

Efectos dinámicos en una conducción de agua experimental

Dynamic effects in an experimental water main

Mariana Simão*, Jesús Mora-Rodríguez**, Helena M. Ramos**

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es estudiar los transitorios hidráulicos y su influencia en el comportamiento de tuberías. La importancia de la interacción fluido-estructura (FSI, por sus siglas en inglés) y la complejidad en los sistemas hidráulicos son dependientes, ya que la estructura reacciona con el movimiento del flujo y, en consecuencia, se genera una respuesta del fluido por vibración de la estructura. Así, se hace uso de un modelo 3D simulado mediante dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés). Las predicciones del modelo numérico se comparan con las pruebas experimentales realizadas en un modelo físico adaptado para dicho propósito. La solución obtenida puede proporcionar un medio para una mejor comprensión de los efectos estructurales implicados en dispositivos hidráulicos y en las estructuras hidráulicas a presión.

ABSTRACT

The main objective of this work is to study hydraulic transient and its influence on pipes behaviour. The importance of fluid-structure interaction (FSI) and complexity of hydraulic systems are dependent, since structure reacts to movement of flow and consequently fluid response is generated by vibration of structure. Thus, 3D model based on Computational Fluid Dynamics (CFD) is used. Numerical model predictions are compared with experimental tests performed on a physical model adapted for this purpose. Solution obtained can provide a means for better understanding structural effects involved in hydraulic devices and in pipe systems.

INTRODUCCIÓN

Los daños causados por las cargas de sobrepresión que se presentan de forma instantánea y de manera inesperada por lo general no son predecibles. Las consecuencias no se hacen evidentes hasta pasado un tiempo después del evento, tales como la aparición de fugas, roturas de tuberías y juntas de desplazamientos. La mayoría de las veces, el daño causado por el golpe de ariete excede los costos de análisis preventivo y las medidas de control de sobrepresión (Sabadra & Bhave, 2014). En caso de que no se presente otro evento transitorio, las condiciones de flujo asociadas a las ondas de presión se presentarán hasta que la energía sea completamente amortiguada y disipada (Thorley, 1991). Las ondas de presión pueden también conducir a la fatiga gradual de los apoyos y sujeciones del sistema. Estas oscilaciones de masa de agua en la conducción, además de causar vibraciones en la tubería, pueden generar succión de aire.

Esta investigación pone en relieve la importancia de la interacción fluido-estructura (FSI, por sus siglas en inglés) en el análisis de los sistemas hidráulicos y su complejidad, que depende de las características del sistema como el diseño y los soportes de la tubería. La presencia de fuertes vibraciones hidráulicas puede provocar la ruptura de una instalación, así como

Recibido: 4 de octubre de 2015

Aceptado: 6 de junio de 2016

Palabras clave:

Interacción flujo-estructura (FSI); dinámica de fluido computacional (CFD); vibraciones en la estructura; transitorios hidráulicos.

Keywords:

Fluid structure interaction (FSI); computational fluid dynamics (CFD); structural vibrations; transient events.

Cómo citar:

Mariana Simão, M., Mora-Rodríguez, J., & Ramos, H. M. (2016). Efectos dinámicos en una conducción de agua experimental. *Acta Universitaria*, 26(NE-3), 27-34. doi: 10.15174/au.2016.997

* Department of Civil Engineering, Architecture and Georesources (DECivil) and CERis, Instituto Superior Técnico, University of Lisbon, Portugal. E-mail: m.c.madeira.simao@tecnico.ulisboa.pt

** Geomatics and Hydraulic Engineering Department, Universidad de Guanajuato, Guanajuato, México. E-mail: jesusmora@ugto.mx

daños en el revestimiento interior, además del desgaste de los equipos de impulsión, de medición y control instalados en el sistema (Lüdecke & Kothe, 2006). En el presente trabajo se estudia el comportamiento del fluido y la estructura como un todo, ya que la respuesta de la estructura cambia la dinámica de flujo y, en consecuencia, se presenta una respuesta del fluido por la vibración estructural (Casadei, Halleux, Sala & Chillè, 2001; Wiggert & Tijsseling, 2001).

Resumiendo, la interacción entre el fluido y la estructura en el golpe de ariete implica acciones bidireccionales de acoplamiento (Wiggert & Tijsseling, 2001). Los cambios de flujo inducen desplazamientos de la estructura y las vibraciones del tubo también afectan el movimiento del fluido (González, Park, Lee & Felippa, 2012; Vaassen, De Vincenzo, Hirsch & Leonard, 2011). Por lo tanto, utilizar un modelo de análisis independiente donde la fuerza del fluido es utilizada como una condición de contorno en el modelo dinámico estructural, sin considerar el efecto que este le impone, puede limitar la validez de los resultados (Simão, Mora-Rodríguez & Ramos, 2015b).

Así, para simular los transitorios es necesario un modelo numérico capaz de reproducir las interacciones entre las diferentes condiciones de contorno –por ejemplo, el fluido, la estructura, las válvulas, los desplazamientos y las deformaciones– (Casadei *et al.*, 2001). El comportamiento de los diversos componentes de estos sistemas complejos no es lineal tanto en términos de geometría como de deformaciones, el primero debido a los grandes desplazamientos y el segundo a las leyes de la reología de los materiales (Hou, Wang

& Layton, 2012). Por lo tanto, para entender mejor la dinámica de los fenómenos asociados a la FSI se utilizan modelos acoplados (Kratz & Ungar, 2003), donde se crean dos volúmenes, el dominio del fluido y el dominio de la estructura de deformación (Liu, Liu & Lu, 2012).

En suma, se utilizan métodos numéricos basados en la dinámica de fluido computacional (CFD, siglas en inglés). Estos resultados son comparados con las pruebas experimentales llevadas a cabo en el laboratorio del Departamento de Ingeniería Geomática e Hidráulica de la Universidad de Guanajuato (DIGH-UG).

MATERIALES Y MÉTODOS

La instalación de laboratorio comprende un sistema de bombeo que suministra toda la red. La bomba proporciona una presión casi constante (30 mca) al sistema de tuberías. Aguas abajo del tren de descarga, se presenta una válvula de compuerta donde la carga de presión cae 16 mca, resultando la carga de presión en 14 mca aguas arriba del sistema. Este sistema contiene dos tipos de tubería: hierro galvanizado (GI, por sus siglas en inglés) y poli-cloruro de vinilo (PVC, por sus siglas en inglés), con 37.9 m y 85 m de longitud, respectivamente. Las tuberías se apoyan en soportes metálicos de 0.5 m de altura y anclados con abrazaderas de hierro en el caso de la tubería de GI y abrazaderas de metal laminado en el caso de la tubería de PVC. La distancia entre los soportes es de aproximadamente 1.5 m (figura 1). Las conexiones se realizan a través de bridas, coples y juntas mecánicas.

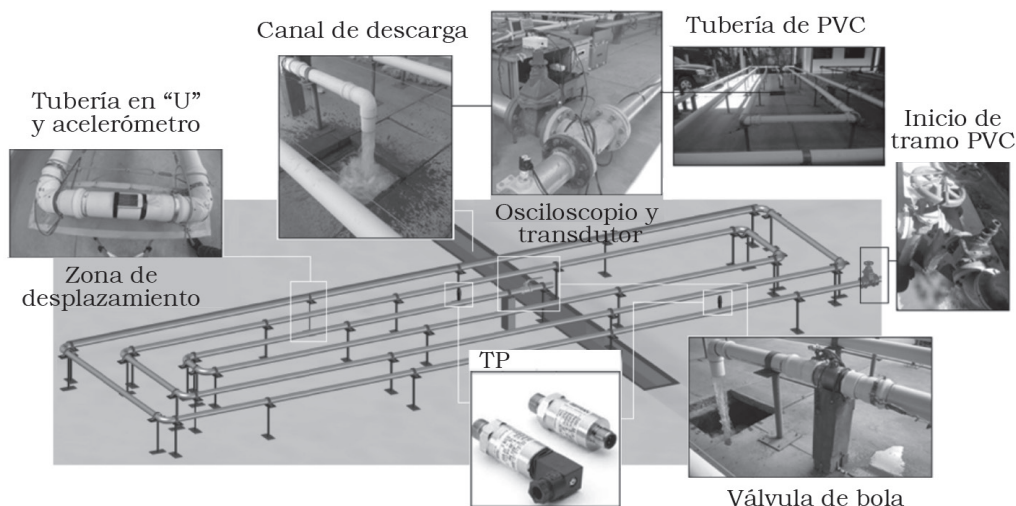


Figura 1. Instalación de la línea de conducción (tramo PVC), DIGH-UG.
Fuente: Elaboración propia.

Los eventos transitorios son inducidos en el extremo aguas debajo de la tubería de PVC, cerrando rápidamente y de forma manual la válvula de bola, que se encuentra en dicho extremo. El objetivo de este cierre manual es generar los desplazamientos en un tramo de tubería PVC; este tramo en específico presenta un doble cambio de dirección en forma de “U”. Dos transductores de presión (TP) se instalan a lo largo de toda la tubería. El primer transductor (TP1) se encuentra en la tubería de PVC, ubicado a 2 m del inicio de dicho tramo y el segundo transductor (TP2) se ubica inmediatamente aguas arriba de la válvula de bola. Se establece un valor de caudal para mantener un estado de flujo prácticamente estable antes del cierre rápido de la válvula de bola. Se instaló un acelerómetro en la zona donde se generaron los desplazamientos para registrar las vibraciones de la tubería después del cierre rápido.

Establecidas las condiciones de flujo permanente, se induce posteriormente un transitorio hidráulico provocado con cierre rápido de la válvula de bola. El aumento de la presión fue registrado por un sistema de adquisición de datos del osciloscopio. La figura 2 muestra la variación de la presión obtenida para un valor de descarga inicial de 9 l/s.

Durante el evento transitorio, la instalación ha sufrido desplazamientos en las direcciones principales (eje-x y eje-y). La figura 2 muestra los desplazamientos a lo largo del tiempo en la conducción de PVC después de cerrar la válvula.

Modelo CFD

En esta etapa del trabajo se define un modelo 3D basado en CFD para modelar fenómenos de golpe de ariete y, juntamente con el método de elementos finitos (FEM, por sus siglas en inglés), para estudiar el comportamiento del sistema estructural. Así, en el modelo COMSOL Multiphysics 4.3b se define primero la geometría del modelo 3D basado en la instalación física y, posteriormente, se crean dos tipos de dominios: fluido (representando el volumen de agua) y estructura (representando el volumen de la tubería).

En este caso, el flujo se considera incompresible y el material sólido elástico-lineal. Los dos dominios se describen como Ω_f y Ω_s , respectivamente. Las ecuaciones del movimiento de fluidos (ecuaciones de Navier-Stokes) se reescriben en la forma arbitraria lagrange-euler (ALE), por lo que las ecuaciones de NS ALE son:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho((u - \hat{u} \cdot \nabla) u = \nabla \cdot [-pl + \mu(\nabla u + \nabla u)^T] + F;$$

$$\nabla \cdot u = 0,$$

donde, t , u , p , ρ , μ y \hat{u} son: tiempo, velocidad, presión, densidad, viscosidad dinámica del fluido y velocidad en cada nodo de malla, respectivamente; l representa la matriz diagonal unitaria y F , la fuerza que afecta al volumen de fluido.

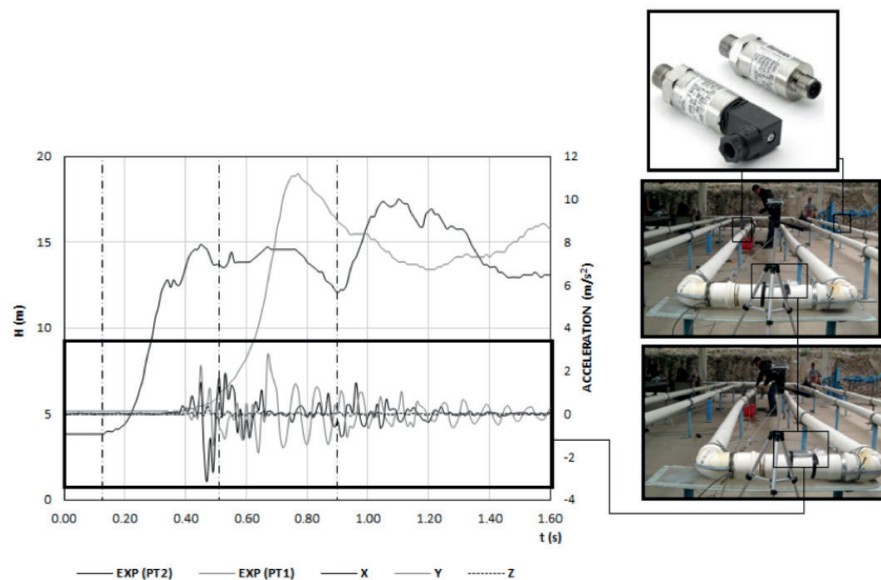


Figura 2. Variación de presión en TP1 y TP2. Desplazamientos en las direcciones principales.
Fuente: Adaptado de Simão *et al.* (2015d).

Con respecto a la estructura, se escriben las ecuaciones del movimiento de Lagrange:

$$\rho_s \frac{\partial v_s}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma_s + f^B, \text{ en } \Omega_s$$

$$\det(F) = 1, \text{ en } \Omega_s$$

$$\sigma_s = G(F \cdot F^T - I) - p_s I, \text{ en } \Omega_s$$

donde ρ_s y v_s son la densidad de sólidos y vector de velocidad de los desplazamientos de la estructura; σ_s tensión de Cauchy; f^B el vector de fuerzas de los cuerpos; G corresponde al módulo de cizallamiento e I el tensor de identidad. F es el tensor de deformación que describe la deformación del material de referencia (n) a la última configuración $F = (\nabla_n x_s)^T$ en una formulación de Lagrange (Rugonyi & Bathe, 2001). El operador divergencia en la configuración deformada está representado por $(\nabla \cdot)$ y finalmente $\det(F)$ es el determinante del tensor de deformación (Rugonyi & Bathe, 2001).

Para verificar que se ha alcanzado el equilibrio, se requiere calcular las fuerzas impuestas por el fluido sobre la estructura y estas serán utilizadas para construir el modelo acoplado. Así, en una interfaz fluido-estructura (Γ') se deben verificar las condiciones de equilibrio y de compatibilidad. La condición de equilibrio, $\sigma_s \cdot n_s + \sigma_f \cdot n_f = 0$, asegura que en la interfase se presente dicho equilibrio de fuerzas donde n_f y n_s son los vectores normales unitarios de la superficie exterior del dominios de fluido y estructura, respectivamente. Sobre la condición de compatibilidad $u_s = u_f$, se asegura que en la interfase el material no se superpone y no se formarán vacíos, u_s y u_f son vectores de desplazamiento de la estructura y del líquido, respectivamente (Rugonyi & Bathe, 2000).

En el dominio de fluido, se seleccionó un modelo turbulento k- ϵ , en el dominio sólido se utilizó el material correspondiente a los dos tipos de materiales de las tuberías y respecto al material de los soportes de la conducción se consideró la restricción de movimiento de acuerdo a la posición en que se encuentra cada soporte.

Al inicio de la instalación, se establece una condición de frontera de carga de presión constante de 5 mca. Para simular el cierre rápido de la válvula (condición de frontera aguas abajo) se utilizó la viscosidad del fluido, se toma en cuenta que esta propiedad puede variar en función del tiempo en la zona de la válvula y con ello generar dicho cierre rápido. Por lo tanto, se aplica una función de la viscosidad dinámica en el campo del fluido justo en la zona de la válvula para que la propiedad del fluido funcione como obturador. De esta manera, se crea una expresión para simular la válvula viscosa utilizando las siguientes variables:

$$GateViscosity = 0.001 + 1 \times step1(z[1/m] - Z_{Gate} [1/m]),$$

donde 0.001 es la viscosidad dinámica del agua y Z_{Gate} [1/m] es la posición de la válvula.

La función de paso define la curva característica de una válvula de bola. Cuando la válvula está en la posición abierta, la viscosidad es igual a la del flujo (en este caso agua) hasta alcanzar un valor máximo de 1 Pa.s, en el cual se tiene flujo igual a cero o cierre completo de la válvula. Esta expresión se aplica a la configuración del dominio del fluido (figura 3).

Respecto al tipo de malla, se crean dos mallas de elementos finitos, una para cada dominio (fluido y sólido).

En el modelo CFD se hizo un test de convergencia de la malla mediante su refinado hasta obtener el resultado crítico como la tensión máxima en una ubicación específica (*i.e.*, no cambia significativamente en cada refinamiento). La figura 4 muestra la carga de cizallamiento del modelo 3D. Esto genera un pico de tensión que aumenta con la densidad de la malla. En última instancia, el aumento de la densidad de la malla produce cambios menores en el pico de tensión, por ejemplo, desde 58 284 hasta 96 834 elementos solo existe 1.1% de incremento de tensión. Así, constan 105 837 elementos tetraédricos con 455 353 grados de libertad para el dominio del fluido y 252 682 elementos tetraédricos con 895,888 grados de libertad para la estructura (figura 4). El tiempo de simulación por ordenador para converger a la solución es de 28 h. Todos los cálculos se han realizado en un PC (Intel 5, CPU 3,90 GHz, RAM de 8 GB) con 4 núcleos e hilos en paralelo.

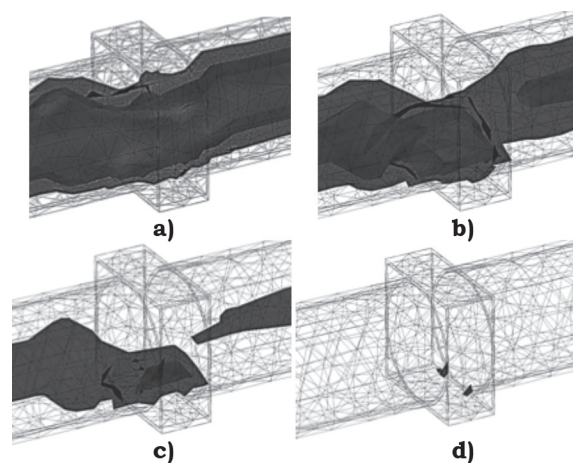


Figura 3. Variación de viscosidad de la válvula de bola: a) 20% cerrada; b) 50% cerrada; c) 80% cerrada; d) 100% cerrada.

Fuente: Adaptado de Simão *et al.* (2015a)

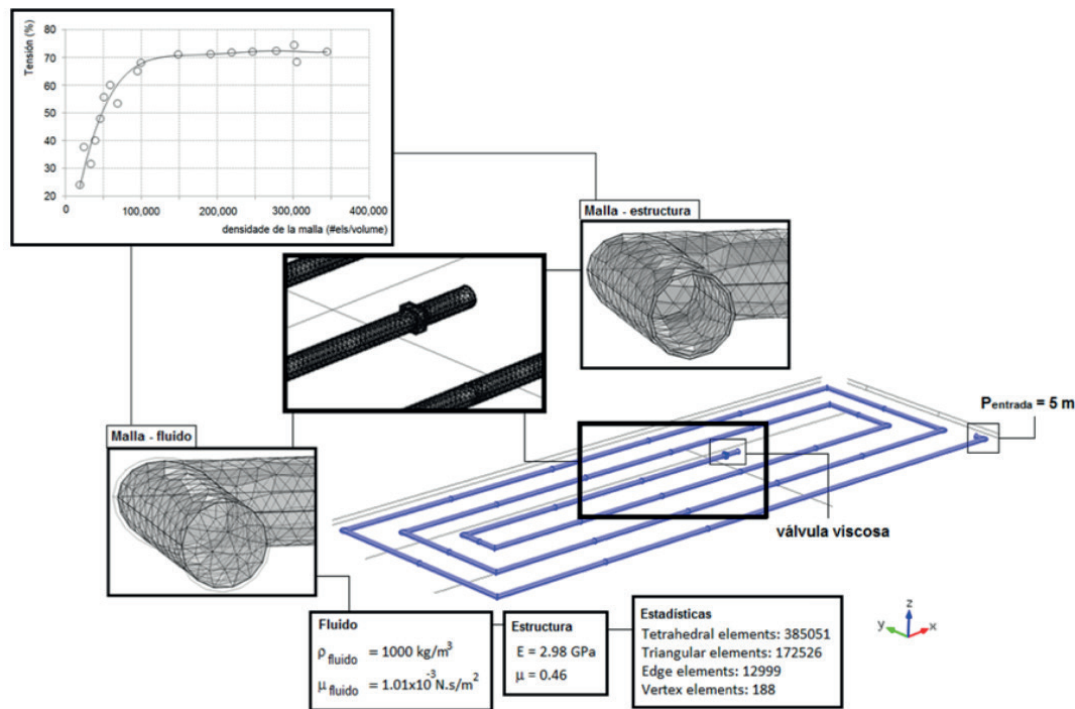


Figura 4. Malla integrada fluido-estructura.
 Fuente: Adaptado de Simão *et al.* (2015d).

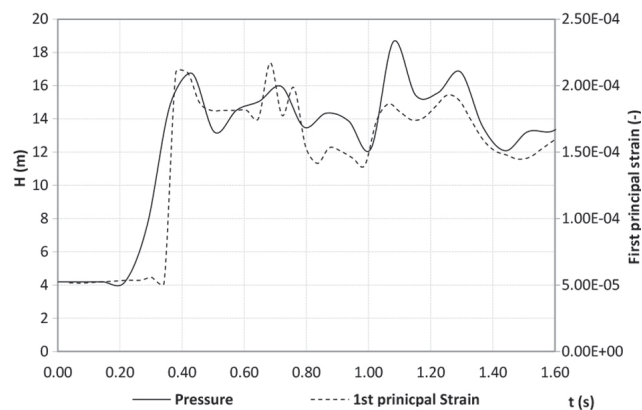


Figura 5. Variación de presión y primera deformación principal a través del tiempo.
 Fuente: Adaptado de Simão *et al.* (2015d).

RESULTADOS

Después de la transferencia de fuerzas de la malla de fluido en la malla de la superficie de la estructura se logra una solución convergente de la dinámica estructural basada en el efecto de las fuerzas actuantes. La respuesta de la estructura a la carga emergente se ve reflejada en el desplazamiento de los nodos de la

malla de la propia estructura. Los desplazamientos en el límite entre la estructura y el flujo se transfieren en la malla del flujo provocando la deformación de la misma (Simão, Mora-Rodríguez & Ramos, 2014).

En la figura 5 se presentan los resultados de la transferencia de fuerzas y momento entre el fluido y la pared de la tubería durante el evento transitorio provocado por el cierre rápido de la válvula de bola. Las fluctuaciones de presión (registradas con el TP2) y la expansión de la tubería se presentan de forma sincrónica. Durante el estado estacionario, para una carga de presión constante de 4 mca, la tubería ya no está en reposo absoluto presentando una distensión de 5×10^{-5} . En el régimen transitorio se producen oscilaciones de la presión dentro de la tubería provocando la expansión en el eje de la tubería y, en consecuencia, el desplazamiento del sistema (Simão, Mora-Rodríguez & Ramos, 2015b).

El desplazamiento máximo en el eje-x es de 0.071 m (figura 6) y el desplazamiento máximo total es de 0.085 m (figura 8). Estos desplazamientos máximos, después de la simulación fluido-estructura, corresponden a las tensiones máximas obtenidas en el tiempo $t = 1.12 \text{ s}$ (figura 6).

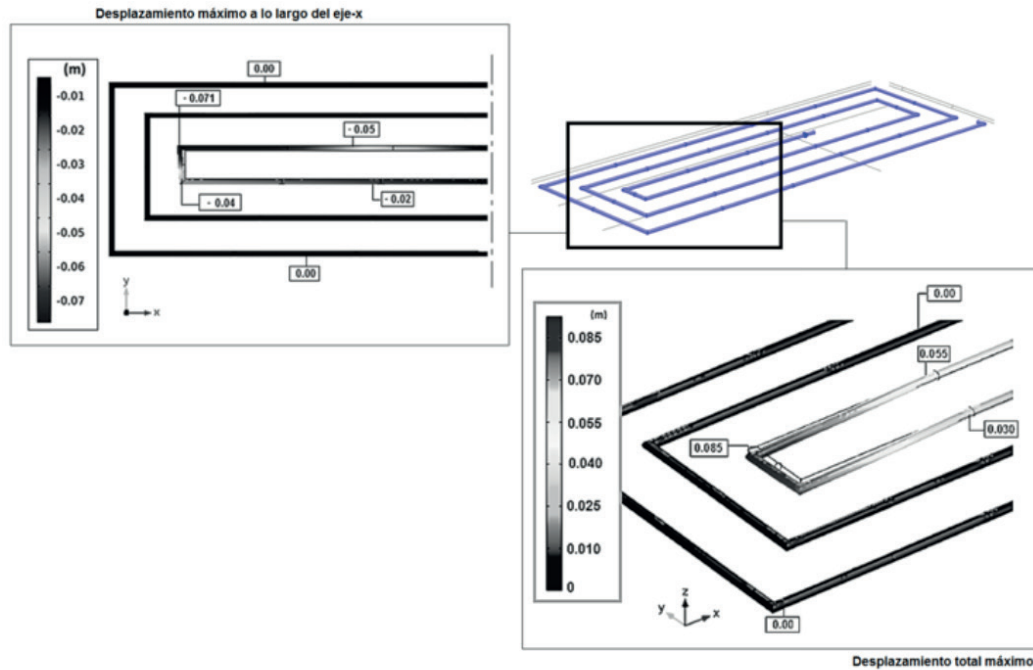


Figura 6. Desplazamiento máximo a lo largo del eje-x y desplazamiento total máximo obtenidos en el modelo CFD. Fuente: Adaptado de Simão *et al.* (2015b).

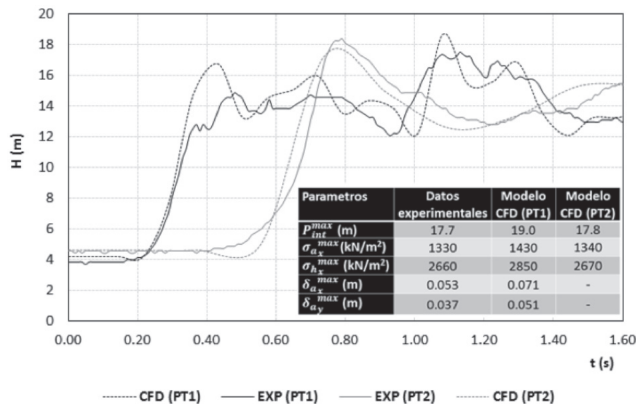


Figura 7. Variación de presión y primera deformación principal a través del tiempo. Fuente: Elaboración propia.

Resumiendo, se puede comprobar que la estructura se mueve mientras la onda de presión se propaga a lo largo del conducto.

DISCUSIÓN

La simulación 3D en CFD tiene en cuenta no solo el flujo de fluido, sino también la contribución del movimien-

to de la estructura, en consecuencia, la acumulación de energía debido a la elasticidad del material. Tanto las simulaciones como los experimentos muestran cierta inestabilidad desde el tiempo $t = 0.4$ s hasta el tiempo $t = 1.4$ s, que se relaciona con el comportamiento reológico del material (figura 7). En las pruebas experimentales, algunas desviaciones adicionales se notan debido a las tensiones de flexión alrededor de las curvas. En comparación con el modelo CFD, las principales diferencias son el resultado de la deformación y el desplazamiento de la estructura. Estas diferencias conducen a un aumento de la presión interna inducida por el rápido cierre de la válvula de bola. La amplitud máxima presenta el error relativo entre 1% – 7%. Respecto al desplazamiento total, el porcentaje de discrepancia es de aproximadamente 30% en las dos direcciones principales.

Según la figura 7, el efecto del movimiento de la tubería debida a las ondas de tensión axiales se puede observar en las presiones registradas (Simão *et al.*, 2015b). Las variaciones de presión pueden ser generadas por la vibración lateral de la tubería (Simão *et al.*, 2015b). Ello se puede interpretar como el mecanismo de acoplamiento axial-lateral que se presenta en tramos de tubería con cambios de dirección, en combinación con Poisson y el acoplamiento Bourdon (Budny, 1988; Fan, 1989).

Limitaciones del modelo

En este trabajo se destaca la importancia del análisis integrado utilizando modelos hidrodinámicos en 3D para reproducir lo que pasa en sistemas reales. Sin embargo, aunque los resultados de CFD son validados con los experimentales, el coste computacional debe ser mejorado. Así, la utilización de la válvula viscosa en el modelo CFD es una opción para reducir el número de elementos. Esta consideración solamente es válida para simular el cierre brusco en la válvula una vez que hay una buena aproximación de la válvula esférica y la válvula viscosa. En caso de cierres lentos, sería necesario incluir la geometría de la válvula y su ecuación de cierre.

CONCLUSIONES

El acoplamiento FSI, utilizando modelos CFD, resulta una buena aproximación para describir problemas de interacción. Especialmente en los casos en los que se generan fuerzas inducidas por transitorios hidráulicos en conductos a presión. Como resultado, genera el desplazamiento de la estructura, y esta a su vez altera las presiones internas del fluido. Además, con el modelo CFD es posible observar no solo la simulación del fluido a través del tiempo, sino también modelar el desplazamiento de la estructura en condiciones inestables.

Los análisis desarrollados desvelaron una alta sensibilidad a los efectos dinámicos no convencionales, en particular en el diseño de sistemas de tuberías de presiones transitorias. Los sistemas de tuberías, especialmente instalados encima del suelo, durante la ocurrencia de fenómenos transitorios están sometidos a fuerzas dinámicas relevantes. Cuando estas fuerzas están asociadas con el movimiento del sistema se genera interacción fluido-estructura, lo que significa que el líquido y la tubería deben ser analizados en conjunto. Además, la importancia de un análisis integrado mediante modelos CFD es clara cuando hay interacciones entre dos sistemas físicos, es decir, cuando es necesario tener en cuenta los soportes, la geometría y la rigidez de las tuberías y la resultante del balance de fuerzas en todo el sistema.

En resumen, cuando los desplazamientos y las vibraciones son significativos, el uso de modelos de CFD en la resolución de ecuaciones tridimensionales con la interacción fluido estructura permite la predicción de las condiciones dinámicas de los sistemas hidráulicos.

De esta forma se confirma que el uso de modelos 3D en CFD puede ser visto como metodología para la resolución de aplicaciones prácticas de ingeniería, dependiendo del tipo de cargas y las limitaciones de la tubería.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue financiada por la Fundación Portuguesa para la Ciencia y Tecnología (FCT) a través de la Beca de Doctorado-SFRH/BD/68293/2010 del primer autor. Gracias a CERIS (Investigación Civil Ingeniería e Innovación para la Sostenibilidad) del Departamento de Ingeniería Civil, Arquitectura y Georrecursos, Instituto Superior Técnico (IST) de la Universidad de Lisboa (ULisbon) y al Convenio Concyteg 122/2015UG, Universidad de Guanajuato.

REFERENCIAS

- Budny, D. (1988). *The influence of structural damping on the internal fluid pressure during a fluid transient pipe flow* (PhD Thesis). East Lansing MI: M. S. Engineering Ed.
- Casadei, F., Halleux, J., Sala, A., & Chillè, F. (2001). Transient fluid-structure interaction algorithms for large industrial applications. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 190(24-25), 3081-3110.
- Fan, D. (1989). *Fluid Structure interactions in internal flows* (Ph.D. thesis). Department of Civil Engineering, University of Dundee, Dundee, UK.
- González, J., Park, K., Lee, I., & Felippa, C. (2012). Partitioned Vibration Analysis of Internal Fluid-Structure Interaction Problems. *International Journal for Numerical Methods Engineering*, 92(3), 268-300.
- Hou, G., Wang, J., & Layton, A. (2012). Numerical Methods for Fluid-Structure Interaction-A Review. *Communications in Computational Physics*, 12(2), 337-377.
- Kratz, J., & Ungar, K. (2003). The Influence of FSI on Pipe System Loads. *Transactions of the 17th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT 17)* (pp. 17-22). August, Prague, Czech Republic.
- Liu, Z., Liu, Y., & Lu, J. (2012). Fluid-structure interaction of single flexible cylinder in axial flow. *Computers & Fluids*, 56, 143-151.
- Lüdecke, H., & Kothe, B. (2006). Water Hammer. In K. A. Communications (Ed.), *Know-how* (vol. 01). Halle, Germany.
- Rugonyi, S., & Bathe, K. (2000). On the analysis of fully-coupled fluid. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2(7), 29-41.
- Rugonyi, S., & Bathe, K. (2001). On Finite Element Analysis of Fluid Flows Fully Coupled with Structural Interactions. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2(2), 195-212.

- Sabadra, R., & Bhawe, P. (2014). Surge control: A review. *International Journal of Advanced Technology in Engineering and Science*, 2(7), 19-26.
- Simão, M., Mora-Rodríguez, J., & Ramos, H. (2014). Fluid-structure interaction with different coupled models to analyse an accident occurring in a water supply system. *Journal of Water Supply: Research and Technology-AQUA*, 64(3), 302-325. doi: 10.2166/aqua.2014.128
- Simão, M., Mora-Rodríguez, J., & Ramos, H. M. (2015a). Mechanical interaction in pressurized pipe systems: experiments and numerical models. *Water*, 7, 6321-6350. doi: 10.3390/w7116321
- Simão, M., Mora-Rodríguez, J., & Ramos, H. M. (2015b). Interacción fluido estructura en una red experimental. *XIV Simposio Iberoamericano sobre planificación de sistemas de abastecimiento y drenaje (SERA)*. Guanajuato.
- Simão, M., Mora-Rodríguez, J., & Ramos, H. M. (2015c). Interaction between hydraulic transient events and structure vibration. *Pressure Surge*. Dublin: BHR Group.
- Simão, M., Mora-Rodríguez, J., & Ramos, H. M. (2015d). Computational dynamic models and experiments in the fluid-structure interaction of pipe systems. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 43, 1-13. doi: 10.1139/cjce-2015-0253.
- Thorley, A. (1991). *Fluid Transients in Pipeline Systems*. Herts, England: D. & L. George Ltd.1.
- Vaassen, J., De Vincenzo, P., Hirsch, C., & Leonard, B. (2011). In Strong Coupling Algorithm to Solve Fluid-Structure-Interaction Problems with a Staggered Approach. *Proceedings of the 7th European Symposium on Aerothermodynamics*. Netherlands: European Space Agency.
- Wiggert, D., & Tijsseling, A. (2001). *Fluid Transients and Fluid-Structure Interaction in Flexible Piping Systems*. Reports on Applied and Numerical Analysis Department of Mathematics and Computing Science Eindhoven University of Technology.