lambda}$ . Cambiar estos términos en la densidad lagrangiana nos permite darles masas a los neutrinos pero además se introduce la posibilidad de tener transiciones entre diferentes generaciones y es una posible fuente de violación de  $CP$ . Se han observado oscilaciones entre neutrinos de varios sabores y esta es la motivación para introducir neutrinos con masa. Sin embargo para que esto pase la matriz  $\tilde{\Lambda}$  debe tener valores numéricos muy pequeños comparados con  $\Lambda$ ,  $\Gamma$  y  $\tilde{\Gamma}$  para dar a los neutrinos masas muchos órdenes de magnitud más chicas que las masas de los quarks y los leptones cargados.

Ahora es posible substituir los campos de norma de las ecuaciones (2.29)

en (2.8), (2.4) y (2.9) si despejamos  $\vec{A}_\mu$  y  $B_\mu$  en términos de  $W_\mu^\pm$ ,  $Z_\mu$  y  $C_\mu$ :

$$\begin{aligned} A_\mu^1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ + W_\mu^-) \\ A_\mu^2 &= \frac{i}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ - W_\mu^-) \\ A_\mu^3 &= \cos \vartheta_W Z_\mu + \sin \vartheta_W C_\mu \\ B_\mu &= -\sin \vartheta_W Z_\mu + \cos \vartheta_W C_\mu. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Entonces  $\mathcal{L}_{\text{leptones}}$  queda:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{leptones}} &= \sum_{\ell=c,\mu,\tau} \left[ i \bar{L}_\ell \tilde{\gamma}^\mu (\partial_\mu - i g \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu + \frac{i}{2} g' B_\mu) L_\ell \right. \\ &\quad \left. + i \bar{R}_\ell \gamma^\mu (\partial_\mu + i g' B_\mu) R_\ell \right] \\ &= i \sum_{\ell=c,\mu,\tau} \left[ \bar{L}_\ell \tilde{\gamma}^\mu (\partial_\mu - i g \left[ \frac{\tau^1}{2} A_\mu^1 + \frac{\tau^2}{2} A_\mu^2 \right] - i g \frac{\tau^3}{2} A_\mu^3 + \frac{i}{2} g' B_\mu) L_\ell \right. \\ &\quad \left. + \bar{R}_\ell \gamma^\mu (\partial_\mu + i g' B_\mu) R_\ell \right] \\ &= i \sum_{\ell=c,\mu,\tau} \left[ \bar{L}_\ell \tilde{\gamma}^\mu (\partial_\mu - i g \left( \begin{array}{cc} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}} W_\mu^- & 0 \end{array} \right) \right. \\ &\quad \left. - i \left( \begin{array}{cc} Z_\mu \left( \frac{g^2 + g'^2}{2} \right) & 0 \\ 0 & \frac{-g g' C_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} + \frac{Z_\mu \left( -\frac{g^2 + g'^2}{2} \right)}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \end{array} \right) \right] L_\ell \\ &\quad \left. + \bar{R}_\ell \gamma^\mu (\partial_\mu + i g' (-\sin \vartheta_W Z_\mu + \cos \vartheta_W C_\mu)) R_\ell \right] \\ &= i \sum_{\ell=c,\mu,\tau} \left[ -i g \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_{L,\ell} \gamma^\mu W_\mu^- \nu_{\ell,L} - i g \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{\ell,L} \gamma^\mu W_\mu^+ \ell_{L,\ell} \right. \\ &\quad - i \bar{\nu}_{\ell,L} \gamma^\mu \frac{Z_\mu \left( \frac{g^2 + g'^2}{2} \right)}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \nu_{\ell,L} \\ &\quad - i \bar{\ell}_{L,\ell} \gamma^\mu \frac{Z_\mu \left( -\frac{g^2 + g'^2}{2} \right)}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \ell_{L,\ell} \\ &\quad - i \bar{\ell}_{R,\ell} \gamma^\mu \frac{g'^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}} Z_\mu \ell_{R,\ell} \\ &\quad \left. + (\bar{\ell}_{L,\ell} + \bar{\ell}_{R,\ell}) \gamma^\mu (\partial_\mu + i \frac{g' g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} C_\mu) (\ell_{L,\ell} + \ell_{R,\ell}) \right. \\ &\quad \left. + \bar{\nu}_{\ell,L} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{\ell,L} \right]. \end{aligned} \quad (2.34)$$

El penúltimo renglón de (2.34) contiene un término que trata por igual a las partes izquierda y derecha del leptón cargado  $\ell$ . Si se fija una regla de transformación igual a la de un campo de norma de  $U(1)$  para  $C_\mu$  y se hace la transformación de norma de  $U(1)$ ;  $(\ell_L + \ell_R) \rightarrow \exp[-igg'\eta(x)/\sqrt{g^2 + g'^2}](\ell_L + \ell_R)$  hay un término invariante de norma de  $U(1)$ <sup>10</sup> que asigna a  $\ell$  la carga  $-gg'/\sqrt{g^2 + g'^2}$ .

Si se hace la identificación  $-gg'/\sqrt{g^2 + g'^2}$  igual la carga eléctrica del electrón y  $C_\mu$  como el campo del fotón entonces tenemos un término con simetría de norma  $U(1)$  igual al término cinético de QED.

Entonces  $\mathcal{L}_{\text{quarks}}$  queda:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{quarks}} &= \sum_{j=1}^3 \left[ i\bar{Q}_{L,j}\gamma^\mu(\partial_\mu - ig\left[\frac{\tau^1}{2}A_\mu^1 + \frac{\tau^1}{2}A_\mu^1\right] - ig\frac{\tau^3}{2}A_\mu^3 - \frac{i}{6}g'B_\mu) Q_{L,j} \right. \\
&\quad \left. + i\bar{u}_{R,j}\gamma^\mu \left[ \partial_\mu - \frac{2}{3}g'B_\mu \right] u_{R,j} + i\bar{d}_{R,j}\gamma^\mu \left( \partial_\mu + \frac{1}{3}g'B_\mu \right) d_{R,j} \right] \\
&= i\sum_{j=1}^3 \left[ \bar{Q}_{L,j}\gamma^\mu \left( \partial_\mu - ig \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}W_\mu^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}W_\mu^- & 0 \end{pmatrix} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - i \begin{pmatrix} \frac{(2/3)gg'C_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} + \frac{Z_\mu(\frac{g^2}{2} - \frac{g'^2}{6})}{\sqrt{g^2 + g'^2}} & 0 \\ 0 & -\frac{(1/3)gg'C_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} + \frac{Z_\mu(\frac{-g^2}{2} - \frac{g'^2}{6})}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \end{pmatrix} \right) \right] Q_{L,j} \\
&\quad + \bar{u}_{R,j}\gamma^\mu \left( \partial_\mu - \frac{2}{3}g'(\cos\vartheta_W C_\mu - \sin\vartheta_W Z_\mu) \right) u_{R,j} \\
&\quad + \bar{d}_{R,j}\gamma^\mu \left( \partial_\mu + \frac{1}{3}g'(\cos\vartheta_W C_\mu - \sin\vartheta_W Z_\mu) \right) d_{R,j} \\
&= i\sum_{j=1}^3 \left[ -ig\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{d}_{L,j}\gamma^\mu W_\mu^- u_{L,j} - ig\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{u}_{L,j}\gamma^\mu W_\mu^+ d_{L,j} \right. \\
&\quad \left. - i\bar{u}_{L,j}\gamma^\mu \frac{Z_\mu(\frac{g^2}{2} - \frac{g'^2}{6})}{\sqrt{g^2 + g'^2}} u_{L,j} - i\bar{d}_{L,j}\gamma^\mu \frac{Z_\mu(\frac{-g^2}{2} - \frac{g'^2}{6})}{\sqrt{g^2 + g'^2}} d_{L,j} \right. \\
&\quad \left. + i\bar{u}_{R,j}\gamma^\mu \frac{2}{3}\frac{g'^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}} Z_\mu u_{R,j} - i\bar{d}_{R,j}\gamma^\mu \frac{1}{3}\frac{g'^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}} Z_\mu d_{R,j} \right] \\
&\quad + (\bar{u}_{L,j} + \bar{u}_{R,j})\gamma^\mu \left( \partial_\mu - \frac{2}{3}\frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} C_\mu \right) (u_{L,j} + u_{R,j}) \\
&\quad + (\bar{d}_{L,j} + \bar{d}_{R,j})\gamma^\mu \left( \partial_\mu + \frac{1}{3}\frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} C_\mu \right) (d_{L,j} + d_{R,j}) \Big]. \quad (2.35)
\end{aligned}$$

En los dos últimos renglones de (2.35) hay términos invariantes de norma

<sup>10</sup>No es la misma simetría de norma que la de hipercarga que asigna hipercargas distintas a las partes de quiralidad izquierda y derecha de cada leptón o quark.

análogos al penúltimo renglón de (2.34) pero que asignan cargas eléctricas  $2gg'/(3\sqrt{g^2 + g'^2})$  y  $-gg'/(3\sqrt{g^2 + g'^2})$  a los quarks  $u_j$  y  $d_j$  respectivamente.

Ahora reescribimos  $F'_{\mu\nu}$  y  $G_{\mu\nu}$  en términos de los campos nuevos:

$$\begin{aligned}
F_{\mu\nu}^1 &= \partial_\mu \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\nu^+ + W_\nu^-) \right) - \partial_\nu \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ + W_\mu^-) \right) \\
&\quad + g \left[ \left( \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ - W_\mu^-) \right) (\cos\vartheta_W Z_\nu + \sin\vartheta_W C_\nu) \right. \\
&\quad \left. - (\cos\vartheta_W Z_\mu + \sin\vartheta_W C_\mu) \left( \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\nu^+ - W_\nu^-) \right) \right] \\
F_{\mu\nu}^2 &= \partial_\mu \left( \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\nu^+ - W_\nu^-) \right) - \partial_\nu \left( \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ - W_\mu^-) \right) \\
&\quad + g \left[ (\cos\vartheta_W Z_\mu + \sin\vartheta_W C_\mu) \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\nu^+ + W_\nu^-) \right) \right. \\
&\quad \left. - \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ + W_\mu^-) \right) (\cos\vartheta_W Z_\nu + \sin\vartheta_W C_\nu) \right] \\
F_{\mu\nu}^3 &= \partial_\mu (\cos\vartheta_W Z_\nu + \sin\vartheta_W C_\nu) - \partial_\nu (\cos\vartheta_W Z_\mu + \sin\vartheta_W C_\mu) \\
&\quad + g \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ + W_\mu^-) \right) \left( \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\nu^+ - W_\nu^-) \right) \right. \\
&\quad \left. - \left( \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ - W_\mu^-) \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\nu^+ + W_\nu^-) \right) \right] \\
G_{\mu\nu} &= \partial_\mu (-\sin\vartheta_W Z_\nu + \cos\vartheta_W C_\nu) \\
&\quad - \partial_\nu (-\sin\vartheta_W Z_\mu + \cos\vartheta_W C_\mu). \quad (2.36)
\end{aligned}$$

Es posible ahora desarrollar  $\mathcal{L}_{GF}$  en términos de los campos nuevos. De esta forma obtendremos términos de interacciones entre los bosones  $W_\mu^\pm$ ,  $Z_\mu$  y  $C_\mu$ .

Hasta ahora hemos escrito 6 términos de la densidad lagrangiana del modelo estándar, todos de la parte electrodébil, los 6 son términos invariantes de norma. Luego se reescribieron algunos de esos términos para introducir bosones mediadores masivos y fermiones masivos, también se introdujo el escalar masivo  $H(x)$ , escalar de Higgs. Mas adelante se discutirá la violación de  $CP$  en el modelo estándar a partir de términos introducidos en esta sección.

### 2.3. SU(3) de cromodinámica cuántica

La cromodinámica cuántica (QCD) es una teoría de norma basada en el grupo  $SU(3)$ . Las transformaciones de norma actúan sobre un grado de libertad más de los quarks, llamado color. Cada quark sin importar su sabor está caracterizado también por un vector de 3 componentes. Hay tres colores.

Los gluones, bosones de norma de QCD son los mediadores de la interacción fuerte, no tienen masa pero sí tienen color.

Hay dos características muy importantes de QCD:

- La primera es el valor de su constante de acoplamiento. A bajas energías es muy grande para desarrollar expansiones perturbativas. A altas energías disminuye lo suficiente para desarrollar expansiones perturbativas, a este fenómeno se le llama libertad asintótica.
- Nunca se han observado objetos con color en la naturaleza. Para eso se ha creado el principio de confinamiento: Todos los objetos que existen libres en la naturaleza son de color neutro. Esto explica porque solo se forman objetos con ciertos números de quarks y antiquarks, pues no todas las combinaciones de quarks y antiquarks pueden formar un estado de color neutro.

Para tratar las interacciones de QCD usando el modelo electrodébil debemos agregar un índice más a los quarks. Este es el índice de color, va de 1 a 3 y es independiente del resto de los índices en los quarks. Ahora debemos modificar las partes de la densidad lagrangiana donde aparecen los campos de los quarks. La modificación consiste colocar el mismo índice a todos los quarks de la densidad lagrangiana y sumar ese término sobre los tres colores. Esta modificación también afectará a las cargas y corrientes de  $SU(2)$  y  $U(1)$  de hipercarga haciendo que se sume también sobre los tres colores. Además se agregarán dos términos nuevos:

- Un término con interacciones entre los quarks y los gluones que sumado con  $\mathcal{L}_{\text{quarks}}$  de la ec. (2.8) nos da un término invariante ante transformaciones de norma de  $SU(3)$  cuando las transformaciones de norma actúan sobre el índice de color.
- Un término solo con interacciones entre los gluones análogo a  $\mathcal{L}_{\text{GF}}$ .

El término de interacciones entre gluones y quarks es:

$$\mathcal{L}_{\text{qk-gln}} = \sum_{q=u,d,s,t,b} \left[ \sum_{i,j=1}^3 [i\bar{q}^i \gamma^\mu (-ig_s \sum_{a=1}^8 \lambda_{i,j}^a E_\mu^a) q^j] \right] \quad (2.37)$$

Donde los campos  $q$  son los espinores de cada quark. Los campos  $E_\mu^a$  corresponden a los gluones y son 8 como el número de generadores de  $SU(3)$ .

Las matrices  $\lambda^a$  de  $3 \times 3$  son los 8 generadores de  $SU(3)$  y se les llama las matrices de Gell-Mann.

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda^8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

El otro término que se puede agregar a la densidad lagrangiana es:

$$\mathcal{L}_{\text{GF QCD}} = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 H^{\mu\nu a} H_{\mu\nu}^a; \quad (2.39)$$

$$\text{donde: } H^{\mu\nu a} \equiv \partial^\mu E^{\nu a} - \partial^\nu E^{\mu a} + g_s \sum_{b,c=1}^8 [f_{\text{QCD}}^{abc} E^{\mu b} E^{\nu c}].$$

Y  $f_{\text{QCD}}^{abc}$  son las constantes de estructura del grupo  $SU(3)$ .  $\mathcal{L}_{\text{GF QCD}}$  contiene interacciones entre los gluones.

Las corrientes conservadas por el teorema de Noether son:

$$j_\mu^a \text{ QCD} = \sum_{q=u,d,s,t,b} [\bar{q}^i \gamma_\mu \lambda_{ij}^a q^j] + (\partial_\mu E_\nu^b - \partial_\nu E_\mu^b + g_s f_{\text{QCD}}^{bde} E_\mu^d E_\nu^e) f_{\text{QCD}}^{abc} E^{c\nu}. \quad (2.40)$$

Donde se suma sobre los índices  $a, b, c, d, e$ .

Los operadores de las cargas conservadas son:  $\int d^3x j_0^a$ . Y podemos ver que los gluones también tienen carga. En general los bosones de norma tienen carga cuando el grupo de norma es no abeliano.

## Capítulo 3

# Violación de $CP$

### 3.1. Introducción

#### 3.1.1. Las transformaciones conjugación de carga y paridad

Consideremos un sistema en la naturaleza que nos interesa describir. Es posible que existan cantidades en nuestra descripción que no cambian si hacemos ciertas transformaciones sobre el sistema o sobre las referencias que fijamos para describir el sistema. Si una transformación deja invariantes a las cantidades observables del sistema llamamos a esa transformación una transformación de simetría.

Hay dos características de las transformaciones sobre sistemas físicos que son importantes:

- Un teorema nos asegura que si una transformación actúa sobre los vectores del espacio de Hilbert que representan los estados de un sistema cuántico y las probabilidades de los procesos en ese sistema permanecen invariantes ante esa transformación entonces esa transformación de simetría es un operador unitario o un operador antiunitario en el espacio de Hilbert de estados[4].
- Las transformaciones que nos interesan corresponden a grupos. La composición de dos transformaciones (operación del grupo) consiste en aplicar una transformación al sistema y luego otra, también se exige que cada transformación tenga una inversa y existe una transformación identidad que no hace nada sobre el sistema.

Nos interesan las transformaciones de conjugación de carga, paridad e inversión temporal:

- La transformación de conjugación de carga  $C$  corresponde a cambiar los signos de todos los números cuánticos de los estados sobre los cuales actúa. Entre los números cuánticos se encuentran las cargas, por



ejemplo la carga eléctrica. Se espera que a esta transformación le corresponda un operador unitario en el espacio de estados de mecánica cuántica:  $\mathcal{C}$ .

- La transformación de paridad  $P$  corresponde a cambiar los signos de los ejes de las coordenadas del espacio de configuraciones. También se puede hacer una transformación de paridad haciendo una reflexión sobre uno de los planos de los ejes coordenados y haciendo una rotación por  $\pi$  rad sobre el eje perpendicular al plano. Si se agrega la hipótesis de isotropía (invariancia del espacio ante rotaciones) la transformación de paridad consiste esencialmente en una reflexión sobre un plano coordenado.

En la física clásica una transformación de paridad se puede obtener escribiendo las cantidades relevantes en términos de cuadvectores y haciendo el cambio  $a^\mu \rightarrow a_\mu$ .

Se espera que a esta transformación le corresponda un operador unitario en el espacio de estados:  $\mathcal{P}$ .

- La transformación de inversión temporal  $T$  cambia el sentido en el que avanza el tiempo. Se espera que a esta transformación le corresponda un operador antiunitario en el espacio de estados:  $\mathcal{T}$ .

Estas transformaciones corresponden a grupos discretos<sup>1</sup>.

Hay muchas preguntas fundamentales que se tratan de responder al estudiar estas simetrías, una de ellas es: ¿Por qué hay más materia que antimateria en el universo?. Para buscar una respuesta a esta pregunta se trata con la transformación de conjugación de carga-paridad. Esta transformación lleva partículas a antipartículas y viceversa.

Las leyes de la física clásica mantienen su forma ante las transformaciones de paridad, conjugación de carga e inversión temporal. Pero ¿Qué hay del caso cuántico?. Se buscan operadores  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{P}$  y  $\mathcal{T}$  en el espacio de estados que tengan las características de las transformaciones  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{P}$  y  $\mathcal{T}$ .

Se espera que en un sistema cuántico  $\mathcal{C}$  y  $\mathcal{P}$  conmuten con el hamiltoniano porque ni la paridad ni la conjugación de carga afectan a las translaciones temporales. Sin embargo hay sistemas cuánticos en los cuales  $\mathcal{C}$  o  $\mathcal{P}$  no son una simetría. Por ejemplo en el modelo estándar la una transformación de paridad cambia la quiralidad de los fermiones. los comportamientos de los fermiones de quiralidades distintas son diferentes y entonces el modelo estándar no es invariante ante paridad. En estos casos no es posible definir operadores  $\mathcal{C}$  o  $\mathcal{P}$  que tengan las características necesarias. Sin embargo

<sup>1</sup>Podemos ver que estas transformaciones se relacionan con el grupo discreto  $S_2$ . Hacer una inversión temporal dos veces: cambiar los signos de los números cuánticos o cambiar el signo de las coordenadas dos veces no transforma al sistema. De igual forma el grupo  $S_2$  solo tiene dos elementos: la identidad y otro elemento que al componerse con sí mismo resulta la identidad.

para estudiar estas transformaciones y para definir operadores  $\mathcal{C}$  y  $\mathcal{P}$  aunque paridad y conjugación de carga no sean simetrías del sistema vamos a una teoría cuántica en la que conjugación de carga y paridad si son simetrías: QED. Entonces se definen operadores  $\mathcal{C}$  y  $\mathcal{P}$  para esas teorías y se continúan usando esos operadores para el resto de las teorías, si alguna teoría no fuese invariante ante  $\mathcal{C}$  y  $\mathcal{P}$  entonces tendríamos violación de conjugación de carga o paridad.

Una forma de imaginarse que quiere decir violación de  $P$  es la siguiente: si vemos un fenómeno de la naturaleza a través de un espejo y lo que vemos en el espejo no sucede en la naturaleza de la misma forma en que sucede en el espejo entonces tenemos violación de paridad<sup>2</sup>.

### 3.1.2. Los operadores $\mathcal{C}$ y $\mathcal{P}$

Comenzemos viendo como actúa una transformación de paridad sobre un espinor de Dirac  $\Psi(x^\mu)$  en QED. La densidad lagrangiana de QED para  $\Psi(x^\mu)$  es:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4} F_{\alpha\beta}^{\text{QED}} F_{\alpha\beta}^{\text{QED}} + i\bar{\Psi}\gamma^\alpha (\partial_\alpha - ik_\Psi A_\alpha^{\text{QED}})\Psi - m\bar{\Psi}\Psi. \quad (3.1)$$

$\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{P}$  y  $\mathcal{T}$  transforman a las coordenadas, corrientes de electromagnetismo, campos potencial y al tensor de esfuerzo clásicos:

	$\mathcal{C}$	$\mathcal{P}$	$\mathcal{T}$
$x^\mu$	$x^\mu$	$x_\mu$	$-x_\mu$
$J_{\text{EM}}^\mu$	$-J_{\text{EM}}^\mu$	$J_{\text{EM}}^\mu$	$J_{\text{EM}}^\mu$
$A_{\text{EM}}^\mu$	$-A_{\text{EM}}^\mu$	$A_{\text{EM}}^\mu$	$A_{\text{EM}}^\mu$
$F_{\text{EM}}^{\mu\nu}$	$-F_{\text{EM}}^{\mu\nu}$	$F_{\text{EM}}^{\mu\nu}$	$-F_{\text{EM}}^{\mu\nu}$

Usaremos las reglas de transformación anteriores para  $A_\alpha^{\text{QED}}$  y las coordenadas para obtener reglas de transformación de los espinores si hay invariancia de QED ante  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{P}$  o  $\mathcal{T}$ .

Se aplica el operador  $\mathcal{P}$  sobre  $\mathcal{L}_{\text{QED}}$  y la invariancia de paridad de QED nos da:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \mathcal{P}\mathcal{L}_{\text{QED}}\mathcal{P}^{-1}. \quad (3.2)$$

Adicionalmente se impone[6]:

$$\mathcal{P}\Psi(x^\mu)\mathcal{P}^{-1} = U_P\Psi(x_\mu) \quad (3.3)$$

donde  $\mathcal{P}$  es un operador sobre el espacio de estados y  $U_P$  es una matriz de  $4 \times 4$  actuando sobre los índices de espín. Exigimos además que  $U_P$  sea unitaria. Para que la ec. (3.2) se cumpla exigimos:

$$U_P\gamma^\mu U_P^{-1} = \gamma_\mu. \quad (3.4)$$

<sup>2</sup>Ejemplo tomado del capítulo 1 de [5].

Hay 16 cantidades reales por determinar en  $U_C$  y tenemos 8 ecuaciones independientes complejas (dos por cada matriz  $\gamma$ ). Entonces  $U_P$  está determinado de forma única, salvo una fase. En la representación de Pauli-Dirac, donde  $\gamma^0$  es diagonal:

$$U_P = e^{i\alpha_P} \gamma^0. \quad (3.5)$$

Análogamente para una transformación de inversión temporal escribimos:

$$\begin{aligned} \mathcal{T}\Psi(x^\mu)\mathcal{T}^{-1} &= U_T\Psi(-x_\mu) \\ \mathcal{T}\bar{\Psi}(x^\mu)\mathcal{T}^{-1} &= \bar{\Psi}(-x_\mu)U_T^{-1} \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde de nuevo se impone  $U_T$  como una matriz unitaria. Exigimos:

$$U_T\gamma^\mu U_T^{-1} = (\gamma^\mu)^t \quad (3.7)$$

y resulta:

$$U_T = e^{i\alpha_T} \gamma^1 \gamma^3. \quad (3.8)$$

Finalmente veremos como actúa una transformación de conjugación de carga:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}\Psi(x^\mu)\mathcal{C}^{-1} &= U_C\bar{\Psi}^t(x^\mu) \\ \mathcal{C}\bar{\Psi}(x^\mu)\mathcal{C}^{-1} &= -\Psi^t(x^\mu)U_C^{-1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde de nuevo se impone  $U_C$  como una matriz unitaria. Exigimos:

$$U_C\gamma^\mu U_C^{-1} = -(\gamma^\mu)^t \quad (3.10)$$

y resulta:

$$U_C = e^{i\alpha_C} \gamma^0 \gamma^2. \quad (3.11)$$

### 3.2. Violación de $\mathcal{CP}$ y mezclas de sabores en el modelo estándar y modelos de $n_g$ generaciones

El modelo estándar tiene 3 generaciones pero este tema se tratará para un modelo con la misma estructura del modelo estándar pero con un número de generaciones arbitrario  $n_g$ . Entonces cuando se tomen ecuaciones del capítulo sobre el modelo estándar se cambiará el límite superior de los índices de generación de 3 a  $n_g$ . A veces se tomará al caso  $n_g = 3$  en este capítulo.

La violación de  $\mathcal{CP}$  y la no conservación de sabor en el modelo estándar y modelos  $n_g$  generaciones es consecuencia de los términos de masa y los términos cinéticos de los quarks. Entonces solamente trataremos con la ec. (2.35) y los términos de masa para los quarks:

$$\mathcal{L}_{\text{m. qks}} = \sum_{j=1}^{n_g} [-\bar{u}_{L,j}(M_u)_{ij}u_{R,j} - \bar{u}_{R,i}(M_u^\dagger)_{ij}u_{L,j} - \bar{d}_{L,i}(M_d)_{ij}d_{R,j} - \bar{d}_{R,i}(M_d^\dagger)_{ij}d_{L,j}]. \quad (3.12)$$

Los términos de masa para los quarks vienen de los términos proporcionales a  $v$  en la ec. (2.26). Donde se definió:  $v\Gamma_{ij}/\sqrt{2} \equiv (M_d)_{ij}$  y  $-iv(\tilde{\Gamma})_{ij}/\sqrt{2} \equiv (M_u)_{ij}$ .

Las matrices  $M_{u(d)}$  son matrices arbitrarias de  $n_g \times n_g$  con entradas complejas. Sin embargo una matriz de entradas complejas se puede diagonalizar a través de dos matrices unitarias:

$$\begin{aligned} U_L^{u\dagger} M_u U_R^u &= \text{diag}(m_{u_1}, m_{u_2}, \dots, m_{u_{n_g}}) \equiv M_{u \text{ phys}} \\ U_L^{d\dagger} M_d U_R^d &= \text{diag}(m_{d_1}, m_{d_2}, \dots, m_{d_{n_g}}) \equiv M_{d \text{ phys}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Y podemos definir las matrices hermitianas:

$$\begin{aligned} H_u &\equiv M_u M_u^\dagger \\ H_d &\equiv M_d M_d^\dagger \end{aligned} \quad (3.14)$$

que pueden ser diagonalizadas:

$$\begin{aligned} U_L^{u\dagger} H_u U_L^u &= U_L^{u\dagger} M_u M_u^\dagger U_L^u = U_L^{u\dagger} M_u U_R^u U_R^{u\dagger} M_u^\dagger U_L^u = (M_{u \text{ phys}})^2 \\ U_L^{d\dagger} H_d U_L^d &= U_L^{d\dagger} M_d M_d^\dagger U_L^d = U_L^{d\dagger} M_d U_R^d U_R^{d\dagger} M_d^\dagger U_L^d = (M_{d \text{ phys}})^2. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Entonces:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{m. qks}} = \sum_{i,j,k,l=1}^{n_g} [ & - \bar{u}_{L,i}(U_L^{u\dagger})_{il}(M_{u \text{ phys}})_{kj}(U_R^u)_{lj}u_{R,j} \\ & - \bar{u}_{R,i}(U_R^u)_{ik}(M_{u \text{ phys}}^\dagger)_{kl}(U_L^u)_{lj}u_{L,j} \\ & - \bar{d}_{L,i}(U_L^d)_{ik}(M_{d \text{ phys}})_{kl}(U_R^d)_{lj}d_{R,j} \\ & - \bar{d}_{R,i}(U_R^d)_{ik}(M_{d \text{ phys}}^\dagger)_{kl}(U_L^d)_{lj}d_{L,j}]. \end{aligned} \quad (3.16)$$

De esta forma podemos definir combinaciones lineales de los quarks a través de matrices unitarias:

$$\begin{aligned} u_{R,j}^{\text{phys}} &= (U_R^u)_{lj}u_{R,j} \\ u_{L,k}^{\text{phys}} &= (U_L^u)_{ki}u_{L,i} \\ d_{R,k}^{\text{phys}} &= (U_R^d)_{ki}d_{R,i} \\ d_{L,l}^{\text{phys}} &= (U_L^d)_{ij}d_{L,j} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Podemos escribir  $\mathcal{L}_{\text{m. qks}}$  en términos de  $u_{R(L,j)}^{\text{phys}}$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{m. qks}} &= \sum_{j=1}^{n_g} [ - \bar{u}_{L,j}^{\text{phys}} m_{u_j} u_{R,j}^{\text{phys}} - \bar{u}_{R,j}^{\text{phys}} m_{u_j} u_{L,j}^{\text{phys}} \\ & - \bar{d}_{L,j}^{\text{phys}} m_{d_j} d_{R,j}^{\text{phys}} - \bar{d}_{R,j}^{\text{phys}} m_{d_j} d_{L,j}^{\text{phys}} ]. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Pero ¿Qué pasa con  $\mathcal{L}_{\text{quarks}}$  si lo escribimos en términos de  $u^{\text{phys}}$  y  $d^{\text{phys}}$  en vez de  $u$  y  $d$ ? Revisando el último término de la ecuación (2.35) podemos ver que en los renglones 2, 3 y 4 solo es necesario sustituir  $u$ ,  $d$  por  $u^{\text{phys}}$  y  $d^{\text{phys}}$ . Los renglones 5 y 6 son términos cinéticos invariantes de norma, se les identifica con las interacciones electromagnéticas de los quarks y para escribirlos en términos de  $u^{\text{phys}}$  y  $d^{\text{phys}}$  solo se debe cambiar  $u$  y  $d$  por  $u^{\text{phys}}$  y  $d^{\text{phys}}$ . Esto quiere decir que las interacciones dadas por los renglones 2.3.4.5 y 6 conservan el sabor de los quarks<sup>3</sup>. El sabor es la característica que aparece en las interacciones de norma electrodébiles. Un vértice (en el sentido de diagramas de Feynman) correspondiente a esos renglones debe conservar cada sabor. ¿Qué hay del resto de  $\mathcal{L}_{\text{m. qks}}$ ? El renglón 1 escrito en términos de  $u^{\text{phys}}$  y  $d^{\text{phys}}$  es:

$$\begin{aligned}
& i \sum_{j=1}^{n_g} \left[ -ig \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_{L,j} \gamma^\mu W_\mu^- u_{L,j} - ig \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_{L,j} \gamma^\mu W_\mu^+ d_{L,j} \right] \\
&= i \sum_{j=1}^{n_g} \left[ -ig \frac{1}{\sqrt{2}} (U_L^{u\dagger})_{lj} (U_L^u)_{jk} \bar{d}_{L,l} \gamma^\mu W_\mu^- u_{L,k} \right. \\
&\quad \left. - ig \frac{1}{\sqrt{2}} (U_L^{d\dagger})_{lj} (U_L^d)_{jk} \bar{u}_{L,l} \gamma^\mu W_\mu^+ d_{L,k} \right] \\
&= i \sum_{j=1}^{n_g} \left[ -ig \frac{1}{\sqrt{2}} (V^\dagger)_{lk} \bar{d}_{L,l}^{\text{phys}} \gamma^\mu W_\mu^- u_{L,k}^{\text{phys}} \right. \\
&\quad \left. - ig \frac{1}{\sqrt{2}} (V)_{lk} \bar{u}_{L,l}^{\text{phys}} \gamma^\mu W_\mu^+ d_{L,k}^{\text{phys}} \right] \quad (3.19)
\end{aligned}$$

donde

$$V \equiv U_L^{u\dagger} U_L^d. \quad (3.20)$$

La matriz  $V$  se le llama matriz de CKM y es unitaria ( $U_L^{u\dagger} U_L^d U_L^{d\dagger} U_L^u = \mathbf{1}$ ) pues las matrices  $U$  son unitarias. Los términos del primer renglón de (3.19) representan interacciones que no conservan el sabor, porque se pasa de un quark tipo  $u_{L,j}$  a un quark tipo  $d_{L,k}$  donde  $j$  y  $k$  no son necesariamente iguales. La matriz  $V$  es la encargada de pesar las probabilidades de ir a cada una de las generaciones,  $k$ .

Ahora podemos hacer una transformación de  $\mathcal{CP}$  sobre  $\mathcal{L}_{\text{m. qks}}$  y sobre  $\mathcal{L}_{\text{quarks}}$ . La transformación mas general de  $\mathcal{CP}$  que mantiene  $\mathcal{L}_{\text{quarks}}$  invariante:

$$\begin{aligned}
u_{L,j} &\rightarrow (K_L)_{jk} U_C u_{L,k} \\
d_{L,j} &\rightarrow (K_L)_{jk} U_C d_{L,k} \\
u_{R,j} &\rightarrow (K_R^u)_{jk} U_C u_{L,k} \\
d_{R,j} &\rightarrow (K_R^d)_{jk} U_C u_{L,k} \quad (3.21)
\end{aligned}$$

<sup>3</sup>En los otros términos de la densidad lagrangiana del modelo estándar no aparecen los campos de los quarks.

Se impuso  $K_L^u = K_L^d$  para respetar la conservación de  $\mathcal{CP}$  de las interacciones de  $W_\mu^\pm$  con los quarks. Por otra parte,  $\mathcal{L}_{\text{m. qks}}$  solo es invariante de  $\mathcal{CP}$  si existen matrices unitarias  $K_L$ ,  $K_R^u$  y  $K_R^d$  tales que:

$$\begin{aligned}
K_L^\dagger M_u K_R^u &= M_u^* \\
K_L^\dagger M_d K_R^d &= M_d^* \quad (3.22)
\end{aligned}$$

### 3.2.1. Propiedades de la matriz de CKM

La matriz de CKM es una matriz unitaria de  $n_g \times n_g$  con entradas complejas y entonces puede ser especificada por medio de  $n_g^2 = 2n_g^2 - n_g^2 = (\text{cantidad de números reales independientes}) - (\text{número de ecuaciones distintas de la restricción de unitariedad})$  parámetros reales. De los  $n_g^2$  parámetros independientes de una matriz unitaria de  $n_g \times n_g$  solo  $n_g(n_g - 1)/2$  son ángulos análogos a los de Euler, son  $n_g(n_g - 1)/2$  pues este es el número de pares de direcciones ortogonales en el espacio  $\mathbb{R}^{n_g}$ . El resto de los parámetros independientes ( $n_g^2/2 + n_g/2$ ) son fases.

Es posible hacer una redefinición de los espinores  $u$  y  $d$ :

$$\begin{aligned}
u_j &\rightarrow e^{i\eta_j} u_j \\
d_k &\rightarrow e^{i\zeta_k} d_k \quad (3.23)
\end{aligned}$$

donde  $\eta$  y  $\zeta$  son fases arbitrarias de tal manera que la densidad lagrangiana del modelo estándar no cambie si hacemos también el cambio:

$$V_{jk} \rightarrow e^{i(\zeta_k - \eta_j)} V_{jk}. \quad (3.24)$$

De esta forma podemos absorber  $2n_g - 1$  fases. Si tratamos de eliminar  $2n_g$  fases es como si no elimináramos ninguna fase pues no se hace un cambio relativo entre los elementos de  $V$ . Nos quedan  $(n_g - 1)(n_g - 2)/2$  fases no removibles.

### 3.2.2. Condiciones para tener violación de $\mathcal{CP}$ en la densidad lagrangiana

Ahora veremos que las fases irremovibles de la matriz de CKM pueden producir una densidad lagrangiana para el modelo estándar que no es invariante de  $\mathcal{CP}$ . Comencemos trabajando con condición necesaria para tener invariancia de la densidad lagrangiana de la ec. (3.22). De esa ecuación obtenemos:

$$\begin{aligned}
& K_L^\dagger M_u K_R^u K_R^{u\dagger} M_u^\dagger K_L K_L^\dagger M_d K_R^d K_R^{d\dagger} - K_L^\dagger M_u K_R^d K_R^{d\dagger} K_L^\dagger M_d K_R^u K_R^{u\dagger} \\
&= K_L^\dagger [H_u, H_d] K_L \\
&= M_u^* M_u^\dagger M_d^* M_d^\dagger - M_d^* M_d^\dagger M_u^* M_u^\dagger = H_u^* H_u^\dagger - H_d^* H_d^\dagger = [H_u^T, H_d^T] \\
&= -[H_u, H_d]^T \quad (3.25)
\end{aligned}$$

<sup>4</sup>Este desarrollo está basado en el capítulo 11 de [5].

Donde se usó la hermiticidad de las matrices  $H$ .

Entonces tenemos que:

$$\text{Tr}([H_u, H_d]^r) = 0, \quad \text{con } r \text{ impar} \quad (3.26)$$

debe cumplirse si la densidad lagrangiana ha de ser invariante de  $\mathcal{CP}$ .

Podemos hacer una transformación unitaria en los campos de los quarks de tal manera que:

$$\begin{aligned} H'_u &= \text{diag}(m_{u_1}^2, m_{u_2}^2, \dots, m_{u_{n_u}}^2) \\ H'_d &= V \text{diag}(m_{d_1}^2, m_{d_2}^2, \dots, m_{d_{n_d}}^2) V^\dagger \end{aligned} \quad (3.27)$$

y entonces:

$$\begin{aligned} \text{Tr}([H_u, H_d]^3) &= 3(\text{Tr}(H_u^2 H_d^2 H_u H_d) - \text{Tr}(H_d^2 H_u^2 H_d H_u)) \\ &= 3[\text{Tr}(M_u^4 V M_d^4 V^\dagger M_u^2 V M_d^2 V^\dagger) - \text{Tr}(V M_d^4 V^\dagger M_u^4 V^\dagger M_u^2 V^\dagger M_u^2)] \\ &= 3[m_{u_\alpha}^4 V_{\alpha i} m_{d_i}^4 V_{\beta j} m_{u_j}^2 V_{\beta j} m_{d_i}^2 V_{\alpha j}^* - m_{d_i}^4 V_{\alpha i}^* m_{u_\alpha}^4 V_{\alpha j} m_{d_j}^2 V_{\beta j}^* m_{u_j}^2 V_{\beta i}] \\ &= 6i m_{u_\alpha}^4 m_{d_i}^4 m_{u_j}^2 m_{d_j}^2 \text{Im}(V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^*). \end{aligned} \quad (3.28)$$

Ahora introducimos las cantidades dependientes de los elementos de  $V$ :

$$Q_{\alpha i \beta j} \equiv V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^* \quad (3.29)$$

que son invariantes ante el cambio de fases en los campos de los quarks. Tenemos que:

$$Q_{\alpha i \beta j} = Q_{\beta j \alpha i} \quad \text{y} \quad \text{Im} Q_{\alpha i \beta j} = -\text{Im} Q_{\alpha j \beta i} = -\text{Im} Q_{\beta i \alpha j} \quad (3.30)$$

Para  $\alpha, i, \beta, j = 1, \dots, n_g$ .

En el caso de  $n_g = 3$  la condición de unitariedad de  $V$  nos da:

$$V_{\alpha 1} V_{\beta 1}^* + V_{\alpha 2} V_{\beta 2}^* + V_{\alpha 3} V_{\beta 3}^* = 0, \quad \text{para } \alpha \neq \beta \quad (3.31)$$

y multiplicando por  $V_{\alpha 2} V_{\beta 2}^*$  obtenemos que:

$$\begin{aligned} \text{Im} V_{\alpha 1} V_{\beta 1}^* V_{\alpha 2} V_{\beta 2}^* &= \text{Im} Q_{\alpha 1 \beta 2} = -\text{Im}(V_{\alpha 2} V_{\beta 2}^* V_{\alpha 2}^* V_{\beta 2}) - \text{Im}(V_{\alpha 3} V_{\beta 3}^* V_{\alpha 2}^* V_{\beta 2}) \\ &= -\text{Im} Q_{\alpha 3 \beta 2}, \quad \text{para } \alpha \neq \beta. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Ahora si multiplicamos (3.31) por  $V_{\alpha 3}^* V_{\beta 3}$  obtenemos de la misma manera:

$$\text{Im} Q_{\alpha 1 \beta 3} = -\text{Im} Q_{\alpha 2 \beta 3}, \quad \text{para } \alpha \neq \beta. \quad (3.33)$$

Con las ecuaciones anteriores es posible mostrar que en el caso de 3 generaciones (el modelo estándar) todos los  $\text{Im} Q_{\alpha i \beta j}$  son iguales, tienen un signo entre sí o son cero. Por eso se define el invariante (ante redefiniciones de fase en los campos de los quarks) de Jarlskog:

$$\text{Im} Q_{1223} \equiv J. \quad (3.34)$$

Usando la información anterior es posible reescribir (3.28) para  $n_g = 3$ :

$$\begin{aligned} \text{Tr}([H_u, H_d]^3) &= 6i(m_t^2 - m_c^2)(m_b^2 - m_u^2)(m_s^2 - m_d^2) \\ &\quad (m_b^2 - m_s^2)(m_b^2 - m_d^2)(m_s^2 - m_d^2) J. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Entonces en el modelo estándar es necesario que la fase irremovible de la matriz CKM no sea cero, que las masas de todos los quarks  $u$  sean distintas entre sí y que las masas de todos los quarks  $d$  también sean distintas entre sí para que la densidad lagrangiana del modelo estándar no sea invariante de  $\mathcal{CP}$ .

### 3.2.3. La matriz de CKM con 3 generaciones

En el modelo estándar hay 3 generaciones y:

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

es una matriz unitaria con entradas complejas. Entonces la unitariedad nos da las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} V_{ud}^* V_{ud} + V_{us}^* V_{cd} + V_{ub}^* V_{td} &= 1 \\ V_{cd}^* V_{us} + V_{cs}^* V_{cs} + V_{cb}^* V_{ts} &= 1 \\ V_{td}^* V_{ub} + V_{ts}^* V_{cb} + V_{tb}^* V_{tb} &= 1 \end{aligned} \quad (3.37)$$

y

$$\begin{aligned} V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* &= 0 \\ V_{ud} V_{us}^* + V_{cd} V_{cs}^* + V_{td} V_{ts}^* &= 0 \\ V_{us} V_{ub}^* + V_{cs} V_{cb}^* + V_{ts} V_{tb}^* &= 0. \end{aligned} \quad (3.38)$$

El resto de las ecuaciones derivadas de la unitariedad de  $V$  se pueden obtener conjugando las ec. (3.37) y (3.38).

Al considerar la primera ecuación de (3.38) podemos dibujar en el plano complejo un triángulo con lados  $V_{ud} V_{ub}^*$ ,  $V_{cd} V_{cb}^*$  y  $V_{td} V_{tb}^*$ .

Los cambios de fase de la matriz  $V$  a través de redefiniciones de los campos de los quarks cambian toda una columna, estas redefiniciones rotan a todo el triángulo, pero no cambian su forma.

Los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  se pueden escribir en términos de elementos de matriz de  $V$ :

$$\begin{aligned} \alpha &= \arg\left(-\frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*}\right) = \arg(-V_{ub} V_{td} V_{ud}^* V_{tb}^*) = \arg(-Q_{ubtd}) \\ \beta &= \arg\left(-\frac{V_{cd} V_{cb}^*}{V_{td} V_{tb}^*}\right) = \arg(-V_{tb} V_{cd} V_{td}^* V_{cb}^*) = \arg(-Q_{tbcd}) \\ \gamma &= \arg\left(-\frac{V_{ud} V_{ub}^*}{V_{cd} V_{cb}^*}\right) = \arg(-V_{cb} V_{ud} V_{cd}^* V_{ub}^*) = \arg(-Q_{cbud}) \end{aligned} \quad (3.39)$$

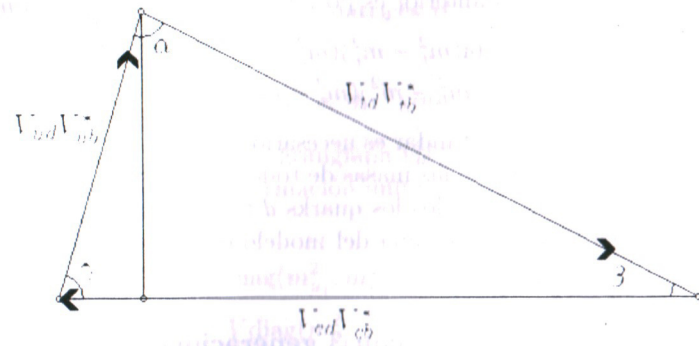


Figura 3.1: Triángulo en el plano complejo.

Y claramente  $\pi = \alpha + \beta + \gamma$ .

El área del triángulo es la mitad de la altura ( $|V_{ud}V_{ub}^* \sin \gamma|$ ) por la base ( $|V_{cd}V_{cb}^*|$ ). Entonces:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= |V_{cd}V_{cb}^*V_{ud}V_{ub}^* \sin \gamma|/2 = |V_{cb}V_{ud}V_{cd}^*V_{ub}^* \sin[\arg(-Q_{cbud})]|/2 \\ &= |\text{Im}Q_{cbud}|/2 = |J|/2. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Y tenemos una interpretación geométrica del invariante de Jarlskog.

### 3.3. Asimetrías de $\mathcal{CP}$

Para poder observar violación de  $\mathcal{CP}$  no es suficiente tener un hamiltoniano que induce una transición que no sea invariante de  $\mathcal{CP}$ . Supongamos que tenemos una transición de un estado inicial  $|i\rangle$  a un estado final  $|f\rangle$ , y que:

$$\begin{aligned} \mathcal{CP}H_\theta\mathcal{CP}^{-1} &= e^{i\theta}H_\theta \\ \mathcal{CP}|i\rangle &= |\bar{i}\rangle \\ \mathcal{CP}|f\rangle &= |\bar{f}\rangle. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Entonces la amplitud del proceso:  $A_\theta = \langle f|H_\theta|i\rangle$  y su conjugado de  $\mathcal{CP}$ :  $\bar{A}_\theta = e^{i\theta}\langle \bar{f}|H_\theta|\bar{i}\rangle$  dan las mismas razones de decaimiento  $\Gamma_\theta = |A_\theta|^2 = |\bar{A}_\theta|^2 = \bar{\Gamma}_\theta$ . Y las asimetrías directas de  $\mathcal{CP}$ :

$$\mathfrak{A}_{|f\rangle\rightarrow|i\rangle} = \frac{\Gamma - \bar{\Gamma}}{\Gamma + \bar{\Gamma}} \quad (3.42)$$

se anulan. Entonces aunque el hamiltoniano no sea invariante de  $\mathcal{CP}$  es imposible observar violación de  $\mathcal{CP}$  en este caso.

Si en cambio tenemos una transición:

$$A = A_1 e^{i\delta_1} + A_2 e^{i\delta_2} \quad (3.43)$$

y su conjugado de  $\mathcal{CP}$  tiene fases  $\delta_1, \delta_2$  que conservan  $\mathcal{CP}$ , pero hay fases que violan  $\mathcal{CP}$  en las amplitudes:

$$\bar{A} = A_1^* e^{i\delta_1} + A_2^* e^{i\delta_2}. \quad (3.44)$$

Entonces:

$$\frac{\Gamma - \bar{\Gamma}}{\Gamma + \bar{\Gamma}} = \frac{-2\text{Im}(A_1 A_2^*) \sin(\delta_1 - \delta_2)}{|A_1|^2 + |A_2|^2 + 2\text{Re}(A_1 A_2^*) \cos(\delta_1 - \delta_2)}. \quad (3.45)$$

Entonces para observar violación de  $\mathcal{CP}$  es necesario y suficiente con tener[6]:

1. Una fase relativa que viola  $\mathcal{CP}$  entre  $A_1$  y  $A_2$  para que  $\text{Im}(A_1 A_2^*) \neq 0$ .
2. Una fase relativa (diferencia de  $\delta_1$  y  $\delta_2$ ) que conserva  $\mathcal{CP}$ , para que  $\sin(\delta_1 - \delta_2) \neq 0$ .

## Capítulo 4

# Hamiltonianos efectivos

### 4.1. Introducción

En este trabajo se tratan los decaimientos mesónicos:  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  y  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$ . Las amplitudes de estos procesos son descritas por un operador, el hamiltoniano efectivo, y por los vectores de estado iniciales y finales. Se trabajará en una aproximación en la cual el hamiltoniano efectivo tiene la forma siguiente:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \lambda_{us} (C_1(\mu) \hat{O}_1 + C_2(\mu) \hat{O}_2) + \lambda_{ts} \left( \sum_{i=3}^{10} C_i(\mu) \hat{O}_i \right) \right] + \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \lambda_{us} (C_1(\mu) \hat{O}_1 + C_2(\mu) \hat{O}_2) + \lambda_{ts} \left( \sum_{i=3}^{10} C_i(\mu) \hat{O}_i \right) \right]^\dagger \quad (4.1)$$

$G_F$  es una constante y  $V_{ab}V_{cs}^* \equiv \lambda_{as}$  con  $a = u, s, t$ . Los  $O_i \forall i = 1, \dots, 10$  son operadores cuya forma se revisará mas adelante. Los  $C_i(\mu) \forall i = 1, \dots, 10$  son números complejos, llamados coeficientes de Wilson, que dependen de una energía  $\mu$ .

Este capítulo trata sobre como calcular la amplitud de algunos procesos  $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$  inducidos por el hamiltoniano del modelo estándar mediante una expansión perturbativa sobre las constantes de acoplamiento  $g, g'$  y  $g_s$ . Cada término de la expansión perturbativa se puede representar con un diagrama de Feynman. Un diagrama de Feynman es una representación de la amplitud de una de las formas en que puede suceder un proceso.

El módulo cuadrado de la suma de todas las amplitudes de un proceso nos permite calcular cantidades relevantes: en el caso de un decaimiento es la razón de decaimiento, es decir número promedio de decaimientos por unidad de tiempo; en el caso de dispersión nos permite calcular la sección transversal del proceso.

En un diagrama de Feynman se colocan líneas (en un plano) que representan la propagación de una partícula. Estas líneas pueden cortarse, esto

quiere decir que la partícula es parte de  $|i\rangle$  o de  $|f\rangle$  y que la partícula se propaga libremente. Estas partículas se encuentran en su capa de masas, esto quiere decir que cumplen la relación:  $m^2 = E^2 - \|\vec{p}\|^2$  y representan a partículas que pueden ser observadas.

Las líneas también pueden terminar en vértices que se unen con otras líneas. Esto quiere decir que la partícula decae o se combina con otras para formar nuevas partículas que se propagan.

También puede haber partículas cuya propagación empieza y termina en un vértice. A estas partículas se les llama virtuales y pueden no cumplir la relación  $m^2 = E^2 - \|\vec{p}\|^2$ . Las partículas virtuales representan a partículas que no pueden ser observadas en ese proceso pues se crean y se aniquilan para que el proceso suceda.

Los vértices que pueden aparecer en un diagrama de Feynman son dados por la densidad lagrangiana del modelo que se esté utilizando.

Las líneas de propagación de partículas en un diagrama de Feynman no representan trayectorias de partículas en el espacio de configuraciones. El único eje que aparece en un diagrama de Feynman es el tiempo. En este trabajo se utilizará la convención en la que el tiempo corre de izquierda a derecha en el diagrama.

Al calcular la amplitud de un diagrama de Feynman en el modelo estándar cada vértice introduce un término que multiplica a alguna de las constantes de acoplamiento  $g$ ,  $g'$  o  $g_s$ . Cuando los valores de  $g$ ,  $g'$ ,  $g_s \ll 1$  un diagrama tiene contribuciones cada vez menores entre más vértices aparecen. Esto es parte del argumento para usar desarrollos en series de una amplitud. En el modelo estándar, o cualquier teoría cuántica de campo, es imposible dibujar todos los diagramas o calcular todas las amplitudes de un proceso. Sin embargo lo que se hace normalmente cuando  $g$ ,  $g'$ ,  $g_s \ll 1$  es aproximar la amplitud de un proceso con la suma de las amplitudes de diagramas que tienen un número de vértices menor que cierto orden. La cantidad de diagramas posibles crece, horriblemente, como función del número de vértices y no hay una demostración formal de que la suma de las amplitudes de todos los diagramas converge. Sin embargo los desarrollos en serie para estas amplitudes han resultado muy útiles y han permitido predicciones precisas en el caso de QED y el modelo estándar.

Desarrollar la función de Green perturbativamente para obtener los elementos de la matriz  $S$  es lo que permite construir diagramas de Feynman y dar reglas, llamadas reglas de Feynman, que asignan un operador en el espacio de estados a cada diagrama. Este operador es construido con los campos de las partículas iniciales y finales y los propagadores de las partículas virtuales. Entonces para obtener la amplitud de un proceso se obtiene un operador  $\hat{O}$ , que es la suma de todos los diagramas de Feynman, y se calcula  $\langle f|\hat{O}|i\rangle = \text{amplitud}$ . El operador  $\hat{O}$  es el hamiltoniano efectivo de la transición.

## 4.2. $B \rightarrow K\pi$

En este trabajo nos interesan los decaimientos del mesón  $B^-$  en los mesones  $K^-$  y  $\pi^0$  y del mesón  $\bar{B}^0$  en los mesones  $K^-$  y  $\pi^+$ . En particular nos interesan las asimetrías directas de  $\mathcal{CP}$  de los dos procesos. El interés en estos procesos consiste tratar de reproducir los resultados de la medición de estas dos asimetrías por la colaboración Belle [7].

Los valores de las asimetrías de los procesos antes mencionados son: decaimientos  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  y  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$  se obtiene:

$$\mathcal{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{\text{Belle}} = -0.094 \pm 0.018 \pm 0.008 \quad (4.2)$$

y

$$\mathcal{A}_{\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{\text{Belle}} = 0.07 \pm 0.03 \pm 0.01. \quad (4.3)$$

En [7] la energía que contienen los mesones que participan en los procesos son tales que  $g_s$  tiene valores muy grandes para poder hacer expansiones perturbativas de las interacciones entre los quarks constituyentes de cada mesón.

Una aproximación al problema consiste en tratar a los quarks constituyentes de los mesones como estados libres y considerar los procesos que nos llevan de los quarks constituyentes iniciales a los quarks constituyentes finales. En esta aproximación se desprecian los efectos de formación de hadrones salvo por la restricción de que los "hadrones" formados de quarks libres deben tener color neutro, tal como sucede con los hadrones reales.

En esta aproximación los procesos  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$  y  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  son muy parecidos, pues en los diagramas de uno de los decaimientos solo se debe reemplazar un quark  $u$  por un quark  $d$ . En las partes siguientes usaremos la condición anterior, en la que se desprecian los efectos de hadronización.

- Un mesón  $B^-$  está compuesto por un quark  $b$  y un quark  $\bar{u}$ , y tiene carga eléctrica  $-1$ .
- Un mesón  $\bar{B}^0$  está compuesto de los quarks  $b$  y  $\bar{d}$  y tiene carga eléctrica cero.
- Un mesón  $K^-$  está formado por los quarks  $s$  y  $\bar{u}$  y tiene carga eléctrica  $-1$ .
- Un mesón  $\pi^0$  está formado por los quarks  $u$  y  $\bar{u}$ , su carga eléctrica es cero.
- Un mesón  $\pi^+$  está constituido de los quarks  $u$  y  $\bar{d}$  y su carga eléctrica es  $+1$ .

Entonces en términos de quarks libres el decaimiento  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$  es:  $b\bar{u} \rightarrow s\bar{u}u\bar{u}$  y  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  es:  $b\bar{d} \rightarrow s\bar{u}u\bar{d}$ . Entonces en términos de quarks la única diferencia entre los dos decaimientos es que un quark  $\bar{u}$  en  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$  es reemplazado por  $\bar{d}$  en  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$ .

### 4.3. Diagramas en términos de quarks libres

Muchos de los diagramas de órdenes más bajos que hacen las transiciones  $b\bar{u} \rightarrow s\bar{u}u\bar{u}$  y  $b\bar{d} \rightarrow s\bar{u}u\bar{d}$  contienen un quark expectador  $\bar{u}$  o  $\bar{d}$ . Es decir que algunos de los diagramas son en realidad un diagrama  $b \rightarrow s\bar{u}u$  junto con un quark expectador  $\bar{u}$  para  $b\bar{u} \rightarrow s\bar{u}u\bar{u}$  o un quark expectador  $\bar{d}$  para  $b\bar{d} \rightarrow s\bar{u}u\bar{d}$ .

Algunos de los diagramas que hacen la transición  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}u\bar{u}$  se encuentran en la figura 4.1.

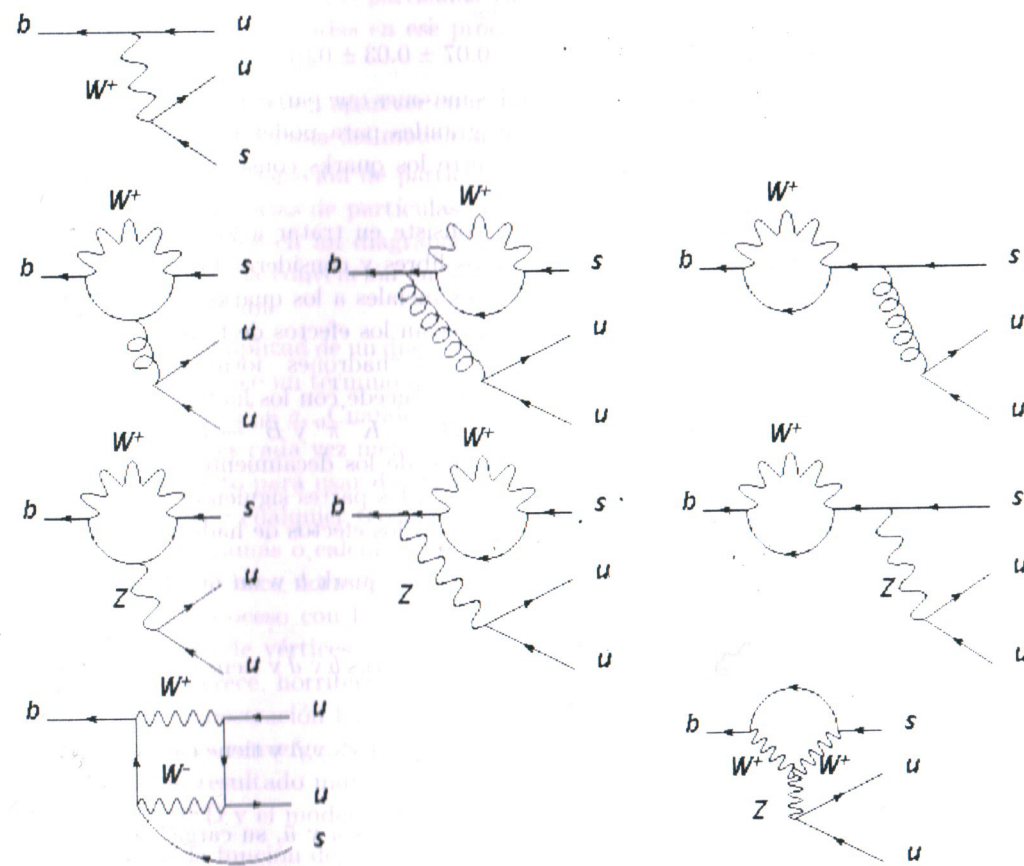


Figura 4.1: Diagramas que hacen la transición  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}u\bar{u}$ .

Existen muchos otros diagramas que hacen la transición:  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}u\bar{u}$  además de los de la figura 4.1. Sin embargo esos diagramas contienen más vértices y por lo tanto son proporcionales a potencias más altas de  $g$ . Entonces la contribución de cada uno es mucho menor que la de los diagramas con menos

vértices. Se espera que al calcular el hamiltoniano efectivo del decaimiento sea suficiente con calcular solo diagramas de orden más bajo y con eso obtener una buena aproximación del hamiltoniano efectivo para el decaimiento.

En la primera fila de 4.1 aparece solo un diagrama, a este tipo de diagramas se les llama de árbol. De los diagramas que hacen la transición  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}u\bar{u}$  este es el que menos vértices tiene, y se espera que su contribución sea importante.

Todos los diagramas de 4.1 menos el de árbol tienen una característica en común. Varios de los cuadrimentos de las partículas virtuales en ellos están indeterminados, pero en este caso basta con integrar sobre uno de los cuadrimentos (en el espacio de cuadrimentos  $\mathbb{R}^4$ ) en el lazo pues ese determina el resto de los cuadrimentos mediante la conservación de la energía y el momento. En general cuando se tiene un diagrama con cuadrimentos indeterminados no es necesario integrar sobre todos los cuadrimentos indeterminados, solo sobre los que determinen a los demás al exigir conservación del cuadrimento.

Se utilizará una aproximación para simplificar los cálculos que permiten evaluar los diagramas, considerar todos los momentos de los quarks reales cero.

### 4.4. Diagramas de árbol

A continuación se escribe el operador que corresponde al diagrama de árbol de la figura 4.1. Cuando se hace el cálculo en una norma arbitraria es importante además de calcular el diagrama con un bosón  $W^+$  calcular el mismo diagrama con el escalar cargado de Higgs  $\varphi^+$  reemplazando al bosón  $W^+$ .

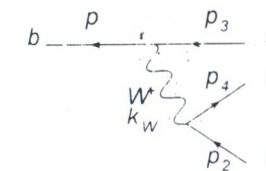


Figura 4.2: Diagrama de árbol con un bosón  $W^+$ .

El operador correspondiente al diagrama de la figura 4.2 es:

$$M_{a1} = i[\bar{b}(p)V_{ub}^* \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L u(p_3)][\bar{u}(p_4)V_{us} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L s(p_2)] * (-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right)$$



$$= -\frac{\lambda_{us}^* g^2}{2} [\bar{b}(p) \gamma^\mu P_L u(p_3)] [\bar{u}(p_4) \gamma^\nu P_L s(p_2)] * \\ * \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \quad (4.4)$$

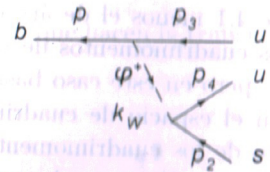


Figura 4.3: Diagrama de árbol con un escalar  $\varphi^+$ .

El operador correspondiente al diagrama de la figura 4.3 es:

$$\mathbb{M}_{b1,1} = i [\bar{b}(p) V_{ub}^* \frac{ig}{\sqrt{2}} ( \frac{m_u}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L ) u(p_3)] [\bar{u}(p_4) V_{us} \frac{ig}{\sqrt{2}} * \\ * ( \frac{m_u}{m_W} P_L - \frac{m_b}{m_W} P_R ) s(p_2)] (i) \left( \frac{i}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} \right) \\ = \frac{\lambda_{us}^* g^2}{2 m_W^2 (k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2)} [\bar{b}(p) (m_u P_R - m_b P_L) u(p_3)] * \\ * [\bar{u}(p_4) (m_u P_L - m_b P_R) s(p_2)] \quad (4.5)$$

## 4.5. Diagramas con lazos y gluones

### Pingüinos fuertes

El primer diagrama de la fila 2 de 4.1:

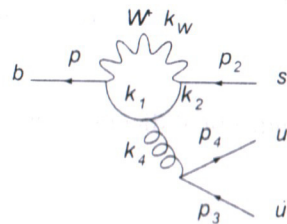


Figura 4.4: Diagrama tipo pingüino con un gluón.

El operador correspondiente a 4.4 es:

$$\mathbb{M}_{b1,1} = i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ [\bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L i \not{k}_1 + m_\alpha (c_1^\dagger \lambda^c c_2) \gamma^\sigma * \right. \\ * \left. \left( \frac{ig_s}{2} \right) i \not{k}_2 + m_\alpha \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L s(p_2) \right] [\bar{u}(p_4) \gamma^\rho \left( \frac{ig_s}{2} \right) (c_4^\dagger \lambda^d c_3) u(p_3)] (-i) * \\ * \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\ \left. \left( \frac{-ig_{\rho\sigma} \delta^{cd}}{k_4 \cdot k_4} \right) \right] \quad (4.6)$$

$$= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i \lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} (c_1^\dagger \lambda^c c_2 \frac{1}{k_4 \cdot k_4} c_4^\dagger \lambda^d c_3) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\ \left. \left[ [\bar{b}(p) \gamma_\mu P_L \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \gamma^\sigma \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} \gamma^\nu P_L s(p_2)] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right. \right. \\ \left. \left. + [\bar{b}(p) \not{k}_W P_L \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \gamma^\sigma \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} \not{k}_W P_L s(p_2)] * \right. \right. \\ \left. \left. * \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right] \right) \quad (4.7)$$

Podemos usar la reparametrización de Feynman para reescribir los denominadores de los propagadores tomando en cuenta que:  $k_2 = p_2 - k_W$  y que:  $k_1 = p - k_W$ . La identidad de la reparametrización de Feynman se escribe más adelante: en la sección 4.9.1, en la página 77.

Entonces:

$$\mathbb{M}_{b1,1} = \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i \lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} (c_1^\dagger \lambda^c c_2 \frac{1}{k_4 \cdot k_4} c_4^\dagger \lambda^d c_3) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] 2 \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\ \left. \left[ \frac{[\bar{b}(p) \gamma_\mu P_L (\not{k}_1 + m_\alpha) \gamma^\sigma (\not{k}_2 + m_\alpha) \gamma^\nu P_L s(p_2)]}{[x_1((p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2) + x_2((p_2+k_W) \cdot (p_2+k_W) - m_\alpha^2) + (1-x_1-x_2)(k_W \cdot k_W - m_W^2)]^3} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{m_W^2} * \right. \right. \\ \left. \left. * \left[ \frac{[\bar{b}(p) \not{k}_W P_L (\not{k}_1 + m_\alpha) \gamma^\sigma (\not{k}_2 + m_\alpha) \not{k}_W P_L s(p_2)]}{[x_1((p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2) + x_2((p_2+k_W) \cdot (p_2+k_W) - m_\alpha^2) + (1-x_1-x_2)(k_W \cdot k_W - m_W^2)]^3} \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{[\bar{b}(p) \not{k}_W P_L (\not{k}_1 + m_\alpha) \gamma^\sigma (\not{k}_2 + m_\alpha) \not{k}_W P_L s(p_2)]}{[x_1((p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2) + x_2((p_2+k_W) \cdot (p_2+k_W) - m_\alpha^2) + (1-x_1-x_2)(k_W \cdot k_W - m_W^2)]^3} \right] \right] \right) \quad (4.8)$$

Definimos:

$$\begin{aligned}
 \eta &\equiv -x_1 p - x_2 p_2; \\
 -M^2 &\equiv -\eta \cdot \eta + x_1 p \cdot p + x_2 p_2 \cdot p_2 \\
 &\quad - m_\alpha^2(x_1 + x_2) - (1 - x_1 - x_2)m_W^2; \\
 -M'^2 &\equiv -\eta \cdot \eta + x_1 p \cdot p + x_2 p_2 \cdot p_2 \\
 &\quad - m_\alpha^2(x_1 + x_2) - (1 - x_1 - x_2)m_W^2 \xi_W. \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

Y entonces:

$$\begin{aligned}
 (k_W - \eta) \cdot (k_W - \eta) - M^2 &= x_1(p+k_W) \cdot (p+k_W) \\
 - m_\alpha^2 + x_2((p_2+k_W) \cdot (p_2+k_W) - m_\alpha^2) &+ (1-x_1-x_2)(k_W \cdot k_W - m_W^2);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (k_W - \eta) \cdot (k_W - \eta) - M'^2 &= x_1(p+k_W) \cdot (p+k_W) \\
 - m_\alpha^2 + x_2((p_2+k_W) \cdot (p_2+k_W) - m_\alpha^2) &+ (1-x_1-x_2)(k_W \cdot k_W - m_W^2 \xi_W).
 \end{aligned}$$

Lo cual permite reescribir:

$$\begin{aligned}
 M_{b1.1} &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} (c_1^\dagger \lambda^c c_2 \frac{1}{k_4 \cdot k_4} c_4^\dagger \lambda^c c_3) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] 2 \int_0^1 dx_1 \right. \\
 &\quad \int_0^{1-x_1} dx_2 \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\bar{b}(p) \gamma_\mu P_L (\not{k}_1 + m_\alpha) \gamma^\sigma (\not{k}_2 + m_\alpha) \gamma^\mu P_L s(p_2)]}{[(k_W - \eta) \cdot (k_W - \eta) - M^2]^3} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{[\bar{b}(p) \not{k}_W P_L (\not{k}_1 + m_\alpha) \gamma^\sigma (\not{k}_2 + m_\alpha) \not{k}_W P_L s(p_2)]}{[(k_W - \eta) \cdot (k_W - \eta) - M'^2]^3} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{[\bar{b}(p) \not{k}_W P_L (\not{k}_1 + m_\alpha) \gamma^\sigma (\not{k}_2 + m_\alpha) \not{k}_W P_L s(p_2)]}{[(k_W - \eta) \cdot (k_W - \eta) - M^2]^3} \right] \right) \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

#### 4.5. Diagrama

Un cambio de variable en la integral sobre el cuadrimento ( $k_W - \eta = k$ ) deja:

$$\begin{aligned}
 M_{b1.1} &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} (c_1^\dagger \lambda^c c_2 \frac{1}{k_4 \cdot k_4} c_4^\dagger \lambda^c c_3) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] 2 \int_0^1 dx_1 \right. \\
 &\quad \int_0^{1-x_1} dx_2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\bar{b}(p) \gamma_\mu P_L (\not{p} + \not{q} + \not{k} + m_\alpha) \gamma^\sigma (\not{p}_2 + \not{q} + \not{k} + m_\alpha) \gamma^\mu P_L s(p_2)]}{[k \cdot k - M^2]^3} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{[\bar{b}(p) (\not{k} + \not{\eta}) P_L (\not{p} + \not{q} + \not{k} + m_\alpha) \gamma^\sigma (\not{p}_2 + \not{q} + \not{k} + m_\alpha) (\not{k} + \not{\eta}) P_L s(p_2)]}{[k \cdot k - M'^2]^3} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{[\bar{b}(p) (\not{k} + \not{\eta}) P_L (\not{p} + \not{q} + \not{k} + m_\alpha) \gamma^\sigma (\not{p} + \not{q} + \not{k} + m_\alpha) (\not{k} + \not{\eta}) P_L s(p_2)]}{[k \cdot k - M^2]^3} \right] \right) \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

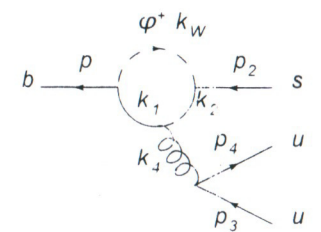


Figura 4.5: Diagrama tipo pingüino con un gluón y un escalón  $\varphi^+$ .

También el diagrama 4.5 contribuye. Su operador correspondiente es:

$$\begin{aligned}
 M_{b1.2} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} \left( V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) i \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left( c_1^\dagger \lambda^c c_2 \right) \gamma^\sigma \left( \frac{ig_s}{2} \right) i \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2) \right. \\
 &\quad \left. [\bar{u}(p_4) \gamma^\rho \left( \frac{ig_s}{2} \right) (c_4^\dagger \lambda^d c_3) u(p_3)] \left( \frac{i}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right) \left( \frac{-ig_{\rho\sigma} \delta^{cd}}{k_4 \cdot k_4} \right) \right] \right) \\
 &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( - \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8m_W^2} (c_1^\dagger \lambda^c c_2 \frac{1}{k_4 \cdot k_4} c_4^\dagger \lambda^c c_3) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \right. \\
 &\quad \left. \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) (m_\alpha P_R - m_b P_L) \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \gamma^\sigma * \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. * \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} (m_\alpha P_L - m_s P_R) s(p_2) \right] \left( \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right) \right) \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

Usando reparametrización de Feynman, las variables definidas en (4.9) y un cambio de variable en la integral del cuadrimento ( $k_W - \eta = k$ ) obtenemos:

$$\begin{aligned}
 M_{b1.2} &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( - \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8m_W^2} (c_1^\dagger \lambda^c c_2 \frac{1}{k_4 \cdot k_4} c_4^\dagger \lambda^c c_3) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \right. \\
 &\quad \left. 2 \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) (m_\alpha P_R - m_b P_L) (\not{p}_1 + \not{q} + \not{k} + m_\alpha) \gamma^\sigma * \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. * (\not{p}_2 + \not{q} + \not{k} + m_\alpha) (m_\alpha P_L - m_s P_R) s(p_2) \right] \left( \frac{1}{[k \cdot k - M^2]^3} \right) \right) \quad (4.13)
 \end{aligned}$$

#### Más diagramas con lazos y gluones

Hay otros dos diagramas con lazos y gluones en la figura 4.1. Son el segundo y tercer diagramas de la segunda fila.

Definimos

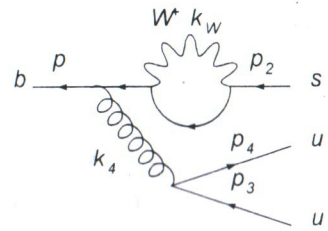


Figura 4.6: Diagrama con un lazo y un gluón.

El de la fig. 4.6 nos da la contribución:

$$\begin{aligned}
 M_{b2,1} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ [\bar{b}(p) \frac{ig_s}{2} \gamma^\sigma (c_1^\dagger \lambda^c c_2)] i \frac{\not{p}_2 + m_b}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L * \right. \\
 &* i \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L s(p_2) [\bar{u}(p_4) \gamma_\nu (\frac{ig_s}{2}) (c_1^\dagger \lambda^d c_3) u(p_3)] (-i) * \\
 &* \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
 &\left. \left( \frac{-ig_{\rho\sigma} \delta^{cd}}{k_4 \cdot k_4} \right) \right] \\
 &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} \left( \frac{c_1^\dagger \lambda^c c_2}{k_4 \cdot k_4} \right) (c_1^\dagger \lambda^c c_3) \right) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \frac{1}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \\
 &\left[ [\bar{b}(p) \gamma^\sigma (\not{p}_2 + m_b) \gamma^\mu P_L \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \gamma_\mu P_L s(p_2)] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right. \\
 &+ [\bar{b}(p) \gamma^\sigma (\not{p}_2 + m_b) \not{k}_W P_L \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \not{k}_W P_L s(p_2)] * \\
 &\left. * \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right] \\
 M_{b2,1} &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} \left( \frac{c_1^\dagger \lambda^c c_2}{k_4 \cdot k_4} \right) (c_1^\dagger \lambda^c c_3) \right) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \frac{1}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \\
 &\int_0^1 dx \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\bar{b}(p) \gamma_\sigma (\not{p}_2 + m_b) \gamma^\mu P_L (\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha) \gamma_\mu P_L s(p_2)]}{[(k_W - \phi) \cdot (k_W - \phi) - A^2]^2} \right. \\
 &+ [\bar{b}(p) \gamma^\sigma (\not{p}_2 + m_b) \not{k}_W P_L (\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha) \not{k}_W P_L s(p_2)] * \\
 &\left. * \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{[(k_W - \phi) \cdot (k_W - \phi) - A^2]^2} - \frac{1}{[(k_W - \phi) \cdot (k_W - \phi) - A^2]^2} \right] \right] \\
 &\quad (1.14)
 \end{aligned}$$

Donde se definió:

$$\begin{aligned}
 \phi &\equiv -(1-x)p_2; \\
 -A^2 &\equiv (-m_W^2 + m_\alpha^2 - p_2 \cdot p_2)x + p_2 \cdot p_2 - \phi \cdot \phi - m_\alpha^2; \\
 -A'^2 &\equiv (-m_W^2 \xi_W + m_\alpha^2 - p_2 \cdot p_2)x + p_2 \cdot p_2 - \phi \cdot \phi - m_\alpha^2. \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

Un cambio de variable en la integral:

$$\begin{aligned}
 M_{b2,1} &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} \left( \frac{c_1^\dagger \lambda^c c_2}{k_4 \cdot k_4} \right) (c_1^\dagger \lambda^c c_3) \right) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \frac{1}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \\
 &\int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\bar{b}(p) \gamma^\sigma (\not{p}_2 + m_b) \gamma^\mu P_L (\not{p}_2 + \not{k} + \phi + m_\alpha) \gamma_\mu P_L s(p_2)]}{[k \cdot k - A^2]^2} \right. \\
 &+ [\bar{b}(p) \gamma^\sigma (\not{p}_2 + m_b) (\not{k} + \phi) P_L (\not{p}_2 + \not{k} + \phi + m_\alpha) (\not{k} + \phi) P_L s(p_2)] * \\
 &\left. * \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{[k \cdot k - A^2]^2} - \frac{1}{[k \cdot k - A^2]^2} \right] \right] \\
 &\quad (4.16)
 \end{aligned}$$

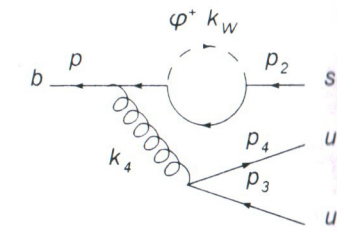


Figura 4.7: Diagrama con un escalar  $\varphi^+$  y un gluón.

El operador que corresponde a la figura 4.7 es:

$$\begin{aligned}
 M_{b2,2} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ [\bar{b}(p) \frac{ig_s}{2} \gamma^\sigma (c_1^\dagger \lambda^c c_2)] i \frac{\not{p}_2 + m_b}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \right. \\
 &* \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) i \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2) \\
 &\left. [\bar{u}(p_4) \gamma^\nu (\frac{ig_s}{2}) (c_1^\dagger \lambda^d c_3) u(p_3)] (i) \left( \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2 \xi_W} \right) \left( \frac{-ig_{\rho\sigma} \delta^{cd}}{k_4 \cdot k_4} \right) \right] \\
 &\quad (1.14)
 \end{aligned}$$

$$= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{-i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8m_W^2} \left( \frac{(c_1^\dagger \lambda^c c_2)(c_4^\dagger \lambda^c c_3)}{k_4 \cdot k_4} \right) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \frac{1}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx \left[ \bar{b}(p) \gamma^\sigma (\not{p}_2 + m_b) (m_\alpha P_R - m_b P_L) (\not{p}_2 + \not{k} + \not{p} + m_\alpha) (m_\alpha P_L - m_b P_R) s(p_2) \right] \frac{1}{[k \cdot k - A'^2]^2} \right)$$

Donde se usó la reparametrización de Feynman, las definiciones de la ec. (4.15) y un cambio de variable ( $k = k_W - \phi$ ) en la integral.

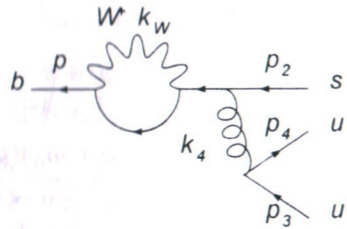


Figura 4.8: Diagrama de lazo con un gluón y un  $W^+$ .

Hay otro diagrama muy parecido, el de la figura 4.8, cuyo operador correspondiente:

$$\begin{aligned} \mathbb{M}_{b3,1} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L i \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} * \right. \\ & * \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L i \frac{\not{p} + m_b}{p \cdot p - m_b^2} \frac{ig_s}{2} \gamma^\sigma (c_1^\dagger \lambda^c c_2) s(p_2) [\bar{u}(p_4) \gamma^\rho (\frac{ig_s}{2})(c_4^\dagger \lambda^d c_3) u(p_3)] (-i) * \\ & * \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\ & \left. \left( \frac{-ig_{\rho\sigma} \delta^{cd}}{k_4 \cdot k_4} \right) \right] \\ &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} \left( \frac{(c_1^\dagger \lambda^c c_2)(c_4^\dagger \lambda^c c_3)}{k_4 \cdot k_4} \right) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \frac{1}{p \cdot p - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\ & \left[ \bar{b}(p) \gamma^\mu P_L \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} \gamma_\mu P_L (\not{p} + m_b) \gamma_\sigma s(p_2) \right] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \\ & + [\bar{b}(p) \not{k}_W P_L \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} \not{k}_W P_L (\not{p} + m_b) \gamma^\sigma s(p_2)] * \\ & * \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \left. \right) \end{aligned}$$

$$= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} \left( \frac{(c_1^\dagger \lambda^c c_2)(c_4^\dagger \lambda^c c_3)}{k_4 \cdot k_4} \right) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \frac{1}{p \cdot p - m_b^2} \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\bar{b}(p) \gamma^\mu P_L (\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha) \gamma_\mu P_L (\not{p} + m_b) \gamma_\sigma s(p_2)]}{[(k_W - \theta) \cdot (k_W - \theta) - B^2]^2} + [\bar{b}(p) \not{k}_W P_L (\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha) \not{k}_W P_L (\not{p} + m_b) \gamma^\sigma s(p_2)] * \right. \\ \left. * \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{[(k_W - \theta) \cdot (k_W - \theta) - B'^2]^2} - \frac{1}{[(k_W - \theta) \cdot (k_W - \theta) - B^2]^2} \right] \right] \right) \quad (4.17)$$

Donde se definió:

$$\begin{aligned} \theta &\equiv -(1-x)p; \\ -B^2 &\equiv (-m_W^2 + m_\alpha^2 - p \cdot p)x + p \cdot p - \theta \cdot \theta - m_\alpha^2; \\ -B'^2 &\equiv (-m_W^2 \xi_W + m_\alpha^2 - p \cdot p)x + p \cdot p - \theta \cdot \theta - m_\alpha^2. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Finalmente queda:

$$\begin{aligned} \mathbb{M}_{b3,1} &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_s^2}{8} \left( \frac{(c_1^\dagger \lambda^c c_2)(c_4^\dagger \lambda^c c_3)}{k_4 \cdot k_4} \right) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \frac{1}{p \cdot p - m_b^2} \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\bar{b}(p) \gamma^\mu P_L (\not{p} + \not{k} + \not{p} + m_\alpha) \gamma_\mu P_L (\not{p} + m_b) \gamma_\sigma s(p_2)]}{[k \cdot k - B^2]^2} + [\bar{b}(p) (\not{k}_W - \theta) P_L (\not{p} + \not{k} + \not{p} + m_\alpha) (\not{k} - \theta) P_L (\not{p} + m_b) \gamma^\sigma s(p_2)] * \right. \\ & \left. * \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{[k \cdot k - B'^2]^2} - \frac{1}{[k \cdot k - \theta] - B^2]^2} \right] \right] \right) \quad (4.19) \end{aligned}$$

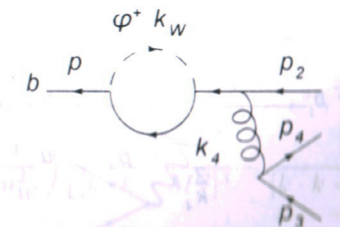


Figura 4.9: Diagrama con un lazo, un gluón y un escalar  $\varphi^+$ .

También el diagrama de la figura 4.9 contribuye:

$$\begin{aligned}
 M_{b3.2} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) * \right. \\
 & i \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) i \frac{\not{p} + m_b}{p \cdot p - m_b^2} \\
 & \left. \frac{igs}{2} \gamma^\sigma (c_1^\dagger \lambda^c c_2) s(p_2) \right] [\bar{u}(p_4) \gamma^\rho \left( \frac{igs}{2} \right) (c_4^\dagger \lambda^d c_3) u(p_3)] \left( \frac{i}{k_W \cdot k_W - m_W^2 - \xi_W} \right) \\
 & \left( \frac{-ig_{\rho\sigma} \delta^{cd}}{k_4 \cdot k_4} \right) \\
 & = \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{-i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_\xi^2}{8m_W^2} \left( \frac{c_1^\dagger \lambda^c c_2}{k_4 \cdot k_4} \right) (c_4^\dagger \lambda^d c_3) \right) [\bar{u}(p_4) \gamma_\sigma u(p_3)] \frac{1}{p \cdot p - m_b^2} \\
 & \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) (m_\alpha P_R - m_b P_L) (\not{p} + \not{k} + \not{p} + m_\alpha) * \right. \\
 & \left. * (m_\alpha P_L - m_s P_R) (\not{p} + m_b) \gamma_\sigma s(p_2) \right] \frac{1}{[k \cdot k - B^2]^2} \Bigg) \quad (4.20)
 \end{aligned}$$

En el último paso se usó la reparametrización de Feynman, las variables introducidas en la ec. (4.18) y un cambio de variable en las integrales sobre el cuadrimento.

#### 4.6. Diagramas electrodébiles con lazos

##### Pingüinos débiles

También hay diagramas de pingüino donde el gluón es remplazado por un bosón  $Z$ .

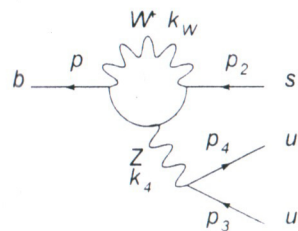


Figura 4.10: Diagrama tipo pingüino con un bosón  $Z$ .

El operador que corresponde a 4.10 es:

$$\begin{aligned}
 M_{c1.1} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L i \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \frac{ig_\xi}{2} \gamma^\sigma \right. \\
 & (c_V^u - c_A^u \gamma^5) i \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L s(p_2) [\bar{u}(p_4) \frac{igs}{2} \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3)] \\
 & (-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
 & (-i) \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \\
 & = \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_\xi^2}{8} \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \right) \\
 & [\bar{u}(p_4) \frac{igs}{2} \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3)] \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \gamma^\mu P_L i \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \gamma^\sigma (c_V^u - c_A^u \gamma^5) \right. \\
 & \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} \gamma_\mu P_L s(p_2) \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + [\bar{b}(p) \not{k}_W P_L i \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \gamma^\sigma (c_V^u - c_A^u \gamma^5) \\
 & \left. \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} \not{k}_W P_L s(p_2) \right] \left( \frac{1}{m_W^2} \right) \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \Bigg) \quad (4.21)
 \end{aligned}$$

De nuevo es posible usar la reparametrización de Feynman, las variables definidas en la ec. (4.9) y el cambio de variable ( $k_W - \eta = k$ ) en la integral sobre el cuadrimento.

$$\begin{aligned}
 M_{c1.1} &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_\xi^2}{8} \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \right) \\
 & [\bar{u}(p_4) \frac{igs}{2} \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3)] \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \\
 & \left[ \frac{[\bar{b}(p) \gamma^\mu P_L (\not{p}_1 + \not{p} + \not{p} + m_\alpha) \gamma^\sigma (c_V^u - c_A^u \gamma^5) (\not{p}_2 + \not{p} + \not{p} + m_\alpha) \gamma_\mu P_L s(p_2)]}{[k \cdot k - M^2]^3} \right. \\
 & + [\bar{b}(p) (\not{p} + \not{p}) P_L (\not{p}_1 + \not{p} + \not{p} + m_\alpha) \gamma^\sigma (c_V^u - c_A^u \gamma^5) (\not{p}_2 + \not{p} + \not{p} + m_\alpha) \\
 & \left. (\not{p} + \not{p}) P_L s(p_2) \right] \left( \frac{1}{m_W^2} \right) \left[ \frac{1}{[k \cdot k - M^2]^3} - \frac{1}{[k \cdot k - M^2]^3} \right] \Bigg) \quad (4.22)
 \end{aligned}$$

Además faltan las contribuciones de los diagramas con la misma forma de la figura 4.10 pero con los bosones  $W^+$  o  $Z$  remplazados por  $\varphi^+$  o  $\chi$  respectivamente. Uno de estos diagramas se encuentra en la figura 4.11.

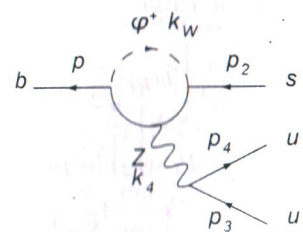


Figura 4.11: Diagrama tipo pingüino con un escalon  $\varphi$ .

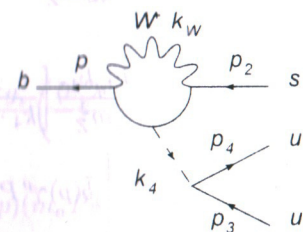


Figura 4.12: Diagrama tipo pingüino con un escalon  $\chi$ .

La contribución del diagrama de la figura 4.11 es:

$$\begin{aligned}
 M_{c1.2} = & i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) i \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \right. \\
 & \left. \frac{ig_2}{2} \gamma^\sigma (c_V^\alpha - c_A^\alpha \gamma^5) i \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} P_L \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2) \right] \\
 & \left[ \bar{u}(p_4) \frac{ig_2}{2} \gamma^\rho (c_V^\alpha - c_A^\alpha \gamma^5) u(p_3) \right] \left( \frac{i}{k_W \cdot k_W - m_W^2 - \xi_Z m_Z^2} \right) \\
 & \left. (-i) \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \right]. \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

La contribución del diagrama de la figura 4.12 es:

$$\begin{aligned}
 M_{c1.2} = & i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L i \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \frac{gm_\alpha}{2m_W} \gamma^5 \right. \\
 & \left. i \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L s(p_2) \right] \left[ \bar{u}(p_4) \frac{-gm_u}{2m_W} \gamma^5 u(p_3) \right] \\
 & \left. (-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \right] \\
 & \left( \frac{i}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} \right)
 \end{aligned}$$

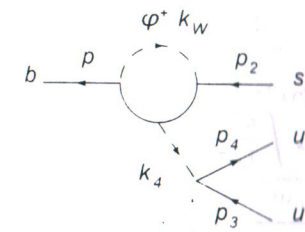


Figura 4.13: Diagrama tipo pingüino.

La contribución del diagrama de la figura 4.13 es:

$$\begin{aligned}
 M_{c1.4} = & i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) i \frac{\not{k}_1 + m_\alpha}{k_1 \cdot k_1 - m_\alpha^2} \right. \\
 & \left. \frac{-gm_\alpha}{2m_W} \gamma^5 i \frac{\not{k}_2 + m_\alpha}{k_2 \cdot k_2 - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} P_L \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2) \right] \\
 & \left[ \bar{u}(p_4) \frac{gm_u}{2m_W} \gamma^5 u(p_3) \right] \left( \frac{i}{k_W \cdot k_W - m_W^2 - \xi_Z m_Z^2} \right) \left( \frac{i}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} \right). \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

Mas diagramas con lazos y bosones Z

Análogos a los diagramas que tienen la forma de la figura 4.4 pero con el gluón sustituido por un bosón Z hay diagramas con contribuciones a el proceso  $b \rightarrow s\bar{u}u$ . Por ejemplo el diagrama de la figura 4.14, que tiene la contribución  $M_{c2.1}$ .

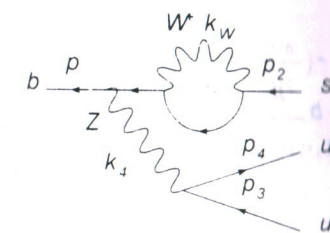


Figura 4.14: Diagrama con lazo y un bosón Z.

$$\begin{aligned}
\mathbb{M}_{c2.1} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig_Z}{2} \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) i \frac{\not{p}_2 + m_b}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L * \right. \\
&* i \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L s(p_2) [\bar{u}(p_4) (\frac{ig_Z}{2}) \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3)] (-i) * \\
&* \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
&* (-i) \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \Bigg] \\
&= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i \lambda_{\alpha s}^* g^2 g_Z^2}{8} [\bar{u}(p_4) \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3)] \frac{1}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\
&\left[ \bar{b}(p) \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) (\not{p}_2 + m_b) \gamma^\mu P_L \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \gamma^\nu P_L s(p_2) \right] \\
&\frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \\
&+ [\bar{b}(p) \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) (\not{p}_2 + m_b) \not{k}_W P_L \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \not{k}_W P_L s(p_2)] * \\
&* \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] * \\
&\left. \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \right) \Bigg] \quad (4.25)
\end{aligned}$$

Además del diagrama de la figura 4.14 hay diagramas con los bosones  $W$  o  $Z$  reemplazados por los escalares  $\varphi$  y  $\chi$ . Hay 3 diagramas mas de este tipo. El siguiente se encuentra en la figura 4.15.

La contribución del

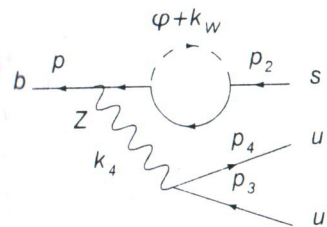


Figura 4.15: Diagrama con lazo, un bosón  $Z$  y un bosón  $\varphi$ .

Contribución del diagrama de la figura 4.15:

$$\begin{aligned}
\mathbb{M}_{c2.2} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig_Z}{2} \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) i \frac{\not{p}_2 + m_b}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} * \right. \\
&* \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) i \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2) * \\
&* [\bar{u}(p_4) (\frac{ig_Z}{2}) \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3)] \left( \frac{i}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right) \\
&* (-i) \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \Bigg] \\
&= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{-i \lambda_{\alpha s}^* g^2 g_Z^2}{8} [\bar{u}(p_4) \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3)] \frac{1}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\
&\left[ \bar{b}(p) \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) (\not{p}_2 + m_b) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \right. \\
&\left. \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2) \right] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} * \\
&\left. \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \right) \Bigg] \quad (4.26)
\end{aligned}$$

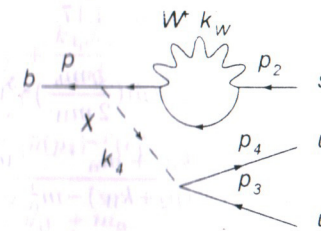


Figura 4.16: Diagrama con lazo y un bosón  $\lambda$ .

Contribución del diagrama de la figura 4.16:

$$\begin{aligned}
\mathbb{M}_{c2.3} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \left( \frac{g m_b}{2 m_W} \right) \gamma^5 i \frac{\not{p}_2 + m_b}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L * \right. \\
&* i \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L s(p_2) [\bar{u}(p_4) (\frac{-g m_u}{2 m_W}) \gamma^5 u(p_3)] * \\
&* (-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
&* \left( \frac{i}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right) \Bigg]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{-i\lambda_{\alpha s}^* g^4 m_u m_b}{8m_W^2} [\bar{u}(p_4)\gamma^5 u(p_3)] \frac{1}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\
&\left[ \bar{b}(p)\gamma^5 (\not{p}_2 + m_b)\gamma^\mu P_L \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \gamma_\mu P_L s(p_2) \right] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \\
&+ [\bar{b}(p)\gamma^5 (\not{p}_2 + m_b)\not{k}_W P_L \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \not{k}_W P_L s(p_2)] * \\
&\left. * \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \left( \frac{i}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right) \right). \quad (4.27)
\end{aligned}$$

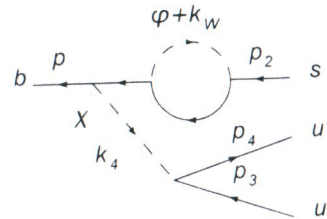


Figura 4.17: Diagrama con lazo, un bosón  $\chi$  y un bosón  $\varphi^+$ .

Contribución del diagrama de la figura 4.17:

$$\begin{aligned}
M_{c2.4} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \left( \frac{g m_b}{2m_W} \right) \gamma^5 i \frac{\not{p}_2 + m_b}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} * \right. \\
&* \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) i \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2) \left. \right] * \\
&* \left[ \bar{u}(p_4) \left( \frac{-g m_u}{2m_W} \right) \gamma^5 u(p_3) \right] \left( \frac{i}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right) \left( \frac{i}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right) \\
&= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^4 m_u m_b}{8m_W^2} [\bar{u}(p_4)\gamma^5 u(p_3)] \frac{1}{p_2 \cdot p_2 - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\
&\left[ \bar{b}(p)\gamma^5 (\not{p}_2 + m_b) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) \frac{\not{p}_2 + \not{k}_W + m_\alpha}{(p_2 + k_W) \cdot (p_2 + k_W) - m_\alpha^2} \right. \\
&\left. \left. \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2) \right] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right). \quad (4.28)
\end{aligned}$$

Hay otros diagramas similares a los de las figuras 4.14, 4.15, 4.16 y 4.17 pero con el vértice del bosón Z (o  $\chi$ ) a la derecha del lazo en vez de a la izquierda. Uno de ellos aparece en la figura 4.18. Su contribución es:

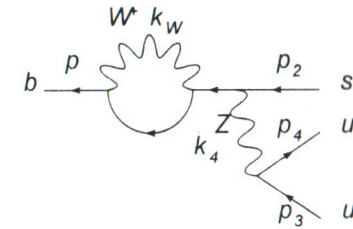


Figura 4.18: Otro diagrama con lazo y un bosón Z.

$$\begin{aligned}
M_{c3.1} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L i \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p + k_W) \cdot (p + k_W) - m_\alpha^2} * \right. \\
&* \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L i \frac{\not{p} + m_b}{p \cdot p - m_b^2} \frac{igZ}{2} \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) s(p_2) \left. \right] [\bar{u}(p_4) \left( \frac{igZ}{2} \right) \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3)] (-i) * \\
&* \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
&* (-i) \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \\
&= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i\lambda_{\alpha s}^* g^2 g_Z^2}{8} [\bar{u}(p_4)\gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3)] \frac{1}{p \cdot p - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\
&\left[ \bar{b}(p)\gamma^\mu P_L \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p + k_W) \cdot (p + k_W) - m_\alpha^2} \gamma_\mu P_L (\not{p} + m_b) \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) s(p_2) \right] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \\
&+ [\bar{b}(p)\not{k}_W P_L \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p + k_W) \cdot (p + k_W) - m_\alpha^2} \not{k}_W P_L (\not{p} + m_b) \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) s(p_2)] * \\
&* \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \\
&* \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \left. \right).
\end{aligned}$$

Hay diagramas con la misma forma que el diagrama de la figura 4.18 pero con los bosones W o Z reemplazados por bosones  $\varphi^+$  o  $\chi$  respectivamente. Estos son los diagramas de las figuras 4.19, 4.20 y 4.21.



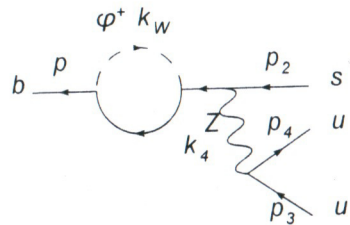


Figura 4.19: Otro diagrama con lazo, un bosón Z y un bosón  $\varphi$ .

Contribución del diagrama en la figura 4.19:

$$\begin{aligned}
 M_{c3.2} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) * \right. \\
 &* i \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) i \frac{\not{p} + m_b}{p \cdot p - m_b^2} \frac{igZ}{2} \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) s(p_2) \left. \right] * \\
 &* \left[ \bar{u}(p_4) \left( \frac{igZ}{2} \right) \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3) \right] \left( \frac{i}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right) \\
 &* (-i) \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \\
 &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{-i \lambda_{\alpha s}^* g^2 g_Z^2}{8} \left[ \bar{u}(p_4) \gamma^\rho (c_V^u - c_A^u \gamma^5) u(p_3) \right] \frac{1}{p \cdot p - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\
 &\left. \left[ \bar{b}(p) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) \right. \right. \\
 &\left. \left. (\not{p} + m_b) \gamma^\sigma (c_V^d - c_A^d \gamma^5) s(p_2) \right] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \\
 &* \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_Z^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \left. \right)
 \end{aligned}$$

La contribución del diagrama de la figura 4.20, que tiene bosones  $\lambda$  y W es  $M_{c3.3}$ .

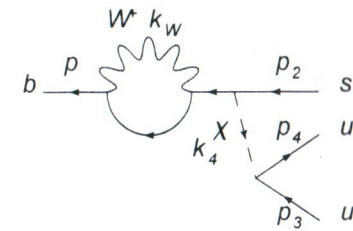


Figura 4.20: Diagrama con un bosón  $\lambda$ , su vértice está a la derecha de el lazo.

$$\begin{aligned}
 M_{c3.3} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{ab}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L i \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} * \right. \\
 &* \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L i \frac{\not{p} + m_b}{p \cdot p - m_b^2} \left( \frac{g m_s}{2 m_W} \right) \gamma^5 s(p_2) \left. \right] \bar{u}(p_4) \left( \frac{-g m_u}{2 m_W} \right) \gamma^5 u(p_3) (-i) * \\
 &* \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
 &* \left( \frac{i}{k_4 \cdot k_4 - m_\lambda^2} \right) \\
 &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{-i \lambda_{\alpha s}^* g^4 m_u m_s}{8 m_W^2} \left[ \bar{u}(p_4) \gamma^5 u(p_3) \right] \frac{1}{p \cdot p - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\
 &\left. \left[ \bar{b}(p) \gamma^\mu P_L \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} \gamma^\nu P_L (\not{p} + m_b) \gamma^5 s(p_2) \right] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right. \\
 &\left. + \left[ \bar{b}(p) \not{k}_W P_L \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} \not{k}_W P_L (\not{p} + m_b) \gamma^5 s(p_2) \right] * \right. \\
 &* \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \\
 &\left. * \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{k_4 \cdot k_4 - m_\lambda^2} + \frac{k_{4\rho} k_{4\sigma}}{m_\lambda^2} \left[ \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - \xi_Z m_Z^2} - \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_Z^2} \right] \right) \right)
 \end{aligned}$$

El último de los diagramas electrodébiles de con la forma de la figura

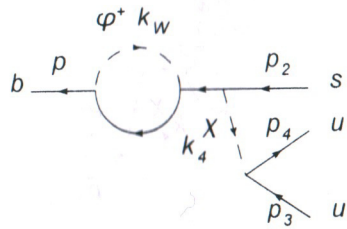


Figura 4.21: Diagrama con un bosón  $\chi$  y un bosón  $\varphi$ . El vértice del  $\chi$  está a la derecha de el lazo.

4.18 es el de la figura 4.21. Su contribución es:

$$\begin{aligned}
 M_{c3.4} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) * \right. \\
 &* i \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) i \frac{\not{p} + m_b}{p \cdot p - m_b^2} \left( \frac{g m_s}{2 m_W} \right) \gamma^5 s(p_2) \Big] * \\
 &* [\bar{u}(p_4) \left( \frac{-g m_u}{2 m_W} \right) \gamma^5 u(p_3)] \left( \frac{i}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right) \\
 &* \left( \frac{i}{k_4 \cdot k_4 - m_\chi^2} \right) \\
 &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \frac{i \lambda_{\alpha s}^* g^4 m_u m_s}{8} [\bar{u}(p_4) \gamma^5 u(p_3)] \frac{1}{p \cdot p - m_b^2} \int \frac{d^4 k_W}{(2\pi)^4} \right. \\
 &\left[ \bar{b}(p) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) \frac{\not{p} + \not{k}_W + m_\alpha}{(p+k_W) \cdot (p+k_W) - m_\alpha^2} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) \right. \\
 &\left. \left. (\not{p} + m_b) \gamma^5 s(p_2) \right] \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \left( \frac{1}{k_4 \cdot k_4 - m_\chi^2} \right)
 \end{aligned}$$

#### 4.7. Diagramas de caja

#### 4.8. Diagramas de caja sin gluones

Los diagramas de caja también tienen contribuyen a  $b \rightarrow s \bar{u} u$ . Uno de estos diagramas de caja se encuentra en la figura 4.22. Los dos fermiones virtuales  $\alpha$  y  $\beta$  son quarks tipo  $u^1$ . La contribución del diagrama de la figura

<sup>1</sup>Es decir que cada uno puede ser un quark  $u, c$  o  $t$ .

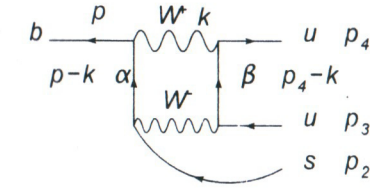


Figura 4.22: Diagrama de caja con dos bosones  $W$ .

4.22 es:

$$\begin{aligned}
 M_{d1.1} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} V_{u\beta}^* V_{u\beta} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L i \frac{\not{p} + \not{k} + m_\alpha}{(p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2} \right. \\
 &\frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\rho P_L s(p_2) \Big] [\bar{u}(p_4) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L i \frac{\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta}{(p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\sigma P_L u(p_3)] \\
 &(-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k \cdot k - m_W^2} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k \cdot k - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k \cdot k - m_W^2} \right] \right) \\
 &(-i) \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{(p_5-k) \cdot (p_5-k) - m_W^2} + \frac{(p_5-k)_\rho (p_5-k)_\sigma}{m_W^2} * \right. \\
 &\left. * \left[ \frac{1}{(p_5-k) \cdot (p_5-k) - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{(p_5-k) \cdot (p_5-k) - m_W^2} \right] \right)
 \end{aligned}$$

con  $p_5 \equiv -p + p_2$ .

$$\begin{aligned}
 M_{d1.1} &= \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} \frac{ig^4 \lambda_{\alpha s}^* V_{u\beta}^* V_{u\beta}}{4} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \gamma^\mu P_L \frac{\not{p} + \not{k} + m_\alpha}{(p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2} \right. \\
 &\gamma^\rho P_L s(p_2) \Big] [\bar{u}(p_4) \gamma^\nu P_L \frac{\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta}{(p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2} \gamma^\sigma P_L u(p_3)] \\
 &\left( \frac{g_{\mu\nu}}{k \cdot k - m_W^2} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k \cdot k - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k \cdot k - m_W^2} \right] \right) \\
 &\left( \frac{g_{\rho\sigma}}{(k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2} + \frac{(k-p_5)_\rho (k-p_5)_\sigma}{m_W^2} * \right. \\
 &\left. * \left[ \frac{1}{(k-p_5) \cdot (k-p_5) - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{(k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2} \right] \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} \left( \frac{ig^4 \lambda_{\alpha s}^* V_{u\beta}^* V_{u\beta}}{4} \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int_0^{1-x_1-x_2} dx_3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \right. \\
 &\left. \frac{[\bar{b}(p) \gamma_\mu P_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) \gamma_\rho P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \gamma^\mu P_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) \gamma^\nu P_L u(p_3)]}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [\bar{b}(p) \not{P}_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) \gamma_\rho P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \not{P}_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) \gamma^\rho P_L u(p_3)] * \frac{1}{m_W^2} \\
& * \left[ \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - \xi_W m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right. \\
& \left. - \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right] \\
& + [\bar{b}(p) \gamma_\mu P_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) (\not{k} - \not{p}_5) P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \gamma^\mu P_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) (\not{k} - \not{p}_5) P_L u(p_3)] * \frac{1}{m_W^2} \\
& * \left[ \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - \xi_W m_W^2)]^4} \right. \\
& \left. - \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right] \\
& + [\bar{b}(p) \not{P}_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) (\not{k} - \not{p}_5) P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \not{P}_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) (\not{k} - \not{p}_5) P_L u(p_3)] * \frac{1}{m_W^2} \\
& * \left[ \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - \xi_W m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - \xi_W m_W^2)]^4} \right. \\
& \left. - \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - \xi_W m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right] \\
& \left. + \left[ \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right] \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& = \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{j=d,s,b} \left( \frac{ig^4 \lambda_{\alpha s}^* V_{u\beta}^* V_{u\beta}}{4} 6 \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int_0^{1-x_1-x_2} dx_3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \right. \right. \\
& \left. \frac{[\bar{b}(p) \gamma_\mu P_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) \gamma_\rho P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \gamma^\mu P_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) \gamma^\rho P_L u(p_3)]}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_a^2]^4} \right. \\
& \left. + [\bar{b}(p) \not{P}_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) \gamma_\rho P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \not{P}_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) \gamma^\rho P_L u(p_3)] * \frac{1}{m_W^2} \right. \\
& * \left[ \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_b^2]^4} - \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_a^2]^4} \right] \\
& \left. + [\bar{b}(p) \gamma_\mu P_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) (\not{k} + \not{p}_5) P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \gamma^\mu P_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) (\not{k} - \not{p}_5) P_L u(p_3)] * \frac{1}{m_W^2} \right. \\
& * \left. \left[ \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_c^2]^4} - \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_a^2]^4} \right] \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [\bar{b}(p) \not{P}_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) (\not{k} - \not{p}_5) P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \not{P}_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) (\not{k} - \not{p}_5) P_L u(p_3)] * \frac{1}{m_W^2} \\
& * \left[ \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_b^2]^4} - \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_c^2]^4} \right. \\
& \left. - \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_c^2]^4} + \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_a^2]^4} \right] \Bigg) \quad (4.29)
\end{aligned}$$

Donde se definió:

$$\tau \equiv -x_1 p + x_2 p_4 + (1-x_1-x_2-x_3)p_5 \quad (4.30)$$

y

$$\begin{aligned}
-D_a & \equiv -\tau \cdot \tau + x_1 p \cdot p + x_2 p_4 \cdot p_4 + (1-x_1-x_2-x_3)p_5 \cdot p_5 \\
& - x_1 m_\alpha^2 - x_2 m_\beta^2 - x_3 m_W^2 - (1-x_1-x_2-x_3)m_W^2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-D_b & \equiv -\tau \cdot \tau + x_1 p \cdot p + x_2 p_4 \cdot p_4 + (1-x_1-x_2-x_3)p_5 \cdot p_5 \\
& - x_1 m_\alpha^2 - x_2 m_\beta^2 - x_3 m_W^2 \xi_W - (1-x_1-x_2-x_3)m_W^2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-D_c & \equiv -\tau \cdot \tau + x_1 p \cdot p + x_2 p_4 \cdot p_4 + (1-x_1-x_2-x_3)p_5 \cdot p_5 \\
& - x_1 m_\alpha^2 - x_2 m_\beta^2 - x_3 m_W^2 - (1-x_1-x_2-x_3)m_W^2 \xi_W;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-D_d & \equiv -\tau \cdot \tau + x_1 p \cdot p + x_2 p_4 \cdot p_4 + (1-x_1-x_2-x_3)p_5 \cdot p_5 \\
& - x_1 m_\alpha^2 - x_2 m_\beta^2 - x_3 m_W^2 \xi_W - (1-x_1-x_2-x_3)m_W^2 \xi_W. \quad (4.31)
\end{aligned}$$

Los diagramas de caja con los bosones  $W$  reemplazados por fantasmas ( $\varphi$  o  $\chi$ ) también tienen contribuciones.

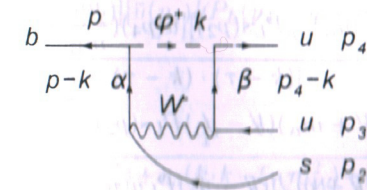


Figura 4.23: Diagrama de caja con un bosón  $W$  y un bosón  $\varphi$ .

La contribución del diagrama de la figura 4.23 es:

$$\begin{aligned}
 M_{d1,2} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} V_{u\beta}^* V_{u\beta} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) \right. \\
 & i \frac{\not{p} + \not{k} + m_\alpha}{(p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\rho P_L s(p_2) [\bar{u}(p_4) \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_u}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) i \\
 & \frac{\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta}{(p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\sigma P_L u(p_3)] \left( \frac{i}{k \cdot k - \xi_W m_W^2} \right) \\
 & (-i) \left( \frac{g_{\rho\sigma}}{(k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2} + \frac{(k-p_5)_\rho (k-p_5)_\sigma}{m_W^2} * \right. \\
 & \left. * \left[ \frac{1}{(k-p_5) \cdot (k-p_5) - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{(k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2} \right] \right) \left. \right] \\
 & = \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} \left( \frac{-ig^4 \lambda_{\alpha s}^* V_{u\beta}^* V_{u\beta}}{4} 6 \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int_0^{1-x_1-x_2} dx_3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{[\bar{b}(p) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) \gamma_\rho P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \left( \frac{m_u}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) \gamma^\rho P_L u(p_3)]}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right. \right. \\
 & \left. \left. + [\bar{b}(p) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) (\not{k} - \not{p}_5) P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \left( \frac{m_u}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) (\not{k} - \not{p}_5) P_L u(p_3)] * \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{m_W^2} * \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - \xi_W m_W^2)]^4} \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right] \right) \left. \right] \\
 & = \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} \left( \frac{-ig^4 \lambda_{\alpha s}^* V_{u\beta}^* V_{u\beta}}{4} 6 \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int_0^{1-x_1-x_2} dx_3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{[\bar{b}(p) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) \gamma_\rho P_L s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \left( \frac{m_u}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) \gamma^\rho P_L u(p_3)]}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_a^2]^4} \right. \right. \\
 & \left. \left. + [\bar{b}(p) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L \right) (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) (\not{k} - \not{p}_5) P_L s(p_2)] \right. \right. \\
 & \left. \left. [\bar{u}(p_4) \left( \frac{m_u}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) (\not{k} - \not{p}_5) P_L u(p_3)] \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_a^2]^4} - \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_a^2]^4} \right] \right) \right. \left. \right]
 \end{aligned}$$

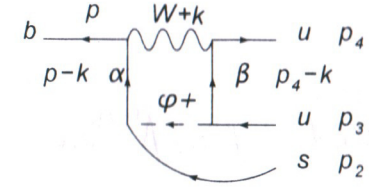


Figura 4.24: Diagrama de caja con un bosón W y un bosón  $\varphi^+$ .

La contribución del diagrama de la figura 4.24 es:

$$\begin{aligned}
 M_{d1,3} &= i \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} V_{u\beta}^* V_{u\beta} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L \right. \\
 & i \frac{\not{p} + \not{k} + m_\alpha}{(p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2) [\bar{u}(p_4) \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L i \\
 & \frac{\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta}{(p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2} \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_u}{m_W} P_R - \frac{m_s}{m_W} P_L \right) u(p_3)] \\
 & \left( \frac{i}{(k-p_5) \cdot (k-p_5) - \xi_W m_W^2} \right) \\
 & (-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k \cdot k - m_W^2} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2} * \right. \\
 & \left. * \left[ \frac{1}{k \cdot k - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k \cdot k - m_W^2} \right] \right) \left. \right] \\
 & = \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} \left( \frac{-ig^4 \lambda_{\alpha s}^* V_{u\beta}^* V_{u\beta}}{4} 6 \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int_0^{1-x_1-x_2} dx_3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{[\bar{b}(p) \gamma^\mu P_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \gamma_\nu P_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) \left( \frac{m_u}{m_W} P_R - \frac{m_s}{m_W} P_L \right) u(p_3)]}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right. \right. \\
 & \left. \left. + [\bar{b}(p) \not{k} P_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) \left( \frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R \right) s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \not{k} P_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) \left( \frac{m_u}{m_W} P_R - \frac{m_s}{m_W} P_L \right) u(p_3)] * \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{m_W^2} * \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - \xi_W m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} \right] \right) \left. \right]
 \end{aligned}$$

$$= \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} \left( \frac{-ig^4 \lambda_{\alpha s}^* V_{u\beta}^* V_{u\beta}}{4} 6 \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int_0^{1-x_1-x_2} dx_3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\bar{b}(p) \gamma^\mu P_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) (\frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R) s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \gamma_\mu P_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) (\frac{m_u}{m_W} P_R - \frac{m_\beta}{m_W} P_L) u(p_3)]}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_a]^4} \right. \right.$$

$$+ [\bar{b}(p) \not{k} P_L (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) (\frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R) s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \not{k} P_L (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) (\frac{m_u}{m_W} P_R - \frac{m_\beta}{m_W} P_L) u(p_3)] * \frac{1}{m_W^2} \left[ \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_b]^4} - \frac{1}{[(k-\tau) \cdot (k-\tau) - D_a^2]^4} \right] \Bigg) \quad (4.32)$$

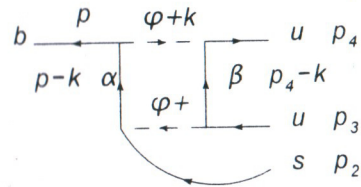


Figura 4.25: Diagrama de caja con dos bosones  $\varphi$ .

Finalmente la contribución del diagrama de la figura 4.25 es:

$$\mathbb{M}_{d1.4} = i \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} V_{\alpha b}^* V_{\alpha s} V_{u\beta}^* V_{u\beta} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\bar{b}(p) \frac{ig}{\sqrt{2}} (\frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L) (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) \frac{ig}{\sqrt{2}} (\frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R) s(p_2)] [\bar{u}(p_4) \frac{ig}{\sqrt{2}} (\frac{m_u}{m_W} P_L - \frac{m_\beta}{m_W} P_R) (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) \frac{ig}{\sqrt{2}} (\frac{m_u}{m_W} P_R - \frac{m_\beta}{m_W} P_L) u(p_3)]}{[(k-p_5) \cdot (k-p_5) - \xi_W m_W^2] [(k \cdot k - \xi_W m_W^2)]} \right]$$

$$= \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=d,s,b} \left( \frac{ig^4 \lambda_{\alpha s}^* V_{u\beta}^* V_{u\beta}}{4} 6 \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \int_0^{1-x_1-x_2} dx_3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \frac{[\bar{b}(p) (\frac{m_\alpha}{m_W} P_R - \frac{m_b}{m_W} P_L) (\not{p} + \not{k} + m_\alpha) (\frac{m_\alpha}{m_W} P_L - \frac{m_s}{m_W} P_R) s(p_2)]}{[x_1((p+k) \cdot (p+k) - m_\alpha^2) + x_2((p_4-k) \cdot (p_4-k) - m_\beta^2) + x_3(k \cdot k - m_W^2) + (1-x_1-x_2-x_3)((k-p_5) \cdot (k-p_5) - m_W^2)]^4} * \right. \right.$$

$$\left. * [\bar{u}(p_4) (\frac{m_u}{m_W} P_L - \frac{m_\beta}{m_W} P_R) (\not{p}_4 - \not{k} + m_\beta) (\frac{m_u}{m_W} P_R - \frac{m_\beta}{m_W} P_L) u(p_3)] \right] \Bigg) \quad (4.33)$$

#### 4.8.1. Diagramas de caja con gluones

Hay diagramas que se parecen a los diagramas de árbol de la figura 4.2 pero tienen gluones que se propagan y aparecen en vértices con los quarks. Si se colocan gluones al diagrama de árbol de la figura 4.2 de todas las maneras posibles (sin ir a un orden mayor a un lazo) se obtienen cuatro diagramas con topología de caja y dos diagramas que contienen gluones que conectan fermiones que aparecen en un mismo vértice.

Los 6 nuevos diagramas no son de árbol, tienen momentos indeterminados y por lo tanto una integral en el cuadrimento.

Los dos diagramas que unen fermiones que aparecen en un mismo vértice (el del  $W$ ) no se calculan pues un proceso de renormalización los toma en cuenta. En este trabajo no se resolverán las ecuaciones del grupo de renormalización para calcular la escala  $\mu^2$ , que es el límite inferior de las integrales de cuadrimento en los diagramas. El límite superior es  $m_W^2$ . Los coeficientes de Wilson, que dependen de  $\mu$ , se tomarán de la literatura.

Entonces solo se calculan los 4 diagramas con topología de árbol. En la figura 4.26 aparece uno de ellos.

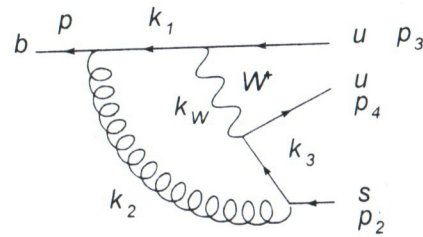


Figura 4.26: Diagrama con topología de caja, un bosón  $W$  y un gluón.

La contribución del diagrama de la figura 4.26 es:

$$\begin{aligned}
 M_{c1} = & i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \left( \frac{ig_s}{2} \right) \gamma^\mu i \left( \frac{k_1 - m_b}{k_1 \cdot k_1 - m_b^2} \right) V_{ub}^* \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L u(p_3) \right] \\
 & [\bar{u}(p_4) V_{us} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L i \left( \frac{k_3 - m_s}{k_3 \cdot k_3 - m_s^2} \right) \left( \frac{ig_s}{2} \right) \gamma^\sigma s(p_2)] * \\
 & * (-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
 & * \frac{-i\delta^{ab} g_{\rho\sigma}}{k_2 \cdot k_2} (c_1^\dagger \lambda^a c_3) (c_4^\dagger \lambda^b c_2) \quad (4.34)
 \end{aligned}$$

Otro diagrama similar se encuentra en la figura 4.27. La contribución del

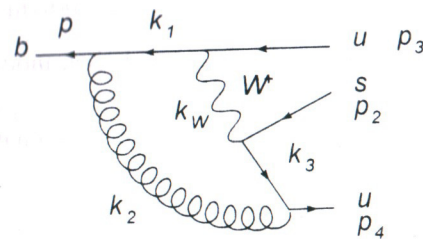


Figura 4.27: Diagrama con topología de caja, un bosón  $W$  y un gluón.

diagrama de la figura 4.27 es:

$$\begin{aligned}
 M_{c2} = & i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) \left( \frac{ig_s}{2} \right) \gamma^\mu i \left( \frac{k_1 - m_b}{k_1 \cdot k_1 - m_b^2} \right) V_{ub}^* \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L u(p_3) \right] \\
 & [\bar{u}(p_4) \left( \frac{ig_s}{2} \right) \gamma^\sigma i \left( \frac{k_3 - m_u}{k_3 \cdot k_3 - m_u^2} \right) V_{us} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L s(p_2)] * \\
 & * (-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
 & * \frac{-i\delta^{ab} g_{\rho\sigma}}{k_2 \cdot k_2} (c_1^\dagger \lambda^a c_3) (c_4^\dagger \lambda^b c_2) \quad (4.35)
 \end{aligned}$$

La contribución del diagrama de la figura 4.28 es:

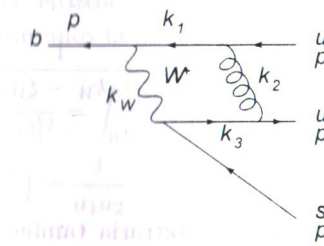


Figura 4.28: Diagrama con topología de caja, pero con el gluón unido solo con quarks finales.

$$\begin{aligned}
 M_{c3} = & i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{b}(p) V_{ub}^* \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L i \left( \frac{k_1 - m_u}{k_1 \cdot k_1 - m_u^2} \right) \left( \frac{ig_s}{2} \right) \gamma^\mu u(p_3) \right] \\
 & [\bar{u}(p_4) \left( \frac{ig_s}{2} \right) \gamma^\sigma i \left( \frac{k_3 - m_u}{k_3 \cdot k_3 - m_u^2} \right) V_{us} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L s(p_2)] * \\
 & * (-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
 & * \frac{-i\delta^{ab} g_{\rho\sigma}}{k_2 \cdot k_2} (c_1^\dagger \lambda^a c_3) (c_4^\dagger \lambda^b c_2) \quad (4.36)
 \end{aligned}$$

La contribución del diagrama de la figura 4.29 es:

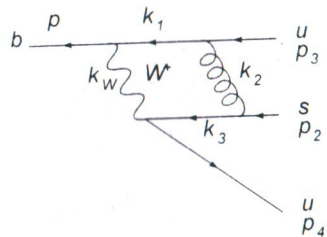


Figura 4.29: Diagrama con topología de caja, pero con el gluón unido solo con quarks finales.

$$\begin{aligned}
 M_{c4} = & i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \bar{u}(p) V_{ub}^* \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L i \left( \frac{\not{k}_1 - m_u}{k_1 \cdot k_1 - m_u^2} \right) \left( \frac{ig_s}{2} \right) \gamma^\rho u(p_3) \right] \\
 & [\bar{u}(p_4) V_{us} \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu P_L i \left( \frac{\not{k}_3 - m_s}{k_3 \cdot k_3 - m_s^2} \right) \left( \frac{ig_s}{2} \right) \gamma^\sigma s(p_2)] * \\
 & * (-i) \left( \frac{g_{\mu\nu}}{k_W \cdot k_W - m_W^2} + \frac{k_{W\mu} k_{W\nu}}{m_W^2} \left[ \frac{1}{k_W \cdot k_W - \xi_W m_W^2} - \frac{1}{k_W \cdot k_W - m_W^2} \right] \right) \\
 & * \frac{-i \delta^{ab} g_{\rho\sigma}}{k_2 \cdot k_2} (c_1^\dagger \lambda^a c_3) (c_1^\dagger \lambda^b c_2) \quad (4.37)
 \end{aligned}$$

Como el cálculo es en una norma arbitraria también se deben sumar las contribuciones de los diagramas con el bosón  $W$  substituido por un  $\varphi$ .

#### 4.9. Parametrización de Feynman y rotación de Wick

Para evaluar los diagramas de Feynman con lazos se usó un truco llamado parametrización de Feynman, que consiste en usar una identidad que relaciona el producto de  $n$  términos en el denominador de una fracción por  $n - 1$  integrales de una combinación lineal de los factores del denominador elevada a la  $-n$ . Las variables de integración son los coeficientes de las combinaciones lineales, llamados parámetros de Feynman. Este truco es una identidad. Cambiar un producto de  $n$  términos por  $n - 1$  integrales parece en realidad un mal cambio, pero facilita evaluar las integrales de lazo sobre el cuadrimomento. Este truco consiste en usar la identidad recién descrita y cambiar el orden de las integrales sobre el cuadrimomento y las integrales sobre los parámetros de Feynman.

Otro truco que es útil para evaluar las integrales de lazo consiste en hacer una rotación en el plano complejo para la trayectoria de integración de la parte temporal del cuadrimomento. Entonces una integral  $\int d^4 k f(k \cdot k)$  se puede cambiar por  $i \int d^4 y f(-\|y\|^2)$  para algunas funciones  $f$ . Los límites de

integración también cambian, una región de integración  $R_a^2 \leq (k_0)^2 - (k_1)^2 - (k_2)^2 - (k_3)^2 \leq R_b^2$  cambia por una región  $R_a^2 \leq (y_0)^2 + (y_1)^2 + (y_2)^2 + (y_3)^2 \leq R_b^2$ .

#### 4.9.1. Parametrización de Feynman

La identidad que permite la parametrización de Feynman:

$$\begin{aligned}
 1 / \prod_{i=1}^n a_i &= \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \cdots \int_0^{1-s_{n-1}} dx_n \frac{(n-1)!}{[a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_{n-1} x_{n-1} + a_n (1-s_{n-1})]^n}; \\
 s_i &\equiv \sum_{j=1}^i x_j; \quad (4.38)
 \end{aligned}$$

será demostrada por inducción. La inducción trabajará sobre  $n$ , que es el número de productos en el denominador del lado izquierdo de (4.38). Entonces primero demostraremos la fórmula para  $n = 2$ . Es decir:

$$\begin{aligned}
 \int_0^1 \frac{dx_1}{[a_1 x_1 + a_2 (1-x_1)]^2} &= \int_0^1 \frac{dx_1}{[(a_1 - a_2)x_1 + a_2]^2} = \frac{-1}{a_1 - a_2} \left[ \frac{1}{(a_1 - a_2)x_1 + a_2} - \frac{1}{a_2} \right] \\
 &= \frac{1}{a_1 - a_2} \left( \frac{a_1 - a_2}{a_1 a_2} \right) = \frac{1}{a_1 a_2}. \quad (4.39)
 \end{aligned}$$

Ahora vamos a suponer cierta la ecuación (4.38) y demostrar que esta ecuación implica la ecuación para  $n + 1$ .

$$\begin{aligned}
 & \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \cdots \int_0^{1-s_{n-1}} dx_{n+1} \frac{[(n+1)-1]!}{[a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n + a_{n+1} (1-s_n)]^{n+1}} \\
 &= \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \cdots \int_0^{1-s_{n-1}} dx_n \frac{n!}{(a_n - a_{n+1})(-n)} * \\
 & * \left[ \frac{1}{[a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_{n-1} x_{n-1} + a_{n+1} (1-s_{n-1}) + (a_n - a_{n+1})(1-s_{n-1})]^n} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{[a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_{n-1} x_{n-1} + a_{n+1} (1-s_{n-1})]^n} \right] \\
 &= \frac{-1}{a_n - a_{n+1}} \left[ \frac{1}{a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_n} - \frac{1}{a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_{n+1}} \right] = 1 / \prod_{i=1}^{n+1} a_i. \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

Los términos del penúltimo y antepenúltimo renglón se transformaron usando la hipótesis de inducción. El antepenúltimo renglón tiene la forma del integrando de (4.38) y el penúltimo también, solo que en vez de  $a_n$  aparece  $a_{n+1}$ . Se puede obtener una identidad mas a partir de la ecuación (4.38):

$$\begin{aligned}
& \frac{d^{q_1-1}}{da_1^{q_1-1}} \cdots \frac{d^{q_n-1}}{da_n^{q_n-1}} \left[ \frac{1}{\prod_{i=1}^n a_i} \right] = \prod_{i=1}^n \frac{(q_i-1)!(-1)^{q_i-1}}{a_i^{q_i}} \\
& = \frac{d^{q_1-1}}{da_1^{q_1-1}} \cdots \frac{d^{q_n-1}}{da_n^{q_n-1}} \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \cdots \int_0^{1-s_{n-2}} dx_{n-1} \\
& \quad \frac{(n-1)!}{[a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_{n-1}x_{n-1} + a_n(1-s_{n-1})]^n} \\
& = \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \cdots \int_0^{1-s_{n-2}} dx_{n-1} \\
& \quad \frac{(n-1)!x_1^{q_1-1} \cdots x_{n-1}^{q_{n-1}-1} (1-s_{n-1})^{q_n} (-n)(-n+1) \cdots (1-\sum_{k=1}^n q_k)}{[a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_{n-1}x_{n-1} + a_n(1-s_{n-1})]^{n+\sum_{i=1}^n (q_i-1)}}. \quad (4.41)
\end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\prod_{i=1}^n a_i^{q_i}} \\
& = \frac{([\sum_{k=1}^n q_k] - 1)! / [\prod_{j=1}^n (q_j - 1)!]}{x_1^{q_1} \cdots x_{n-1}^{q_{n-1}} (1-s_{n-1})^{q_n}} \int_0^1 dx_1 \int_0^{1-x_1} dx_2 \cdots \int_0^{1-s_{n-2}} dx_{n-1} \\
& \quad \frac{(n-1)!}{[a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_{n-1}x_{n-1} + a_n(1-s_{n-1})]^{[\sum_{j=1}^n q_j]}}. \quad (4.42)
\end{aligned}$$

La ecuación (4.42) es una generalización de (4.38) y puede ser útil para evaluar las integrales sobre el cuadrimento que aparecen en los diagramas de Feynman para algunos decaimientos, como los de este trabajo.

#### 4.9.2. Rotación de Wick

Las integrales de cuadrimento que nos interesan se pueden escribir de la forma:

$$\int d^4k f(k \cdot k) \quad (4.43)$$

con  $0 \leq R_a^2 \leq k \cdot k \leq R_b^2$ . La región de integración se muestra en la figura 4.30.

$$\int d^4k f(k \cdot k) = \int d^3k \left[ \int_{-R_b}^{-R_a} dk^0 f(k \cdot k) + \int_{R_a}^{R_b} dk^0 f(k \cdot k) \right]. \quad (4.44)$$

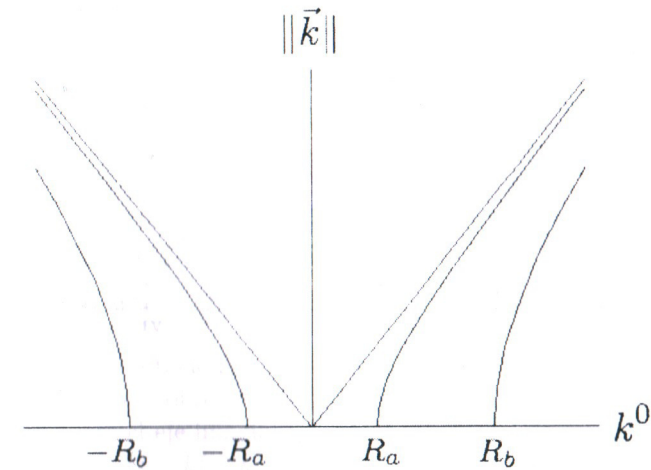


Figura 4.30: Región de integración.

Haciendo un cambio sobre la trayectoria de integración en el plano complejo sobre las integrales temporales:

$$\begin{aligned}
& \int_{-R_b}^{-R_a} dk^0 f(k \cdot k) = \int_0^{\pi/2} dt \left[ \frac{d}{dt} [R_b e^{i(t+\pi)}] f(R_b^2 e^{2i(t+\pi)} - \|\vec{k}\|^2) \right] \\
& + \int_{-R_b}^{-R_a} \left[ \frac{d(it)}{dt} f((it)^2 - \|\vec{k}\|^2) \right] \\
& + \int_0^{\pi/2} dt \left[ \frac{d}{dt} [R_a e^{i(3\pi/2-t)}] f(R_a^2 e^{2i(3\pi/2-t)} - \|\vec{k}\|^2) \right]. \quad (4.45)
\end{aligned}$$

De manera similar:

$$\begin{aligned}
& \int_{R_a}^{R_b} dk^0 f(k \cdot k) = \int_0^{\pi/2} dt \left[ \frac{d}{dt} [R_a e^{it}] f(R_a^2 e^{2it} - \|\vec{k}\|^2) \right] \\
& + \int_{R_a}^{R_b} \left[ \frac{d(it)}{dt} f((it)^2 - \|\vec{k}\|^2) \right] \\
& + \int_0^{\pi/2} dt \left[ \frac{d}{dt} [R_b e^{i(\pi/2-t)}] f(R_b^2 e^{2i(\pi/2-t)} - \|\vec{k}\|^2) \right]. \quad (4.46)
\end{aligned}$$

En la figura 4.31 se muestran las trayectorias de integración en el plano complejo. La integral del lado izquierdo de la ecuación (4.45) va de I a II y es igual a una integral de I a III (primer término del lado derecho de (4.45)) más una integral de III a IV (segundo término del lado derecho de (4.45)) más una integral de IV a II (tercer término del lado derecho de (4.45)).

De forma parecida: la integral del lado izquierdo de la ecuación (4.46) que va de V a VI es igual a una integral de V a VII (primer término del lado



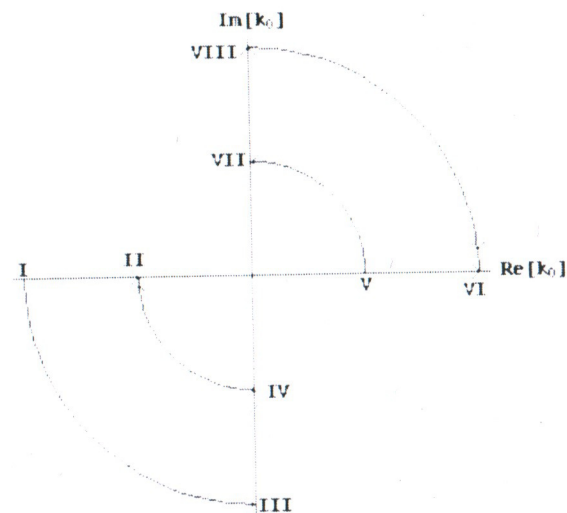


Figura 4.31: Trayectorias de integración en el plano complejo.

derecho de (4.46)) mas una integral de VII a VIII (segundo término del lado derecho de (4.46)) mas una integral de VIII a VI (tercer término del lado derecho de (4.46)).

Se verá que para las integrales que aparecen en los diagramas de este trabajo la integral de I a III se cancela con la de IV a II; la integral de V a VII con la de VIII a VI. entonces las integrales de funciones de  $k \cdot k$  en el espacio de cuatrimomentos se convierten en integrales sobre la magnitud de los vectores en  $\mathbb{R}^4$ .

Las integrales sobre los segmentos de círculo de la figura 4.31 que aparecen en este trabajo tienen todas la forma:

$$\int_0^{\pi/2} dt \frac{d}{dt} \left[ R \exp[i(\theta \pm t)] \right] \frac{(R^2 \exp[2i(\theta \pm t)] - \|\vec{k}\|^2)^j}{(R^2 \exp[2i(\theta \pm t)] - \|\vec{k}\|^2 - Q^2)^m} \quad (4.47)$$

donde  $m$  puede valer 3 y  $j = 0, 1, 2$  o  $m$  puede valer 2 y  $j = 0, 1$ .

Todos los integrandos son proporcionales a  $\frac{d}{dt} \left[ R \exp[i(\theta \pm t)] \right]$  y el resto de las veces la variable de integración aparece dentro de:  $\exp[2i(\theta \pm t)]$ . Entonces hay un diferencial completo y cada integral solo puede tener la forma  $h_R(\exp[2i(\theta \pm t)]) \Big|_0^{\pi/2}$ . Si sumamos las integrales sobre los segmentos

de círculo obtenemos:

$$\begin{aligned} & h_{R_b}(\exp[2i(\pi + t)]) \Big|_0^{\pi/2} + h_{R_a}(\exp[2i(3\pi/2 - t)]) \Big|_0^{\pi/2} + h_{R_a}(\exp[2i(t)]) \Big|_0^{\pi/2} \\ & + h_{R_b}(\exp[2i(\pi/2 - t)]) \Big|_0^{\pi/2} = h_{R_b}(\exp[2i(\pi + \pi/2)]) - h_{R_b}(\exp[2i(\pi)]) \\ & + h_{R_a}(\exp[2i(3\pi/2 - \pi/2)]) - h_{R_a}(\exp[2i(3\pi/2)]) \\ & + h_{R_a}(\exp[2i(\pi/2)]) - h_{R_a}(\exp[2i(0)]) \\ & + h_{R_b}(\exp[2i(\pi/2 - \pi/2)]) - h_{R_b}(\exp[2i(\pi/2)]) = 0. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Entonces en una rotación de Wick para las integrales que aparecen en este trabajo las integrales sobre segmentos de círculo se cancelan y solo quedan las integrales sobre el eje imaginario. Esto es equivalente a cambiar  $k \cdot k$  en el integrando por  $-k_0^2 - k_1^2 - k_2^2 - k_3^2$  y multiplicar todo el integrando por  $i$ .

Para evaluar una integral de la forma:

$$\int d^4x g(\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}) \quad (4.49)$$

con  $R_a \leq \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2} \leq R_b$ : se puede tomar la derivada de el volumen de una hipersfera en 4 dimensiones y se obtiene el jacobiano de la transformación de coordenadas cartesianas a hipersféricas integrado sobre todas las dependencias angulares. Las coordenadas hipersféricas son una generalización  $d$ -dimensional de las coordenadas esféricas. En el caso de  $d = 4$ :

$$\int d^4x g(\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}) = \int_{R_a}^{R_b} dr 2\pi^2 r^3 g(r) \quad (4.50)$$

donde  $R_a \leq \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2} \leq R_b$ .

Ahora es posible evaluar las integrales que aparecen en los diagramas de Feynman en este trabajo. Todas las integrales que aparecen se pueden llevar a la forma:

$$\int_a^b dr \frac{r^{2j+3}}{(r^2 + Q^2)^m} = \int_{a/Q}^{b/Q} dr \frac{r^{2j+3} Q^{(2j+3-2m+1)}}{(r^2 + 1)^m} \quad (4.51)$$

Donde  $j = 0, 1, 2$  con  $m = 3$ ;  $j = 0, 1$  con  $m = 2$  o  $j = 0, 1, 2, 3$  con  $m = 4$ .

Los 9 casos se pueden evaluar:

Para  $j = 0$  y  $m = 4$ :

$$\begin{aligned} & \int_a^b dr \frac{r^3}{(r^2 + Q^2)^4} = Q^{-4} \left[ \frac{r^2}{-6} (r^2 + 1)^{-3} \right]_{r=a/Q}^{r=b/Q} = \int_{a/Q}^{b/Q} dr \left( \frac{r}{-3} (r^2 + 1)^{-3} \right) \\ & = Q^{-4} \left[ -\frac{r^2}{6} (r^2 + 1)^{-3} - \frac{(r^2 + 1)^{-2}}{12} \right]_{r=a/Q}^{r=b/Q} \end{aligned} \quad (4.52)$$

Para  $j = 1$  y  $m = 4$ :

$$\begin{aligned} \int_a^b dr \frac{r^5}{(r^2 + Q^2)^4} &= Q^{-2} \left( \frac{r^4}{-6} (r^2 + 1)^{-3} \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} - \int_{a/Q}^{b/Q} dr \left[ \frac{4r^3}{-6} (r^2 + 1)^{-3} \right] \right) \\ &= Q^{-2} \left[ \frac{r^4}{-6} (r^2 + 1)^{-3} \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} + \frac{2}{3} \left( \frac{r^2}{-4} (r^2 + 1)^{-2} - \int_{a/Q}^{b/Q} dr \left[ \frac{r}{-2} (r^2 + 1)^{-2} \right] \right) \right] \\ &= Q^{-2} \left[ -\frac{r^4}{6} (r^2 + 1)^{-3} - \frac{r^2 (r^2 + 1)^{-2}}{6} - \frac{(r^2 + 1)^{-1}}{6} \right] \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} \quad (4.53) \end{aligned}$$

Para  $j = 2$  y  $m = 4$ :

$$\begin{aligned} \int_a^b dr \frac{r^7}{(r^2 + Q^2)^4} &= \frac{r^6}{-6} (r^2 + 1)^{-3} \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} - \int_{a/Q}^{b/Q} dr \left[ \frac{6r^5}{-6} (r^2 + 1)^{-3} \right] \\ &= \left( \frac{r^6}{-6} (r^2 + 1)^{-3} + \frac{r^4}{-4} (r^2 + 1)^{-2} \right) \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} - \int_{a/Q}^{b/Q} dr \left[ \frac{4r^3}{-4} (r^2 + 1)^{-2} \right] \\ &= \left( \frac{r^6}{-6} (r^2 + 1)^{-3} + \frac{r^4}{-4} (r^2 + 1)^{-2} + \frac{r^2}{-2} (r^2 + 1)^{-1} \right) \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} \\ &\quad - \int_{a/Q}^{b/Q} dr \left[ \frac{2r}{-2} (r^2 + 1)^{-1} \right] \\ &= \left( \frac{r^6}{-6} (r^2 + 1)^{-3} + \frac{r^4}{-4} (r^2 + 1)^{-2} + \frac{r^2}{-2} (r^2 + 1)^{-1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\ln(1 + r^2)}{2} \right) \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} \quad (4.54) \end{aligned}$$

Para  $j = 3$  y  $m = 4$ :

$$\begin{aligned} \int_a^b dr \frac{r^9}{(r^2 + Q^2)^4} &= Q^2 \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh^9 t}{\cosh^7 t} \\ &= Q^2 \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh t}{\cosh^7 t} (\cosh^8 t - 4 \cosh^6 t + 6 \cosh^4 t - 4 \cosh^2 t + 1) \\ &= Q^2 \left[ \frac{1 + r^2}{2} - 2 \ln(1 + r^2) - \frac{3}{1 + r^2} + (r^2 + 1)^{-2} - \frac{(r^2 + 1)^{-3}}{6} \right] \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} \quad (4.55) \end{aligned}$$

Se definió  $t_{b(a)} \equiv \operatorname{arcsinh} b/Q(\operatorname{arcsinh} a/Q)$ .

Para  $j = 0$  y  $m = 3$ :

$$\begin{aligned} \int_a^b dr \frac{r^3}{(r^2 + Q^2)^3} &= Q^{-2} \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh t (\cosh^2 t - 1)}{\cosh^5 t} \\ &= Q^{-2} \left[ -\frac{1}{2} \cosh^{-2} t + \frac{1}{4} \cosh^{-4} t \right] \Big|_{t=t_a}^{t=t_b} \\ &= Q^{-2} \left[ \frac{-1}{2(1 + r^2)} + \frac{1}{4(1 + r^2)^2} \right] \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} \quad (4.56) \end{aligned}$$

Para  $j = 1$  y  $m = 3$ :

$$\begin{aligned} \int_a^b dr \frac{r^5}{(r^2 + Q^2)^3} &= \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh^5 t}{\cosh^5 t} = \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh t (\cosh^4 t - 2 \cosh^2 t + 1)}{\cosh^5 t} \\ &= \left[ \frac{1}{2} \ln(1 + r^2) + \frac{1}{1 + r^2} - \frac{1}{4} \frac{1}{(1 + r^2)^2} \right] \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} \quad (4.57) \end{aligned}$$

Para  $j = 2$  y  $m = 3$ :

$$\begin{aligned} \int_a^b dr \frac{r^7}{(r^2 + Q^2)^3} &= Q^2 \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh^7 t}{\cosh^5 t} = Q^2 \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh t (\cosh^6 t - 3 \cosh^4 t + 3 \cosh^2 t - 1)}{\cosh^5 t} \\ &= Q^2 \left[ \frac{1}{2} (1 + r^2) - \frac{3}{2} \ln(1 + r^2) - \frac{3}{2(1 + r^2)} + \frac{1}{4} \frac{1}{(1 + r^2)^2} \right] \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} \quad (4.58) \end{aligned}$$

Para  $j = 0$  y  $m = 2$ :

$$\begin{aligned} \int_a^b dr \frac{r^3}{(r^2 + Q^2)^2} &= \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh^3 t}{\cosh^3 t} = \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh t (\cosh^2 t - 1)}{\cosh^3 t} \\ &= \left[ \frac{1}{2} \ln(1 + r^2) + \frac{1}{2(1 + r^2)} \right] \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} \quad (4.59) \end{aligned}$$

Para  $j = 1$  y  $m = 2$ :

$$\begin{aligned} \int_a^b dr \frac{r^5}{(r^2 + Q^2)^2} &= Q^2 \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh^5 t}{\cosh^3 t} = Q^2 \int_{t_a}^{t_b} dt \frac{\sinh t (\cosh^4 t - 2 \cosh^2 t + 1)}{\cosh^3 t} \\ &= Q^2 \left[ \frac{1}{2} (1 + r^2) - \ln(1 + r^2) - \frac{1}{2(1 + r^2)} \right] \Big|_{r=a/Q}^{r=b/Q} \quad (4.60) \end{aligned}$$

Es importante mencionar que  $0 \leq a, b$ . Si mantenemos  $a$  y  $b$  finitos y positivos las nueve integrales recién evaluadas convergen. Pero si tomamos  $b \rightarrow \infty$  algunas de las integrales divergen. Sus diagramas correspondientes tendrían contribuciones infinitas y se arruinaría el cálculo. A las divergencias producidas por llevar el límite de integración superior al infinito se les llama divergencias ultravioleta y a las producidas por llevar el límite inferior a cero se les llama divergencias infrarrojas. En este capítulo solo aparecen divergencias ultravioleta.

## Capítulo 5

# Análisis independiente de modelo para las asimetrías de $CP$ para $B \rightarrow K\pi$

En este capítulo se describe una aplicación numérica en la que se agregan fases a algunos coeficientes de las amplitudes del decaimiento  $b \rightarrow u\bar{u}s$  y luego se obtienen los valores de las fases que dan asimetrías directas de  $CP$  que mejor se ajustan a los valores medidos por [7] para los decaimientos  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$  y  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$ . La idea de poner a mano fases en los coeficientes es que estas fases parametrizan física más allá del modelo estándar que podría explicar las asimetrías de  $CP$  para los dos procesos.

Las amplitudes para evaluar las asimetrías se pueden calcular en la aproximación *naive factorization*. Los cálculos de las amplitudes requieren un hamiltoniano efectivo y el uso del teorema de reacomodo de Fierz.

### 5.1. Coeficientes de Wilson

El hamiltoniano efectivo de la transición  $b \rightarrow u\bar{u}s$  se puede escribir de la forma:

$$\begin{aligned} & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ V_{ub}V_{us}^* (C_1(\mu)\hat{O}_1 + C_2(\mu)\hat{O}_2) + V_{tb}V_{ts}^* \left( \sum_{i=3}^{10} C_i(\mu)\hat{O}_i \right) \right] \quad (5.0) \\ & + \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ V_{ub}V_{us}^* (C_1(\mu)\hat{O}_1 + C_2(\mu)\hat{O}_2) + V_{tb}V_{ts}^* \left( \sum_{i=3}^{10} C_i(\mu)\hat{O}_i \right) \right]^\dagger \quad (5.1) \end{aligned}$$

Los  $C_i$  con  $i = 1, 2, \dots, 10$  son llamados coeficientes de Wilson para este decaimiento. Los coeficientes de Wilson son números complejos.  $G_F$  es la constante de Fermi.

Los operadores  $O_i$  son definidos como:

$$O_1 \equiv (\bar{u} \gamma^\mu P_L b)(\bar{s} \gamma_\mu P_L u) \quad O_2 \equiv (\bar{u}_k \gamma^\mu P_L b_j)(\bar{s}_j \gamma_\mu P_L u_k)$$

$$\begin{aligned}
O_3 &\equiv (\bar{s} \gamma^\mu P_L b)(\bar{u} \gamma_\mu P_L u) & O_4 &\equiv (\bar{s}_j \gamma^\mu P_L b_k)(\bar{u}_k \gamma_\mu P_L u_j) \\
O_5 &\equiv (\bar{s} \gamma^\mu P_L b)(\bar{u} \gamma_\mu P_R u) & O_6 &\equiv (\bar{s}_j \gamma^\mu P_L b_k)(\bar{u}_k \gamma_\mu P_R u_j) \\
O_7 &\equiv \frac{3}{2} c_s (\bar{s} \gamma^\mu P_L b)(\bar{u} \gamma_\mu P_R u) & O_8 &\equiv \frac{3}{2} c_s (\bar{s}_j \gamma^\mu P_L b_k)(\bar{u}_k \gamma_\mu P_R u_j) \\
O_9 &\equiv \frac{3}{2} e_s (\bar{s} \gamma^\mu P_L b)(\bar{u} \gamma_\mu P_L u) & O_{10} &\equiv \frac{3}{2} e_s (\bar{s}_j \gamma^\mu P_L b_k)(\bar{u}_k \gamma_\mu P_L u_j).
\end{aligned}$$

Se suma sobre los subíndices  $j$  y  $k$ , que son índices de color.

Para calcular los coeficientes de Wilson es necesario sumar los operadores de los diagramas que describen los decaimientos, factorizar los operadores estándar  $O_i$  y evaluar los coeficientes que los multiplican a estos operadores. Para evaluar estos coeficientes en algunos casos es necesario evaluar integrales de lazo. Las regiones de integración en el espacio de cuadrimomentos ( $k$ ) son:  $\mu^2 \leq k \cdot k \leq m_W^2$ , donde  $\mu$  es la escala de renormalización.

Varios diagramas pueden contribuir a un coeficiente de Wilson y cada diagrama puede contribuir a varios coeficientes. Se puede hacer un mapa que diga cuales diagramas contribuyen a cada coeficiente.

Los operadores  $O_1$  y  $O_2$  tienen contribuciones de los diagramas de árbol, mientras que  $O_3, \dots, O_6$  tienen contribuciones de los diagramas con lazos y gluones. Los operadores  $O_7, \dots, O_{10}$  tienen contribuciones de los diagramas de caja y de los diagramas electrodébiles con lazo.

Los coeficientes de Wilson para  $b \rightarrow su\bar{u}$  se tomarán de la literatura [8].

## 5.2. Amplitudes

El cálculo de las amplitudes a partir del hamiltoniano efectivo se hace en la aproximación de factorización<sup>1</sup>. Las amplitudes son:

$$A_{\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+} = \langle \pi^+ K^- | \hat{O}_{\text{Hamiltoniano efectivo}} | \bar{B}^0 \rangle \quad (5.2)$$

y

$$A_{B^- \rightarrow K^- \pi^0} = \langle \pi^0 K^- | \hat{O}_{\text{Hamiltoniano efectivo}} | B^- \rangle. \quad (5.3)$$

El siguiente paso es substituir el operador  $\hat{O}_{b \rightarrow us}$  de la ecuación 5.1 en 5.2 y 5.3 como el hamiltoniano efectivo.

Luego se usa el teorema de Fierz para transformar a los operadores de cuatro quarks que aparecen en 5.1. Se usa el teorema de Fierz para las matrices gama de Dirac y para las matrices de Gell-Mann<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>También llamada *naive factorization*.

<sup>2</sup>Una descripción del teorema de Fierz se puede encontrar en el apéndice C de [5]. En la página 470 se usa el teorema de Fierz para las matrices gama y en la página 471 se usa para las matrices de Gell-Mann.

Cuando se usa el teorema de Fierz sobre las matrices de Gell-Mann no se usa la identidad completa, se ignora un término que impediría la aproximación siguiente, la inserción de un estado sin color,  $|\text{vac}\rangle$ .

$$\delta_{wx} \delta_{yz} = \frac{1}{3} \delta_{wz} \delta_{yx} + \frac{1}{2} \sum_{a=1}^8 \lambda_{wz}^a \lambda_{yx}^a \quad (5.4)$$

Donde  $\lambda^a$ ,  $\forall a = 1, \dots, 8$ , son las matrices de Gell-Mann. El término que se ignora es el segundo término del lado derecho de la ecuación 5.4.

El siguiente paso para evaluar las amplitudes consiste en separar el producto escalar (del estado inicial con cada operador de cuatro quarks del hamiltoniano efectivo actuando sobre el estado final) en el producto de dos productos escalares. Ahora se toma cada operador de cuatro quarks y se insertan uno o dos estados  $|\text{vac}\rangle$  para formar dos productos escalares que no se anulan si tratamos a los estados de mesones finales e iniciales como estados formados por los quarks que constituyen a los mesones. No se consideran las interacciones entre los quarks para formar hadrones, es decir: no se consideran a los mesones finales e iniciales como estados asintóticamente libres pero a sus constituyentes quarks sí se les trata de esta forma.

Es importante notar que aunque el hamiltoniano efectivo depende de la escala  $\mu$ , las amplitudes finales no.

Las amplitudes para los dos decaimientos quedan:

$$\begin{aligned}
A_{\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+} &= \lambda_{ud} a_1 X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 + a_{10} + (a_6 + a_8) r_\chi^K \right) X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} \right. \\
&\quad \left. + \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} + \frac{(2a_6 - a_8) m_{B^0}^2}{(m_b + m_d)(m_s - m_d)} \right) X_{\pi^+ K^-}^{\bar{B}^0} \right] \quad (5.5)
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
A_{B^- \rightarrow K^- \pi^0} &= \lambda_{ud} \left[ a_1 (X_{B^- \pi^0}^{K^-} + X_{\pi^0 K^-}^{B^-}) + a_2 X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right] \\
&\quad - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 + a_{10} + \frac{2(a_6 + a_8) m_{B^-}^2}{(m_b + m_u)(m_s - m_u)} \right) X_{\pi^0 K^-}^{B^-} \right. \\
&\quad \left. + (a_4 + a_{10} + (a_6 + a_8) r_\chi^K) X_{B^- \pi^0}^K + \frac{3}{2} (a_9 - a_7) X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right]. \quad (5.6)
\end{aligned}$$

Muchas literales que aparecen en las ecuaciones (5.5) y (5.6) no se han definido aún.

En (5.5) se definió:

$$\begin{aligned}
X_{\bar{B}^0 \pi^+}^K &= \langle K^- | (\bar{s} \gamma^\mu P_L u) | \text{vac} \rangle \langle \pi^+ | (\bar{u} \gamma_\mu P_L b) | \bar{B}^0 \rangle \\
&= i f_K (m_{B^0}^2 - m_\pi^2) F_0^{K \mu \pi^+}(0) \\
X_{\pi^+ K^-}^{\bar{B}^0} &= \langle K^- \pi^+ | (\bar{s} \gamma^\mu P_L d) | \text{vac} \rangle \langle \text{vac} | (\bar{d} \gamma_\mu P_L b) | \bar{B}^0 \rangle \\
&= i f_B (m_{K^-}^2 - m_\pi^2) r_{K\pi} F_\pi(m_{B^0}^2). \quad (5.7)
\end{aligned}$$

Para (5.6) se definió:

$$\begin{aligned}
X_{B^-\pi^0}^{K^-} &= \langle K^- | (\bar{s}\gamma^\mu P_L u) | \text{vac} \rangle \langle \pi^0 | (\bar{u}\gamma_\mu P_L b) | B^- \rangle \\
&= -i \frac{f_K}{\sqrt{2}} (m_{B^+}^2 - m_{K^+}^2) r_{K\pi} F_0^{B^0\pi^-}(0) \\
X_{\pi^0 K^+}^B &= \langle \pi^0 K^- | (\bar{s}\gamma^\mu P_L u) | \text{vac} \rangle \langle \text{vac} | (\bar{u}\gamma_\mu P_L b) | B^- \rangle \\
&= -i \frac{f_B}{\sqrt{2}} (m_{\pi^0}^2 - m_{K^+}^2) r_{K\pi} F_\pi(m_{B^-}^2) \\
X_{B^-\pi^0}^{K^+} &= \langle \pi^0 | (\bar{u}\gamma^\mu P_L u) | \text{vac} \rangle \langle K^- | (\bar{s}\gamma_\mu P_L b) | B^- \rangle \\
&= -i \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} (m_{B^+}^2 - m_{K^+}^2) r_{K\pi} F_0^{B^0\pi^-}(0) \quad (5.8)
\end{aligned}$$

Las literales  $f_K$ ,  $f_B$  y  $f_\pi$  son las constantes de decaimiento de los mesones  $K$ ,  $B$  y  $\pi$  respectivamente y tienen unidades de energía. Además  $m_{\text{mesón}}$  es la masa del mesón que se indica, lo mismo para los quarks. También se definió:

$$r_K^k \equiv \frac{2m_K^2}{m_b(m_s + \hat{m})} \quad (5.9)$$

donde

$$\hat{m} \equiv \frac{m_u + m_d}{2}. \quad (5.10)$$

La constante de Fermi,  $G_F = \frac{g^2}{m_W^2 4\sqrt{2}} = 1.166367 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ .

También se definieron  $F_0^{B^0\pi^-}(0) = 0.25$  y  $F_\pi(m_{B^-}^2) = 8\pi\alpha_s(m_{B^-}^2) f_\pi^2/m_{B^-}^2$ . Estas dos cantidades se llaman factores de forma. El valor de  $F_0^{B^0\pi^-}(0)$  se obtiene de un ajuste numérico[9]. En cambio  $F_\pi(m_{B^-}^2) = 8\pi\alpha_s(m_{B^-}^2) f_\pi^2/m_{B^-}^2$  se toma de QCD perturbativo[10].

Las literales  $a_i$  son función únicamente de los coeficientes de Wilson  $C_i$  para  $b \rightarrow su\bar{u}$  y del número de colores de QCD,  $n_c$ .

$$\begin{aligned}
a_{2j-1} &= C_{2j-1} + C_{2j}/n_c \\
a_{2j} &= C_{2j} + C_{2j-1}/n_c \quad (5.11)
\end{aligned}$$

con  $j = 1, \dots, 5$ . Podemos ver que  $a_{2j-1}$  y  $a_{2j}$  solo dependen de  $C_{2j-1}$  y  $C_{2j}$  y que ningún otro coeficiente  $a_i$  depende de  $C_{2j-1}$  o  $C_{2j}$ ,  $\forall j = 1, \dots, 5$ . Se pueden despejar  $C_{2j-1}$  y  $C_{2j}$  en términos de  $a_{2j-1}$  y  $a_{2j}$ :

$$\begin{aligned}
C_{2j-1} &= \frac{n_c}{n_c^2 - 1} [n_c a_{2j-1} - a_{2j}] \\
C_{2j} &= \frac{n_c}{n_c^2 - 1} [n_c a_{2j} - a_{2j-1}]. \quad (5.12)
\end{aligned}$$

Como los coeficientes  $C_1$  y  $C_2$  tienen contribuciones de los diagramas de árbol de manera dominante  $a_1$ ,  $a_2$  dependen de  $C_1$  y  $C_2$  pero de ningún otro coeficiente  $C_i$ .  $a_1$  y  $a_2$  tienen contribuciones de árbol de manera dominante.

De igual manera los coeficientes  $a_3, \dots, a_6$  tienen contribuciones de diagramas con lazos y gluones. Y  $a_7, \dots, a_{10}$  tienen contribuciones de diagramas electrodébiles con lazos.

Los coeficientes  $a_i$  tomados de [8] tienen los valores:

$a_1$ 1.046	$a_2$ 0.024
$a_3$ 0.00723 - 0.0003i	$a_4$ -0.0383 - 0.0121i
$a_5$ -0.0027 - 0.0003i	$a_6$ -0.0436 - 0.0121i
$a_7$ -0.000087 - 0.00027i	$a_8$ 0.00033 - 0.00009i
$a_9$ -0.00925 - 0.00027i	$a_{10}$ 0.000032 - 0.00009i.

### 5.3. Fases que parametrizan física mas allá del modelo estándar

A partir de la sección anterior se pueden evaluar las asimetrías de  $CP$  para los decaimientos  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  y  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$ . Las masas de mesones y quarks necesarias para evaluar las asimetrías de  $CP$  y las constantes de decaimiento de los mesones  $K$ ,  $B$  y  $\pi$  se obtuvieron de [1]. Para poder evaluar las amplitudes es necesario tener los coeficientes de Wilson del proceso. Los coeficientes que reciben las fases que parametrizan física diferente a la del modelo estándar son los coeficientes  $a_i$ . Se probaron varios casos al dar fases a los coeficientes  $a_i$ .

Cuando no se coloca ninguna fase adicional a los coeficientes<sup>1</sup>  $a_i$  y se evalúan las asimetrías de los decaimientos  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  y  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$  se obtiene:

$$\mathcal{A}_{\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{\text{calculado}} = 0.14 \quad (5.13)$$

y

$$\mathcal{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{\text{calculado}} = 0.11. \quad (5.14)$$

Las dos asimetrías calculadas tienen signos iguales, a diferencia de las ecuaciones (1.2) y (1.3).  $\mathcal{A}_{\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{\text{calculado}}$  no está dentro de los errores experimentales reportados por [7].  $\mathcal{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{\text{calculado}}$  sí está dentro de los errores experimentales de [7].

<sup>1</sup>Usando las amplitudes de las ecuaciones (5.5) y (5.6).

<sup>2</sup>En general los coeficientes  $a_i$  son números complejos.

### 5.3.1. Fases en $a_1$ y $a_2$

Para tratar de obtener asimetrías consistentes con (4.2) y (4.3) se modificaron las amplitudes (5.5) y (5.6). Se colocó una fase  $e^{i\phi_1}$  multiplicando a  $a_1$  y una fase  $e^{i\phi_2}$  multiplicando a  $a_2$ . Las amplitudes de los procesos quedan:

$$A_{\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.1} = \lambda_{ud} a_1 e^{i\phi_1} X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 + a_{10} + (a_6 + a_8) r_\chi^K \right) X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} + \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} + \frac{(2a_6 - a_8) m_{B^0}^2}{(m_b + m_d)(m_s - m_d)} \right) X_{\pi^+ K^-}^{\bar{B}^0} \right] \quad (5.15)$$

y

$$A_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.1} = \lambda_{ud} \left[ a_1 e^{i\phi_1} \left( X_{B^- \pi^0}^{K^-} + X_{\pi^0 K^-}^{B^-} \right) + a_2 e^{i\phi_2} X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right] - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 + a_{10} + \frac{2(a_6 + a_8) m_B^2}{(m_b + m_u)(m_s - m_u)} \right) X_{\pi^0 K^-}^{B^-} + (a_4 + a_{10} + (a_6 + a_8) r_\chi^K) X_{B^- \pi^0}^{K^-} + \frac{3}{2} (a_9 - a_7) X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right]. \quad (5.16)$$

Se evaluaron las asimetrías de las amplitudes (5.16) y (5.15) en la región  $0 \leq \phi_1 \leq 2\pi$  y  $0 \leq \phi_2 \leq 2\pi$  en puntos distribuidos regularmente en esta región, de manera que formasen una cuadrícula. Se buscaron valores de  $\phi_1$  y  $\phi_2$  para los cuales  $\mathfrak{A}_{\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.1}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.1}$  fueran consistentes con (4.2) y (4.3).

No se encontró ningún par de valores  $\phi_1$  y  $\phi_2$  con  $0 \leq \phi_1 \leq 2\pi$  y  $0 \leq \phi_2 \leq 2\pi$  que dieran asimetrías consistentes con (4.2) y (4.3).

Al no encontrar regiones consistentes con (4.2) y (4.3) se buscaron regiones en las cuales los signos de las asimetrías fuesen consistentes con las mediciones de Belle [7]. Regiones con signos consistentes aparecen en las evaluaciones numéricas pero representan solo el 0.5% del área total,  $(2\pi)^2$ . En la figura 5.1 se muestra la región donde  $\mathfrak{A}_{\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.1}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.1}$  tienen los mismos signos que (4.2) y (4.3). En este caso las regiones de signos consistentes son muy pequeñas y aparecen al evaluar amplitudes que dependen de valores experimentales. Modificar los valores experimentales que entran en las amplitudes podría desaparecer las regiones de fases donde los signos de las asimetrías son consistentes.

Es importante decir que dar fases a  $a_1$  y  $a_2$  es modificar los coeficientes de Wilson que tienen contribuciones de árbol de forma dominante.

### 5.3.2. Fases en $a_2$ y el resto de los $a_i$ salvo $a_1$

Con el mismo objetivo que en la sección 5.3.1 se modificaron las amplitudes (5.5) y (5.6). Se colocó una fase  $e^{i\phi_2}$  multiplicando a  $a_2$  y una fase  $e^{i\phi_0}$

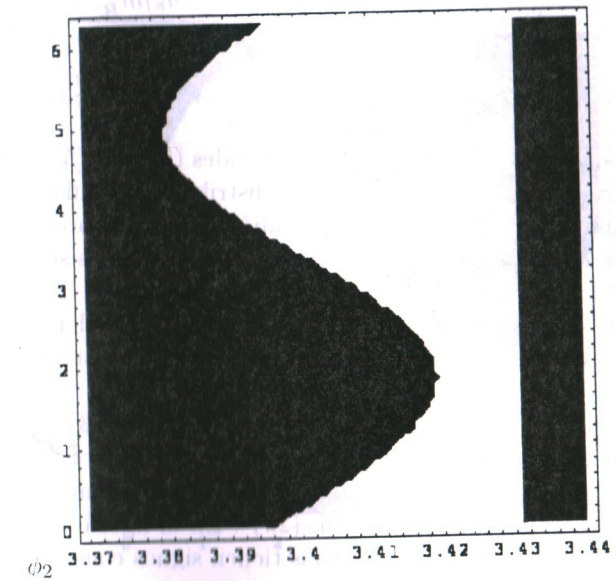


Figura 5.1: Región (en blanco) donde  $\mathfrak{A}_{\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.1}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.1}$  tienen los mismos signos que (4.2) y (4.3). El eje horizontal es  $\phi_1$  y el eje vertical es  $\phi_2$ .

multiplicando a  $a_i \forall i = 3, \dots, 10$ . Las amplitudes de los procesos quedan:

$$A_{B^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.2} = \lambda_{ud} a_1 X_{B^0 \pi^+}^{K^-} - \lambda_{ts} e^{i\phi_r} \left[ \left( a_4 + a_{10} + (a_6 + a_8) r_\chi^K \right) X_{B^0 \pi^+}^{K^-} + \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} + \frac{(2a_6 - a_8) m_{B^0}^2}{(m_b + m_d)(m_s - m_d)} \right) X_{\pi^+ K^-}^{\bar{B}^0} \right] \quad (5.17)$$

y

$$A_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.2} = \lambda_{ud} \left[ a_1 (X_{B^- \pi^0}^{K^-} + X_{\pi^0 K^-}^{B^-}) + a_2 e^{i\phi_2} X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right] - \lambda_{ts} e^{i\phi_r} \left[ \left( a_4 + a_{10} + \frac{2(a_6 + a_8) m_B^2}{(m_b + m_u)(m_s - m_u)} \right) X_{\pi^0 K^-}^{B^-} + (a_4 + a_{10} + (a_6 + a_8) r_\chi^K) X_{B^- \pi^0}^{K^-} + \frac{3}{2} (a_9 - a_7) X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right]. \quad (5.18)$$

Se evaluaron las asimetrías de las amplitudes (5.18) y (5.17) en la región  $0 \leq \phi_2 \leq 2\pi$  y  $0 \leq \phi_r \leq 2\pi$  en puntos distribuidos regularmente en esta región, de manera que formasen una cuadrícula. Se buscaron valores de  $\phi_2$  y  $\phi_r$  para los cuales  $\mathfrak{A}_{B^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.2}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.2}$  fueran consistentes con (4.2) y (4.3).

Igual que en 5.3.1 no se encontró ningún par de valores  $\phi_2$  y  $\phi_r$  con  $0 \leq \phi_2 \leq 2\pi$  y  $0 \leq \phi_r \leq 2\pi$  que dieran asimetrías consistentes con (4.2) y (4.3).

Al no encontrar regiones consistentes con (4.2) y (4.3) se buscaron regiones en las cuales los signos de las asimetrías fuesen consistentes con las mediciones. Tales regiones aparecen en las evaluaciones numéricas pero representan solo el 0.5% del área total,  $(2\pi)^2$ . En la figura 5.2 se muestra la región donde las asimetrías modificadas tienen signos consistentes con (4.2) y (4.3). En este caso las regiones de signos consistentes son muy pequeñas y al evaluar las amplitudes se incluyeron los valores centrales de resultados experimentales. Modificar los valores experimentales usados dentro de sus errores experimentales las regiones consistentes pueden desaparecer.

Es importante decir que dar fases a  $a_2$  y  $a_r$  es modificar los coeficientes de Wilson que tienen contribuciones de árbol y coeficientes con contribuciones de diagramas con lazos.

### 5.3.3. Fases en $a_2$ y $a_{4&6}$

De nuevo se modificaron las amplitudes (5.5) y (5.6). Se colocó una fase  $e^{i\phi_2}$  multiplicando a  $a_2$  y una fase  $e^{i\phi_{4&6}}$  multiplicando a  $a_4$  y  $a_6$ . Las amplitudes de los procesos quedan:

$$A_{B^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.3} = \lambda_{ud} a_1 X_{B^0 \pi^+}^{K^-} - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 e^{i\phi_{4&6}} + a_{10} + (a_6 e^{i\phi_{4&6}} + a_8) r_\chi^K \right) X_{B^0 \pi^+}^{K^-} + \left( a_4 e^{i\phi_{4&6}} - \frac{a_{10}}{2} + \frac{(2a_6 e^{i\phi_{4&6}} - a_8) m_{B^0}^2}{(m_b + m_d)(m_s - m_d)} \right) X_{\pi^+ K^-}^{\bar{B}^0} \right] \quad (5.19)$$

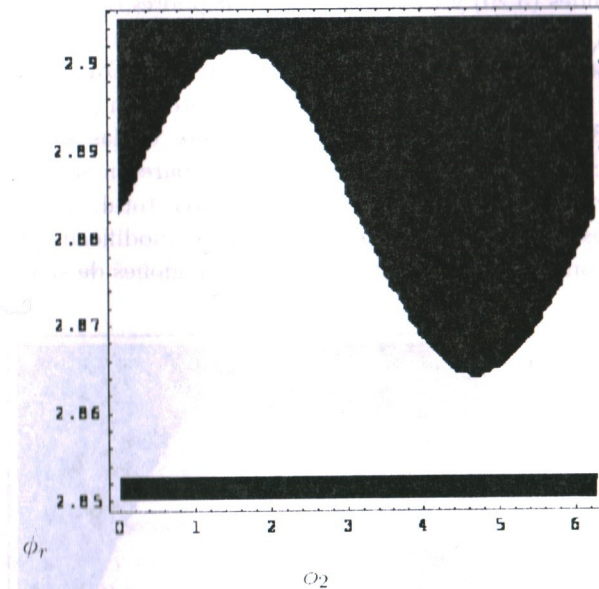


Figura 5.2: Región (en blanco) donde  $\mathfrak{A}_{B^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.2}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.2}$  tienen los mismos signos que (4.2) y (4.3). El eje horizontal es  $\phi_2$  y el eje vertical es  $\phi_r$ .

y multipli-

$$A_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.3} = \lambda_{ud} \left[ a_1 (X_{B^- \pi^0}^{K^-} + X_{\pi^0 K^-}^{B^-}) + a_2 e^{i\phi_2} X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right] - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 e^{i\phi_{4\&6}} + a_{10} + \frac{2(a_6 e^{i\phi_{4\&6}} + a_8) m_{B^-}^2}{(m_b + m_u)(m_s - m_u)} \right) X_{\pi^0 K^-}^{B^-} + (a_4 e^{i\phi_{4\&6}} + a_{10} + (a_6 e^{i\phi_{4\&6}} + a_8) r_\chi^K) X_{B^- \pi^0}^{K^-} + \frac{3}{2} (a_9 - a_7) X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right]. \quad (5.20)$$

Igual que en los casos anteriores, 5.3.1 y 5.3.2, se evaluaron las asimetrías de las amplitudes (5.20) y (5.19). Se buscaron valores de  $\phi_2$  y  $\phi_{4\&6}$  para los cuales  $\mathfrak{A}_{B^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.3}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.3}$  fueran consistentes con (4.2) y (4.3).

De nuevo no se encontró ningún par de valores  $\phi_2$  y  $\phi_{4\&6}$  con  $0 \leq \phi_2 \leq 2\pi$  y  $0 \leq \phi_{4\&6} \leq 2\pi$  que dieran asimetrías consistentes con (4.2) y (4.3).

Se buscaron regiones en las cuales los signos de las asimetrías fuesen consistentes con las mediciones. Tales regiones aparecen en las evaluaciones numéricas pero representan solo el 0.1% del área total,  $(2\pi)^2$ . En la figura 5.3 se muestra la región donde las asimetrías modificadas tienen signos consistentes con (4.2) y (4.3). En este caso las regiones de signos consis-

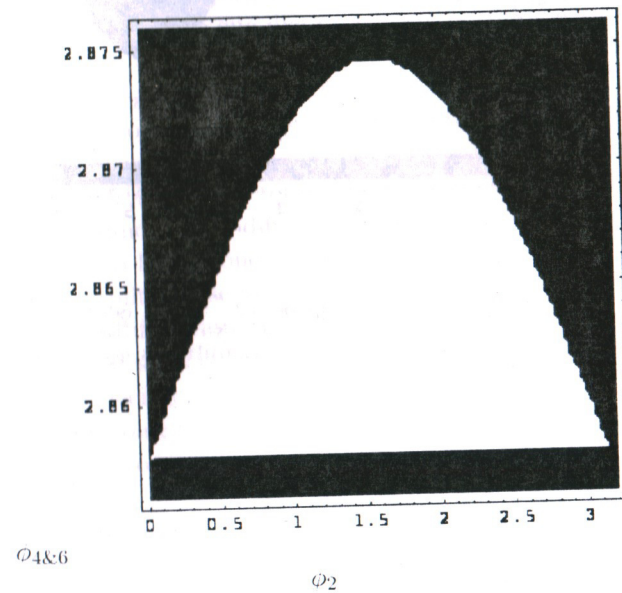


Figura 5.3: Región (en blanco) donde  $\mathfrak{A}_{B^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.3}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.3}$  tienen los mismos signos que (4.2) y (4.3). El eje horizontal es  $\phi_2$  y el eje vertical es  $\phi_{4\&6}$ .

tes son muy pequeñas y al evaluar las amplitudes se incluyeron los valores

centrales de resultados experimentales. Modificar los valores experimentales usados dentro de sus errores experimentales las regiones consistentes pueden desaparecer.

Dar fases a  $a_2$  y  $a_{4\&6}$  es modificar los coeficientes de Wilson que tienen contribuciones de árbol y coeficientes con contribuciones de diagramas con lazos y gluones.

#### 5.3.4. Fases en $a_3, \dots, a_6$ y $a_7, \dots, a_{10}$

Se modificaron las amplitudes (5.5) y (5.6). Se colocó una fase  $e^{i\phi_f}$  multiplicando a  $a_3, a_4, a_5, a_6$  y una fase  $e^{i\phi_d}$  multiplicando a  $a_7, a_8, a_9, a_{10}$ . Las amplitudes de los procesos quedan:

$$A_{B^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.4} = \lambda_{ud} a_1 X_{B^0 \pi^+}^{K^-} - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 e^{i\phi_f} + a_{10} e^{i\phi_d} + (a_6 e^{i\phi_f} + a_8 e^{i\phi_d}) r_\chi^K \right) X_{B^0 \pi^+}^{K^-} + \left( a_4 e^{i\phi_f} - \frac{a_{10} e^{i\phi_d}}{2} + \frac{(2a_6 e^{i\phi_f} - a_8 e^{i\phi_d}) m_{B^0}^2}{(m_b + m_d)(m_s - m_d)} \right) X_{\pi^+ K^-}^{B^0} \right] \quad (5.21)$$

y

$$A_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.4} = \lambda_{ud} \left[ a_1 (X_{B^- \pi^0}^{K^-} + X_{\pi^0 K^-}^{B^-}) + a_2 X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right] - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 e^{i\phi_f} + a_{10} e^{i\phi_d} + \frac{2(a_6 e^{i\phi_f} + a_8 e^{i\phi_d}) m_{B^-}^2}{(m_b + m_u)(m_s - m_u)} \right) X_{\pi^0 K^-}^{B^-} + (a_4 e^{i\phi_f} + a_{10} e^{i\phi_d} + (a_6 e^{i\phi_f} + a_8 e^{i\phi_d}) r_\chi^K) X_{B^- \pi^0}^{K^-} + \frac{3}{2} (a_9 - a_7) e^{i\phi_d} X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right]. \quad (5.22)$$

Se evaluaron las asimetrías de las amplitudes (5.22) y (5.21). Se buscaron valores de  $\phi_f$  y  $\phi_d$  para los cuales  $\mathfrak{A}_{B^0 \rightarrow K^- \pi^+}^{5.3.4}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0}^{5.3.4}$  fueran consistentes con (4.2) y (4.3).

No se encontró ningún par de valores  $\phi_f$  y  $\phi_d$  con  $0 \leq \phi_f \leq 2\pi$  y  $0 \leq \phi_d \leq 2\pi$  que dieran asimetrías consistentes con (4.2) y (4.3).

Se buscaron regiones en las cuales los signos de las asimetrías fuesen consistentes con las mediciones. Aparecen dos regiones disjuntas en las evaluaciones numéricas pero la suma de sus áreas representa solo el 1% del área total,  $(2\pi)^2$ . En la figura 5.4 se muestra la región donde aparecen las dos regiones con signos consistentes para las asimetrías. En las figuras 5.5 y 5.6 se muestran por separado estas regiones en blanco. En este caso las regiones de signos consistentes son muy pequeñas y al evaluar las amplitudes se incluyeron los valores centrales de resultados experimentales. Modificar los valores experimentales usados dentro de sus errores experimentales las regiones consistentes pueden desaparecer.

Dar fases a  $a_f$  y  $a_d$  es modificar los coeficientes de Wilson que tienen contribuciones de diagramas con lazos y gluones y los diagramas que tienen contribuciones de lazos e interacciones electrodébiles pero no fuertes.



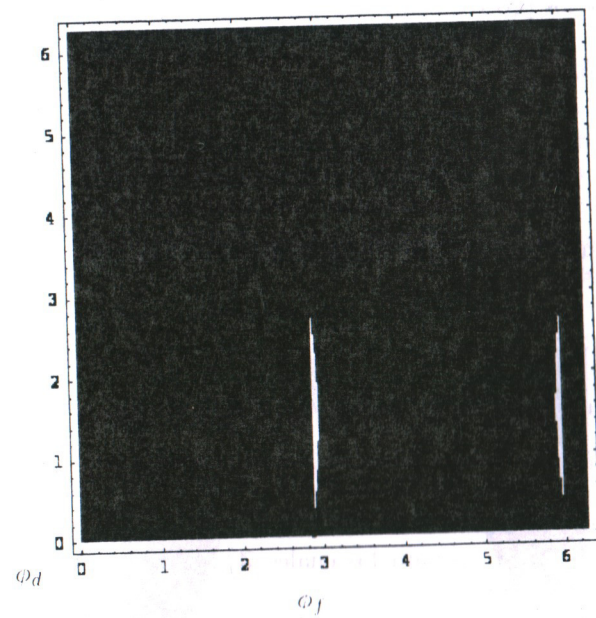


Figura 5.4: Regiones (en blanco) donde  $\mathfrak{A}_{B^0 \rightarrow K^+ \pi^-}^{5.3.4}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^+ \pi^0}^{5.3.4}$  tienen los mismos signos que (4.2) y (4.3). El eje horizontal es  $\phi_f$  y el eje vertical es  $\phi_d$ .

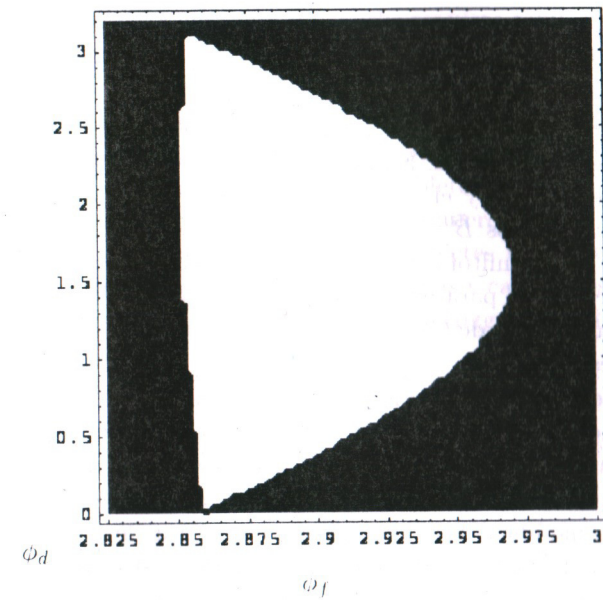


Figura 5.5: Región izquierda donde  $\mathfrak{A}_{B^0 \rightarrow K^+ \pi^-}^{5.3.4}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^+ \pi^0}^{5.3.4}$  tienen los mismos signos que (4.2) y (4.3). El eje horizontal es  $\phi_f$  y el eje vertical es  $\phi_d$ .

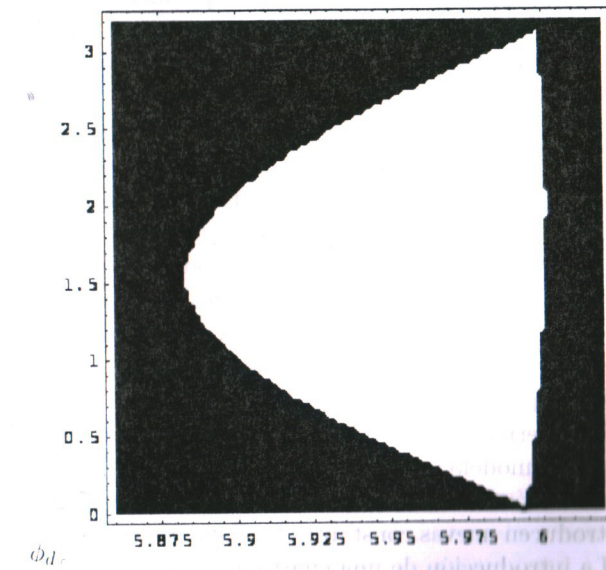


Figura 5.6: Región derecha donde  $\mathfrak{A}_{B^0 \rightarrow K^+ \pi^-}^{5.3.4}$  y  $\mathfrak{A}_{B^- \rightarrow K^+ \pi^0}^{5.3.4}$  tienen los mismos signos que (4.2) y (4.3). El eje horizontal es  $\phi_f$  y el eje vertical es  $\phi_d$ .

## 5.4. Conclusiones

En este trabajo se estudió el modelo estándar y la violación de  $CP$ . Se trabajó con los decaimientos mesónicos  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  y  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$  en términos de quarks libres. En la formulación de hamiltonianos efectivos, usando la factorización y el teorema de Fierz, se escribieron las amplitudes de los decaimientos  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  y  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$ . Los coeficientes de Wilson, parte del hamiltoniano efectivo de los procesos, se tomaron de la literatura y se usaron para evaluar las asimetrías de  $CP$  de los dos decaimientos. Las asimetrías de  $CP$  obtenidas no son consistentes con sus valores experimentales.

Luego se realizó un trabajo numérico en el cual alterando los coeficientes  $a_i$ , que dependen de los coeficientes de Wilson, se buscaron valores de los coeficientes que den asimetrías de  $CP$  consistentes con los valores experimentales para los dos decaimientos del mesón  $B$  mencionados anteriormente.

La idea de modificar los coeficientes  $a_i$  es tratar de parametrizar física mas allá del modelo estándar, que podría describir estos decaimientos.

Los coeficientes  $a_i$  se modificaron agregandoles fases a algunos de ellos. Se probaron diferentes casos.

No se encontraron valores de los coeficientes  $a_i$  consistentes con los errores experimentales de las mediciones de las asimetrías de  $CP$ .

Entonces se buscaron valores para las fases que modifican a los coeficientes  $a_i$  donde las asimetrías tengan signos consistentes con las mediciones. Se encontraron regiones en el espacio de las fases donde las asimetrías tienen los signos correctos, pero son regiones muy pequeñas.

El modelo para tratar de incluir efectos de nueva física puede ser mejorado. Una posible mejora sería modificar también los valores absolutos de los coeficientes  $a_i$ . También se pueden incluir mas fases que conservan  $CP$  además de la que aparece en la matriz  $CKM$ , para tratar de enriquecer el modelaje de los efectos de física mas allá del modelo estándar.

Otros intentos de explicar las asimetrías de  $CP$  medidas para  $\bar{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+$  y  $B^- \rightarrow K^- \pi^0$  tratan solamente con física dentro del modelo estándar, pero toman en cuenta efectos de la formación de hadrones en vez de sustituir a los mesones por quarks libres.

De entre las alternativas para tratar de explicar las mediciones de Belle con extensiones del modelo estándar están los modelos de cuarta generación, que son una extensión sencilla del modelo estándar. Los modelos de cuarta generación introducen nuevas constantes fundamentales que producen violación de  $CP$ . La introducción de una cuarta generación no modificaría substancialmente los diagramas que hacen la transición  $b \rightarrow \bar{u}us$  en términos de quarks libres, pero se deben incluir los quarks de la cuarta generación entre los quarks virtuales que aparecen en los diagramas con lazos. Otra modificación importante es que la matriz de CKM de  $4 \times 4$  tiene 3 fases irremovibles e independientes que producen violación de  $CP$  en vez de solo una. La intro-

ducción de una cuarta generación de quarks requiere también la existencia de una cuarta generación de leptones. Esto amplía los fenómenos donde se pueden buscar pistas sobre el modelo.

Otra alternativa de física más allá del modelo estándar son los modelos *left-right* que extienden el grupo de norma del modelo estándar a  $SU(3) \times SU(2) \times SU(2) \times U(1)$ . Se forman dobletes de  $SU(2)$  con fermiones derechos además de los dobletes de fermiones izquierdos. Es decir, hay transformaciones independientes de  $SU(2)$  para dobletes izquierdos y derechos. Este modelo requiere introducir nuevas partículas y cantidades fundamentales, por ejemplo es necesario ampliar el sector de Higgs e introducir 3 bosones de norma adicionales.

## Bibliografía

- [1] Particle Data Group collaboration. "Review of particle physics." páginas 33 y 473 para las masas de los leptones; páginas 513, 515 y 525 para las propiedades de los quarks; página 31 para los bosones mediadores (2006).
- [2] Wu-Ki Tung. "Group theory in physics." capítulo 2.
- [3] Rabindra N. Mohapatra. "Unification and supersymmetry." capítulo 1.
- [4] Steven Weinberg. "The quantum theory of fields." capítulo 2 sección 2. apéndice A.
- [5] Gustavo Castelo Branco, Luis Lavura y João Paulo Silva. "CP violation." Oxford University Press, 1999.
- [6] Jean-Marc Gérard. "CP and T violations in the standard model." que aparece en: "Quantitative particle physics. Cargèse 1992." páginas 149-172.
- [7] The Belle Collaboration. "Difference in direct charge-parity violation between charged and neutral B meson decays." *Nature* **452**, 332-335 (2008). doi:10.1038/nature06827.
- [8] Yaw-Hwang Chen *et al.*. "Charmless hadronic two-body decays of  $B_u$  and  $B_d$  mesons." *Phys. Rev. D* **60**, 904014 (1999).
- [9] Patricia Ball y Roman Zwicky. "New results on  $B \rightarrow \pi, K, \eta$  decay form factors from light-cone sum rules." *Phys. Rev. D* **71**, 014015 (2005).
- [10] Zheng-Tao Wei y Mao-Zhi Yang. "The systematic study of  $B \rightarrow$  form-factors in pQCD approach and its reliability." *Nucl. Phys. B*, **B642**, 263-289 (2002). hep-ph/0202018.



"2010. Año del Bicentenario de la Independencia Nacional  
y del Centenario de la Revolución Mexicana"

Asunto: Carta de aceptación de tesis

León Gto., 3 de Marzo de 2009

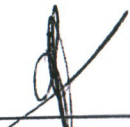
A QUIEN CORRESPONDA  
P R E S E N T E

Después de haber leído la Tesis titulada "*Estudio de la diferencia en la violación de CP en el decaimiento de mesones B cargados y neutrales*", que, para obtener el grado de Licenciado en Física, presenta **Benjamín Raziel Jaramillo Avila**, le informo que esta tesis reúne las características y exigencias de una Tesis de Licenciatura en Física.

Así mismo, le informo que de la entrevista que he realizado con Benjamin para que me aclarara algunas dudas de la escritura de la tesis, observe que tiene un dominio sobresaliente de la investigación que realizó en la tesis. Por todo lo anterior, avalo la presentación de la defensa de dicha Tesis ante el jurado que ha sido designado para tal fin.

Sin más por el momento me despido de Ud., aprovechando la ocasión para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE,  
"LA VERDAD OS HARÁ LIBRES"



---

Dr. David Y.G. DELEPINE  
Profesor Titular A



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

Bucaramanga, 3 de marzo del 2009.

**A QUIEN CORRESPONDA**

Cordial saludo,

He revisado el trabajo de tesis del estudiante **Benjamín Raziel Jaramillo Ávila**, con título **"ESTUDIO DE LA DIFERENCIA EN LA VIOLACIÓN DE CP EN EL DECAIMIENTO DE MESONES B CARGADOS Y NEUTRALES"**, que se presenta para la obtención del grado de licenciado en Física. Considero que este trabajo cumple con todos los requisitos de calidad necesarios para ser presentado como tesis de licenciatura por lo que puede ser presentado en el examen de graduación.

Quedo a su disposición para las aclaraciones que sean del caso.

*Carlos A. Ramirez*

Carlos A. Ramirez  
Escuela de Física  
Universidad Industrial de Santander  
A. A. 678, Bucaramanga, Colombia.  
Teléfono/fax: 57-7-6323477 y 6346149  
E-mail: [inidramirez@yahoo.com](mailto:inidramirez@yahoo.com)



Universidad  
de Guanajuato

"2010. Año del Bicentenario de la Independencia Nacional  
y del Centenario de la Revolución Mexicana"

León, Guanajuato a 6 de Marzo de 2009

**Dr. David Delepine**  
**Coordinador de docencia**  
**División de Ciencias e Ingenierías**  
**Presente**

Estimado Dr. Delepine:

Por medio de la presente le informo que he revisado de la tesis de licenciatura del **Sr. Benjamín Raziel Jaramillo Avila** titulada "*Estudio de la diferencia en la violación de CP en el decaimiento de mesones B cargados y neutrales*". En base a esta revisión puedo afirmar que los resultados presentados en la tesis son de gran interés y relevancia y se puede proceder a su defensa.

Aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**  
**"LA VERDAD OS HARÁ LIBRES"**

  
**DR. FRANCISCO SASTRE CARMONA**

**DIVISION DE CIENCIAS E INGENIERÍAS, CAMPUS LEÓN**

Loma del Bosque 103, Fracc. Lomas del Campestre C.P. 37150 León, Gto., Ap. Postal E-143 C.P. 37000 Tel. (477) 788-5100  
Fax: (477) 788-5100 ext. 8410, <http://www.fisica.ugto.mx>



México, D.F. 2 de marzo 2009

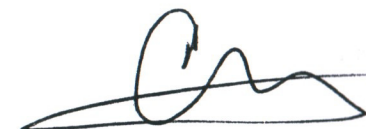
A QUIEN CORRESPONDA

El trabajo de tesis de Licenciatura "Estudio de la diferencia en la violación de CP en el decaimiento de mesones B cargados y neutrales", que presenta Benjamín Raziel Jaramillo Avila, me parece que cumple ampliamente con los requisitos para obtener este grado.

La tesis está bien escrita, y toca un tema de mucha actualidad, ya que la diferencia de asimetrías de CP en decaimientos de mesones B cargados y neutros, medidos recientemente por el experimento Belle, carece aún de una explicación en el Modelo Estandar de partículas elementales. Pienso que es un excelente tema para iniciar a un estudiante en el estudio de esta disciplina.

Dado las anteriores características, no tengo ningún problema en aceptar esta tesis para su presentación y defensa.

Cordiales saludos



Dr. Gabriel López Castro  
Departamento de Física  
Cinvestav

Mendivil



"2010. Año del Bicentenario de la Independencia Nacional  
y del Centenario de la Revolución Mexicana"

León Gto. 26 de Febrero de 2009

**Dr. David Delepine**

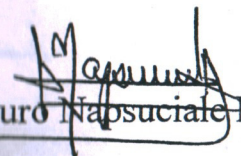
**Coordinador de Docencia**

Presente

Por este conducto le informo que he revisado la tesis de Licenciatura de Benjamín Raziél Jaramillo Ávila titulada "Estudio de la diferencia de la violación de CP en el decaimiento de mesones B cargados y neutrales". Mis correcciones han sido incorporadas en el escrito, por lo cual no tengo inconveniente en que se lleve a cabo la defensa de la misma.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

Atentamente

  
Dr. Mauro Napsuciale Mendivil  
Sinodal