JÓVENES EN LA CIENCIA
REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA

EL GRAVITÓN Y LA TEORÍA DE CUERDAS

Martha Patricia Forero Carrillo (1), Oscar Gerardo Loaiza Brito (2)

1 [Ingeniería Mecatrónica, Universidad Autónoma de Bucaramanga (UNAB)] | Dirección de correo electrónico: [mforero261@unab.edu.co]

2 [Departamento de Física, División de Ciencias e Ingenierías, Campus León, Universidad de Guanajuato] | Dirección de correo electrónico: [oloaiza@fisica.ugto.mx]

Resumen

En el presente trabajo se muestra una recopilación de los conceptos físicos necesarios para comprender la importancia del gravitón, los cuales se presentan en la introducción, además se muestra el proceso matemático que se realizó para obtenerlo, lo cual está consignado en la sección de materiales y métodos. Se obtuvo que el gravitón es una partícula con dos grados de libertad, sin masa y correspondiente a una perturbación de un campo tensorial de segundo orden, para un espaciotemporal de cuatro dimensiones y en el caso de diez dimensiones como lo es la teoría de cuerdas, esta partícula cumple con las mismas características pero sus grados de libertad son treinta y cinco.

Abstract

This paper is a collection of physical concepts necessary to understand the importance of the graviton which is presented in the introduction, including the required mathematical procedure, showed in materials and methods section. It was found that the graviton is a particle with two degrees of freedom, massless and corresponding to a disturbance of a second-order tensor field for a four-dimensional space-time and in the case of ten dimensions such as the string theory, this particle has the same features with 35 degrees of freedom.

Palabras Clave Gravedad; Relatividad Especial; Relatividad General; Cuantización; Gravedad Cuántica.

INTRODUCCIÓN

Desde los orígenes de la humanidad, el hombre se ha preguntado por el porqué de su propia existencia, o el cómo funcionan las cosas e incluso por el origen del universo. Algunas de estas preguntas hoy después de miles de años siguen siendo igual de trascendentales que cuando se formularon por primera vez e incluso algunas de estas siguen sin respuesta, y es ahí en esa búsqueda incansable a las verdaderas respuestas a estos cómo y por qué, en la que la investigación científica es y será la protagonista, además es la pionera del desarrollo tecnológico de la raza humana. En ese largo camino se han desarrollado diferentes ramas del conocimiento, y de algunas de estas es indispensable tener bases para poder desarrollar posteriormente el trabajo de cuantización del gravitón y entender el potencial de la teoría de cuerdas; a continuación se hará referencia a las que se consideran relevantes para el trabajo.

Relatividad

Los experimentos fallidos de Albert Abraham Michelson y Edward Morley quienes intentaron encontrar el movimiento absoluto de la Tierra en el espacio con su interferómetro, demostraron que la velocidad de la luz era siempre la misma independientemente del sistema de referencia, incluso antes de que llegara el padre de la relatividad, Albert Einstein y le mostrara al mundo de forma matemática que esto no era un error [1].

Relatividad Especial

Los postulados formulados por Einstein fueron [2]:

1. Todas la leyes de la naturaleza son iguales en cualquier marco de referencia inercial
2. La velocidad de la luz es constante en el vació independientemente del sistema del sistema inercial de referencia.

De esto se originó la formula

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2,$$

donde E es la energía, m es la masa del cuerpo, c es la velocidad de la luz en el vacío, p es el momento relativista, de lo cual $p = \gamma m v$.

Se verificó que esta ecuación es invariante ante las trasformaciones de Lorentz [3], lo que demuestra que el tiempo se retrasa y las distancias se contraen,

$$x' = \gamma(x - \beta ct),\ ct' = \gamma(ct - \beta x),$$

sabiendo que

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ ,$$

y v es la velocidad del cuerpo.

En un espacio cuatridimensional como los formulados por Einstein, la métrica de Minkowsky es:

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2,$$

en el caso de fotones $ds^2 = 0$, de esto se pueden hallar los conos de luz. Al integrar la ecuación anterior se obtiene

$$x = \pm ct + T,$$

donde T es una constante que permite mover el origen del cono de luz y las coordenadas utilizadas son

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3),\ \text{y}\ \ x^0 = ct.$$

De esto se observa la relación espacio-tiempo, que Einstein planteó como un espacio plano en cuatro dimensiones, el cual se ve curvado ante la presencia de masas, dando origen la relatividad general.

Relatividad General

Einstein generó una nueva ecuación donde cada punto el espacio-tiempo se curva ante presencia de materia, pero globalmente esta hoja del mundo es simétrica [1]

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 0,$$

donde $R_{\mu\nu}$ es el tensor de curvatura de Ricci, R es el escalar de la curvatura de Ricci, $g_{\mu\nu}$ es un tensor simétrico.

Utilizando la ecuación de la geometría Rimmaniana

$$\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} = \frac{1}{2} g^{\alpha\nu}\left[\partial_\beta g_{\nu\gamma} + \partial_\gamma g_{\nu\beta} - \partial_\nu g_{\beta\gamma}\right],$$

teniendo en cuenta que la gravedad para muchos fenómenos físicos es una fuerza muy pequeña, se puede escoger una métrica $g_{\mu\nu}(x)$ muy cercana a la métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ [3],

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x),$$

se sabe que $h_{\mu\nu}(x)$ es una pequeña fluctuación en la métrica de Minkowski y $\eta_{\mu\nu} = diag\{-1,1,1,1\}$.

Reemplazando $g_{\mu\nu}(x)$ en la geometría Rimmaniana se obtuvo

$$\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} = \frac{1}{2} \eta^{\alpha\nu}\left[\partial_\beta h_{\nu\gamma} + \partial_\gamma h_{\nu\beta} - \partial_\nu h_{\beta\gamma}\right],$$

sustituyendo esto en la ecuación de Einstein expresada en símbolos de Christoffel, que se presenta a continuación

$$R_{\mu\rho} = \partial_\nu \Gamma^{\nu}_{\mu\rho} - \partial_\rho \Gamma^{\nu}_{\mu\nu} + \Gamma^{\nu}_{\mu\rho}\Gamma^{\nu}_{\nu\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\Gamma^{\nu}_{\rho\alpha} = 0,$$

se obtuvo:

$$R_{\mu\rho} = \frac{1}{2}\eta^{\nu\alpha}\left[-\partial^\alpha \partial_\alpha h_{\mu\rho} + \partial^\alpha \partial_\mu h_{\alpha\rho} + \partial^\alpha \partial_\rho h_{\alpha\mu}\right]$$
$$-\frac{1}{2}\eta^{\nu\alpha}\left[-\partial_\rho \partial_\alpha h + \partial^\alpha \partial_\rho h_{\alpha\mu} - \partial_\rho \partial^\nu h_{\mu\rho}\right] = 0.$$

Al operar y simplificar queda

$$\partial^2 h_{\mu\rho} + \partial_\mu \partial_\rho h - \partial^\alpha\left(\partial_\mu h_{\alpha\rho} + \partial_\rho h_{\mu\alpha}\right) = 0,$$

y esta es la ecuación de movimiento, la cual se verifico que fuese simétrica, tomando

$$h_{\mu\nu}(x) \to h_{\mu\nu}(x+\epsilon) = h_{\mu\nu} + \delta h_{\mu\nu}(\epsilon),$$
$$\delta h_{\mu\nu}(\epsilon) = \partial_\mu \epsilon^\nu + \partial_\nu \epsilon^\mu,$$

lo que permite ver que la ecuación de Einstein no se va a ver afectada por el sistema inercial y es independiente de las coordenadas de referencia.

Pero él no sólo quería reconciliar sus postulados de relatividad con la gravedad de Newton, él soñaba con unificar todas las fuerzas, en una que lo explicara todo, en esta búsqueda surgieron la mecánica cuántica relativista, el modelo estándar y posteriormente la teoría de cuerdas, entre otras.

Teoría de Cuerdas

A partir de esta teoría el mundo ya no es el mismo, puesto que la materia en su mínima expresión ya no sería simplemente algo puntual, sino se comportaría como una cuerda abierta o cerrada que oscila, y es gracias a estas diferentes posibilidades de vibración que existen tanta variedad de elementos en la naturaleza con propiedades muy diversas.

Además esta teoría tiene un gran potencial para cumplir el sueño de Einstein de generar una teoría del todo, una sola teoría que unifique a las cuatro fuerzas fundamentales del universo que son: la fuerza gravitacional, la fuerza electromagnética, la fuerza nuclear fuerte y la fuerza nuclear débil. Más adelante se presentara uno de los más fuertes argumentos a favor de la teoría de cuerdas.

Por otra parte, ningún avance de la ciencia surge espontáneamente, por el contrario es fruto del trabajo concienzudo de muchos investigadores que han comprendido el trabajo de sus predecesores [4], ahí radica la importancia de entender que es la gravedad, por qué permea todo el universo y cómo se transmite, pues no se puede pretender determinar la existencia del gravitón sin siquiera entender la gravedad. Aunque es cierto que la existencia del gravitón hasta el momento no se ha podido comprobar experimentalmente, si tiene un amplio desarrollo matemático, además debe existir algo que permita explicar por qué los cuerpos sienten los efectos de la gravedad, pues como la evolución científica ha demostrado no existen explicaciones reales que sean mágicas o míticas. Uno de los procesos matemáticos por el que se ha llegado al gravitón es precisamente por la cuantización de una cuerda.

MATERIALES Y MÉTODOS

Se partió de la ecuación de movimiento cuantizada que se obtuvo previamente y se cambiaron las coordenadas del cono de luz por

$$x^\nu = (x^-, x^+, x^a, x^b),$$

donde

$$x^\pm = \frac{x^0 \pm x^1}{\sqrt{2}},$$

en la ecuación de movimiento cuantizada, que es:

$$\mathcal{P}^2 h^{\mu\nu} - \mathcal{P}_\alpha(\mathcal{P}^\mu h^{\nu\alpha} + \mathcal{P}^\nu h^{\mu\alpha}) + \mathcal{P}^\mu \mathcal{P}^\nu h = 0,$$

se reemplaza $h^{\mu\nu}$ en función de sus nuevas coordenadas (-,+,a,b).

De las cuales se fijaron todas las componentes h^{+I} siendo I todas las posibilidades (-,+,a,b), y se verifico su simetría con:

$$h^{\mu\nu}(x) \rightarrow h^{\mu\nu}(x+\epsilon) = h^{\mu\nu} + \delta h^{\mu\nu}(\epsilon),$$

$$\delta h^{\mu\nu}(\epsilon) = i(\mathcal{P}_\mu \epsilon^\nu + \mathcal{P}_\nu \epsilon^\mu),$$

Como efectivamente se pueden anular las cuatro componentes h^{+I} los grados de libertad de la ecuación se disminuyen a seis.

En la ecuación de movimiento cuantizada se reemplazan μ y ν por la coordenada (+)

$$\mathcal{P}^2 h^{++} - \mathcal{P}_\alpha(\mathcal{P}^+ h^{+\alpha} + \mathcal{P}^+ h^{+\alpha}) + \mathcal{P}^+ \mathcal{P}^+ h = 0,$$

se sabe que todos los términos h^{+I} son cero, por lo que la ecuación se reduce

$$\mathcal{P}^+ \mathcal{P}^+ h = (\mathcal{P}^+)^2 h = 0,$$

como no se puede asumir que el momento de una partícula es cero, a no ser que tenga una medida precisa de la misma, entonces $h = 0$ para que se cumplas que $(\mathcal{P}^+)^2 h = 0$, donde h se puede escribir como $h^\alpha{}_\alpha$.

Para obtener los valores de h se debe tener en cuenta que $h = \eta_{\mu\nu} h^{\mu\nu}$, pero como se cambió el sistema de coordenadas, el tensor $\eta_{\mu\nu}$ también cambio. Para obtener la nueva matriz se parte de que $\eta_{\mu\nu}$ es un tensor de orden dos cuyos posibles valores son (-1,1,0) y h debe tener componentes en las coordenadas nuevas (-,+,a,b), partiendo de la expansión de las coordenadas en el cono de luz

$$x^\mu x_\mu = -(x^0)^2 + (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2,$$

$$x^\mu x_\mu = \eta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu,$$

$$x^\mu x_\mu = \eta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu + \eta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu + \eta_{22} x^2 x^2 + \eta_{33} x^3 x^3,$$

lo único que se modificó de las coordenadas del cono de luz fueron x^0 y x^1, por lo que los dos últimos términos se conocen y se pueden reescribir en uno solo, como $\eta_{II} h^I{}_I$, los dos primeros términos se hallaron a partir de las coordenadas modificadas, que son:

$$x^- = \frac{x^0 - x^1}{\sqrt{2}} \;,\; x^+ = \frac{x^0 + x^1}{\sqrt{2}} \;,$$

al operar $x^- x^+$, da: $-2x^- x^+ = -(x^0)^2 + (x^1)^2$, las expansiones posibles para las dos coordenadas (+) y (-), son

$$\eta_{--} x^- x^- + \eta_{-+} x^- x^+ + \eta_{+-} x^+ x^- + \eta_{++} x^+ x^+,$$

como se encontró las posibilidades $\eta_{--} x^- x^-$ y $\eta_{++} x^+ x^+$ no se generan, es decir estas son cero, pues solo se obtienen las posibles combinaciones de $-2x^- x^+$, luego

$$\eta_{-+} x^- x^+ + \eta_{+-} x^+ x^- = -2x^+ x^-,$$

para obtener este resultado η_{-+} y η_{+-} deben ser igual a -1, las otras dos componentes del tensor η no se modifican, de esto se observa que

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

por lo que cumple con la propiedad de ser un tensor simétrico. Al realizar la operación $\eta_{\mu\nu} h^{\mu\nu}$, se obtiene $h = \eta_{\mu\nu} h^{\mu\nu} = -2h^+{}_- + h^I{}_I = 0$, como en estas coordenadas todo h^{+I} son cero, entonces $-2h^+{}_- = 0$. Sabiendo que $h^I{}_I$ es cero, la ecuación de movimiento cuantizada se reduce a

$$\mathcal{P}^2 h^{\mu\nu} - \mathcal{P}_\alpha(\mathcal{P}^\mu h^{\nu\alpha} + \mathcal{P}^\nu h^{\mu\alpha}) = 0,$$

tomando μ como (+), queda

$$\mathcal{P}^2 h^{+\nu} - \mathcal{P}_\alpha(\mathcal{P}^+ h^{\nu\alpha} + \mathcal{P}^\nu h^{+\alpha}) = 0,$$

se sabe que todos los términos h^{+I} son cero, por lo que la ecuación se reduce $\mathcal{P}^+ \mathcal{P}_\alpha h^{\nu\alpha} = 0$, de lo que se tiene que $\mathcal{P}_\alpha h^{\nu\alpha} = 0$, las tres posibilidades para el único índice libre ν que son (-,+,I), sabiendo que I corre como a y b.

- Si ν es igual a (+) queda $h^{+\alpha}$ y todos los h^{+I} son cero para en las coordenas utilizadas.
- Si ν es igual a I se obtiene $\mathcal{P}_\alpha h^{I\alpha} = 0$, expandido da: $-\mathcal{P}^+ h^{I-} - \mathcal{P}^- h^{I+} + \mathcal{P}_J h^{IJ} = 0$, como h^{+I} son cero, por lo que se reduce a: $-\mathcal{P}^+ h^{I-} + \mathcal{P}_J h^{IJ} = 0$, despejando se obtiene
$$h^{I-} = \frac{1}{\mathcal{P}^+} \mathcal{P}_J h^{IJ}.$$
- Si ν es igual a (-) se obtiene $\mathcal{P}_\alpha h^{-\alpha} = 0$, esto es: $-\mathcal{P}^+ h^{--} - \mathcal{P}^- h^{-+} + \mathcal{P}_I h^{-I} = 0$, y como h^{+I} son cero, al reducirlo se encuentra la siguiente ecuación $-\mathcal{P}^+ h^{--} + \mathcal{P}_I h^{-I} = 0$, quedando:
$$h^{--} = \frac{1}{\mathcal{P}^+} \mathcal{P}_I h^{-I}.$$

Por lo que los seis grados de libertad quedan reducidos a tres, y están dados por la siguiente ecuación $\mathcal{P}^2 h^{IJ} = 0$, las posibilidades que quedaron para que $h^{IJ} \neq 0$, donde I y J corran como a y b, son: h^{aa}, h^{ab}, h^{bb} , de esto se conoce que $\eta_{aa} h^{aa} = -\eta_{bb} h^{bb}$, luego h^{aa} y h^{bb} representan un solo grado de libertad. Habiendo encontrado así una partícula con solo dos grados de libertad, los cuales son $h^{ab} y\ h^{IJ}$, además por cuántica se tiene que $\mathcal{P}^2 h^{IJ} = -m^2 h^{IJ} 0$, entonces si h^{IJ} no es cero, entonces la masa es cero, por lo que se ha obteniendo así una partícula de masa nula.

Los grados de libertad gravitón de acuerdo a un espaciotiempo en cuatro dimensiones, se pueden encontrar aplicando las simetrías anteriormente descritas. De esto se puede deducir la ecuación para encontrar los grados de libertad del gravitón en cualquier dimensión, la cual es:

$$\frac{D(D-3)}{2},$$

siendo D las dimensiones de trabajo, y si D es igual a 10 como en la teoría de cuerdas, se obtiene una partícula con 35 grados de libertad.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este trabajo no sólo se abarcó una gran cantidad de temas de física y se desarrolló el proceso matemático de la obtención del gravitón por medio de la cuantización de la ecuación de movimiento, sino que además se llevó a cabo un proceso más complejo que fue la comprensión de la importancia del gravitón y sus características, lo que permitió identificar su comportamiento indistintamente de las dimensiones utilizadas, gracias a esto fue posible reconocer su presencia en un espacio de diez dimensiones como los planteados en Teoría de Cuerdas. En un espacio diez dimensional se obtuvo una partícula con 35 grados de libertad, estos son los mismos que se obtienen para una partícula sin masa y de espín dos al cuantizar una cuerda, luego se ha encontrado el gravitón. Durante el desarrollo planteado en la sección anterior se llegó a los mismos resultados presentados por el Dr. Barton Ziewach en su libro A First Course in String Theory, el cual se encuentra respectivamente citado en referencias, bajo el número [3].

CONCLUSIONES

El gravitón es una partícula fundamental que permite la interacción de los cuerpos con la gravedad, haciendo que estos sientan sus efectos.

Las características del gravitón son: no tiene masa, es de espín 2, y tiene una ecuación concreta para determinar sus grados de libertad de acuerdo con las dimensiones del sistema en el que se trabaje.

La teoría de cuerdas básica 10 dimensional presenta una partícula de 35 grados de libertad, de espín 2 y sin masa, lo que cumple con todas las características del gravitón. Además esta teoría puede describir otras físicas por lo que se cree que a partir de esta es posible crear una única ley que unifique a todas las fuerzas del universo consiguiendo así el sueño de Einstein de una teoría unificada.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad de Guanajuato por la oportunidad de participar en este verano de investigación y por su apoyo económico que hizo posible mi asistencia. También agradezco muy especialmente a mi tutor durante este verano el Dr. Oscar Gerardo Loaiza Brito, quien realizó una labor apoteósica con unos neófitos en física, pues no solo cubrió un vasto tema en un tiempo record, sino que se preocupó porque lo entendiéramos. Además nos transmitió su pasión por el estudio de la física lo cual cambio para siempre mi manera de ver el mundo.

REFERENCIAS

[1] Einstein, Albert. (1999). Sobre la Teoría de la Relatividad Especial Y General (pp. 70-75). España: Ediciones Altaya, S.A.

[2] Hewitt, P. (2007). Física Conceptual (10ma ed.) (pp. 21-208, 689-731). México: Pearson Educación.

[3] Zwiebach, B. (2009). A First Course in String Theory (2nd Ed.). México: Pearson Educación.

[4] Hawking, S. (2004). Isaac Newton. On The Shoulders of Giants (2nd Ed.) (pp. 147-157). California: The Book Laboratory® Inc.