



**Universidad
de Guanajuato**

MANUAL DE USUARIO

**Análisis Matricial de Estructuras Reticulares
versión 2.0**

AMER 2.0

Alejandro Hernández Martínez



UNIVERSIDAD
DE GUANAJUATO

Campus Guanajuato
División de Ingenierías
Departamento de Ingeniería Civil

CONTENIDO

Cambios Respecto a Versiones Anteriores.....	7
Generalidades	9
1.1 Ejemplo de ejecución mediante doble clic con el ratón	11
1.2 Ejemplo de ejecución mediante la línea de comandos	13
1 Estructura Básica del Archivo de Datos	19
2 Datos Generales de Análisis	21
2.1 Unidades de trabajo.....	21
2.2 Opciones de reporte/escritura de datos de la estructura.....	22
2.3 Algoritmo de solución del sistema de ecuaciones.....	23
2.3.1 Algoritmo de factorización LDL^T	26
2.3.2 Algoritmo de factorización de Cholesky	27
2.3.3 Algoritmo de factorización LU	28
2.3.4 Algoritmo de Factorización LDU	29
2.3.5 Algoritmo de Gradiente Conjugado.....	30
2.3.6 Algoritmo Gauss–Seidel.....	31
2.4 Esquemas de almacenamiento de la matriz de rigidez.....	31
2.4.1 Esquema de almacenamiento en ancho de banda.....	32
2.4.2 Esquema de almacenamiento en semi–ancho de banda....	34
2.5 Reordenamiento de nodos.....	34
2.6 Convención de signos en resultados de barras.....	35
3 Propiedades de los Materiales	37
4 Propiedades de Secciones	39
4.1 Secciones tipo General.....	40

4.2	Sección tipo Rectangular	41
4.3	Sección tipo Circular.....	43
4.4	Sección Tipo I.....	43
4.5	Sección Tipo H	45
4.6	Sección Rectangular Hueca.....	45
5	Coordenadas Nodales	47
6	Conectividades y Propiedades de Barras.....	48
7	Apoyos.....	51
8	Casos de Carga Estáticos	52
8.1	Cargas en los nodos	54
8.2	Cargas en las barras	55
8.2.1	Cargas concentradas	55
8.2.2	Cargas uniformemente distribuidas	58
8.2.3	Cargas triangulares.....	60
9	Camiones para Análisis de Cargas Móviles.....	63
10	Carriles para Análisis de Cargas Móviles	66
11	Análisis de Bases de Datos de Cargas Móviles.....	70
11.1	Formato de archivos de las bases de datos.....	71
Apendice A	Ejemplo de Archivo de Datos de Armadura.....	73
Apendice B	Ejemplo de Archivo de Datos para Viga.....	75
Apendice C	Ejemplo de Archivo de Datos para Marco Plano.....	77
Apendice D	Ejemplo de Archivo de Datos de Retícula.....	79
Apendice E	Ejemplo de Archivo de Datos de Marco 3D.....	80
Referencias.....		82

CAMBIOS RESPECTO A VERSIONES ANTERIORES

Las versiones 1.2 y 1.3 del programa no fue publicada debido a las limitaciones de los cambios realizados, así como a ciertas inestabilidades bajo algunas condiciones de trabajo ya que se planteó su uso para fines específicos de investigación. Por otra parte, los cambios de la versión 2.0 respecto a la 1.1 son los siguientes:

- El programa ahora permite definir un sistema de unidades de trabajo global, con el cual se realizan todos los cálculos, siendo a la vez las unidades por defecto con la cual se ingresan los datos. Sin embargo, se tiene la posibilidad de definir unidades específicas de ingreso de datos en cada uno de los bloques, las cuales son transformadas a las unidades globales. Adicionalmente, se pueden elegir las unidades con las cuales se muestran los resultados
- Se adicionan métodos de solución del sistema de ecuaciones. De esta forma se puede elegir entre los métodos de factorización LDL^T , Cholesky (ó LL^T), LU, LDU; así como los métodos iterativos de Gradiente Conjugado y Gauss-Seidel. Por defecto se emplea el método de factorización LDL^T .
- Se adiciona la posibilidad de optimizar la memoria para el almacenamiento de la matriz de rigidez. Por defecto se emplea el almacenamiento completo de la matriz, pero se puede elegir un esquema de almacenamiento en semi-ancho de banda.
- Posibilidad de calcular las reacciones en los apoyos de la estructura.
- La definición de los grados de libertad (GDL) de la estructura ya no se realiza de manera global en el bloque de DATOS GENERALES. El programa lo selecciona de acuerdo con los tipos de barras determinados por el usuario para analizar la estructura.
- Posibilidad de liberar GDL en las barras.
- Capacidad de realizar análisis de cargas móviles.
- Capacidad de leer bases de datos de cargas móviles

GENERALIDADES

El software AMER 2.0 está pensado en una primera instancia como complemento del libro “*Aspectos Básicos del Método de Rigideces*”, (Hernández Martínez, 2015) el cual tiene la finalidad de proporcionar una herramienta a los estudiantes del método de rigideces con la cual puedan dar seguimiento a los ejemplos y ejercicios que realicen bajo condiciones de carga estática. Adicionalmente, se le han incluido capacidades de realizar análisis de cargas móviles tanto de uno o varios camiones, así como de lectura y análisis de bases de datos de cargas móviles.

El software está desarrollado en Fortran95©, el cual requiere para su ejecución la creación de un archivo de datos con la información necesaria para determinar las características de la estructura a analizar, así como las condiciones de carga sobre la misma.

El programa se ejecuta mediante la lectura de un archivo de texto en el cual se encuentran los datos de la estructura a analizar. La lectura se realiza identificando palabras clave que indican al programa el tipo de datos que contiene cada una de las líneas de texto. Por tanto, para facilitar la interpretación del presente manual, todas las instrucciones que correspondan al archivo de datos se identificarán con la tipografía Courier New. Algunas palabras clave pueden resultar largas para el usuario, así que el software solamente requiere identificar los caracteres iniciales de algunas palabras para identificar el tipo de dato, p.ej.: en la palabra **Materiales** solamente es necesario ingresar los primeros 5 caracteres para que el software pueda identificar la palabra clave, por tanto, dichos caracteres estarán resaltados en negritas. De esta forma, en lugar de ingresar la palabra completa, con ingresar **Mater**, el software es capaz de identificar la palabra y, por tanto, el tipo de datos que se ingresa.

El software NO hace distinción entre mayúsculas y minúsculas, de esta forma las palabras **Materiales**, **MATER**iales, **MATER**IALES, y **MaTeR**IALES; son para el software la misma palabra. Adicionalmente, el software descarta los acentos en las palabras, pero la forma en que se tratan este tipo de caracteres puede ser dependiente del editor de texto

usado, por tal motivo se recomienda al usuario omitir las palabras acentuadas ya que puede ser fuente de errores en el momento de la lectura.

Para mejorar la lectura de los datos por parte del usuario, se pueden incluir comentarios dentro del archivo de datos mediante el carácter “!”, todo lo que aparezca a partir de este caracter hacia la derecha no será leído por el software.

Para separar los datos o palabras se pueden emplear espacios y tabuladores. Se pueden emplear tantos espacios o tabuladores como el usuario considere adecuados para organizar adecuadamente la información que permita una lectura fácil.

Algunas palabras clave son necesarias para asignar valor a alguna cantidad, p. ej: **A=1**. Si el usuario lo desea pueden emplearse entre la palabra, el signo “=” y al valor numérico tantos espacios o tabuladores como considere conveniente. De esta forma el programa es capaz de leer “**A = 1**”, “**A =1**”, “**A= 1**” y “**A=1**”, sin que represente ningún inconveniente.

Dentro del ingreso de datos, en algunas ocasiones ciertos parámetros pueden ser opcionales, para distinguirlos de los parámetros obligatorios, todos los parámetros opcionales se presentarán entre corchetes []. En el momento de crear el archivo de datos, los parámetros opcionales NO deben de escribirse entre corchetes, solamente es para indicar en este manual que son datos opcionales.

Existen dos formas para ejecutar el programa, las cuales se describen a continuación:

1. Haciendo doble clic sobre el ícono del programa desde el explorador de Windows®, con esto aparecerá una ventada como la que se muestra en la Figura 1. Se debe indicar el nombre del archivo de datos (con su extensión) que se desea ejecutar, durante el proceso se creará un archivo de resultados, con el mismo nombre, pero con extensión .RES el cual también es un archivo de texto. Se recomienda configurar el explorador de Windows® para que no oculte las extensiones de archivo asociadas con algún programa instalado y de esta manera poder ver todas las extensiones de los archivos.

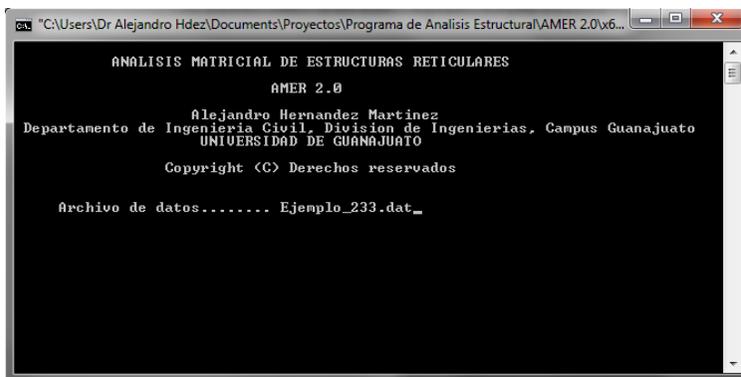


Figura 1 Ventana de ejecución de AMER 2.0

2. Empleando la línea de comandos del símbolo del sistema. Una vez que el cursor del símbolo del sistema está ubicado en el directorio de trabajo donde se encuentra el programa y el archivo de datos, se puede llamar a la ejecución mediante el siguiente comando: `C:\Users\...\>"Amer 2.0" [archivo de datos] [archivo de resultados]`. Si se omite el nombre del archivo de resultados, éste se creará con el mismo nombre del archivo de datos, pero con extensión `.RES`. En caso de que se omitan tanto el archivo de datos como el archivo de resultados, se desplegará una pantalla similar a la mostrada en la Figura 1. Para los nombres de archivo de datos o de resultados se pueden usar hasta 30 caracteres.

1.1 Ejemplo de ejecución mediante doble clic con el ratón

En la ejecución del ejemplo se considera que previamente se han creado los archivos de datos de la estructura como se especifica en este manual y se han guardado en archivos de texto con extensión `.DAT` de forma tal que solamente se presenta el procedimiento de ejecución. También, se supondrá que en el directorio `C:\AMER 2.0\` se encuentra tanto el programa ejecutable como el archivo de datos, tal y como se muestra en la Figura 2, en donde todos los archivos `.DAT` son archivos de texto que contienen los datos de diferentes estructuras a analizar.

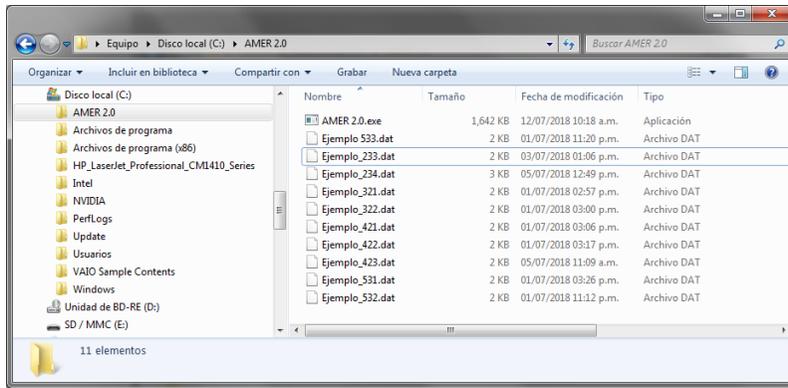


Figura 2 Directorio donde se encuentra el programa y archivos de datos

Haciendo doble clic sobre el ejecutable AMER 2.0.exe, se despliega una pantalla como la mostrada en la mostrada en la Figura 1. El programa solicita el nombre del archivo de datos a ejecutar, por lo que se debe ingresar el nombre completo (incluyendo la extensión) como se muestra. En caso de que el nombre de archivo contenga espacios, el nombre se debe ingresar entre comillas, (p. ej.: "Ejemplo 533.dat"). Una vez ejecutado el programa, se despliega información del proceso de ejecución y cuando finaliza se muestra algo similar a lo que se puede ver en la Figura 3. Para cerrar la ventana solamente se tiene que oprimir la tecla ENTER (↵).

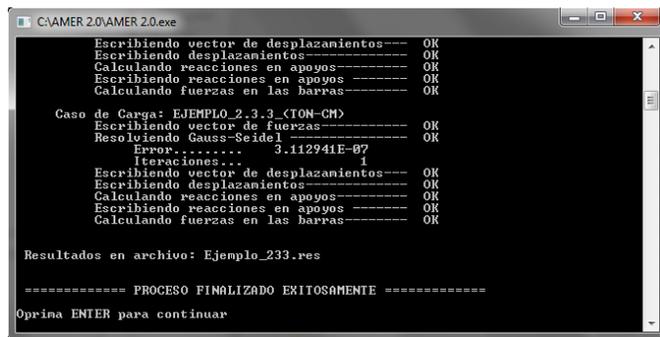


Figura 3 Ventana con ejecución finalizada

Ahora, como puede verse en la Figura 4, en el directorio de ejecución aparece el archivo "Ejemplo_233.res", el cual es un archivo que se puede abrir con cualquier programa que permita editar texto, con lo cual se pueden ver los resultados.

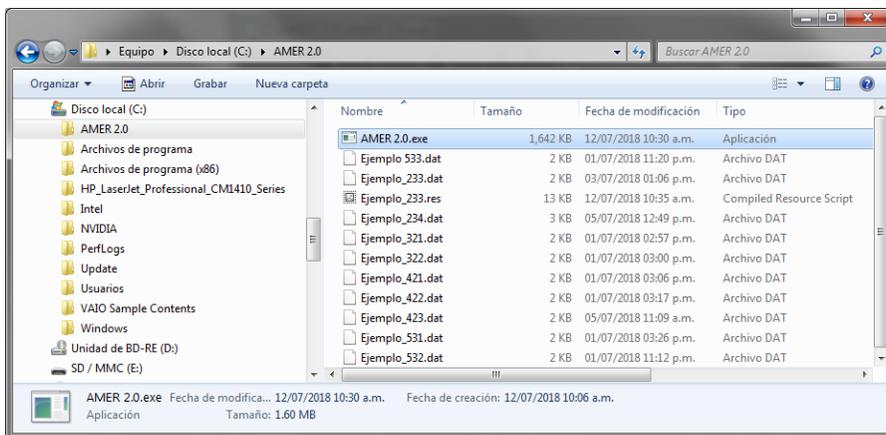


Figura 4 Directorio después de la ejecución

1.2 Ejemplo de ejecución mediante la línea de comandos

Para abrir la línea de comandos del sistema operativo, se hace clic sobre el botón de inicio y se seleccionan "Todos los programas" como se muestra en la Figura 5. Posteriormente, en la carpeta "Accesorios" se selecciona el símbolo del sistema, como se ilustra en la Figura 6.

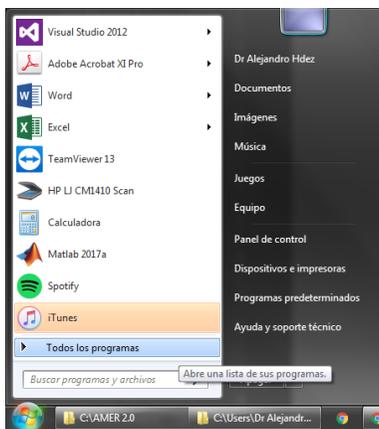


Figura 5 Selección de Inicio/Todos los programas

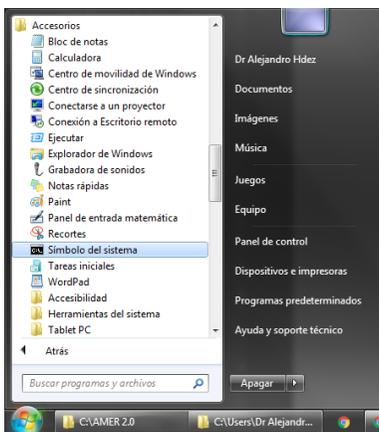


Figura 6 Selección del símbolo del sistema

Al hacer clic sobre el ícono aparece la ventana de la línea de comandos como la que se muestra en la Figura 7.

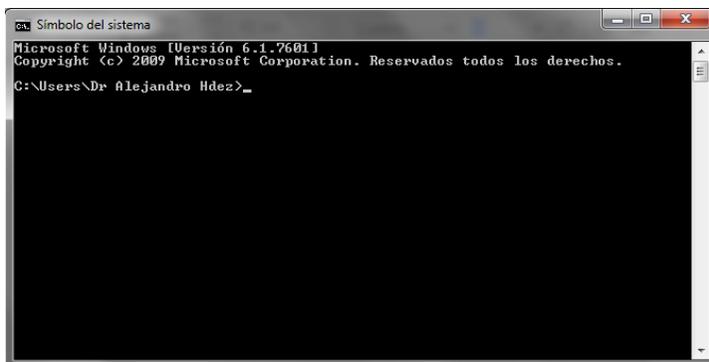


Figura 7 Ventana de la línea de comandos del sistema

Ahora, la línea de comando se debe colocar en el directorio de trabajo, lo cual se puede hacer seleccionando la ruta del explorador de Windows© como se muestra en la Figura 8, y copiándola empleando la combinación de teclas **Control + C**.

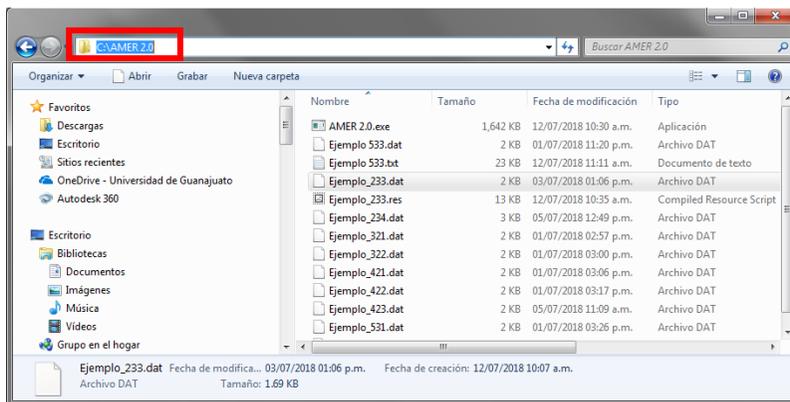


Figura 8 Selección de la ruta del explorador de Windows©

Seleccionando la ventana de la línea de comandos, se escribe sobre la línea de comandos "cd" adicionando un espacio, después se hace clic sobre la esquina superior izquierda de la ventana como se muestra en la Figura 9, y en el menú que se despliega se selecciona

Editar y posteriormente Pegar, finalizando con un ENTER (↵), quedando como se muestra en la Figura 10.

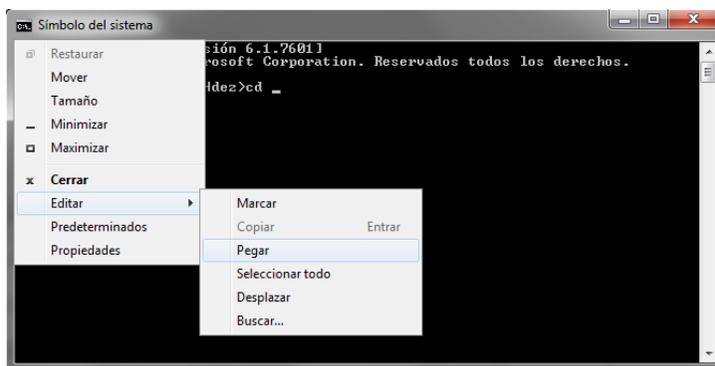


Figura 9 Indicando la ruta mediante la línea de comandos

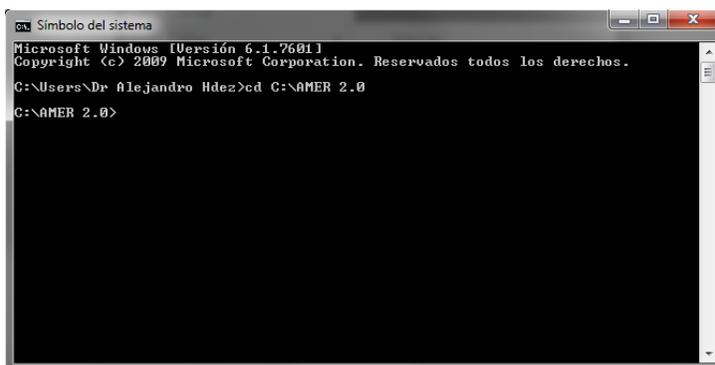


Figura 10 Colocación en el directorio de ejecución

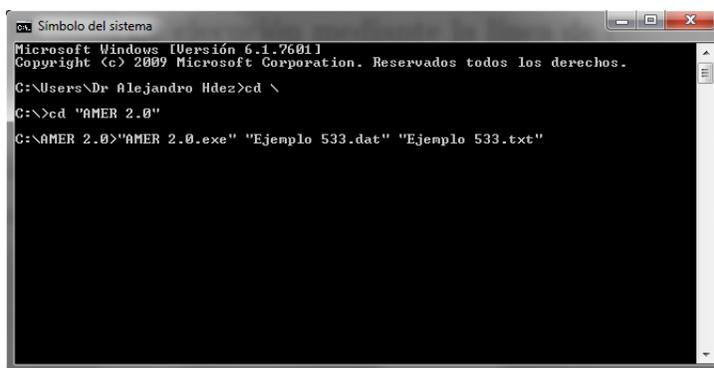
Alternativamente, la selección del directorio de trabajo puede hacerse mediante los comandos:

```
cd \  
cd "AMER 2.0"
```

(se mueve el cursor al directorio raíz)
(se mueve el cursor al directorio deseado)

Este proceso se muestra en la Figura 11. Finalmente, y como se muestra en la misma figura, para la ejecución del programa se puede hacer con la siguiente línea de comandos:

```
"AMER 2.0.exe" "Ejemplo 533.dat" "Ejemplo 533.txt"
```



```
Símbolo del sistema  
Microsoft Windows [Versión 6.1.7601]  
Copyright (c) 2009 Microsoft Corporation. Reservados todos los derechos.  
C:\Users\Dr Alejandro Hdez>cd \  
C:\>cd "AMER 2.0"  
C:\AMER 2.0>"AMER 2.0.exe" "Ejemplo 533.dat" "Ejemplo 533.txt"
```

Figura 11 Ejecución mediante la línea de comandos

De esta forma, se pide al programa que lea el archivo de datos "Ejemplo 533.dat", el cual se escribe entre comillas por el espacio que tiene en su nombre. Los resultados se guardarán en un archivo que se llamará "Ejemplo 533.txt", teniendo su nombre entre comillas por la misma razón. Si los nombres de archivo no tienen espacios intermedios, las comillas se pueden omitir. Al finalizar la ejecución se muestra una pantalla similar a la mostrada en la Figura 12.

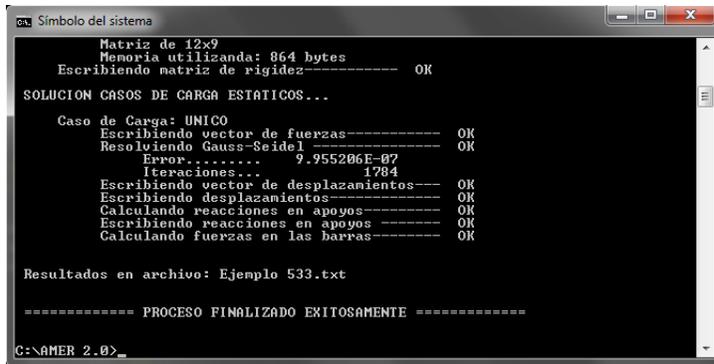


Figura 12 Finalización de ejecución mediante la línea de comandos

Terminada la ejecución se puede cerrar la ventana con el comando `exit`, o simplemente haciendo clic sobre la esquina superior derecha de la ventana. Finalmente, en el directorio se encontrarán los archivos de resultados, como los mostrados en la Figura 13

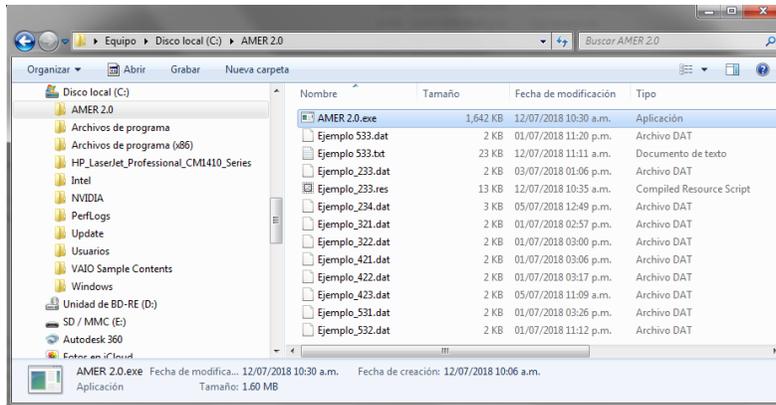


Figura 13 Archivos de resultados en el directorio de ejecución

1 ESTRUCTURA BÁSICA DEL ARCHIVO DE DATOS

Para la creación del archivo de datos empleado por el programa AMER 2.0 se deben de organizar los datos mediante una estructura que permita al programa identificar dónde se encuentran cada uno de los datos que permiten realizar el análisis de la estructura que se desea. De esta manera, la información se organiza por bloques, la cual tiene una estructura básica como la que se muestra en la Figura 14.

```

:
// Datos generales de análisis
:
// Materiales
:
// Secciones
:
// Nodos
:
// Barras
:
// Apoyos
:
// [Casos de Carga estaticos]
:
// [Camiones]
:
// [Carriles]
:
// [Bases de datos]
```

Figura 14 Estructura de datos generales de archivo de datos

Cada uno de los bloques de datos mostrados en la Figura 14 debe identificarse al inicio de cada línea con dos diagonales “//” seguida de una o dos palabras clave que identifican el bloque de datos. Los bloques de datos pueden estar en cualquier orden que al usuario le parezca conveniente y no necesariamente ajustarse a lo mostrado en la Figura 14. Previo

al inicio de los bloques de datos, se puede incluir cualquier número de líneas que se desee, como una descripción del modelo y demás datos que el usuario considere conveniente. Al no encontrarse dentro de un bloque de datos, dichas líneas serán consideradas automáticamente como comentarios y no influyen en el cálculo o en los resultados a obtener. Los bloques de datos que contiene el archivo de datos deben contener la siguiente información:

- // **Datos generales** de análisis. En este bloque se definen algunos aspectos generales del problema, como las unidades de trabajo, resultados intermedios que el usuario requiera, algoritmo de solución del sistema y esquema de almacenamiento de la matriz de rigidez a utilizar.
- // **Materiales**. Se definen las propiedades de los materiales a utilizar en el problema.
- // **Secciones**. En este bloque se definen las propiedades geométricas de las secciones transversales de barras a emplear en el problema
- // **Nodos**. Se definen las coordenadas nodales y otros aspectos relacionados a los nodos.
- // **Barras**. Se definen las conectividades de las barras, así como sección, material y tipo de barra
- // **Apoyos**. Define las condiciones de apoyo de la estructura.
- // [**Casos de carga**]. Define las condiciones de carga estática a las cuales se somete la estructura.
- // [**Camiones**]. Define geometría y magnitud cargas de vehículos para análisis de cargas móviles.
- // [**Carriles**]. Definen las características de los elementos por donde las cargas móviles serán aplicadas en la estructura.
- // [**Base de datos**]. Define las condiciones para análisis cargas móviles empleando registros de aforos vehiculares.

2 DATOS GENERALES DE ANÁLISIS

2.1 Unidades de trabajo

En esta versión del software, uno de los cambios más importantes respecto a la versión anterior es la capacidad de definir las unidades en los cuales se realizarán todos los cálculos internos, teniendo la opción de elegir las unidades de fuerza, longitud y angular. Por defecto, las unidades de trabajo angulares son radianes y esto no se puede modificar. Las unidades que tiene la capacidad de usar el programa se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1 Unidades de fuerza y longitud

Unidades de Fuerza		Unidades de Longitud		Unidades angulares	
MN	Mega-newton	m	Metro	rad	Radian
kN	Kilo-newton	cm	Centímetro	gon	Grado centesimal (gonio)
N	Newton	mm	Milímetro	gra	Grado sexagesimal
kip	Kilo-libra	in	Pulgada		
lb	Libra	ft	Pie		
oz	Onza	yd	Yarda		
ton	Tonelada métrica				
kg	Kilogramo fuerza				

De esta forma, para definir las unidades de trabajo del problema que se trate, se puede realizar como se muestra en la Figura 15.

```
// Datos generales de análisis
...
[Unidades de fuerza=kg Longitud=cm]
...
```

Figura 15 Definición de unidades de trabajo del problema

Es posible que para algunos tipos de problemas no sea necesario definir las unidades de trabajo, en dicho caso y si el usuario así lo desea, se puede omitir la definición de las unidades a emplear, teniendo cuidado de usar en todo el archivo de datos un sistema de unidades congruente, es decir, emplear las mismas unidades en todos los datos ingresados. Si no se definen las unidades en el bloque de **Datos generales** y si se definen en algún otro bloque de datos, las unidades de dicho bloque serán omitidas y no se realizará ninguna conversión, por lo que si se desea emplear unidades es importante que se definan en los datos generales.

2.2 Opciones de reporte/escritura de datos de la estructura

Dentro de los datos generales existen varias opciones para que el programa reporte resultados del problema a resolver, los cuales se muestran en la Figura 16.

```
// Datos generales de análisis
...
[Reporta datos de la estructura]
[Reporta matrices de rigidez de barras]
[Reporta matriz de rigidez de estructura]
...
```

Figura 16 Opciones de escritura de resultados

De esta manera, cada una de las líneas de datos después del título del bloque de datos que se muestran en la Figura 16 indican lo siguiente:

- Reporta **datos** de la estructura. Indica al programa que los datos que se lean del archivo de datos se deben escribir en el archivo de resultados, con esto el usuario puede verificar que lo que se ingresa sea efectivamente leído por el software.
- Reporta **matrices** de rigidez de **barras**. Se incluirá en el archivo de resultados las matrices de rigidez de cada una de las barras que conforman la estructura.
- Reporta **matriz** de rigidez de la **estructura**. Indica que se debe incluir en el archivo de resultados la matriz de rigidez de la estructura.

2.3 Algoritmo de solución del sistema de ecuaciones

Para resolver un sistema de ecuaciones como el mostrado en la ec. (2.1) existe un gran número de algoritmos que se pueden emplear. Normalmente, estos algoritmos pueden clasificarse en dos grandes grupos (a) los algoritmos que resuelven el sistema de forma directa y (b) los que resuelven el sistema mediante técnicas iterativas.

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n-1} & a_{2,n} \\ a_{3,1} & a_{3,3} & a_{33} & \cdots & a_{3,n-1} & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{1,n-1} & a_{2,n-1} & a_{3,n-1} & \cdots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ a_{1,n} & a_{2,n} & a_{3,n} & \cdots & a_{3,n-1} & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

El programa permite elegir entre seis algoritmos para la solución del sistema de ecuaciones, la elección de cada uno de ellos puede realizarse como se muestra en la Figura 17, en donde los cuatro primeros algoritmos corresponden a métodos directos, los cuales son respectivamente, (1) factorización LDL^T, (2) factorización de Cholesky, también conocido como factorización LL^T, (3) factorización LU y (4) factorización LDU. Como puede notarse, los dos primeros métodos están asociados a matrices simétricas, mientras que los siguientes dos algoritmos no se restringen a matrices simétricas.

```
// Datos generales de analisis
...
[Solucion Factorización LDLT]
[Solucion Factorización Cholesky]
[Solucion Factorización LU]
[Solucion Factorización LDU]
[Solucion Gradiente Conjugado [Tolerancia=*] [itol=*] [itmax=*] ]
[Solucion Gauss-Seidel [Tolerancia=*] [itol=*] [itmax=*] ]
...
```

Figura 17 Definición de algoritmo de solución del sistema de ecuaciones

Los dos últimos métodos de solución corresponden a técnicas iterativas, siendo (5) el método de Gradiente Conjugado y (6) el método de Gauss–Seidel. Para estos métodos se requieren algunos parámetros adicionales para su ejecución, los cuales se listan a continuación:

- **Tolerancia** o error admisible. En cada iteración se evalúa el error que se ha alcanzado, y una vez que éste sea igual o menor a la tolerancia, se considera que el sistema ha alcanzado la convergencia a la solución. Definir el parámetro de tolerancia es opcional y si no se define ningún valor se considerará que la **tolerancia**= 1×10^{-6} .
- **Criterio de evaluación del error.** La forma en que se evaluará el error en cada iteración y compararlo con la tolerancia se define con **itol**, puede tener los valores del 1 al 8 empleando los criterios de evaluación de error que se muestran en la Tabla 2. Todos los criterios son válidos para el método de Gradiente Conjugado, mientras que para el método de Gauss–Seidel son válidos los criterios del 1 al 4. Si no se define ningún criterio de evaluación de error la opción por defecto es la número 3.

Tabla 2 Criterios de evaluación del error

itol	Criterio de evaluación de error
1	$\text{error} = \left\ \{x\}^{(n)} \right\ _{\infty} - \left\ \{x\}^{(n-1)} \right\ _{\infty}$
2	$\text{error} = \left\ \{x\}^{(n)} \right\ _2 - \left\ \{x\}^{(n-1)} \right\ _2$
3	$\text{error} = \left\ [A]\{x\} - \{b\} \right\ _{\infty}$
4	$\text{error} = \left\ [A]\{x\} - \{b\} \right\ _2$
5	$\text{error} = \left\ \{r\} \right\ _{\infty}$
6	$\text{error} = \left\ \{r\} \right\ _2$
7	$\text{error} = \left\ \{\Delta x\} \right\ _{\infty}$
8	$\text{error} = \left\ \{\Delta x\} \right\ _2$

- **Número máximo de iteraciones.** Empleando **itmax=*** se define el número máximo de iteraciones que se realizará para alcanzar el criterio de convergencia, si en ese número de iteraciones no se alcanza dicho criterio, se generará un error y el análisis se detendrá. Es posible que dicho error pueda deberse a que la matriz es singular o porque alguna condición particular de la estructura haga que se requiera un número mayor de iteraciones para alcanzar el criterio de convergencia. Si no se define ningún valor para **itmax**, se tomará como $2n$ para el método de Gradiente Conjugado y como $20n^2$ para el método de Gauss-Siedel, siendo n el número de incógnitas en el sistema a resolver.

Si no se define ningún algoritmo de solución del sistema de ecuaciones, se empleará por defecto el algoritmo de factorización LDL^T .

2.3.1 Algoritmo de factorización LDL^T

Si la matriz de coeficientes del sistema mostrado en la ec. (2.1) es simétrica, dicha matriz se puede expresar de la forma mostrada en la ec. (2.2).

$$[A] = [L][D][L]^T \tag{2.2}$$

Particularizando para una matriz de coeficientes de orden 4, la ec. (2.2) se puede expresar de acuerdo con (2.3).

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_{41} \\ a_{21} & a_{22} & a_{32} & a_{42} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{43} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ l_{21} & 1 & & \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} & & & \\ & d_{22} & & \\ & & d_{33} & \\ & & & d_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_{21} & l_{31} & l_{41} \\ & 1 & l_{32} & l_{42} \\ & & 1 & l_{43} \\ & & & 1 \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

El algoritmo empleado para realizar la factorización se muestra a continuación

$$\left. \begin{aligned} d_{ii} &= a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} d_{kk} l_{ik} \\ l_{ji} &= \frac{a_{ji} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{jk} d_{kk} l_{ik}}{d_{ii}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & i = 1, 2, 3 \dots n \\ & j = i + 1, i + 2, \dots n \end{aligned}$$

Una vez factorizado el sistema de ecuaciones, la solución se realiza empleando el siguiente algoritmo:

$$\left. \begin{aligned} y_i &= b_i - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} y_k \\ x_i &= \frac{y_i}{b_i} - \sum_{k=i+1}^n l_{ki} x_k \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & i = 1, 2, 3 \dots n \\ & i = n, n-1, n-2, \dots 1 \end{aligned}$$

2.3.2 Algoritmo de factorización de Cholesky

Si la matriz de coeficientes mostrado en la ec. (2.1) es simétrica, la matriz de coeficientes se puede expresar de acuerdo con la ec. (2.4).

$$[A] = [L][L]^T \quad (2.4)$$

De forma expandida para una matriz de 4×4 , la expresión anterior se puede mostrar como:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_{41} \\ a_{21} & a_{22} & a_{32} & a_{42} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{43} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & & & \\ l_{21} & l_{22} & & \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & l_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{31} & l_{41} \\ & l_{22} & l_{32} & l_{42} \\ & & l_{33} & l_{43} \\ & & & l_{44} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

El algoritmo para realizar la factorización se muestra a continuación:

$$\left. \begin{aligned} l_{ii} &= \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} l_{ik}} \\ l_{ji} &= \frac{a_{ji} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} l_{jk}}{l_{ii}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & i = 1, 2, 3 \dots n \\ & j = i+1, i+2, \dots n \end{aligned}$$

Una vez realizada la factorización, la solución del sistema se realiza mediante el siguiente algoritmo:

$$\left. \begin{aligned} y_i &= \frac{b_i - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} y_k}{l_{ii}} \end{aligned} \right\} i = 1, 2, 3 \dots n$$

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \frac{y_i - \sum_{k=i+1}^n l_{ki} x_k}{l_{ii}} \end{aligned} \right\} i = n, n-1, n-2 \dots 1$$

2.3.3 Algoritmo de factorización LU

La matriz de coeficientes del sistema mostrado en la ec. (2.1) puede expresarse de la forma mostrada en la ec. (2.6)

$$[A] = [L][U] \tag{2.6}$$

De forma expandida para una matriz de 4×4, la matriz se puede expresar como:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ l_{21} & 1 & & \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ & & u_{33} & u_{34} \\ & & & u_{44} \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

El algoritmo para realizar la factorización expresada por la ec. (2.7) es:

$$\left. \begin{aligned} l_{ji} &= a_{ji} / a_{ii} \\ u_{jk} &= a_{jk} - u_{ik} l_{ji} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & j = i + 1, i + 2, \dots, n \\ & k = i + 1, i + 2, \dots, n \end{aligned} \left. \right\} i = 1, 2, 3, \dots, n$$

La solución del sistema una vez factorizada la matriz de coeficientes, se obtiene mediante el siguiente algoritmo:

$$\left. \begin{aligned} y_i &= b_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij} y_j \end{aligned} \right\} i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \frac{y_i - \sum_{j=i+1}^n u_{ij} x_j}{u_{ii}} \end{aligned} \right\} i = n, n-1, n-2, \dots, 1$$

2.3.4 Algoritmo de Factorización LDU

La matriz de coeficientes del sistema mostrado en la ec. (2.1) puede expresarse de la siguiente manera:

$$[A] = [L][D][U] \quad (2.8)$$

De forma expandida para una matriz de 4×4 , la ec. (2.8) se puede expresar como:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ l_{21} & 1 & & \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} & & & \\ & d_{22} & & \\ & & d_{33} & \\ & & & d_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ & 1 & u_{23} & u_{24} \\ & & 1 & u_{34} \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

El algoritmo necesario para realizar la factorización se define por:

$$\left. \begin{aligned} d_{ii} &= a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} d_{kk} u_{ki} \\ u_{ij} &= \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} d_{kk} u_{kj}}{d_{kk}} \\ l_{ji} &= \frac{a_{ji} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{jk} d_{kk} u_{ki}}{d_{kk}} \end{aligned} \right\} j = i+1, i+2, i+3 \dots n \quad i = 1, 2, 3 \dots n$$

Una vez factorizado el sistema, la solución se realiza mediante el siguiente algoritmo:

$$\left. \begin{aligned} y_i &= \frac{b_i - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} y_k}{d_{ii}} \end{aligned} \right\} i = 1, 2, 3 \dots n$$

$$\left. \begin{aligned} x_i &= y_i - \sum_{k=i+1}^n u_{ik} x_k \end{aligned} \right\} i = n, n-1, n-2 \dots 1$$

2.3.5 Algoritmo de Gradiente Conjugado

El algoritmo de Gradiente Conjugado empleado en el programa AMER 2.0 es el siguiente:

1. Calcular $\{r\}_1 = \{b\} - [A]\{x\}_1$
2. $\{p\}_1 = \{r\}_1$
3. Para $i=1, 2, \dots, i_{\max}$
 - 3.1. $\alpha = \frac{\{r\}_i \times \{r\}_i}{[A]\{p\}_i \times \{p\}_i}$
 - 3.2. $\{x\}_{i+1} = \{x\}_i + \alpha \{p\}_i$
 - 3.3. $\{r\}_{i+1} = \{r\}_i - \alpha [A]\{p\}_i$
 - 3.4. Evaluar el criterio de convergencia. Terminar si se cumple
 - 3.5. $\beta = \frac{\{r\}_{i+1} \times \{r\}_{i+1}}{\{r\}_i \times \{r\}_i}$
 - 3.6. $\{p\}_{i+1} = \{r\}_{i+1} + \beta \{p\}_i$

2.3.6 Algoritmo Gauss–Seidel

El algoritmo Gauss–Seidel empleado es el siguiente:

1. Tomar valores iniciales del vector solución
2. Para $k=1, 2, 3 \dots k_{\max}$

2.1. Actualizar el vector solución con la expresión:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)}}{a_{ii}} \left. \vphantom{x_i^{(k+1)}} \right\} i = 1, 2, 3 \dots n$$

2.2. Evaluar el criterio de convergencia. Terminar si se cumple

2.4 Esquemas de almacenamiento de la matriz de rigidez

El software tiene cuenta con dos opciones de esquemas de almacenamiento de la matriz de rigidez de la estructura, los cuales son:

- **Almacenamiento completo:** Es la forma tradicional de almacenamiento, y no toma en cuenta la dispersión de la matriz con la finalidad de optimizar el espacio en memoria que se requiere para trabajar.
- **Almacenamiento en semi-ancho de banda.** Aprovecha la propiedad de la matriz de que los datos estén almacenados a una cierta distancia de la diagonal principal, con lo cual se requiere mejor espacio de almacenamiento en memoria, y en la mayoría de los casos, acelera el proceso de solución al no realizar operaciones con valores nulos.

La forma en que se define cada uno de los esquemas de almacenamiento se muestra en la Figura 18. Se recomienda que solamente aparezca el esquema de almacenamiento deseado, ya que en caso de definirse ambos, quedará activo el último que se defina.

El esquema de almacenamiento por defecto es el completo, de esta forma, si no se define esquema se almacenará toda la matriz de rigidez de la estructura, lo cual, además de requerir más memoria RAM del equipo, necesita de un mayor tiempo para obtener la solución del sistema de ecuaciones.

```
// Datos generales de análisis
...
Esquema de almacenamiento: Completo
Esquema de almacenamiento: Semiacho de banda
...
```

Figura 18 Definición de esquemas de almacenamiento

2.4.1 Esquema de almacenamiento en ancho de banda

Un esquema de almacenamiento en ancho de banda permite el optimizar el espacio que se requiere para almacenar los valores diferentes de cero de la matriz de rigidez, aprovechando el que, bajo la diagonal principal en cualquier columna, los elementos que estén más allá de p renglones son nulos; para los elementos sobre la diagonal, en cualquier renglón, los elementos que estén más allá de q columnas también serían nulos, tal y como se muestra en la ec. (2.9).

$$[A] = \begin{bmatrix}
 a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,q+1} & & & & & & \\
 a_{21} & a_{22} & & & & \ddots & & & & \\
 \vdots & & & \ddots & & & & & a_{n-q,n} & \\
 a_{p+1,1} & & & & \ddots & & & & \vdots & \\
 & \ddots & & & & & & & a_{n-1,n} & \\
 & & & & & & & & a_{n-1,n} & \\
 & & & & & & & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} & \\
 & & & & & & & a_{n,n-p} & \cdots & a_{n,n-1} & a_m
 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

donde:

$$p = \text{Semi-ancho inferior } a_{ij} = 0 \text{ si } i > j + p$$

$$q = \text{Semi-ancho superior } a_{ij} = 0 \text{ si } j > i + q$$

Sabiendo que los elementos no nulos se ubican dentro de una banda de dimensión conocida, los elementos de la matriz se almacenan dentro de una matriz ajustada al ancho de banda, es decir, una matriz con n renglones y $p+q+1$ columnas como se muestra en la ec. (2.10)

De esta forma, los elementos almacenados en la matriz original $A(i, j)$ se almacenan en la matriz $\hat{A}(\alpha, \beta)$ empleando las siguientes relaciones:

$$\alpha = i$$

$$\beta = 1 + p + (j - i)$$

$$\left[\hat{A} \right] = \begin{bmatrix}
 & & & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,q+1} \\
 & & & a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2,q+2} \\
 & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & a_{p+1,p+1} & & & & a_{p+1,q+p+1} \\
 & a_{p+1,1} & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 & \vdots & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 & \vdots & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 & \vdots & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 & \vdots & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 & \vdots & & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} & & & \vdots \\
 a_{n,n-p} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{nn} & & & & \vdots \\
 & & & & & & & \vdots
 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_p \qquad \qquad \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_q$

El esquema mostrado anteriormente se emplea para almacenar las matrices cuando se emplean los algoritmos de factorización LU y LDU, ya que son algoritmos no restringen a que la matriz de coeficientes sea simétrica.

2.4.2 Esquema de almacenamiento en semi-ancho de banda

Aprovechando que la matriz de rigidez es simétrica, se puede almacenar solamente la matriz triangular inferior más la diagonal principal, con lo cual la matriz de rigidez de la estructura se almacena bajo el esquema mostrado por la ec. (2.11).

$$\left[\hat{A} \right] = \begin{bmatrix} & & & & a_{11} \\ & & & & a_{21} & a_{22} \\ & & \ddots & & & \vdots \\ a_{p+1,1} & & & & & a_{p+1,p+1} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & a_{n-1,n-1} \\ a_{n,n-p} & \cdots & a_{n,n-1} & & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_p$

Este esquema de almacenamiento se emplea cuando se usan los algoritmos de factorización LDL^T , LL^T , así como los métodos iterativos de Gradiente Conjugado y Gauss-Seidel.

2.5 Reordenamiento de nodos

Indistintamente de la denominación que se le asigne a cada nodo, internamente el programa numera consecutivamente los nodos en orden de aparición en el archivo de datos (véase sección 5). Esto puede no ser la forma más eficiente en cuanto al almacenamiento de la matriz de rigidez, haciendo que ésta tenga una gran dispersión y, por ende, un ancho de banda grande. Con el fin de mejorar lo anterior, se ha incluido la opción de emplear el algoritmo de (Cutchil & McKee, 1969), el cual reduce el ancho de banda de la matriz de rigidez cambiando el orden en el que se almacenan consecutivamente los nodos. Para activar esta opción se debe incluir una línea con las palabras clave que se muestran en la Figura 19.

```
// Datos generales de análisis  
...  
[Ordena nodos]  
...
```

Figura 19 Activación del reordenamiento de nodos

En caso de que sea usada esta opción, el usuario solamente notará que el orden en que están listados los nodos se modifica, haciendo que la matriz de rigidez sea menos dispersa, pero los resultados, así como las denominaciones de los nodos permanecerán iguales.

Si esta opción no se activa, se empleará el orden consecutivo de los nodos tal cual son ingresados en el bloque de datos correspondiente (véase sección 5). Evidentemente, esta opción es útil solamente si se emplea un esquema de almacenamiento en semi-ancho de banda, ya que pierde muchas de sus ventajas si la matriz se almacena en un esquema completo.

2.6 Convención de signos en resultados de barras

Existen dos formas en la que se presentan los resultados de las fuerzas actuantes en las barras, las cuales son:

- **Convención de ejes locales.** Los sentidos positivos de las fuerzas las definen el sentido de los ejes locales, como se ilustra en la Figura 21.
- **Convención de fuerzas internas.** Los valores positivos de las fuerzas las definen los efectos internos que causan las fuerzas actuantes, tal y como se ilustra en la Figura 22.

La manera en que se define cada uno de los esquemas de convención de signos se muestra en la Figura 20. Si no se define ninguna convención de signos, la convención de ejes locales será la empleada para presentar las fuerzas actuantes en las barras.

```
// Datos generales de análisis
...
[Convención de signos en resultados: Ejes locales]
[Convención de signos en resultados: Fuerzas internas]
...
```

Figura 20 Definición de convención de signos en resultados de barras

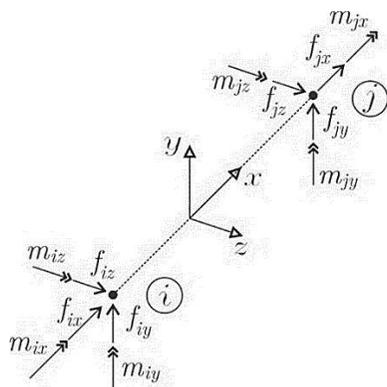


Figura 21 Sentido positivo de fuerzas en convención de ejes locales

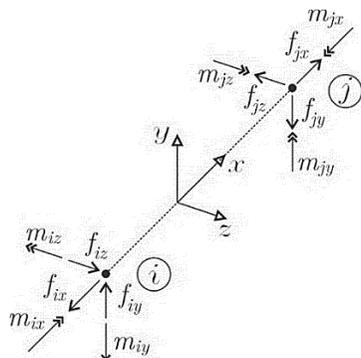


Figura 22 Sentido positivo de fuerzas en convención de fuerzas internas

3 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

En la Figura 23 se muestra la forma en que se puede definir el bloque de datos de los materiales. Se pueden definir tantos materiales como sea necesario para asignarlos a los diferentes elementos estructurales.

```
// Materiales [Longitud=cm] [Fuerza=kg]
Material=Acero E=2100000 [G=789473.68] [W=7850.0]
Material=Concreto E=221359.4362 [v=0.2]
...
```

Figura 23 Definición de propiedades de materiales

Como puede notarse al definir el inicio del bloque de datos, se puede definir las unidades en las cuales se ingresarán los datos del bloque, por lo que únicamente en dicho bloque todos los datos deberán tener las unidades definidas por **Longitud=*** y **Fuerza=*** (substituya el “*” por cualquiera de las unidades respectivas mostradas en la Tabla 1). Si no se ingresan unidades para el bloque, se considera que todos los datos tendrán las unidades definidas en el bloque de datos generales.

Los datos por ingresar para cada uno de los materiales son los siguientes:

- **Nombre del material.** Se le debe asignar un nombre que identifique al material mediante la palabra **MATERIAL=** seguido del nombre que se le asignará al material, el cual debe ser una sola palabra (sin espacios) de máximo 30 caracteres.
- **Módulo de elasticidad.** Se define mediante la palabra **E=** seguido del valor numérico del módulo de elasticidad.
- **Módulo de elasticidad al corte.** Se define mediante la palabra **G=** seguido del valor numérico a asignar. También puede ingresarse la relación de Poisson del material mediante la palabra **v=** seguido del valor numérico a asignar.

- **Peso volumétrico del material.** Se define mediante la palabra **w=** seguido del valor numérico a asignar.

Si se incluye el módulo de elasticidad al corte o la relación de Poisson, en el cálculo de las matrices de rigidez se tomará en cuenta la contribución de la fuerza cortante a los desplazamientos. Actualmente el definir el peso volumétrico del material no tiene ningún efecto en el cálculo de la estructura.

Si se ingresa la relación de Poisson, el módulo de elasticidad al corte se calculará mediante la ec. (3.1).

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.1)$$

4 PROPIEDADES DE SECCIONES

En este bloque se definen las propiedades de las secciones transversales de barras. Como puede verse en la Figura 24, en la línea que define el bloque puede incluirse opcionalmente las unidades del bloque mediante la palabra [Longitud=*] (Substituya el "*" por cualquiera de las unidades de longitud que se muestra en la Tabla 1).

```
// Secciones [Longitud=cm]
Seccion=10cm2 Tipo=General [A=12] [Iy=123.4] [Iz=12.3] [J=12.3] [Fy=1.2] [Fz=1.2]
Seccion=20x45 Tipo=Rectangular b=20 h=45 [A=*] [Iy=*] [Iz=*] [J=*] [Fy=*] [Fz=*]
Seccion=50D Tipo=Circular D=50 [A=*] [Iy=*] [Iz=*] [J=*] [Fy=*] [Fz=*]
Seccion=30R Tipo=Circular R=30 [A=*] [Iy=*] [Iz=*] [J=*] [Fy=*] [Fz=*]
Seccion=W16x36 Tipo=I d=23 bf=17.8 tw=0.75 tf=1.1 [A=*] [Iy=*] [Iz=*] [J=*] [Fy=*] [Fz=*]
Seccion=H16x36 Tipo=H d=23 bf=17.8 tw=0.75 tf=1.1 [A=*] [Iy=*] [Iz=*] [J=*] [Fy=*] [Fz=*]
```

Figura 24 Definición de las propiedades de las secciones

Los datos que permiten definir cada una de las secciones se listan a continuación:

- **Nombre de la sección.** Se debe definir un nombre a la sección con el fin de identificación. Este nombre se asigna mediante la palabra **Seccion=** seguida de una palabra (sin espacios) que identifique a la sección de máximo 30 caracteres.
- **Tipo de sección.** Define la forma de la sección transversal, lo cual permite que al definir sus dimensiones el software pueda calcular las propiedades de la sección. Los tipos de secciones que se pueden definir se muestran en la Tabla 3.
- **Dimensiones de la sección.** Se deben ingresar las dimensiones de las secciones en función del tipo de sección definido en el punto previo. Las dimensiones que se requieren para cada tipo de sección se definen en la Tabla 3.
- **Propiedades geométricas.** En el caso de la sección tipo general, se deben ingresar los datos de área (**A=**), inercia alrededor de z (**Iz=**), inercia alrededor de y (**Iy=**), constante de torsión (**J=**), factor de forma en el sentido y (**Fy=**), y el factor de forma en el sentido z (**Fz=**). Si la sección es tipo general y no se define alguno de los parámetros, éste tendrá un valor nulo. Si la sección tiene definido otro tipo diferente a la general, se pueden ingresar cualquiera de las propiedades

geométricas antes mencionadas, omitiendo el cálculo de dicha propiedad y tomando para cálculo el determinado por el usuario.

Tabla 3 Tipos de secciones y dimensiones a definir

Forma de la Sección	Definición de Tipo	Dimensiones por definir
General	General ó G	-
Rectangular	Rectangular ó R	b, h
Circular	Circular ó C	R ó D
I	I ó IR ó W	d, bf, tw, tf
H	H	d, bf, tw, tf
Rectangular Hueca	OR ó PTR	b, h, t

Las dimensiones, así como los sistemas de referencia local empleados en cada uno de los tipos de secciones se explican a detalle a continuación.

4.1 Secciones tipo General

Las secciones tipo **GENERAL** (ó **G**) permite al usuario definir los valores numéricos de cada uno de los parámetros de la sección, los cuales son:

- Área de la sección transversal, la cual se define mediante **A=***
- Momento de inercia alrededor del eje vertical y de la sección, **I_y=***
- Momento de inercia alrededor del eje horizontal z de la sección, **I_z=***
- Constante de torsión, **J=***
- Factor de forma de la sección para fuerza cortante actuando en el sentido del eje y , **F_y=***
- Factor de forma de la sección para fuerza cortante actuando en el sentido del eje z , **F_z=***

Las propiedades de la sección están referenciadas al sistema local de la barra, en donde la sección la definen las áreas sombreadas mostradas en la Figura 25

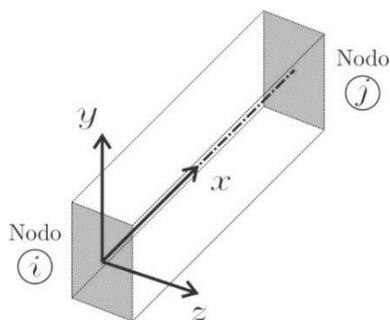


Figura 25 Orientación del sistema local de las barras

En una sección **General** todos los parámetros son opcionales, y si no se definen se considerarán que tienen un valor nulo en todos los cálculos. Es posible que al omitir algún valor y considerarse nulo sea fuente de que la matriz de la estructura sea singular y no permita la solución del sistema.

4.2 Sección tipo Rectangular

Si el tipo de sección es definida como **Rectangular** (o **R**), se deben incluir los parámetros que definen la dimensión horizontal mediante **b=***, así como la dimensión vertical **h=*** de acuerdo con los ejes locales *z* y *y* respectivamente, las cuales corresponden con las dimensiones mostradas en la Figura 26. Una vez definidas *b* y *h*, las propiedades de la sección rectangular se calculan de acuerdo con las ecs. (4.1) a (4.5). La constante **β** empleada en la ec. (4.4) para el cálculo de la constante de torsión se obtiene de los valores listados en la Tabla 4.

$$A = bh \quad (4.1)$$

$$I_z = \frac{bh^3}{12} \quad (4.2)$$

$$I_y = \frac{b^3h}{12} \quad (4.3)$$

$$J = \beta b^3h \quad (4.4)$$

$$f_y = f_z = 1.2 \quad (4.5)$$

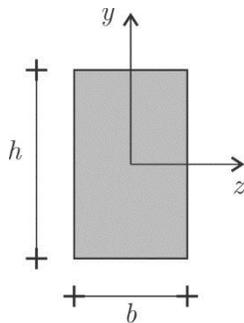


Figura 26 Geometría de la sección rectangular

Tabla 4 Constante β para el cálculo de constante de torsión en secciones rectangulares

h/b	β
1.0	0.141
1.5	0.196
2.0	0.229
2.5	0.249
3.0	0.263
4.0	0.281
5.0	0.291
6.0	0.299
10.0	0.312
∞	0.333

Opcionalmente, el usuario puede definir el valor de cada uno de los parámetros como en el caso de una sección tipo general. Al ingresar el valor de algún parámetro, el cálculo de dicho parámetro se omite, empleando para cálculo el definido por el usuario.

4.3 Sección tipo Circular

Si el tipo de sección es definida como **CIRCULAR** (ó **C**), se debe especificar el diámetro de la sección mediante **D=***, o el radio de esta mediante **R=***, tomando como referencia la sección que se muestra en la Figura 27. Una vez definido el radio de la sección, las propiedades se calculan con las ecs. (4.6) a (4.9).

$$A = \pi r^2 \quad (4.6)$$

$$I_y = I_z = \frac{\pi r^4}{4} \quad (4.7)$$

$$J = \frac{\pi r^4}{2} \quad (4.8)$$

$$f_y = f_z = \frac{10}{9} \approx 1.111111111 \quad (4.9)$$

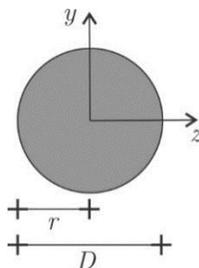


Figura 27 Geometría de una sección circular

Opcionalmente, el usuario puede definir algunos de los parámetros de forma manual, de ser así, el cálculo de dichos parámetros se omite y en el proceso de solución se emplea en definido por el usuario.

4.4 Sección Tipo I

Si se define una sección como **I**, (ó **IR**, ó **W**) se deben especificar las dimensiones que se muestran en la Figura 28, las cuales son el peralte total (**d=***), el ancho del patín (**bf=***),

el espesor del alma (t_w) y el espesor del patín (t_f). Una vez definidas las dimensiones, los parámetros de la sección se calculan de acuerdo con las ecs. (4.10) a (4.15)

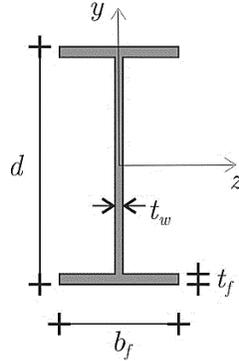


Figura 28 Geometría de una sección tipo I

$$A = d t_w + 2(b_f - t_w) t_f \quad (4.10)$$

$$I_z = \frac{t_w d^3}{12} + 2 \left[\frac{(b_f - t_w) t_f^3}{12} + (b_f - t_w) t_f \left(\frac{d - t_f}{2} \right)^2 \right] \quad (4.11)$$

$$I_y = \frac{d t_w^3}{12} + 2 \left[\frac{t_f (b_f - t_w)^3}{12} \right] \quad (4.12)$$

$$J = 2 b_f t_f^3 + (d - t_f) t_w^3 \quad (4.13)$$

$$f_y \approx \frac{A}{d t_w} \quad (4.14)$$

$$f_z \approx \frac{1.2A}{2b t_f} \quad (4.15)$$

Opcionalmente, el usuario puede definir el valor de algunos de los parámetros, al hacerlo, se omite el cálculo de los parámetros y se toman los valores ingresados por el usuario.

4.5 Sección Tipo H

Se puede definir una sección tipo **H**, que al final de cuentas es una sección tipo **I** rotada 90° , con lo que la sección tiene la forma mostrada en la Figura 29. Por tanto, para el cálculo de los momentos de inercia se intercambiarán las ecs. (4.11) y (4.12) al igual que para los factores de forma con las ecs. (4.14) y (4.15).

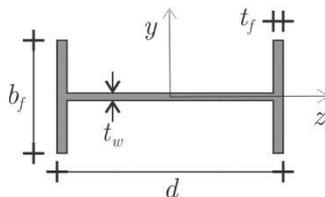


Figura 29 Geometría de sección tipo H

4.6 Sección Rectangular Hueca

Si el tipo de sección es definida como circular hueca mediante **OR** o **PTR** se deben definir el ancho de la sección externa (**b=**), el alto de la sección exterior (**h=**), así como el espesor de la pared (**t=**), tal y como se muestra en la Figura 30.

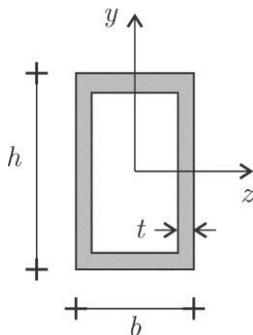


Figura 30 Geometría de sección rectangular hueca

Las propiedades de este tipo de sección se definen mediante las ecs. (4.16) a (4.21)

$$A = bh - (b - 2t)(h - 2t) \quad (4.16)$$

$$I_z = \frac{bh^3}{12} - \frac{(b - 2t)(h - 2t)^3}{12} \quad (4.17)$$

$$I_y = \frac{b^3h}{12} - \frac{(b - 2t)^3(h - 2t)}{12} \quad (4.18)$$

$$J = 2 \frac{[(b - t)(h - t)]^2 t}{(b - t) + (h - t)} \quad (4.19)$$

$$f_y = \frac{A}{2ht} \quad (4.20)$$

$$f_z = \frac{A}{2bt} \quad (4.21)$$

5 COORDENADAS NODALES

Las coordenadas de los nodos se ingresan en el formato que se muestra en la Figura 31. En la definición del bloque de datos se pueden incluir las unidades en que las coordenadas nodales serán ingresadas mediante la palabra **Longitud=** seguida de alguna de las unidades de longitud definidas en la Tabla 1. Cada nodo se identifica mediante la designación **n=** seguido de un valor numérico entero que el usuario decida. La selección de dicho valor numérico no tiene que iniciar con la unidad, ni tampoco seguir un orden consecutivo. Todo ello es decisión del usuario con la finalidad de hacer más flexible la nomenclatura de nodos.

```
// Nodos [Longitud=m]
...
n=100  x=0  y=0  z=0
n=110  x=0  y=10 z=1.5
...
```

Figura 31 Formato de ingreso de coordenadas nodales

Una vez asignada la identificación del nodo se asigna las coordenadas globales que tenga cada nodo en las direcciones X (**x=***), Y (**y=***) y Z (**z=***). Si la estructura es en el plano xy , por ejemplo, no se emplea la coordenada z , con omitir el dato correspondiente se asigna un valor nulo en la coordenada z del nodo.

6 CONECTIVIDADES Y PROPIEDADES DE BARRAS

Para definir una barra se deben ingresar los datos como se muestran en la Figura 32, los cuales se describen a continuación:

- **Identificador de la barra.** Se realiza asignando un valor entero como identificación mediante la palabra **n=** seguida de un valor numérico entero. El usuario tiene libertad para elegir los valores que mejor le convengan y no se tiene que seguir un orden o regla particular.
- **Nodo inicial.** Se designa con **i=** seguido del identificador del nodo que define el inicio de la barra.
- **Nodo final.** Se designa con **j=** seguido del identificador del nodo que define el final de la barra.
- **Material.** Se asigna con **Material=** seguido del nombre de un material definido en la sección de materiales.
- **Sección.** Se asigna con **Seccion=** seguido del nombre de la sección definida en el bloque de datos de secciones.
- **Tipo de barra.** El tipo de barra define los grados de libertad que participarán en el análisis para los nodos a los cuales está conectada la barra. Los tipos de barras se muestran en la Tabla 5. Se asigna con **Tipo=** seguido de la definición de tipo que se muestra en la Tabla 5.
- **Liberación de grados de libertad.** Es posible que los grados de libertad asociados al tipo de barra no permitan definir adecuadamente el comportamiento de la estructura a analizar, para ello se pueden liberar los grados de libertad que el usuario desee incluyendo la palabra **Libera** seguido de los grados de libertad a liberar, como se muestra en la Figura 32.

```
// Barras
n=10 i=20 j=30 Material=Acero Seccion=20x45 Tipo=Viga
[Libera] [dxi] [dyi] [dzi] [gxi] [gyi] [gzi] [dxj] [dyj] [dzj] [gxj] [gyj] [gzj]
...
```

Figura 32 Definición de datos de barras

Tabla 5 Tipos de barras y grados de libertad asociados

Tipo de barra	Definición de tipo	Grados de libertad local asociados
Armadura	Armadura ó A	dxi, dxj
Viga	Viga ó V	dyi, gzi, dyj, gzj
Retícula	Reticula ó R	dyi, gxi, gzi, dyj, gxj, gzj
Marco 2D	Marco2 ó M2	dxi, dyi, gzi, dxj, dyj, gzj
Marco 3D	Marco ó Marco3 ó M3	dxi, dyi, dzi, gxi, gyi, gzi, dxj, dyj, dzj, gxj, gyj, gzj

Para liberar los grados de libertad se realiza actualización de la matriz de rigidez de la siguiente manera:

$$[k'] = [k] - \{k_c\} k_i^{-1} \{k_r\} \quad (4.22)$$

donde:

$[k']$ = Matriz de rigidez de la barra con el grado de libertad liberado.

$[k]$ = Matriz de rigidez original (empotrada en ambos extremos).

$\{k_c\}$ = Vector columna de la matriz original correspondiente al grado de libertad a liberar.

k_i^{-1} = Inverso del término en la diagonal de la matriz original correspondiente al grado de libertad a liberar.

$\{k_r\}$ = Vector renglón de la matriz original correspondiente al grado de libertad a liberar.

En consecuencia, las fuerzas de empotramiento perfecto de la barra se modifican con la siguiente expresión:

$$\{FEP'\} = \{FEP\} - [k] \frac{FEP}{k_l} \quad (4.23)$$

donde:

$\{FEP'\}$ = Vector de fuerzas de empotramiento modificado

$\{FEP\}$ = Vector de fuerzas de empotramiento perfecto original, de barra doblemente empotrada.

$[k]$ = Matriz de rigidez original, de barra doblemente empotrada.

FEP = Valor del vector de fuerzas correspondiente al grado de libertad a liberar.

k_l = Término en la diagonal de la matriz original correspondiente al grado de libertad a liberar.

7 APOYOS

La línea que define el inicio del bloque de datos de apoyos puede contener las unidades en las cuales se ingresarán los datos, como se ilustra en la Figura 33. Los datos que se requieren para definir las condiciones de apoyo se listan a continuación:

- **Identificador del nodo.** Se define mediante **n=** seguido del identificador del nodo que tendrá las restricciones de movimiento.
- **Restricción completa.** Si el nodo tiene completamente restringido algún grado de libertad se debe indicar mediante **dx**, **dy** o **dz** para los desplazamientos lineales respecto a los ejes globales *X*, *Y* y *Z* respectivamente; mientras que para los desplazamientos angulares se indica mediante **gx**, **gy** o **gz**.
- **Restricción parcial.** Si el nodo tiene parcialmente restringido algún GDL se indica el valor de la rigidez que restringe dicho GDL mediante **KDx=***, **KDy=***, **KDz=*** para los desplazamientos lineales respecto a los ejes globales *X*, *Y* y *Z* respectivamente y con **KGx=***, **KGy=*** o **KGz=*** para los desplazamientos angulares. Para las rigideces lineales deben ingresarse valores de unidades fuerza/desplazamiento, mientras que para las rigideces angulares deben ingresarse valores de fuerza-longitud/ángulo.

La manera en que se definen los apoyos se ilustra en la Figura 33. Las restricciones totales o parciales que no se ingresan se consideran que no tienen restricción alguna.

```
// Apoyos [Fuerza=ton] [Longitud=cm]
...
n= [dx] [dy] [dz] [gx] [gy] [gz] [kdx=] [kdy=] [kdz=] [kgx=] [kgy=] [kgz=]
...
```

Figura 33 Definición de datos de apoyos

8 CASOS DE CARGA ESTÁTICOS

La definición de casos de carga permite la solución de condiciones de carga estática sobre la estructura. La estructura general de la definición de casos de carga se muestra en la Figura 34.

```
// Casos de carga estatica
Caso=Carga_Muerta
  [Reporta vector de fuerzas]
  [Reporta vector de desplazamientos]
  [Reporta desplazamientos nodales]
  [Reporta calculo de fuerzas en barras]
  [Reporta reacciones en apoyos]
  [Reporta Resultados de barras = 1 2 5]
  [Unidades de resultados [Longitud=*] [Fuerza=*] [Angulo=*]]
  [Cargas en los nodos [Longitud=*] [Fuerza=*] ]
  :
  [Cargas en las barras [Longitud=*] [Fuerza=*] ]
  :
Caso=Carga_Viva
  [Reporta vector de fuerzas]
  [Reporta vector de desplazamientos]
  [Reporta desplazamientos nodales]
  [Reporta calculo de fuerzas en barras]
  [Reporta reacciones en apoyos]
  [Reporta Resultados de barras = 1 2 5]
  [Unidades de resultados [Longitud=*] [Fuerza=*] ]
  [Resultados de barras = 5-8]
  [Cargas en los nodos [Longitud=*] [Fuerza=*] ]
  :
  [Cargas en las barras [Longitud=*] [Fuerza=*] ]
  :
  :
```

Figura 34 Datos para definición de casos de carga estáticos

Los datos que se deben ingresar para definir un caso de carga estático son los siguientes:

- **Caso=Nombre_del_caso.** Define e identifica los datos de un caso de carga. El nombre del caso de carga debe ser una sola palabra, sin espacios, de máximo 30 caracteres.
- Reporta **vector** de **fuerzas**. Indica al software que se incluya en el archivo de resultados el vector de fuerzas totales con el cual se soluciona el sistema de ecuaciones.
- Reporta **vector** de **desplazamientos**. Indica al software que se incluya en el archivo de resultados el vector resultante de la solución del sistema de ecuaciones, es decir, los desplazamientos asociados a cada uno de los GDL de los nodos que tienen posibilidad de movimiento.
- Reporta **desplazamientos** nodales. Esta opción permite ver todos los desplazamientos nodales, restringidos y no restringidos.
- Reporta calculo de **fuerzas** en **barras**. Esta instrucción indica que en el archivo de resultados se incluirán los resultados de multiplicar las matrices de rigidez por los desplazamientos en los nodos a los que la barra está conectado, así como la sustracción de las FEP (en su caso) para obtener las fuerzas en el sistema global de cada una de las barras.
- Reporta **reacciones** en apoyos. Indica que como parte de los resultados se obtendrán las reacciones en cada uno de los nodos que se han definido como apoyos.
- Reporta **resultados** de **barras**. Por defecto, se reportan los resultados de todas las barras, si por alguna razón se quiere que solamente se reporten los resultados de algunas barras se puede indicar mediante una lista con las barras de dos formas. Si los identificadores de las barras no son consecutivos se debe hacer una lista con los identificadores de las barras, separando cada identificador con al menos un espacio (**Caso=Carga_muerta** en Figura 34). La segunda forma es útil cuando los identificadores de las barras son consecutivos, y permite listar un grupo completo de barras uniendo los identificadores menor y mayor con un guion (**Caso=Carga_Viva** en Figura 34). Se pueden emplear ambas formas de listado simultáneamente.

- **Cargas en los nodos.** Define el inicio de datos que corresponden a cargas que se aplican directamente en los nodos de la estructura. Se pueden definir opcionalmente las unidades en que se ingresarán las cargas en los nodos, si no se definen unidades implica que los datos tienen las unidades definidas en el bloque de datos generales o que se está empleando un sistema congruente. En la sección 8.1 se muestra la forma en que se deben ingresar los datos de cargas nodales.
- **Cargas en las barras.** Define el inicio de datos que corresponden a cargas que se aplican en el interior de las barras, pudiendo tener un sistema de unidades propio. Se pueden ingresar cargas concentradas, uniformemente distribuidas y triangulares.
- **Unidades de resultados.** Define las unidades con las que se presentarán los resultados del caso de carga. Si no se definen las unidades de resultados éstos tendrán las unidades de trabajo definidos en la sección de datos generales.
- **Reporta Resultados de las barras.** Por defecto, se reportan los resultados de todas las barras, si por alguna razón se quiere que solamente se reporten los resultados de algunas barras se puede indicar mediante una lista con las barras de dos formas. Si los identificadores de las barras no son consecutivos se debe hacer una lista de con los identificadores de las barras, separando cada identificador con al menos un espacio (**Caso=Carga_muerta** en Figura 34). La segunda forma es útil cuando los identificadores de las barras son consecutivos, y permite listar un grupo completo de barras uniendo los identificadores menor y mayor con un guion (**Caso=Carga_Viva** en Figura 34). Se pueden emplear ambas formas de listado simultáneamente.

8.1 Cargas en los nodos

Las cargas en los nodos se ingresan como se muestra en la Figura 35, se pueden asignar cargas en los nodos en los sentidos X , Y y Z (globales). Primeramente se define el identificador del nodo a la cual se aplicará la carga mediante **n=** seguido del identificador del nodo, posteriormente se asigna la carga mediante **Fx=***, **Fy=*** y **Fz=***, así como momentos puntuales alrededor de los mismos ejes mediante **Mx=***, **My=*** y **Mz=***. Al igual

que en las secciones anteriores, si no se define algún valor de fuerza, ésta será considerada como nula.

```

Caso=Nombre_caso
...
Cargas en nodos [Fuerza=*] [Longitud=*]
  n=* [Fx=*] [Fy=*] [Fz=*] [Mx=*] [My=*] [Mz=*]
...

```

Figura 35 Ingreso de datos para cargas en los nodos

8.2 Cargas en las barras

8.2.1 Cargas concentradas

Para aplicar cargas concentradas en el interior de las barras se deben ingresar los datos como se muestra en la Figura 36. Se debe iniciar indicando la barra a la cual se le aplicarán las cargas mediante **n=** seguido del número identificador de la barra.

```

Caso=Caso_carga
...
Cargas en barras [Longitud=*] [Fuerza=*]
  n=10 Fy=-10 a=1.5
  n=10 Fy=-12 a=3.5
...

```

Figura 36 Datos para aplicar cargas concentradas en el sentido y local de la barra

Los datos que se muestran en la Figura 36 implica que se aplican dos cargas a la barra 10, la primera en una carga de 10 aplicada a 1.5 del nodo inicial, la segunda de 12 aplicada a una distancia de 3.5 del mismo nodo. Con esto se considera que sobre la barra 10 actúan dos cargas. Como se muestra en la Figura 37, se considera que las cargas se aplican respecto a los ejes locales de la barra, por tanto, para considerar que actúan en sentido contrario al eje y local se asigna un signo negativo.

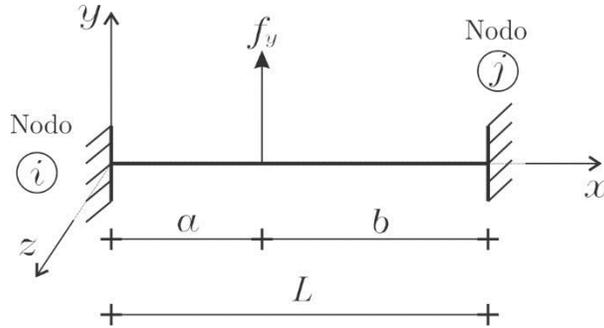


Figura 37 Parámetros de cargas concentradas aplicadas en barras en el sentido y local

Para que las fuerzas sean aplicadas de forma correcta, la barra debe tener definidos los GDL adecuados, es decir, deberían estar definidos al menos GDL de desplazamiento en \$y\$ (\$Dy\$) y de giro alrededor de \$z\$ (\$Gz\$). En otras palabras, NO se pueden aplicar cargas en el interior de una barra con **Tipo=Armadura**.

Al ingresarse los datos, los momentos en los nodos extremos de la barra se calculan con las siguientes ecs. (4.24) y (4.25).

$$m_{iz} = f_y \frac{a b^2}{L^2} \tag{4.24}$$

$$m_{jz} = -f_y \frac{a^2 b}{L^2} \tag{4.25}$$

Y las cargas que se aplican en los nodos extremos de la barra se obtienen con las ecs. (4.26) y (4.27).

$$f_{iy} = \frac{f_y b + m_{iz} + m_{jz}}{L} \tag{4.26}$$

$$f_{jy} = \frac{f_y a - m_{iz} - m_{jz}}{L} \quad (4.27)$$

De manera análoga, se pueden aplicar cargas concentradas en la barra respecto al eje local z , tal y como se indica en la Figura 38.

```

Caso=Caso_carga
...
Cargas en barras [Longitud=m] [Fuerza=ton]
  n=20  Fz=-20  a=2
  n=21  Fz=-2  a=3
...

```

Figura 38 Datos para aplicar cargas concentradas en el sentido z local de la barra

En la Figura 39 se muestran los parámetros empleados al ingresar cargas concentradas respecto al sistema z local.

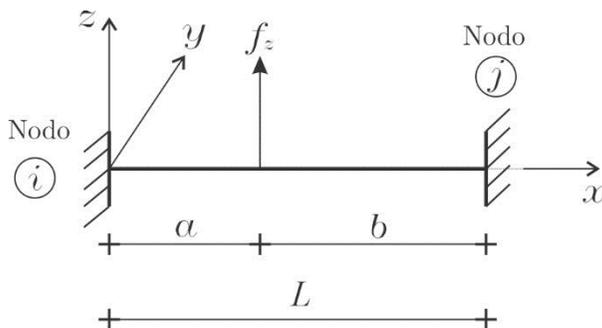


Figura 39 Parámetros de cargas concentradas aplicadas en barras en el sentido y local

Cuando se aplican cargas concentradas en la barra respecto al sistema z local, la barra debe ser del tipo tal que tenga grados de libertad de desplazamiento respecto al eje z (Dz) y giro respecto al eje y (Gy).

8.2.2 Cargas uniformemente distribuidas

En la Figura 40 se muestran los datos necesarios para ingresar cargas distribuidas en el interior de las barras. En el ejemplo mostrado se aplican dos cargas a la misma barra, para lo que se emplea el esquema mostrado en la Figura 41. Primero se especifica una carga uniformemente distribuida que parte del nodo inicial y termina a una distancia de 1.5 del nodo final. Posteriormente se adiciona a la carga anterior una carga distribuida que inicia a una distancia de 1.5 del nodo inicial y termina en el nodo final.

```

Caso=Caso_carga
...
Cargas en barras [Longitud=m] [Fuerza=ton]
  n=15  Wy=-3  a=0.0  b=1.5
  n=15  Wy=-5  a=1.5  b=0.0
...
    
```

Figura 40 Datos para ingreso de cargas distribuidas en barras

Es importante recordar que las cargas se ingresan en el sistema local de la barra, por tal motivo, si se quiere que la carga actúe hacia abajo, se debe incluir el signo negativo, tal y como se hace en la Figura 40.

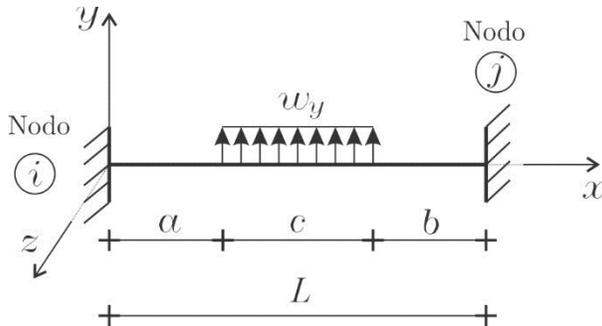


Figura 41 Parámetros de cargas distribuidas aplicadas en barras en el eje y local

Las FEP de este tipo de cargas se calculan de acuerdo con las ecs. (4.28) a (4.31).

$$m_{iz} = \frac{w_y}{L^2} \left[\frac{L^2}{2} \left((a+c)^2 - a^2 \right) - \frac{2L}{3} \left((a+c)^3 - a^3 \right) + \frac{1}{4} \left((a+c)^4 - a^4 \right) \right] \quad (4.28)$$

$$m_{jz} = -\frac{w_y}{L^2} \left[\frac{L}{3} \left((a+c)^3 - a^3 \right) - \frac{1}{4} \left((a+c)^4 - a^4 \right) \right] \quad (4.29)$$

$$f_{iy} = \frac{w_y c \left(b + \frac{c}{2} \right) + m_{iz} + m_{jz}}{L} \quad (4.30)$$

$$f_{jy} = \frac{w_y c \left(a + \frac{c}{2} \right) - m_{iz} - m_{jz}}{L} \quad (4.31)$$

Para que las fuerzas sean aplicadas de forma efectiva, la barra debe ser del tipo tal que debe tener GDL de desplazamiento en y (Dy) y de giro alrededor de z (Gz).

Al igual que en el caso de las cargas concentradas, se pueden aplicar cargas distribuidas respecto al eje z local, solamente substituya \mathbf{W}_y de la Figura 40 por \mathbf{W}_z , empleando como referencia la Figura 42.

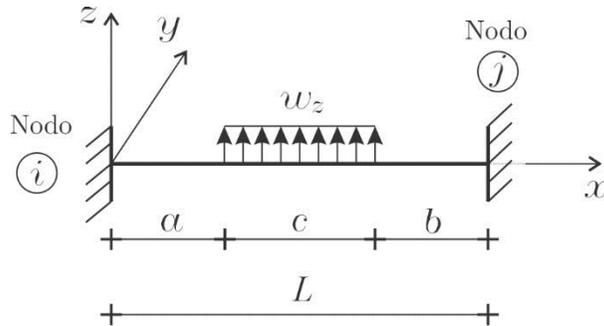


Figura 42 Parámetros de cargas distribuidas aplicadas en barras en el eje z local

Para el caso mostrado en la Figura 42, la barra debe ser del tipo tal que tenga GDL de desplazamiento respecto al eje z (Dz) y giro alrededor del eje y (Gy) locales.

8.2.3 Cargas triangulares

En la Figura 43 se muestran los datos que se deben ingresar para definir cargas triangulares en las barras. Primeramente, la forma en que se definen los datos para una carga triangular ascendente respecto al sentido de la barra, tal y como se define en la Figura 44. De esta forma, dicha línea de datos define una carga triangular ascendente que parte del nodo inicial y termina a una distancia de 2.5 del nodo final. Posteriormente se define una carga triangular descendente que inicia a una distancia de 2.5 del nodo inicial y termina en el nodo final, empleando como referencia los parámetros mostrados en la Figura 45.

```

Caso=Caso_carga
...
Cargas en barras [Longitud=*] [Fuerza=*]
    n=20 Tay=-10 a=0.0 b=2.5
    n=20 Tdy=-10 a=2.5 b=0.0
...
    
```

Figura 43 Datos para ingreso de cargas triangulares en barras

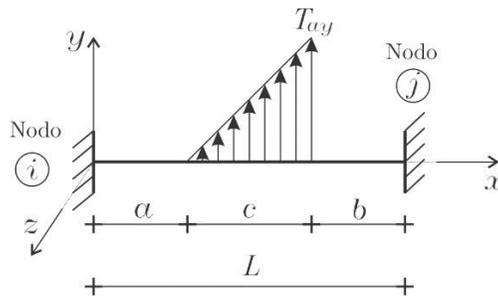


Figura 44 Parámetros de carga triangular ascendente en eje y

Al igual que en los casos anteriores, todas las cargas se definen en el sistema local de la barra. Si se desea que las cargas actúen en el sentido contrario al eje y , se debe asignar un signo negativo, tal y como se muestra en la Figura 43.

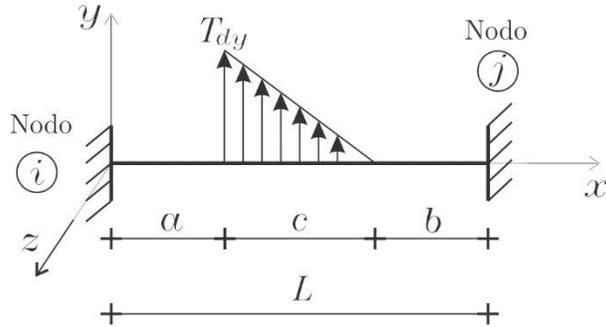


Figura 45 Parámetros de carga triangular descendente en eje y

Las FEP que genera una carga triangular ascendente se muestran en las ecs. (4.32) a (4.34)

$$m_{iz} = \frac{T_{ay}c}{60L^2} \left[10a^2(3b+2c) + c^2(10a+5b+2c) + 20abc \right] \quad (4.32)$$

$$m_{jz} = -\frac{T_{ay}c}{60L^2} \left[10b^2(3a+c) + c^2(15a+10b+3c) + 40abc \right] \quad (4.33)$$

$$f_{iy} = \frac{\left(\frac{T_{ay}c}{2} \right) \left(a + \frac{c}{3} \right) + m_{iz} + m_{jz}}{L} \quad (4.34)$$

$$f_{jy} = \frac{\left(\frac{T_{ay}c}{2} \right) \left(\frac{b+2c}{3} \right) - m_{iz} - m_{jz}}{L} \quad (4.35)$$

De forma análoga, se pueden aplicar cargas triangulares respecto al eje z local de la barra, cambiando **Tay** o **Tdy** por **Taz** o **Tdz** respectivamente, empleando como referencia la Figura 46 para la carga triangular ascendente y la Figura 47 para la carga triangular descendente.

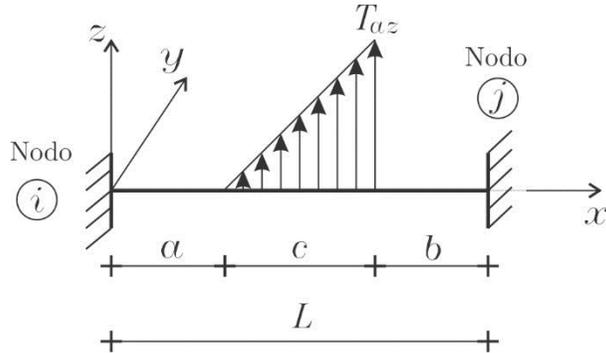


Figura 46 Parámetros de carga triangular ascendente en eje z

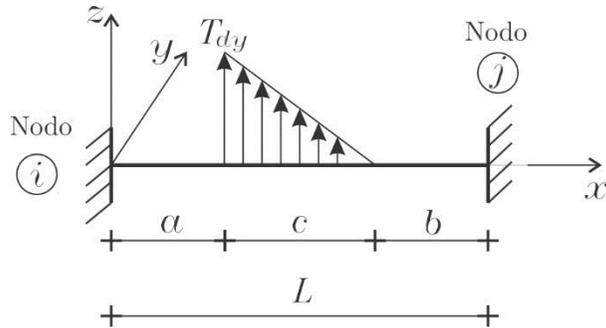


Figura 47 Parámetros de carga triangular descendente en eje z

9 CAMIONES PARA ANÁLISIS DE CARGAS MÓVILES

```

// Camiones
Camion=Nombre_camion [Longitud=*] [Fuerza=*]
  X=*   Fy=*
  X=*   Fy=*
  :
  CUD=*
  :
Camion=T3-S3 Longitud=m Fuerza=ton
  X= 0.00 Fy=-6.50
  X= 3.50 Fy=-9.75
  X= 4.70 Fy=-9.75
  X= 8.95 Fy=-7.50
  X=10.15 Fy=-7.50
  X=11.35 Fy=-7.50

Camion=T3-S2-R4 Longitud=m Fuerza=ton
  X= 0.00 Fy=-5.3
  X= 3.50 Fy=-8.4
  X= 4.70 Fy=-8.4
  X= 8.95 Fy=-8.4
  X=13.35 Fy=-8.4
  X=14.55 Fy=-8.4
  X=18.80 Fy=-8.4
  X=20.00 Fy=-8.4
...

```

Figura 48 Datos de camiones

Para realizar análisis de cargas vivas el usuario debe definir la geometría de las cargas que definen a cada uno de los vehículos o camiones con los cuales se realizará el análisis. Para definir cada uno de los camiones se requieren los siguientes datos:

- **Nombre del camión.** Con la finalidad de identificar al camión se le asigna un nombre, mediante la palabra **Camion=** seguido de una palabra, sin espacios, con un máximo de 30 caracteres. Es opcional en la misma línea donde se define el

nombre del camión indicar las unidades en las cuales se ingresarán los datos. (ver Figura 48).

- Geometría de las cargas del camión.** Se deben ingresar, por pares, la distancia desde la primera carga frontal del camión ($x=*$), así como la magnitud de la fuerza aplicada ($Fy=*$). Se considera que la fuerza se aplicará en el sentido del eje y local de la barra, tal como se plantea para cargas concentradas en barras (ver Sección 8.2.1). Algunos reglamentos requieren, además de las cargas por eje del camión de diseño, la aplicación de una carga uniforme distribuida, esto se realiza indicando **CUD=** seguida del valor de carga a aplicar, siguiendo los mismos criterios para cargas estáticas (ver sección 8.2.2). La carga distribuida será aplicada en todas las barras que definan el carril (ver sección 10) como una carga estática a las cuales se adicionan las cargas puntuales móviles.

A manera de ejemplo, en la Figura 48 se muestran los datos correspondientes al camión T3-S3 (Figura 49) y T3-S2-R4 (Figura 50).

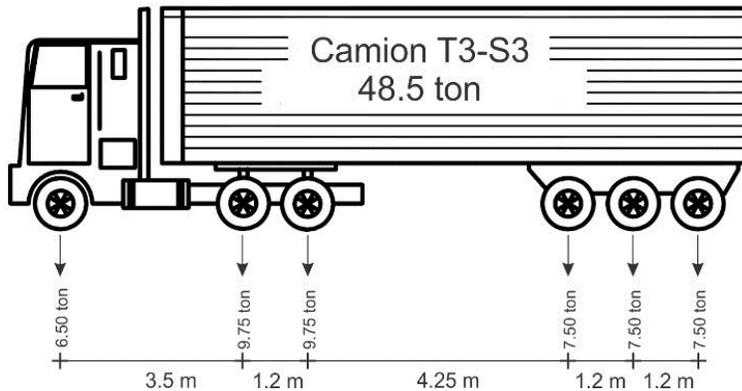


Figura 49 Geometría del camión T3-S3

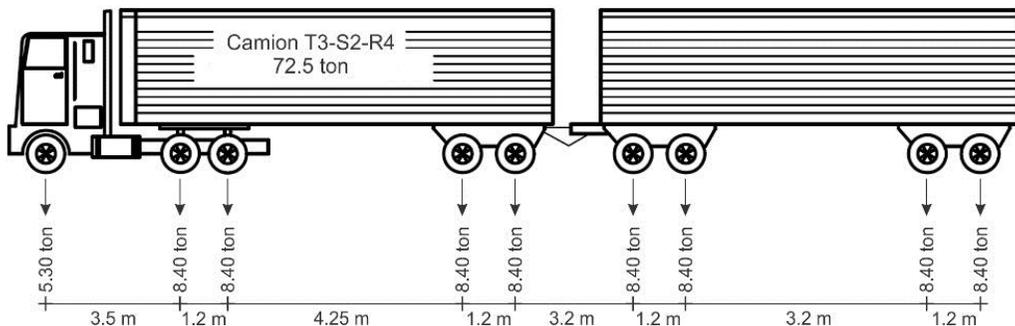


Figura 50 Geometría del camión T3-S2-R4

10 CARRILES PARA ANÁLISIS DE CARGAS MÓVILES

```
// Carriles
Carril=Nombre_carril_1
  Barras que definen el carril: 1 2 3 4-10
  [Unidades de resultados [Fuerza=*] [Longitud=*] ]
  [Barras para resultados = 8 10 14-20]
  [Reporta reacciones]

  Camion=Nombre_camion [Longitud=*]
  [Direccion=Avanza Incremento=*]
  [Direccion=Regresa Incremento=*]

  Camion=T3-S3 Longitud=cm
  Direccion=Avanza Incremento=1
  Direccion=Regresa Incremento=5

  Camion=T3-S2-R4 Longitud=cm
  Direccion=Avanza Incremento=2

Carril=Nombre_Carril_2
...
```

Figura 51 Datos para definir carriles de análisis de cargas vivas

Definir los carriles para realizar análisis de cargas vivas indicará al software el “camino” por el cual circularán los camiones. El carril se define mediante barras que forman parte de la estructura tal y como se muestra en la Figura 51, en la cual se muestran los siguientes datos:

- **Carril.** Define el nombre con el cual se identifica al carril. El nombre debe ser una sola palabra de máximo 30 caracteres.
- **Barras** que definen el **carril**. Se define un listado de los identificadores de las barras sobre las que se aplicarán las fuerzas de los camiones. La secuencia en la que se define la lista de las barras indica la dirección de avance, es recomendable que este sentido coincida con el sistema local de las barras como se

muestra en la Figura 52. Se puede definir la lista de barras separando cada identificador con uno o varios espacios (ej: 1 2 3, Figura 51) o indicando un grupo con identificadores consecutivos, uniendo los identificadores menor y mayor con un guion (ej: 4-10, Figura 51). En el ejemplo mostrado en la Figura 51 el carril lo definen las barras identificadas desde el número 1 hasta el número 10. Para el caso mostrado en la Figura 52, suponiendo que las barras mostradas definen todo el carril, se podría ingresar el dato como: **Barras** que definen el **carril: 1-7**.

- **Unidades de resultados.** Define las unidades con las cuales se reportarán los resultados del análisis de cargas vivas. Esta instrucción es opcional y si no se indica, los resultados serán reportados en las unidades de trabajo definidas en la sección de Datos Generales (ver sección 2.1).
- **Reporta reacciones.** En los resultados se muestran los valores extremos (máximos/mínimos) que alcanzan los elementos mecánicos que se presentan en los apoyos.
- **Barras de resultados.** Indica las barras de las cuales se reportarán los resultados. Se debe emplear un listado de las barras con criterio similar al que define el carril. En el ejemplo mostrado en la Figura 51, se indica que se reporten los resultados de las barras 8, 10 y de la 14 a la 20. Esta instrucción es opcional y si no se indica se reportan los resultados de todas las barras.
- **Camion.** Indica el nombre del camión que se aplicará sobre el carril. El camión debe estar definido en el bloque de datos de camiones (ver Sección 9). En la misma línea se pueden incluir las unidades de longitud con las que se definen el tamaño del paso con la cual se moverá el camión. Posterior a indicar el camión a aplicar se deben incluir una o dos líneas indicando (a) la dirección en la que se moverá el camión (**Dirección=Avanza/Regresa**) y (b) el tamaño del paso con el cual se moverá el camión en la dirección indicada (**Incremento=***). Para el ejemplo mostrado en la Figura 51, se indica que el camión T3-S3 se moverá en la dirección de avance (Figura 52) con incrementos de 1 cm y en la dirección de regreso (Figura 53) con incrementos de 5 cm. De manera análoga, para el camión T3-S2-R4 se

indica al software que el camión solo se moverá en el sentido de avance con incrementos de 2 cm.

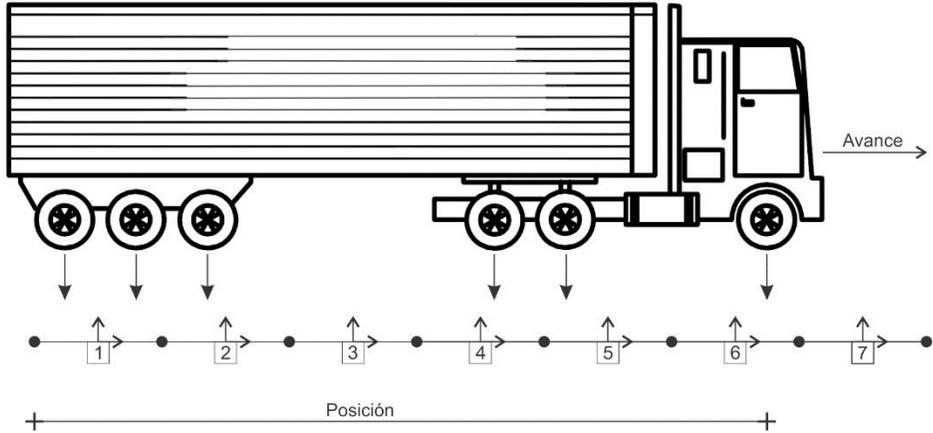


Figura 52 Camión moviéndose en dirección de avance

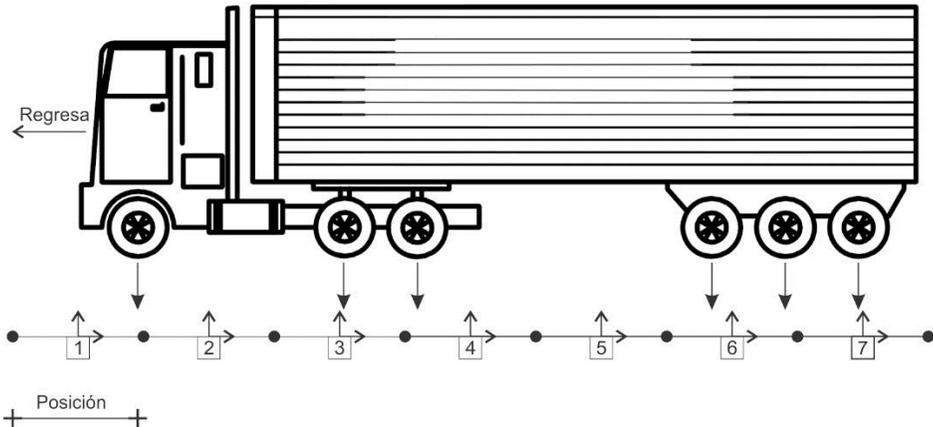


Figura 53 Camión moviéndose en dirección de regreso

Como resultado se reportan las envolventes de elementos mecánicos por cada carril definido que generan los camiones aplicados. En caso de que se quiera las envolventes

individuales que genera cada camión, se deberían de definir varios carriles en donde solamente se “apliquen” los camiones de manera individual.

Las envolventes se reportan de acuerdo a los valores extremos (máximos y mínimos) que alcanza cada elemento mecánico en todas las posiciones analizadas, así como las fuerzas que ocurrieron en el instante en que se presentó dicho elemento mecánico extremo. Por ejemplo, suponiendo que se analiza una estructura con barras tipo Marco 2D se reportarán 6 envolventes: de fuerza axial (N_x), de cortante (V_y) y de momento flexionante (M_z) máximas y mínimas en las barras. La envolvente de fuerza axial máxima ($N_x \text{ max}$) además del respectivo valor máximo reportará el valor de cortante (V_y) y momento flexionante (M_z) que ocurrió en la barra cuando se presentó la fuerza axial máxima, así como el sentido del movimiento del vehículo (avance/regresa) y la posición de este. Si más de un vehículo es aplicado sobre el carril, se reporta también el vehículo causante de tal condición.

La posición del vehículo se define como se muestra en la Figura 52 cuando la dirección es de avance. Cuando la dirección es de regreso, la posición se define como se muestra en la Figura 53.

Los valores extremos de las reacciones en los apoyos emplean un criterio similar al anteriormente descrito para las barras.

11 ANÁLISIS DE BASES DE DATOS DE CARGAS MÓVILES

```
// Bases de datos
Barras que definen el carril = 201-217
[Unidades de resultados [Fuerza=*] [Longitud=*] ]
[Barras de resultados = 302-309 400-409
[Reporta envolventes de fuerzas]
[Reporta reacciones en apoyos]

Base=C:\...\BD1.csv [Fuerza=*] [Longitud=*]
    Direccion=Avanza Incremento=*
    Dirección=Regresa Incremento=*

Base=C:\...\BD2.csv [Fuerza=*] [Longitud=*]
    Direccion=Regresa Incremento=*
...

```

Figura 54 Datos para análisis de cargas vivas empleando bases de datos

Para realizar análisis de cargas vivas donde los datos de vehículos están guardados en archivos (bases de datos) se deben indicar los datos siguientes:

- **Barras** que definen el **carril**. Se deben listar las barras en las cuales se aplicarán las fuerzas de los vehículos, empleando la misma sintaxis que en la sección 10). En el ejemplo mostrado en la Figura 54 las fuerzas se aplicarán sobre las barras 201 a 217.
- **Unidades de resultados**. Permite definir las unidades con las que se reportan los resultados. Si no se indica, se emplean las unidades indicadas en la sección de Datos Generales (sección 2.1)
- **Barras de resultados**. Define los identificadores de las barras de las cuales se reportarán los resultados. Se emplea la misma sintaxis que la mencionada en el título anterior (sección 10). Esta instrucción es opcional y si no se indica se reportan los resultados de todas las barras.
- Reporta **envolventes de fuerzas**. Indica al software que se calcularán las envolventes de elementos mecánicos, tanto de toda la base de datos como de cada

vehículo que se analiza. En caso de que no se indique esta instrucción solamente se reportarán los valores de elementos mecánicos extremos de las barras indicadas.

- Reporta **reacciones** en apoyos. Reporta los valores extremos de los elementos mecánicos que se tengan en los apoyos de la estructura.
- **Archivo de base de datos.** Se indica el nombre donde están guardados los datos vehiculares mediante **Base=Nombre_archivo_bd**. Se debe incluir la ruta completa al nombre solamente en caso de que el archivo donde se encuentran los datos de los vehículos a analizar se encuentre en un directorio diferente al software. En la misma línea se deben indicar las unidades con las cuales están los datos en el archivo. Posteriormente se indica con una o dos líneas la dirección con la que se moverán los vehículos (**Direccion=Avanza/Regresa**), así como el incremento con el cual se realizara dicho movimiento (**Incremento=*).** De esta manera, todos los vehículos de la base de datos se aplicarán con el mismo incremento las direcciones indicadas.

Los resultados se presentarán en varios archivos con extensión .RES. Se crearán uno por cada base de datos definida con los resultados en las barras (**nombre_archivo_bd - barras.res**) y otro mas si se solicitan los resultados de las reacciones en apoyos (**nombre_archivo_bd - Reacciones.res**), en donde se detallan los resultados respectivos para cada uno de los vehículos definidos en la base de datos.

Adicionalmente, en el archivo de resultados generales, se reportarán los valores extremos para cada una de las bases de datos, tanto de barras como de reacciones (si es que ésta última se solicita).

11.1 Formato de archivos de las bases de datos

Los datos vehiculares deben estar en un formato de archivo .CSV (*comma-separated values*) que se pueden leer fácilmente en Microsoft Excel®, conteniendo los datos en 50 columnas ordenadas de la siguiente manera:

- El primer renglón en el archivo es para los títulos de cada columna. A partir del segundo renglón se esperan los datos de pesos y separaciones de ejes de cada vehículo.
- **Columna 1 (A).** Número de ejes del vehículo
- **Columna 2–26 (B–Z).** Peso por eje del vehículo, ordenados del eje 1 al eje 25. Los ejes que no existan en el vehículo NO deben de contener datos. Si se tiene un peso por eje de cero se considerará que es un error de aforo y el vehículo no se toma en cuenta para los análisis.
- **Columna 27–50 (AA–AX).** Distancia entre los ejes 1–2, 2–3, 3–4, ... 23–34, 24–25. Las distancias entre ejes no válidas NO deben contener datos.

Las unidades tanto de los pesos por eje, como de las distancias entre ejes se indican al software como se muestra en la Figura 54.

En la Figura 55 se muestra un ejemplo de archivo de base de datos, denominado "Camiones SCT.csv", en donde se tienen los datos del camión T3-S3 (Figura 49) y T3-S2-R4 (Figura 50) con unidades de toneladas y metros.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
1	AXLES	AX_WT1	AX_WT2	AX_WT3	AX_WT4	AX_WT5	AX_WT6	AX_WT7	AX_WT8	AX_WT9	AX_SP1	AX_SP2	AX_SP3	AX_SP4	AX_SP5	AX_SP6	AX_SP7	AX_SP8
2	6	6.5	9.75	9.75	7.5	7.5	7.5				3.5	1.2	4.25	1.2	1.2			
3	9	5.3	8.4	8.4	8.4	8.4	8.4	8.4	8.4	8.4	3.5	1.2	4.25	1.2	3.2	1.2	3.2	1.2
4																		
5																		

Figura 55 Archivo de base de datos visualizado mediante Excel©

Apéndice A EJEMPLO DE ARCHIVO DE DATOS DE ARMADURA

En este apéndice se muestra el archivo de datos de una armadura plana correspondiente al Ejemplo 2.3.4 mostrado en el libro Aspectos Básicos del Método de Rigideces (Hernández Martínez, 2015), el cual se puede descargar gratuitamente en www.di.ugto/GEMEC

Ejemplo 2.3.4 de libro: Aspectos básicos del método de rigideces
Análisis de una armadura de cubierta a dos aguas

Unidades: Fuerza = ton
Longitud = cm

```
// Materiales Fuerza=kg Longitud=cm
Material=Acero E=2100000

// Secciones Longitud=cm
Seccion=5_cm2 Tipo=General A=5
Seccion=10_cm2 Tipo=General A=10
Seccion=20_cm2 Tipo=General A=20

// Datos generales de analisis
Unidades de fuerza = ton ! Unidades de trabajo
Unidades de longitud = cm
Escribe datos de la estructura
Escribe matrices de barras
Escribe matriz de estructura
Solucion por Factorización LDLT
Esquema de almacenamiento en Semi-ancho de banda

// Nodos Longitud=m
n=1 x=0 y=0
n=2 x=3 y=0
n=3 x=3 y=2
n=4 x=6 y=0
n=5 x=6 y=4
n=6 x=9 y=0
n=7 x=9 y=2
n=8 x=12 y=0

// Barras
n=1 i=1 j=2 Material=Acero Seccion= 5_cm2 Tipo=Armadura
n=2 i=1 j=3 Material=Acero Seccion=20_cm2 Tipo=Armadura
n=3 i=2 j=3 Material=Acero Seccion=10_cm2 Tipo=Armadura
n=4 i=2 j=4 Material=Acero Seccion= 5_cm2 Tipo=Armadura
n=5 i=3 j=4 Material=Acero Seccion=10_cm2 Tipo=Armadura
n=6 i=3 j=5 Material=Acero Seccion=20_cm2 Tipo=Armadura
n=7 i=4 j=5 Material=Acero Seccion=10_cm2 Tipo=Armadura
```

```
n=8 i=4 j=6 Material=Acero Seccion=5_cm2 Tipo=Armadura
n=9 i=4 j=7 Material=Acero Seccion=10_cm2 Tipo=Armadura
n=10 i=5 j=7 Material=Acero Seccion=20_cm2 Tipo=Armadura
n=11 i=6 j=7 Material=Acero Seccion=10_cm2 Tipo=Armadura
n=12 i=6 j=8 Material=Acero Seccion=5_cm2 Tipo=Armadura
n=13 i=7 j=8 Material=Acero Seccion=20_cm2 Tipo=Armadura

// Apoyos
n=1 Dx Dy
n=8 Dy

// Casos de carga
Caso = Unico
Reporta vector de fuerzas
Reporta vector de desplazamientos
Reporta desplazamientos
Reporta calculo de fuerzas en barras
Reporta reacciones

Cargas en nodos
n=1 Fy=-2 ;Carga sobre GDL restringido (apoyo)
n=3 Fy=-4
n=5 Fy=-4
n=7 Fy=-4
n=8 Fy=-2 ! Carga sobre GDL restringido (apoyo)
```

Apéndice B EJEMPLO DE ARCHIVO DE DATOS PARA VIGA

En este apéndice se muestra el archivo de datos para la viga mostrada en el Ejemplo 4.2.3 del libro “*Aspectos Básicos del método de Rigideces*” (Hernández Martínez, 2015).

Ejemplo 4.2.3 de libro: Aspectos básicos del método de rigideces
Ejemplo 3 de Vigas

```
// Datos generales de analisis
  Unidades de longitud=cm fuerza=ton
  Escribe datos de estructura
  Escribe matrices de barras
  Escribe matriz de estructura
  Solucion Factorizacion Cholesky
  Esquema de almacenamiento en semi-ancho de banda

// Materiales
  Material=Conc_fc250   E=238.751963

// Secciones Longitud=cm
  Seccion=25x60 Tipo=Rectangular   b=25   h=60

// Nodos Longitud=m
  n=1   x=0
  n=2   x=3
  n=3   x=7
  n=4   x=9

// Barras
  n=1 i=1 j=2 Material=Conc_fc250 Seccion=25x60 Tipo=viga
  n=2 i=2 j=3 Material=Conc_fc250 Seccion=25x60 Tipo=viga
  n=3 i=3 j=4 Material=Conc_fc250 Seccion=25x60 Tipo=viga

// Apoyos
  n=1 Dy Gz
  n=2 Dy
  n=3 Dy

// Casos de carga
  Caso = Unico
  Reporta vector de fuerzas
  Reporta vector de desplazamientos
  Reporta desplazamientos
  Reporta calculo de fuerzas en barras
  Reporta reacciones en apoyos
```

Cargas en los nodos **Fuerza=ton** **Longitud=m**
n=2 **Mz=-7**
n=4 **Fy=-10**

Cargas en barras **Fuerza=ton** **Longitud=m**
n=1 **Wy = -2**
n=2 **Wy = -3**

Apéndice C EJEMPLO DE ARCHIVO DE DATOS PARA MARCO PLANO

En este apéndice se muestra el archivo de datos correspondiente al Ejemplo 5.3.3 del libro “*Aspecto Básicos del Método de Rigideces*” (Hernández Martínez, 2015).

Ejemplo 5.3.2 de libro: Aspectos básicos del método de rigideces
Ejemplo 3 - Marcos Planos

```
// Datos generales de analisis
  Unidades fuerza = ton
  Unidades longitud = cm
  Escribe datos de estructura
  Escribe matrices de barras
  Escribe matriz de estructura
  Solución Gauss-Seidel
  Esquema de almacenamiento completo

// Materiales Fuerza=kg      Longitud=cm
  Material=Conc_fc200      E=197989.898732

// Secciones Longitud=cm
  Seccion=Columna Tipo=Rectangular      b=55      h=55
  Seccion=Trabe   Tipo=Rectangular      b=25      h=40

// Nodos      Longitud=m
  n=1      x=0      y=0
  n=2      x=6      y=0
  n=3      x=0      y=4
  n=4      x=6      y=4
  n=5      x=0      y=8
  n=6      x=6      y=8

// Barras
  n=1  i=1  j=3  Material=Conc_fc200  Seccion=Columna  Tipo=M2D
  n=2  i=2  j=4  Material=Conc_fc200  Seccion=Columna  Tipo=M2D
  n=3  i=3  j=5  Material=Conc_fc200  Seccion=Columna  Tipo=M2D
  n=4  i=4  j=6  Material=Conc_fc200  Seccion=Columna  Tipo=M2D
  n=5  i=3  j=4  Material=Conc_fc200  Seccion=Trabe    Tipo=M2D
  n=6  i=5  j=6  Material=Conc_fc200  Seccion=Trabe    Tipo=M2D

// Apoyos
  n=1      Dx      Dy      Gz
  n=2      Dx      Dy      Gz
```

```
// Casos de carga estaticos
  Caso = Unico
    Cargas en los nodos   Fuerza=ton
      n=4   Fx=2
      n=6   Fx=3

    Cargas en barras     Fuerza=ton   Longitud=m
      n=1   Wy=-1
      n=3   Wy=-1
      n=5   Wy=-2
      n=6   Wy=-3

  Reporta vector de fuerzas
  Reporta vector de desplazamientos
  Reporta desplazamientos nodales
  Reporta calculo de fuerzas en barras
  Reporta Reacciones en apoyos
```

Apéndice D EJEMPLO DE ARCHIVO DE DATOS DE RETÍCULA

En este apéndice se muestra el archivo de datos del Ejemplo 4.13 del Libro “*Análisis Estructural con Matrices*” (Rojas Rojas & Padilla Punzo, 2009).

Ejemplo 4.13 - Análisis Estructural con Matrices

```
// Datos generales de analisis
    Unidades de Fuerza = ton      ! Unidades de trabajo y de resultados
    Unidades de Longitud = cm
    Escribe datos de estructura
    Escribe matrices de barras
    Escribe matriz de estructura

// Materiales Fuerza=ton      Longitud=cm
    Material=Unico            E=221                G=88

// Secciones Longitud=cm
    Seccion=25x50 Tipo=General Iz=260416.666667 J=178906.25
    Seccion=20x50 Tipo=General Iz=208333.333333 J=98000

// Nodos Longitud=m
    n=1 x=0.0 z=0.0
    n=2 x=0.0 z=3.0
    n=3 x=4.0 z=3.0
    n=4 x=4.0 z=0.0

// Barras
    n=1 i=1 j=2 Material=Unico Seccion=25x50 Tipo=Reticula
    n=2 i=2 j=3 Material=único Seccion=20x50 Tipo=Reticula
    n=3 i=4 j=3 Material=Unico Seccion=25x50 Tipo=Reticula

// Apoyos
    n=1 Dy Gx Gz
    n=4 Dy Gx Gz

// Casos de carga
    Caso=Unico
    Reporta vector de fuerzas
    Reporta vector de desplazamientos
    Reporta desplazamientos nodales
    Reporta reacciones en apoyos
    Reporta calculo de fuerzas en barras

    Cargas en las barras Fuerza=ton Longitud=m
        n=1 Fy=-5 a=1.5 b=1.5
        n=3 Fy=-5 a=1.5 b=1.5
        n=2 Wy=-2 a=0 b=0
```

Apéndice E EJEMPLO DE ARCHIVO DE DATOS DE MARCO 3D

En este apéndice se muestra el archivo de datos del ejemplo 4.14 del libro “*Análisis Estructural con Matrices*” (Rojas Rojas & Padilla Punzo, 2009).

Ejemplo 4.14 - Análisis Estructural con Matrices
Marco 3D

```
// Datos generales de analisis
  Unidades de Fuerza = ton      ! Unidades de trabajo y de resultados
  Unidades de Longitud = cm
  Escribe datos de estructura
  Escribe matrices de barras
  Escribe matriz de estructura

// Materiales Fuerza=ton      Longitud=cm
  Material=Unico      E=158 G=47

// Secciones Longitud=cm
  Seccion=25x50 Tipo=General A=1250 Iz=260417 Iy=65104 J=178906
  Sección=30x60 Tipo=General A=1800 Iz=540000 Iy=135000 J=370980
  Seccion=30x30 Tipo=General A=900 Iz=67500 Iy=67500 J=114210

// Nodos Longitud=m
  n=1 x=-5 y=4 z=0
  n=2 x=0 y=4 z=0
  n=3 x=0 y=4 z=6
  n=4 x=0 y=0 z=0

// Barras
  n=1 i=1 j=2 Material=Unico Seccion=25x50 Tipo=M3D
  n=2 i=3 j=2 Material=unico Seccion=30x60 Tipo=M3D
  n=3 i=4 j=2 Material=Unico Seccion=30x30 Tipo=M3D

// Apoyos
  n=1 dx dy dz gx gy gz
  n=3 dx dy dz gx gy gz
  n=4 dx dy dz gx gy gz

// Casos de carga
  Caso = Unico
  Reporta vector de fuerzas
  Reporta vector de desplazamientos
  Reporta desplazamientos nodales
  Reporta reacciones en apoyos
  Reporta calculo de fuerzas en barras
```

Cargas	en barras	Fuerza=ton	Longitud=m
n=1	Wy=-6		
n=2	Fy=-15	a=3	

REFERENCIAS

- Cutchil, E., & McKee, J. (1969). Reducing de bandwidth of sparse symmetric matrices. *Proceedings of ACM National Conference* (págs. 157-172). New York, NY: Asociation for Computing Machinery.
- Hernández Martínez, A. (2015). *Aspectos Básicos del Método de Rigideces*. Guanajuato: Universidad de Guanajuato.
- Rojas Rojas, R. M., & Padilla Punzo, H. M. (2009). *Análisis Estructural con Matrices*. Ciudad de México: Trillas.