

DISEÑO DE UN CICLOTRÓN COMPACTO PARA PROPÓSITOS EDUCACIONALES

(Thompson, Eric James) Eric James Thompson (1), (Maury Cuna, Geoffrey Humberto Israel) Geoffrey Humberto Israel Maury Cuna (2)

1 Física, Christopher Newport University | Dirección de correo electrónico: Eric.Thompson.13@cnu.edu

2 Departamento de Física, División de Ciencias e Ingenierías, Campus León, Universidad de Guanajuato | Dirección de correo electrónico: israel.maury@ugto.mx

Resumen

Este proyecto inició con la investigación de la física detrás de los aceleradores de tipo ciclotrón. Con estos conceptos, y conociendo algunas de las limitaciones físicas de la máquina, se obtuvieron las especificaciones de diseño. Entre los parámetros de diseño se incluyen la fuerza magnética, campo eléctrico, la presión de vacío requerida, la velocidad máxima de las partículas, la energía del haz, y las ecuaciones que describen las órbitas de las partículas. Esta información será utilizada, como trabajo futuro, para construir físicamente el ciclotrón, que será utilizado para propósitos educativos y de entrenamiento de estudiantes de pregrado y posgrado.

Abstract

This project began by researching the physics behind cyclotron accelerators. With this knowledge, and knowing some physical limitations of the machine, some design specifications were made. These specifications include the magnetic and electric field strength, the required vacuum pressure, the maximum particle velocity and energy, and the equations of motions for the orbit of the particles. This information will be used to build the physical components of the cyclotron, in the future, which will be used for graduate and undergraduate teaching purposes.

Palabras Clave

Campo Magnético; Campo Eléctrico; Fuerza de Lorentz; Aceleradores de Partículas; Ciclotrón.

INTRODUCCIÓN

Hay dos tipos principales de aceleradores: lineales y circulares. Los aceleradores circulares son generalmente menos caros, requieren menos equipo, y ocupan menos espacio. Por estas razones, este tipo de aceleradores son una buena herramienta para la enseñanza.

Desde un punto de vista físico, los aceleradores de tipo ciclotrón son muy simples. Operan con dos principios básicos: un campo eléctrico que acelera las partículas, y un campo magnético que cambia la dirección de las mismas. Estos dos campos son perpendiculares el uno al otro, dando como resultado una órbita espiral para las partículas.

Para el ciclotrón que se diseñó en la estancia de verano, fue importante que las partículas permanecieran dentro de los límites de la física clásica, con el fin de evitar efectos relativistas que darían como resultado una maquina más compleja y difícil de construir. Esto significa que las partículas que están siendo aceleradas deben tener una velocidad pequeña con relación a la velocidad de la luz, a menos de uno por ciento. Si la velocidad de las partículas es menos de uno por ciento de la velocidad de la luz entonces la fuerza de Lorentz, y la segunda ley de Newton del movimiento se pueden utilizar, en su versión clásica, para determinar la ecuación de movimiento de la partícula.

Movimiento de Ciclotrón

La fuerza que gobierna el movimiento de una partícula con carga q y velocidad v , en la presencia de un campo electromagnético se llama la fuerza de Lorentz. La fuerza de Lorentz se compone de dos partes principales: la fuerza debida al campo eléctrico y la fuerza debida al campo magnético. Esta fuerza se puede expresar como:

$$\vec{F}_L = q[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})]. \quad (1)$$

Dado que \vec{E} , \vec{v} , y \vec{B} son vectores, tienen tanto una dirección y una magnitud. Para fines del diseño, estos valores y direcciones se tomaron como:

$$\vec{E} = E\hat{y} \quad (2)$$

$$\vec{B} = B\hat{z} \quad (3)$$

$$\vec{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y}. \quad (4)$$

Después de tomar el producto cruz, la fuerza de Lorentz se puede reescribir como:

$$\vec{F}_L = q[v_y B\hat{x} + (E - v_x B)\hat{y}]. \quad (5)$$

Puesto que todas las partículas en el ciclotrón se mantienen en un marco de referencia clásico, el movimiento de las partículas en el ciclotrón se determina por la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (6)$$

Sin embargo, esta ecuación puede reescribirse de dos maneras. La \vec{a} en la ecuación representa la aceleración, que es la segunda derivada del vector de posición \vec{r} . Sustituyendo la ecuación (5) en la (6), obtenemos:

$$q[v_y B\hat{x} + (E - v_x B)\hat{y}] = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (7)$$

Sin embargo, tanto el \vec{r} , \vec{v}_y , y \vec{v}_x se pueden volver a escribirse en términos similares:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{x}\hat{x} + \ddot{y}\hat{y} \quad (8)$$

$$v_x = \dot{x}, \quad v_y = \dot{y}. \quad (9)$$

Por lo tanto la ecuación final puede separarse en los componentes \hat{x} e \hat{y} , que da dos ecuaciones de movimiento:

$$\ddot{x} = \frac{qB\dot{y}}{m}, \quad \ddot{y} = \frac{qE}{m} - \frac{qB\dot{x}}{m}. \quad (10)$$

Por último, el valor de la frecuencia de ciclotrón $\omega_0 = \frac{qB}{m}$ (discutido más adelante) puede ser sustituido en las ecuaciones para dar las dos últimas ecuaciones del movimiento:

$$\ddot{x} = \omega_0 \dot{y}, \quad \dot{y} = \frac{\omega_0 E}{B} - \omega_0 \dot{x}. \quad (11)$$

La idea principal de este proyecto fue diseñar un ciclotrón pequeño que pueda ser usado con fines educacionales. De tal forma, que la física detrás de la maquina sea simple y se mantenga en el rango de la física clásica y así evitar complejidades en el diseño que dificulten la construcción.

MATERIALES Y MÉTODOS

Este proyecto era sobre todo teórico, así que no había muchos materiales o métodos utilizados. Se aplicó la Segunda Ley de Newton para el movimiento de las partículas en conjunto con la fuerza de Lorentz, que describe la interacción de una partícula, con una carga q y una velocidad v , en la presencia de un campo electromagnético. Se obtuvieron las ecuaciones de movimiento y se procedió a resolverlas. Para el diseño se partieron de tres restricciones: (1) el diámetro del ciclotrón $d = 30$ cm, (2) la maquina acelerara protones y (3) mantener el diseño dentro de los límites clásicos.

La mayoría de los cálculos se realizaron utilizando el software de cálculo Mathematica. En Mathematica, las ecuaciones fueron escritas en forma tal que los valores se pueden cambiar más adelante si es necesario corregir el diseño.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los cálculos necesarios para este proyecto siguen un orden muy específico, basado en los requisitos iniciales. Los dos valores conocidos al inicio eran el diámetro del ciclotrón de 30 centímetros, por lo que tendría un radio de 15 centímetros y se aceleraran protones. Es muy importante señalar que el ciclotrón está siendo construido dentro de los límites clásicos de la física. Esto significa que la relación de la velocidad de las partículas a la velocidad de la luz debe ser uno por ciento o menos. Usando esta ecuación, es posible resolver para la velocidad máxima del protón.

$$\beta = \frac{v}{c} \rightarrow v = \beta c. \quad (12)$$

Dado que la partícula está en un marco de referencia clásico, la velocidad máxima de la misma se puede calcular utilizando la expresión de la energía cinética máxima de la partícula,

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2. \quad (13)$$

Usando la energía cinética máxima de la partícula y la masa en reposo del protón ($E_0 = m c^2$), la energía total del electrón se protón; posteriormente, se utilizó para calcular el campo magnético necesario:

$$E_{tot} = E_k + E_0 \quad (14)$$

$$B = \frac{\beta * E_{tot}}{q * \rho * c}, \quad (15)$$

donde β es la relación de la velocidad de la partícula a la velocidad de la luz, E_{tot} es la energía total de la partícula, q es la carga, ρ es el radio del acelerador, y c es la velocidad de la luz. Después de determinar el campo magnético, la frecuencia de revolución f , la frecuencia de ciclotrón ω , y el periodo T se pueden determinar así:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{|q|B}{m}. \quad (16)$$

Después que se determinó la frecuencia de ciclotrón, la frecuencia de la estructura aceleradora de radio-frecuencia (RF) también se calculó. Puesto que la partícula se acelera dos veces por periodo, la frecuencia RF es igual a [1]:

$$f_{RF} = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (17)$$

El ciclotrón opera mediante el uso de un campo eléctrico que cambia de dirección. La dirección del campo eléctrico necesita proporcionar la aceleración en la dirección de movimiento de la partícula, y el campo eléctrico se determina mediante una relación simple entre la tensión (V) y el campo eléctrico (E).

$$V = E d, \quad (18)$$

donde d es la distancia entre los electrodos del ciclotrón. La tensión en este es una función que depende del tiempo:

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \phi). \quad (19)$$

Esta significa que la intensidad de campo eléctrico y la dirección también será una función del tiempo, y se pueden determinar simplemente dividiendo la ecuación de tensión por 'd':

$$E(t) = \frac{V_0 \sin(\omega t + \phi)}{d}. \quad (20)$$

El signo del campo eléctrico determina su dirección, y así como la función seno oscila entre positivo y negativo, el campo eléctrico cambia de dirección en consecuencia. La consideración de diseño final que debe hacerse es la evacuación del gas en la cámara de vacío del ciclotrón. Utilizando datos del Rutgers ciclotrón de 12 pulgadas, se determinó que un nivel de vacío de 10^{-6} [Torr] debe ser apropiado para este ciclotrón ya que sigue especificaciones similares a las del ciclotrón Rutgers [2]. Este nivel de evacuación se puede lograr mediante el uso de una bomba mecánica de precisión para alcanzar una presión absoluta de aproximadamente 10^{-4} [Torr], trabajando con una bomba de difusión para alcanzar una presión de hasta 10^{-8} [Torr].

Este diseño es para un ciclotrón de ≈ 25.6 [eV] de energía del haz, un diámetro 0.15 [m], un campo magnético 1.1364 [Gauss] y una frecuencia de ciclotrón 1.99862×10^7 [Hz]. Todos los valores de las ecuaciones anteriores se pueden encontrar en la Tabla 1.

CONCLUSIONES

Los cálculos presentados servirán como un punto de partida para construir un ciclotrón compacto con diferentes especificaciones físicas. Estos cálculos se pueden reajustar con diferentes constantes o parámetros si alguna de las especificaciones de diseño deba cambiar en el futuro, pero por lo demás estos valores se pueden utilizar para determinar las restricciones del diseño físico para la construcción de un ciclotrón con propósitos de enseñanza y entrenamiento de recursos humanos.

AGRADECIMIENTOS

Gracias a mi asesor de la División de Ciencias e Ingenierías de la Universidad de Guanajuato, Dr. Geoffrey Humberto Israel Maury Cuna por toda su ayuda y experiencia en este proyecto. También agradecimientos a mi mentor Dr. Todd Satogata de la Instalación Nacional de Aceleradores Thomas Jefferson (Thomas Jefferson National Accelerator Facility) para proporcionar recursos, y responder a preguntas durante toda la duración del proyecto. Por último, me gustaría también reconocer a la Universidad de Guanajuato para hacer este viaje, y este proyecto fue posible mediante su programa de Veranos UG.

REFERENCIAS

- [1] Satogata, T., MacKay, W., & Zolkin, T. (2013). *Introductions, Relativity, E&M, Accelerator Overview*. Durham, North Carolina: USPAS.
- [2] Rutgers. (2013, March). 12-inch Cyclotron Vacuum System Page. Retrieved from www.physics.rutgers.edu/https://www.physics.rutgers.edu/cyclotron/12inchvacsys.shtml
- Libro:
- [3] Griffiths, D. J. (2013). *Introduction to Electrodynamics*. Boston: Pearson Education, Inc.
- [4] Halliday, & Resnick. (2014). *Fundamentals of Physics: 10th edition*. Cleveland: John Wiley & Sons, Inc.
- [5] Wiedemann, H. (2015). *Particle Accelerator Physics: Fourth Edition*. London: Springer International Publishing.
- Artículo:
- Lawrence, E. O. (1934). United States Patent No. 1,948,384.
- Software:
- Wolfram Research, Inc., *Mathematica, Version 10*, Champaign, IL (2016).

Tabla 1: Parámetros y ecuaciones principales para el diseño de un ciclotrón compacto.

Parámetro	Valor	Unidades
1. Radio	0.15	[m]
2. Masa de protón	1.626×10^{-27}	[kg]
3. Masa en reposo del protón	938	[MeV]
4. Carga de protón	1.602×10^{-19}	[C]
5. Velocidad de la luz	299792458	[m/s]
6. La velocidad máxima de protones	2.99792×10^6	[m/s]
7. La energía cinética máxima	45.62	[keV]
8. Campo magnético máximo	0.209	[T]
9. Presión de vacío necesaria	10^{-6}	[Torr]
10. Frecuencia de ciclotrón	2.05492×10^7	[Hz]

$$\mathbf{x}[t] := \begin{cases} -\frac{q V_0 (-2 + \cos[t \omega_0])}{2 d m \omega_0^2} & 2 \operatorname{Mod}\left[\frac{2t}{\omega_0}, 1\right] \geq 1 \quad \vee \quad \operatorname{Mod}\left[\frac{2t}{\omega_0}, 1\right] < 0 \\ -\frac{1}{d m \omega_0^2} q V_0 \left(t \omega_0 \cos\left[\frac{t \omega_0}{2}\right] - 2 \sin\left[\frac{t \omega_0}{2}\right] \right) \sin\left[\frac{t \omega_0}{2}\right] & \text{True} \end{cases}$$

$$\mathbf{y}[t] := \begin{cases} \frac{q V_0 (-t \omega_0 \cos[t \omega_0] + \sin[t \omega_0])}{2 d m \omega_0^2} & 0 \leq \operatorname{Mod}\left[\frac{2t}{\omega_0}, 1\right] < \frac{1}{2} \\ \frac{q V_0 \sin[t \omega_0]}{2 d m \omega_0^2} & \text{True} \end{cases}$$

Imagen 1: Soluciones de la ecuación de movimiento para el ciclotrón.

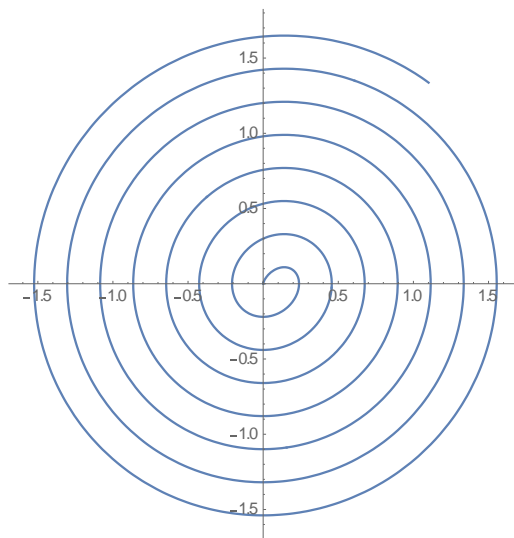


Imagen 2: La trayectoria de las partículas en el acelerador. El eje horizontal representa la posición x y el eje vertical la posición y.