

Salamanca, Gto., a 23 de Febrero del 2017.

M. EN I. J. ANTONIO ALVAREZ JAIME  
COORDINADOR DE ASUNTOS ESCOLARES  
P R E S E N T E.-

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno (a) Carlos Alberto Gonzalez Carrillo del Programa de Licenciatura en Ingeniería Eléctrica y cuyo número de NUA es: 144216 del cual soy director. El título de la tesis es: Estimación de Estado de Sistemas de Potencia considerando Mediciones SCADA y PMU

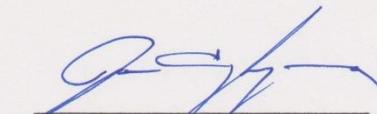
Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los dos sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.

ATENTAMENTE

  
NOMBRE Y FIRMA  
DIRECTOR DE TESIS  
SECRETARIO

  
NOMBRE Y FIRMA  
DIRECTOR DE TESIS

  
NOMBRE Y FIRMA  
PRESIDENTE

  
NOMBRE Y FIRMA  
VOCAL



# UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

---

---

CAMPUS IRAPUATO-SALAMANCA

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

“ESTIMACIÓN DE ESTADO DE SISTEMAS DE POTENCIA  
CONSIDERANDO MEDICIONES SCADA Y PMU”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO ELECTRICISTA

PRESENTA

CARLOS ALBERTO GONZÁLEZ CARRILLO

DIRECTORES

DR. ENRIQUE ARNOLDO ZAMORA CÁRDENAS

DR. ALEJANDRO PIZANO MARTÍNEZ

SALAMANCA, GTO.

FEBRERO 2017

## **Resumen**

En este trabajo se presenta una formulación en coordenadas rectangulares de mediciones PMU para ser implementada en un estimador de estado de sistemas de potencia basado en mínimos cuadrados ponderados, desarrollado utilizando el toolbox de optimización de MATLAB. Los resultados son presentados para demostrar la efectividad de los PMUs en la mejora de la estimación del estado del sistema.

# Índice

<b>Resumen</b> .....	1
<b>Simbología y Abreviaciones</b> .....	5
<b>Índice de Tablas</b> .....	7
<b>Índice de Figuras</b> .....	8
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN</b>	
1.1 Introducción .....	10
1.2 Estado del Arte .....	11
1.3 Justificación y Motivación .....	11
1.4 Objetivos .....	12
1.5 Estructura de la Tesis .....	12
<b>CAPÍTULO 2 ESTIMACIÓN DE ESTADO</b>	
2.1 Introducción .....	13
2.2 Formulación del Problema .....	15
2.2.1 Medición de Flujo de Potencia en Línea de Transmisión .....	15
2.2.2 Medición de Flujo de Potencia en Transformador .....	18
2.2.3 Medición de Inyección de Potencia Nodal .....	19
2.2.4 Medición de Magnitud de Voltaje Nodal .....	20
2.3 Planteamiento del Problema Mediante Mínimos Cuadrados Ponderados .....	20
2.4 La Matriz Jacobiana [H] .....	24
2.4.1 Elementos Jacobianos de Mediciones de Flujo de Potencia .....	25
2.4.2 Elementos Jacobianos de Mediciones de Inyección de Potencia .....	26
2.4.3 Elementos Jacobianos de Mediciones de Voltaje .....	27
2.5 Estructura y Formación de [H] .....	28
2.6 Observabilidad .....	30
2.7 Detección e Identificación de Datos Erróneos .....	31
2.7.1 Propiedades Estadísticas de las Mediciones .....	32
2.7.2 Detección de Error .....	33
2.7.3 Identificación de Mediciones con Error Gueso .....	36

2.8 Implementación Práctica.....	38
----------------------------------	----

### **CAPÍTULO 3 ESTIMACIÓN DE ESTADO CONSIDERANDO PMUs**

3.1 Introducción .....	43
3.2 Definición de Fasor .....	43
3.3 Unidades de Medición Fasorial .....	44
3.4 Comunicaciones y Mediciones Sincronizadas en el Tiempo.....	45
3.5 Formulación de Mediciones PMU para Estimación de Estado .....	46
3.5.1 Medición de Corriente en Línea de Transmisión.....	47
3.5.2 Medición de Corriente en Transformador.....	48
3.5.3 Medición de Magnitud y Ángulo de Voltaje Nodal.....	48
3.6 La Matriz Jacobiana [H].....	48
3.6.1 Elementos Jacobianos de Mediciones de Corriente.....	49
3.6.2 Elementos Jacobianos de Mediciones de Voltaje.....	50
3.7 Estructura y Formación de [H] .....	50
3.8 Ejemplo de Aplicación .....	54

### **CAPITULO 4 CASOS DE ESTUDIO**

4.1 Introducción.....	58
4.1.1 Simulación del Caso Ideal de la Red de 9 Nodos.....	59
4.1.2 Simulación del Caso Ideal de la Red IEEE-118 .....	61
4.2 Simulaciones de Redes con Mediciones Erróneas.....	63
4.2.1 Simulación con Dos Errores Gruesos y Error Aleatorio para la Red de 9 Nodos.....	63
4.2.2 Simulación con Cuatro Errores Gruesos y Error Aleatorio para la Red IEEE-118 .....	65
4.3 Simulaciones de Redes Considerando PMUs.....	66
4.3.1 Simulación de la Red de 9 Nodos Considerando PMUs.....	67
4.3.2 Simulación de la Red IEEE-118 Considerando PMUs.....	69
4.4 Simulaciones de Redes Considerando PMUs y Mediciones Erróneas.....	70
4.4.1 Simulación con Dos Errores Gruesos y Error Aleatorio para la Red de 9 Nodos Considerando PMUs.....	71
4.4.2 Simulación con Cuatro Errores Gruesos y Error Aleatorio para la Red IEEE-118 Considerando PMUs.....	72

## **CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES GENERALES, APORTACIONES Y TRABAJOS FUTUROS**

5.1 Conclusiones Generales .....	74
5.2 Aportaciones .....	74
5.3 Trabajos Futuros.....	75
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>76</b>

## Simbología y Abreviaciones

FP	Flujos de potencia.
EE	Estimación de estados.
MCP	Mínimos cuadrados ponderados.
SEP	Sistema eléctrico de potencia.
CCE	Centro de control de energía.
MATLAB	Laboratorio de matrices.
SCADA	Sistema de supervisión y control de adquisición de datos.
CA	Corriente alterna.
$S_{km}$	Flujo de potencia compleja en un elemento de transmisión.
$P_k$	Inyección de potencia activa en un elemento de transmisión.
$Q_k$	Inyección de potencia reactiva en un elemento de transmisión.
$P_{km}$	Flujo de potencia nodal activa.
$Q_{km}$	Flujo de potencia nodal reactiva.
$V_k$	Magnitud de voltaje nodal.
$\bar{y}_{km}$	Admitancia primitiva serie.
$\bar{y}_{km}^{shunt}$	Admitancia primitiva en derivación.
$z$	Vector de mediciones físicas.
$\hat{z}$	Vector de mediciones estimadas.
$x$	Vector de variables de estado.
$\hat{x}$	Vector de variables de estado estimadas.
$e$	Vector de errores de medición.
$\hat{e}$	Vector de errores de medición estimados.
$h$	Vector de ecuaciones no-lineales.
$\sigma$	Desviación estándar de las mediciones.
$J(x)$	Función cuadrática de mínimos cuadrados.
$J(\hat{x})$	Suma ponderada de los cuadrados de los residuos de las mediciones.
$\rho(\chi^2)$	Función de densidad de probabilidad.
$R^{-1}$	Matriz diagonal de covarianzas de las mediciones.
$H$	Matriz Jacobiana del sistema.
$G$	Matriz de ganancia.

$\Delta x$	Incremento del vector de estados.
$\varepsilon$	Tolerancia a la convergencia.
$\chi^2_{k,\alpha}$	Prueba chi-cuadrada.
$k$	Grados de libertad del sistema
$\alpha$	Nivel de significancia de la prueba chi-cuadrada.
$r^N$	Prueba del máximo residuo normalizado.
$S$	Matriz de varianzas de los errores de medición.
$W^{-1}$	Matriz de ponderaciones
$\sqrt{S_{ii}}$	Desviación estándar
PMU	Unidades de Medición Fasorial
GPS	Sistema de Posicionamiento Global
UTC	Tiempo Universal Coordinado
IEEE	Instituto de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

## Índice de Tablas

<b>Tabla 2.1.</b> Estudio de Flujos vs Estimación de Estado.....	14
<b>Tabla 2.2.</b> Valores típicos de $z_\alpha$ .....	35
<b>Tabla 2.3.</b> Valores de $\chi_{k,\alpha}^2$ .....	35
<b>Tabla 2.4.</b> Argumentos de entrada de la función lsqnonlin(...)	40
<b>Tabla 2.5.</b> Argumentos de salida de la función lsqnonlin(...)	40
<b>Tabla 2.6.</b> Argumentos de la función optimoptions.....	41
<b>Tabla 2.7.</b> Argumentos de la función elements(...)	42
<b>Tabla 4.1.</b> Mediciones disponibles para la estimación de la red de 9 nodos.....	59
<b>Tabla 4.2.</b> Variables de estado del sistema de 9 nodos caso ideal.....	60
<b>Tabla 4.3.</b> Variables de estado del sistema de 9 nodos caso ideal vs caso con errores.....	64
<b>Tabla 4.4.</b> Mediciones contaminadas en la red IEEE-118.....	65
<b>Tabla 4.5.</b> Valores de $J(x)$ y valores límite $\chi_{k,\alpha}^2$ de la red IEEE-118.....	65
<b>Tabla 4.6.</b> Mediciones disponibles para la estimación de la red de 9 nodos con PMUs.....	67
<b>Tabla 4.7.</b> Variables de estado del sistema de 9 nodos caso ideal vs caso ideal con PMUs.....	68
<b>Tabla 4.8.</b> Variables de estado del sistema de 9 nodos con PMUs caso ideal vs caso con errores.....	71
<b>Tabla 4.9.</b> Valores de $J(x)$ y valores límite $\chi_{k,\alpha}^2$ de la red IEEE-118 con PMUs.....	73

## Índice de Figuras

<b>Figura 2.1.</b> Modelo $\pi$ de una línea de transmisión.....	16
<b>Figura 2.2.</b> Transformador de dos devanados. (a) Representación esquemática. (b) Circuito equivalente.....	18
<b>Figura 2.3.</b> Inyección de potencia en el nodo $k$ .....	20
<b>Figura 2.4.</b> Algoritmo para la Estimación de Estado.....	23
<b>Figura 2.5.</b> Algoritmo para la Estimación de Estado con función $\text{lsqnonlin}$ .....	24
<b>Figura 2.6.</b> Contribución de las mediciones de flujos de potencia a la matriz Jacobiana.....	26
<b>Figura 2.7.</b> Contribución de las mediciones de inyección de potencia activa y reactiva al Jacobiano.....	27
<b>Figura 2.8.</b> Sistema de 3 nodos.....	27
<b>Figura 2.9.</b> Contribución de una medición de voltaje a la matriz Jacobiana.....	28
<b>Figura 2.10.</b> Vector de mediciones.....	29
<b>Figura 2.11.</b> Estructura típica de la matriz Jacobiana en Estimación de Estado.....	30
<b>Figura 2.12.</b> Sistema de 4 nodos con 11 mediciones.....	31
<b>Figura 2.13.</b> Función de densidad de probabilidad gaussiana estándar $FDP(\eta)$ .....	32
<b>Figura 2.14.</b> Función de densidad de probabilidad $\rho(\chi^2)$ de la distribución Chi-Cuadrada $\chi_{k,\alpha}^2$ para $(k < 30)$ .....	34
<b>Figura 2.15.</b> Algoritmo de detección e identificación de errores gruesos.....	38
<b>Figura 3.1.</b> Representación del fasor de una onda sinusoidal.....	44
<b>Figura 3.2.</b> Estructura básica de un PMU.....	45
<b>Figura 3.3.</b> Sistema de comunicaciones típica de un PMU.....	46
<b>Figura 3.4.</b> Contribución de las mediciones de corriente a la matriz Jacobiana.....	50
<b>Figura 3.5.</b> Contribución de las mediciones de voltaje a la matriz Jacobiana.....	50
<b>Figura 3.6.</b> Vector de mediciones considerando PMUs.....	52

<b>Figura 3.7.</b> Estructura de la matriz Jacobiana en Estimación de Estado considerando PMUs.....	54
<b>Figura 3.8.</b> Red de 3 nodos con un PMU.....	54
<b>Figura 4.1.</b> Red de 9 nodos.....	59
<b>Figura 4.2.</b> Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error.....	61
<b>Figura 4.3.</b> Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error.....	62
<b>Figura 4.4.</b> Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error vs con errores.....	64
<b>Figura 4.5.</b> Perfil de voltajes nodales estimados sin error vs con errores.....	66
<b>Figura 4.6.</b> Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin PMUs vs con PMUs.....	69
<b>Figura 4.7.</b> Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin PMUs vs con PMUs.....	70
<b>Figura 4.8.</b> Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error vs con errores.....	72
<b>Figura 4.9.</b> Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error vs con errores.....	73

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Introducción

El proceso de Estimación de Estado (EE) es la base de todos los estudios realizados en los centros de control de energía (CCEs) ya que las mediciones físicas que se hacen a larga distancia irremediablemente llegan al concentrador de datos del CCE contaminadas con ruido aleatorio. Esto se debe al tiempo que tarda en llegar la información a su destino, así como la interferencia en las telecomunicaciones, además de la imprecisión de los instrumentos de medición utilizados. Por ello los datos recopilados por el CCE no pueden ser utilizados directamente, es por esto que el estado del sistema debe ser estimado reduciendo el error al máximo. Lo anterior se logra utilizando alguna de las técnicas de optimización existentes, en este caso se utilizó la técnica de mínimos cuadrados ponderados (MCP) [1], [2], [3].

En la actualidad, los sistemas eléctricos de potencia (SEPs) se encuentran en un proceso de transición en donde se pretende mejorar tanto la infraestructura como las aplicaciones de los CCEs, para poder operar y controlar las redes eléctricas de una manera más eficiente y confiable desde un punto de vista de redes inteligentes [4], [5]. En este sentido, una de las aplicaciones más importantes del proceso de modernización de los CCEs existentes es el estimador de estado, donde dicha innovación consiste en la integración de unidades de medición fasorial (PMUs por sus siglas en Inglés) a los esquemas de medición existentes. Esto permite considerar en forma sincronizada mediciones fasoriales de secuencia positiva de voltaje y de corriente en los esquemas de medición utilizados en los estimadores de estado. Los PMUs son potentes dispositivos sincronizados en tiempo que permiten a los ingenieros y operadores de sistemas de potencia monitorear la operación de redes eléctricas en tiempo real. La exactitud de los PMUs junto con su capacidad de sincronización ha impulsado avances exitosos en diferentes aplicaciones de redes eléctricas [5].

En este trabajo de tesis se presenta la formulación de mediciones PMU en forma rectangular en sistemas de potencia y su implementación práctica en un estimador de estado desarrollado en MATLAB. El estimador se basa en la técnica de mínimos cuadrados ponderados utilizando la función `lsqnonlin(...)` del toolbox de optimización de MATLAB.

## 1.2 Estado del Arte

El tema de Estimación de Estado en sistemas de potencia ha sido intensamente estudiado por muchos investigadores en el campo de sistemas de potencia, originándose con el trabajo de Schweppe en los 60's [6]-[11]. A partir de este trabajo, ha habido un desarrollo importante en esta área reportado en numerosos artículos y libros, por ejemplo [1], [12]-[18]. Los algoritmos de mínimos cuadrados ponderados y sus variantes siguen siendo las técnicas dominantes en la práctica, con la mayor aportación de trabajo en el campo de estimación de estado.

Es notable la cantidad de métodos basados en mínimos cuadrados, por ejemplo, ecuaciones normales con técnicas de flujos de potencia desacoplado rápido [19] y [20], el método de Peters y Wilkinson [13], el método de la transformación ortogonal [21] y [22], el método de la matriz aumentada de Hatchtel's [12] y [17], y el método híbrido [15]. Holten da un resumen de la comparación de los algoritmos usados más comúnmente [14]. El objetivo de este trabajo es implementar la teoría de los dispositivos PMU dentro de un algoritmo de Estimación de Estado en estado estable.

## 1.3 Justificación y Motivación

En la actualidad, los SEPs constantemente sufren cambios debido a la integración de novedosos componentes de sistemas de potencia como dispositivos FACTS, las diferentes tecnologías de energías renovables y las tecnologías de medición avanzadas, etc. Por tal motivo, cada vez se vuelve más necesario contar con las herramientas adecuadas para poder analizar el efecto de dichos componentes dentro de la variedad de redes eléctricas existentes hoy en día. Es decir, es necesario contar con programas digitales que permitan la rápida incorporación de nuevas tecnologías dentro de los estudios que se llevan a cabo en los CCEs, para garantizar la operación segura y el control eficiente de los SEPs. En este sentido, el software utilizado en las áreas de operación y control de los SEPs, tanto en la industria eléctrica como en investigación, debe ser desarrollado de forma eficiente y óptima para poder probar rápida y extensivamente modelos innovadores de componentes que puedan ser desarrollados en el futuro, y de esta manera conocer las ventajas y desventajas que caracterizan el desempeño de cada uno de ellos.

La Estimación de Estado es uno de los análisis más importantes y necesarios que se realizan dentro de la industria eléctrica. En esta exigencia nace la necesidad de implementar las tecnologías de medición más avanzadas que existen en el mercado, que permitan mejorar la capacidad de operación y seguridad de los SEPs, así como optimizar el funcionamiento, la eficiencia y el rendimiento de los programas digitales de análisis.

## 1.4 Objetivos

Los objetivos de esta tesis son:

- Formular un esquema de medición híbrido (mediciones SCADA y mediciones PMU) adecuado para un algoritmo de estimación de estado basado en el método de MCP.
- Desarrollar la metodología para implementar un modelo matemático del dispositivo PMU dentro del algoritmo de Estimación de Estado de MCP.
- Verificar el desempeño del algoritmo de MCP utilizando dispositivos PMU.
- Verificar el desempeño del esquema de medición híbrido dentro del algoritmo de Estimación de Estado.

## 1.5 Estructura de la Tesis

El Capítulo 1 lo constituye la presente introducción. El resto de la tesis consta de 4 capítulos los cuales son brevemente descritos a continuación:

En el Capítulo 2 se presenta una introducción al análisis de EE y se hace una comparación de las ventajas y desventajas que existen entre las técnicas de estimación de estado y flujos de potencia. Se desarrolla la formulación del problema de EE mediante el método de mínimos cuadrados ponderados. Describe el planteamiento para la solución del problema de EE mediante el método de MCP. Presenta el algoritmo de detección e identificación de errores gruesos. Muestra la descripción general de las funciones `elements(...)` y `lsqnonlin(...)` utilizadas para la implementación práctica del programa digital del estimador de estado.

En el Capítulo 3 se presenta una introducción a la teoría de los dispositivos PMU como elementos novedosos y con algunas virtudes que brindan más eficiencia a la EE y en general a la seguridad de los sistemas de potencia. Se describe el planteamiento del problema de EE con dispositivos PMU. Así mismo, se presenta el modelo físico y matemático del dispositivo implementado así como su operación en el algoritmo de EE.

En el Capítulo 4 se presentan las simulaciones de las redes de prueba, la comparativa de los resultados obtenidos de los casos de estudio utilizados y sus conclusiones.

En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones generales, aportaciones y trabajos futuros que se llevarán a cabo para continuar con el fortalecimiento de la línea de investigación en que se desarrolla este proyecto.

## CAPÍTULO 2

### ESTIMACIÓN DE ESTADO

#### 2.1 Introducción

En los últimos años, la seguridad de los sistemas eléctricos de potencia (SEPs) ha cobrado gran importancia y es una de las tareas más importantes y difíciles de llevar a cabo por los centros de control de energía (CCEs). Antiguamente, los SEPs eran pequeños y su control y operación era muy sencilla; sin embargo, debido a la extensión poblacional y a la interconexión entre redes eléctricas, los SEPs se han vuelto más grandes y difíciles de operar. Lo anterior ha provocado una modernización de las herramientas tecnológicas utilizadas en los CCEs, siendo una de éstas los sistemas de Supervisión y Control de Adquisición de Datos (más conocidos por las siglas en inglés: SCADA).

La función de los sistemas SCADA es monitorear el estado operativo del sistema, haciendo una recopilación de datos relevantes mediante una red de telecomunicaciones, la cual transmite la información desde el lugar donde se hacen físicamente las lecturas de las variables de interés hasta el centro de control. De esta manera, el operador cuenta con una base de datos en línea que le permite tomar decisiones para controlar y asegurar la operación del sistema. Actualmente los sistemas SCADA se encuentran en innumerables instalaciones industriales con cierta complejidad, como centrales nucleares, sistemas ferroviarios, gasoductos, etc.

Un gran problema de los CCEs que utilizan sistemas SCADA, es la contaminación o el ruido inevitable que contiene la información de las lecturas tomadas a distancia. Para supervisar el sistema de transmisión de energía eléctrica se utilizan mediciones de potencia activa, reactiva y voltajes respectivamente. Estas cantidades son registradas en el CCE mediante transformadores de corriente y de potencial (u otros mecanismos equivalentes), los cuales están instalados en líneas, transformadores y barras de las plantas de potencia y subestaciones del sistema. Las cantidades analógicas pasan a través de transductores y de convertidores de analógico a digital, y las salidas digitales son recibidas y procesadas para informar a los operadores acerca del estado actual del sistema. La imprecisión de los dispositivos de medición, la interferencia que existe en los enlaces de telecomunicación, así como el tiempo que tarda en llegar la información desde el punto de medición hasta el CCE, contribuyen a que cada medición física tenga asociado un error aleatorio.

El estado de un sistema de C.A. se expresa a través de las magnitudes de voltaje y los ángulos de fase nodales. El estado de un sistema de potencia no puede ser calculado en línea por medio de un estudio convencional de flujos de potencia [23], [24], ya que este algoritmo calcula el estado del sistema

resolviendo un sistema de ecuaciones no-lineales, con incógnitas, para el cual existe una solución factible que se ajusta a los datos de entrada. Los efectos de los errores de medición [24], [25] en los resultados de este algoritmo provocan las siguientes desventajas:

- Un error en los datos nodales se verá amplificado en la solución de flujos.
- El método carece de la habilidad de detectar, identificar y eliminar los datos erróneos.
- Ante la falta de uno o varios datos, el método se encuentra imposibilitado para realizar el cálculo.

Debido a lo anterior, en la década de los 70's se buscó un planteamiento matemático que permitiera utilizar la información recopilada del sistema, que tuviera la habilidad de calcular el estado de un sistema aun cuando los datos fueran erróneos, así como proporcionar resultados con un alto nivel de confiabilidad. Se sugirió aplicar el concepto de *Estimación de Estado*, el cual ya había sido probado en otras áreas tecnológicas [8], [9]. De esta forma se implementó la Estimación de Estado (EE) en los SEPs, cuyos resultados son la base de todas las funciones que tienen que ver con el análisis de seguridad en tiempo real de un CCE [12].

En este trabajo, el estimador de estado es desarrollado considerando el criterio estadístico de Mínimos Cuadrados Ponderados [7], donde el objetivo es minimizar la suma de los cuadrados de los residuos ponderados de las mediciones físicas  $z$  y las mediciones estimadas  $\hat{z}$ .

Una de las características más importantes y necesarias para poder realizar la Estimación de Estado de un SEP, es que el conjunto de mediciones disponibles sea suficiente y éstas estén geométricamente bien distribuidas en el SEP. Cuando esto ocurre se dice que la red es observable [26], [27]. En la Tabla 2.1 se muestra una comparación de las características de los algoritmos de flujos convencional y de Estimación de Estado.

**Tabla 2.1.** Estudio de Flujos vs Estimación de Estado.

<b>Estudio Convencional de flujos</b>	<b>Estimación de estados</b>
Datos nodales	Datos nodales y de rama
Solución ajustada a los datos	Solución estimada a los datos
Siempre observable	Observable por partes o totalmente
No identifica errores	Identifica errores

Debido a los errores aleatorios o al ruido que contienen las mediciones, las magnitudes reales de las mediciones físicas nunca son conocidas, lo cual hace imposible conocer el estado verdadero de un sistema de potencia de C.A. Además de estimar el estado de un sistema, un estimador debe ser capaz

de dar un nivel de certidumbre aceptable a los cálculos para que estos puedan ser utilizados como una base de datos confiable en otros estudios que se realizan en los CCEs, tales como flujos óptimos, despacho económico, etc. En EE existen errores pequeños (ruido) los cuales, aunque están presentes en las mediciones, no afectan significativamente al estimado. Sin embargo, existen errores en las mediciones que pueden provocar estimaciones totalmente alejadas de la realidad, estos errores son llamados errores gruesos. Para verificar que el estimado del estado de un SEP sea confiable, después de la convergencia se realiza un estudio de detección e identificación de errores gruesos en las mediciones. El proceso de detección e identificación de errores gruesos está fundamentado en las propiedades estadísticas de las mediciones y los errores, donde los errores son considerados variables aleatorias [28].

## 2.2 Formulación del Problema

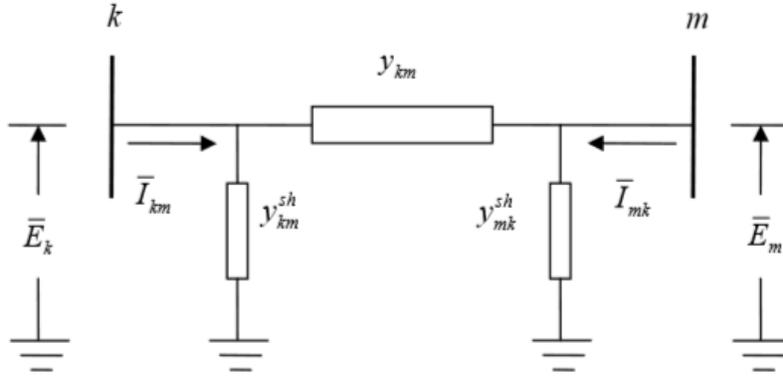
Tradicionalmente, en Estimación de Estado se utilizan tres tipos de mediciones físicas que son los datos de entrada del estimador y que son procesadas para obtener el estado del sistema (voltajes complejos en todos los nodos de la red). Estas mediciones son:

- Inyección de potencia nodal activa y/o reactiva en un nodo  $k$  de la red,  $(P_k)$  y/o  $(Q_k)$ .
- Flujo de potencia activa y/o reactiva en terminales de un elemento de transmisión,  $(P_{km})$  y/o  $(Q_{km})$ .
- Magnitud de voltaje en un nodo  $k$ ,  $(V_k)$ .

Las mediciones estimadas de un sistema de potencia de C.A. son calculadas por medio de funciones, generalmente no lineales, dadas por las ecuaciones de flujos de potencia de un SEP. Entonces cada medición física está relacionada o representada por una ecuación de potencia. De ésta forma se calculan los errores en los datos medidos, para así obtener un índice que permita valorar la confiabilidad del estimado calculado.

### 2.2.1 Medición de Flujo de Potencia en Línea de Transmisión

Las ecuaciones que representan la potencia activa y reactiva fluyendo a través de una línea de transmisión se derivan de la Figura 2.1.



**Figura 2.1.** Modelo  $\pi$  de una línea de transmisión.

Estas ecuaciones representan las mediciones estimadas calculadas durante el proceso de estimación de estado. Las ecuaciones son desarrolladas en forma polar para facilitar el manejo de números complejos desde el punto de vista de programación.

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff a los nodos  $k$  y  $m$  de la Figura 2.1, se obtienen las corrientes complejas de la línea de transmisión

$$\bar{I}_{km} = \bar{y}_{km}(\bar{E}_k - \bar{E}_m) + \bar{y}_{km}^{shunt} \bar{E}_k \quad (2.1)$$

$$\bar{I}_{mk} = \bar{y}_{mk}(\bar{E}_m - \bar{E}_k) + \bar{y}_{mk}^{shunt} \bar{E}_m \quad (2.2)$$

donde  $\bar{y}_{km}$  y  $\bar{y}_{km}^{shunt}$  son las admitancias primitivas serie y derivación respectivamente, de la línea de transmisión. Las Ecuaciones (2.1) y (2.2) pueden ser expresadas como

$$\bar{I}_{km} = (\bar{y}_{km} + \bar{y}_{km}^{shunt}) \bar{E}_k - \bar{y}_{km} \bar{E}_m \quad (2.3)$$

$$\bar{I}_{mk} = -\bar{y}_{mk} \bar{E}_k + (\bar{y}_{mk} + \bar{y}_{mk}^{shunt}) \bar{E}_m \quad (2.4)$$

Estas ecuaciones pueden expresarse en función de las admitancias complejas nodales de la red (Y) en base a las siguientes convenciones:

$$\bar{y}_{km} + \bar{y}_{km}^{shunt} = \bar{Y}_{kk} = G_{kk} + jB_{kk} \quad (2.5)$$

$$-\bar{y}_{km} = \bar{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km} \quad (2.6)$$

$$-\bar{y}_{mk} = \bar{Y}_{mk} = G_{mk} + jB_{mk} \quad (2.7)$$

$$\bar{y}_{mk}^{shunt} + \bar{y}_{mk} = \bar{Y}_{mm} = G_{mm} + jB_{mm} \quad (2.8)$$

de tal manera, las Ecuaciones (2.3) y (2.4) son

$$\bar{I}_{km} = \bar{Y}_{kk} \bar{E}_k + \bar{Y}_{km} \bar{E}_m \quad (2.9)$$

$$\bar{I}_{mk} = \bar{Y}_{mk} \bar{E}_k + \bar{Y}_{mm} \bar{E}_m \quad (2.10)$$

Las ecuaciones de flujos de potencia compleja en terminales de línea son

$$\bar{S}_{km} = P_{km} + jQ_{km} = \bar{E}_k \bar{I}_{km}^* \quad (2.11)$$

$$\bar{S}_{mk} = P_{mk} + jQ_{mk} = \bar{E}_m \bar{I}_{mk}^* \quad (2.12)$$

Sustituyendo (2.9) y (2.10) en (2.11) y (2.12) respectivamente, se tienen las siguientes ecuaciones

$$P_{km} + jQ_{km} = \bar{E}_k^2 \bar{Y}_{kk}^* + \bar{E}_k \bar{E}_m \bar{Y}_{km}^* \quad (2.13)$$

$$P_{mk} + jQ_{mk} = \bar{E}_m \bar{E}_k \bar{Y}_{mk}^* + \bar{E}_m^2 \bar{Y}_{mm}^* \quad (2.14)$$

Considerando  $\bar{E}_k = V_k e^{j\theta_k}$  y  $\bar{E}_m = V_m e^{j\theta_m}$  y sustituyendo en (2.13) y (2.14) se obtiene

$$P_{km} + jQ_{km} = V_k^2 (G_{kk} - jB_{kk}) + V_k V_m (G_{km} - jB_{km}) e^{j(\theta_k - \theta_m)} \quad (2.15)$$

$$P_{mk} + jQ_{mk} = V_m^2 (G_{mm} - jB_{mm}) + V_m V_k (G_{mk} - jB_{mk}) e^{j(\theta_m - \theta_k)} \quad (2.16)$$

donde

$$e^{j(\theta_k - \theta_m)} = \cos(\theta_k - \theta_m) + j \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (2.17)$$

Desarrollando (2.15) y (2.16) y separando las partes real e imaginaria, se obtienen las ecuaciones de flujos de potencia activa y reactiva de una línea de transmisión.

$$P_{km} = V_k^2 G_{kk} + V_k V_m \{G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)\} \quad (2.18)$$

$$Q_{km} = -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m \{G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)\} \quad (2.19)$$

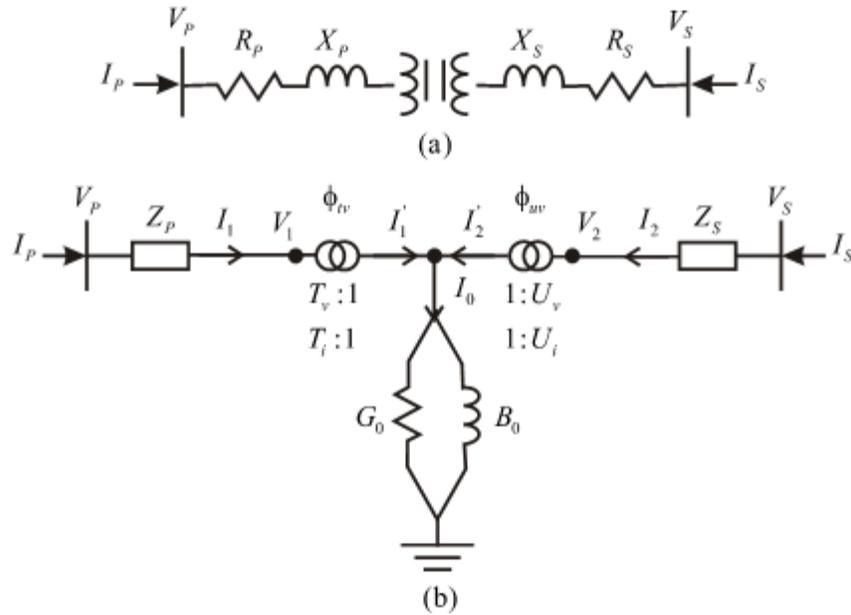
$$P_{mk} = V_m^2 G_{mm} + V_m V_k \{G_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k) + B_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k)\} \quad (2.20)$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 B_{mm} + V_m V_k \{G_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k) - B_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k)\} \quad (2.21)$$

Las ecuaciones (2.18) a (2.21) representan las magnitudes calculadas de las cuatro posibles mediciones de flujos de potencia, a través de una línea de transmisión.

### 2.2.2 Medición de Flujo de Potencia en Transformador

Con el fin de ser capaces de simular redes eléctricas con transformadores que tienen cambiadores de tap fuera del nominal, tanto en el lado primario como en el secundario, el transformador de dos devanados es modelado con taps complejos en ambos devanados. La rama de magnetización no lineal en condiciones saturadas también se considera en el modelo para tener en cuenta las pérdidas en el núcleo. El modelo es representado esquemáticamente en la Figura 2.2 (a) mientras que en la Figura 2.2 (b) se muestra el circuito equivalente.



**Figura 2.2.** Transformador de dos devanados.  
(a) Representación esquemática. (b) Circuito equivalente.

El modelo matemático del transformador de dos devanados (2.22) está dado por una matriz equivalente que modela al transformador correctamente conservando solo los nodos externos P y S

$$\begin{bmatrix} I_P \\ I_S \end{bmatrix} = \left[ \begin{pmatrix} G_{PP} & G_{PS} \\ G_{SP} & G_{SS} \end{pmatrix} + j \begin{pmatrix} B_{PP} & B_{PS} \\ B_{SP} & B_{SS} \end{pmatrix} \right] \begin{bmatrix} V_P \\ V_S \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

donde

$$G_{PP} = \frac{F1(U_v^2 + R1) + F2R2}{F1^2 + F2^2} \quad (2.23)$$

$$B_{PP} = \frac{F1R2 - F2(U_v^2 + R1)}{F1^2 + F2^2} \quad (2.24)$$

$$G_{SS} = \frac{F1(T_v^2 + R3) + F2R4}{F1^2 + F2^2} \quad (2.25)$$

$$B_{SS} = \frac{F1R4 - F2(T_v^2 + R3)}{F1^2 + F2^2} \quad (2.26)$$

$$G_{PS} = -\frac{T_v U_v (F1 \cos(\varphi_1) + F2 \sin(\varphi_1))}{F1^2 + F2^2} \quad (2.27)$$

$$B_{PS} = \frac{T_v U_v (F2 \cos(\varphi_1) + F1 \sin(\varphi_1))}{F1^2 + F2^2} \quad (2.28)$$

$$G_{SP} = -\frac{T_v U_v (F1 \cos(\varphi_2) + F2 \sin(\varphi_2))}{F1^2 + F2^2} \quad (2.29)$$

$$B_{SP} = \frac{T_v U_v (F2 \cos(\varphi_2) + F1 \sin(\varphi_2))}{F1^2 + F2^2} \quad (2.30)$$

$$F1 = T_v^2 R_S + U_v^2 R_P + R_{eq1} \quad (2.31)$$

$$F2 = T_v^2 X_S + U_v^2 X_P + X_{eq1} \quad (2.32)$$

$$R_{eq1} = (R_P R_S - X_P X_S) G_0 - (R_P X_S - R_S X_P) B_0 \quad (2.33)$$

$$X_{eq1} = (R_P R_S - X_P X_S) B_0 + (R_P X_S - R_S X_P) G_0 \quad (2.34)$$

$$R1 = R_S G_0 - X_S B_0 \quad (2.35)$$

$$R2 = R_S B_0 - X_S G_0 \quad (2.36)$$

Las ecuaciones de flujo de potencia en el lado primario del transformador de dos devanados son

$$P_{PS} = V_P^2 G_{PP} + V_P V_S \{G_{PS} \cos(\theta_P - \theta_S) + B_{PS} \sin(\theta_P - \theta_S)\} \quad (2.37)$$

$$Q_{PS} = -V_P^2 B_{PP} + V_P V_S \{G_{PS} \sin(\theta_P - \theta_S) - B_{PS} \cos(\theta_P - \theta_S)\} \quad (2.38)$$

Las expresiones para el lado secundario se obtienen directamente intercambiando los subíndices P y S.

### 2.2.3. Medición de Inyección de Potencia Nodal

La derivación de la ecuación que representa la medición de inyección de flujo de potencia en un nodo  $k$  se puede simplificar considerando el hecho de que es la sumatoria de las potencias que están fluyendo a través de cada componente de transmisión  $l$  conectado al nodo  $k$ , es decir

$$P_k = \sum_{l \in k} P_{kl} \quad (2.39)$$

$$Q_k = \sum_{l \in k} Q_{kl} \quad (2.40)$$

Esta medición se realiza al tomar como datos la potencia de generación y carga, cuya resta es equivalente a la potencia nodal inyectada.

En las ecuaciones (2.39) y (2.40) se utilizan los términos  $P_{kl}$  y  $Q_{kl}$  en lugar de las ecuaciones de flujo (2.18) y (2.19) con el fin de considerar el caso en que existan 2 o más líneas en paralelo entre los nodos  $k$  y  $m$ , como se puede observar en la Figura 2.3.

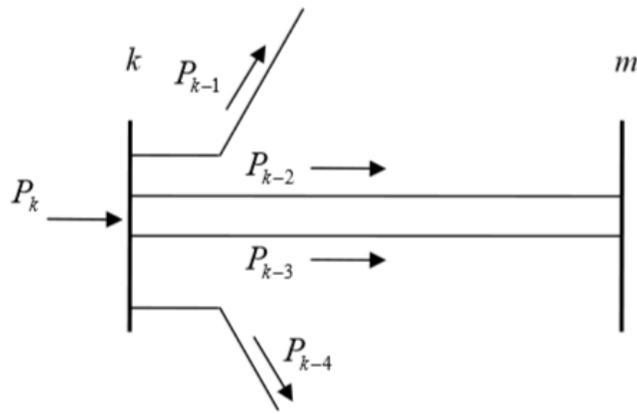


Figura 2.3. Inyección de potencia en el nodo  $k$ .

#### 2.2.4. Medición de Magnitud de Voltaje Nodal

Cuando se tiene una medición de voltaje, la ecuación correspondiente es únicamente la magnitud de voltaje del nodo en cuestión, es decir

$$V_k = V_k \quad (2.41)$$

### 2.3. Planteamiento del Problema Mediante Mínimos Cuadrados Ponderados

La medición física junto con su error acumulado se modela de la siguiente manera:

$$z = h(x) + e \quad (2.42)$$

donde

$z$ : vector del conjunto de mediciones físicas de dimensión  $Nm$ .

$x$ : vector de las variables de estado de dimensión  $Ns$ .

$h$ : relación matemática entre las mediciones y variables de estado (ó vector de funciones no lineales) de dimensión  $Nm$ .

$e$ : vector de errores acumulados a las mediciones físicas de dimensión  $Nm$ .

Reordenando (2.42)

$$e = z - h(x) \quad (2.43)$$

Como el estado verdadero  $x$  no se conoce, se utiliza el estimado  $\hat{x}$  para evaluar la función cuadrática del método con el error estimado. Por simplicidad, se usará  $x$  para el estimado, es decir  $x = \hat{x}$ .

La función cuadrática de Mínimos Cuadrados Ponderados que debe ser minimizada es,

$$J(x) = (z - h(x))^T \cdot W^{-1} \cdot (z - h(x)) \quad (2.44)$$

donde  $W^{-1}$  es una matriz de ponderación, cuyos elementos son los recíprocos de las varianzas de error de las mediciones correspondientes  $\sigma_j^2$ . Los valores de  $\sigma$  son las desviaciones estándar de los errores de medición y se encuentran asociados con la precisión de los instrumentos de medición.

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \frac{1}{\sigma_2^2} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ddots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{\sigma_m^2} \end{bmatrix}$$

En estimación de sistemas no-lineales esta matriz se denomina  $R^{-1}$ .

Minimizando la Ecuación (2.44) se tiene

$$\frac{\partial J(x)}{\partial x} = H^T W^{-1} (z - h(x)) = 0 \quad (2.45)$$

donde  $H$  es la matriz Jacobiana (2.46) de las funciones no-lineales.

$$H = \frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Una aproximación de 1er. orden de las funciones no lineales  $h(x)$  puede ser obtenida por la expansión en series de Taylor

$$h(x) = h(x^{(0)}) + \Delta x^{(0)} \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|^{(0)} \quad (2.47)$$

donde  $\Delta x^{(0)} = x^{(1)} - x^{(0)}$  representa la corrección del vector de estados, siendo  $x^{(1)}$  el nuevo valor de estado calculado y  $x^{(0)}$  el valor anterior calculado en cada iteración.

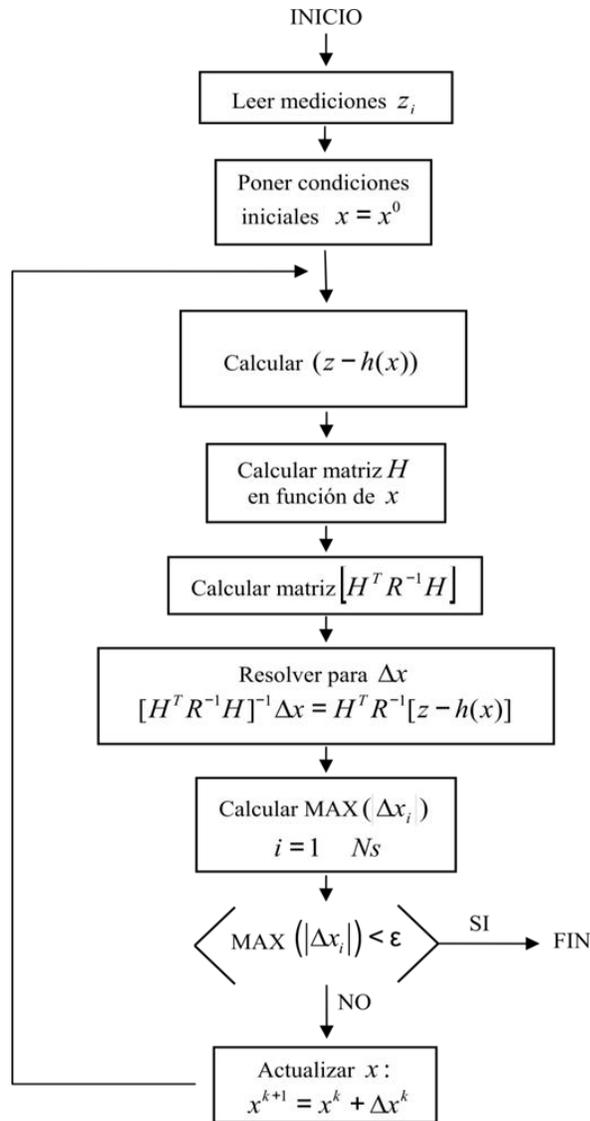
$$[H^T R^{-1} H] \Delta x = H^T R^{-1} (z - h(x)) \quad (2.48)$$

Debido a que  $h(x)$  es un vector de ecuaciones no-lineales de un sistema de potencia de C.A., (2.48) es calculada en cada iteración para  $\Delta x$  cómo se hace en un estudio de flujos de potencia convencional. Al final de cada iteración la solución es actualizada como en (2.49), hasta que el máximo incremento absoluto de una variable de estado sea menor que una tolerancia determinada, es decir  $MAX \left( \left| \Delta x_i \right| \right) \leq \varepsilon$ .

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (2.49)$$

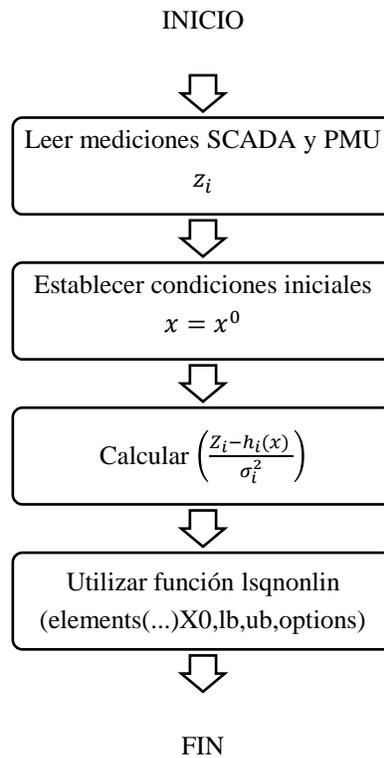
El perfil de voltaje plano es generalmente utilizado como condición inicial para el algoritmo, donde los ángulos de voltaje son cero (radianes) y las magnitudes de voltaje son uno por unidad (pu).

En la Figura 2.4 se muestra el algoritmo en el que se basa un programa de computadora para la solución de estimación de estado de un sistema de potencia de C.A. por medio del método Newton-Gauss. Los valores de las condiciones iniciales de las variables de estado  $x = x^0$ , así como los calculados en cada iteración en el algoritmo representado por el diagrama de bloques en la Figura 2.4 son siempre valores estimados.



**Figura 2.4.** Algoritmo para la Estimación de Estado.

La Figura 2.5 muestra el algoritmo representado por el diagrama de bloques en el cual se puede apreciar el desarrollo de una función general que calcula el vector de errores de medición ponderados. La función `elements`, que calcula el vector de errores de medición y los pondera, es dada como argumento a la función `lsqnonlin`, la cual se encarga de estimar el estado de la red mediante la búsqueda de un mínimo basada en la técnica de MCP. La función `lsqnonlin` internamente da solución al problema de minimización óptima formulado. Por tanto, su uso reduce en gran medida el esfuerzo de programación y el tiempo invertido en el desarrollo y actualización de estimadores de estado.



**Figura 2.5.** Algoritmo para la Estimación de Estado con función lsqnonlin.

## 2.4. La Matriz Jacobiana $[H]$

En EE un ángulo de fase de alguno de los nodos en la red es utilizado como referencia para el ajuste de las variables de estado [28]. Para esto, cualquier ángulo de fase de la red puede ser tomado como referencia. De tal manera, el número de variables de estado de cualquier sistema a estimar es  $N_s = (2 \times Nb - 1)$ , donde  $Nb$  es el número de nodos del sistema.

En EE es muy común encontrar mediciones erróneas de tal manera que es necesario que un sistema que va a ser estimado sea altamente redundante. Un sistema altamente redundante es aquel en el que se tiene un número mucho mayor de mediciones que de variables de estado; a esta diferencia se le llama grados de libertad del sistema. Cuando se tiene una alta redundancia en un sistema y la colocación de las mediciones permite que el sistema sea completamente observable, se forma una matriz Jacobiana  $[H]$  rectangular logrando así que la matriz de ganancia  $[H^T]W^{-1}[H]$  sea no singular [28] y [29]. Lo anterior aumenta la capacidad de poder estimar todas las variables de estado del sistema. Sin embargo, una matriz de ganancia de un sistema altamente redundante puede ser singular en el caso en que exista un nodo que no tenga mediciones en él ó en sus vecindades.

Considerando  $Nm$  como el número de lecturas tomadas del sistema y  $Ns$  como el número de variables de estado de la red, las dimensiones de la matriz  $[H]$  son  $(Nm \times Ns)$ . Existen tres tipos de sistemas según las dimensiones de  $[H]$ . Cuando  $(Nm > Ns)$  la matriz  $[H]$  es rectangular, es decir, que el sistema es sobre determinado y se utiliza (2.48) para obtener la solución. Cuando el número de mediciones es igual al número de variables de estado  $(Nm = Ns)$ , se dice que el sistema es completamente determinado y que el sistema carece de redundancia. En este caso, se tiene una matriz Jacobiana cuadrada y (2.48) se reduce a (2.50). En este caso la matriz de covarianzas  $R^{-1}$  no causa efecto; todas las mediciones físicas se utilizan directamente (aun cuando sean erróneas). Si cualquier medición se pierde, el sistema no podrá ser resuelto. En este caso la solución se reduce a una solución ajustada a los datos.

$$\Delta x = H^{-1}(z - h(x)) \quad (2.50)$$

El tercer tipo de sistema es indeterminado, donde el número de variables de estado es mayor que el número de mediciones  $(Nm < Ns)$ , esto implica que no existe solución única para el problema. En este caso se pueden utilizar multiplicadores lagrangeanos para solucionar el sistema obteniéndose (2.51) [22].

$$\Delta x = [HH^T]^{-1}(z - h(x)) \quad (2.51)$$

En este trabajo se considera solo el caso de sistemas sobredeterminados.

#### 2.4.1 Elementos Jacobianos de Mediciones de Flujo de Potencia

Las ecuaciones de los elementos de la matriz Jacobiana correspondientes a mediciones de flujos de potencia en terminales de una línea, se obtienen derivando (2.18) y (2.19) respecto a las variables de estado de los nodos en terminales de la línea. Las ecuaciones de los elementos Jacobianos asociados a las mediciones de flujos de potencia activa y reactiva son

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} = V_k V_m (-G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.53)$$

$$V_k \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} = 2V_k^2 G_{kk} + V_k V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.54)$$

$$V_m \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} = V_k V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} = V_k V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} = V_k V_m (-G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.57)$$

$$V_k \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} = -2V_k^2 B_{kk} + V_k V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.58)$$

$$V_m \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} = V_k V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.59)$$

Suponiendo que se tienen las mediciones de flujo de potencia activa y reactiva del nodo  $k$  al  $m$ , los elementos que aportan estas mediciones al Jacobiano completo del sistema se muestran en la Figura 2.6.

$\theta_k$	$\theta_m$	$V_k / V_k$	$V_m / V_m$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k}$	$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m}$	$V_k \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k}$	$V_m \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k}$	$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m}$	$V_k \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k}$	$V_m \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m}$

**Figura 2.6.** Contribución de las mediciones de flujos de potencia a la matriz Jacobiana.

### 2.4.2. Elementos Jacobianos de Mediciones de Inyección de Potencia

Las ecuaciones de los elementos del Jacobiano que corresponden a las mediciones de inyección de potencia activa y reactiva en un nodo, son obtenidas de manera similar a (2.39) y (2.40) para las inyecciones de potencia nodal. Las derivadas de las inyecciones de potencia nodal en el nodo  $k$  respecto a  $\theta_k$  ó  $V_k$  son las sumatorias de las derivadas de flujos de potencia de todos los componentes conectados al nodo  $k$ .

$$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = \sum_{l \in k} \frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_k} \quad (2.60)$$

$$V_k \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \sum_{l \in k} V_k \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_k} \quad (2.61)$$

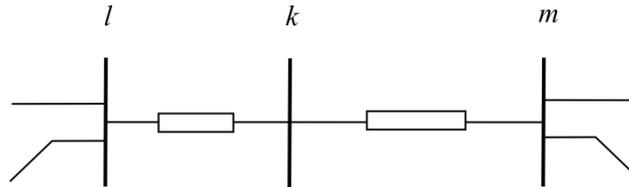
$$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = \sum_{l \in k} \frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_k} \quad (2.62)$$

$$V_k \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \sum_{l \in k} V_k \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_k} \quad (2.63)$$

Suponiendo que la inyección de potencia activa y reactiva en el nodo  $k$  ésta siendo medido, los elementos que aportan estas dos mediciones de potencia nodal al Jacobiano se muestran gráficamente en la Figura 2.7. La Figura 2.8 sirve de apoyo para formar el Jacobiano de la Figura 2.7.

$\theta_k$	$\theta_l$	$\theta_m$	$V_k / V_k$	$V_l / V_l$	$V_m / V_m$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} + \frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_k}$	0	0	$V_k \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} + V_k \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_k}$	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} + \frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_k}$	0	0	$V_k \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} + V_k \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_k}$	0	0

**Figura 2.7.** Contribución de las mediciones de inyección de potencia activa y reactiva al Jacobiano.



**Figura 2.8.** Sistema de 3 nodos.

### 2.4.3 Elementos Jacobianos de Mediciones de Voltaje en la Matriz Jacobiana

Las mediciones de voltaje únicamente introducen un elemento en el Jacobiano. El elemento para una medición de la magnitud de voltaje en el nodo, se calcula con (2.64).

$$V_k \frac{\partial V_k}{\partial V_k} = V_k \quad (2.64)$$

La contribución al Jacobiano de esta medición está representada en la Figura 2.9.

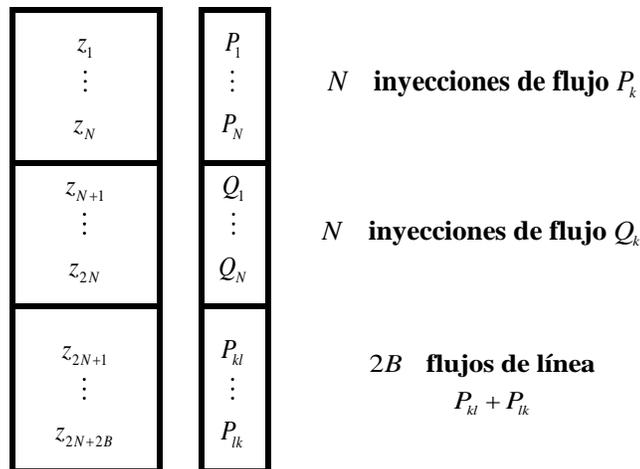
$\theta_k$	$\theta_l$	$\theta_m$	$V_k / V_k$	$V_l / V_l$	$V_m / V_m$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
0	0	0	$V_k \frac{\partial V_k}{\partial V_k}$	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

**Figura 2.9.** Contribución de una medición de voltaje a la matriz Jacobiana.

## 2.5 Estructura y Formación de [H]

La formación de los elementos Jacobianos y su colocación en la matriz Jacobiana depende del tipo de mediciones tomadas y de la localización de estas en un sistema. En la Sección 2.2 se presentaron los tipos de medición para EE convencional de un sistema de potencia de C.A. Las dimensiones de [H], están dadas por la cantidad de mediciones disponibles y dos veces el número de nodos menos un ángulo de referencia, es decir  $(Nm \times (2 \times Nb - 1))$ .

La estructura de [H] se encuentra relacionada directamente con el orden de acomodo que se elija para las mediciones en el vector  $z$ . A cada fila del vector de mediciones le corresponde una fila en la matriz Jacobiana. La estructura del vector de mediciones para un sistema completo de mediciones es el mostrado en la Figura 2.10.



$$z = \begin{bmatrix} z_{2N+2B+1} \\ \vdots \\ z_{2N+4B} \\ \hline z_{2N+4B+1} \\ \vdots \\ z_{3N+4B} \\ \hline z_{3N+4B+1} \\ \vdots \\ z_{3N+4B+2T} \\ \hline z_{3N+4B+2T+1} \\ \vdots \\ z_{3N+4B+4T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{kl} \\ \vdots \\ Q_{lk} \\ \hline V_1 \\ \vdots \\ V_N \\ \hline P_{kj} \\ \vdots \\ P_{jk} \\ \hline Q_{kj} \\ \vdots \\ Q_{jk} \end{bmatrix}$$

**2B flujos de línea**  
 $Q_{kl} + Q_{lk}$

**N magnitudes de voltaje**  
 $V_k$

**2T flujos en transformador**  
 $P_{kj} + P_{jk}$

**2T flujos en transformador**  
 $Q_{kj} + Q_{jk}$

**Figura 2.10.** Vector de mediciones.

La matriz Jacobiana correspondiente al vector de mediciones está representada por la Figura 2.11. En la parte superior de  $[H]$  se puede observar que no existe una columna para el ángulo de referencia  $\theta_1$ , mientras que la columna respecto a la magnitud  $V_1$  si existe, ya que esta es una variable libre. En el bloque izquierdo correspondiente a las magnitudes de voltaje todos los elementos son cero, ya que las mediciones de magnitud de voltaje no dependen explícitamente de su ángulo. El bloque de la derecha de las magnitudes de voltaje está formado por el cambio de las magnitudes de voltaje de cada medición de este tipo respecto a su propio voltaje.

$\theta_2$	$\theta_3$	...	$\theta_N$	$\frac{V_1}{V_1}$	$\frac{V_2}{V_2}$	...	$\frac{V_N}{V_N}$	
$\frac{\partial P_1}{\partial \theta_2}$	...	$\frac{\partial P_1}{\partial \theta_N}$	$V_1 \frac{\partial P_1}{\partial V_1}$	...	$V_N \frac{\partial P_1}{\partial V_N}$	<b>N inyecciones de flujo <math>P_k</math></b>		
$\frac{\partial P_N}{\partial \theta_2}$	...	$\frac{\partial P_N}{\partial \theta_N}$	$V_1 \frac{\partial P_N}{\partial V_1}$	...	$V_N \frac{\partial P_N}{\partial V_N}$			
$\frac{\partial Q_1}{\partial \theta_2}$	...	$\frac{\partial Q_1}{\partial \theta_N}$	$V_1 \frac{\partial Q_1}{\partial V_1}$	...	$V_N \frac{\partial Q_1}{\partial V_N}$	<b>N inyecciones de flujo <math>Q_k</math></b>		
$\frac{\partial Q_N}{\partial \theta_2}$	...	$\frac{\partial Q_N}{\partial \theta_N}$	$V_1 \frac{\partial Q_N}{\partial V_1}$	...	$V_N \frac{\partial Q_N}{\partial V_N}$			

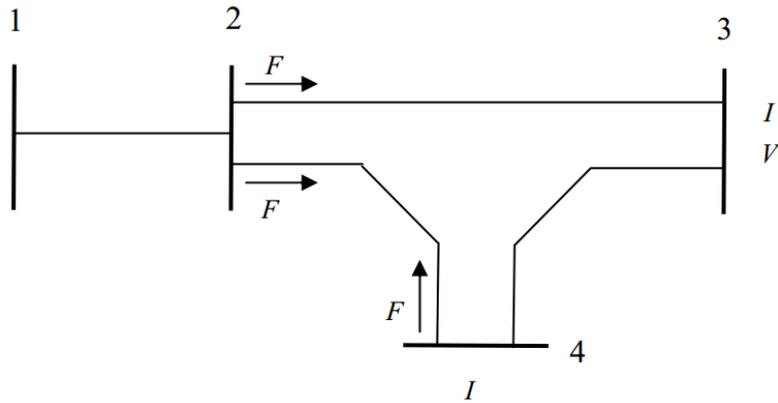
$H =$	$\begin{matrix} \dots & \frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_l} \\ \dots & \frac{\partial P_{lk}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial P_{lk}}{\partial \theta_l} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \dots & V_k \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_k} & \dots & V_l \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_l} \\ \dots & V_k \frac{\partial P_{lk}}{\partial V_k} & \dots & V_l \frac{\partial P_{lk}}{\partial V_l} \end{matrix}$	<b>2B flujos de línea</b> $P_{kl} + P_{lk}$
	$\begin{matrix} \dots & \frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_l} \\ \dots & \frac{\partial Q_{lk}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial Q_{lk}}{\partial \theta_l} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \dots & V_k \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_k} & \dots & V_l \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_l} \\ \dots & V_k \frac{\partial Q_{lk}}{\partial V_k} & \dots & V_l \frac{\partial Q_{lk}}{\partial V_l} \end{matrix}$	<b>2B flujos de línea</b> $Q_{kl} + Q_{lk}$
	$\begin{matrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} V_1 & & & \\ & V_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & V_N \end{matrix}$	<b>N magnitudes de voltaje</b> $V_k$
	$\begin{matrix} \dots & \frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_j} \\ \dots & \frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_j} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \dots & V_k \frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_k} & \dots & V_j \frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_j} \\ \dots & V_k \frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_k} & \dots & V_j \frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_j} \end{matrix}$	<b>2T flujos en transformador</b> $P_{kj} + P_{jk}$
	$\begin{matrix} \dots & \frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_j} \\ \dots & \frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_j} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \dots & V_k \frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_k} & \dots & V_j \frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_j} \\ \dots & V_k \frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_k} & \dots & V_j \frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_j} \end{matrix}$	<b>2T flujos en transformador</b> $Q_{kj} + Q_{jk}$

Figura 2.11. Estructura típica de la matriz Jacobiana en Estimación de Estado.

## 2.6 Observabilidad

Una de las condiciones para que se puedan estimar todos los estados de un sistema, es que el sistema sea completamente observable. Un sistema completamente observable es aquel en el que la cantidad de mediciones disponibles, así como la distribución geográfica de estas, permite estimar todos los estados del sistema [26] y [27]. En un algoritmo de EE se puede detectar si el sistema es observable, determinando si el producto matricial  $[H^T R^{-1} H]$ , conocido como la matriz de ganancia  $G$  y dada por (2.48), es no singular.

Un sistema puede ser sobre determinado pero aun así ser inobservable, tal como se muestra en la Figura 2.10.



**Figura 2.12.** Sistema de 4 nodos con 11 mediciones.

$I$  Medición de inyección nodal de potencia activa y reactiva

$F$  Medición de flujo de potencia activa y reactiva

$V$  Medición de magnitud de voltaje

Debe observarse que aunque el sistema es redundante, en el nodo 1 no existe ninguna medición. Además no hay medición de flujo en la línea conectada entre los nodos 1 y 2, de manera que el voltaje complejo en el nodo 1 no puede ser calculado. Como no existe cambio en las mediciones disponibles respecto a los estados de este nodo, sus columnas en la matriz  $H$  son nulas. Esto provoca que la matriz de ganancia  $G$  sea singular y se tenga un sistema redundante pero inobservable.

En la práctica, los sistemas de monitoreo colocados de tal manera que el SEP sea observable utilizan una gran cantidad de medidores. Cuando se encuentran mediciones erróneas durante el proceso de estimación, un algoritmo de identificación de error elimina tales mediciones como se describe en la siguiente sección. Estos errores pueden reducir el nivel de redundancia hasta el punto en que el sistema se vuelva inobservable, este es un motivo más para tratar que el sistema tenga suficientes mediciones y estén perfectamente distribuidas.

## 2.7 Detección e Identificación de Datos Erróneos

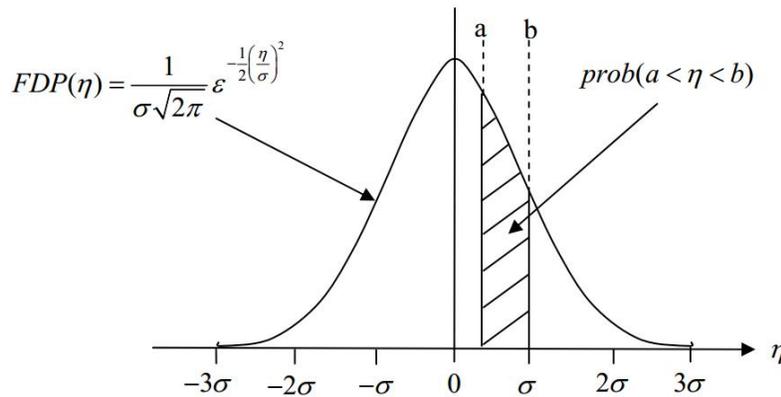
Considerando que las mediciones físicas utilizadas como datos de entrada en el proceso de estimación tienen un error asociado, es necesario saber que tan confiable es el estimado. Errores significativos en estos datos pueden ocasionar que el estimado calculado sea altamente deficiente, es por eso que debe realizarse una evaluación de la calidad del resultado de la estimación. Un estimador de estado completo tiene que contar con un algoritmo de detección e identificación de mediciones erróneas [10], [11], [19] y [30]. Cuando este algoritmo detecta e identifica mediciones anómalas, debe eliminarlas del proceso y volver a estimar hasta que no se detecten más errores gruesos.

El algoritmo de detección e identificación de errores gruesos está basado en dos pruebas estadísticas [28], [31] y [32], conocidas como la prueba Chi-Cuadrada ( $\chi_{k,\alpha}^2$ ) y la prueba del máximo residuo normalizado  $r^N$ .

### 2.7.1 Propiedades Estadísticas de las Mediciones

Debido a que las mediciones son tomadas repetitivamente durante un determinado intervalo de tiempo, estas contienen ciertas propiedades estadísticas las cuales permiten estimar el valor verdadero de las variables de estado de un sistema. Si se grafican todas las lecturas tomadas a una variable en un intervalo de tiempo, a medida que el número de lecturas aumente hacia infinito se irá formando una curva continua. A esta curva se le conoce como función de densidad de probabilidad normal o gaussiana, la cual está representada por (2.65), mientras que su gráfica se puede observar en la Figura 2.13.

$$FDP(\eta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \varepsilon^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta}{\sigma}\right)^2} \quad (2.65)$$



**Figura 2.13.** Función de densidad de probabilidad gaussiana estándar  $FDP(\eta)$ .

La variable aleatoria gaussiana es  $\eta$  y representa el error acumulado en la medición con media cero. La probabilidad de que  $\eta$  tome valores entre los puntos  $a$  y  $b$  está dada por el área bajo la curva desde  $a$  hasta  $b$  [28], [33] y [34], y esta área es calculada por (2.66).

$$prob(a < \eta < b) = \int_a^b FDP(\eta) d\eta = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b \varepsilon^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta}{\sigma}\right)^2} d\eta \quad (2.66)$$

El área total bajo la curva entre  $-\infty$  y  $+\infty$  es igual a 1, esto representa el 100% de probabilidad de que  $\eta$  caiga dentro de la curva de la  $FDP(\eta)$ .

El área bajo la curva de la  $FDP(\eta)$  se distribuye como sigue: 68% dentro de los límites  $\pm\sigma$  de  $\eta$ , 95% dentro de los límites  $\pm 2\sigma$  de  $\eta$ , 99% dentro de los límites  $\pm 3\sigma$  de  $\eta$ . Cuando  $\eta$  cae fuera de estos límites se considera que en las variables aleatorias existen errores gruesos. De esta manera se utilizan las propiedades estadísticas de los errores aleatorios correspondientes a las mediciones para los procesos de detección e identificación de mediciones erróneas.

### 2.7.2 Detección de Error

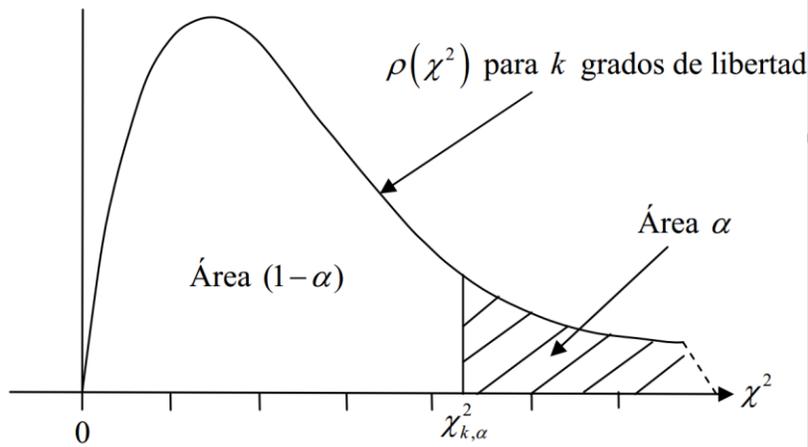
Cuando se ha calculado el vector de estados estimados, se realiza una prueba para saber qué tan confiables son estos resultados. La Chi-Cuadrada ( $\chi^2_{k,\alpha}$ ) es una prueba estadística que utiliza los residuos estimados  $\hat{e}_i$  como variables aleatorias. En la teoría estadística se muestra que si una variable, como en este caso  $\hat{e}_i$ , tiene distribución normal estándar, entonces  $\hat{e}_i^2$  tiene la distribución Chi-Cuadrada [33] y [34]. En la Figura 2.14 se muestra esta distribución. En base a la Figura 2.14, la prueba Chi-Cuadrada es realizada y representada por (2.67)

$$prob(J(\hat{x}) < \chi^2_{k,\alpha}) = (1 - \alpha) \quad (2.67)$$

donde

$J(\hat{x})$ : suma ponderada de los cuadrados de los residuos de las mediciones.

$\chi^2_{k,\alpha}$ : valor límite o umbral de la distribución Chi-Cuadrada,  $k$  y  $\alpha$  son el número de grados de libertad y  $\alpha$  es el nivel de significancia respectivamente.



**Figura 2.14.** Función de densidad de probabilidad  $\rho(\chi^2)$  de la distribución Chi-Cuadrada  $\chi^2_{k,\alpha}$  para  $(k < 30)$ .

Los grados de libertad están dados por  $k = Nm - Ns$  donde  $Nm$  es el número de mediciones y  $Ns$  es el número de estados del sistema.

La distribución Chi-Cuadrada se encuentra dividida en dos áreas, donde el área  $\alpha$  representa la probabilidad de que  $J(\hat{x})$  exceda el valor límite  $\chi^2_{k,\alpha}$ , mientras que  $(1 - \alpha)$  representa la probabilidad de que  $J(\hat{x})$  sea menor que  $\chi^2_{k,\alpha}$ . La distribución Chi-Cuadrada de la Figura 2.14 es asimétrica para  $(k \leq 30)$ , mientras que para  $(k > 30)$  la distribución Chi-Cuadrada se asemeja a una distribución normal.

El valor  $\chi^2_{k,\alpha}$  para  $(k > 30)$ , que es común en grandes sistemas de potencia, puede ser calculado en forma aproximada por (2.68).

$$\chi^2_{k,\alpha} \approx \frac{1}{2} \left( z_\alpha + \sqrt{2k-1} \right)^2 \quad (2.68)$$

donde los valores típicos de  $z_\alpha$  se muestran en la Tabla 2.2 [35].

El valor límite para  $(k \leq 30)$  se determina de la Tabla 2.3, donde se encuentran los valores tabulados en base a los valores  $k$  y  $\alpha$  requeridos.

El valor  $\alpha$  es seleccionado en base al nivel de significancia requerido.

**Tabla 2.2.** Valores típicos de  $z_\alpha$ .

$z_{1-\alpha} = -z_\alpha \qquad \alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_\alpha} e^{-z^2/2} dz$								
$1-\alpha$	0.90	0.925	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995
$z_\alpha$	1.282	1.44	1.645	1.967	2.326	2.576	3.09	3.291

**Tabla 2.3.** Valores de  $\chi_{k,\alpha}^2$ .

$k$	$(1-\alpha)$									
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.02	2.71	3.0	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.3	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	31.17	37.57	40.00
22	8.60	9.50	11.0	12.3	14.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8
24	9.90	10.9	12.4	13.8	15.7	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7

El procedimiento para detectar errores en las mediciones mediante la prueba Chi-cuadrada es el siguiente:

1. Se estima el estado del sistema  $\hat{x}$  mediante (2.48) y (2.49).
2. Se calculan los residuos estimados

$$\hat{e}_i = z_i - \hat{z}_i \tag{2.69}$$

donde  $\hat{z}_i = h_i(\hat{x})$ .

3. Se evalúa la función de mínimos cuadrados ponderados

$$J(\hat{x}) = \sum_{i=1}^{Nm} \frac{\hat{e}_i^2}{\sigma_i^2} \quad (2.70)$$

4. Determinar si se cumple la siguiente desigualdad para  $k$  y  $\alpha$  determinados

$$J(\hat{x}) < \chi_{k,\alpha}^2 \quad (2.71)$$

si (2.71) se cumple, se considera que no hay datos con errores gruesos y los estimados son confiables.

5. Si no se cumple (2.71), entonces existe la posibilidad de que al menos haya una medición con error grueso. Lo siguiente a la detección es identificar la medición errónea, eliminarla y volver a estimar hasta que se cumpla (2.71). El proceso de identificación de errores gruesos es descrito en la siguiente sección.

### 2.7.3 Identificación de Mediciones con Error Grueso

Cuando la prueba Chi-Cuadrada ha detectado la existencia de mediciones erróneas en el estimado de estado, otra prueba debe ser realizada para identificar la medición o mediciones que están introduciendo ruido al proceso de estimación de estado. Esta prueba se denomina prueba del máximo residuo normalizado  $r^N$ , y consiste en normalizar los residuos estimados de las mediciones. La identificación de la medición errónea se logra eligiendo el residuo normalizado más grande y eliminando la medición correspondiente a dicho residuo del vector de mediciones disponibles en el sistema. Una vez que se ha eliminado la medición errónea se realiza de nuevo el proceso de estimación hasta que la prueba de detección de error sea negativa.

El desarrollo matemático para obtener una expresión que permita normalizar los residuos es de la siguiente manera:

Primeramente se tiene que el error estimado es

$$\hat{e} = z - \hat{z} = z - h(\hat{x}) \quad (2.72)$$

sustituyendo (2.42) en (2.72) y reordenando, se tiene

$$\hat{e} = e - \hat{H}(\Delta x) \quad (2.73)$$

donde  $\Delta x = (\hat{x} - x)$ . Ahora despejando  $\Delta x$  de (2.48) y sustituyendo en (2.73), se obtiene

$$\hat{e} = [I - HG^{-1}H^T R^{-1}]e \quad (2.74)$$

Con (2.74) y su transpuesta se puede obtener la matriz de varianza del error de medición de la siguiente manera

$$(\hat{e})(\hat{e})^T = (z - \hat{z})(z - \hat{z})^T \quad (2.75)$$

Ahora tomando el valor esperado de cada lado de (2.75), se tiene

$$E[(\hat{e})(\hat{e})^T] = [I - HG^{-1}H^T R^{-1}]E[ee^T][I - HG^{-1}H^T R^{-1}] \quad (2.76)$$

donde  $E[ee^T] = R$ , es decir, es igual a la matriz diagonal de varianza de las mediciones. Los elementos fuera de la diagonal de esta matriz son cero ya que se han supuesto errores independientes. Multiplicando R por la matriz a su derecha y después factorizando se obtiene

$$E[(\hat{e})(\hat{e})^T] = [I - HG^{-1}H^T R^{-1}][I - HG^{-1}H^T R^{-1}]R \quad (2.77)$$

La matriz es idempotente [36] y [37], por lo tanto, la matriz de varianza del error de medición es

$$S = R - HG^{-1}H^T \quad (2.78)$$

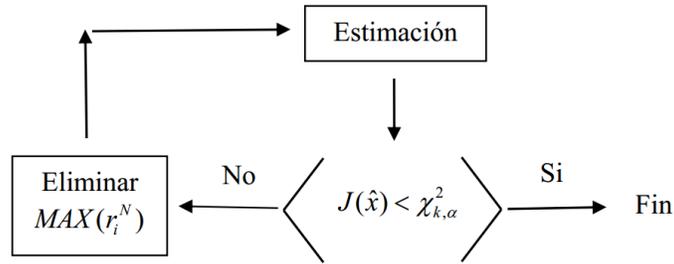
También la matriz S es diagonal, por lo tanto,  $\sqrt{S_{ii}}$  es la desviación estándar. El error estimado es una variable aleatoria gaussiana con media cero. El residuo estimado de una medición es en realidad la desviación del error de la medición

$$\hat{e}_i = z_i - \hat{z}_i \quad (2.79)$$

dividiendo (2.79) entre  $\sqrt{S_{ii}}$  se obtiene el residuo normalizado de la medición  $i$ .

$$r^N = \frac{\hat{e}_i}{\sqrt{S_{ii}}} \quad (2.80)$$

Aunque no hay todavía una garantía de que los errores estandarizados más grandes siempre indiquen las mediciones erróneas, se ha facilitado el problema de localizar los errores gruesos [28]. En la Figura 2.15 está representado el diagrama de bloques para el algoritmo de detección e identificación de mediciones que contienen error grueso.



**Figura 2.15.** Algoritmo de detección e identificación de errores gruesos.

La prueba del máximo residuo normalizado no garantiza que siempre se elimine la medición errónea, es decir, puede darse el caso en que el residuo de una medición que no tenga error sea mayor que el residuo de la medición errónea, por eso para que esta prueba sea más precisa es recomendable que se tenga un gran número de redundancia [19].

Otro problema que ocurre frecuentemente es la existencia de mediciones críticas las cuales son mediciones aisladas de las demás mediciones del sistema. Debido al aislamiento de una medición crítica, el valor estimado es siempre igual al valor medido, lo cual hace que el residuo correspondiente sea igual a cero [38].

## 2.8 Implementación Práctica

De las Secciones 2.3 a 2.5 se puede observar, desde un punto de vista de programación, que el desarrollo de un estimador de estado consiste mayormente en desarrollar la programación digital de las funciones que permitan de manera general calcular el vector de errores de medición ( $Z - h(x)$ ), la matriz Jacobiana de las funciones no-lineales  $H(x)$ , y las operaciones matemáticas para calcular la solución del proceso de estimación de estado, las cuales se llevan a cabo a través de las ecuaciones (2.48) y (2.49). Esto representa llevar a cabo un gran esfuerzo de programación, ya que es necesario desarrollar las funciones que formen los errores de medición para todos los tipos de medición disponibles en el estimador. Además, se necesita programar las funciones que calculen las contribuciones de la matriz Jacobiana correspondientes a cada tipo de medición disponible en el estimador. Estas funciones deben ser desarrolladas de manera general para poder estimar el estado de cualquier red eléctrica. Todo esto hace que la programación de estas funciones y por tanto el desarrollo de un estimador de estado se vuelva una tarea laboriosa y compleja. Por otro lado, cuando se quiere actualizar un estimador de estado desarrollado bajo esta filosofía, los tiempos de programación y validación de resultados retardan bastante el desarrollo y obtención de resultados de investigación.

En este trabajo se presenta la implementación de un estimador de estado utilizando el Toolbox de optimización de Matlab. La optimización se realiza utilizando la función `lsqnonlin(...)`, la cual minimiza la suma de cuadrados de los errores de medición mediante la técnica de mínimos cuadrados. Para esto se ha desarrollado únicamente una función general que calcule el vector de errores de medición ponderados, reduciendo grandemente el esfuerzo de programación y el tiempo de desarrollo del estimador de estado. Esto se debe a que la función `lsqnonlin(...)` internamente calcula la matriz Jacobiana ( $H$ ) utilizando diferencias finitas, lo cual evita el desarrollo de la programación de  $H(x)$  por parte del usuario. Esto a su vez permite implementar rápidamente nuevos e innovadores modelos matemáticos tanto de elementos convencionales de red y de dispositivos de control basados en electrónica de potencia, como nuevos modelos basados en innovadoras tecnologías de medición. Entonces es posible modernizar muy rápidamente el estimador de estado desarrollado y de la misma manera desarrollar y obtener resultados de investigación.

La implementación práctica del estimador de estado desarrollado se llevó a cabo mediante la formulación de una función general denominada `elements(...)`, cuya programación fue desarrollada en un archivo de Matlab llamado “elements.m”. Esta función evalúa y regresa en forma vectorial el conjunto disponible de  $n$  funciones no-lineales  $f(x)$  a ser minimizado, donde  $x$  representa el vector de estados a estimar. En este caso, el vector de funciones objetivo  $f(x)$  que se quiere minimizar es el vector de errores  $e(x)$  de las  $m$  mediciones disponibles

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_m(x) \end{bmatrix} = e(x) = \begin{bmatrix} e_1(x) \\ e_2(x) \\ \vdots \\ e_m(x) \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

La minimización del vector de errores  $e(x)$  de medición se lleva a cabo mediante la función predefinida `lsqnonlin(...)`, la cual es una herramienta del Toolbox de optimización de Matlab. Esta permite resolver problemas no-lineales de ajuste de curvas por medio de la técnica de minimización de mínimos cuadrados, la cual se formula de la siguiente manera

$$\min_x \|f(x)\|^2 = \min_x (f_1(x)^2 + f_2(x)^2 + \dots + f_n(x)^2) \quad (2.82)$$

El algoritmo de la función `lsqnonlin(...)` implícitamente calcula la suma de los cuadrados (2.82) de las componentes del vector de funciones calculadas en `elements(...)`. La sintaxis de la función `lsqnonlin(...)` se muestra a continuación

$$[x, \text{resnorm}, \text{residual}, \text{exitflag}, \text{output}, \text{lambda}, \text{jacobian}] = \text{lsqnonlin}(\text{elements}(\dots), x_0, \text{lb}, \text{ub}, \text{options}) \quad (2.83)$$

donde el vector de estados  $X$  a estimar inicia en el punto  $x_0$  y encuentra un mínimo de la suma de los cuadrados de los errores calculados en  $\text{elements}(\dots)$ .

La Tabla 2.4 proporciona la descripción general de los argumentos de entrada de la función  $\text{lsqnonlin}(\dots)$ , mientras que la Tabla 2.5 contiene la descripción general de sus argumentos de salida.

**Tabla 2.4.** Argumentos de entrada de la función  $\text{lsqnonlin}(\dots)$ .

Argumento	Descripción
elements	Función definida por el usuario, la cual regresa un vector de valores de funciones objetivo evaluadas en $X$ ; en este caso es el vector de errores de medición $e(x)$ cuya suma de los cuadrados es minimizada por la función $\text{lsqnonlin}(\dots)$ .
options	Proporciona detalles específicos de las opciones para el proceso de optimización.
$x_0$	Condición inicial de $X$
lb y ub	Vectores de límites inferiores y superiores de $X$

**Tabla 2.5.** Argumentos de salida de la función  $\text{lsqnonlin}(\dots)$ .

Argumento	Descripción
$X$	Regresa el vector de estados estimados (magnitudes y ángulos de fase de voltaje)
Resnorm	Regresa la sumatoria de los cuadrados de las funciones objetivo $f_i(x)$ a ser minimizadas
Residual	Regresa el valor de los residuos de las funciones objetivo $e(x)$
Exitflag	Entero identificando la razón de paro del algoritmo o condición de salida: 1: la función convergió a una solución $X$ 2: el cambio en $X$ fue menor que la tolerancia especificada 3: el cambio en el residuo fue menor que la tolerancia especificada 4: la magnitud de la dirección de búsqueda fue más pequeña que la tolerancia especificada 0: el número de iteraciones o número de evaluaciones de función excedido -1: la función de salida terminó el algoritmo -2: el problema es infactible: los límites lb y ub son inconsistentes
Output	Estructura conteniendo información acerca de la optimización: Firstorderopt: medida de optimalidad de primer orden Iterations: número de iteraciones requeridas funcCount: número de evaluaciones de función cgiterations: número total de PCG iterations stepsize: desplazamiento final en $X$ algorithm: algoritmo de optimización utilizado

	message: mensaje de salida
Lambda	Estructura conteniendo los multiplicadores de Lagrange en la solución X (separados por el tipo de restricción): los campos son: lower: límites inferiores lb upper: límites superiores up
Jacobian	Regresa el Jacobiano de elements(...) en la solución X

El argumento options permite establecer o cambiar las opciones de optimización utilizando la función optimoptions. La descripción a detalle de los argumentos de esta función se da en la Tabla 2.6.

**Tabla 2.6.** Argumentos de la función optimoptions.

Argumento	Descripción
Algoritmo	Permite elegir el algoritmo de solución de preferencia para el problema de optimización.
Display	Permite establecer el nivel de visualización: <ul style="list-style-type: none"> <li>• off: sin visualización</li> <li>• iter: visualiza la salida en cada iteración, y da el mensaje de salida predeterminado</li> <li>• iter-detailed: visualiza la salida en cada iteración, y da el mensaje técnico de salida</li> <li>• final (default): visualiza solo la salida final, y da el mensaje de salida por default</li> <li>• final-detailed: visualiza solo la salida final, y da el mensaje técnico de salida</li> </ul>
Maxiter	Máximo número de iteraciones permitido, un número entero positivo. El valor por default es 400
TolFun	Tolerancia de terminación en el valor de la función, un escalar positivo. El valor por default es 1e-6
TolX	Tolerancia de terminación en X, un escalar positivo. El valor por default es 1e-6
Jacobian	Si su estatus es 'on' lsqnonlin(...) utiliza un Jacobiano definido por el usuario (definido en elements(...)). Si el estatus es 'off' (default), lsqnonlin(...) aproxima el Jacobiano utilizando diferencias finitas

Finalmente, en la Tabla 2.7 se resumen los argumentos de entrada de la función elements(...), mientras que la salida que esta función proporciona es el vector de errores ponderados (2.81), cuya sumatoria de sus cuadrados es la función objetivo que se va a minimizar.

**Tabla 2.7.** Argumentos de la función elements(...).

<b>Argumento</b>	<b>Descripción</b>
$x_0$	Condición inicial de $X$
$Z$	Vector de mediciones físicas disponibles
$R_i$	Matriz diagonal de covarianzas
LINES	Arreglo con admitancias de transferencia de las líneas de transmisión
TRANSF	Arreglo con admitancias de transferencia de los transformadores de potencia
NNOD	Número de nodos de la red
NL	Número de líneas de transmisión
NT	Número de transformadores de potencia

## CAPÍTULO 3

### ESTIMACIÓN DE ESTADO CONSIDERANDO PMUs

#### 3.1 Introducción

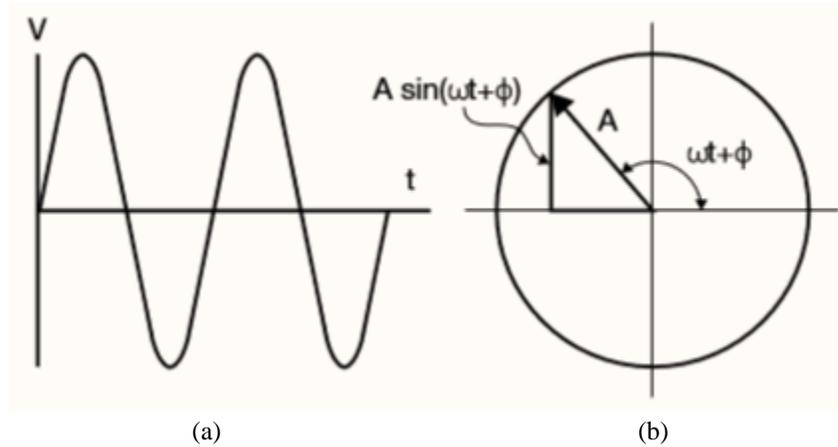
En una red inteligente (Smart Grid) se integran tecnologías de medición avanzada, comunicación, informática y de control [39]. Entre las nuevas tecnologías en la construcción de una red eléctrica inteligente se encuentra las unidades de medición fasorial (PMU por sus siglas en Inglés) [40]. Estos equipos son los únicos que permiten medir los ángulos de fase en los diferentes puntos del sistema de potencia. Los PMUs muestrean las ondas de voltaje y corriente y calculan los valores de secuencia positiva de las tres fases [41]. Los cálculos se actualizan treinta veces por segundo y se envían a un ordenador central. La característica clave de las medidas es que el muestreo de datos y los cálculos son precisamente sincronizados con el sistema de posicionamiento global (GPS por sus siglas en Inglés). El GPS es en la actualidad una fuente unidireccional de tiempo y de frecuencia [42]. Los fasores deben tener la misma referencia de tiempo para sus ángulos; por ende, las mediciones sincronizadas con el GPS permiten la alineación exacta de los datos de cada una de las estaciones a pesar de estar separadas por cientos o miles de kilómetros. La sincronización a través de los GPS tiene un error menor a  $1 \mu\text{s}$  y cada fasor calculado por los PMUs tiene su etiqueta de tiempo [43]. La adquisición de datos de la red es realizada por los PMUs, los cuales deben ser ubicados en puntos estratégicos del sistema de potencia para una mejor capacidad de observación [44]. Los PMUs, mediante el uso de una tecnología generalizada en el campo de los satélites, presentan un número de aplicaciones que permiten aumentar la eficacia de la red, por lo que cada vez más compañías eléctricas optan por su empleo [45].

#### 3.2 Definición de Fasor

Si en una parte de una red eléctrica se produce una pérdida importante de sincronización con el resto, puede ocurrir que la red deje de ser estable y se produzca un corte. Así es como tienen lugar las interrupciones de suministro. Los ingenieros especialistas en redes han tratado siempre de supervisar (en tiempo real) los ángulos relativos de fase de todas las tensiones e intensidades de la red [40].

En el pasado esto no era posible debido a la falta de capacidad de procesamiento y a las grandes dificultades propias de la recolección, coordinación y sincronización de los datos de la red. Pero las nuevas tecnologías han dado un vuelco radical a esta situación. Para facilitar las cosas, los ingenieros han simplificado las matemáticas que aplican [40].

Así, la corriente alterna representada por la curva (a) de la Figura 3.1, puede expresarse también en otro sistema de coordenadas con el diagrama (b) de la misma figura. A esta representación se le denomina sistema fasorial. El radio giratorio es el denominado fasor.



**Figura 3.1.** Representación del fasor de una onda sinusoidal.

El uso de la notación de fasores no solo trae consigo una importante simplificación matemática; también reduce las necesidades de sistemas electrónicos y de capacidad de procesamiento, esta simplificación hace posible la supervisión PMU global de la red [40].

### 3.3 Unidades de Medición Fasorial

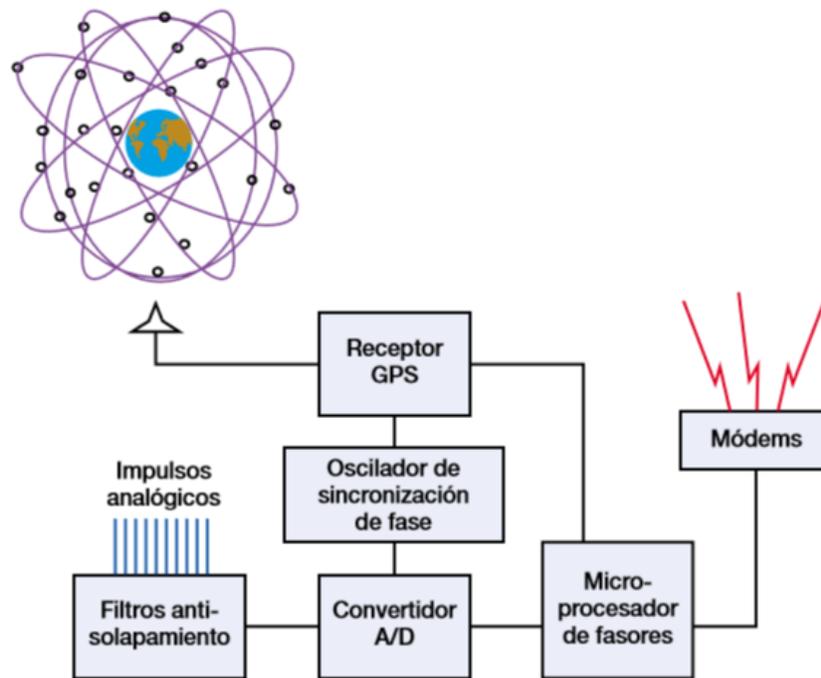
La medición sincronizada a escala global de los sistemas de potencia se está trasladando de los laboratorios a las compañías eléctricas. Esto ha sido posible gracias a la unidad de medición fasorial (PMU). Se trata de un dispositivo que, mediante la aplicación de una tecnología generalizada en el campo de los satélites, ofrece nuevas posibilidades para la supervisión, protección, análisis y control de los sistemas de distribución de energía [40].

El PMU es el elemento en el cual está basado el sistema de medición fasorial. Los PMUs miden voltaje, corriente y frecuencia a muy alta velocidad (usualmente 30 mediciones por segundo). Cada medición tomada por el PMU es etiquetada en fecha y hora con base en el tiempo estándar universal. Estas mediciones sincronizadas en tiempo permiten a los operadores monitorear la dinámica en los cambios de las condiciones del sistema y mejorar la confiabilidad de los sistemas de potencia [46].

La tecnología de las unidades PMU proporciona información fasorial (magnitud y ángulo de fase) en tiempo real. La ventaja de relacionar el ángulo de fase a un tiempo de referencia global es útil en la captura de estados instantáneos del sistema de potencia. La utilización efectiva de esta tecnología es muy útil en la mitigación de apagones y para aprender el comportamiento en tiempo real del sistema

de potencia [47]. La importancia en determinar la diferencia angular entre dos puntos radica en que si va aumentando el ángulo entre esos dos puntos, se genera una mayor tensión estática ejercida entre dichos puntos, lo cual conllevaría a tener inestabilidad en el sistema.

La estructura de un PMU (Figura 3.2) se compone de un sistema de adquisición de datos, el cual cuenta con un filtro anti-solapamiento; un módulo conversor analógico-digital; un microprocesador, el cual se encarga de hacer los cálculos de los fasores y un receptor GPS, el cual le proporciona una señal de un pulso por segundo y una etiqueta de tiempo, misma que se compone de año, mes, día, minuto y segundo, las cuales son suficientes para sincronizar las mediciones.



**Figura 3.2.** Estructura básica de un PMU.

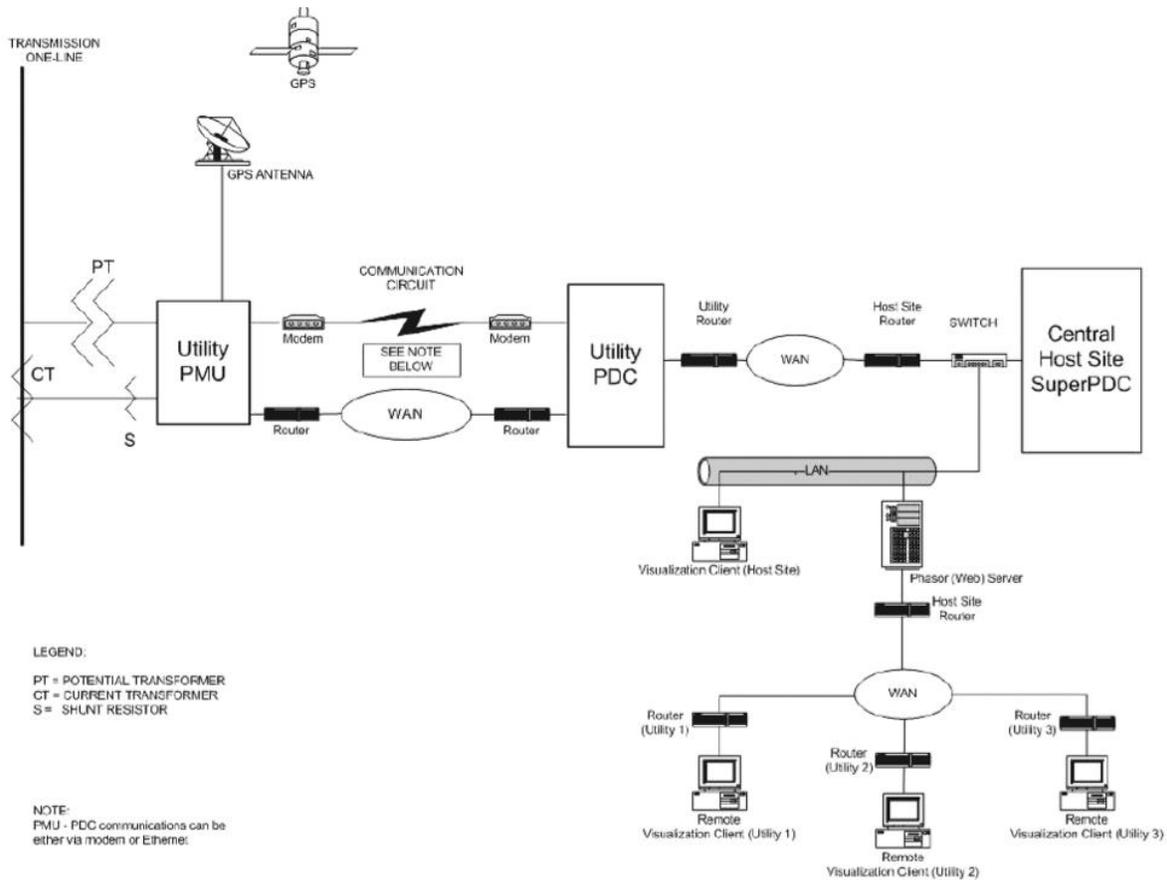
Los PMUs brindan un gran potencial para la mejora de la supervisión, operación, protección y control de los sistemas de potencia modernos [46].

### **3.4 Comunicaciones y Mediciones Sincronizadas en el Tiempo**

Un factor fundamental a la hora de implementar el sistema es la comunicación de las mediciones con marca de tiempo al concentrador de datos. Mientras que la base de tiempos se distribuye a las unidades PMU mediante una compleja red de satélites, los dispositivos actuales utilizan tecnologías de comunicación telefónica, digital en serie y de Ethernet para establecer la conexión con el concentrador de datos. Entre las diversas tecnologías que se aplican en la infraestructura de comunicaciones se

cuentan el cableado directo, las redes de radio que requieran o no licencia, las microondas, los teléfonos público y celular, la radio digital y diversas combinaciones de estas tecnologías [40].

Los PMUs utilizan el sistema GPS (Global Positioning System) el cual es el que se encarga de la sincronización de las mediciones. En la Figura 3.3 se muestra la arquitectura de todo un sistema de comunicaciones típica de un PMU.



**Figura 3.3.** Sistema de comunicaciones típica de un PMU.

El PMU tiene que ser capaz de recibir la referencia de tiempo de una fuente confiable y precisa, tal como el Sistema de Posicionamiento Global (GPS), que puede proporcionar el tiempo relacionándolo al Tiempo Universal Coordinado (UTC) con una precisión suficiente para cumplir con los requisitos del estándar IEEE Std C37.118.1-2011 [48].

### 3.5 Formulación de Mediciones PMU para Estimación de Estado

En la Sección 2.2 se mostraron los tres tipos de mediciones físicas que sirven como datos de entrada del estimador de estado tradicional. Sin embargo, los dispositivos PMU agregan adicionalmente dos

tipos de mediciones físicas con las cuales se aumenta el grado de observabilidad y de redundancia del sistema. Estas mediciones son:

- Flujo de corriente real y/o imaginaria en terminales de un elemento de transmisión,  $(I_{km,real})$  y/o  $(I_{km,imag})$ .
- Magnitud y ángulo de voltaje en un nodo  $k$ ,  $(V_k)$  y  $(\theta_k)$ .

Al igual que en el proceso de estimación tradicional, cada medición física está relacionada o representada por una ecuación. Y de la misma manera se calculan los errores en los datos medidos, para así obtener un índice que permita valorar la confiabilidad del estimado calculado.

### 3.5.1 Medición de Corriente en Línea de Transmisión

Así como las ecuaciones de flujo de potencia, las ecuaciones que representan la corriente real e imaginaria fluyendo a través de una línea de transmisión se derivan de la Figura 2.1.

De acuerdo con las ecuaciones (2.5) a (2.8), las ecuaciones (2.9) y (2.10) pueden ser expresadas como

$$\bar{I}_{km} = (G_{kk} + jB_{kk})\bar{E}_k + (G_{km} + jB_{km})\bar{E}_m \quad (3.1)$$

$$\bar{I}_{mk} = (G_{mk} + jB_{mk})\bar{E}_k + (G_{mm} + jB_{mm})\bar{E}_m \quad (3.2)$$

Considerando  $\bar{E}_k = V_k e^{j\theta_k}$  y  $\bar{E}_m = V_m e^{j\theta_m}$  y sustituyendo en (3.1) y (3.2) se obtiene

$$\bar{I}_{km} = V_k (G_{kk} + jB_{kk}) e^{j\theta_k} + V_m (G_{km} + jB_{km}) e^{j\theta_m} \quad (3.3)$$

$$\bar{I}_{mk} = V_m (G_{mm} + jB_{mm}) e^{j\theta_m} + V_k (G_{mk} + jB_{mk}) e^{j\theta_k} \quad (3.4)$$

Utilizando la identidad de Euler y sustituyendo en (3.3) y (3.4) se tiene

$$\bar{I}_{km} = V_k (G_{kk} + jB_{kk}) (\cos\theta_k + j\sin\theta_k) + V_m (G_{km} + jB_{km}) (\cos\theta_m + j\sin\theta_m) \quad (3.5)$$

$$\bar{I}_{mk} = V_m (G_{mm} + jB_{mm}) (\cos\theta_m + j\sin\theta_m) + V_k (G_{mk} + jB_{mk}) (\cos\theta_k + j\sin\theta_k) \quad (3.6)$$

Separando en parte real e imaginaria se obtienen las ecuaciones de flujo de corriente para mediciones PMU

$$I_{km,real} = V_k (G_{kk} \cos \theta_k - B_{kk} \sin \theta_k) + V_m (G_{km} \cos \theta_m - B_{km} \sin \theta_m) \quad (3.7)$$

$$I_{km,imag} = V_k (G_{kk} \sin \theta_k + B_{kk} \cos \theta_k) + V_m (G_{km} \sin \theta_m + B_{km} \cos \theta_m) \quad (3.8)$$

$$I_{mk,real} = V_m (G_{mm} \cos \theta_m - B_{mm} \sin \theta_m) + V_k (G_{mk} \cos \theta_k - B_{mk} \sin \theta_k) \quad (3.9)$$

$$I_{mk,imag} = V_m (G_{mm} \sin \theta_m + B_{mm} \cos \theta_m) + V_k (G_{mk} \sin \theta_k + B_{mk} \cos \theta_k) \quad (3.10)$$

### 3.5.2 Medición de Corriente en Transformador

Para obtener las ecuaciones que representan las corrientes real e imaginaria fluyendo a través del lado primario de un transformador convencional de dos devanados, se utiliza el mismo modelo representado en la Figura 2.2 y la ecuación (2.22).

$$I_{PS,real} = V_P (G_{PP} \cos \theta_P - B_{PP} \sin \theta_P) + V_S (G_{PS} \cos \theta_S - B_{PS} \sin \theta_S) \quad (3.11)$$

$$I_{PS,imag} = V_P (G_{PP} \sin \theta_P + B_{PP} \cos \theta_P) + V_S (G_{PS} \sin \theta_S + B_{PS} \cos \theta_S) \quad (3.12)$$

Las expresiones para el lado secundario se obtienen directamente intercambiando los subíndices P y S.

### 3.5.3 Medición de Magnitud y Ángulo de Voltaje Nodal

En el caso de los dispositivos PMU, cuando se tiene una medición de voltaje, se tiene tanto la magnitud como el ángulo de voltaje del nodo en cuestión, es decir

$$V_k = V_k \quad (3.13)$$

$$\theta_k = \theta_k \quad (3.14)$$

## 3.6 La Matriz Jacobiana [H]

Como ya se explicó anteriormente, los PMUs conectados a la red aumentan la redundancia del sistema al aumentar el número de mediciones disponibles, lo cual provoca que se genere una matriz Jacobiana [H] rectangular y que el sistema sea sobre determinado.

### 3.6.1 Elementos Jacobianos de Mediciones de Corriente

Las ecuaciones de los elementos de la matriz Jacobiana correspondientes a mediciones de corriente en terminales de una línea, se obtienen derivando (3.7) y (3.8) respecto a las variables de estado de los nodos en terminales de la línea. Las ecuaciones de los elementos Jacobianos asociados a las mediciones de corriente real e imaginaria son

$$\frac{\partial I_{km,real}}{\partial \theta_k} = V_k (-G_{kk} \sin \theta_k - B_{kk} \cos \theta_k) \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial I_{km,real}}{\partial \theta_m} = V_m (-G_{km} \sin \theta_m - B_{km} \cos \theta_m) \quad (3.16)$$

$$V_k \frac{\partial I_{km,real}}{\partial V_k} = V_k (G_{kk} \cos \theta_k - B_{kk} \sin \theta_k) \quad (3.17)$$

$$V_m \frac{\partial I_{km,real}}{\partial V_m} = V_m (G_{km} \cos \theta_m - B_{km} \sin \theta_m) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial I_{km,imag}}{\partial \theta_k} = V_k (G_{kk} \cos \theta_k - B_{kk} \sin \theta_k) \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial I_{km,imag}}{\partial \theta_m} = V_m (G_{km} \cos \theta_m - B_{km} \sin \theta_m) \quad (3.20)$$

$$V_k \frac{\partial I_{km,imag}}{\partial V_k} = V_k (G_{kk} \sin \theta_k + B_{kk} \cos \theta_k) \quad (3.21)$$

$$V_m \frac{\partial I_{km,imag}}{\partial V_m} = V_m (G_{km} \sin \theta_m + B_{km} \cos \theta_m) \quad (3.22)$$

Suponiendo que se tienen las mediciones de corriente real e imaginaria del nodo  $k$  al  $m$ , los elementos que aportan estas mediciones al Jacobiano completo del sistema se muestran en la Figura 3.4.

$\theta_k$	$\theta_m$	$V_k/V_k$	$V_m/V_m$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\partial I_{km,real}}{\partial \theta_k}$	$\frac{\partial I_{km,real}}{\partial \theta_m}$	$V_k \frac{\partial I_{km,real}}{\partial V_k}$	$V_m \frac{\partial I_{km,real}}{\partial V_m}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\partial I_{km,imag}}{\partial \theta_k}$	$\frac{\partial I_{km,imag}}{\partial \theta_m}$	$V_k \frac{\partial I_{km,imag}}{\partial V_k}$	$V_m \frac{\partial I_{km,imag}}{\partial V_m}$

**Figura 3.4.** Contribución de las mediciones de corriente a la matriz Jacobiana.

### 3.6.2 Elementos Jacobianos de Mediciones de Voltaje

Las mediciones de voltaje introducen dos elementos en el Jacobiano. Los elementos para las mediciones de magnitud y ángulo de voltaje en el nodo  $k$ , se calculan con (3.23).

$$V_k \frac{\partial V_k}{\partial V_k} = V_k \quad (3.23)$$

La contribución al Jacobiano de estas mediciones está representada en la Figura 3.5.

$\theta_k$	$\theta_l$	$\theta_m$	$V_k/V_k$	$V_l/V_l$	$V_m/V_m$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\partial \theta_k}{\partial \theta_k}$	0	0	$V_k \frac{\partial V_k}{\partial V_k}$	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

**Figura 3.5.** Contribución de las mediciones de voltaje a la matriz Jacobiana.

### 3.7 Estructura y Formación de $[H]$

En la Sección 2.5 ya se explicó en detalle la formación de la matriz  $[H]$ . Debido a que el número y tipo de mediciones aumenta, la estructura del vector de mediciones  $z$  se modifica de acuerdo a la Figura 3.6.

$$\begin{array}{c}
 z_1 \\
 \vdots \\
 z_N
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 P_1 \\
 \vdots \\
 P_N
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 N \text{ inyecciones de flujo} \\
 P_k
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 z_{N+1} \\
 \vdots \\
 z_{2N}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 Q_1 \\
 \vdots \\
 Q_N
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 N \text{ inyecciones de flujo} \\
 Q_k
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 z_{2N+1} \\
 \vdots \\
 z_{2N+2B}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 P_{kl} \\
 \vdots \\
 P_{lk}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 2B \text{ flujos de línea} \\
 P_{kl} + P_{lk}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 z_{2N+2B+1} \\
 \vdots \\
 z_{2N+4B}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 Q_{kl} \\
 \vdots \\
 Q_{lk}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 2B \text{ flujos de línea} \\
 Q_{kl} + Q_{lk}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 z_{2N+4B+1} \\
 \vdots \\
 z_{3N+4B}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 V_1 \\
 \vdots \\
 V_N
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 N \text{ magnitudes de voltaje} \\
 V_k
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 z_{3N+4B+1} \\
 \vdots \\
 z_{3N+4B+2T}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 P_{kj} \\
 \vdots \\
 P_{jk}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 2T \text{ flujos en transformador} \\
 P_{kj} + P_{jk}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 z_{3N+4B+2T+1} \\
 \vdots \\
 z_{3N+4B+4T}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 Q_{kj} \\
 \vdots \\
 Q_{jk}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 2T \text{ flujos en transformador} \\
 Q_{kj} + Q_{jk}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 z_{3N+4B+4T+1} \\
 \vdots \\
 z_{4N+4B+4T}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 V_1 \\
 \vdots \\
 V_N
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 N \text{ magnitudes de voltaje} \\
 V_k
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 z_{4N+4B+4T+1} \\
 \vdots \\
 z_{4N+4B+4T+M}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \theta_1 \\
 \vdots \\
 \theta_M
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 M \text{ ángulos de voltaje} \\
 \theta_k
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 z_{4N+4B+4T+M+1} \\
 \vdots \\
 z_{4N+4B+4T+M+2C}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 I_{km,real} \\
 \vdots \\
 I_{mk,real}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 2C \text{ corriente real} \\
 I_{km,real} + I_{mk,real}
 \end{array}$$

$$z = \begin{array}{c} \dots \end{array} = \begin{array}{c} \dots \end{array}$$

$\zeta_{4N+4B+4T+M+2C+1}$ $\vdots$ $\zeta_{4N+4B+4T+M+4C}$	$I_{km,imag}$ $\vdots$ $I_{mk,imag}$	<b>2C corriente imaginaria</b> $I_{km,imag} + I_{mk,imag}$
$\zeta_{4N+4B+4T+M+4C+1}$ $\vdots$ $\zeta_{4N+4B+4T+M+4C+2S}$	$I_{PS,real}$ $\vdots$ $I_{SP,real}$	<b>2S corriente real en transformador</b> $I_{PS,real} + I_{SP,real}$
$\zeta_{4N+4B+4T+M+4C+2S+1}$ $\vdots$ $\zeta_{4N+4B+4T+M+4C+4S}$	$I_{PS,imag}$ $\vdots$ $I_{SP,imag}$	<b>2S corriente imaginaria en transformador</b> $I_{PS,imag} + I_{SP,imag}$

**Figura 3.6.** Vector de mediciones considerando PMUs.

La matriz Jacobiana correspondiente al vector de mediciones está representada por la Figura 3.7.

				$\frac{V_1}{V_1}$	$\frac{V_2}{V_2}$	$\dots$	$\frac{V_N}{V_N}$		
				$\theta_2$	$\theta_3$	$\dots$	$\theta_N$		
$H =$	$\frac{\partial P_1}{\partial \theta_2}$	$\dots$	$\frac{\partial P_1}{\partial \theta_N}$	$V_1 \frac{\partial P_1}{\partial V_1}$	$\dots$	$V_N \frac{\partial P_1}{\partial V_N}$	<b>N inyecciones de flujo</b> $P_k$		
	$\frac{\partial P_N}{\partial \theta_2}$	$\dots$	$\frac{\partial P_N}{\partial \theta_N}$	$V_1 \frac{\partial P_N}{\partial V_1}$	$\dots$	$V_N \frac{\partial P_N}{\partial V_N}$			
	$\frac{\partial Q_1}{\partial \theta_2}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_1}{\partial \theta_N}$	$V_1 \frac{\partial Q_1}{\partial V_1}$	$\dots$	$V_N \frac{\partial Q_1}{\partial V_N}$	<b>N inyecciones de flujo</b> $Q_k$		
	$\frac{\partial Q_N}{\partial \theta_2}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_N}{\partial \theta_N}$	$V_1 \frac{\partial Q_N}{\partial V_1}$	$\dots$	$V_N \frac{\partial Q_N}{\partial V_N}$			
	$\dots$	$\frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_l}$	$\dots$	$V_k \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_l \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_l}$	<b>2B flujos de línea</b> $P_{kl} + P_{lk}$
	$\dots$	$\frac{\partial P_{lk}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial P_{lk}}{\partial \theta_l}$	$\dots$	$V_k \frac{\partial P_{lk}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_l \frac{\partial P_{lk}}{\partial V_l}$	<b>2B flujos de línea</b> $Q_{kl} + Q_{lk}$
	$\dots$	$\frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_l}$	$\dots$	$V_k \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_l \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_l}$	
	$\dots$	$\frac{\partial Q_{lk}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_{lk}}{\partial \theta_l}$	$\dots$	$V_k \frac{\partial Q_{lk}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_l \frac{\partial Q_{lk}}{\partial V_l}$	

$ \begin{matrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0 &  \end{matrix} $	$ \begin{matrix} V_1 & & & & \\ & V_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & V_N &  \end{matrix} $
$ \begin{matrix} \dots & \frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_j} & \\ \dots & \frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_j} &  \end{matrix} $	$ \begin{matrix} \dots & V_k \frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_k} & \dots & V_j \frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_j} & \\ \dots & V_k \frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_k} & \dots & V_j \frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_j} &  \end{matrix} $
$ \begin{matrix} \dots & \frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_j} & \\ \dots & \frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_j} &  \end{matrix} $	$ \begin{matrix} \dots & V_k \frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_k} & \dots & V_j \frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_j} & \\ \dots & V_k \frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_k} & \dots & V_j \frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_j} &  \end{matrix} $
$ \begin{matrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0 &  \end{matrix} $	$ \begin{matrix} V_1 & & & & \\ & V_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & V_N &  \end{matrix} $
$ \begin{matrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 &  \end{matrix} $	$ \begin{matrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0 &  \end{matrix} $
$ \begin{matrix} \dots & \frac{\partial I_{km,real}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial I_{km,real}}{\partial \theta_m} & \\ \dots & \frac{\partial I_{mk,real}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial I_{mk,real}}{\partial \theta_m} &  \end{matrix} $	$ \begin{matrix} \dots & V_k \frac{\partial I_{km,real}}{\partial V_k} & \dots & V_m \frac{\partial I_{km,real}}{\partial V_m} & \\ \dots & V_k \frac{\partial I_{mk,real}}{\partial V_k} & \dots & V_m \frac{\partial I_{mk,real}}{\partial V_m} &  \end{matrix} $
$ \begin{matrix} \dots & \frac{\partial I_{km,imag}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial I_{km,imag}}{\partial \theta_m} & \\ \dots & \frac{\partial I_{mk,imag}}{\partial \theta_k} & \dots & \frac{\partial I_{mk,imag}}{\partial \theta_m} &  \end{matrix} $	$ \begin{matrix} \dots & V_k \frac{\partial I_{km,imag}}{\partial V_k} & \dots & V_m \frac{\partial I_{km,imag}}{\partial V_m} & \\ \dots & V_k \frac{\partial I_{mk,imag}}{\partial V_k} & \dots & V_m \frac{\partial I_{mk,imag}}{\partial V_m} &  \end{matrix} $
$ \begin{matrix} \dots & \frac{\partial I_{PS,real}}{\partial \theta_P} & \dots & \frac{\partial I_{PS,real}}{\partial \theta_S} & \\ \dots & \frac{\partial I_{SP,real}}{\partial \theta_P} & \dots & \frac{\partial I_{SP,real}}{\partial \theta_S} &  \end{matrix} $	$ \begin{matrix} \dots & V_P \frac{\partial I_{PS,real}}{\partial V_P} & \dots & V_S \frac{\partial I_{PS,real}}{\partial V_S} & \\ \dots & V_P \frac{\partial I_{SP,real}}{\partial V_P} & \dots & V_S \frac{\partial I_{SP,real}}{\partial V_S} &  \end{matrix} $

$N$  magnitudes de voltaje  
 $V_k$

$2T$  flujos en transformador  
 $P_{kj} + P_{jk}$

$2T$  flujos en transformador  
 $Q_{kj} + Q_{jk}$

$N$  magnitudes de voltaje  
 $V_k$

$M$  ángulos de voltaje  
 $\theta_k$

$2C$  corriente real  
 $I_{km,real} + I_{mk,real}$

$2C$  corriente imaginaria  
 $I_{km,imag} + I_{mk,imag}$

$2S$  corriente real en transformador  
 $I_{PS,real} + I_{SP,real}$

$\dots \frac{\partial I_{PS,imag}}{\partial \theta_P} \dots \frac{\partial I_{PS,imag}}{\partial \theta_S}$	$\dots V_P \frac{\partial I_{PS,imag}}{\partial V_P} \dots V_S \frac{\partial I_{PS,imag}}{\partial V_S}$	$2S$ corriente imaginaria en transformador $I_{PS,imag} + I_{SP,imag}$
$\dots \frac{\partial I_{SP,imag}}{\partial \theta_P} \dots \frac{\partial I_{SP,imag}}{\partial \theta_S}$	$\dots V_P \frac{\partial I_{SP,imag}}{\partial V_P} \dots V_S \frac{\partial I_{SP,imag}}{\partial V_S}$	

Figura 3.7. Estructura de la matriz Jacobiana en Estimación de Estado considerando PMUs.

### 3.8 Ejemplo de Aplicación

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación con la red de 3 nodos de la Figura 3.8, el cual tiene un PMU en el nodo 3. La letra  $I$  indica medición de inyección de potencia activa y reactiva,  $F$  indica medición de flujo de potencia activa y reactiva,  $V$  indica medición de magnitud de voltaje nodal,  $C$  indica medición de corriente real e imaginaria y  $A$  indica medición de ángulo de voltaje nodal. De acuerdo a la Figura 3.8, se tienen disponibles 9 mediciones SCADA y 6 mediciones PMU. El ángulo de fase  $\theta_1$  es elegido como referencia para la solución de las variables de estado de la red. La dimensión del vector de estado es  $(2Nb - 1) = 5$ , donde  $Nb$  es el número de nodos. De acuerdo a las mediciones físicas de la red, el vector de mediciones y el vector de estado son,

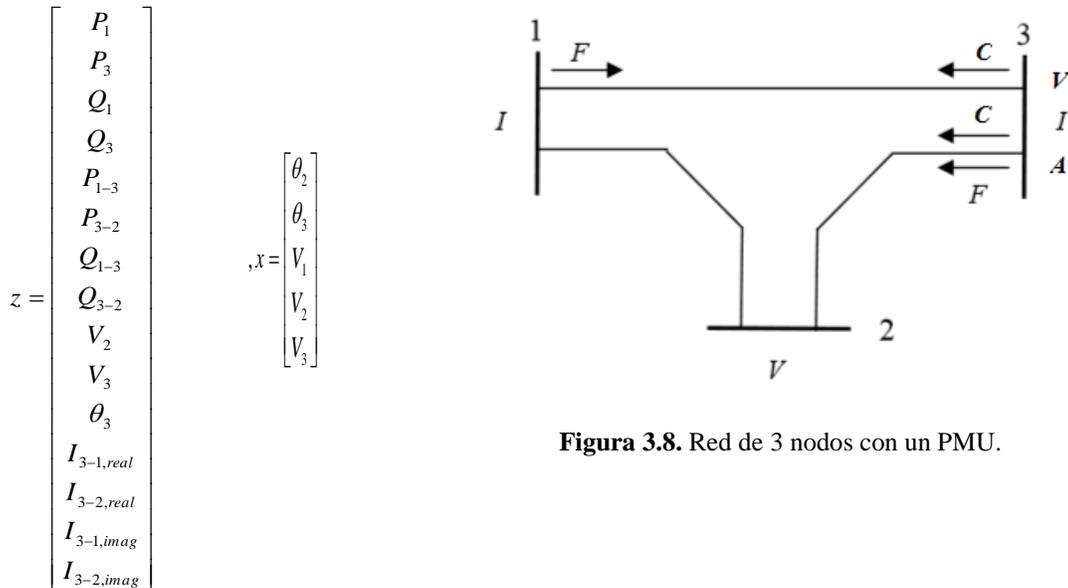


Figura 3.8. Red de 3 nodos con un PMU.

el vector de ecuaciones no-lineales (mediciones estimadas) es

$$h(x) = \begin{bmatrix} P_{1-2} + P_{1-3} \\ P_{3-1} + P_{3-2} \\ Q_{1-2} + Q_{1-3} \\ Q_{3-1} + Q_{3-2} \\ P_{1-3} \\ P_{3-2} \\ Q_{1-3} \\ Q_{3-2} \\ V_2 \\ V_3 \\ \theta_3 \\ I_{3-1,real} \\ I_{3-2,real} \\ I_{3-1,imag} \\ I_{3-2,imag} \end{bmatrix}, \text{ donde}$$

$$\begin{aligned} P_{1-2} &= V_1^2 G_{11} + V_1 V_2 [G_{1-2} \cos(\theta_1 - \theta_2) + B_{1-2} \sin(\theta_1 - \theta_2)] \\ P_{1-3} &= V_1^2 G_{11} + V_1 V_3 [G_{1-3} \cos(\theta_1 - \theta_3) + B_{1-3} \sin(\theta_1 - \theta_3)] \\ P_{3-1} &= V_3^2 G_{33} + V_3 V_1 [G_{3-1} \cos(\theta_3 - \theta_1) + B_{3-1} \sin(\theta_3 - \theta_1)] \\ P_{3-2} &= V_3^2 G_{33} + V_3 V_2 [G_{3-2} \cos(\theta_3 - \theta_2) + B_{3-2} \sin(\theta_3 - \theta_2)] \\ Q_{1-2} &= -V_1^2 B_{11} + V_1 V_2 [G_{1-2} \sin(\theta_1 - \theta_2) - B_{1-2} \cos(\theta_1 - \theta_2)] \\ Q_{1-3} &= -V_1^2 B_{11} + V_1 V_3 [G_{1-3} \sin(\theta_1 - \theta_3) - B_{1-3} \cos(\theta_1 - \theta_3)] \\ Q_{3-1} &= -V_3^2 B_{33} + V_3 V_1 [G_{3-1} \sin(\theta_3 - \theta_1) - B_{3-1} \cos(\theta_3 - \theta_1)] \\ Q_{3-2} &= -V_3^2 B_{33} + V_3 V_2 [G_{3-2} \sin(\theta_3 - \theta_2) - B_{3-2} \cos(\theta_3 - \theta_2)] \\ I_{3-1,real} &= V_3 (G_{33} \cos \theta_3 - B_{33} \sin \theta_3) + V_1 (G_{3-1} \cos \theta_1 - B_{3-1} \sin \theta_1) \\ I_{3-2,real} &= V_3 (G_{33} \cos \theta_3 - B_{33} \sin \theta_3) + V_2 (G_{3-2} \cos \theta_2 - B_{3-2} \sin \theta_2) \\ I_{3-1,imag} &= V_3 (G_{33} \sin \theta_3 + B_{33} \cos \theta_3) + V_1 (G_{3-1} \sin \theta_1 + B_{3-1} \cos \theta_1) \\ I_{3-2,imag} &= V_3 (G_{33} \sin \theta_3 + B_{33} \cos \theta_3) + V_2 (G_{3-2} \sin \theta_2 + B_{3-2} \cos \theta_2) \end{aligned}$$

la matriz Jacobiana del sistema queda de la siguiente manera,

$$H(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & V_1 \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial P_1}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial P_1}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & V_1 \frac{\partial P_3}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial P_3}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_3} & V_1 \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial Q_1}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & V_1 \frac{\partial Q_3}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial Q_3}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \\ 0 & \frac{\partial P_{1-3}}{\partial \theta_3} & V_1 \frac{\partial P_{1-3}}{\partial V_1} & 0 & V_3 \frac{\partial P_{1-3}}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_{3-2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_{3-2}}{\partial \theta_3} & 0 & V_2 \frac{\partial P_{3-2}}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial P_{3-2}}{\partial V_3} \\ 0 & \frac{\partial Q_{1-3}}{\partial \theta_3} & V_1 \frac{\partial Q_{1-3}}{\partial V_1} & 0 & V_3 \frac{\partial Q_{1-3}}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_{3-2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_{3-2}}{\partial \theta_3} & 0 & V_2 \frac{\partial Q_{3-2}}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial Q_{3-2}}{\partial V_3} \\ 0 & 0 & 0 & V_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_3 \\ 0 & \theta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial I_{3-1,real}}{\partial \theta_3} & V_1 \frac{\partial I_{3-1,real}}{\partial V_1} & 0 & V_3 \frac{\partial I_{3-1,real}}{\partial V_3} \\ \frac{\partial I_{3-2,real}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial I_{3-2,real}}{\partial \theta_3} & 0 & V_2 \frac{\partial I_{3-2,real}}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial I_{3-2,real}}{\partial V_3} \\ 0 & \frac{\partial I_{3-1,imag}}{\partial \theta_3} & V_1 \frac{\partial I_{3-1,imag}}{\partial V_1} & 0 & V_3 \frac{\partial I_{3-1,imag}}{\partial V_3} \\ \frac{\partial I_{3-2,imag}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial I_{3-2,imag}}{\partial \theta_3} & 0 & V_2 \frac{\partial I_{3-2,imag}}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial I_{3-2,imag}}{\partial V_3} \end{bmatrix}$$

donde

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{1-3}}{\partial \theta_2} = V_2 \frac{\partial P_{1-3}}{\partial V_2} = 0 & & V_2 \frac{\partial V_2}{\partial V_2} = V_2 & & \frac{\partial I_{3-1,real}}{\partial \theta_2} = V_2 \frac{\partial I_{3-1,real}}{\partial V_2} = 0 \\
V_1 \frac{\partial P_{3-2}}{\partial V_1} = 0 & & \frac{\partial V_3}{\partial \theta_2} = \frac{\partial V_3}{\partial \theta_3} = V_1 \frac{\partial V_3}{\partial V_1} = V_2 \frac{\partial V_3}{\partial V_2} = 0 & & V_1 \frac{\partial I_{3-2,real}}{\partial V_1} = 0 \\
\frac{\partial Q_{1-3}}{\partial \theta_2} = V_2 \frac{\partial Q_{1-3}}{\partial V_2} = 0 & & V_3 \frac{\partial V_3}{\partial V_3} = V_3 & & \frac{\partial I_{3-1,imag}}{\partial \theta_2} = V_2 \frac{\partial I_{3-1,imag}}{\partial V_2} = 0 \\
V_1 \frac{\partial Q_{3-2}}{\partial V_1} = 0 & & \frac{\partial \theta_3}{\partial \theta_2} = \frac{\partial \theta_3}{\partial V_1} = \frac{\partial \theta_3}{\partial V_2} = \frac{\partial \theta_3}{\partial V_3} = 0 & & V_1 \frac{\partial I_{3-2,imag}}{\partial V_1} = 0 \\
\frac{\partial V_2}{\partial \theta_2} = \frac{\partial V_2}{\partial \theta_3} = V_1 \frac{\partial V_2}{\partial V_1} = V_3 \frac{\partial V_2}{\partial V_3} = 0 & & \theta_3 \frac{\partial \theta_3}{\partial \theta_3} = \theta_3 & & 
\end{aligned}$$

la matriz de covarianza diagonal es,

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \frac{1}{\sigma_2^2} & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \frac{1}{\sigma_3^2} & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \frac{1}{\sigma_{15}^2} \end{bmatrix}$$

Sustituyendo las matrices y vectores anteriores en (2.48) se tiene la ecuación de EE.

$$\left[ H^T(x) R^{-1} H(x) \right] \underbrace{\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \frac{V_1}{V_1} \\ \frac{V_2}{V_2} \\ \frac{V_3}{V_3} \\ \frac{V_3}{V_3} \end{bmatrix}}_{\Delta x} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = H^T(x) R^{-1} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_3 \\ Q_1 \\ Q_3 \\ P_{1-3} \\ P_{3-2} \\ Q_{1-3} \\ Q_{3-2} \\ V_2 \\ V_3 \\ \theta_3 \\ I_{3-1,real} \\ I_{3-2,real} \\ I_{3-1,imag} \\ I_{3-2,imag} \end{bmatrix} - h(x)$$

La solución de esta ecuación se obtiene de manera iterativa hasta que el máximo incremento de  $\Delta x$  sea menor a un valor de tolerancia especificado. El superíndice  $i$  indica valor anterior e  $i + 1$  indica valor actualizado.

## CAPÍTULO 4

### CASOS DE ESTUDIO

#### 4.1 Introducción

Para validar el uso de PMUs conectados a la red, se simularon varios escenarios de algunos sistemas eléctricos, tanto ideales como con errores. Los escenarios ideales tienen como datos de entrada (mediciones) para el proceso de estimación, los resultados de una simulación convencional de flujos de potencia. En estos casos no interviene el algoritmo de identificación y eliminación de datos erróneos, ya que las mediciones son exactas.

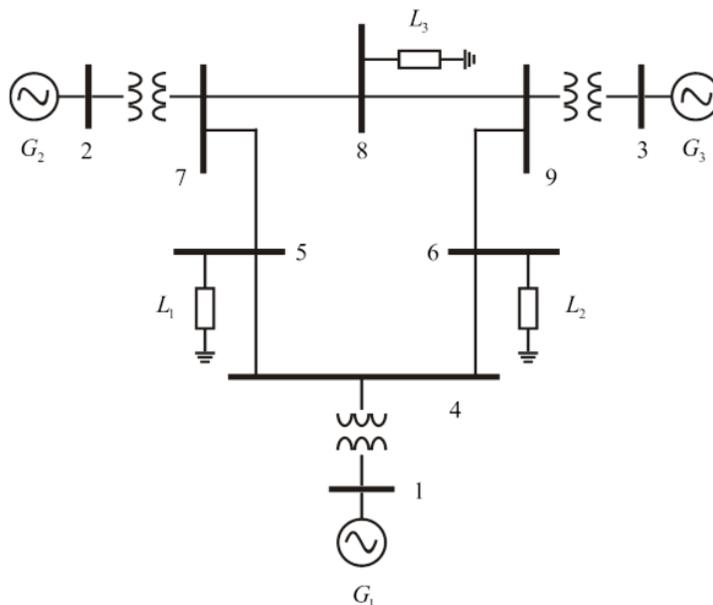
Por otra parte, para demostrar el correcto funcionamiento de dicho algoritmo, se simularon escenarios en los cuales se introdujo ruido a los datos de entrada. El ruido introducido consiste en el cambio de signo de la magnitud medida, lo que físicamente significa que las terminales del dispositivo de medición están intercambiadas, y mediante la variación arbitraria de la cantidad medida. Para probar las ventajas que ofrecen los PMUs a la estimación de estado, se comparan las simulaciones de los escenarios con PMUs y sin PMUs conectados a los sistemas eléctricos.

La tolerancia especificada para la convergencia fue seleccionada de  $Tol = 1 \times 10^{-6}$ , y el nivel de significancia del 1% en la prueba  $\chi^2_{k,\alpha}$  para todos los casos analizados. Las desviaciones de las mediciones físicas SCADA utilizadas en todos los casos de prueba fueron seleccionadas como,  $\sigma = 0.01$  para las inyecciones de potencia,  $\sigma = 0.008$  para los flujos de potencia y  $\sigma = 0.004$  para la magnitud de los voltajes nodales. Para las mediciones físicas proporcionadas por los PMUs, las desviaciones fueron seleccionadas como,  $\sigma = 0.002$  para la magnitud de los voltajes nodales y  $\sigma = 0.0017$  para los ángulos de los voltajes nodales.

Las redes eléctricas utilizadas para validar la efectividad del estimador de estado considerando PMUs tanto para el caso ideal como para los casos donde fueron introducidos errores son, una red de 9 nodos y la IEEE-118.

### 4.1.1 Simulación del Caso Ideal de la Red de 9 Nodos

Para la simulación del caso ideal se considera el sistema de la Figura 4.1.



**Figura 4.1.** Red de 9 nodos.

El total de mediciones usadas es de 43, suficientes para solucionar un sistema de 43 ecuaciones con 17 variables de estado y 26 grados de libertad. Se utilizaron 6 mediciones de inyección de potencia, 24 mediciones de flujo de potencia en líneas de transmisión, 12 de flujo de potencia en transformadores y 1 de voltaje.

En la Tabla 4.1 se muestran las mediciones disponibles para este caso.

**Tabla 4.1.** Mediciones disponibles para la estimación de la red de 9 nodos.

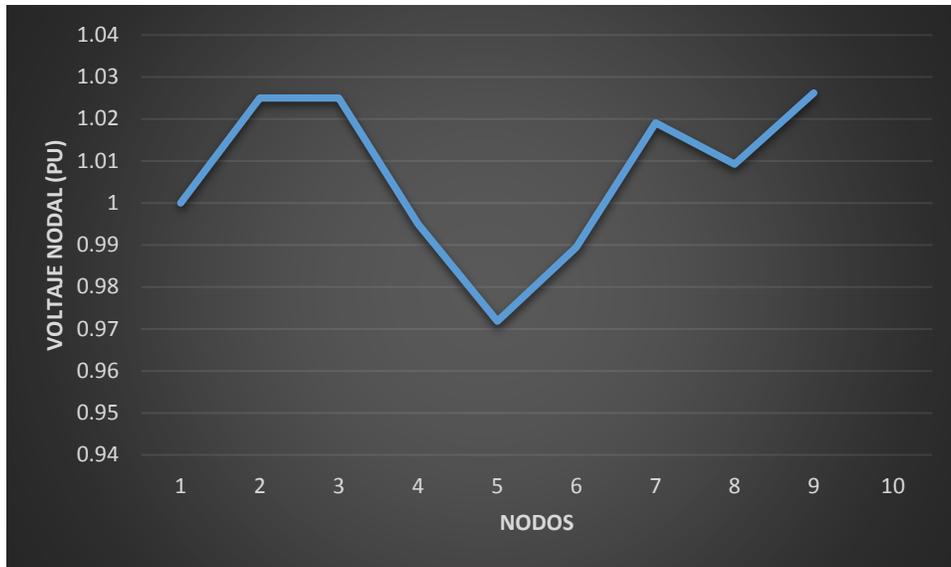
Mediciones de inyección de potencia nodal (pu)					
Nodo	$P_k$	$Q_k$			
1	0.717867	0.101725			
2	1.63	0.17636			
3	0.85	-0.000917662			
Mediciones de flujo de potencia en líneas de transmisión (pu)					
Línea	$P_{km}$	$Q_{km}$	Línea	$P_{km}$	$Q_{km}$
4-7	0.765958	-0.00798056	9-6	0.610223	-0.0780275
8-7	-0.761116	-0.104269	6-9	-0.595981	-0.223643
8-9	-0.238884	-0.245731	5-4	-0.409996	-0.293101

9-8	0.239777	0.0368115	4-5	0.412242	0.141961
7-5	0.864043	0.0244353	6-4	-0.304019	-0.0763567
5-7	-0.840004	-0.206899	4-6	0.305624	-0.0705144
<b>Mediciones de flujo de potencia en transformadores (pu)</b>					
<b>Transf.</b>	$P_{km}$	$Q_{km}$	<b>Transf.</b>	$P_{km}$	$Q_{km}$
2-7	1.63	0.17636	3-9	0.85	-0.000917662
7-2	-1.63	-0.0164545	9-3	-0.85	0.0412161
1-4	0.717867	0.101725			
4-1	-0.717867	-0.0714462			
<b>Mediciones de magnitud de voltaje (pu)</b>					
<b>Nodo</b>	$V_k$				
1	1				

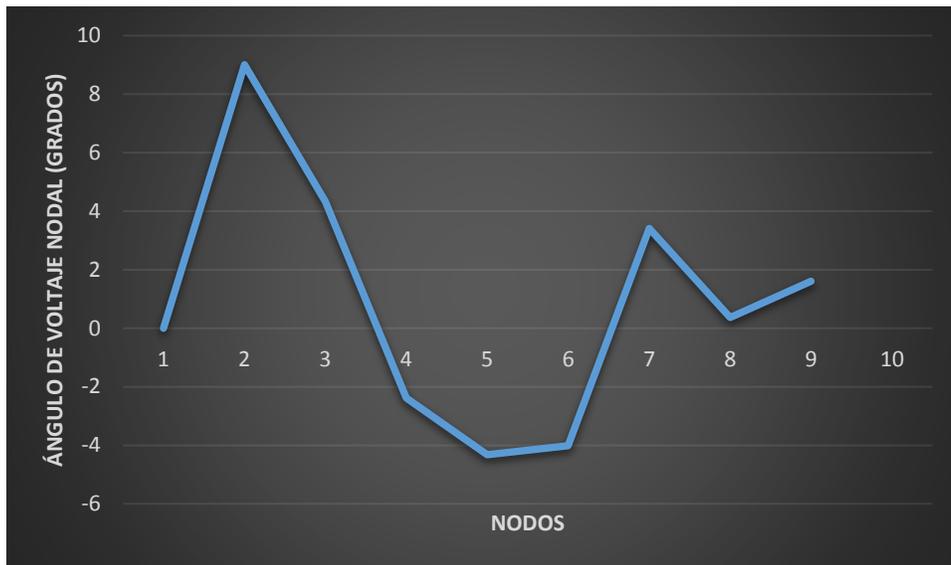
En la Figura 4.2 y en la Tabla 4.2 se presentan las variables de estado estimadas. El algoritmo convergió en 18 iteraciones, debido a que las mediciones no contienen ruido, el valor de la función cuadrática optimizada es  $J(\hat{x}) = 1.9335 \times 10^{-8}$  y el valor de la Chi-cuadrada proporcionado por la prueba de detección de error es  $\chi_{k,a}^2 = 37.6525$ .

**Tabla 4.2.** Variables de estado del sistema de 9 nodos caso ideal.

<b>Nodo</b>	<b>Caso ideal <math>V \angle \theta</math></b>
1	$1 \angle 0$
2	$1.025 \angle 9.0059$
3	$1.025 \angle 4.3231$
4	$0.995 \angle -2.3817$
5	$0.9718 \angle -4.3226$
6	$0.9895 \angle -4.0107$
7	$1.0191 \angle 3.4091$
8	$1.0092 \angle 0.3683$
9	$1.0262 \angle 1.6089$



(a)



(b)

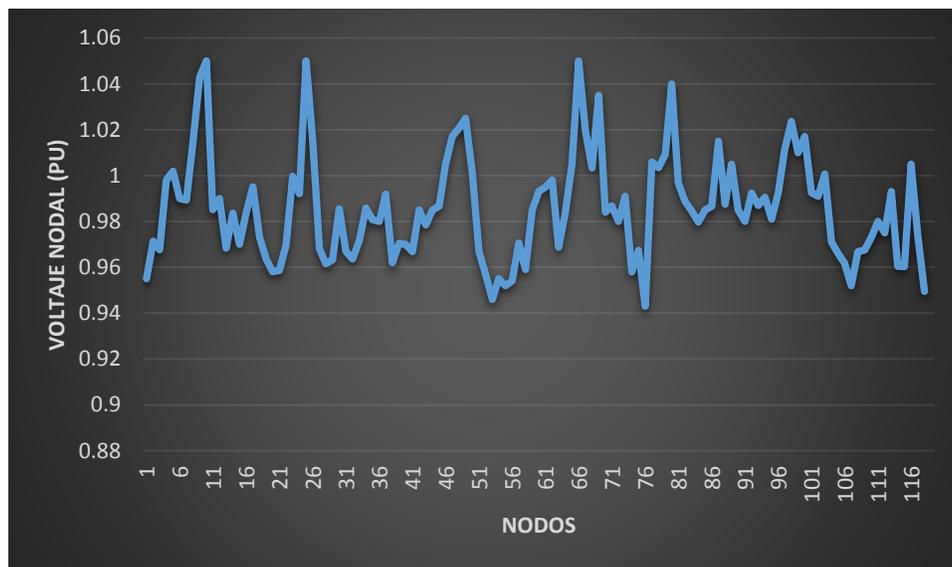
**Figura 4.2.** Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error.

#### 4.1.2 Simulación del Caso Ideal de la Red IEEE-118

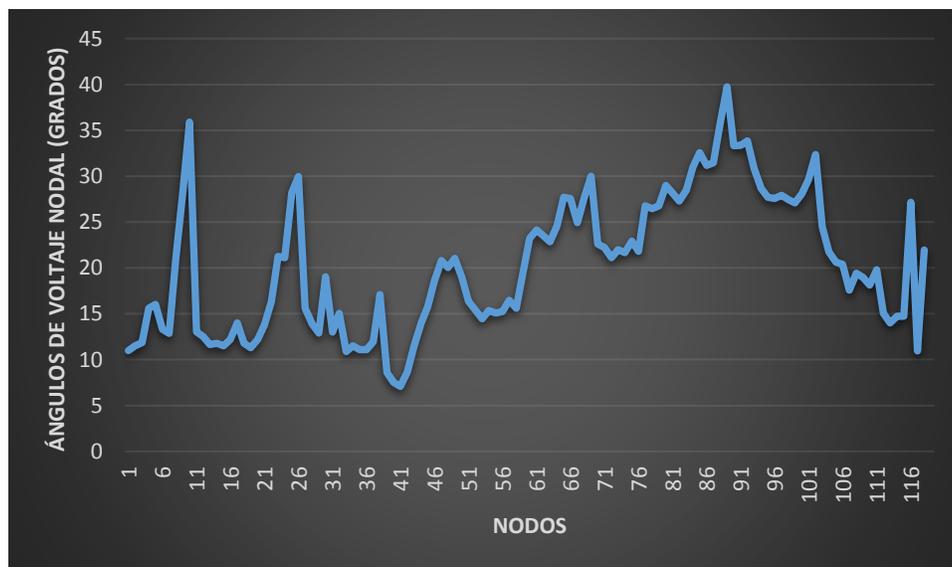
Con la finalidad de validar los resultados proporcionados por el estimador cuando sea necesario estimar el estado de una red de mayor escala, también fue considerada la red de 118 nodos del IEEE; de la cual se obtuvo el estimado de estado considerando que no existen errores en las mediciones disponibles para este caso, y por tanto en los voltajes complejos nodales estimados. Para estimar el estado de la red de 118 nodos del IEEE, la cual consta de 118 nodos, 177 líneas de transmisión y 9 transformadores de potencia, se utilizaron 744 mediciones totales para resolver un sistema con 235

variables de estado y 509 grados de libertad, 708 mediciones de flujo en líneas y 36 mediciones de flujo en transformadores.

El algoritmo convergió en 18 iteraciones, la función cuadrática optimizada tiene un valor de  $J(\hat{x}) = 4.4775 \times 10^{-6}$ , mientras que el valor de la Chi-cuadrada proporcionado por la prueba de detección de error es  $\chi^2_{k,a} = 562.5931$ . La gran diferencia entre estos valores se debe a que las mediciones están libres de error aleatorio o grueso. En la Figura 4.3 se muestran las variables de estado estimadas.



(a)



(b)

**Figura 4.3.** Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error.

## 4.2 Simulaciones de Redes con Mediciones Erróneas

Con la finalidad de comparar el desempeño y la eficiencia en el funcionamiento del algoritmo de detección e identificación de error entre los casos con y sin PMUs, fueron utilizadas las mismas 2 redes de la sección anterior con el mismo número de mediciones y un determinado número de errores. Se modificaron varias mediciones en cada una de las redes analizadas para obtener errores gruesos y se contaminaron las mediciones con errores aleatorios. La modificación de las mediciones consistió en el cambio de signo, mientras que los errores arbitrarios asociados a las mediciones se obtuvieron generando un vector de valores aleatorios con la función rand de MATLAB.

### 4.2.1 Simulación con Dos Errores Gruesos y Error Aleatorio para la Red de 9 Nodos

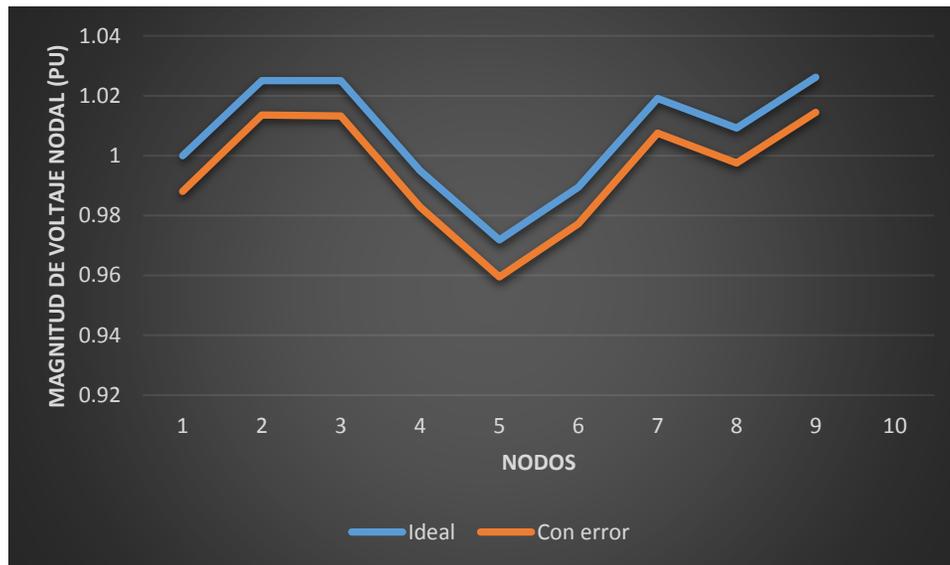
Para esta simulación de la red de 9 nodos se utilizaron las mismas mediciones disponibles para el caso ideal de la Sección 4.1.1, de las cuales a dos mediciones les fueron cambiados los signos, para así generar dos errores gruesos. Las mediciones modificadas son  $P_{7-8}$ , con un valor original exacto de 0.765958 pu, y  $P_{7-5}$ , con un valor original exacto 0.864043 pu. También se generó error aleatorio del orden de  $1 \times 10^{-2}$ , el cual se agregó al vector de mediciones.

En la simulación para este caso, el estimador primeramente detecta que hay al menos una medición errónea debido a que el valor de la función cuadrática optimizada  $J(\hat{x}) = 4.3193 \times 10^4$  es mucho mayor que el valor proporcionado por la prueba de detección de error  $\chi_{k,a}^2 = 37.6525$ . El algoritmo evalúa los residuos normalizados de las mediciones y encuentra que la medición 15, correspondiente a  $P_{7-5}$ , tiene el máximo valor de residuo normalizado y por ende es identificada como la medición contaminada con error grueso. Una vez que la medición errónea es identificada, esta debe ser eliminada de los cálculos. Con la medición errónea identificada y eliminada, se vuelve a estimar el estado de la red y vuelve a detectar al menos otra medición errónea, el valor de la función cuadrática optimizada  $J(\hat{x}) = 1.8765 \times 10^4$  sigue siendo mucho mayor que el valor proporcionado por la prueba de detección de error  $\chi_{k,a}^2 = 36.4150$ . El algoritmo identifica a la medición 7, correspondiente a  $P_{7-8}$ , contaminada con error grueso ya que posee el máximo valor de residuo normalizado y la elimina de los cálculos. Una vez más se estima el estado de la red y con 30 iteraciones el algoritmo logra la convergencia. El valor final de la función cuadrática optimizada  $J(\hat{x}) = 15.5464$  es menor que el valor proporcionado por la prueba de detección de error  $\chi_{k,a}^2 = 35.1725$ .

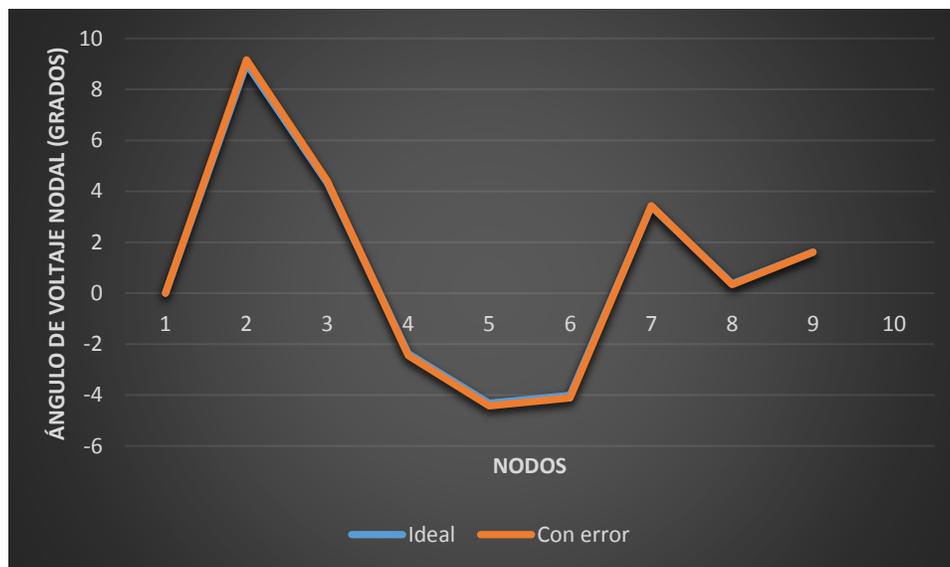
En la Tabla 4.3 y en la Figura 4.4 se puede ver la comparación de los estados estimados entre el caso ideal y el caso con errores gruesos y aleatorios.

**Tabla 4.3.** Variables de estado del sistema de 9 nodos caso ideal vs caso con errores.

Nodo	Caso ideal $V \angle \theta$	Con errores $V \angle \theta$
1	$1 \angle 0$	$0.9888 \angle 0$
2	$1.025 \angle 9.0059$	$1.0139 \angle 9.1737$
3	$1.025 \angle 4.3231$	$1.0140 \angle 4.4420$
4	$0.995 \angle -2.3817$	$0.9835 \angle -2.4367$
5	$0.9718 \angle -4.3226$	$0.9603 \angle -4.4244$
6	$0.9895 \angle -4.0107$	$0.9778 \angle -4.0999$
7	$1.0191 \angle 3.4091$	$1.0078 \angle 3.4446$
8	$1.0092 \angle 0.3683$	$0.9981 \angle 0.3679$
9	$1.0262 \angle 1.6089$	$1.0153 \angle 1.6572$



(a)



(b)

**Figura 4.4.** Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error vs con errores.

En las figuras se puede apreciar que aunque las mediciones contienen error aleatorio el estimador de estado proporciona un vector de estados estimado confiable.

#### 4.2.2 Simulación con Cuatro Errores Gruesos y Error Aleatorio para la Red IEEE-118

Para esta simulación se utilizaron las mismas mediciones disponibles para el caso ideal de la Sección 4.1.2, de las cuales cuatro mediciones fueron contaminadas arbitrariamente con errores gruesos. También se generó error aleatorio del orden de  $1 \times 10^{-2}$ , el cual se agregó al vector de mediciones. En la Tabla 4.4 se muestra en detalle las mediciones contaminadas. En la Tabla 4.5 se encuentran las características de esta simulación.

**Tabla 4.4** Mediciones contaminadas en la red IEEE-118.

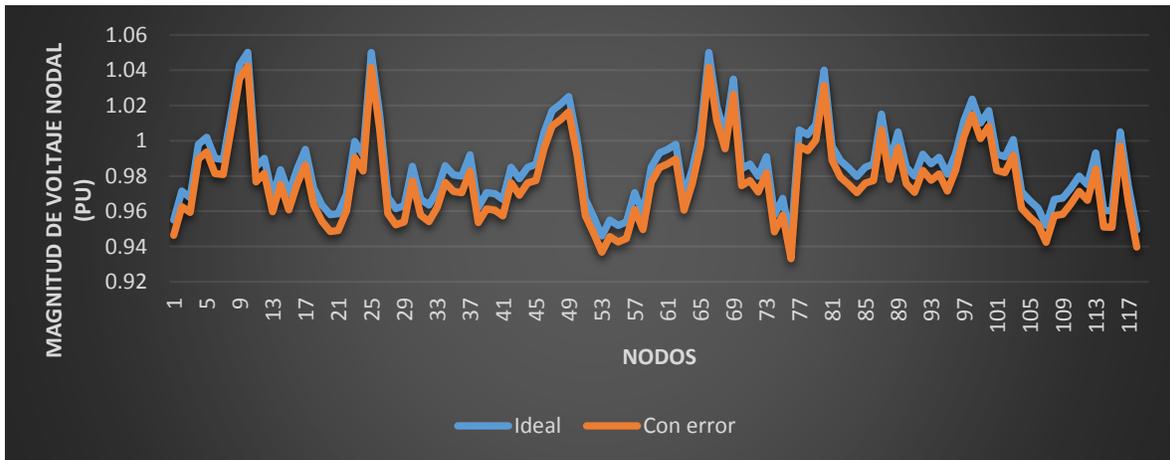
Mediciones exactas y contaminadas		
Medición	Valor exacto	Valor erróneo
$P_{26-30}$	2.23701	-2.23701
$P_{69-75}$	1.09972	-1.09972
$P_{89-92}$	2.01788	-2.01788
$P_{103-100}$	-1.18816	1.18816

**Tabla 4.5** Valores de  $J(\hat{x})$  y valores límite  $\chi_{k,a}^2$  de la red IEEE-118.

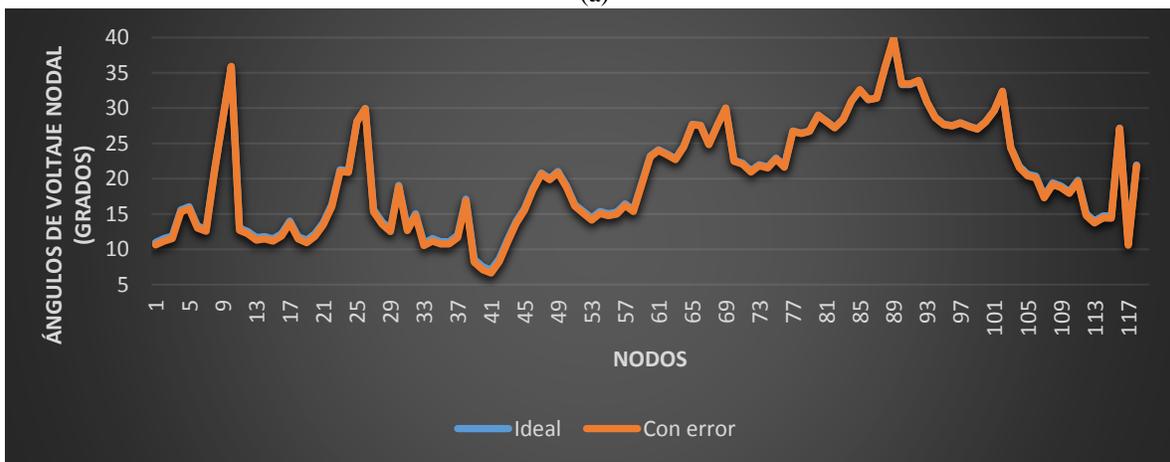
Estimación	Medición errónea	Función $J(\hat{x})$	Límite $\chi_{k,a}^2$	Grados de libertad $k$
1	$P_{26-30}$	$4.5371 \times 10^5$	562.5931	509
2	$P_{89-92}$	$2.5825 \times 10^5$	561.5415	508
3	$P_{69-75}$	$1.0791 \times 10^5$	560.4898	507
4	$P_{103-100}$	$4.9137 \times 10^4$	559.4381	506
5	Ninguna	518.6865	558.3864	505

Para obtener un estimado confiable basado en las propiedades estadísticas de los residuos estimados, el programa estimó cinco veces el estado del sistema. Las estimaciones alcanzaron el número máximo de iteraciones (30 iteraciones) sin converger, con excepción de la última, puesto que la función objetivo ya logra ser menor que el límite impuesto por la prueba de detección de error. Esto se debe a que los errores gruesos retardan el ajuste de las variables de estado y por consecuencia retardan también la convergencia del algoritmo. El error aleatorio incrementa el valor de la función objetivo pero en menor medida que el error grueso; sin embargo, la simulación converge cerca del valor límite de la Chi-cuadrada debido a esto. Si el error aleatorio llegara a ser un poco más grande, el valor de la función objetivo sería mayor que el valor límite y por consiguiente el programa consideraría que hay al menos un error grueso más.

En la Figura 4.5 se puede ver la comparación de los estados estimados entre el caso ideal y el caso con errores gruesos y aleatorios.



(a)



(b)

**Figura 4.5.** Perfil de voltajes nodales estimados sin error vs con errores.

### 4.3 Simulaciones de Redes Considerando PMUs

En esta sección se modificaron las mismas dos redes simuladas en las secciones 4.1 y 4.2. Primeramente se simularon las redes ideales considerando PMUs distribuidos en el sistema. En este caso, los estimados con y sin PMUs son prácticamente iguales ya que no hay errores en las mediciones. Después se agregó error aleatorio al vector de mediciones y se generaron errores gruesos para poner a prueba el desempeño y eficiencia del estimador considerando PMUs.

### 4.3.1 Simulación de la Red de 9 Nodos Considerando PMUs

Para la simulación del caso ideal con PMUs se considera el mismo sistema de la Figura 4.1. La red se modificó con 5 PMUs, los cuales fueron ubicados en los nodos 1, 5, 6, 8 y 9.

El total de mediciones usadas es de 73, suficientes para solucionar un sistema de 72 ecuaciones con 17 variables de estado y 56 grados de libertad. Se utilizaron 6 mediciones de inyección de potencia, 24 mediciones de flujo de potencia en líneas de transmisión, 12 de flujo de potencia en transformadores, 1 de voltaje y 30 mediciones que proporcionan los 5 PMUs integrados, de las cuales 16 corresponden a mediciones de flujo de corriente en líneas de transmisión, 4 mediciones corresponden a flujo de corriente en transformadores y 10 mediciones corresponden a magnitudes y ángulos de voltaje.

En la Tabla 4.6 se muestran las mediciones disponibles para este caso.

**Tabla 4.6.** Mediciones disponibles para la estimación de la red de 9 nodos con PMUs.

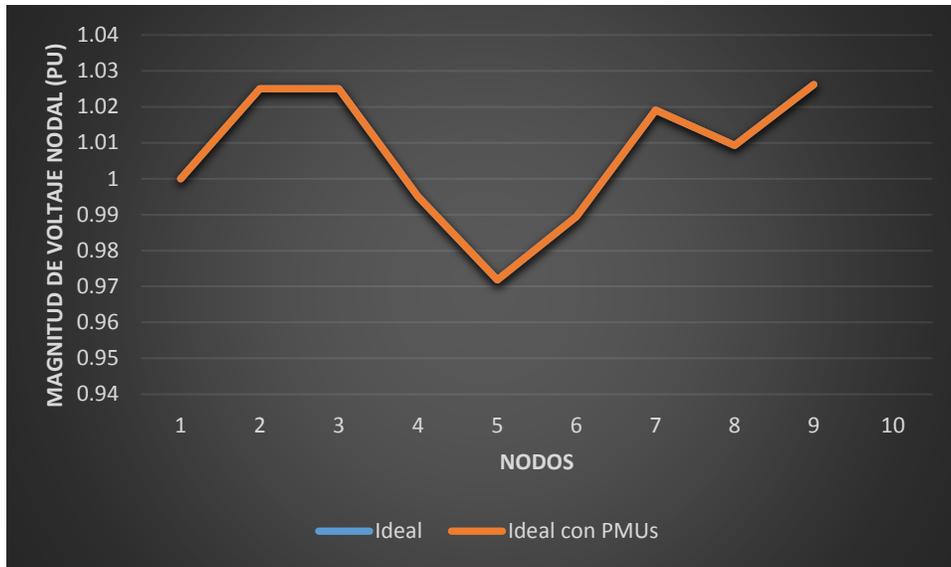
Mediciones de inyección de potencia nodal (pu)						
Nodo	$P_k$		$Q_k$			
1	0.717867		0.101725			
2	1.63		0.17636			
3	0.85		-0.000917662			
Mediciones de flujo de potencia en líneas de transmisión (pu)						
Línea	$P_{km}$		$Q_{km}$	Línea	$Q_{km}$	
4-7	0.765958		-0.00798056	9-6	0.610223	
8-7	-0.761116		-0.104269	6-9	-0.595981	
8-9	-0.238884		-0.245731	5-4	-0.409996	
9-8	0.239777		0.0368115	4-5	0.412242	
7-5	0.864043		0.0244353	6-4	-0.304019	
5-7	-0.840004		-0.206899	4-6	0.305624	
	-0.0705144					
Mediciones de flujo de potencia en transformadores (pu)						
Transf.	$P_{km}$		$Q_{km}$	Transf.	$Q_{km}$	
2-7	1.63		0.17636	3-9	0.85	
7-2	-1.63		-0.0164545	9-3	-0.85	
1-4	0.717867		0.101725			
4-1	-0.717867		-0.0714462			
Mediciones de magnitud de voltaje (pu)						
Nodo	$V_k$					
1	1					
Mediciones de PMUs de flujo de corriente en líneas de transmisión (pu)						
Línea	$I_{km,real}$		$I_{km,imag}$	Línea	$I_{km,imag}$	
8-9	-0.238258		0.241956	6-4	-0.301106	
	0.0984707					

8-7	-0.754801	0.0984645	6-9	-0.585042	0.267598
5-4	-0.397942	0.332532	9-6	0.592272	0.0927003
5-7	-0.845835	0.277434	9-8	0.234569	-0.0292973
<b>Mediciones de PMUs de flujo de corriente en transformadores (pu)</b>					
<b>Transf.</b>	$I_{km,real}$	$I_{km,imag}$	<b>Transf.</b>	$I_{km,real}$	$I_{km,imag}$
9-3	-0.826841	-0.0634031	1-4	0.717867	-0.101725
<b>Mediciones de PUMs de magnitud (pu) y ángulo de voltaje (radianes)</b>					
<b>Nodo</b>	$V_k$	$\theta_k$	<b>Nodo</b>	$V_k$	$\theta_k$
8	1.00923	0.006428	9	1.0262	0.028079
5	0.971845	-0.075443	1	1	0
6	0.989467	-0.069999			

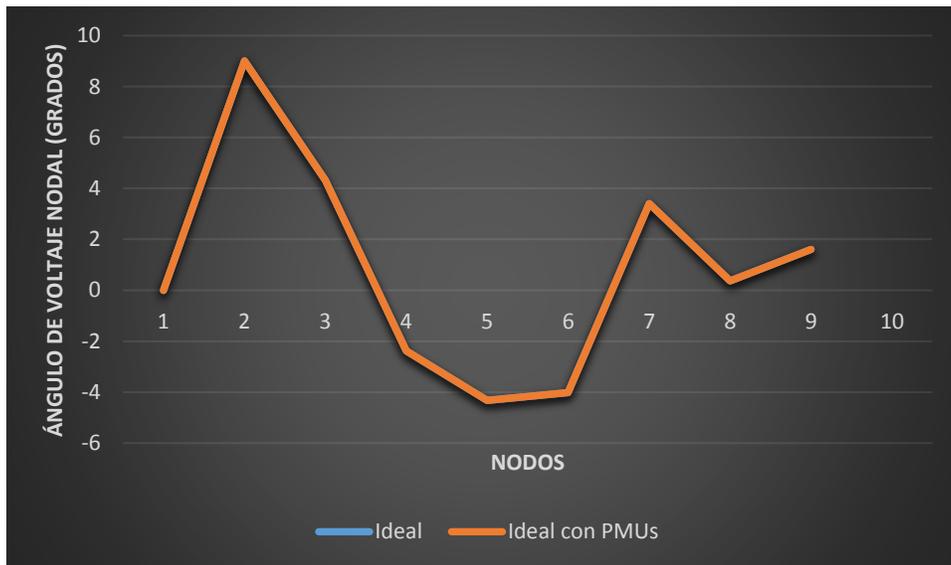
En la Figura 4.6 y en la Tabla 4.7 se presentan las variables de estado estimadas. El algoritmo convergió en 4 iteraciones, debido a que las mediciones no contienen ruido, el valor de la función cuadrática optimizada es  $J(\hat{x}) = 6.2148 \times 10^{-6}$  y el valor de la Chi-cuadrada proporcionado por la prueba de detección de error es  $\chi_{k,\alpha}^2 = 73.3115$ . En este caso el estimado es prácticamente igual al estimado sin PMUs ya que las mediciones no contienen errores, por lo que no se aprecian las ventajas de los PMUs. Sin embargo, se puede apreciar que el número de iteraciones disminuyó y el número de ecuaciones aumentó debido a las 30 mediciones que proporcionaron los PMUs, logrando que los grados de libertad del sistema pasen de 26 a 56.

**Tabla 4.7.** Variables de estado del sistema de 9 nodos caso ideal vs caso ideal con PMUs.

<b>Nodo</b>	<b>Caso ideal <math>V \angle \theta</math></b>	<b>Caso ideal con PMUs <math>V \angle \theta</math></b>
1	$1 \angle 0$	$1 \angle 0$
2	$1.025 \angle 9.0059$	$1.025 \angle 9.0059$
3	$1.025 \angle 4.3231$	$1.025 \angle 4.3231$
4	$0.995 \angle -2.3817$	$0.995 \angle -2.3817$
5	$0.9718 \angle -4.3226$	$0.9718 \angle -4.3226$
6	$0.9895 \angle -4.0107$	$0.9895 \angle -4.0107$
7	$1.0191 \angle 3.4091$	$1.0191 \angle 3.4091$
8	$1.0092 \angle 0.3683$	$1.0092 \angle 0.3683$
9	$1.0262 \angle 1.6089$	$1.0262 \angle 1.6089$



(a)



(b)

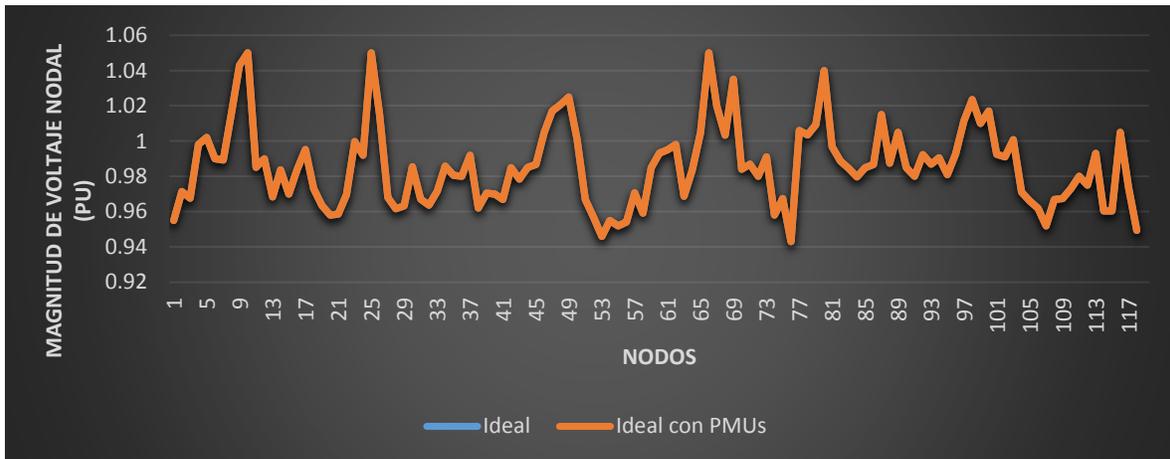
**Figura 4.6.** Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin PMUs vs con PMUs.

### 4.3.2 Simulación de la Red IEEE-118 Considerando PMUs

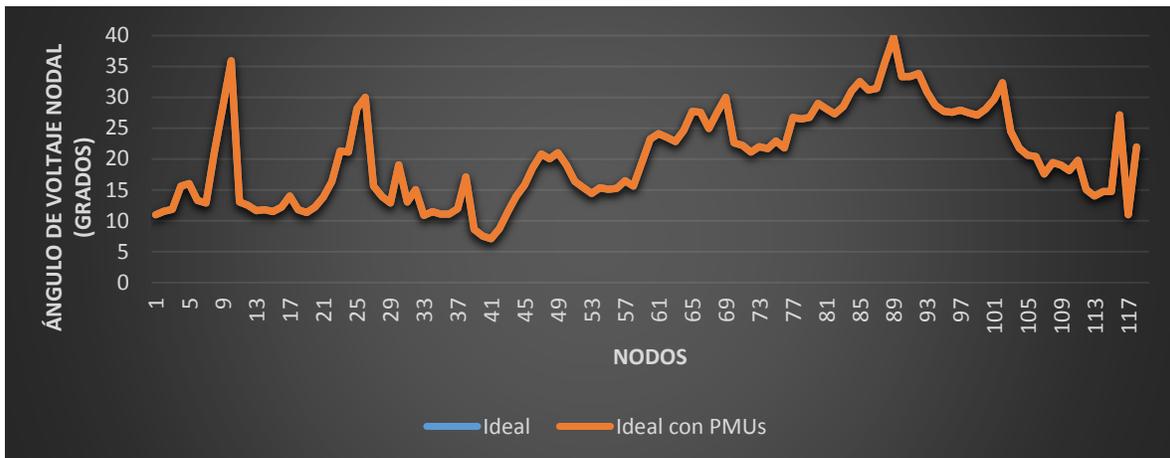
Para este caso la red se modificó con 10 PMUs, los cuales fueron ubicados en los nodos 12, 31, 37, 49, 59, 69, 80, 90, 103 y 110. La EE de la red se realizó utilizando 884 mediciones totales de las cuales 708 son de flujo de potencia en líneas de transmisión, 36 de flujo de potencia en transformadores y 140 que proporcionan los 10 PMUs integrados a la red, 20 correspondientes a magnitudes y ángulos de voltaje, 112 correspondientes a flujo de corriente en líneas y 8

correspondientes a flujo de corriente en transformadores; con esto se tiene que resolver un sistema de 884 ecuaciones con 235 variables de estado y 649 grados de libertad.

En la Figura 4.7 se presentan las variables de estado estimadas. El algoritmo convergió en 5 iteraciones, el valor de la función cuadrática optimizada es  $J(\hat{x}) = 7.7371 \times 10^{-4}$  y el valor de la Chi-cuadrada proporcionado por la prueba de detección de error es  $\chi^2_{k,a} = 709.3755$ .



(a)



(b)

**Figura 4.7.** Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin PMUs vs con PMUs.

#### 4.4 Simulaciones de Redes Considerando PMUs y Mediciones Erróneas

En esta sección se puso a prueba el EE considerando los mismos PMUs integrados a las redes de 9 nodos e IEEE-118 que en la sección anterior, con los mismos errores gruesos y errores aleatorios en las mediciones que en los casos sin PMUs con el fin de hacer comparaciones.

#### 4.4.1 Simulación con Dos Errores Gruesos y Error Aleatorio para la Red de 9 Nodos Considerando PMUs

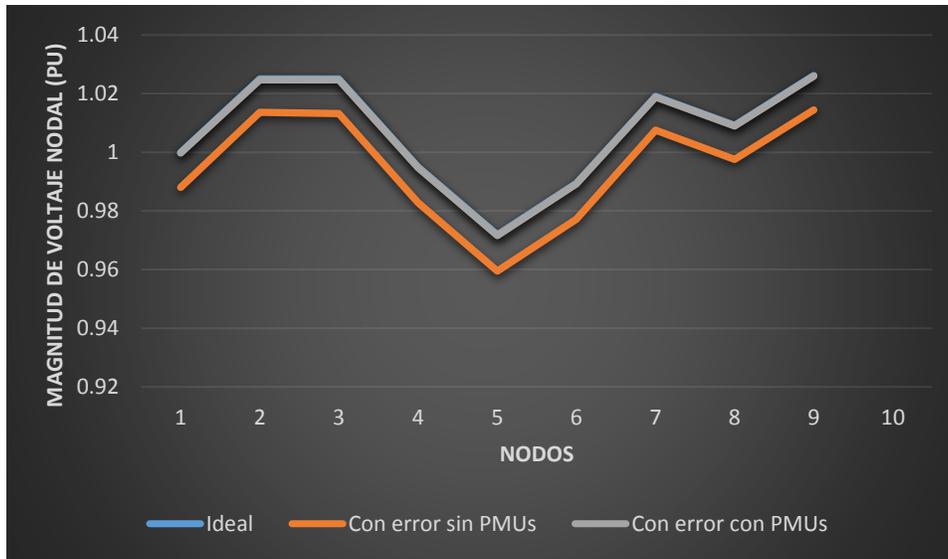
Como en el caso anterior sin PMUs, las mediciones modificadas con el cambio de signo son  $P_{7-8}$ , con un valor original exacto de 0.765958 pu, y  $P_{7-5}$ , con un valor original exacto 0.864043 pu. También se generó error aleatorio del orden de  $1 \times 10^{-2}$ , el cual se agregó al vector de mediciones.

En la simulación para este caso, el estimador primeramente detecta que hay al menos una medición errónea debido a que el valor de la función cuadrática optimizada  $J(\hat{x}) = 7.7386 \times 10^4$  es mucho mayor que el valor proporcionado por la prueba de detección de error  $\chi_{k,a}^2 = 73.3115$ . El algoritmo evalúa los residuos normalizados de las mediciones y encuentra que la medición 15, correspondiente a  $P_{7-5}$ , tiene el máximo valor de residuo normalizado y por ende es identificada como la medición contaminada con error grueso. Una vez que la medición errónea es identificada, esta debe ser eliminada de los cálculos. Con la medición errónea identificada y eliminada, se vuelve a estimar el estado de la red y vuelve a detectar al menos otra medición errónea, el valor de la función cuadrática optimizada  $J(\hat{x}) = 3.4273 \times 10^4$  sigue siendo mucho mayor que el valor proporcionado por la prueba de detección de error  $\chi_{k,a}^2 = 72.1532$ . El algoritmo identifica a la medición 7, correspondiente a  $P_{7-8}$ , contaminada con error grueso ya que posee el máximo valor de residuo normalizado y la elimina de los cálculos. Una vez más se estima el estado de la red y con 3 iteraciones el algoritmo logra la convergencia. El valor final de la función cuadrática optimizada  $J(\hat{x}) = 18.2405$  es menor que el valor proporcionado por la prueba de detección de error  $\chi_{k,a}^2 = 70.9935$ .

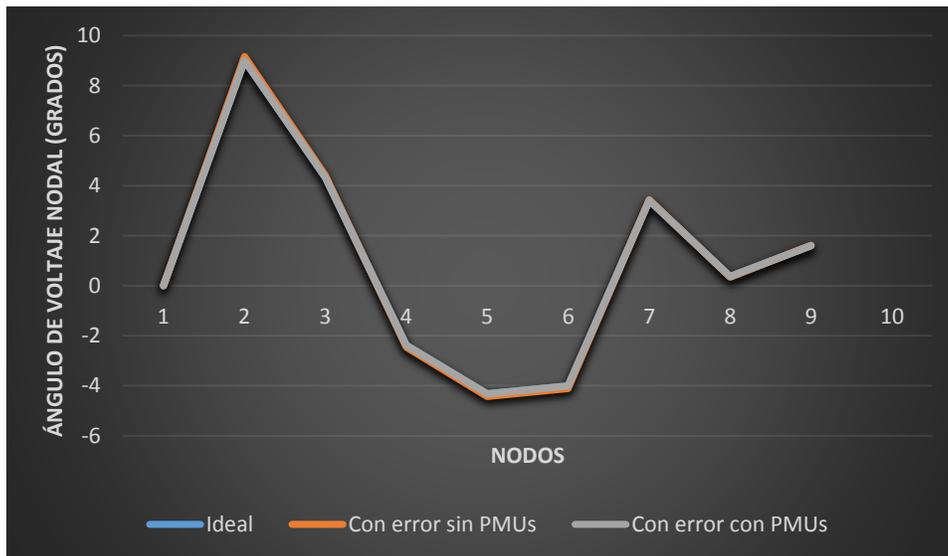
En la Tabla 4.8 y en la Figura 4.8 se puede ver la comparación de los estados estimados entre el caso ideal, y los casos con errores gruesos y aleatorios, con y sin PMUs en el sistema.

**Tabla 4.8.** Variables de estado del sistema de 9 nodos con PMUs caso ideal vs caso con errores.

Nodo	Caso ideal $V \angle \theta$	Con errores sin PMUs $V \angle \theta$	Con errores y PMUs $V \angle \theta$
1	1 $\angle$ 0	0.9888 $\angle$ 0	0.9998 $\angle$ 0
2	1.025 $\angle$ 9.0059	1.0139 $\angle$ 9.1737	1.0248 $\angle$ 9.0082
3	1.025 $\angle$ 4.3231	1.0140 $\angle$ 4.4420	1.0248 $\angle$ 4.3229
4	0.995 $\angle$ - 2.3817	0.9835 $\angle$ - 2.4367	0.9948 $\angle$ - 2.3825
5	0.9718 $\angle$ - 4.3226	0.9603 $\angle$ - 4.4244	0.9716 $\angle$ - 4.3231
6	0.9895 $\angle$ - 4.0107	0.9778 $\angle$ - 4.0999	0.9892 $\angle$ - 4.0139
7	1.0191 $\angle$ 3.4091	1.0078 $\angle$ 3.4446	1.0189 $\angle$ 3.4082
8	1.0092 $\angle$ 0.3683	0.9981 $\angle$ 0.3679	1.0090 $\angle$ 0.3675
9	1.0262 $\angle$ 1.6089	1.0153 $\angle$ 1.6572	1.0260 $\angle$ 1.6077



(a)



(b)

**Figura 4.8.** Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error vs con errores.

#### 4.4.2 Simulación con Cuatro Errores Gruesos y Error Aleatorio para la Red IEEE-118 Considerando PMUs

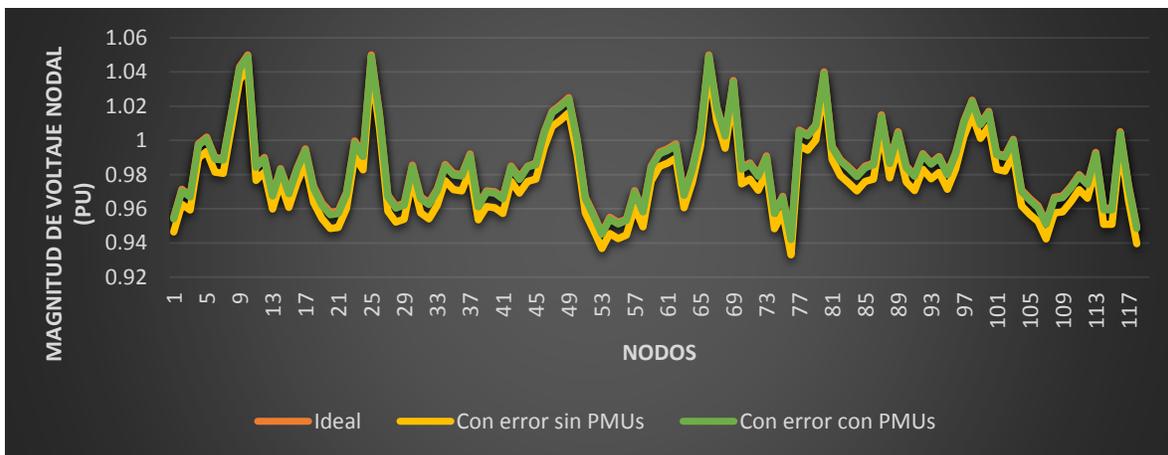
Cuatro mediciones fueron contaminadas arbitrariamente con errores gruesos. También se generó error aleatorio del orden de  $1 \times 10^{-2}$  el cual se agregó al vector de mediciones. Las mediciones modificadas se muestran en la Tabla 4.4. En la Tabla 4.9 se encuentran las características de esta simulación.

**Tabla 4.9** Valores de  $J(\hat{x})$  y valores límite  $\chi_{k,a}^2$  de la red IEEE-118 con PMUs.

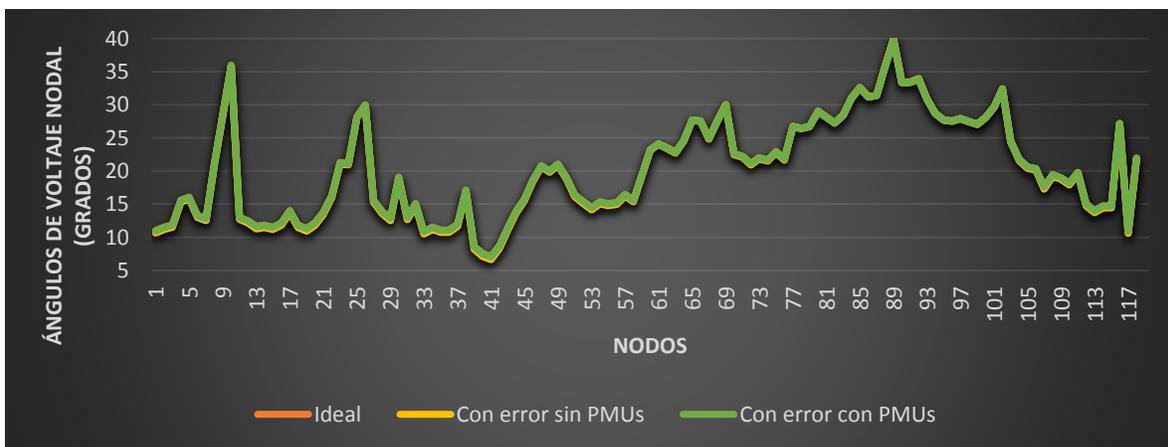
Estimación	Medición errónea	Función $J(\hat{x})$	Límite $\chi_{k,a}^2$	Grados de libertad $k$
1	$P_{26-30}$	$5.1883 \times 10^5$	709.3755	649
2	$P_{89-92}$	$3.1042 \times 10^5$	708.3298	648
3	$P_{103-100}$	$1.5524 \times 10^5$	707.2840	647
4	$P_{69-75}$	$7.2092 \times 10^4$	706.2383	646
5	Ninguna	580.4151	705.1925	645

La primera estimación necesitó de 5 iteraciones, mientras que las últimas 4 estimaciones requirieron 3 iteraciones cada una. Se puede observar de los resultados que considerando PMUs se requieren muchas menos iteraciones que en el caso de estimación de estado sin PMUs.

En la Figura 4.9 se puede ver la comparación de los estados estimados entre el caso ideal y los casos con errores gruesos y aleatorios, con y sin PMUs en el sistema. Se aprecia, también, que aunque exista contaminación con ruido aleatorio y errores gruesos en las mediciones, los PMUs proporcionan un mejor desempeño de los estimadores de estado de los SEPs.



(a)



(b)

**Figura 4.9.** Perfil de voltajes nodales complejos estimados sin error vs con errores.

## **CAPÍTULO 5**

### **CONCLUSIONES GENERALES, APORTACIONES Y TRABAJOS FUTUROS**

#### **5.1 Conclusiones Generales**

En este trabajo de tesis se propuso el desarrollo de una implementación práctica de un esquema de medición híbrido en un algoritmo de estimación de estado basado en el método de mínimos cuadrados ponderados. El esquema de medición propuesto consta de la utilización unificada de un conjunto tradicional de mediciones SCADA y un conjunto basado en mediciones PMU bajo el mismo marco de referencia. El conjunto tradicional de mediciones SCADA consiste de inyecciones nodales de potencia activa y reactiva, magnitudes de voltaje y flujos de potencia a través de elementos serie (líneas y transformadores). El conjunto basado en unidades PMU utiliza mediciones fasoriales de voltaje en forma polar y de corriente en forma rectangular. Ambos conjuntos de mediciones físicas fueron obtenidos de un programa de flujos de carga. Para las simulaciones y validación de resultados se utilizaron dos redes de prueba, la red del sistema de 9 nodos y la red del sistema de 118 nodos del IEEE.

Los resultados de la implementación propuesta en el algoritmo de estimación de estado se presentan en 2 etapas, la primera etapa consiste de utilizar solo el conjunto de mediciones SCADA, mientras que la segunda etapa consiste en la utilización unificada de ambos conjuntos de mediciones SCADA y PMU. Además de la validación de la formulación de las mediciones PMU para la implementación propuesta, se probó el efecto de las mediciones PMU ante escenarios de mediciones contaminadas con ruido aleatorio y mediciones con errores gruesos. Se pudieron comprobar la efectividad y el incremento de precisión del algoritmo de estimación de estado implementado así como de su módulo de análisis de datos erróneos, ante la presencia de ruido aleatorio y errores gruesos, respectivamente. La formulación matemática de las mediciones PMU y su validación ante diferentes escenarios de error ha demostrado un impacto positivo en la redundancia del conjunto de mediciones disponible y en la precisión de los resultados del vector estimado.

#### **5.2 Aportaciones**

La principal aportación de este trabajo de tesis es la implementación del modelo matemático de los dispositivos PMU dentro de un algoritmo de estimación de estado basado en la técnica de mínimos cuadrados ponderados. Con ello se logró mejorar un estimador desarrollado con el Toolbox de

optimización de MATLAB, que permite conocer el estado de los sistemas eléctricos de potencia de manera más precisa, rápida y eficiente.

La actualización de dicho estimador de estado representa una nueva etapa de desarrollo de una herramienta especializada de gran utilidad para la formación de recursos humanos altamente calificados en los niveles de Licenciatura y Posgrado, dentro de las áreas de docencia e investigación, enfocados al estudio de sistemas de potencia. Esta es una herramienta de monitoreo de sistemas de potencia que no existe en ningún software (comercial o gratuito) existente de análisis de sistemas de potencia.

Dicho trabajo de tesis permitió la creación de un artículo científico que fue publicado en la revista de Ciencia e Ingeniería del Instituto Tecnológico Superior de Coatzacoalcos y expuesto en el Congreso AMITE 2016. [49]

### **5.3 Trabajos Futuros**

Con los constantes avances y desarrollos tecnológicos en el área sistemas de potencia, se necesita de una herramienta que sea capaz de actualizarse de manera rápida y eficiente, lo cual se logra fácilmente gracias a la versatilidad que ofrece MATLAB. Algunos de los trabajos futuros que se llevarán a cabo para el mejoramiento y actualización de esta herramienta, son:

- Implementación de modelos matemáticos de dispositivos flexibles de transmisión de corriente alterna (FACTS), basados en electrónica de potencia.
- Implementación de diferentes modelos matemáticos de plantas de generación de parques eólicos.
- Implementación de modelos matemáticos de plantas de generación basadas en sistemas fotovoltaicos.
- Implementación de sistemas de almacenamiento de energía basados en bancos de baterías.

## Bibliografía

- [1] A. Monticelli, STATE ESTIMATION IN ELECTRIC POWER SYSTEMS A Generalized Approach, Springer Science+Business Media, 2012.
- [2] J. J. Grainger y W. D. Stevenson, Power Systems Analysis, McGraw-Hill, 2003.
- [3] A. J. Wood y B. F. Wollenberg, Power generation, operation and control, 2th. ed., John Wiley & Sons, 2012.
- [4] A. Bose, «Smart transmission grid application and their supporting infrastructure,» *IEEE Trans. on Smart Grid*, vol. 1, n° 1, pp. 11-19, June 2010.
- [5] D. Novosel, K. Vu, V. Centeno, S. Skok y M. Begovic, «Benefits of synchronized-measurement technology for power-grid applications,» in *Proc. of the 2007 Hawaii Intern. Conf. on System Science*, p. 118.
- [6] F. C. Schweppe y J. Wildes, «Power system static-state estimation,» *Part I: Exact model. IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 89(1), pp. 120-125, January 1970.
- [7] F. C. Schweppe y J. Wildes, «Power system static-state estimation,» *Part II: Aproximate model. IEEE Trans On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 89(1), pp. 125-135, January 1970.
- [8] F. Schweppe y B. Douglas, «Power System Static-State Estimation,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 89, pp. 120-135, 1970.
- [9] F. Schweppe y Handschin, «Static State Estimation in Electric Power Systems,» *Proceedings IEEE*, vol. 62, pp. 972-983, July 1974.
- [10] H. M. Merrill y F. C. Schweppe, «Bad Data Suppression in Power System Static Estimation,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 90, pp. 2718-2725, November/December 1971.
- [11] E. Handschin, F. C. Schweppe, J. Kohlas y A. Fiechter, «Bad Data Analysis for Power System State Estimation,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 94(2), pp. 329-337, 1975.
- [12] A. Gjelsvik, S. Aam y L. Holten , «Hachtel's augmented matrix method - a rapid method improving numerical stability in power system static state estimation,» *IEEE Trans On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 104(11), pp. 2987-2993, November 1985.
- [13] J. W. Gu, K. A. Clements, G. R. Krumpholz y P. W. Davis, «The solution of illconditioned power system state estimation problems via the method of Peters and Wilkinson,» *IEEE Trans On Power System Apparatus and Systems*, vol. PAS 102(10), pp. 239-246, October 1983.
- [14] L. Holten, A. Gjelsvik, S. Aam, F. F. Wu y W.-H. E. Liu, «Comparison of different methods for state estimation,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. 3(4), pp. 1798-1806, November 1988.

- [15] A. Monticelli, C. A. F. Murari y F. F. Wu, «A hybrid state estimator: Solving normal equations by orthogonal transformations,» *IEEE Trans On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 104(12), pp. 3460-3468, Decemeber 1985.
- [16] N. D. Rao y L. Roy, «A Cartesian Coordinate algorithm for power system state estimation,» *IEEE Trans On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 102(5), pp. 1070-1082, May 1983.
- [17] F. F. Wu, W.-H. E. Liu, L. Holten, A. Gjelsvik y S. Aam, «Observability analysis and bad data processing for state estimation using Hachtel's augmented matrix method,» *IEEE Trans On Power Systems*, vol. 3(2), pp. 604-611, May 1988.
- [18] R. A. M. Van Amerongen, «On convergence analysis and convergence enhancement of power system least-squares state estimators,» *IEEE Trans On Power Systems*, vol. 10(4), pp. 2038-2044, November 1995.
- [19] A. Garcia, A. Monticelli y P. Abreu, «Fast Decoupled State Estimation and Data Processing,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 98, n° 5, pp. 1645-1652, Sept/Oct 1979.
- [20] B. Scott y O. Alsac, «Fast decoupled load flow,» *IEEE Trans On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 93, pp. 859-869, May/June 1974.
- [21] A. Simoes-Costa y V. H. Quintana, «A robust numerical technique for power system state estimation,» *IEEE Trans On Power Apparatus and Systems*, vol. 100, pp. 691-698, February 1981.
- [22] A. J. Wood y B. F. Wollenberg, *Power generation, operation and control*, 2th. ed., Wiley Interscience, 1996.
- [23] G. W. Stagg y J. Dopazo, «Techniques for the real time monitoring of power system operations,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, pp. 545-555, April 1970.
- [24] L. Van Slyck y J. F. Dopazo, «Conventional load flow not suited for real time power system monitoring,» *PICA Conference IEEE*, pp. 369-376, June 1973.
- [25] F. Aboytes, «Computer methods for state estimation and security assessment in electric power system,» *ICST, Londres*, 1974.
- [26] A. Monticelli y F. F. Wu, «Network Observability: Theory,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 104, n° 5, May 1985.
- [27] A. Monticelli y F. F. Wu, «Network Observability: Identification of Observable Islands and Measurement Placement,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 104, n° 5, May 1985.
- [28] J. J. Grainger y W. D. Stevenson, *Power system analysis*, McGraw-Hill, 1996.
- [29] A. Gómez Expósito, *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*, Primera ed., McGraw-Hill.

- [30] A. Monticelli y A. García, «Reliable Bad Data Processing for Real-Time State Estimation,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 102(3), pp. 1126-1139, 1983.
- [31] L. Mili, T. Van Cutsem y M. Ribbens-Pavella, «HYPOTHESIS TESTING IDENTIFICATION: A new method for bad data analysis in power system state estimation,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 103, n° 11, pp. 3239-3252, November 1984.
- [32] L. Mili, T. Van Cutsem y M. Ribbens-Pavella, «IMPLEMENTATION OF THE HYPOTHESIS TESTING IDENTIFICATION IN POWER SYSTEM STATE ESTIMATION,» *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. 3, n° 3, pp. 887-893, August 1988.
- [33] J. E. Freund y R. E. Walpole, *Estadística Matemática con Aplicaciones*, Cuarta ed., Prentice Hall, 1990.
- [34] M. R. Spiegel, J. Schiller y R. A. Srinivasan, *Probabilidad y Estadística*, Segunda ed., McGraw-Hill, 2000.
- [35] A. Papoulis, *Probability Random Variables, and Stochastic Processes*, Third ed., McGraw-Hill.
- [36] G. Strang, *Álgebra Lineal y sus Aplicaciones*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1986.
- [37] S. I. Grossman, *Álgebra Lineal*, Quinta ed., McGraw-Hill.
- [38] A. Monticelli, *STATE ESTIMATION IN ELECTRIC POWER SYSTEMS A Generalized Approach*, Boston: Kluwer Academic Press, 2001.
- [39] J. Ma, P. Zhang, H.-J. Fu, B. Bo y Z.-Y. Dong, «Application of phasor Measurement Unit on Locating Disturbance Source for Low-Frequency Oscillation,» *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 1, n° 3, pp. 340-346, 2010.
- [40] D. G. Hart, D. Uy, V. Gharpure, D. Novosel, D. Karlsson y M. Kaba, «Unidades PMU Supervisión de las redes eléctricas: un nuevo enfoque,» *Revista ABB*, pp. 58-61, Enero 2001.
- [41] Y. Ota, H. Ukai, K. Nakamura y H. Fujita, «Evaluation of stability and electric power quality in power system by using phasor measurements,» *Power System Technology, 2000. Proceedings. PowerCon 2000. International Conference on*, vol. 3, pp. 1335-1340, 2000.
- [42] E. Powers y J. Hahn, «GPS and Galileo UTC time distribution,» *Frequency and Time Forum, 2004. EFTF 2004. 18th European*, pp. 484-488, 2004.
- [43] H. Atanackovic, D. Clapauch, J. H. Dwernychuk, G. Gurney y J. Lee, «First steps to wide area control,» *Power and Energy Magazine, IEEE*, pp. 61-68, February 2008.
- [44] R. Sodhi, S. C. Srivastava y S. N. Singh, «Optimal PMU Placement to Ensure System Observability under Contingencies,» *Power & Energy Society General Meeting, 2009. PES '09, IEEE.*, pp. 1-6, 2009.
- [45] R. Cimadevilla, «Fundamentos de la medición de Sincrofasores,» *Décimo tercer encuentro regional Iberoamericano de Cigré*, 2009.

- [46] Z. Dong y P. Zhang, *Emerging Techiques in Power System Analysis*, Springer, 2010.
- [47] K. Narendra y T. Weeks, «Phasor Measurement Unit (PMU) Communication Experience in a Utility Enviroment,» *Conference on Power Systems, CIGRÉ Canada*, pp. 19-21, October 2008.
- [48] «Standar for Synchrophasor Measurements for Power Systems,» *IEEE*, 2011.
- [49] C. A. González-Carrillo, E. A. Zamora-Cárdenas, A. Pizano-Martínez, J. M. Lozano-García, H. J. Estrada-García y M. A. Gómez-Martínez, «Estimación de Estado de Sistemas de Potencia considerando PMUs,» *Revista de Ciencia e Ingeniería del Instituto Tecnológico Superior de Coatzacoalcos*, vol. 3, n° 3, pp. 169-173, Enero-Diciembre 2016.