

## Metodología basada en la transformada MUSIC para la identificación de frecuencias naturales en puentes empleando vibraciones ambientales

Methodology based on the MUSIC transform for natural frequencies identification of bridges by using environmental vibrations.

Alan G. Lujan-Olalde<sup>1</sup>, Jose M. Machorro-Lopez<sup>2</sup>, Martin Valtierra-Rodriguez<sup>1</sup>, Miguel Anaya-Diaz<sup>3</sup>, Juan P. Amezquita-Sanchez<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>ENAP-RG, CA Sistemas Dinámicos, Facultad de Ingeniería, Departamento de Electromecánica. Universidad Autónoma de Querétaro, Campus San Juan del Río, 76807, San Juan del Río, Querétaro, México.

<sup>2</sup>Investigador CONAHCYT - Instituto Mexicano del Transporte, km 12 Carretera Estatal No. 431 "El Colorado-Galindo" San Fandila, 76703, Pedro Escobedo, Querétaro, México.

<sup>3</sup>Instituto Mexicano del Transporte, km 12 Carretera Estatal No. 431 "El Colorado-Galindo" San Fandila, 76703, Pedro Escobedo, Querétaro, México.

\* Autor de correspondencia: jamezquita@uaq.mx

### Resumen

Cuando se diseña y/o construye una estructura, es necesario estimar varios parámetros mecánicos, como las frecuencias naturales, formas modales, factores de amortiguamiento, entre otros. En particular, las frecuencias naturales de un sistema estructural indican los valores en los que esta vibrará de manera excesiva si es que las frecuencias de las fuerzas de excitación coinciden con ellas, además, los valores de estas frecuencias naturales están en función de la masa y de la rigidez de la estructura. Por esta razón, este trabajo se enfoca en proponer una metodología basada en algoritmos de procesamiento avanzados, como la transformada de clasificación múltiple de señales (MUSIC, *multiple signal classification*), con el objetivo de calcular las frecuencias naturales de una estructura real (puente atirantado) con gran precisión. La efectividad del algoritmo MUSIC se evalúa a través de dos casos. En el primer caso, se utiliza la respuesta de vibración libre simulada de un sistema de 3 grados de libertad a fin de evaluar la precisión e inmunidad al ruido del algoritmo MUSIC para estimar las frecuencias naturales. Para demostrar las ventajas de la metodología propuesta, se comparan los resultados con los obtenidos mediante la transformada rápida de Fourier (TRF). En el segundo caso, se aplica la técnica propuesta para estimar las frecuencias naturales de una estructura real, la cual corresponde con el puente atirantado Puente Río Papaloapan (PRP), ubicado en el Estado de Veracruz, México. Esta estructura está expuesta a vibraciones ambientales causadas por el tráfico vehicular y el viento. Los resultados demuestran que la transformada MUSIC permite estimar las frecuencias naturales del PRP con un error máximo del 0.3%, un valor mucho menor que el obtenido mediante la TRF (2.4%), al comparar ambas técnicas con los correspondientes valores de referencia numéricos obtenidos con el respectivo modelo de elementos finitos del PRP.

**Palabras clave:** Puentes, Frecuencias naturales, Vibraciones, Clasificación múltiple de señales, Transformada rápida de Fourier, Modelo de elementos finitos.

## 1. Introducción

Las infraestructuras civiles, tales como viviendas, edificios, puentes y otras configuraciones, se destacan como elementos esenciales en la vida moderna. Éstas no sólo proporcionan a las personas espacios habitables y centros de trabajo, sino que también facilitan la comunicación y el transporte entre ciudades y países, entre otros beneficios fundamentales. Durante el proceso de diseño y construcción de una estructura, surge la necesidad de estimar diversos parámetros dinámicos llamados parámetros modales, p. ej., frecuencias naturales, formas modales, factores de amortiguamiento, entre otros, los cuales desempeñan un papel crucial en esta tarea. De manera particular, las frecuencias naturales (FNs) se caracterizan por ser valores esenciales para el diseño y evaluación de la infraestructura civil, ya que éstos indican cómo la estructura vibrará ante distintas condiciones (Amezquita-Sanchez et al., 2017). Por lo tanto, la estimación, lo más certera de este parámetro modal es de gran interés, ya que permitiría realizar un correcto diseño y seguimiento de la condición estructural de las obras civiles.

En la última década, se han presentado diversos trabajos enfocados en la estimación de las FNs de la infraestructura civil. Por ejemplo, Navarrete (2016) exploró el algoritmo de Fourier para estimar las FNs de una estructura conocida como armadura de 3 cubos de aluminio sometida a vibraciones forzadas. Naderpour & Fakharian, (2016) emplearon el método *Peak Picking*, una variante de la transformada rápida de Fourier (TRF), para la estimación de las frecuencias naturales de un edificio construido en el laboratorio de 3 pisos, con el fin de correlacionarlas con la integridad de la estructura. Perez-Ramirez et al., (2016) analizaron los parámetros dinámicos modales de un edificio de 3 pisos en la Universidad Autónoma de Querétaro mediante diversas técnicas de procesamiento de señales tiempo/frecuencia, entre ellas la TRF. Por su parte, Cacho-Perez et al., (2017) integraron el método de espacios estocásticos con la función de respuesta en frecuencia, una variante de la TRF, para estimar los parámetros dinámicos modales de un puente peatonal sujeto a vibraciones o excitaciones ambientales, tales como el paso peatonal, viento, microsismos, entre otros. Xin et al., (2019) introdujeron la transformada empírica *wavelet*, la cual se basa en la combinación de la transformada wavelet y de Fourier, para el cálculo de los parámetros modales de un edificio simulado en laboratorio de 3 pisos, sujeto a vibraciones ambientales. Como conclusión, los autores indicaron que el uso de la transformada de Fourier en la transformada empírica wavelet puede llegar a generar “modos falsos”, generando un análisis incorrecto de la información o señales analizadas. De manera reciente, Hernández (2022) evaluó la TRF para identificar las FNs de un edificio escalado de 4 pisos de acero expuesto a excitaciones dinámicas generadas por un martillo de impacto. A pesar de los resultados prometedores presentados en los trabajos descritos anteriormente, es de suma importancia mencionar que la TRF tiene las siguientes limitaciones para la estimación de las FNs en estructuras civiles: (1) no puede utilizarse para monitorear la infraestructura civil sometidas a excitación dinámicas (p. ej. vibraciones ambientales), ya que su respuesta vibratoria pudiera contener señales con propiedades no estacionarias y (2) su precisión se reduce ante señales con una gran cantidad de ruido, como las adquiridas en estructuras civiles sometidas a vibraciones ambientales. En este sentido, la primera limitación hace que la TRF no pueda analizar correctamente las señales que varían con el tiempo; por otro lado, la segunda limitación indica que el ruido contenido en la señal medida puede introducir frecuencias espurias (frecuencias no existentes en la señal), enmascarando las verdaderas. Por lo tanto, es necesario explorar otras técnicas de procesamiento de señales que puedan funcionar en entornos como los mencionados anteriormente. Una técnica prometedora es la clasificación múltiple de señales (MUSIC), que ha permitido obtener resultados destacados en diversas áreas, tales como la detección de la dirección de sonidos (Nagata et al., 2009) y en la detección de daños en motores de inducción (García-Perez et al., 2012). Además, se sabe que el algoritmo de MUSIC tiene una mayor inmunidad al ruido y una mejor capacidad de detección de frecuencias débiles en comparación con la TRF (Amezquita-Sanchez y Adeli, 2016). Por estas razones, la transformada MUSIC debe ser investigada/evaluada para la estimación de las FNs de estructuras civiles como los puentes.

En este trabajo de investigación, se presenta una metodología basada en el algoritmo MUSIC para la estimación de las FNs en puentes. La efectividad del algoritmo MUSIC se evalúa a través de dos casos. En el primer caso, se utiliza la respuesta de vibración libre simulada de un sistema de 3 grados de libertad para evaluar la exactitud e inmunidad al ruido del algoritmo MUSIC para determinar las FNs. Para demostrar la superioridad de la metodología propuesta, los resultados se comparan con los obtenidos del método TRF. En el segundo caso, la técnica propuesta se aplica para estimar las FNs de una estructura real, puente atirantado PRP localizado en el estado de Veracruz, sometida a vibraciones ambientales producidas por el paso vehicular y viento. Los resultados estimados se comparan con los calculados por un modelo conocido como elemento finito. Los resultados obtenidos muestran que la técnica MUSIC presenta una alta precisión, la cual es mayor en comparación con la TRF para el cálculo de las FNs de la infraestructura civil, como los puentes.



## 2. Marco Teórico

En esta sección se presentan los fundamentos matemáticos utilizados para este estudio. Incluye una descripción de diferentes algoritmos empleados para calcular las FNs de una manera experimental de una estructura civil, tales como la transformada de Fourier y MUSIC.

### 2.1 Clasificación Múltiple de Señales MUSIC

La transformada MUSIC se caracteriza por ser una técnica de alta resolución basada en subespacios con la capacidad de estimar las frecuencias contenidas en una señal con un alto nivel de ruido, como las analizadas en estructuras civiles (Perez-Ramirez et al., 2016). En particular, la transformada MUSIC describe que la señal en el dominio del tiempo a analizar puede ser representada por la sumatoria de  $m$  señales senoidales complejas más ruido, lo cual es descrito matemáticamente de la siguiente forma:

$$x[n] = \sum_{i=1}^m \bar{B}_i e^{j2\pi f_i n} + e[n]$$

$$\bar{B}_i = |B_i| e^{j\phi_i} \quad (1)$$

donde  $N$  es la cantidad de datos muestreados,  $n$  es 0, 1, 2,  $N-1$ , y  $B_i$  representa la amplitud compleja de la señal senoidal en términos de  $i$ . La frecuencia de la señal senoidal está representada por  $f_i$  y, finalmente,  $e[n]$  representa una secuencia de ruido blanco de media cero y una varianza  $\sigma^2$ . La suma de las matrices de autocorrelación de señal pura ( $R_s$ ) y con ruido ( $R_n$ ), respectivamente dan lugar a la matriz de autocorrelación  $R$ , la cual está definida por:

$$R = R_s + R_n = \sum_{i=1}^p |B_i|^2 e^{j2\pi f_i n} e^{H} (f_i) + \sigma^2 nI \quad (2)$$

donde  $p$  representa la cantidad de frecuencias,  $H$  es la transpuesta Hermitiana,  $I$  representa la matriz de identidad y  $e^{H} (f_i)$  representa una señal vector expresada por:

$$e^{H} (f_i) = [1 \ e^{-j2\pi(1)f_i} \ e^{-j2\pi(N-1)f_i}] \quad (3)$$

debido a la condición de ortogonalidad, el pseudoespectro de MUSIC,  $Q$ , está representado por:

$$Q^{MUSIC}(f) = \frac{1}{|e^{H}(f)^H V_{m+1}|^2} \quad (4)$$

donde  $V_{m+1}$  representa el eigenvector de la señal con ruido. De manera particular, que esta expresión presenta picos ubicados exactamente en la frecuencia de la componente sinusoidal principal, donde el denominador es igual a 0.

### 2.2 Transformada de Fourier

La TRF se caracteriza por ser un método con la capacidad de transformar una señal en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia con la finalidad de poder identificar o calcular las frecuencias contenidas en la señal analizada (Hernandez, 2022). De manera particular, la TRF es empleada comúnmente para el análisis de señales monitoreadas en la infraestructura civil (respuesta vibratoria) con el fin de estimar sus FNs (Amézquita, 2012). Matemáticamente, la TRF,  $X(k)$  es representada por:

$$X(k) = \sum_{n=1}^N x(n) e^{-j\omega n} \quad (5)$$

donde:  $x(n)$  representa la señal a analizar,  $n$  es un índice escalar, el cual representa la muestra de la señal a analizar y  $e^{-j\omega n}$  representa el kernel de transformación.



### 2.3 Validación numérica

Con el propósito de demostrar la eficiencia de la transformada MUSIC en la identificación de las frecuencias de una señal, se genera una señal sintética que representa la respuesta vibratoria de un sistema de 3 grados de libertad. Matemáticamente, esta señal es representada como sigue (Perez-Ramirez, 2016):

$$x(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{-2\pi\zeta_i f_i t} \cos(2\pi f_i \sqrt{1-\zeta_i^2} t + \phi_i) + n(t) \quad (6)$$

donde  $A_i$  es la amplitud,  $\phi_i$  es el ángulo de fase,  $f_i$  es la frecuencia y  $\zeta_i$  es el factor de amortiguamiento de cada frecuencia,  $N$  es el número total de frecuencias y  $n(t)$  es una secuencia de ruido. De manera, particular, la señal generada está conformada por 3 FNs  $f_1 = 2$  Hz,  $f_2 = 5$  Hz,  $f_3 = 10$  Hz, con una amplitud de  $A_i = 1$  y un ángulo de fase  $\phi_i = 0$  y un factor de amortiguamiento de  $\zeta_1 = 1\%$ ,  $\zeta_2 = 1\%$ , y  $\zeta_3 = 3\%$  para  $i = 1, 2$  y  $3$ . Adicionalmente, la señal sintética generada es contaminada con una gran cantidad de ruido (1dB), similar a las respuestas vibratorias monitoreadas en estructuras civiles, con el propósito de verificar la capacidad de la transformada MUSIC para identificar las frecuencias de la señal ante el efecto del ruido (ver Figura 1).

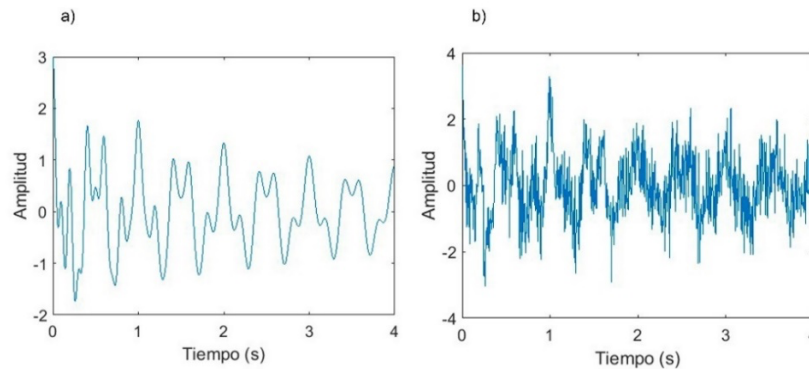


Figura 1. Señal sintética generada (a) sin ruido y (b) con ruido.  
Fuente: Elaboración propia.

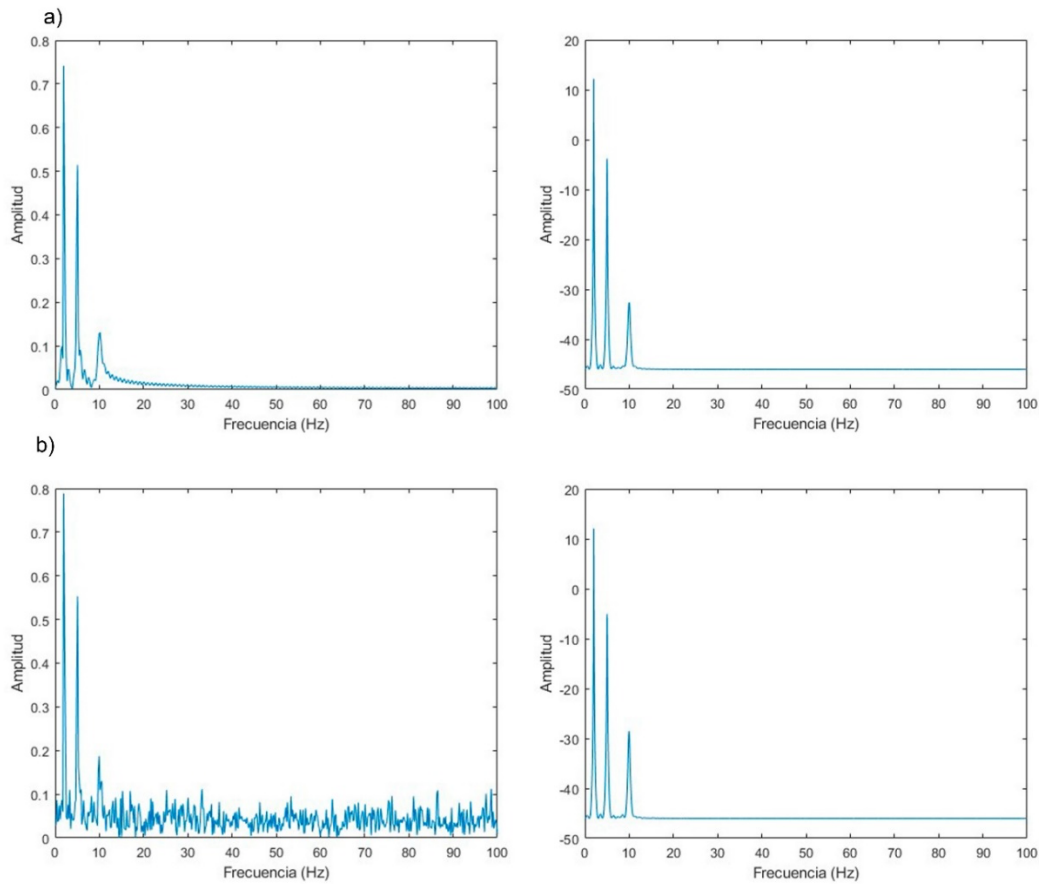


Figura 2. Frecuencias estimadas por la TRF y MUSIC para una señal (a) sin ruido y (b) con ruido.  
 Fuente: Elaboración propia

**Tabla 1.** FNs estimadas por la transformada MUSIC y TRF.

Frecuencias teóricas	TRF		MUSIC	
	Sin ruido (error)	Con ruido (error)	Sin ruido (error)	Con ruido (error)
2 Hz	1.953 Hz (2.4%)	1.953 Hz (2.4%)	2.001 Hz (0.05%)	2.001 Hz (0.05%)
5 Hz	5.078 Hz (1.5%)	5.078 Hz (1.5%)	5.004 Hz (0.08%)	5.004 Hz (0.08%)
10 Hz	9.960 Hz (0.4%)	9.765 Hz (2.4%)	10.009 Hz (0.09%)	10.009 Hz (0.09%)

Fuente: Elaboración propia.

La Figura 2 presenta el espectro y el pseudo-espectro obtenido mediante los métodos de la TRF y MUSIC, respectivamente. Es evidente que ambos algoritmos identifican las FNs sin la presencia de ruido (Figura 2a); sin embargo, cuando la señal está contaminada con una gran cantidad de ruido, el espectro estimado por la TRF refleja componentes de frecuencia espurios, lo que potencialmente puede llevar a detecciones erróneas, así como una identificación de las frecuencias poco precisa, ya que se tiene un error máximo del 2.4%. Por el contrario, los resultados obtenidos mediante el algoritmo MUSIC, tal como se resumen en la Tabla 1, se encuentran más cercanos a los valores reales exactos de las frecuencias establecidas para las señales sintéticas, que aquellos obtenidos mediante la TRF. Esto demuestra que el algoritmo MUSIC es una técnica capaz de trabajar con señales ruidosas, como las monitoreadas en las estructuras civiles, dado que se obtiene un error muy bajo con respecto a los valores teóricos (el error máximo es del 0.09%).



### 3. Metodología propuesta

La Figura 3 ilustra un diagrama esquemático de los pasos a seguir en la propuesta metodológica para estimar las FNs de una infraestructura civil real. En este caso particular, se enfoca en el PRP, que está sujeto a vibraciones ambientales causadas por el tráfico vehicular y viento.

La metodología se divide en dos pasos principales:

1. La respuesta vibratoria del puente producida por el tráfico de vehículos de carga y viento es monitoreada mediante sensores de aceleración. Posteriormente, los datos adquiridos son transmitidos a una computadora personal tipo laptop con 64 GB de RAM y 20 procesadores lógicos, a través de un protocolo de comunicación inalámbrica para su almacenamiento y posterior análisis.
2. Finalmente, una vez recopilada la respuesta dinámica del puente, se procesa utilizando la transformada MUSIC para estimar sus FNs en el *software* Octave . Es importante destacar que estas estimaciones se comparan con las obtenidas experimentalmente mediante la TRF y las calculadas a través de un modelo de elementos finitos.

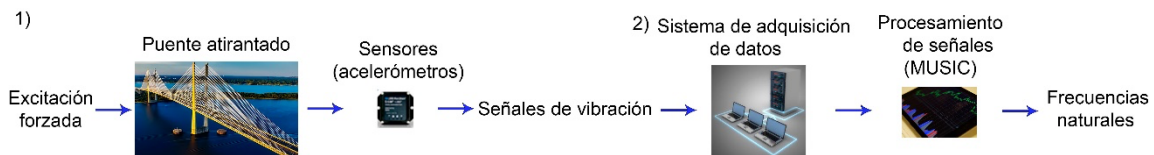


Figura 3. Esquema de los pasos a seguir en la metodología propuesta.  
Fuente: Elaboración propia.

Con la finalidad de poner a prueba la metodología propuesta, se utiliza la respuesta vibratoria del puente atirantado PRP. El PRP se caracteriza por ser un puente atirantado, el cual se construyó o erigió en el año de 1994. Este puente se localiza en el Estado de Veracruz, México, tal como se muestra en la Figura 4. Este puente ostenta una longitud total de 407.21 metros, destacando su claro principal de 203 metros de longitud, el cual está sostenido por un conjunto de 112 tirantes dispuestos en 8 semiarpas que se pueden apreciar en la Figura 5 bajo la designación de "SH". Cada una de estas semiarpas comprende 14 tirantes, siendo el primer tirante, identificado como "número 1", el más corto de todos, mientras que el último tirante, señalado como "número 14", ostenta la mayor longitud de todos (Yanez-Borjas et al, 2021).



Figura 4. Puente atirantado a analizar: PRP.  
Fuente: Instituto Mexicano del Transporte.

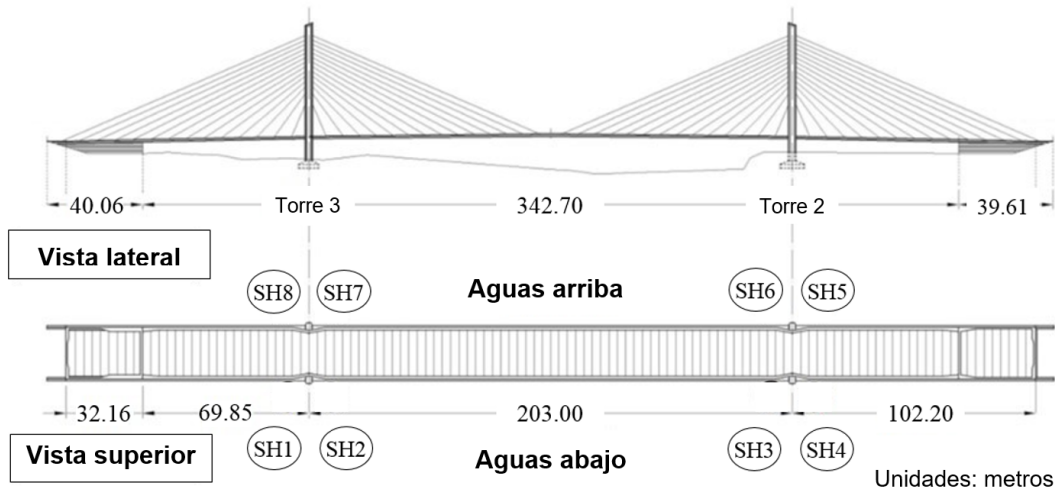


Figura 5. Dibujo del PRP mostrando dimensiones generales e identificación de semiarpas.  
 Fuente: Instituto Mexicano del Transporte.

#### 4. Puesta experimental

Con el propósito de evaluar la capacidad de la metodología propuesta para estimar las FNs del PRP se presenta la siguiente puesta experimental mostrada en la Figura 6(a). De manera particular, el puente se instrumentó con 12 acelerómetros inalámbricos (representados por los círculos de color azul en la Figura 5b) LORD MicroStrain® modelo G-Link-LXRS®, distribuidos a lo largo de la estructura, como se muestra en la Figura 5b. Estos acelerómetros se utilizaron para monitorear y registrar las respuestas vibratorias generadas por excitaciones ambientales, en este caso, las producidas por el viento, vehículos y peatones (Figura 6a). Con el propósito de evaluar la repetibilidad de las frecuencias contenidas en las señales, se realizaron 10 repeticiones de 35 segundos, cada una con una frecuencia de muestreo de 128 Hz con un total de 4,480 muestras por cada sensor.

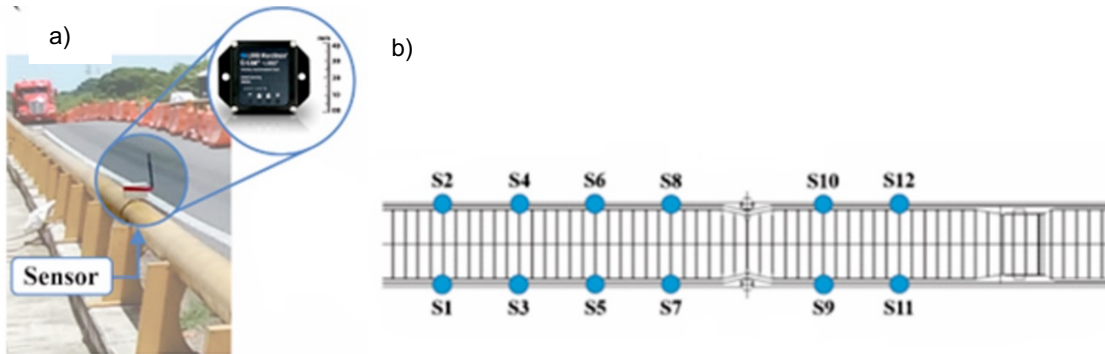


Figura 6. (a) Sensor inalámbrico montado en el PRP y (b) ubicación de los sensores (S1, S2, ..., S12) utilizados para monitorear las respuestas vibratorias del puente.  
 Fuente: Instituto Mexicano del Transporte.

## 5. Resultados

Siguiendo los pasos de la metodología propuesta, primeramente, se monitoreó y adquirió la respuesta vibratoria del PRP a través de los diversos acelerómetros montados a lo largo de la estructura, como se mencionó previamente. Para fines ilustrativos, la Figura 7 muestra la respuesta vibratoria obtenida por el sensor 5 (S5) y el sensor 6 (S6). De acuerdo a esta figura, es posible observar que la respuesta vibratoria del puente presenta características no estacionarias, es decir, la señal monitoreada tiende a ser variante a lo largo del tiempo. Por esta razón, se requiere de un método con la capacidad de analizar este tipo de señales.

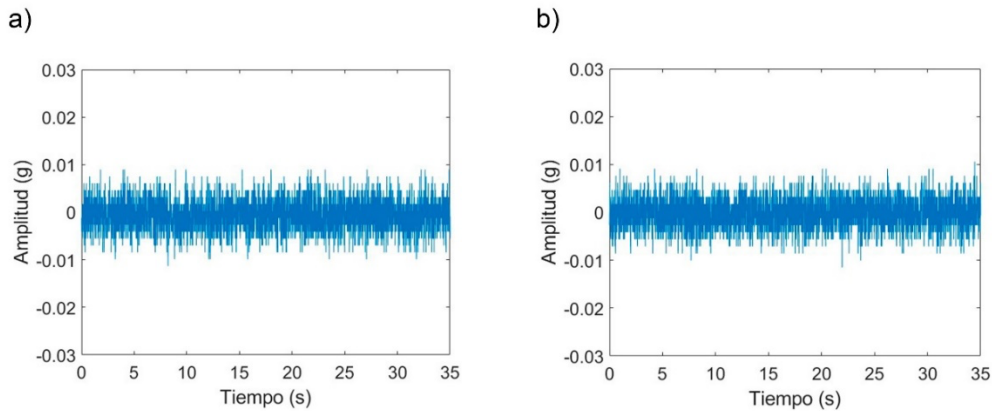


Figura 7. Respuestas vibratorias monitoreadas del PRP por medio del sensor (a) S5 y (b) S6.  
 Fuente: Elaboración propia.

Una vez adquiridas las respuestas vibratorias del PRP, éstas son analizadas por medio de la transformada MUSIC con el fin de estimar las correspondientes FNs. La Figura 8(a) y 8(b) muestra las FNs estimadas por la transformada MUSIC y TRF, respectivamente, para los sensores S5 y S6. De acuerdo con esta imagen, se puede observar que la TRF no identifica de manera clara las frecuencias contenidas en las señales, esto debido a su susceptibilidad al ruido. Por el contrario, la transformada MUSIC estima de manera clara las frecuencias contenidas en la señal sin importar las características de la señal analizada.

La Tabla 2 resumen los valores de las primeras cuatro FNs estimadas tanto por la transformada de Fourier como los estimados por la transformada MUSIC.

**Tabla 2.** Valores de las FNs estimadas por la TRF y MUSIC. .

No. Frecuencia Natural	Fourier (Hz)	MUSIC (Hz)
1	0.4257	0.4152
2	0.5781	0.5776
3	0.7949	0.8164
4	0.9941	1.0034

Fuente: Elaboración propia





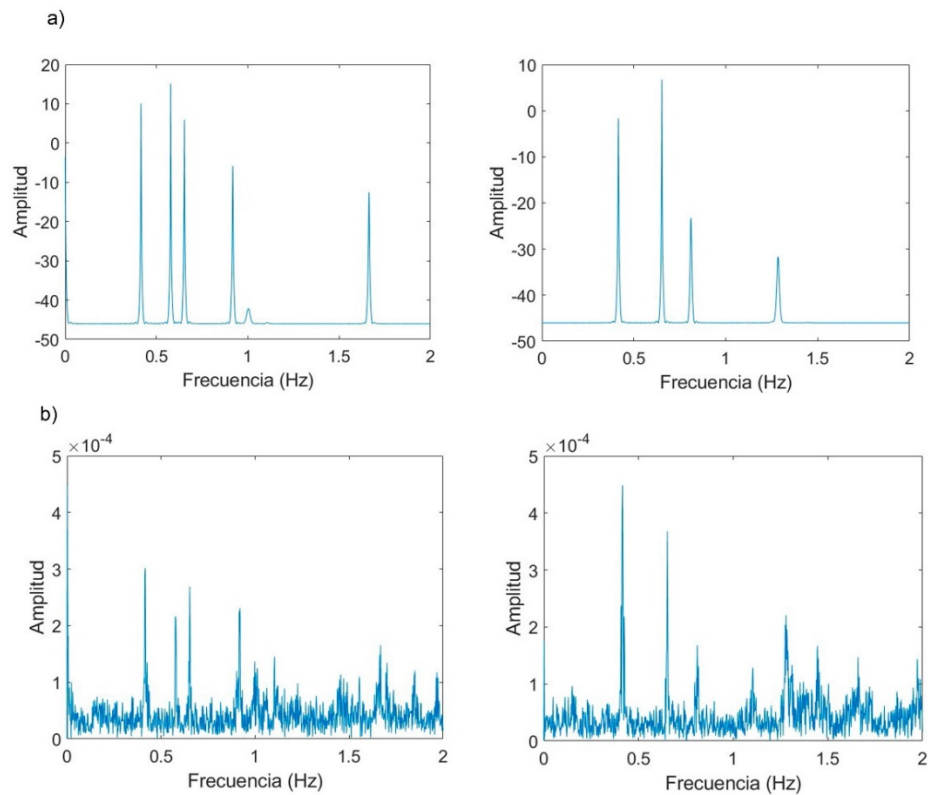


Figura 8. Análisis en el dominio de la frecuencia con el fin de estimar las FNs de los sensores S5 y S6, respectivamente, por medio de la transformada (a) MUSIC y (b) TRF.  
 Fuente: Elaboración propia.

Con el propósito de comparar los resultados obtenidos por ambas transformadas, se desarrolla un modelo de elementos finitos del PRP con el fin de observar si este tiene un comportamiento cercano al comportamiento real de la estructura. Es muy importante mencionar que el modelo de elemento finito se desarrolló en el software Ansys Mechanical APDL, haciendo uso de elementos BEAM188 para las torres, vigas principales y vigas transversales; SHELL181 para la losa/tablero, y LINK180 para los tirantes. El modelo se malló para estar compuesto por 7,365 elementos y 8,053 nodos. En la Figura 9, se presentan las 4 primeras formas modales y los correspondientes valores de frecuencia del PRP estimadas por el modelo numérico. Como se puede observar en esta figura, los valores de las FNs tienen un valor inferior a 1.1 Hz, lo cual se debe a las grandes dimensiones (una gran cantidad de masa) de la estructura. La Tabla 3 resume los valores de las FNs obtenidos tanto por el modelo numérico como de forma experimental mediante las transformadas TRF y MUSIC. .

**Tabla 3.** Valores de las 4 primeras frecuencias naturales del PRP obtenidas con el modelo numérico y de forma experimental mediante las transformadas TRF y MUSIC. .

Frecuencias numéricas	Frecuencias experimentales	
	TRF (error)	MUSIC (error)
0.4151 Hz	0.4257 Hz (2.4%)	0.4152 Hz (0.02%)
0.5762 Hz	0.5781 Hz (0.3%)	0.5776 Hz (0.2%)
0.8135 Hz	0.7949 Hz (2.3%)	0.8164 Hz (0.3%)
1.0010 Hz	0.9941 Hz (0.7%)	1.0034 Hz (0.2%)

Fuente: Elaboración propia



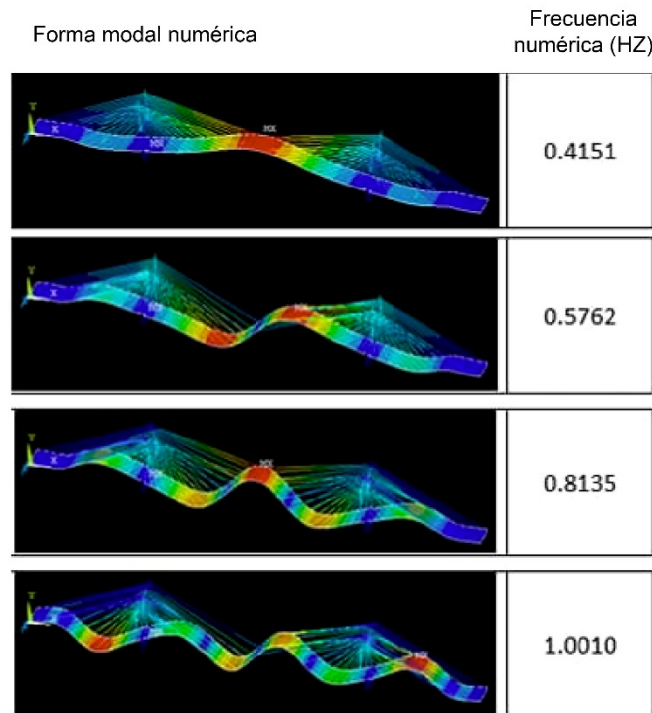


Figura 9. Formas modales obtenidas de forma numérica y sus correspondientes frecuencias (primeras 4 formas modales flexionantes).  
Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, los porcentajes de variación para las frecuencias obtenidas tanto por la transformada MUSIC de forma experimental como por el modelo de elementos finitos no superan el 0.3%, lo cual indica la gran similitud entre el modelo numérico y comportamiento real que tiene la estructura mediante el análisis de señales con la transformada MUSIC; a diferencia de la comparación entre el modelo numérico y el análisis experimental mediante la TRF, donde se presentan porcentajes de variación que superan el 2%. Por lo tanto, se valida de esta forma la utilidad que tiene la transformada MUSIC para la obtención de frecuencias naturales en estructuras civiles como los puentes carreteros (Su *et al.*, 2014).

## 6. Conclusiones

En este trabajo, se presenta una metodología basada en la transformada MUSIC para la estimación de las FNs en un puente atirantado utilizando excitaciones dinámicas. Con el fin de demostrar la eficiencia del método MUSIC, se presentan dos casos: 1) una simulación numérica con señales sintéticas incluyendo altos niveles de ruido y 2) el análisis de la respuesta vibratoria de una estructura real (PRP). Los resultados obtenidos mediante la transformada MUSIC se comparan con los obtenidos mediante la TRF.

El primer caso analizado muestra que la TRF es susceptible al ruido, ya que se obtienen frecuencias espurias y un error máximo del 2.4%. Por otro lado, la transformada MUSIC demuestra ser inmune al ruido y capaz de estimar las FNs con una alta precisión, ya que se obtiene un error máximo del 0.09%, confirmando así que la transformada MUSIC es una técnica de procesamiento de señales adecuada para calcular las FNs de estructuras civiles con gran precisión (Su *et al.*, 2014).

El segundo caso analizado demuestra que la transformada MUSIC es eficiente para calcular las FNs de un puente atirantado sometido a excitaciones ambientales producidas por viento y paso de vehículos y peatones, ya que los valores estimados son muy similares a los obtenidos mediante un modelo numérico basado en el método del elemento finito, donde el error máximo en la identificación de frecuencias es del 0.3%. A diferencia de los estimados por la transformada de Fourier, donde se obtiene un error máximo del 2.4%. Por lo tanto, el uso de la transformada MUSIC para la identificación de las FNs en estructuras civiles como los puentes carreteros es altamente recomendado, ya que el algoritmo es capaz de otorgar resultados con gran precisión sin importar la presencia de ruido y características no estacionarias en las señales analizadas.

## 7.- Agradecimientos

Se reconoce y agradece al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), por financiar parcialmente esta investigación a través de la beca 1241417 otorgada a Alan G. Lujan-Olalde, y las becas 296574, 253652 y 161138 otorgadas a Martín Valtierra-Rodríguez, Juan P. Amezcuita-Sánchez y José M. Machorro-López, respectivamente, a través del Sistema Nacional de Investigadoras e Investigadores (SNI-CONAHCYT). Adicionalmente, se reconoce y agradece el apoyo otorgado por parte del CONAHCYT a través del Proyecto No. 34/2018 del Programa "Investigadoras e Investigadores por México" del CONAHCYT (Cátedras CONAHCYT).

## 8.- Referencias

- Amézquita, J. P. (2012). Monitoreo de vibraciones en tiempo real para detectar daños en estructuras. Universidad Autónoma de Querétaro. Querétaro. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/j.1467-8667.2012.00777.x>
- Amezquita-Sanchez, J. P., & Adeli, H. (2016). Signal processing techniques for vibration-based health monitoring of smart structures. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 23, 1-15. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11831-014-9135-7>
- Amezquita-Sanchez, J. P., Park, H. S., & Adeli, H. (2017). A novel methodology for modal parameters identification of large smart structures using MUSIC, empirical wavelet transform, and Hilbert transform. *Engineering Structures*, 147, 148-159. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0141029617300445>
- Cacho-Pérez, M., Frechilla, N., & Lorenzana, A. (2017). Estimación de parámetros modales de estructuras civiles a partir de la función de respuesta en frecuencia. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 33(3-4), 197-203. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0213131516300062>
- García-Pérez, A., Romero-Troncoso, R. J., Cabal-Yepez, E., Osornio-Rios, R. A., and Lucio-Martínez, J. A., 2012, Application of high-resolution spectral analysis for identifying faults in induction motors by means of sound, *Journal of Vibration and Control*, SAGE, 18(11), 1585–1594. <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1077546311422925>
- Hernández (2022). Estimación de FNs de una estructura de acero de cuatro pisos mediante modelos numéricos y experimentales. Tesis Licenciatura, Universidad Autónoma de Querétaro. <https://ri-ng.uaq.mx/handle/123456789/3888>
- Naderpour, H., & Fakharian, P. (2016). A synthesis of peak picking method and wavelet packet transform for structural modal identification. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 20, 2859-2867. <https://link.springer.com/article/10.1007/s12205-016-0523-4>
- Nagata, Y., Iwasaki, S., Hariyama, T., Fujioka, T., Obara, T. and Wakatake, T., 2009, Binaural localization based on weighted wiener gain improved by incremental source attenuation, *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*, IEEE, 17(1), 52–65. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/4740161>
- Navarrete Ruiz, J. (2016). Diseño, instrumentación y monitoreo de una estructura del tipo Truss para la identificación de su dinámica. San Juan del Río, Querétaro.: Tesis de licenciatura, Universidad Autónoma de Querétaro.



- Perez-Ramirez, C. A., Amezcuita-Sanchez, J. P., Adeli, H., Valtierra-Rodriguez, M., Romero-Troncoso, R. D. J., Dominguez-Gonzalez, A., & Osornio-Rios, R. A. (2016). Time-frequency techniques for modal parameters identification of civil structures from acquired dynamic signals. *Journal of Vibroengineering*, 18(5), 3164-3185. <https://www.extrica.com/article/17220>
- Su, W. C., Liu, C. Y., & Huang, C. S. (2014). Identification of instantaneous modal parameter of time-varying systems via a wavelet-based approach and its application. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 29(4), 279-298. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/mice.12037>
- Xin, Y., Hao, H., & Li, J. (2019). Operational modal identification of structures based on improved empirical wavelet transform. *Structural Control and Health Monitoring*, 26(3), e2323. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/stc.2323>
- Yanez-Borjas, J. J., Machorro-Lopez, J. M., Camarena-Martinez, D., Valtierra-Rodriguez, M., Amezcuita-Sanchez, J. P., Carrion-Viramontes, F. J., & Quintana-Rodriguez, J. A. (2021). A new damage index based on statistical features, PCA, and Mahalanobis distance for detecting and locating cables loss in a cable-stayed bridge. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 21(09), 2150127. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0219455421501273>

