

## Modelado de agrietamiento en estructuras de concreto: enfoque de grieta distribuida y enfoque de grieta discreta

Modeling of cracking in concrete structures: smeared and discrete crack approach

Jatziri Y. Moreno-Martínez<sup>1\*</sup>, Arturo Galván<sup>1</sup>, Israel E. Herrera-Díaz<sup>1</sup>, Otoniel Palacios<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Programa de Licenciatura en Ingeniería Civil, Universidad de Guanajuato. Av. Ing. Javier Barros Sierra No. 201 Esq. Av. Baja California, Colonia Ejido de Santa María del Refugio, C.P. 38140, Celaya, Gto. México. Teléfono: 52 01 (461) 598 5922 Ext. 1627 y 1628; Fax. 1645.

\*Correo electrónico: [jatziri.moreno@ugto.mx](mailto:jatziri.moreno@ugto.mx)

<sup>2</sup> Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

\*Autor de correspondencia

### Resumen

El objetivo de este trabajo es simular el agrietamiento en estructuras de concreto mediante dos enfoques: enfoque de grieta distribuida y enfoque de grieta discreta. Se analizaron dos casos de estudio: una viga con refuerzo ordinario y un extremo recortado de viga modelados mediante elementos finitos tridimensionales. Primeramente, se utilizó el enfoque de grieta distribuida para localizar la zona de agrietamiento en ambos casos de estudio. Posteriormente, para simular el ancho de la grieta se utilizó el enfoque de grieta discreta aplicando un modelo de zona cohesiva haciendo uso de una función que representa la abertura de la grieta. Los resultados obtenidos se validaron con resultados experimentales. Esta investigación proporciona la eficiencia y la aplicación de los dos enfoques para estimar la aparición y el ancho de grieta para estructuras de concreto reforzado.

**Palabras clave:** Estructuras de concreto; grieta distribuida; grieta discreta.

### Abstract

The aim of this work is to simulate the cracking in concrete structures by means of two approaches: smeared crack and discrete approaches. Two case studies were analyzed: a beam with ordinary reinforcement and a dapped-end beam modeled by three-dimensional finite elements. Firstly, the smeared crack approach was used to locate the cracking zone in both case studies. Subsequently, to simulate the crack width, the discrete crack approach was used by applying a cohesive zone model making use of a function that represents the crack opening. The obtained results were validated with experimental results. This investigation provides the efficiency and application of the two approaches to estimate crack appearance and width for reinforced concrete structures.

**Keywords:** Concrete structures; smeared crack; discrete crack.

Recibido: 24 de octubre de 2016

Aceptado: 25 de junio de 2018

Publicado: 08 de abril de 2019

**Como citar:** Moreno-Martínez, Galván, Herrera-Díaz & Otoniel Palacios (2019) Modelado de agrietamiento en estructuras de concreto: enfoque de grieta distribuida y enfoque de grieta discreta. *Acta Universitaria* 29, e1641. doi. <http://doi.org/10.15174/au.2019.1641>

## Introducción

El desarrollo de grietas en los materiales es un fenómeno complejo, pues incluye el inicio, propagación, abertura y cambios de microgrietas a macrogrietas. En el caso de ensayos experimentales de laboratorio que requiere que los elementos estructurales sean escalados, el efecto de tamaño size-effect influye significativamente en la estimación de la abertura de grietas en los elementos estructurales reales. Además, incluir la falla de adherencia (por ejemplo, deslizamiento o separación) entre el concreto y el acero también tiene una fuerte influencia en el efecto de tamaño de especímenes de concreto reforzado (Hillerborg, Modéer & Petersson, 1976; Ichinose, Kanayama, Inoue & Bolander, 2004; Sinaie, 2016; Syroka-Korol, Tejchman & Mróz, 2014; Yelici & Ozturan, 2000).

La estimación de las propiedades de la grieta, el conocimiento de falla y las propiedades mecánicas del concreto reforzado son claves en el diseño y la evaluación de estructuras civiles fabricadas con este material (Eurocode 2, 2007; Polak & Vecchio, 1993). Específicamente, la predicción de la capacidad de agrietamiento de estructuras de concreto reforzado, sometidas a cargas estáticas, es importante para lograr un adecuado diseño estructural de las mismas.

Los modelos de agrietamiento pueden implementarse de dos maneras (Ors, Okail & Zaher, 2014; Shi, Nakano, Nakamura & Liu, 2013): directamente como una ley constitutiva de un elemento de interfaz en el contexto de una grieta discreta, o como la ley de un plano de agrietamiento genérico en una formulación multigrieta en el contexto del análisis de la grieta distribuida (Cook, Vel & Johnson, 2017; Freddi & Lurlano, 2016).

Por convención general, la capacidad de carga estructural que se predice por cualquier teoría de resistencia determinista (por ejemplo, elástica, plástica o criterio de resistencia elastoplástico) no toma en cuenta el efecto de tamaño que, como se ha mencionado, influye significativamente en la estimación de la abertura de grieta. Sin embargo, se acepta que existe este efecto teóricamente y puede observarse tanto en pruebas experimentales como numéricas llevadas a cabo por los miembros de concreto simple y miembros de concreto reforzado que involucra vigas, columnas y conexión viga-columna (Barbhuiya & Choudhury, 2015; Jin, Li & Su, 2016). Es conveniente, una vez realizados ensayos experimentales para estudiar este fenómeno, los cuales en la mayoría de las situaciones se realizan a escala por cuestiones de espacio y equipo en el laboratorio, realizar modelos numéricos que representen la respuesta dada en el laboratorio. Validados dichos modelos, con los resultados de laboratorio, se podrá realizar el modelo numérico a escala natural representando el comportamiento que tendría el elemento estructural real. De esta manera se evita invertir en la construcción a escala natural y ensaye del elemento, obteniendo la respuesta mediante simulaciones numéricas.

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es simular el agrietamiento en elementos estructurales de concreto reforzado dominados por flexión y por cortante sometidos a cargas estáticas por medio de dos enfoques: grieta distribuida y grieta discreta. Se realizaron modelos numéricos tridimensionales no-lineales basados en el Método de Elemento Finito. Los parámetros considerados en los análisis son: propiedades mecánicas elásticas e inelásticas de los materiales (acero y concreto), comportamiento lineal en la zona de ablandamiento del concreto, acero de refuerzo modelado de manera distribuida y adherencia perfecta entre el acero y el concreto que lo rodea.

El enfoque de grieta distribuida se utilizó para determinar la carga en la que inicia el agrietamiento, así como la propagación de este. Mientras que el enfoque de grieta discreta se realizó, una vez establecida la trayectoria del agrietamiento dada por el primer enfoque, para determinar la abertura del agrietamiento, conocida también como ancho de grieta, en los casos de estudio de este

trabajo. Las curvas carga-desplazamiento y momento flexionante-ancho de grieta producto de la modelación numérica fueron comparadas con curvas experimentales obtenidas de ensayos de laboratorio, mostrando buena correlación.

## Materiales y Métodos

Se consideran dos casos de estudio de elementos estructurales de concreto reforzado. El primero corresponde a una viga simplemente apoyada ensayada a flexión con dos cargas concentradas simétricas respecto al centro del claro (viga con refuerzo ordinario ensayada por Vandewalle). La viga se sometió a carga creciente hasta alcanzar la falla. El segundo caso corresponde a un extremo recortado de viga sometido a carga puntual en incrementos de carga hasta alcanzar la condición de servicio. Los resultados numéricos se compararon con resultados experimentales obtenidos de los trabajos de Vandewalle (2000) y Moreno-Martínez & Meli (2014); respectivamente para cada caso de estudio.

En el primer caso de estudio, que representa vigas sujetas a flexión, generalmente las grietas se originan en su mayoría a partir del centro del claro hacia los apoyos. Sin embargo, se sabe que la falla de una viga de concreto reforzada que trabaja a flexión generalmente es dúctil, mientras que la falla por cortante suele ser frágil, por lo que el mecanismo de transferencia al corte está en función de diversos parámetros geométricos y del material. Para entender la interacción entre el concreto y el refuerzo de una viga de sección transversal rectangular con refuerzo a flexión y estribos a cortante se consideró para esta investigación numérica la viga con refuerzo ordinario ensayada por Vandewalle (2000). En las vigas sujetas a momento flexionante constante o variable, es prácticamente imposible predecir una evolución única de patrón grieta. Por lo tanto, para estas estructuras, debido a la naturaleza aleatoria de agrietamiento, parece más apropiado definir un modelo no-lineal. Se realizaron dos modelos de elemento finito no-lineales tridimensionales, el primero consideró el enfoque de grieta distribuida y el segundo el enfoque de la grieta discreta. Esto con el fin de, con el primer enfoque, definir la trayectoria del agrietamiento y con el segundo enfoque determinar la abertura de ese agrietamiento.

Por otro lado, en el segundo caso de estudio referente a miembros estructurales de concreto que deben resistir fuerzas cortantes, como es el caso de los extremos recortados de vigas; dichas fuerzas generalmente se presentan en combinación con otras fuerzas, como fuerzas de flexión, carga axial y en algunos casos torsión. El comportamiento de los extremos recortados de vigas tiene configuraciones complejas de esfuerzos que las hacen más vulnerables a los agrietamientos específicamente en la esquina re-entrante. Estos elementos pueden encontrarse en vigas prefabricadas en puentes. Un análisis estructural debe basarse en un modelo que pueda representar los campos de esfuerzos en cada región de la estructura. Atendiendo a lo antes mencionado, al igual que en el caso de estudio que representa vigas sujetas a flexión, se realizaron dos modelos de elemento finito no-lineales tridimensionales, considerando ambos enfoques. Esto con la finalidad de simular el agrietamiento en la esquina re-entrante debido a la aplicación de carga estática vertical creciente hasta condiciones de servicio. Partiendo de la existencia de un prototipo se obtuvo un espécimen que fue construido y ensayado en el laboratorio de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) (Moreno-Martínez & Meli, 2014) y corresponde a un armado de refuerzo de acuerdo con el criterio y los procedimientos recomendados por el manual de diseño del *Prestressed Concrete Institute* (PCI, 1999). La carga aplicada al extremo de viga corresponde a considerar la carga muerta (peso propio)

+ carga viva uniforme (que produce una carga simétrica sobre el extremo recortado). Para este caso de estudio, el espécimen antes descrito fue el que se tomó para la modelación.

## Tipos de elementos

Los modelos se realizaron en el paquete de elemento finito Ansys (v. 11.0). Para modelar el concreto, se utilizó el elemento en 3D SOLID65 (elemento isoparamétrico) que se ilustra en la figura 1. Este elemento permite modelar el concreto y el acero de refuerzo en sus tres diferentes direcciones. El elemento SOLID65 es capaz de agrietarse en tensión y aplastarse en compresión, se puede utilizar para modelar concreto reforzado u otros materiales tales como roca y cerámica. El elemento tiene ocho nodos con tres grados de libertad en cada uno. Además, el elemento contempla la no-linealidad del material. La ley constitutiva para este elemento es el modelo de William & Warnke (1975). Asimismo, el comportamiento a cortante fue considerado por medio del modelo de Drucker-Prager.

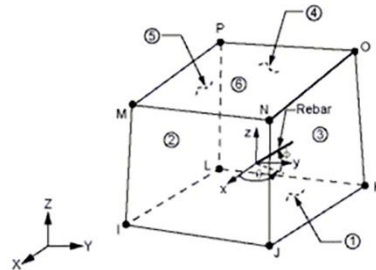


Figura 1. Elemento SOLID65.

Fuente: *Software Ansys* (2006).

El acero de refuerzo se consideró distribuido, mediante una relación de volúmenes (cuantía de acero). En la figura 2 se muestra el comportamiento a tensión del concreto, este se deriva del criterio del esfuerzo máximo de tensión  $R^t$ , que es el módulo secante que define la resistencia para la condición de agrietamiento; la constante  $T_c$  es un factor de reducción que toma en cuenta la relajación del máximo esfuerzo de tensión  $f_t$ ; este valor puede ir desde un valor por defecto de 0.6 hasta 1.00. La regla de flujo se consideró asociativa en ambos modelos, se definieron los parámetros que controlan la transferencia a cortante, para una grieta abierta y para una grieta cerrada ( $\beta_T$  y  $\beta_C$ ), utilizando los valores de 0.2 y 0.9 (Padmarajaiah & Ramaswamy, 2002), respectivamente.

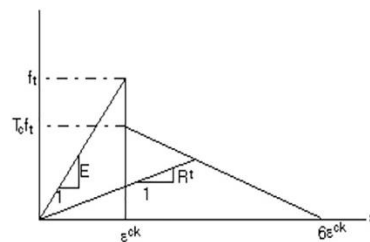


Figura 2. Relajación del esfuerzo de tensión  $f_t$ .

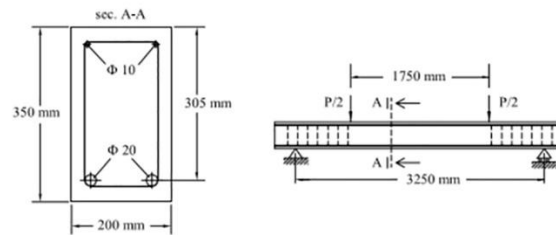
Fuente: *Software Ansys* (2006).

Las propiedades mecánicas de los materiales para el caso de estudio correspondiente a una viga sujeta a flexión son: la resistencia a la compresión ( $f'_c$ ) módulo de elasticidad del concreto ( $E_c$ ) esfuerzo de fluencia ( $f_y$ ) y módulo de elasticidad del acero ( $E_s$ ) las cuales fueron obtenidas de pruebas experimentales y se muestran a continuación en la tabla 1 y en la figura 3 se muestra la geometría y el refuerzo de la viga estudiada.

**Tabla 1.** Propiedades mecánicas y geometría de la viga.

B	H	c	$A_s$ $mm^2$	$A'_s$ $mm^2$	$f'_c$ MPa	$f_t$ MPa	$E_c$ GPa	$f_y$ MPa	$E_s$ GPa
200	350	35	2Ø20	2Ø10	37.5	2.38	33	500	200

Fuente: Datos de Vandewalle (2000).



**Figura 3.** Viga probada por Vandewalle: Propiedades geométricas y acero de refuerzo de la viga.

Fuente: Vandewalle (2000).

La tabla 2 muestra las propiedades mecánicas del segundo caso de estudio que corresponde a un extremo recortado de viga de concreto reforzado y la figura 4 ilustra el armado.

**Tabla 2.** Propiedades mecánicas (caso de estudio: extremo recortado de viga).

Material	$f'_c$ (MPa)	$f_t$ (MPa)	$E_c$ (Gpa)	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (Gpa)	$\nu$
Concreto	57.5	4.39	28.2	---	---	0.23
Barras de colgantes	---	---	---	407.8	151	0.30
Barras de parrillas	---	---	---	376.4	149	
	---	---	---	382.8	129.58	
	---	---	---	376.4	149	

Fuente: Elaboración propia.

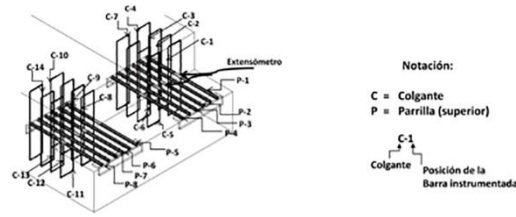


Figura 4. Acero de refuerzo: colgantes y parrillas.

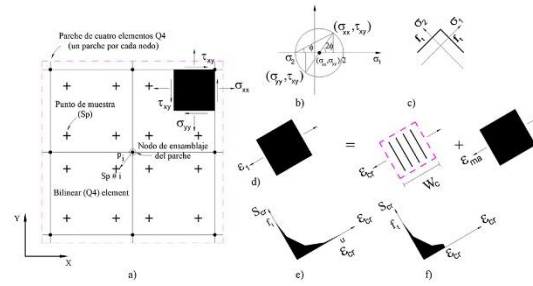
Fuente: Elaboración propia.

### Enfoque de la grieta distribuida

El agrietamiento distribuido es un enfoque continuo para la mecánica de la fractura en el cual se distribuyen las discontinuidades locales (es decir, dispersión) sobre cierta área tributaria dentro del elemento finito. En consecuencia, la deformación unitaria de la grieta puede ser definida como una función del desplazamiento relativo (salto de desplazamiento o discontinuidad de desplazamiento) de las superficies de la grieta y algunos parámetros sobre los cuales la discontinuidad de desplazamiento se distribuye. La introducción de tal longitud característica permite el modelado del material agrietado en términos de la relación esfuerzo-deformación. Desde la llegada del concepto del enfoque distribuido Rashid (1968), éste ha sido refinado por diferentes investigadores (Bažant & Lin, 1988; Bažant & Oh, 1983; Hillerborg *et al.*, 1976; Kobayashi, Hawkins, Barker & Liaw, 1985; Nilson, 1982; Reinhardt, 1984; Zienkiewicz & Zhu, 1992). El enfoque moderno de los modelos de agrietamiento distribuido está basado en la idea de la descomposición de deformaciones unitarias. En esta idea, un incremento del vector de deformaciones total  $\Delta\varepsilon$  se descompone en un incremento del vector de deformaciones de la grieta  $\Delta\varepsilon_{cr}$  y un incremento del vector de deformaciones del material sólido  $\Delta\varepsilon_{ma}$  (por ejemplo, material entre grietas).

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_{cr} + \Delta\varepsilon_{ma} \quad (1)$$

Los conceptos anteriores se ilustran en la figura 5, considerando un punto de Gauss en un elemento (figura 5a) de la malla. Los esfuerzos principales ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) se obtiene por medio del Círculo de Mohr (figura 5b). A continuación, se comprueba el criterio de agrietamiento, según lo determinado por la superficie de falla de Rankine (figura 5c). Si se produce el agrietamiento, entonces las deformaciones son descompuestas según la ecuación (1), como se muestra en la figura 5d.



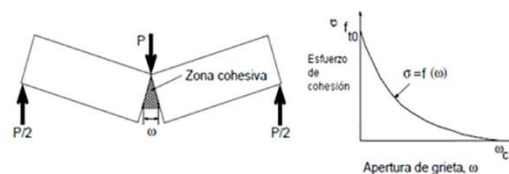
**Figura 5.** Agrietamiento distribuido: *a)* ejemplo de un parche; *b)* círculo de Mohr; *c)* tensión cut-off en 2D espacio de esfuerzos principales; *d)* descomposición de deformación unitaria; *e)* densidad total de energía de fractura (agrietamiento completo); *f)* densidad aparente de energía de fractura (agrietamiento parcial).

Fuente: Mosalam & Paulino (1997).

### Enfoque de la grieta discreta

La grieta discreta es un artificio que introduce un mecanismo de fractura apoyado en un modelo de material de zona cohesiva (figura 6). Una grieta está caracterizada por su función de ablandamiento que relaciona el esfuerzo transmitido entre la cara de la grieta con el valor del desplazamiento relativo entre las mismas. Cuando la grieta avanza barriendo completamente una cierta área, los esfuerzos y desplazamientos en cada punto de esta área recorrerán completamente la curva de ablandamiento, lo que requiere un suministro energético por unidad de área que se denomina energía específica de fractura, dado por la ecuación (2):

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma \, dw \quad (2)$$



**Figura 6.** Grieta cohesiva y curva de ablandamiento de fractura en modo I del concreto.

Fuente: Gálvez & Cendón (2002).

La expresión anterior para  $G_F$  puede interpretarse como el área bajo la curva de ablandamiento. La energía de fractura así definida será un parámetro material puesto que la curva de ablandamiento es una propiedad del material.

Desde la formulación del modelo de la grieta cohesiva se han propuesto diferentes aproximaciones de la curva experimental de ablandamiento. Las curvas bilineales son aceptadas como una aproximación razonable, aunque no hay acuerdo acerca de la posición exacta del punto de intersección de las dos rectas. A fin de evitar problemas en la intersección se han propuesto curvas



más suaves, como las exponenciales (Cornelissen, Hordijk & Reinhardt, 1986; Gopalaratnam & Shah, 1985; Planas & Elices, 1986) y polinómicas (Reinhardt, 1984), entre otras. La figura 7 compara distintas propuestas de curva de ablandamiento con la misma resistencia a tensión del concreto  $f_t$  y la misma energía específica de fractura  $G_F$ .

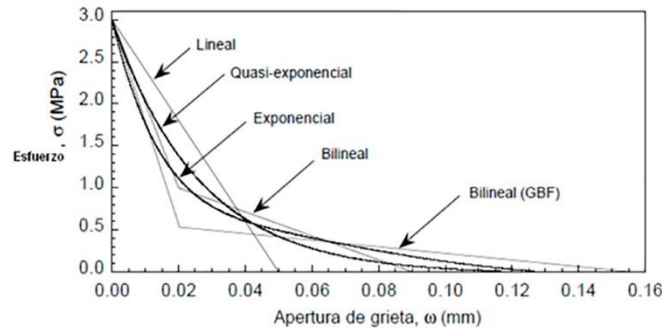


Figura 7. Distintas curvas de ablandamiento empleadas en el concreto  $G_F = 69 \text{ N/m}$  y  $f_t = 3.0 \text{ MPa}$ .

Fuente: Gálvez & Cendón (2002).

Los campos de esfuerzos y deformaciones al frente de la punta de la grieta están relacionados con los tres modos fundamentales de deformación de fractura, como se ilustra en la figura 8. En el modo I, o modo de abertura, la carga es aplicable en dirección perpendicular al plano de la grieta. El modo II corresponde a la aplicación de una carga dentro del plano de corte, deslizando una cara de la grieta con respecto a la otra. En el modo III la carga es aplicada fuera del plano del corte. Un cuerpo agrietado puede ser cargado en cualquiera de estos modos o una en combinación de dos o tres.

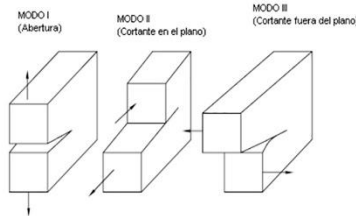


Figura 8. Los tres modos de carga que pueden ser aplicados para una grieta.

Fuente: Elaboración propia.

La grieta se modeló con elementos de contacto de espesor cero, los cuales son adheridos en la zona del desarrollo de la grieta y se les define un modelo de material de zona cohesiva para activar el desprendimiento asociado al material. El desprendimiento fue definido con un análisis de contacto superficie-a-superficie a través de las propiedades de los elementos CONTA173. El comportamiento que se espera en las superficies de contacto es adherido (contacto inicial).

Para la modelación con los elementos de contacto se introduce el  $\sigma_{max}$ , que corresponde a la resistencia a tensión del concreto,  $U_n^c$  definida con el valor del ancho de grieta máximo registrado



en el experimento, y por último  $\tau_{max}$  es la mitad del valor de  $\sigma_{max}$  (círculo de Mohr para esfuerzos). La cohesión ( $c$ ) el ángulo de fricción ( $\phi$ ) y el ángulo de dilatación ( $\psi$ ) se calculan con las ecuaciones (3) y (4).

La tabla 3 muestra los valores introducidos en la modelación usando el enfoque de la grieta discreta. Para el caso del enfoque distribuido sólo se necesitan los valores de  $c$ ,  $\phi$  y  $\psi$ , estos dos últimos valores son iguales debido a que la regla de flujo se consideró asociativa.

**Tabla 3.** Propiedades no lineales del material usando el enfoque de agrietamiento distribuido y la grieta discreta.

Modelo	$\sigma_{max}$ (MPa)	$U_n^c$ (mm)	$\tau_{max}$ (MPa)	$c$ (MPa)	$\phi$ (grados)	$\psi$ (grados)
Viga de Vandewalle	2.38	0.20	1.19	15.70	9.87	9.87
Extremo recortado de viga	4.39	0.10	2.19	24.15	9.87	9.87

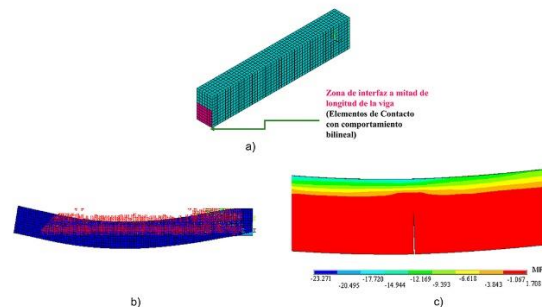
Fuente: Elaboración propia con base en los datos de Vandewalle (2000).

$$\text{sen}\phi = \frac{3a-3}{5a-3} \quad (3)$$

$$a = \frac{\text{resistencia de compresión biaxial última}}{\text{resistencia de compresión uniaxial última}} = 1.16$$

$$c = 0.42f'_c \quad (4)$$

Por lo tanto, la modelación consistió en colocar elementos de contacto y definir una longitud de grieta al centro del claro, esto en base a la condición más crítica que experimenta la viga como se muestra en la figura 9a. Por lo que, mientras más precisas sean las condiciones que tiene la grieta, la aproximación del ancho de la grieta será más congruente con la experimental. Las consideraciones antes mencionadas obedecen a usar el enfoque de la grieta discreta, pero a su vez el elemento SOLID65 proporciona el agrietamiento distribuido como se muestra en la figura 9b, los esfuerzos a los que está sometida la viga se ilustran en la figura 9c, incluyendo su deformada.



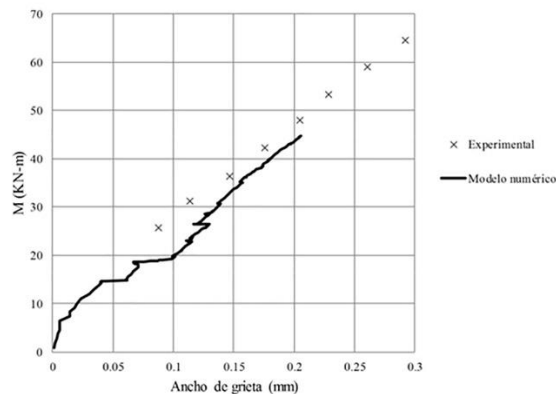
**Figura 9.** Viga probada por Vandewalle: a) simulación de grieta, b) agrietamiento discreto y distribuido y c) Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal.

Fuente: elaboración propia (*software* Ansys, 2006) con datos de Vandewalle (2000).

## Resultados

### Viga con refuerzo ordinario

Se monitoreó el ancho de grieta más crítico del modelo numérico contra el de la prueba experimental como se muestra en la figura 10. La diferencia que se tuvo entre el ancho de grieta último producto del modelo numérico contra el experimental fue del orden del 5%. El modelo solo predijo el ancho de grieta hasta un 64% ( $M = 44.7$  kN-m) de la carga aplicada en la viga. Las razones de que el modelo no alcance la carga última son debidas al fenómeno de ablandamiento del material (y por ende la energía de fractura) que no se toma en cuenta de manera adecuada, pues el comportamiento de tensión que contempla el *software* usado incluye una relajación de esfuerzos, la cual ayuda en el problema de convergencia numérica cuando el agrietamiento es inminente, pero no representa de manera adecuada la relajación esfuerzo-deformación para el post-agrietamiento del concreto, el cual influye en la capacidad de carga.



**Figura 10.** Viga probada por Vandewalle (refuerzo ordinario): Ancho de grieta máximo contra momento en la zona constante de momento de la viga.

Fuente: Elaboración propia con los datos de Vandewalle (2000).

El hecho de contar con una grieta discreta en la modelación permitió incluir de manera local el ablandamiento. Sin embargo, no es suficiente para alcanzar la carga última, pues para eso se necesita un número mayor de grietas discretas, pero esto a su vez presenta dificultades en la modelación debido a que existe un límite para colocar grietas discretas por problemas de convergencia.

### Extremo recortado de viga

Los resultados de la modelación usando el enfoque del agrietamiento distribuido se observan en la figura 11, se puede apreciar en la figura 11a el primer agrietamiento que se presentó para una carga de servicio de 88 kN y en la figura 11b se muestra el agrietamiento al finalizar la aplicación de la carga que fue de 177 kN. La razón por la cual se consideró hasta el estado de servicio reside en la posibilidad de

un agrietamiento prematuro que pueda exceder los anchos permisibles. Pues es necesario limitar el agrietamiento a un nivel que no perjudique el correcto funcionamiento de la estructura ni provoque que su apariencia sea inaceptable, siendo esto fundamental en la calidad y durabilidad de la misma.

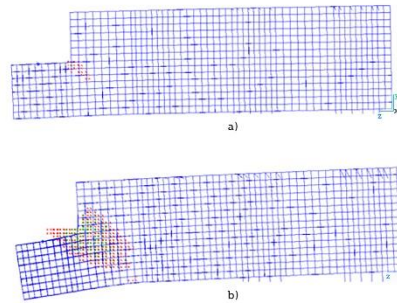


Figura 11. Desarrollo del agrietamiento (enfoque distribuido): a) primer agrietamiento; b) agrietamiento final.

Fuente: Elaboración propia (software Ansys, 2006).

El ancho de grieta fue simulado usando el enfoque de la grieta discreta. Para conocer el ancho de grieta en la esquina re-entrante se usó un modelo de zona cohesiva que introduce un mecanismo de fractura adoptando la relación de ablandamiento lineal del material, a partir de la cual se asume la relación de esfuerzo-abertura de la grieta. Se colocaron elementos de contacto en la trayectoria de la grieta, la cual fue obtenida de las pruebas de laboratorio. Cuando la grieta se genera, se presenta una separación nodal en la malla de elementos finitos en donde se colocaron los elementos de contacto. La figura 12 muestra los esfuerzos en la dirección longitudinal.

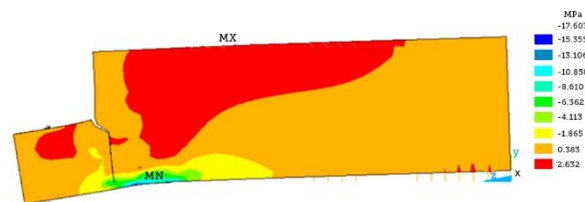


Figura 12. Mapa de esfuerzos en dirección longitudinal (enfoque discreto).

Fuente: Elaboración propia (software Ansys, 2006).

De manera más detallada el software permite conocer la deformación unitaria elástica y plástica promedio del acero distribuido colocado en el modelo de acuerdo con la orientación de la barra de acero.

Las deformaciones en la dirección vertical para el modelo de la grieta discreta se muestran en la figura 13, la deformación más alta fue en la zona de la esquina reentrante, pero sin incursionar al rango plástico. En dicha zona se encuentran colocados los colgantes, estos elementos son los que experimentan mayor deformación unitaria por la cercanía de la aplicación de la carga.

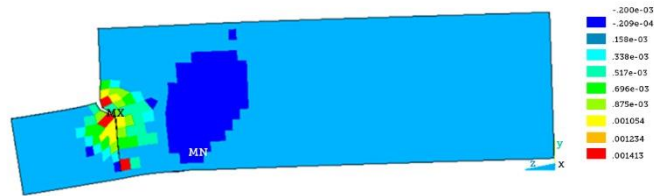


Figura 13. Deformación unitaria elástica promedio del refuerzo en dirección vertical (enfoque discreto).

Fuente: Elaboración propia (software Ansys, 2006).

El ancho de grieta en la esquina reentrante y el comportamiento de la curva carga-desplazamiento obtenida en los modelos numéricos mostraron una buena correlación con los resultados experimentales como se muestra en la figura 14.

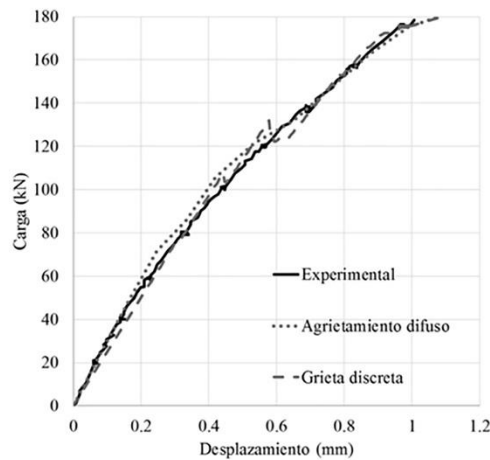


Figura 14. Anchos de grieta: resultados del modelo numérico y experimental bajo carga simétrica.

Fuente: Elaboración propia (software Ansys, 2006).

En la tabla 4 se muestran los valores de los anchos de grieta en la esquina reentrante para diferentes niveles de carga registrados durante la prueba experimental bajo carga simétrica de servicio.

Tabla 4. Ancho de grieta experimental y numérico.

$P$ (kN)	Ancho de grieta experimental	Ancho de grieta del modelo numérico
88	0.050	0.032
118	0.053	0.052
177	0.075	0.100

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de ancho de grieta en la esquina reentrante que se obtuvieron del modelo y que se compararon con los resultados experimentales se pueden considerar como aceptables dentro de los límites del juicio de la ingeniería.

## Discusión

Los modelos numéricos permitieron reproducir el comportamiento de los casos estudiados, la carga a la que se inicia el agrietamiento y los anchos de grieta. Se compararon las curvas carga-desplazamiento y momento flexionante-ancho de grieta obtenidas con los modelos numéricos realizados en este trabajo y los resultados experimentales obtenidos de Moreno-Martínez & Meli (2014) y Vandewalle (2000); respectivamente. Al comparar estas curvas se constató la similitud entre ambas (por ejemplo, las curvas numéricas obtenidas coincidieron razonablemente con la rigidez de las curvas experimentales), pudiendo determinar así la confiabilidad de la estrategia empleada en la modelación para cada tipo de respuesta. Colocar el acero de refuerzo de forma distribuida mostró buenos resultados en la modelación y simplificó usar el enfoque de la grieta discreta para la colocación de elementos de contacto.

El no proveer un refuerzo adecuado hará que se presente un agrietamiento prematuro con propagación rápida o hasta una falla frágil. El acero de refuerzo que se encuentra más próximo a la aplicación de la carga experimenta mayores deformaciones unitarias.

Independientemente del enfoque que se utilice en la modelación los mapas de esfuerzos son aproximadamente del mismo orden, razón por la cual sólo se optó por mostrar el mapa de esfuerzos obtenidos de usar el enfoque de la grieta discreta.

La dificultad para usar el enfoque de una grieta discreta que se comporta según un modelo cohesivo depende de la orientación de la grieta para utilizar los elementos de contacto, ya que de ello depende obtener de manera más aproximada el ancho de la grieta como se observó en los dos casos de estudio. El enfoque de la grieta distribuida auxilia en la localización de las zonas de agrietamiento para, posteriormente, colocar los elementos de contacto al utilizar el enfoque discreto.

La respuesta del modelo usando el enfoque de grieta discreta en general proporciona una buena aproximación en las curvas carga-desplazamiento y momento flexionante-ancho de grieta.

Por lo que respecta a la parte experimental, referente al caso de estudio del extremo recortado, mediante el factor de escala, se puede correlacionar la carga a la fluencia en el experimento con la del prototipo. También, el criterio de diseño y el comportamiento de la curva carga-desplazamiento de los especímenes deben ser similares al del prototipo.

En cuanto al agrietamiento, los resultados de los modelos numéricos no pueden ser extrapolados a través de las leyes de similitud directamente al prototipo del que se haya tomado la prueba experimental; esto debido a que el ancho de grieta depende de otros factores como el recubrimiento, tamaño del agregado, diámetro de la barra y resistencia del concreto y, sumado a esto, el efecto de tamaño *size-effect*. Por lo que, una vez validado el modelo numérico con ensayos de laboratorio, si este era un modelo a escala, se debe realizar la simulación, pero considerando la geometría que obedece a la escala natural del elemento estudiado.

## Conclusiones

Se demostró que el enfoque de grieta distribuida y grieta discreta estiman el comportamiento y el agrietamiento de estructuras de concreto reforzado bajo carga estática, considerando la no-linealidad del material. El enfoque de agrietamiento tiene la ventaja de un tiempo de análisis computacional menor, con respecto al otro enfoque. Además, las grietas distribuidas definen la región de grietas dominantes que sirven como base para aplicar el enfoque de la grieta discreta que se apoya en un modelo de material de zona cohesiva y de esta manera obtener el ancho de la grieta. La etapa de agrietamiento consideró la curva de ablandamiento lineal del concreto y la adherencia perfecta entre el concreto y el acero para obtener la correlación razonable de las curvas experimentales. Es importante señalar que los modelos numéricos realizados, debido a la relación de refuerzo dada, requirieron precisión en el ángulo de inclinación de la grieta para representar la rigidez experimental.

Las simulaciones numéricas confirman los resultados experimentales y ponen las bases para la aplicación de los dos enfoques de grieta propuestos.

## Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por los proyectos Programa para el Desarrollo Profesional Docente-Secretaría de Educación Pública (Prodep-SEP) ("Nuevo PTC, UGTO-PTC-460" y "Nuevo PTC, UGTO-PTC-428"). Los autores agradecen a la Universidad de Guanajuato Campus Celaya-Salvatierra y al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

## Referencias

- Ansys (2006). "Documentation for ANSYS". ANSYS Workbench Release v. 11.0. ANSYS Inc. USA
- Bažant, Z. P., & Lin, F. (1988). Nonlocal smeared cracking model for concrete fracture. *Journal of Structural Engineering*, 114(11), 2493-2510. doi: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:11\(2493\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:11(2493))
- Bažant, Z. P., & Oh, B. H. (1983). Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*, 16(3), 155-177. doi: <https://doi.org/10.1007/BF02486267>
- Barbhuiya, S., & Choudhury, A. M. (2015). A study on the size effect of RC beam-column connections under cyclic loading. *Engineering Structures*, 95, 1-7. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.03.052>
- Cook, A. C., Vel, S. S., & Johnson, S. E. (2017). Pervasive cracking of heterogeneous brittle materials using a multi-directional smeared crack band model. *International Journal of Mechanical Sciences*, 000, 1-16. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.09.016>
- Cornelissen, H., Hordijk, D., & Reinhardt, H. W. (1986). Experimental determination of crack softening characteristics of normal weight and lightweight concrete. *HERON*, 31(2), 45-56.
- Eurocode 2 (2007). *Calcul des Structures en béton*, NF-EN-1992.
- Freddi, F., & Lurlano, F. (2016). Numerical insight of variational smeared approach to cohesive fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 98, 156-171. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2016.09.003>
- Gálvez, J. C., & Cendón, D. A. (2002). Simulación de la fractura del hormigón en modo mixto. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para cálculo y Diseño en Ingeniería*, 18(1), 31-58.
- Gopalaratnam, S., & Shah, S. (1985). Softening response of plain concrete in direct tension. *American Concrete Institute. Structural Journal*, 82, 310-323.

- Hillerborg, A., Modéer, P. E., & Petersson, P. E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6(6), 773-782. doi: [https://doi.org/10.1016/0008-8846\(76\)90007-7](https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7)
- Ichinose, T., Kanayama, Y., Inoue, Y., & Bolander Jr. J. E. (2004). Size effect tests on bond strength of deformed bars. *Construction and Building Materials*, 18(7), 549-58. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2004.03.014>
- Jin, L., Li, D., & Su, X. (2016). Mechanical behavior and size effect of moderate high-strength RC columns under monotonic and cyclic axial compression. *Engineering Structures*, 124, 269-85. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.06.030>
- Kobayashi, A. S., Hawkins, M. N., Barker, D. B., & Liaw B. M. (1985). Fracture process zone of concrete. En: S.P. Shah (Ed.) *Application of Fracture Mechanics to Cementitious Composites* (pp. 25-50). Illinois: Martinus Nijhoff Publishers.
- Moreno-Martínez, J. Y., & Meli, R. (2014). Experimental study on the structural behavior of concrete dapped-end beam. *Engineering Structures*, 75, 152-163. doi: <https://doi-org/10.1016/j.engstruct.2014.05.051>
- Mosalam, K.M., & Paulino, G. H. (1997). Evolutionary characteristic length method for smeared cracking finite element models. *Finite Element in Analysis and Design*, 27, 99-108. doi: [https://doi.org/10.1016/S0168-874X\(97\)00007-3](https://doi.org/10.1016/S0168-874X(97)00007-3)
- Nilson, A. H. (1982). State-of-the-art report-finite element analysis of reinforcement concrete. *American Society of Civil Engineers*, 114(11), 2493-2510.
- Ors, D. M., Okail, H. O, & Zaher, A. H. (2014). Modeling of shear deficient beams by the mixed smeared/discrete cracking approach. *Housing and Building Research Center Journal*, 12(2) 123-136. <https://doi.org/10.1016/j.hbrcj.2014.11.002>
- Padmarajaiah, S. K., & Ramaswamy, A. (2002). A finite element assessment of flexural strength of prestressed concrete beams with fiber reinforcement. *Cement and Concrete Composites*, 24, 229-241. doi: [https://doi.org/10.1016/S0958-9465\(01\)00040-3](https://doi.org/10.1016/S0958-9465(01)00040-3)
- Planas, J., & Elice, M. (1986). Towards a measure of GF: An analysis of experimental results. En: F.H. Wittmann (Ed.) *Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete* (pp. 381-390). Lausana, Suiza: Elsevier
- Polak, M. A., & Vecchio, F. (1993). Nonlinear analysis of reinforced concrete shell. *Journal of Structural Engineering*, 119(2), 3439-3462.
- Prestressed Concrete Institute (1999). *PCI Design Handbook*. Chicago, Illinois.
- Rashid, Y. R. (1968). Analysis of prestressed concrete pressure vessels. *Nuclear Engineering and Design*, 29(4), 334-344. doi: [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(68\)90066-6](https://doi.org/10.1016/0029-5493(68)90066-6)
- Reinhardt, H. W. (1984). Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete. *Heron*, 29(2), 3-35.
- Shi, Z., Nakano, M., Nakamura, Y., & Liu, C. (2013). Discrete crack analysis of concrete gravity dams based on the known inertia force field of linear response analysis. *Engineering Fracture Mechanics*, 115, 122-136. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2013.10.020>
- Sinaie, S. (2016). Application of the discrete element method for the simulation of size effects in concrete samples. *International Journal of Solid and Structures*, 108, 244-253. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2016.12.022>
- Syroka-Korol, E., Tejchman, J., & Mróz, Z. (2014). FE analysis of size effects in reinforced concrete beams without shear reinforcement based on stochastic elasto-plasticity with non-local softening. *Finite Elements in Analysis and Design*, 88, 25-41. doi: <https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.05.005>
- Vandewalle, L. (2000). Cracking behavior of concrete beams reinforced with a combination of ordinary reinforcement and steel fibers. *Materials and Structures*, 33, 164-170. doi: <https://doi.org/10.1007/BF02479410>
- William, K. J., & Warnke, E. D. (1975). Constitutive model for the Triaxial Behavior of Concrete. *Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering*, 19, 174. doi: <http://doi.org/10.5169/seals-17526>



- Yerlici, V. A., & Ozturan, T. (2000). Factors affecting anchorage bond strength in high-performance concrete. *American Concrete Institute. Structural Journal*, 97(3), 499-507.
- Zienkiewicz, O. C., & Zhu, J. Z. (1992). The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimate. Part 1: the recovery technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33, 1331-1364. doi: <https://doi.org/10.1002/nme.1620330702>