
UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO



DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

CAMPUS IRAPUATO – SALAMANCA

“IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPORCIÓN ÁUREA EN ESTRUCTURAS TPMS”

TESINA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN DE
LICENCIATURA EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:

CASAS DEL ÁNGEL ESTEPHANIA JAZVI

ASESOR

DR. AGUSTÍN VIDAL LESSO

SALAMANCA, GUANAJUATO

NOVIEMBRE 2025

CONTENIDO

INDICE DE FIGURAS.....	4
RESUMEN	5
ABSTRACT.....	7
Capítulo 1. Marco de Referencia y Teórico.....	9
1.1 Objetivo.....	9
1.2 Justificación.....	9
1.3 Antecedentes	13
1.4 Marco teórico	19
1.4.1 Proporción áurea.....	19
1.4.2 Parámetros estructurales	20
1.4.3 Método del elemento finito.....	21
1.4.4 Programa Ntopology.....	21
1.4.5 Métricas de malla.....	21
Capítulo 2. Metodología del trabajo	23
2.1 Descripción de la metodología.....	23
2.1.1 Selección de estructura TPMS.....	23
2.1.2 Aplicación de la proporción áurea en TPMS.....	25
2.1.3 Geometría	26
2.1.4 Material.....	27
2.1.5 Evaluación de malla.....	28
2.1.6 Condiciones de frontera.....	30
Capítulo 3. Análisis y discusión de resultados.....	32
3.1 Evaluación de TPMS.....	32

3.2 Especificaciones de espesor	32
3.3 Resultados de la evaluación de geometrías	33
3.3.1 Evaluación geometría Giroide	33
3.3.2 Evaluación de geometría Diamante	37
3.5 Discusión de resultados	42
3.5.1 Discusión de resultados Giroide	42
3.5.1 Discusión de resultados Diamante	43
Conclusiones	45
Bibliografía	46

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de flujo, metodología.	24
Figura 2. Representación de la celda con proporción áurea.	26
Figura 3. Vistas de la representación geométrica de la Giroide TPMS.	27
Figura 4. Comparación de oblicuidad y relación de aspecto de las estructuras Giroide y Diamante.	28
Figura 5. Oblicuidad del espesor 0.3607 - G.	29
Figura 6. Relación de aspecto del espesor 0.3607 - G.	29
Figura 7. Oblicuidad del espesor 0.3607 - D.	29
Figura 8. Relación de aspecto del espesor 0.3607.	30
Figura 9. Evaluación de desempeño estructural en Ansys.	31
Figura 10. Selección de elementos de malla.	31
Figura 11. Gráfica del parámetro mecánico – esfuerzo equivalente.	33
Figura 12. Gráfica del parámetro mecánico – deformación unitariamente equivalente.	34
Figura 13. Gráfica del parámetro mecánico - esfuerzo cortante.	34
Figura 14. Gráfica del parámetro mecánico - fuerza.	35
Figura 15. Gráfica del parámetro mecánico - volumen.	35
Figura 16. Gráfica del parámetro mecánico - energía.	36
Figura 17. Gráfica del parámetro mecánico - deformación unitaria.	36
Figura 18. Simulación de TPMS Giroide en ANSYS.	37
Figura 19. Gráfica del parámetro mecánico – esfuerzo equivalente.	38
Figura 20. Gráfica del parámetro mecánico – deformación unitariamente equivalente.	38
Figura 21. Gráfica del parámetro mecánico - esfuerzo cortante.	39
Figura 22. Gráfica del parámetro mecánico - fuerza.	39
Figura 23. Gráfica del parámetro mecánico - volumen.	40
Figura 24. Gráfica del parámetro mecánico - energía.	40
Figura 25. Gráfica del parámetro mecánico - deformación unitaria.	41
Figura 26. Simulación de TPMS Diamante en ANSYS.	41

RESUMEN

En la actualidad la investigación de la proporción áurea para su aplicación en el área mecánica ha ido incrementando, tal y como se ha observado en la relación de la ingeniería de materiales en conjunto con la medicina para la creación de materiales y cómo ayudar en los avances de tecnología médica, lo cual ha sido de gran impacto en muchos trabajos de investigación y aplicación de nueva tecnología.

Este trabajo analiza los efectos de la proporción áurea en las Superficies Mínimas Triplemente Periódicas (TPMS), enfocándose específicamente en las estructuras Giroide y Diamante. Esto se realiza por medio de la implementación de la proporción áurea en las estructuras TPMS antes mencionadas. Cabe mencionar que la proporción áurea, ampliamente reconocida por su número áureo, se aplica en esta investigación para analizar y optimizar los parámetros geométricos de la celda en sus dimensiones largo, ancho y alto de materiales celulares basados en las TPMS.

Para llevar a cabo este análisis se realizaron 5 modelos de estudio para una de las TPMS analizadas. En estos modelos se varió su espesor, siendo que a dos modelos se les aplicó la proporción áurea (0.2214 cm y 0.3607 cm), y los otros tres modelos fueron sin aplicación de proporción áurea (0.2918 cm, 0.4722 cm y 0.5 cm). La metodología incluyó la generación de modelos TPMS Giroide y Diamante en el programa NTopology, aplicando la proporción áurea para definir las dimensiones de las celdas y variando los espesores de pared. Estos modelos fueron sometidos a simulaciones estructurales en el programa Ansys, específicamente en el módulo de mecánica con el análisis de estructura estática, también conocido por su traducción al inglés como *static structural*. Aplicando el material de aleación de titanio Ti-6Al-4V por su biocompatibilidad.

Los principales parámetros mecánicos evaluados durante el análisis fueron esfuerzo equivalente, deformación unitaria equivalente, esfuerzo cortante, fuerza, volumen, energía interna y deformación unitaria, comparando modelos con y sin proporciones basadas en la proporción áurea.

Los resultados demostraron que la estructura Giroide diseñada con espesores basados en la proporción áurea presentaron menores esfuerzos equivalentes y una distribución de esfuerzos más uniforme en comparación con los modelos no proporcionales. Además, los parámetros de fuerza, volumen y energía aumentaron linealmente con el espesor, lo que sugiere un comportamiento estructural predecible. Por otro lado, la estructura Diamante muestra que en base a sus resultados el espesor no es relevante en los parámetros mecánicos, puesto que solo se observa un incremento de los esfuerzos cuando el espesor es extremadamente delgado.

ABSTRACT

Nowadays, the investigation of the golden ratio for its application in the mechanical area has been increasing, as has been observed in the relationship of materials engineering in conjunction with medicine for the creation of materials and how to help in the advancement of medical technology, which has been of great impact based on research works and new technology application.

This study analyzes the effects of the golden ratio on Triple Periodic Minimum Surfaces (TPMS), focusing specifically on the Giroide and Diamante structures. This study is done by implementing the golden ratio on the structures mentioned above. It is worth mentioning that the golden ratio, widely recognized for its golden number, is applied in this research to analyze and optimize the geometrical parameters of the cell in its length, width, and height dimensions of TPMS-based cellular materials.

To execute this analysis, five study models were made for one of the TPMS analyzed. The thickness of these models varied, with two models having the golden ratio applied (0.2214 cm and 0.3607 cm), and the other three models without the application of the golden ratio (0.2918 cm, 0.4722 cm, and 0.5 cm). The methodology included the generation of TPMS Giroide and Diamond models in NTopology software, applying the golden ratio to define cell dimensions and varying wall thicknesses. These models were subjected to structural simulations in Ansys, applying the Ti-6Al-4V titanium alloy material for its biocompatibility.

The main mechanical parameters evaluated during the analysis were equivalent stress, equivalent unit strain, shear stress, force, volume, internal energy, and unit strain, comparing models with and without proportions based on the golden ratio.

The results show that Giroide structures designed with golden ratio thicknesses exhibited lower equivalent strain and a more uniform strain distribution compared to non-proportional models. In addition, the force, volume, and energy parameters increased linearly with thickness, suggesting predictable structural behavior. On the other hand, the Diamante structure shows that based on its results, thickness is not relevant in the mechanical parameters, since an increase in strain is only observed when the thickness is extremely thin.

Capítulo 1. Marco de Referencia y Teórico

1.1 Objetivo

Analizar los efectos estructurales de la proporción áurea en las Superficies Mínimas Triplemente Periódicas – TPMS tipo Giroide y Diamante.

1.2 Justificación

El análisis de la aplicación de la proporción áurea en las superficies mínimas triplemente periódicas (TPMS) resulta ser de interés científico en la rama de la mecánica de materiales, para la observación del comportamiento de los sistemas de soporte con un enfoque de análisis estructural y mejora del diseño. En años recientes se han realizado investigaciones referentes a la aplicación de la proporción áurea en el campo de la medicina, la estética, el arte, la arqueología y en la ingeniería, con enfoques de mejora en las estructuras y diseño de estas [1]. Así mismo, también se han realizado investigaciones de las estructuras de TPMS desde el campo de la medicina, donde se ha aplicado la impresión de sistemas de soporte para ayudar en la recuperación en ciertos casos clínicos; inclusive se ha visto aplicada en la impresión 3D para la creación de modelos en el ramo automotriz, aeroespacial y de las ingenierías en general.

La proporción áurea se ha aplicado e investigado por ser un número irracional (Φ) $\phi \approx 1,618$ de la secuencia de Fibonacci el cual aplica las matemáticas y las proporciones para mostrar las estructuras perfectas y apreciables al ojo humano, demostrando así que las ecuaciones matemáticas rigen lo que es considerado equilibrado [2]. Como ejemplo de ello, se tiene la percepción de la naturaleza y la satisfacción que se genera en el humano al observarla. Se pueden mencionar las arquitecturas equilibradas y basadas en la proporción áurea, las cuales han sido

investigadas por varios científicos para comprobar el impacto de la proporción áurea en la percepción y la aplicación en la creación de estructuras.

A lo largo de varias investigaciones y objetos de estudio, se ha comprobado que la proporción áurea está presente en la naturaleza, para ilustrar esto, se tienen las hojas, los caracoles, los huesos del cuerpo humano, las galaxias, etc. Su presencia en la naturaleza y en cosas creadas por los humanos ha motivado a varios investigadores, arquitectos, ingenieros y artistas a mejorar sus diseños, optimizar su material y realizar un diseño ergonómico con base en las matemáticas, es decir, la aplicación del número irracional Phi ϕ .

Los resultados favorables en los estudios de la proporción áurea han fascinado al mundo de la investigación, en especial en el campo de la medicina, ya que en este sector de investigación se han comprobado varias hipótesis y cuestionamientos referentes al porqué algo es considerado perfecto o agradable a la vista humana cuando ha sido creado por humanos y no es propio de la naturaleza. Tal como son la arquitectura griega, las pinturas y todo aquello creado por los humanos que es agradable a la vista por la simetría que presenta. Las investigaciones han demostrado que existe una relación en estos casos con la naturaleza y, por ende, con la proporción áurea, la cual permite explicar todas estas interrogantes. En cuestión con la medicina, se ha demostrado su relación con el cuerpo humano y su estética, permitiendo a los doctores aplicar mejor sus conocimientos para el tratamiento de las personas. Cabe mencionar la rama de la medicina estética, donde varios estudios han demostrado la gran importancia de la relación de la estética con la proporción áurea para los rasgos faciales, las proporciones del cuerpo y el equilibrio en el cuerpo humano para ser considerado perfecto.

Por otro lado, en el caso de la investigación y aplicación de los sistemas de soporte TPMS se han observado pruebas y mejoras en los campos de la biomédica, la ingeniería aeroespacial,

ingeniería automotriz, ingeniería térmica, arquitectura y artes [3]. Las aplicaciones e investigaciones de este tipo de sistemas de soporte en el campo de la medicina han resaltado por sus buenos resultados, ejemplos de ello son varias investigaciones realizadas en los andamios óseos, los cuales son sistemas de soporte desarrollados para mitigar y eliminar el uso del injerto para la regeneración de hueso en zonas afectadas. Estos han evolucionado al aplicarse las estructuras TPMS para la mejora y optimización del material con el cual se realizan [4]. Lo cual ha sido gracias a que las estructuras TPMS poseen características únicas, como lo son la rigidez específica, continuidad total, control por ecuaciones matemáticas, resistencia, absorción de energía, representación implícita de funciones, fácil controlabilidad, gran suavidad, estructura ligera, ahorro de material y energía [4, 5, 6].

La aplicación de TPMS en la creación de andamios óseos resalta por lograr una estructura semejante a la estructura ósea humana, puesto que la porosidad de estas permite que los andamios óseos se incorporen de mejor manera al cuerpo humano, permitiendo la actividad de los procesos humanos por medio de este mismo diseño. Dicha mejora ha proporcionado que la estructura ajena al sistema se incorpore al cuerpo humano, promoviendo la proliferación de células humanas en zonas donde se colocan los andamios óseos.

La aplicación de las estructuras TPMS por si solas ha llamado la atención por sus buenos resultados y por las oportunidades de mejora que ofrece al momento de la aplicación. En concreto, se ha optimizado la geometría de las superficies de contacto, maximizando la eficiencia energética y reduciendo las pérdidas de calor [7] lo cual se debe a que su estructura porosa facilita la transferencia de calor y optimiza el flujo de fluidos. Los resultados se han observado en la aplicación de materiales que se utilizan en el ramo aeroespacial y automotriz, donde la

termodinámica y el comportamiento del fluido son claves para el diseño y modelado de las nuevas estructuras.

El objeto de la investigación en las TPMS se enfoca en mejorar los sistemas de soporte ya conocidos y se ha logrado por medio de la aplicación de estructuras porosas, puesto que están interconectadas y se pueden controlar en los ejes X, Y y Z por medio de las ecuaciones matemáticas que las rigen, permitiendo así el modelado de las TPMS de acuerdo con lo que se requiera fabricar y logrando las especificaciones del diseño.

Las grandes aportaciones de la proporción áurea y las TPMS al campo de la investigación y sus resultados en el campo científico ofrecen una posibilidad de investigación favorable en el análisis de la proporción áurea en las TPMS, este enfoque buscaría analizar los efectos en las TPMS y que resultado se obtendría en el diseño de materiales.

Tal objetivo de análisis se basa en los resultados obtenidos de varios estudios, tanto de la proporción áurea como de las TPMS y sus resultados óptimos, que han sido discutidos en artículos de investigación, los cuales han sido de gran aportación en el campo científico. A modo de ejemplo, se tiene la aplicación de la proporción áurea en estructuras de arquitectura donde se observa el equilibrio, la estética e inclusive la misma naturaleza; lo cual reafirma que la aplicación de la proporción áurea en otras estructuras sería de interés científico.

Aunado a lo anterior, se puede deducir que la proporción áurea se presenta en las TPMS, puesto que las TPMS tienen semejanza con el cuerpo humano; muestra de ello es la aceptación del andamio óseo por el cuerpo humano. Tomando en cuenta que se ha demostrado la presencia de la proporción áurea por medio del número irracional Phi y su relación con la naturaleza, se concluye que muy probablemente esté presente en las TPMS.

Por lo tanto, realizar este tipo de análisis permitiría cuestionarse si las TPMS pueden llegar a trabajar bajo este número irracional y si es posible mejorar en sus aplicaciones actuales por medio de este mismo. También este tipo de análisis representa un enfoque novedoso que vislumbra ser de gran potencial en el ramo de la ciencia, puesto que busca analizar las TPMS desde la aplicación de la proporción áurea, la cual ha mostrado poder ser aplicada en diversos aspectos de las ciencias naturales y exactas.

1.3 Antecedentes

Dentro del campo de la investigación, se han observado diferentes análisis y pruebas para la mejora de los sistemas de soporte, como lo son, las estructuras en la mecánica. Realizado por medio de las ecuaciones matemáticas, lo cual ha sido de gran relevancia para la mejora del diseño en el campo de la mecánica de materiales. La optimización de la elaboración de estructuras que cumplan con las especificaciones deseadas con base en la necesidad o aplicación ha sido el objetivo de varios investigadores en los campos de mecánica, arquitectura, medicina y termodinámica. Este interés e investigación por la mejora ha incentivado a varios estudiantes, doctores e investigadores a analizar la aplicación de diversas ecuaciones matemáticas, metodologías y estructuras para lograr obtener mejores resultados en la aplicación de las estructuras en el campo deseado.

En estas investigaciones se han aplicado diversos métodos numéricos como lo son el elemento finito, el método de Newton-Raphson, ecuaciones lineales, entre otros. Esto aplicado para la mejora de las estructuras de los materiales con tal de que cumplan las especificaciones y el rendimiento para lo que son elaborados. Una de las bases que se ha utilizado en recientes años es la aplicación del número de Fibonacci, el cual fue descrito por Leonardo de Pisa como una

secuencia de números donde se ve la relación de dos números consecutivos cualesquiera en la Secuencia de Fibonacci [1]. A partir de la secuencia de Fibonacci es que se obtiene la proporción áurea o proporción áurea (divina) el cual es un número irracional denotado por Phi ϕ y es aproximadamente 1.618034. Esta proporción provoca la sensación más agradable en la visión humana siendo que su existencia se encuentra en el mundo natural y ha sido aplicada por los arquitectos, artistas y científicos para crear estructuras lo más cercanas a lo que se considera la perfección basándose en este valor irracional ϕ .

La proporción áurea se ha visto aplicada en proteínas, aminoácidos, el cerebro, el cuerpo humano, la naturaleza, planetas, galaxias, etc. Este tema ha despertado el interés en matemáticos, artistas, científicos naturales, filósofos, ingenieros, biólogos, artistas, arquitectos, músicos, psicólogos, diseñadores, etc., puesto que sus aplicaciones y existencia se encuentran en todo lo que nos rodea e inclusive lo que no observamos a simple vista. Este valor hoy en día se encuentra en investigaciones científicas, filosóficas y artísticas [1-2]. La proporción áurea no solo se ha aplicado en cuestiones estéticas como antes se ha mencionado, sino que también se ha buscado su aplicación en el diseño de estructuras de materiales con el objetivo de crear materiales y estructuras que satisfagan las necesidades de resistencia y dimensiones especificados.

La proporción áurea ha sido una de las bases que se han tomado en la investigación para la mejora de las estructuras o bien como un punto referencial para la optimización de las estructuras. A la par de este se han visto aplicados otros métodos y ecuaciones matemáticas para la mejora del diseño entre los cuales se destacan las estructuras de superficie mínima triplemente periódica (TPMS, por sus siglas en inglés Triply Periodic Minimal Surfaces) el cual es otro tipo de estructura que ha sido investigado y aplicado en recientes años para la mejora del diseño en materiales, el cual busca la aplicación de las matemáticas para el desarrollo de estructuras ideales a las

necesidades del diseño. Las estructuras TPMS han presentado: estructura ligera, ahorro de material y energía [3]; alta resistencia, absorción de energía [4], representación implícita de funciones, fácil controlabilidad, gran suavidad, continuidad total y rigidez específica [5]. Dichas propiedades son gracias a que las TPMS se expresan mediante funciones implícitas donde la curvatura media desaparece en cada punto, también está interconectada sin huecos cerrados y tiene una alta relación superficie-volumen, lo cual le permite ser utilizado en el ramo de la medicina [5].

Un campo de la investigación de la medicina se ha enfocado en buscar opciones que permitan la restauración del defecto óseo, limitando o bien eliminando el uso del injerto en la zona que se requiere. Un resultado exitoso de estas investigaciones para la regeneración de tejido en el cuerpo humano es por medio del uso del andamio óseo, el cual es un elemento que sirve como plantilla y soporte estructural para las interacciones celulares y la formación de tejido. En referencia con los materiales, aquellos con una estructura porosa interna que reemplazan hueso dañado y sirven como soportes para procesos regenerativos son una herramienta fundamental, puesto que el diseño geométrico influye en las propiedades del andamio óseo. Las características relevantes de estas estructuras son el tamaño de poro, el porcentaje de porosidad y las propiedades geométricas, las cuales son las que más influyen en las propiedades mecánicas, biológicas y de permeabilidad del andamio óseo [7]. Deben cumplir ciertas características para la regeneración ósea, como lo son: propiedades mecánicas similares a las del sitio de reparación, biocompatibilidad y biodegradabilidad a un ritmo acorde con la remodelación [8].

En realidad, la geometría y la topología de las TPMS son similares a las estructuras naturales, por lo tanto, las TPMS poseen numerosos méritos sobresalientes para aplicaciones biológicas por ser diseños biomiméticos o biomorficos donde las propiedades mecánicas se han investigado para la creación de soportes de ingeniería para la evaluación en el impacto del diseño

y la porosidad en la resistencia mecánica [7]. Otra característica que se toma en cuenta es que sean elementos osteo conductivos, es decir, materiales que permitan el crecimiento del hueso en su interior. Los soportes con este tipo de estructuras y materiales permiten la sustitución progresiva del hueso vivo adyacente [8].

La aplicación de TPMS en los soportes de ingeniería de tejidos y los implantes médicos ha sido gracias a que las estructuras porosas TPMS tienen 2 características principales. Primeramente, la estructura completa se puede expresar con precisión mediante funciones matemáticas, logrando así que se puedan controlar los rendimientos básicos (porosidad y volumen) directamente ajustando los parámetros de la función. La segunda característica que se le atribuye es la suavidad, puesto que, las superficies de TPMS son muy suaves, sin bordes afilados ni uniones como las estructuras reticulares [3]. Las TPMS han mostrado ser una estructura ideal para imitar la morfología ósea, al poder formar varias estructuras porosas, las cuales tienen una afinidad natural por la estructura del andamiaje biológico que puede construir modelos parametrizados. También se ha observado que la permeabilidad ha demostrado ser mayor que otras estructuras porosas, esto es gracias a que la estructura porosa interconectada es válida para reducir el efecto de protección contra la tensión al reducir el módulo de Young del implante, lo que favorece la formación de una osteointegración estable a largo plazo [9].

Se ha demostrado que las TPMS se comportan periódicamente en las direcciones X, Y y Z en el espacio tridimensional, por lo que pueden llenar perfectamente el espacio en las 3 dimensiones [10]. Esto se ha observado en superficies naturales que se encuentran en mariposas, exoesqueletos de gorgojos y hojas. También se ha visto en los resultados de otras investigaciones, las superficies mínimas son esencialmente lisas y continuas, sin bordes o esquinas afilados, sin concentración de tensiones y con buenas propiedades mecánicas con base en la optimización

matemática de la morfología de la superficie para la fabricación y espacio de diseño [10-13]. Lo anterior ha demostrado que la estructura TPMS tiene una estructura porosa interconectada y lisa, que es beneficiosa para aliviar la concentración de esfuerzos y mejorar el rendimiento mecánico de los andamios óseos, al ser un método de diseño de estructura porosa ideal y conveniente para construir modelos de andamios óseos por lo que se puede simular la estructura ósea natural, permitiendo la proliferación y diferenciación celular en el andamio óseo [11].

La importancia de la porosidad en la estructura de los andamios óseos radica en la optimización de la regeneración ósea, puesto que imitan los tejidos óseos biológicos para que se logre integrar con el tejido que se encuentra en contacto, permitiendo que muchos procesos celulares (difusión de oxígeno, intercambio iónico y transporte de nutrientes) se lleven a cabo en la región donde se colocó el andamio óseo. Esto permite un crecimiento optimizado de los tejidos óseos gracias a la regeneración tisular [12].

Dentro de este campo de estudio en la medicina, no solo se ha investigado la aplicación de las estructuras TPMS, sino que también la aplicación de la proporción áurea en el campo de la estética, donde se toma un enfoque estético para estudiar las dimensiones faciales de las personas a base de la cultura, rasgos y características principales. Dentro de las investigaciones se han obtenido resultados en los cuales la población se inclina por las proporciones áureas estéticas, mostrando ligeras desviaciones, empero siendo un punto clave para el campo de la medicina y la estética facial reconstructiva [14].

Respecto a la parte de la mecánica y la aplicación de la proporción aurea se tienen ejemplos específicos de la aplicación de la proporción aurea donde se pueden citar 3 casos los cuales son en el vidrio metálico, en las grietas del hormigón y en un problema de oscilador acoplado. La primera investigación sobre el vidrio metálico llegó a la conclusión de que el orden de la proporción áurea

es una característica estructural universal en el vidrio metálico, ya que en los diagramas geométricos estandarizados de la investigación se observó que siempre está oculto en estas estructuras geométricas desde la perspectiva de la lógica matemática [15]. En la segunda investigación se discutió el fenómeno de agrietamiento de materiales cuasifrágiles donde se pone en juego la proporción áurea. En esta se argumentó que la centralidad de la proporción áurea en el patrón de grietas de los elementos de hormigón tiene profundos significados físicos y revela la existencia de una ley de efecto tamaño del espaciamiento de grietas, esto siendo respectivo a algún patrón natural. Un punto relevante de esta investigación se destaca en que la proporción áurea aparece en el patrón de grietas de los elementos investigados a diferentes escalas [16]. En el tercer ejemplo se buscó demostrar que la proporción áurea y su inversa aparecen en la solución del problema del oscilador acoplado, donde se contemplaron dos masas idénticas conectadas a dos muelles idénticos sin masa. En esta investigación se llegó a la conclusión de que la proporción áurea entra en el problema físico porque la ecuación cuadrática utilizada para encontrar las frecuencias propias es exactamente la misma que la ecuación cuadrática que se tiene que resolver para obtener la proporción áurea a partir de la sección áurea. Así pues, la proporción áurea entró en el sistema mecánico de interés [17].

Otros ejemplos de la aplicación de la proporción áurea en la ingeniería se tienen en el concepto de PhiMatrix el cual es un dispositivo de diseño gráfico que permite analizar y aplicar la relación de Phi ϕ en cualquier imagen, otro es una investigación aplicada por la NASA donde su investigación se demostró la relación de las dimensiones de los diámetros de la Tierra, la Luna, el espacio de los planetas desde el Sol y correlación con potencias exponenciales de Phi ϕ . También se observó su presencia en la estructura del Partenón.[18].

Por lo tanto, las estructuras TPMS y la proporción áurea son de gran relevancia en la investigación científica, puesto que la proporción áurea se ha aplicado desde el campo de la medicina hasta las prácticas jurídicas [19] y las estructuras TPMS desde la medicina hasta el diseño de intercambiadores de calor compactos [20] en aplicaciones como absorbedores de energía que tienen aplicación en la construcción, ingeniería aeroespacial y automotriz.

1.4 Marco teórico

A continuación, se presentan breves descripciones de los conceptos base que se abordan en el texto, dichos conceptos para la investigación son la proporción áurea, los parámetros estructurales, tales como: esfuerzo equivalente, deformación unitaria equivalente, esfuerzo cortante, fuerza, volumen, energía interna y métricas de malla. También se requiere definir lo que es el elemento finito y el programa Ntopology.

1.4.1 Proporción áurea

El concepto de proporción áurea también se conoce por otros nombres como, por ejemplo: proporción divina, por su traducción al inglés *golden ratio*, sección áurea o bien medida áurea. Cabe mencionar que la proporción áurea nace por los filósofos griegos para denominar a lo que ellos admiraban como la belleza y el equilibrio único en la naturaleza. Por ello la primera definición de este concepto fue dada por Euclides de Alejandría en el año 300 a.C., donde menciona: “se dice que una recta ha sido cortada en extrema y media razón cuando la recta entera es al segmento mayor como el segmento mayor es al segmento menor”. En la actualidad la proporción áurea tiene un valor aproximado de 1.6418034 al cual se le relaciona con la letra griega Phi, el cuál es un número con propiedades únicas, simple e irracional [21].

1.4.2 Parámetros estructurales

Referente a los conceptos de parámetros estructurales que se abordaron en la investigación, sus definiciones bases son las siguientes:

- La fuerza, es una magnitud vectorial que es determinada por su magnitud, dirección y sentido. Esta llega a representar la causa de aceleración, desplazamiento y deformación de un cuerpo [22].
- El volumen, hace referencia a la cantidad de espacio que es ocupado por un cuerpo o elemento, esto es calculado como el producto de área por la altura [23].
- La energía interna, es la suma de las energías cinéticas y potenciales de las partículas que componen a un sistema, así mismo está relacionada con las transferencias de energía en forma de trabajo y calor [24].
- El esfuerzo equivalente, es la resistencia interna que es ofrecida por unidad de área del material que se opone a una carga externa aplicada. Es decir, este esfuerzo se puede derivar de los esfuerzos normales y cortantes que actúan sobre un plano oblicuo dentro del material [24].
- La deformación unitaria equivalente, es el cambio de la longitud por unidad de longitud, esto debido a una carga normal sobre el material, es decir, es la fracción de cambio de longitud respecto a la longitud original [24].
- El esfuerzo cortante, es la fuerza por unidad de área que actúa en dirección tangencial a la superficie del material, lo cual produce una deformación por el desplazamiento en paralelo [25].

1.4.3 Método del elemento finito

El método de elemento finito, también conocido como *Finite Element Method* por sus siglas en inglés FEM. El método consiste en la subdivisión de la geometría que se quiere analizar por medio de elementos finitos, estos se encuentran a su vez conectados por medio de nodos. Siendo que el conjunto de nodos y elementos crean la malla, la cual permitirá la simulación del objeto para realizar el análisis estructural deseado, para llegar a obtener información de las deformaciones, tensiones, desplazamientos, rendimientos o fatiga.

Este método también es conocido en la ingeniería como un medio para resolver diferentes tipos de ecuaciones, puesto que es una técnica numérica para resolver ecuaciones diferenciales parciales. Lo cual se logra por medio de la expansión de la solución en una serie de funciones básicas que se definen localmente en diferentes regiones conocidas como elementos, es decir, transforma vectores ordinarios en un espacio vectorial que puede resolverse numéricamente. Se utiliza ampliamente para abordar diversos procesos complejos, incluidos aquellos que implican crecimiento y agregación simultáneos. [26] a [28]. La metodología que implementa se ha visto aplicada a diferentes programas tales como NTopology y Ansys.

1.4.4 Programa NTopology

Es un programa avanzado de ingeniería para diseño generativo y optimización topológica, utilizado principalmente para crear estructuras y piezas complejas usando técnicas de modelado paramétrico y optimización basadas en elementos finitos. El programa permite la creación de geometrías que cumplen requisitos específicos, este utiliza un algoritmo basado en la densidad para la optimización de la topología y se basa en la aplicación de elementos finitos [29] a [30].

1.4.5 Métricas de malla

En la evaluación de la calidad de la malla generada se trabajaron con 2 conceptos básicos los cuales son oblicuidad y relación de aspecto.

- La oblicuidad o bien por su traducción en inglés *skewness* es la medida principal angular de la calidad de un elemento con respecto a los ángulos de los tipos de elementos ideales. Esta determina cuán cerca está una cara o celda de lo ideal (es decir, equilátera o equiángula). El rango aceptable de asimetría es de 0 a 0.5 [31].
- La relación de aspecto o por su traducción al inglés *aspect ratio*, es el que cuantifica la calidad de los elementos, donde 1 es un elemento tetraédrico de forma perfecta y la forma del elemento empeora a medida que aumenta la relación de aspecto. Esta se define como la relación entre la longitud más corta del elemento y la longitud más larga del elemento. [31].

Capítulo 2. Metodología del trabajo

2.1 Descripción de la metodología

La metodología que se llevó a cabo para la investigación comienza en la selección de la estructura TPMS a la cual se le aplicará la proporción áurea por medio de un modelado, para así proceder a la evaluación de esta misma, con el fin de observar el desempeño estructural con base en los parámetros mecánicos (Figura 1).

2.1.1 Selección de estructura TPMS

Como se mencionó, se debe seleccionar el tipo de estructura de TPMS adecuada en andamios óseos para la aplicación de la proporción áurea. Para ello, varios estudios han evaluado diferentes tipos de estructuras para observar su comportamiento mecánico; uno de ellos se basó en la comparación entre las distintas estructuras con cuatro densidades relativas diferentes. La observación se basó en la evaluación de la tensión y absorción de energía específica. Los resultados mostraron que la TPMS Diamante (D) presenta el esfuerzo más elevado seguida de la de TPMS Giroide (G), luego la de TPMS por su base en inglés como I Wrapped Package (I-WP) y por último la TPMS Primitiva (P) [32]. En otro estudio se tomó como base el módulo elástico para demostrar la relación entre el módulo elástico direccional máximo y mínimo, puesto que, depende de la fracción volumétrica de la fase sólida, y en general, esta disminuye a medida que aumenta la fracción volumétrica de la fase sólida. En las estructuras Diamante y Giroide se observó una fuerte dependencia en la dirección diagonal y una débil en dirección axial, mientras que en la I-WP mostró una fuerte dependencia direccional entre el módulo elástico y un bajo volumen fraccionario, además presentó su índice más alto de anisotropía universal mostrando el mismo comportamiento de ser más fuerte en dirección diagonal y más débil en dirección axial [33].

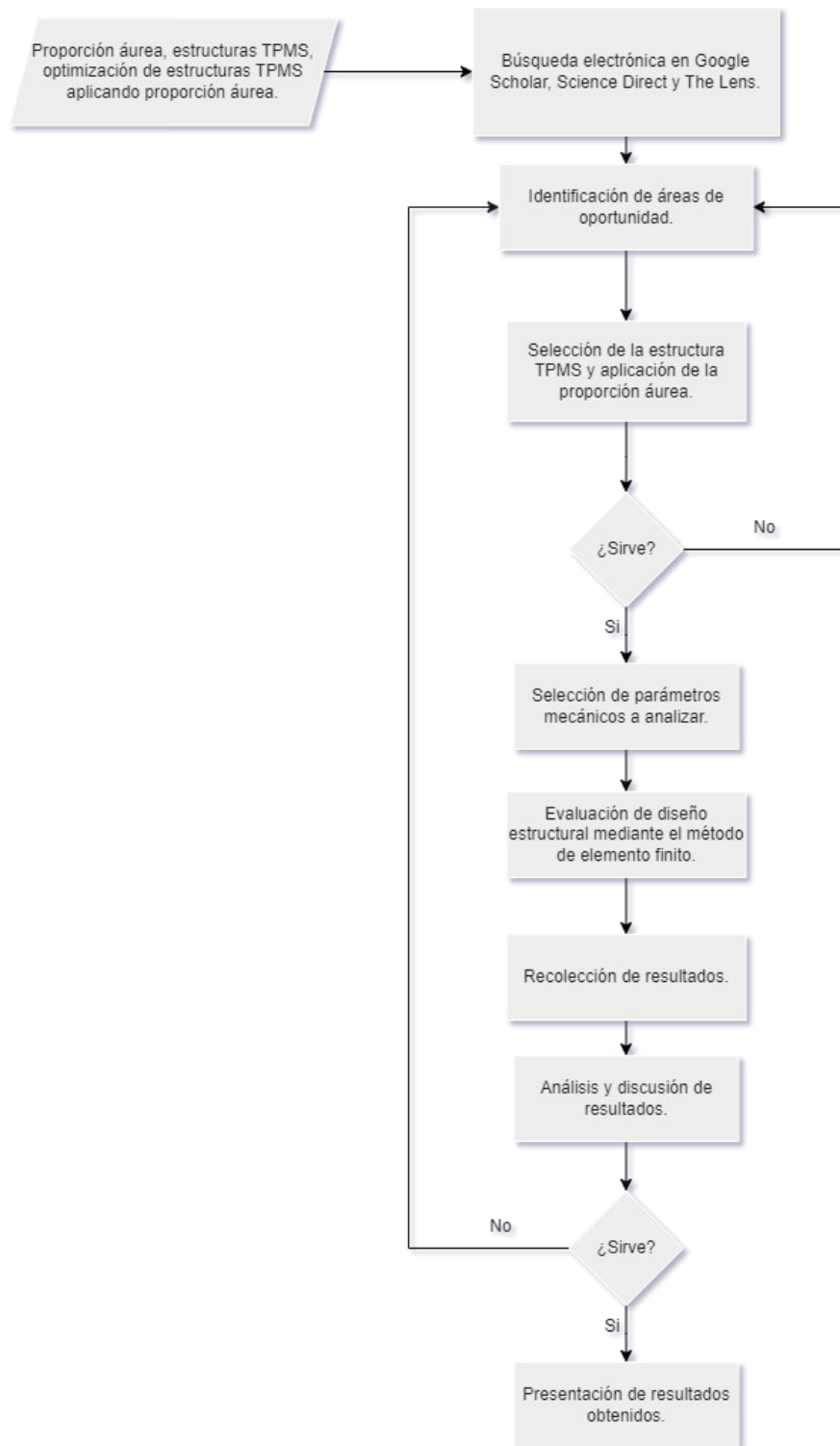


Figura 1. Diagrama de flujo, metodología.

Elaboración propia.

Así mismo, se deben contemplar la porosidad, permeabilidad y propiedades mecánicas, puesto que un aumento de la porosidad conllevaría un aumento de la permeabilidad, pero una disminución de la resistencia mecánica, mientras que diferentes formas de poro pueden resultar en diferentes propiedades mecánicas y permeabilidades. Considerando lo anterior, la estructura Giroide presenta una mejor rigidez y resistencia a la torsión que otras estructuras (Piramidal y Diamante), mostrando que la estructura brinda un control flexible de las propiedades biológicas, mientras que aumenta la resistencia mecánica, mostrando una relación estable entre la porosidad y permeabilidad [34] a [35].

2.1.2 Aplicación de la proporción áurea en TPMS

La TPMS fue sustentada por la sección anterior (2.1.1), por lo cual la TPMS Giroide fue la seleccionada y, para reforzar su aplicación, se trabajó de manera paralela con la TPMS Diamante, puesto que ambas mostraron buenas propiedades; sin embargo, se resalta la TPMS Giroide, puesto que es de las más adecuadas con base en las investigaciones previas y sus propiedades demostradas para realizar el estudio. Con la estructura definida se procedió a la aplicación de la proporción áurea a la geometría, para ello se utilizó el programa NTopology en el cual se generó la TPMS Giroide. Este programa permite la creación de geometrías complejas y trabaja bajo la instrucción de ecuaciones para la creación de las geometrías. La generación de la estructura en NTopology fue fundamentada en la ecuación para la TPMS Giroide que se encuentra cargada en dicho programa; después se creó una celda con la geometría a la cual se le aplicó la proporción áurea propuesta (Figura 2). Esto se logró al modificar los parámetros de diseño externos como lo son su largo, ancho y alto; aunado a ello, se modificó el espesor interior de la TPMS. Una vez que se ha generado la celda, se relaciona con la TPMS Giroide para que así, la TPMS creada tenga las dimensiones de la celda para que se le asigne un cuerpo, el cual sirve de base para poder exportar como geometría (Figura 3).

Una vez definida la celda, se utilizó como referencia para acoplarla con la TPMS Giroide, de modo que esta última adoptara las dimensiones correspondientes y pudiera asignarse como un sólido exportable. Esto mismo se aplicó para la TPMS Diamante, con un fin comparativo de las TPMS.

2.1.3 Geometría

Cabe destacar que las cuatro caras rectangulares de la celda generada corresponden a lo que se conoce en la literatura como “rectángulo perfecto”, ya que la relación entre el lado más largo y el más corto es igual al número áureo (ϕ). Los modelos desarrollados conservaron la geometría basada en la proporción áurea, variando únicamente el espesor de la estructura, con configuraciones tanto que respetan como que no respetan dicha proporción áurea.

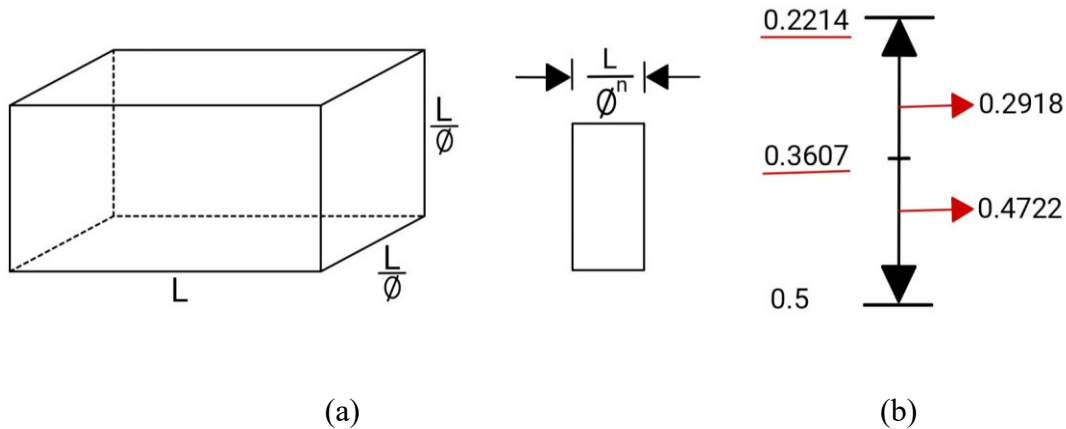
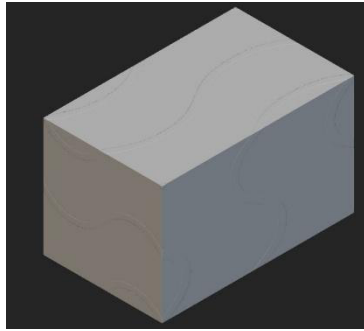


Figura 2. Representación de la celda con proporción áurea.

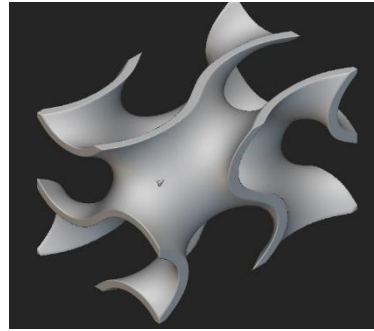
Nota. Dicha representación toma como referencia $\phi = \text{Phi} = 1.618$, $L = \text{lado} = 6.472 \text{ cm}$ y $n = \text{número entero} = 6,7$.

(a) Representación de la celda donde se coloca la geometría TPMS. (b) Espesor interior de la geometría TPMS.

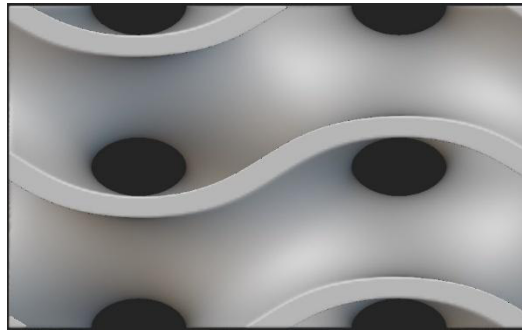
Elaboración propia.



(a)



(b)



(c)

Figura 3. Vistas de la representación geométrica de la Giroide TPMS.

Nota. Representación de la generación de la estructura Giroide en NTopology. (a) Vista de la celda. (b) Vista isométrica. (c). Vista lateral. Elaboración propia.

2.1.4 Material

Una vez exportada la geometría, se importó al programa Ansys para evaluar el diseño estructural mediante el método de elementos finitos. Para llevar a cabo este análisis, se asignó el material de aleación de titanio Ti-6Al-4V, debido a su alta resistencia a la corrosión y buena biocompatibilidad con el cuerpo humano [36].

2.1.5 Evaluación de malla

Con el objetivo de limitar el tamaño del elemento de estudio se evaluó la calidad de malla de las estructuras Giroide y Diamante, por las preferencias físicas de oblicuidad y relación de aspecto de cada espesor. Los resultados nos muestran que se tiene una buena calidad de malla puesto que los parámetros de aceptación de oblicuidad van de 0 al 0.5 y de la relación de aspecto del 1 en adelante (siendo el mejor resultado no lejano a 1), esto se demuestra en la figura 4 al ver que se tienen valores de oblicuidad entre 0.25 +/- 0.02 y no se llega al valor de 2 en la relación de aspecto.

Espesor	Calidad de malla			
	Gyroide		Diamante	
	Skewness	Aspect Ratio	Skewness	Aspect Ratio
0.2214	0.24518	1.9062	0.25163	1.9204
0.2918	0.22312	1.8628	0.22913	1.8744
0.3607	0.22487	1.8663	0.22587	1.8689
0.4722	0.25943	1.9336	0.25221	1.9197
0.5	0.27104	1.9628	0.25965	1.9361

Figura 4. Comparación de oblicuidad y relación de aspecto de las estructuras Giroide y Diamante.

Nota. Tabla comparativa de oblicuidad y relación de aspecto en base a los espesores de las 2 estructuras de estudio.
Elaboración propia.

Para el método de evaluación de malla se generan gráficas para cada uno de los espesores, para obtener los resultados de la figura 4. Como efecto de muestra de estas mismas en las figuras

5 a 8 se colocan las gráficas generadas para el espesor 0.3607 para evaluar la calidad de la malla por medio de oblicuidad y relación de aspecto.

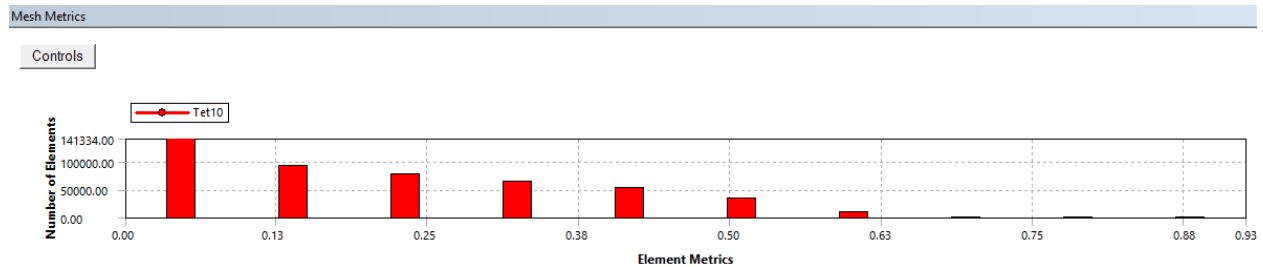


Figura 5. Oblicuidad del espesor 0.3607 - G.

Nota. Oblicuidad de 0.22487 para la estructura Giroide. Elaboración propia.

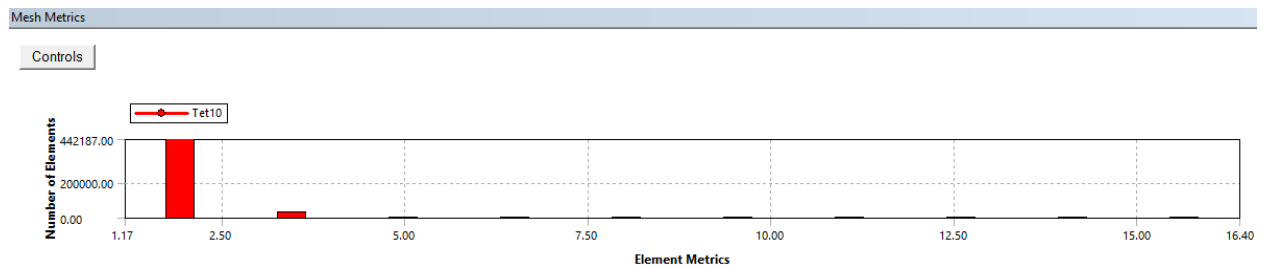


Figura 6. Relación de aspecto del espesor 0.3607 - G.

Nota. Relación de aspecto de 1.8663 para la estructura Giroide. Elaboración propia.

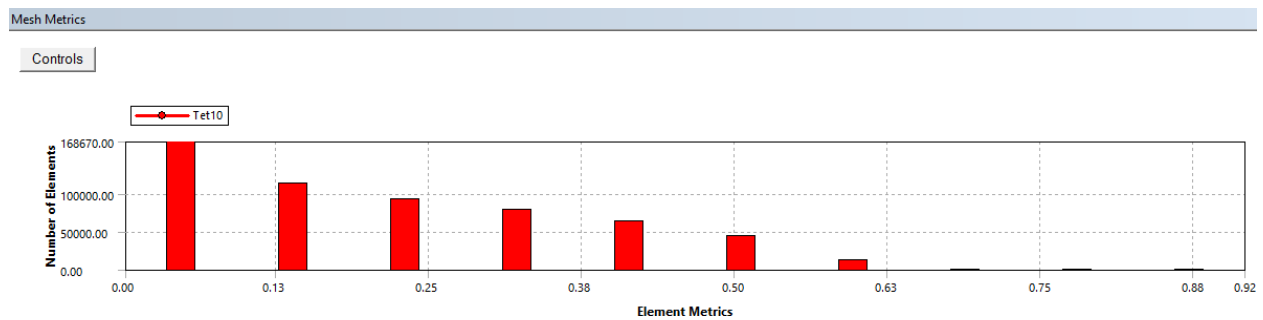


Figura 7. Oblicuidad del espesor 0.3607 - D.

Nota. Oblicuidad de 0.0.22587 para la estructura Diamante. Elaboración propia.

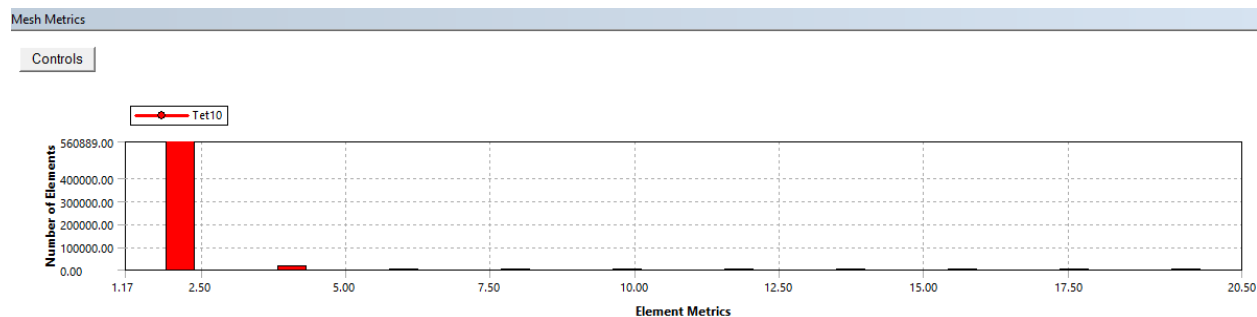


Figura 8. Relación de aspecto del espesor 0.3607.

Nota. Relación de aspecto de 1.8689 para la estructura Diamante. Elaboración propia.

2.1.6 Condiciones de frontera

Para la simulación se aplicaron tres condiciones de frontera: la primera consistió en un soporte fijo sobre las caras del lado A de la estructura (Figura 9); la segunda fue un desplazamiento aplicado en las caras del lado B, permitiendo movimiento libre en los ejes Y y Z, mientras que en el eje X se restringió a un desplazamiento de 10 mm en dirección positiva; la tercera fue un desplazamiento aplicado en las caras del lado C, permitiendo el movimiento en el eje X y restringiéndolo en los ejes Y y Z. Otra consideración que se tomó fue la selección de los elementos dentro de la estructura, para evitar los bordes donde se podrían presentar concentraciones de esfuerzos (Figura 10), donde para la malla se utilizó el método Tetraedro, también conocido por su traducción al inglés como *Tetrahedrons*, y el algoritmo de Parches Independientes, conocido por su traducción al inglés *Patch Independent*, colocando un límite mínimo para el tamaño del elemento de 0.75 mm.

La simulación se realizó con el objetivo de obtener la fuerza de reacción, el volumen, la energía de deformación en los elementos, así como los esfuerzos equivalentes (Von Mises) y la deformación unitaria equivalente.

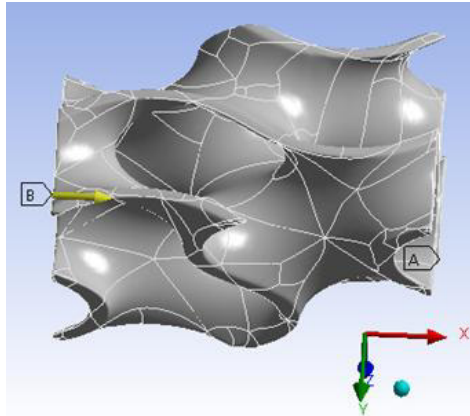


Figura 9. Evaluación de desempeño estructural en Ansys.

Elaboración propia.

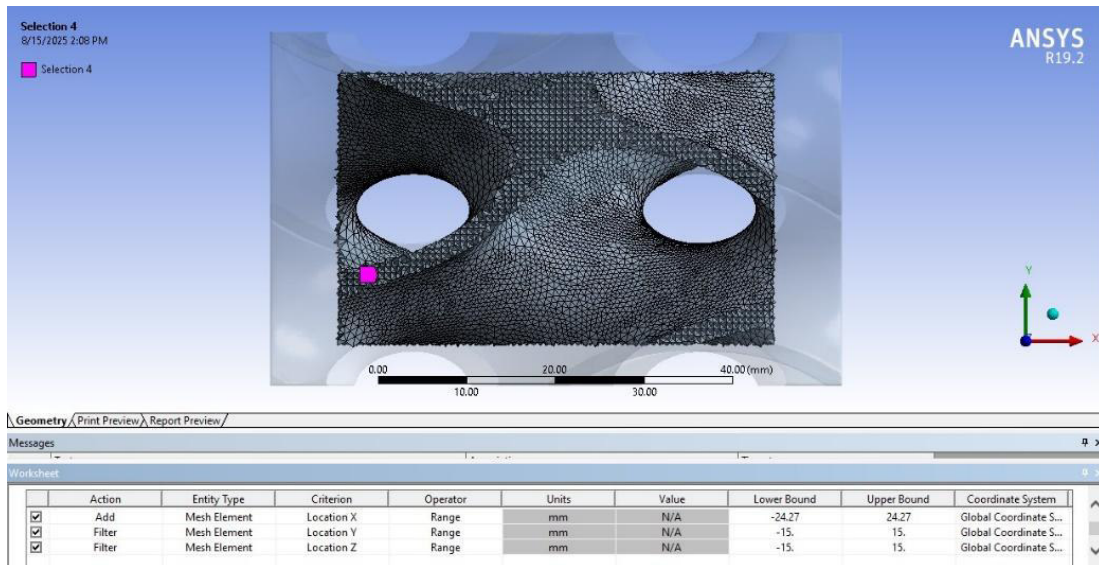


Figura 10. Selección de elementos de malla.

Nota: Elaboración propia.

Capítulo 3. Análisis y discusión de resultados

3.1 Evaluación de TPMS

Para la muestra de resultados de la aplicación de la proporción áurea en las TPMS se seleccionó la TPMS Giroide puesto que resultó ser la opción más viable para la aplicación en andamios óseos y la proporción áurea, esto en base a sus propiedades y resultados obtenidos en otras investigaciones. La implementación de esta TPMS permitió su modelado en el programa NTopology en el cual se aplica la proporción áurea para obtener la geometría a exportar en el modelado en Ansys. Su evaluación en este último programa es con el fin de observar el cambio en sus parámetros mecánicos en base a la variación del espesor y sus dimensiones con y sin proporción áurea aplicadas.

Para la obtención de resultados en la evaluación por medio de Ansys se aplica el material de aleación de titanio (Ti-6Al-4V), puesto que se mencionó su gran biocompatibilidad con el cuerpo humano y su alta resistencia a la corrosión lo cual lo hace un material ideal para la elaboración de los andamios óseos y por lo tanto una evaluación con aplicación realista. Teniendo todas estas consideraciones las cuales fueron desglosadas en la sección de desarrollo se espera que la implementación de la proporción áurea en el diseño de la estructura TPMS Giroide genere un beneficio en su desempeño mecánico.

3.2 Especificaciones de espesor

Dentro de la generación de la geometría en NTopology se realizaron cinco modelos, donde se varió su espesor con el fin de realizar una comparativa entre los diferentes estudios. Dichos espesores se agruparon en dos secciones, dos espesores con aplicación de proporción áurea y tres

espesores sin proporción áurea. Los dos primeros espesores (con aplicación de proporción áurea) son 0.2214 cm y 0.3607 cm, los otros tres espesores (sin aplicación de proporción áurea) son 0.2918 cm, 0.4722 cm y 0.5 cm.

3.3 Resultados de la evaluación de geometrías

3.3.1 Evaluación geometría Giroide

Con las geometrías creadas para cada caso, se exportaron cada una al programa Ansys para la obtención de los parámetros mecánicos a evaluar, los cuales son; esfuerzo equivalente, deformación unitaria equivalente, fuerza, volumen y energía interna. Para observar su variación y realizar la evaluación respecto al espesor, dichos datos obtenidos se graficaron para observar los resultados de cada parámetro mecánico (Figuras 11 a 17).

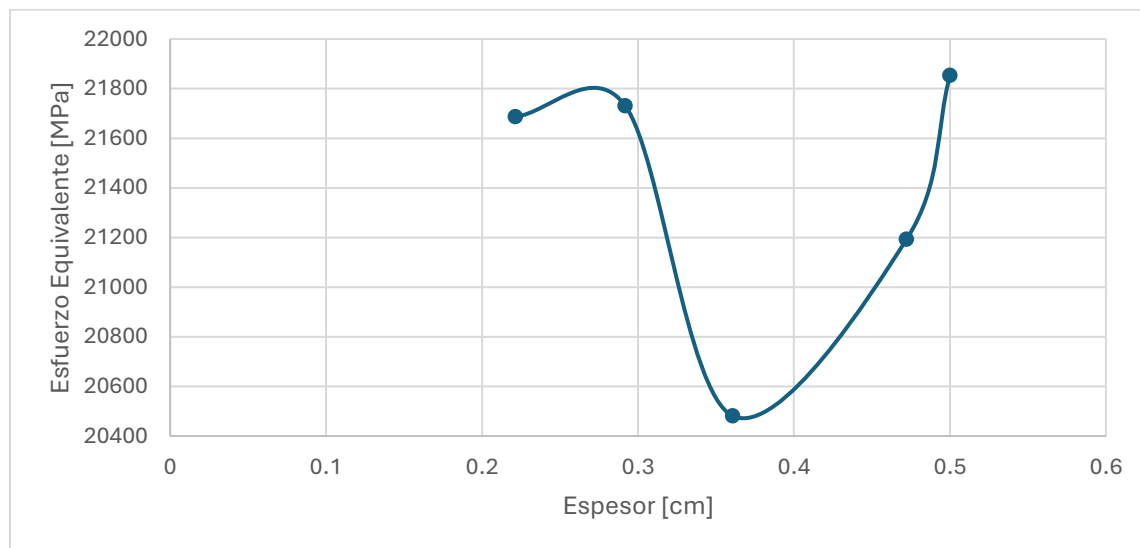


Figura 11. Gráfica del parámetro mecánico – esfuerzo equivalente.

Nota. Gráfica del esfuerzo equivalente (MPa) respecto al espesor (cm) en TPMS Giroide. Elaboración propia.

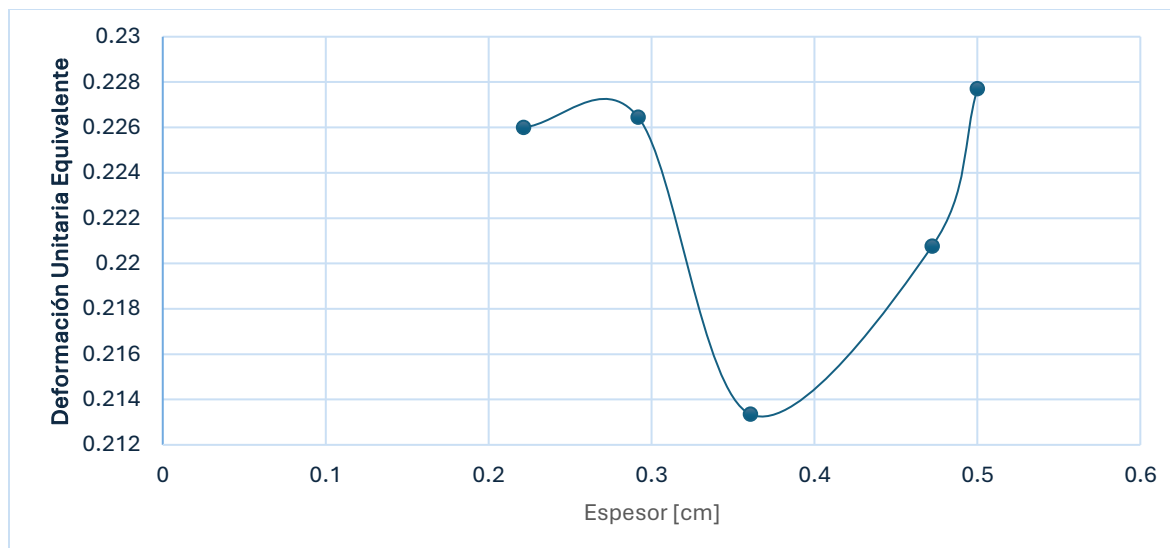


Figura 12. Gráfica del parámetro mecánico – deformación unitariamente equivalente.

Nota. Gráfica de la deformación unitaria equivalente respecto al espesor (cm) en TPMS Giroide. Elaboración propia.

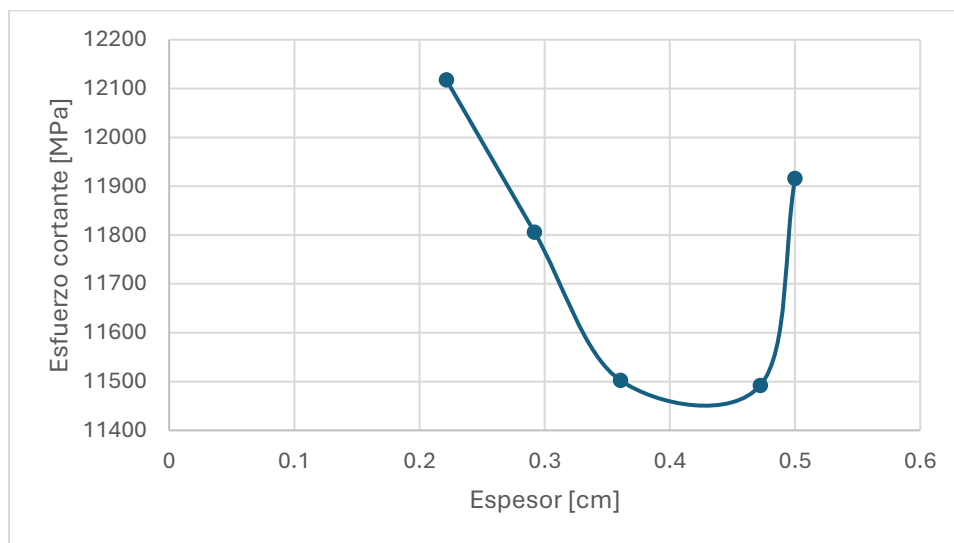


Figura 13. Gráfica del parámetro mecánico - esfuerzo cortante.

Nota: Gráfica del esfuerzo cortante (MPa) respecto al espesor (cm) en TPMS Giroide. Elaboración propia.

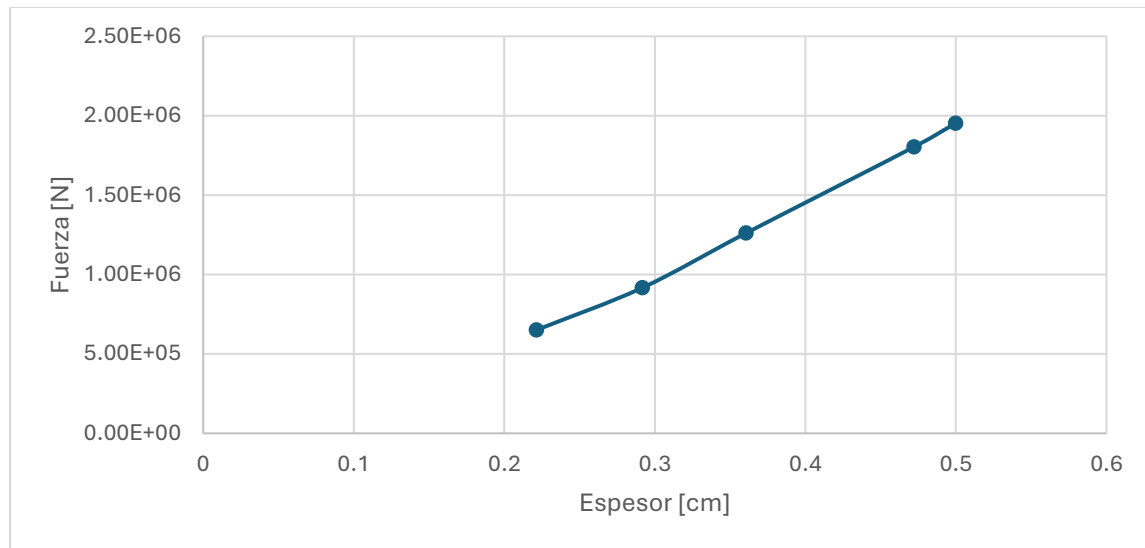


Figura 14. Gráfica del parámetro mecánico - fuerza.

Nota. Gráfica de la fuerza (N) respecto al espesor (cm) en TPMS Giroide. Elaboración propia.

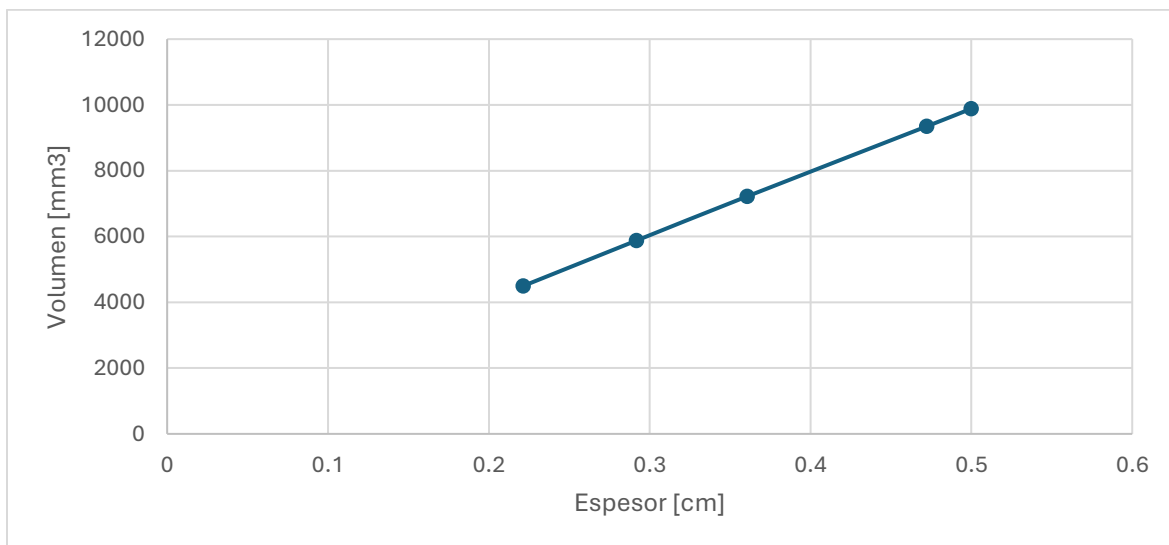


Figura 15. Gráfica del parámetro mecánico - volumen.

Nota. Gráfica del volumen (mm³) respecto al espesor (cm) en TPMS Giroide. Elaboración propia.

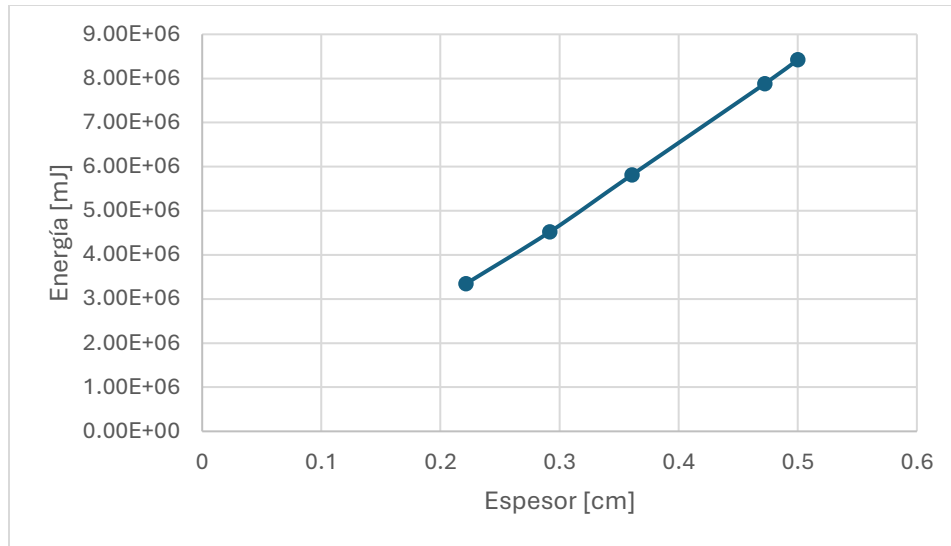


Figura 16. Gráfica del parámetro mecánico - energía.

Nota. Gráfica de la energía (mJ) respecto al espesor (cm) en TPMS Giroide. Elaboración propia.

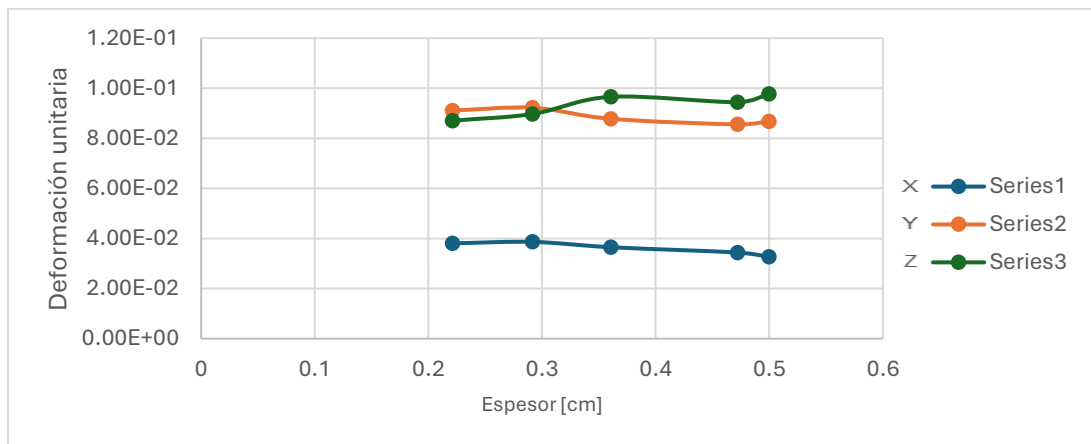


Figura 17. Gráfica del parámetro mecánico - deformación unitaria.

Nota. Gráfica de la deformación unitaria en los ejes X, Y y Z respecto al espesor (cm) en TPMS Giroide. Elaboración propia.

Como ejemplo de lo trabajado con cada espesor en la TPMS Giroide, se colocan las gráficas (Figura 18), donde se observa la simulación del espesor con mejores resultados. Estas gráficas

muestran la simulación que se realizó para conocer el esfuerzo Von Mises, deformación unitaria equivalente y el esfuerzo cortante.

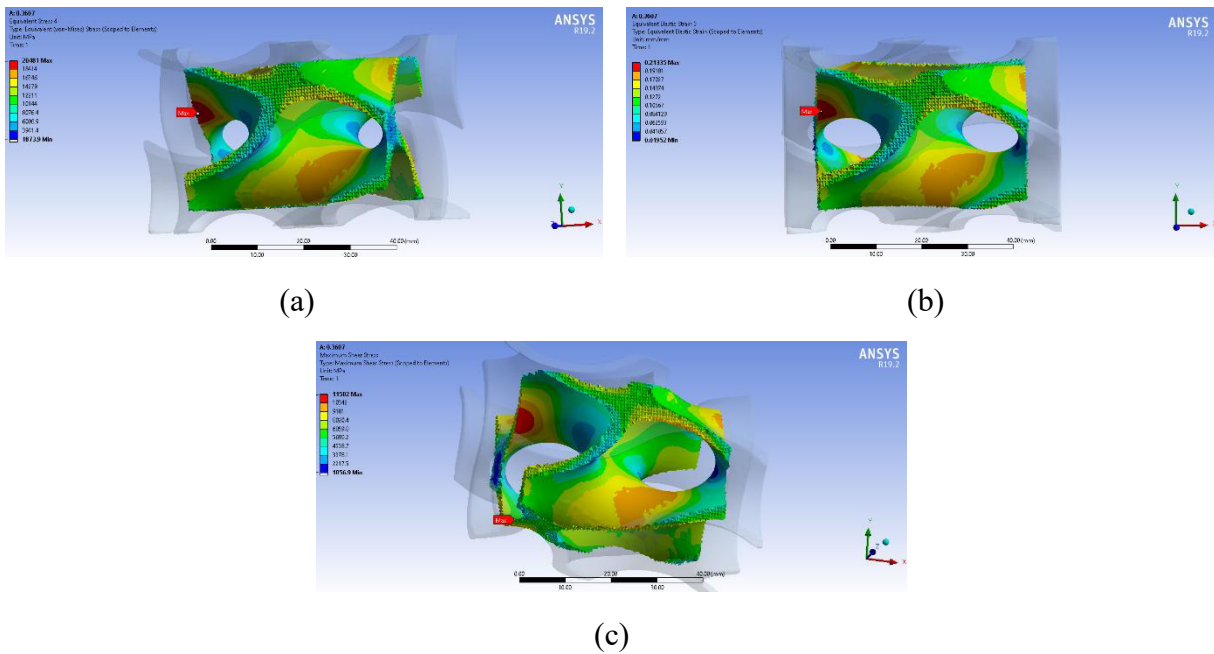


Figura 18. Simulación de TPMS Giroide en ANSYS.

Nota: (a) Esfuerzos Von Mises. (b) Deformación unitaria equivalente. (c) Esfuerzo Cortante. Elaboración propia.

3.3.2 Evaluación de geometría Diamante

Para comprobar la selección de la geometría Giroide, se realizó la evaluación de los 5 modelos en la geometría Diamante para la evaluación de esfuerzo equivalente, deformación unitaria equivalente, fuerza, volumen y energía interna. Para observar su variación y realizar la evaluación respecto al espesor dichos datos obtenidos se graficaron para observar los resultados de cada parámetro mecánico (Figuras 19 a 25).

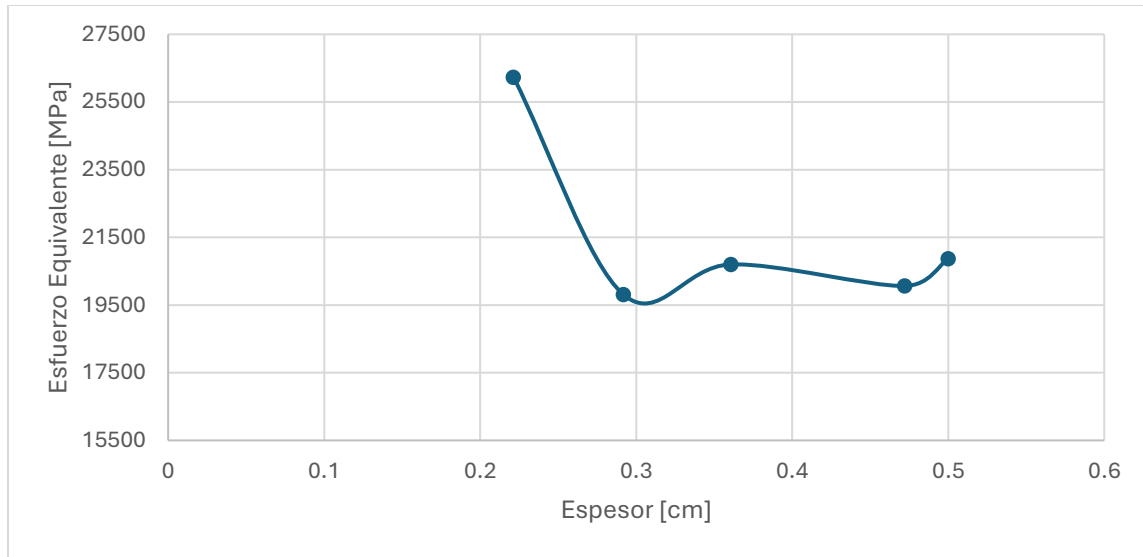


Figura 19. Gráfica del parámetro mecánico – esfuerzo equivalente.

Nota. Gráfica del esfuerzo equivalente (MPa) respecto al espesor (cm) en TPMS Diamante. Elaboración propia.

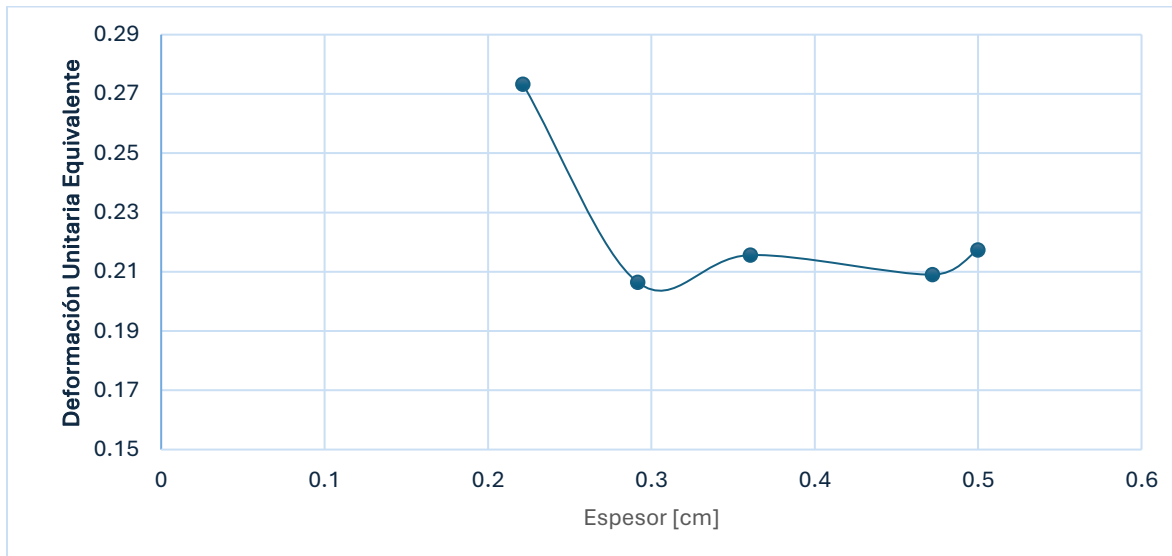


Figura 20. Gráfica del parámetro mecánico – deformación unitariamente equivalente.

Nota. Gráfica de la deformación unitaria equivalente respecto al espesor (cm) en TPMS Diamante. Elaboración propia.

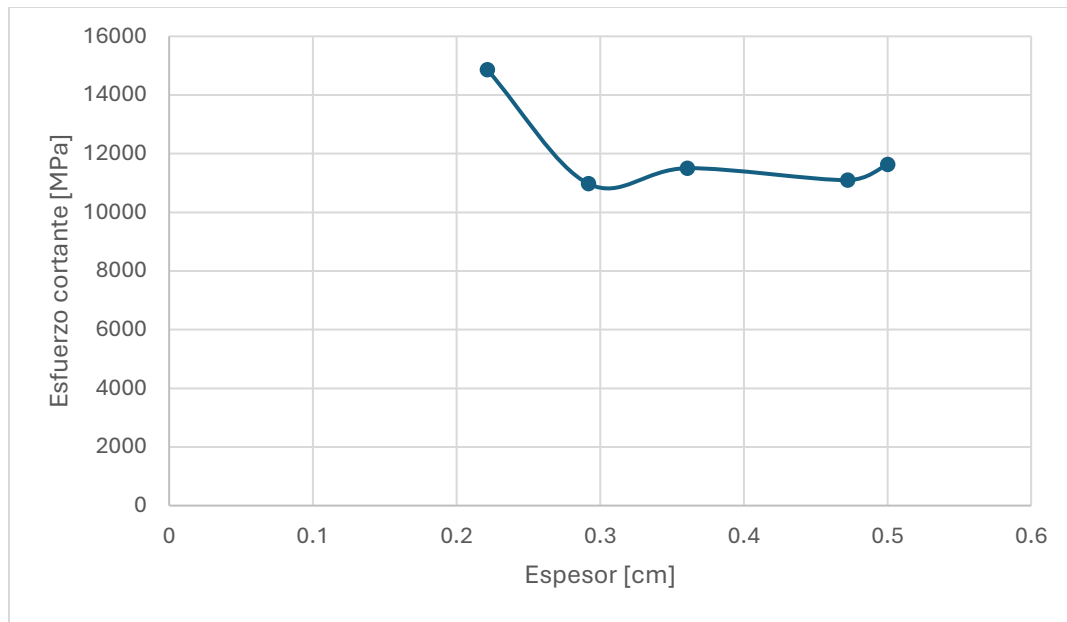


Figura 21. Gráfica del parámetro mecánico - esfuerzo cortante.

Nota: Gráfica del esfuerzo cortante (MPa) respecto al espesor (cm) en TPMS Diamante. Elaboración propia.

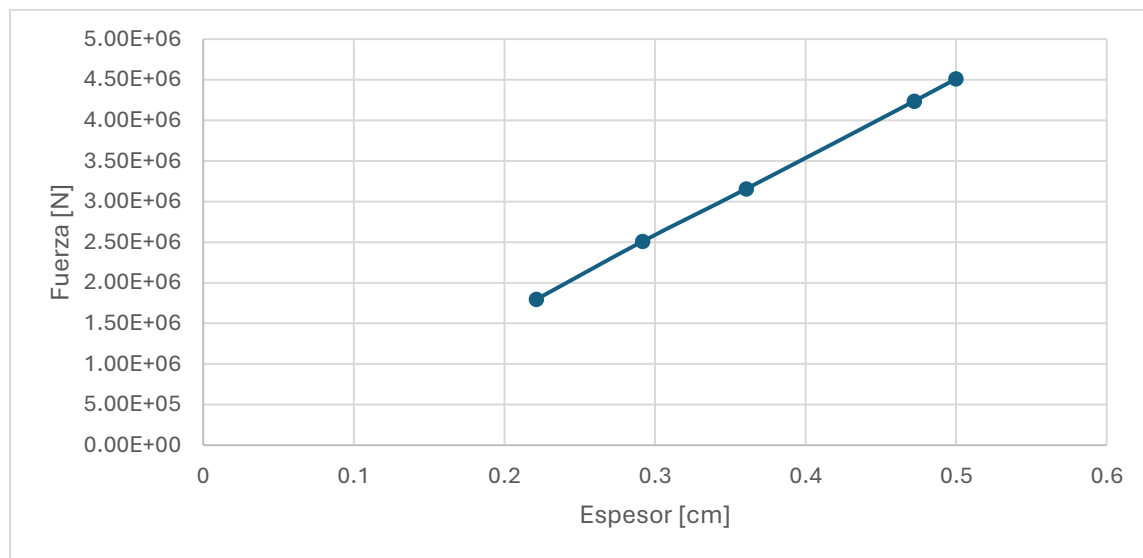


Figura 22. Gráfica del parámetro mecánico - fuerza.

Nota. Gráfica de la fuerza (N) respecto al espesor (cm) en TPMS Diamante. Elaboración propia.

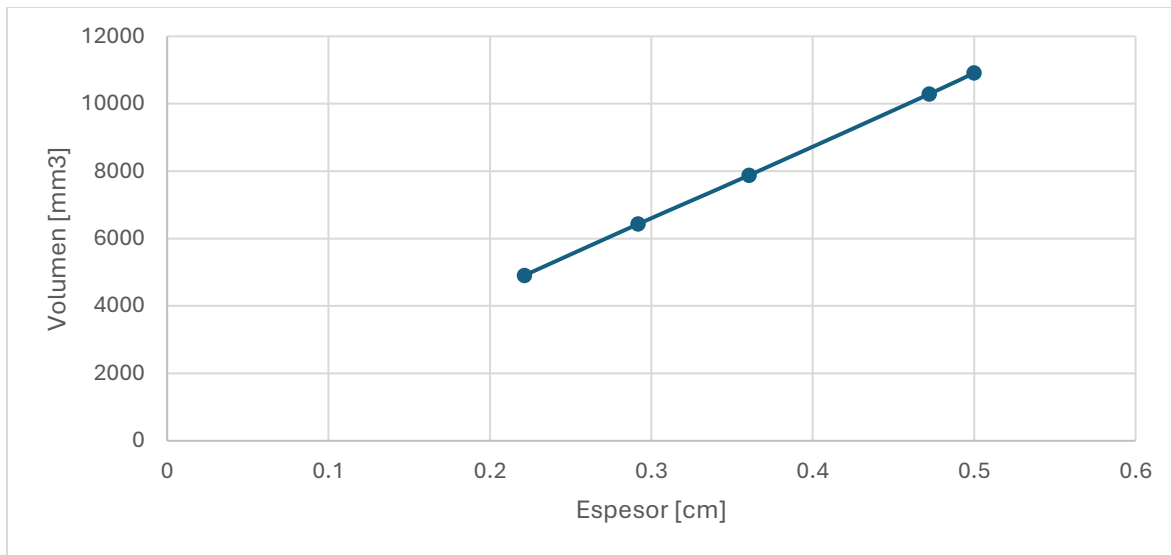


Figura 23. Gráfica del parámetro mecánico - volumen.

Nota. Gráfica del volumen (mm^3) respecto al espesor (cm) en TPMS Diamante. Elaboración propia.

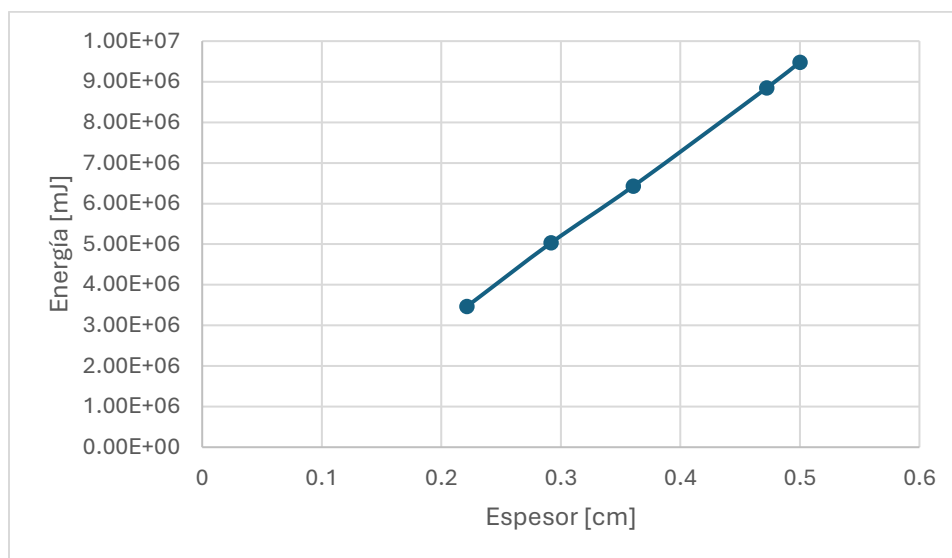


Figura 24. Gráfica del parámetro mecánico - energía.

Nota. Gráfica de la energía (mJ) respecto al espesor (cm) en TPMS Diamante. Elaboración propia.

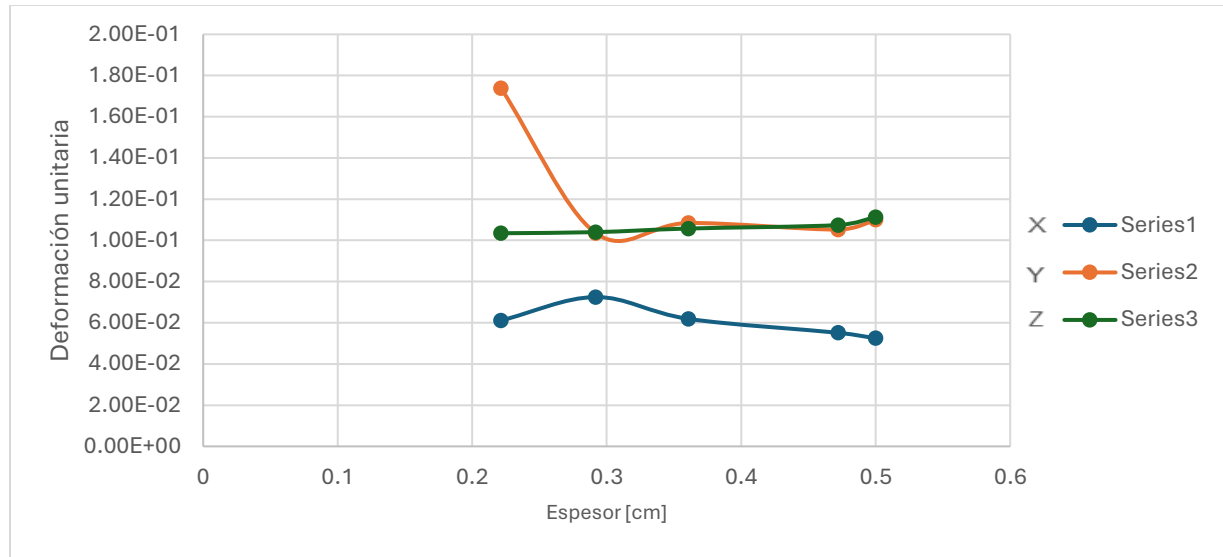


Figura 25. Gráfica del parámetro mecánico - deformación unitaria.

Nota. Gráfica de la deformación unitaria en los ejes X, Y y Z respecto al espesor (cm) en TPMS Diamante. Elaboración propia.

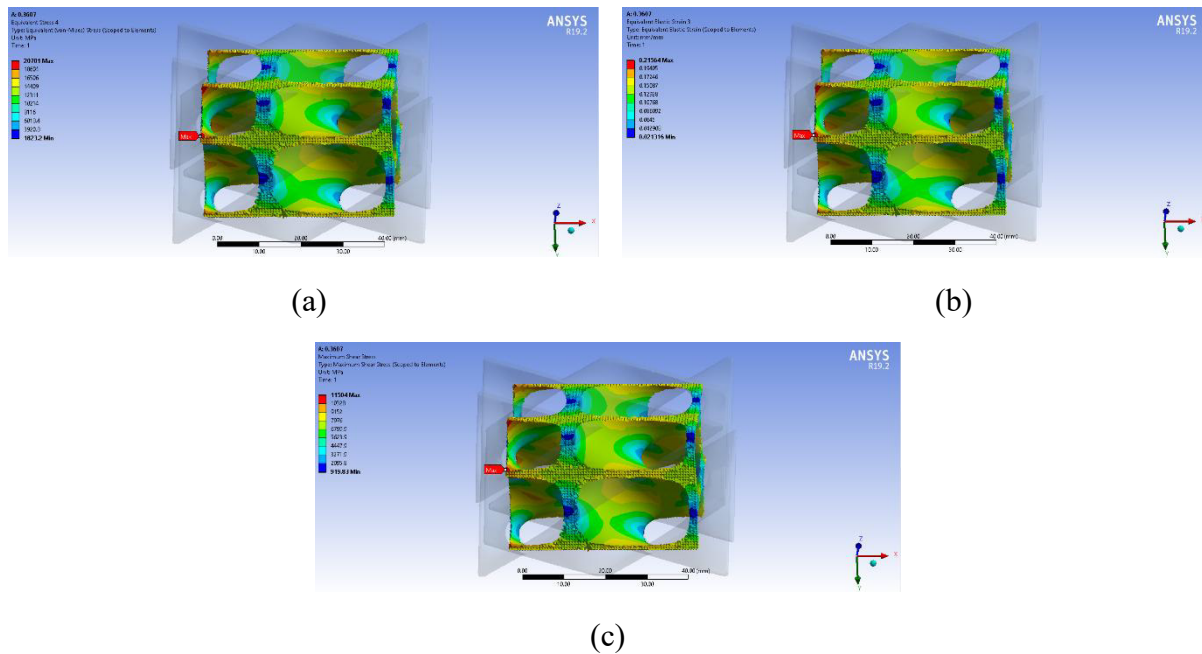


Figura 26. Simulación de TPMS Diamante en ANSYS.

Nota: (a) Esfuerzos Von Mises. (b) Deformación unitaria equivalente. (c) Esfuerzo Cortante. Elaboración propia.

Como ejemplo de lo trabajado con cada espesor en la TPMS Diamante, se colocan las gráficas (Figura 26), donde se observa la simulación en Ansys. Estas gráficas muestran la simulación que se realizó para conocer el esfuerzo Von Mises, deformación unitaria equivalente y el esfuerzo cortante.

3.5 Discusión de resultados

Al evaluar la estructura TPMS Giroide con una geometría definida, se incluyeron dos modelos con un espesor basado en la proporción áurea, así como tres modelos adicionales con espesores desproporcionados. Esto permite analizar el comportamiento de la estructura TPMS Giroide con diferentes configuraciones de espesor, proporcionando una visión más amplia sobre el impacto de la proporción áurea.

3.5.1 Discusión de resultados Giroide

Como se observa en la Figura 11, el valor de los esfuerzos equivalentes correspondientes al espesor de 0.3607 cm, el cual fue determinado con base en la proporción áurea, resulta menor en comparación con los espesores desproporcionados. Este resultado sugiere que el tener un espesor proporcionado contribuye a una menor concentración de esfuerzos, lo cual favorece al desempeño estructural de la TPMS.

Por otro lado, la deformación unitaria equivalente (Figura 12) presenta un comportamiento similar al de los esfuerzos equivalentes, lo cual permite confirmar que el comportamiento mecánico de la estructura es coherente y no presenta anomalías.

En la gráfica de los esfuerzos cortantes (Figura 13), se observa que uno de los valores más bajos también se obtiene cuando se tiene el espesor proporcionado. Este resultado refuerza la

hipótesis de que una geometría proporcionalmente balanceada puede contribuir a la reducción de esfuerzos en la estructura.

En las figuras 14-16 se muestran las gráficas correspondientes a la fuerza, el volumen y la energía interna, respectivamente. Todas ellas presentan un comportamiento lineal, lo cual indica que sería posible predecir el comportamiento de la estructura frente a estos parámetros sin la necesidad de realizar múltiples simulaciones, optimizando de esa manera el tiempo del proceso de diseño.

Finalmente, en la figura 17 se observa la deformación unitaria en los ejes X, Y y Z, lo cual nos permite identificar las direcciones en las que la estructura presenta mayor o menor rigidez. A partir de los resultados, se observa que, debido a las condiciones de frontera que se establecieron, el eje x registra la menor deformación unitaria, lo cual indica que en esta dirección la estructura ofrece una mayor rigidez.

3.5.1 Discusión de resultados Diamante

En la figura 19 se presenta la relación del esfuerzo equivalente respecto al espesor. En dicha gráfica se observa un comportamiento particular, en el cual únicamente el espesor de 0.2214 cm presenta un incremento significativo del esfuerzo equivalente, alcanzando un valor de 26,232 MPa. En contraste, para el resto de los espesores, los esfuerzos se mantienen dentro de un rango de aproximadamente 19,500 MPa y 21,000 MPa. Este comportamiento sugiere que, para esta estructura, espesores reducidos como el de 0.2214 cm generan una condición estructural desfavorable, ya que la disminución de espesor favorece la concentración de esfuerzos.

Asimismo, la deformación unitaria equivalente, representada en la figura 20, muestra un comportamiento coherente con el de los esfuerzos equivalentes, lo cual indica que la respuesta mecánica de la estructura es consistente.

En la figura 21 se observan los esfuerzos cortantes, los cuales muestran un comportamiento similar al de los esfuerzos equivalentes. Esto indica que, debido a la geometría particular de la estructura, se logra una distribución homogénea de los esfuerzos, la cual no se ve significativamente afectada por las variaciones en los espesores, siempre y cuando estos no sean demasiado reducidos.

En las figuras 22-24 se presentan las gráficas correspondientes a la fuerza, el volumen y la energía interna, respectivamente. En todas ellas presentan un comportamiento lineal, lo cual indica que sería posible predecir el comportamiento de la estructura frente a estos parámetros sin la necesidad de realizar múltiples simulaciones.

Por último, en la figura 25 se muestra la deformación unitaria en los ejes X, Y y Z, destacándose que el eje X es la dirección en la que se registra la menor deformación unitaria.

Conclusiones

Al evaluar las estructuras TPMS Giroide y Diamante con una geometría definida, se incluyeron para cada una de ellas dos modelos con un espesor basado en la proporción áurea, así como tres modelos adicionales con espesores desproporcionados. Esto permite analizar el comportamiento de cada estructura TPMS con diferentes configuraciones de espesor, proporcionando una visión más amplia sobre el impacto de la proporción áurea en el desempeño mecánico y la eficiencia estructural.

Se observa que cuando se tienen los espesores proporcionados los esfuerzos equivalentes tienden a ser menores en comparación a los espesores desproporcionados tal y como se observa en la gráfica de la Figura 11. La gráfica de deformación unitaria equivalente vs el espesor tiene un comportamiento similar a la de los esfuerzos equivalentes respecto al espesor, lo cual nos dice que el comportamiento de los esfuerzos no es anormal en la estructura. Por lo que se puede concluir, que teniendo una estructura proporcionada y manteniendo un espesor proporcionado, tendremos una disminución de esfuerzos. Por otro lado, las gráficas de fuerza, volumen y energía respecto al espesor muestran un comportamiento lineal ascendente. Esta tendencia sugiere, que, dentro del rango analizado, el diseño mantiene un comportamiento estructural predecible.

Sin embargo, al observar el análisis de resultados de la estructura TPMS Diamante se observa que desde la primera gráfica (figura 19) el espesor muestra un incremento en los esfuerzos cuando el espesor es delgado (menor a 0.2918 cm), por otro lado, al ir incrementando el espesor, esta muestra un comportamiento sin incrementos o decrementos significativos de los esfuerzos manteniéndose dentro de un rango.

Bibliografia

- [1] I. M. Adhikari, «Golden Ratio: Construction, Geometry, Beauty, and Diversity», *International Journal Of Operational Research/Nepal*, vol. 11, N° 1, pp. 1-14, Dic. 2023, Doi: 10.3126/ijorn.v11i1.64327
- [2] C. R. Marples y P. M. Williams, «The Golden Ratio in Nature: A Tour across Length Scales», *Symmetry*, vol. 14, N° 10, p. 2059, oct. 2022, Doi: 10.3390/sym14102059
- [3] J. Feng, J. Fu, X. Yao, y Y. He, «Triply periodic minimal surface (TPMS) porous structures: from multi-scale design, precise additive manufacturing to multidisciplinary applications», *International Journal Of Extreme Manufacturing*, vol. 4, N° 2, p. 022001, mar. 2022, Doi: 10.1088/2631-7990/ac5be6
- [4] N. Qiu, Y. Wan, Y. Shen, y J. Fang, «Experimental and numerical studies on mechanical properties of TPMS structures», *International Journal Of Mechanical Sciences*, vol. 261, p. 108657, Jul. 2023, Doi: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108657.
- [5] J. Hu, S. Wang, B. Li, F. Li, Z. Luo, y L. Liu, «Efficient Representation and Optimization for TPMS-Based Porous Structures», *IEEE Transactions On Visualization And Computer Graphics*, vol. 28, N° 7, pp. 2615-2627, Nov. 2020, Doi: 10.1109/tvcg.2020.3037697
- [6] P. Karimipour-Fard, A. H. Behraves, H. Jones-Taggart, R. Pop-Iliev, y G. Rizvi, «Effects of design, porosity and biodegradation on mechanical and morphological properties of additive-manufactured triply periodic minimal surface Andamios Óseos», *Journal Of The Mechanical Behavior Of Biomedical Materials/Journal Of Mechanical Behavior Of*

- Biomedical Materials*, vol. 112, p. 104064, Ago. 2020, Doi: 10.1016/j.jmbbm.2020.104064
- [7] M. A. V. Peña, L. F. T. Toro, y D. A. Garzón-Alvarado, « Scaffold porosos para ingeniería de tejidos óseos: características geométricas, requerimientos de uso, y materiales y métodos de manufactura aditiva», *Ingeniería y Competitividad*, vol. 25, N° 3, Jul. 2023, Doi: 10.25100/iyv.v25i3.12572
- [8] G. N. Enrique, y M. C. Hugo I., , «Análisis del desempeño estructural de Scaffold de hidroxiapatita utilizados en ingeniería tisular», 2025. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-73812013000200006
- [9] K. Song, Z. Wang, J. Lan, y S. Ma, «Porous structure design and mechanical behavior analysis based on TPMS for customized root analogue implant», *Journal Of The Mechanical Behavior Of Biomedical Materials/Journal Of Mechanical Behavior Of Biomedical Materials*, vol. 115, p. 104222, Dic. 2020, Doi: 10.1016/j.jmbbm.2020.104222
- [10] M. Zhao, X. Li, D. Z. Zhang, y W. Zhai, «TPMS-based interpenetrating lattice structures: Design, mechanical properties and multiscale optimization», *International Journal Of Mechanical Sciences*, vol. 244, p. 108092, Dic. 2022, Doi: 10.1016/j.ijmecsci.2022.108092
- [11] W. Guo, Y. Yang, C. Liu, W. Bu, F. Guo, J. Li, E. Wang, Z. Peng, H. Mai, H. You, y Y. Long, «3D printed TPMS structural PLA/GO scaffold: Process parameter optimization, porous structure, mechanical and biological properties», *Journal Of The Mechanical Behavior Of Biomedical Materials/Journal Of Mechanical Behavior Of Biomedical Materials*, vol. 142, p. 105848, Abr. 2023, Doi: 10.1016/j.jmbbm.2023.105848

- [12] Z. Dong y X. Zhao, «Application of TPMS structure in bone regeneration», *Engineered Regeneration*, vol. 2, pp. 154-162, Ene. 2021, Doi: 10.1016/j.engreg.2021.09.004
- [13] Y. Feng, T. Huang, Y. Gong, y P. Jia, «Stiffness optimization design for TPMS architected cellular materials», *Materials & Design*, vol. 222, p. 111078, Ago. 2022, Doi: 10.1016/j.matdes.2022.111078
- [14] R. AlFotawi, A. AlShathry, H. AlAli, I. AlOmran, N. AlSayari, R. AlShahrani, y A. Alzahrani, «The perception facial attractiveness (PFA) in Saudi culture through the lens of the golden ratio», *Chirurgic*, vol. 38, N° 2, Mar. 2025, Doi: 10.23736/s0394-9508.24.05813-3
- [15] Y.-Q. Jiang y P. Peng, «Nearly golden-ratio order in Ta metallic glass*», *Chinese Physics B*, vol. 29, N° 4, p. 046105, Feb. 2020, Doi: 10.1088/1674-1056/ab773f
- [16] A. P. Fantilli y B. Chiaia, «Golden Ratio in the Crack Pattern of Reinforced Concrete Structures», *Journal Of Engineering Mechanics*, vol. 139, N° 9, pp. 1178-1184, Sep. 2012, Doi: 10.1061/(asce)em.1943-7889.0000548
- [17] C. M. Moorman y J. E. Goff, «Golden ratio in a coupled-oscillator problem», *European Journal Of Physics*, vol. 28, N° 5, pp. 897-902, Jul. 2007, Doi: 10.1088/0143-0807/28/5/013
- [18] Anil. D. Chavan y Chetan. V. Suryawanshi, «Correlation of Fibonacci Sequence and Golden Ratio With its Applications in Engineering and Science», *International Journal Of Engineering And Management Research*, vol. 10, N° 03, pp. 31-36, Jun. 2020, Doi: 10.31033/ijemr.10.3.5

- [19] Ш. М. Дамировна, «APPLICATION OF THE GOLDEN RATIO IN JURISPRUDENCE: ANALYSIS AND PERSPECTIVES», *NORTH CAUCASUS LEGAL VESTNIK*, vol. 1, N° 2, pp. 156-162, Jun. 2023, Doi: 10.22394/2074-7306-2023-1-2-156-162
- [20] J. Liu, D. Cheng, K. Oo, W. Pan, T.-L. McCrimmon, y S. Bai, «Optimization of Triply Periodic Minimal Surface Heat Exchanger to Achieve Compactness, High Efficiency, and Low-Pressure Drop», *Energies*, vol. 17, N° 20, p. 5141, Oct. 2024, Doi: 10.3390/en17205141
- [21] T. V. Reddy y S. Dhanasekaran, “The Golden Proportion,” *Journal of Operative Dentistry & Endodontics*, vol. 2, no. 2, pp. 79–83, 2017, Doi: <https://doi.org/10.5005/jp-journals-10047-0042>
- [22] V. Roncaglio, C. M. Nehring y I. K. Battisti, “Conceito força”, *Rev. Ibero-Americana Estud. Em Educ.*, 2023, art. n.º e023010. Doi: <https://doi.org/10.21723/riace.v18i00.16208>
- [23] Ibero. “Mecánica de fluidos”, 2023. Disponible: <https://ibero.mx/campus/publicaciones/fisica/pdf/12Mecanicadefluidos.pdf>
- [24] Hibbeler, R.C. *Mecánica de Materiales*, 7ma ed. Mc Graw Hill, 2020. "Capítulo 1. Concepto de Esfuerzo".
- [25] I. Loza. “Mecánica de materiales: esfuerzos normales y cortantes (SNES),” 2022. Disponible: <https://www.studocu.com/bo/document/universidad-tecnologica-boliviana/eg-fisica/esfuerzo-normal-esfuerzo-cortante-y-esfuerzo-de-aplastamiento/38160203>
- [26] S. H. Paz, A. V. Lesso, y R. L. Arroyo, “Análisis de una Propuesta de Prótesis Total de Cadera por el Método de los Elementos Finitos bajo las Condiciones de la Norma ISO 7206,”

- Ingenio Magno, vol. 13, no. 2, pp. 19–27, 2022. Disponible: <http://revistas.santototunja.edu.co/index.php/ingeniomagno/article/view/2590>
- [27] M. Aniruddha, “LBM for separation processes,” *Advances in Chemical Engineering*, pp. 1–79, 2020, Doi: <https://doi.org/10.1016/bs.ache.2020.04.002>
- [28] F. Mohammed. “Numerical Modeling of Nanoparticle Transport in Porous Media”. Elsevier BV, 2023. Doi: <https://doi.org/10.1016/c2020-0-03512-7>
- [29] nTop “Computational Design Software”, 2025. Acceso: <https://www.ntop.com>
- [30] P.S. Canella. “Re-diseño de un componente satelital con requerimientos mecánicos aplicando metodologías de optimización topológica y manufactura aditivas”, Tesis doctoral, Universidad de Cuyo, 2022. [En línea]. Disponible: <https://core.ac.uk/reader/528248560>
- [31] Özgün, “Is Your Mesh Good Enough?,” MECHEAD, 2022. Disponible: <https://www.mechhead.com/mesh-good-enough/>
- [32] N. Novak, O. Al-Ketan, L. Krstulović-Opara, R. Rowshan, R. K. Abu Al-Rub, M. Vesenjak, y Z. Ren, «Quasi-static and dynamic compressive behaviour of sheet TPMS cellular structures», *Composite Structures*, vol. 266, p. 113801, Mar. 2021, Doi: [10.1016/j.compstruct.2021.113801](https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.113801)
- [33] S. Khaleghi, F. N. Dehnavi, M. Baghani, M. Safdari, K. Wang, y M. Baniassadi, «On the directional elastic modulus of the TPMS structures and a novel hybridization method to control anisotropy», *Materials & Design*, vol. 210, p. 110074, Ago. 2021, Doi: [10.1016/j.matdes.2021.110074](https://doi.org/10.1016/j.matdes.2021.110074)

- [34] X.-Y. Zhang, X.-C. Yan, G. Fang, y M. Liu, «Biomechanical influence of structural variation strategies on functionally graded scaffolds constructed with triply periodic minimal surface», *Additive Manufacturing*, vol. 32, p. 101015, Dic. 2020, Doi: 10.1016/j.addma.2019.101015
- [35] Z. Dong y X. Zhao, «Application of TPMS structure in bone regeneration», *Engineered Regeneration*, vol. 2, pp. 154-162, Ene. 2021, Doi: 10.1016/j.engreg.2021.09.004
- [36] R. Bisbal, P. Dávila, F. Gómez, S. Camero, M. Pérez, y G. González, «Efecto del Ta en la aleación Ti-6Al-4V tratada térmicamente», *Revista de La Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela*, vol. 27, N°4, pp. 83–94, 2012.
https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-40652012000400010