Volumen 5 (2019)
XXV Verano de la Ciencia
ISSN 2395-9797

Interpolaciones polinomiales para aplicaciones en visión robótica.

Salvador Calderon-Uribe [1], Jessica R. Lara-Rosales [2], Luis M. Ledesma-Carrillo [1] , Eduardo Cabal-Yépez [1]

[1] Departamento de Estudios Multidisciplinarios, División de Ingenierías, Campus Irapuato Salamanca, Universidad de Guanajuato Avenida Universidad SN, Colonia Yacatitas, Yuriria, Guanajuato C.P.38944Méx.
[2] Escuela de Nivel Medio Superior de Celaya, Manuel Doblado Nº. 501, Colonia Centro; C.P. 38040; Celaya, Gto

Resumen
En la actualidad existen diferentes métodos basados en el procesamiento digiltal de imágenes que permiten solventar las limitantes de resolución en los sensores ópticos. En este trabajo se presenta una metodologia basada en interpolaciones polinomiales para aplicaciones de super- resolucion en visiòn robotica. Esta metodologia permite estimar valores intermedios entre cada pixel en una imagen capturada, aumentando así las dimensiones y los de detalles en la misma. Se utilizaron 5 diferentes imágenes de prueba y 4 diferentes interpolaciones para validad nuestra metodologia. Los resultados obtenidos muestran que la interpolacion tipo spline y trade-off con un valor del parametro β=0.4 muestra un mejor desempeño.

I.**Introducción**

La resolución de la imagen se refiere a la cantidad de detalles finitos que tiene una foto, una imagen se considera de baja resolución si se utiliza un número pequeño de píxeles para representar la imagen, los puntos por número de pulgada son bajos, el tamaño es pequeño o tiene una cualidad espacial baja. Debido a la baja resolución de imágenes surge la problemática que al incrementar su tamaño o hacer zoom, se vuelve borrosa lo que provoca perdida de nitidez y detalle.

Por ello surge la necesidad del uso de procesamiento de imágenes, lo cual consiste en alterar la información visual para obtener mejores resultados o para aislar algunas características particulares de las imágenes. El impacto de esta disciplina ha sido enorme y afecta a sectores tales como la medicina, telecomunicaciones, control de procesos industriales y al entretenimiento.

Se pueden distinguir tres tipos de procesamiento para mejorar las características o para evaluar algunos aspectos estadísticos de la escena que se esté analizando.

Estos métodos son:

•Procesamiento óptico, donde se emplean arreglos de lentes para mejorar las características de la imagen.

•El procesamiento analógico consiste en el uso de sistemas eléctricos para alterar las imágenes. Ejemplos de esto son las imágenes por televisión, donde existen los controles de contraste e intensidad de estas.

•El procesamiento digital consiste en hacer un mapeo de una imagen a puntos definidos

discretamente a los cuales se les asigna un par de coordenadas y un valor de intensidad. La alteración de los valores de intensidad por medio de una computadora permite efectuar operaciones de realce y de análisis de la imagen con una gran facilidad [1].
Actualmente varias investigaciones se han enfocado en mejorar estos métodos de procesamiento digital con técnicas de interpolación para una mejor visualización de imágenes y obtención de detalles en los bordes y texturas, artículos como los siguientes han innovado estos métodos para la obtención de un mejor resultado, minimizando los márgenes de error: “Súper-resolución de imagen utilizando interpolación Kriging ordinaria con ventanas” [2],” Interpolación multicanal FFT y aplicación a imagen súper-resolución” [3], “Reconstrucción de Súper-Resolución de Imágenes de Video Satélite Basadas en el Método de Interpolación”[4],” Súper-resolución de imagen única mediante máscara auto optimizadora a través de interpolación y reconstrucción de gradientes de orden fraccionario”[5],” Determinación de parámetros para amplificación de imágenes mediante interpolación de pulsos”[6],” Investigación de contraste sobre interpolación e imágenes de subpíxeles en reconstrucción de súper-resolución geométrica CCD”[7],” Co-interpolación de resolución de imagen basada en ajuste multisuperficie”[8], “Súper resolución hibrida combinando ejemplo de imágenes únicas e interpolación basadas en ejemplo de aproximaciones de imágenes múltiples” [9],” Súper resolución de una sola imagen usando funciones de E-SPLINE”[10],” Diseño e implementación de algoritmos de interpolación para súper resolución de imagen” [11].
Basándonos en las investigaciones previas, nos centraremos en el procesamiento digital de imágenes mejorando métodos de interpolación polinomial para obtener una imagen con una mejor resolucion espacial, que se traduce en generar una imagen con mayor tamaño e información, con la ayuda de herramientas de trabajo como MATLAB y con algunos métodos de interpolación polinomial explicados y propuestos a continuación así logrando obtener imágenes con súper- resolución lo cual ayudara a mejorar y perfeccionar los métodos ya existentes para las nuevas tecnologías que se avecinan.

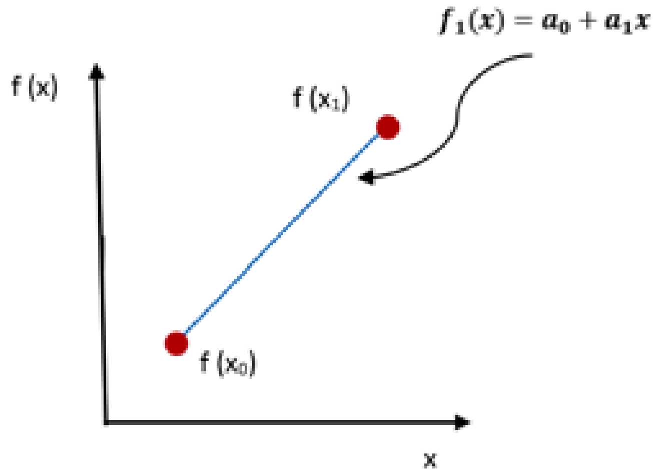
II.Fundamento Teórico

A. Interpolación

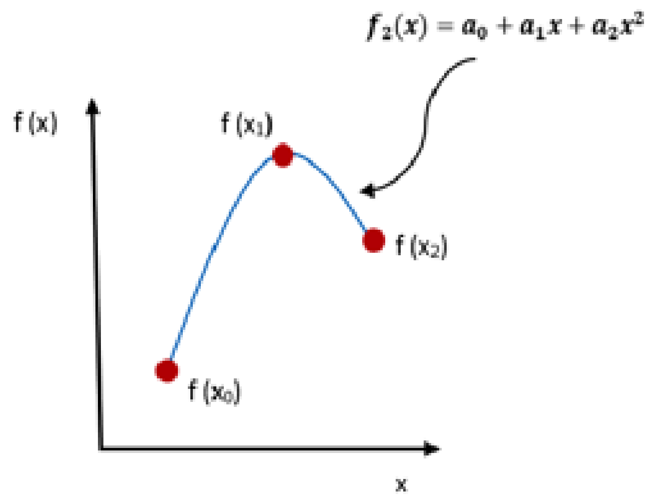
Con frecuencia se encontrará con que tiene que estimar valores intermedios entre datos definidos por puntos. El método más común que se usa para este propósito es la interpolación polinomial, de la forma de (1)

$$f_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n \quad \textbf{(1)}$$

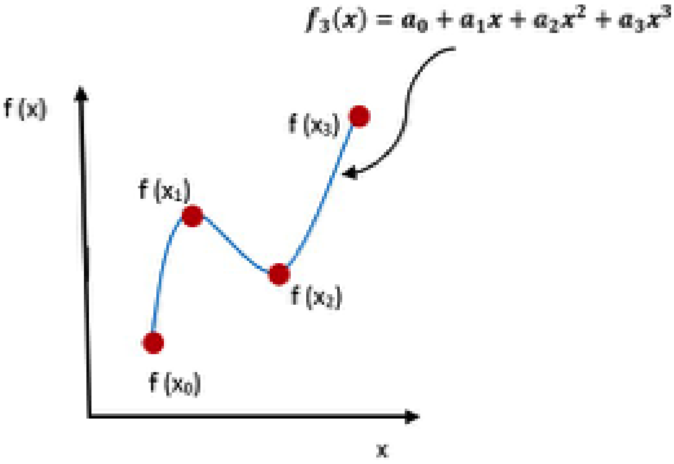
Dados n + 1 puntos, hay uno y sólo un polinomio de grado que pasa a través de todos los puntos. Por ejemplo, hay sólo una línea recta (es decir, un polinomio de primer grado) que une dos puntos (figura 1a). De manera similar, únicamente una parábola une un conjunto de tres puntos (figura 1b). Lo que ocasiona de esta forma que el polinomio obtenido pueda proporcionar una fórmula para calcular valores intermedios entre dichos puntos. [12]



a)



b)



c)

Figura 1.-a) Representación de la unión de 2 puntos utilizando un polinomio de 1er grado, b) representación de la unión de 3 puntos utilizando un polinomio de 2do grado, c) representación de la unión de 4 puntos utilizando un polinomio de 3er grado.

B. Interpolación Lineal.
Es la forma más simple de interpolación, la cual, consiste en unir dos puntos con una línea recta utilizando (2).

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}(x - x_0) \quad (2)$$

Donde $f_1(x)$ designa que éste es un polinomio de interpolación de primer grado. Y el término $f(x_1)-f(x_1)$ es una
x_1-x_0
aproximación en diferencia dividida finita a la primera derivada. En general, la interpolación lineal cuenta con la característica de que cuanto menor sea el intervalo entre los datos, mejor será la aproximación, debido al hecho de que, conforme el intervalo disminuye, una función continua estará mejor aproximada por una línea recta. [12]

C.Interpolación cuadrática.
Una estrategia para mejorar la estimación de la interpolación lineal consiste en introducir alguna curvatura a la línea que une los puntos. Si se tienen tres puntos como datos, éstos pueden ajustarse en un polinomio de segundo grado (también conocido como polinomio cuadrático o parábola). Una forma particularmente conveniente para ello es (3)

$$f_2(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) \quad (3)$$

Donde $f_2(x)$ indica el grado del polinomio, y a_0, a_1 y a_2 se
obtienen por (4), (5) y (6).

$$a_0 = f(x_0) \quad (4)$$

$$a_1 = \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$$

$$a_2 = \frac{\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} - \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}}{x_2-x_0}$$

Donde a_1 representa la pendiente de la línea que une los puntos
x_1 y x_0 y x_2 determina la curvatura de segundo grado en la fórmula. [12]

D.Interpolación Cúbica
Consiste en mejorar la estimación de la interpolación lineal y cuadrada, necesitando de 4 puntos para llevarla a cabo (7).

$$f_3(x) = a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 \quad (7)$$

Donde a_0, a_1, a_2 y a_3 se obtienen mediante la solución de la matriz (8). [12]

$$\begin{pmatrix} a_0x_0^3 & a_1x_0^2 & a_2x_0 & a_3 & f(x_0) \\ a_0x_1^3 & a_1x_1^2 & a_2x_1 & a_3 & f(x_1) \\ a_0x_2^3 & a_1x_2^2 & a_2x_2 & a_3 & f(x_2) \\ a_0x_3^3 & a_1x_3^2 & a_2x_3 & a_3 & f(x_3) \end{pmatrix} \quad (8)$$

E.Interpolación trazadores (Spline) cúbicos.
Consiste en obtener un polinomio de tercer grado de la forma de (9) para cada intervalo entre puntos.

$$f_i(x) = a_ix^3 + b_ix^2 + c_ix + d_i \quad (9)$$

Así, para $n+1$ datos (i = 0, 1, 2, 3, ... ,n), existen n intervalos y, en consecuencia, $4n$ incógnitas a evaluar, las cuales se definen por:

1.- Los valores de la función deben ser iguales en los nodos interiores.

2.- La primera y última función deben pasar a través de los puntos extremos.
3.- Las primeras derivadas en los nodos interiores deben ser iguales.
4.- Las segundas derivadas en los nodos interiores deben ser iguales.
5.- Las segundas derivadas en los nodos extremos son cero. [12]

F.Interpolación Trade-off.

Consiste en mejorar las interpolaciones anteriores aplicando la ecuación mostrada (10) entre dos valores sucesivamente.

$$c = \beta a + (1 - \beta)\, b \quad (10)$$

Donde ß puede tomar valores de [0,1], ß= 0.1, 0.2, 0.3,...,1 Siendo a y b el valor anterior y posterior de la función.

G.Cuadro Comparativo

Cada uno de los métodos de interpolación posee diferentes características que afectan de diferente forma los valores estimados, así como factores que afectan la complejidad del cómputo. En la tabla 1, se muestran las principales ventajas y desventajas.

Tabla I. Ventajas y desventajas de los diferentes tipos de interpolación.

	Ventajas	Desventajas
Interpolación Lineal	El Tiempo de ejecución es mínimo comparado al de otras interpolaciones. Necesita solo de dos puntos para obtener el valor interpolado.	El error del valor obtenido es relativamente grande con respecto al valor original.
Interpolación Cúbica	Se reduce el error con respecto al valor original. El error es cero en intervalos constantes	El tiempo de ejecución aumenta. Necesita de una mayor cantidad de puntos para realizar la interpolación.
Interpolación por Spline Cúbico	El error del valor obtenido es mínimo con respecto al valor real.	Mayor tiempo de ejecución El error varía en intervalos constantes.
Interpolación Trade-Off	Necesita solo de dos puntos para obtener el valor interpolado. El valor interpolado varía dependiendo del valor de β	El error aumenta cuando β se aproxima a los valores extremos 0 o 1.

H.Imagen digital.

Una imagen digital es una representación bidimensional de una imagen a partir de una matriz numérica utilizando bits (unos y ceros). Dependiendo de si la resolución de la imagen es estática o dinámica, puede tratarse de un gráfico rasterizado (mapa de bits) o de un gráfico vectorial. Las imágenes en mapas de bits, suelen definirse por su altura y anchura en pixeles, que determinan el número de colores distintos que pueden almacenar en cada punto individual, y por lo tanto en gran medida, la cantidad de color de la imagen. En la figura 2, se muestra la representacion de una imagen en forma de matriz..

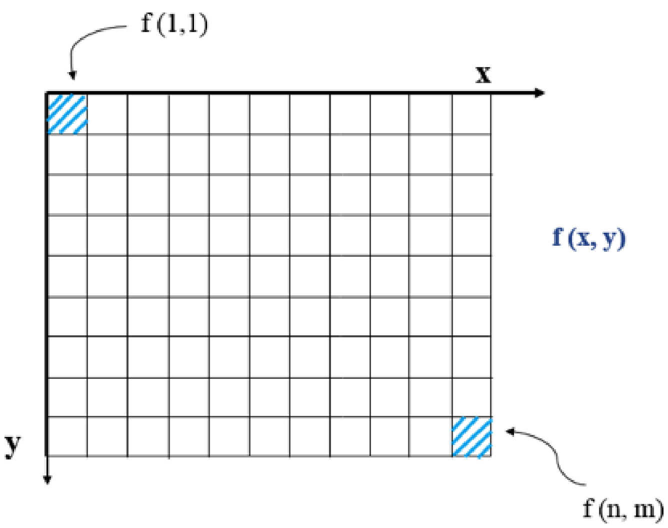


Figura 2.- Representación de una imagen digital.

Por otro lado al hablar de una imagen digital en escala de grises, se habla de una imagen cuyos pixeles pueden poseer 256 valores diferentes (8 bits). [13, 14]

III.Metodología

El procesamiento digital de imágenes se basa en el método de interpolación polinomial utilizando como principal herramienta de trabajo MATLAB.
En la figura 3, se muestra la metodologia propuesta para mejorar la resolucion de una imagen digital. El proceso a seguir para interpolar es ingresar una imagen de tamaño n x n en dicha herramienta de trabajo, en este instrumento se ingresará el algoritmo que se muestra en el diagrama para interpolar columnas y filas de cada una de las imágenes.

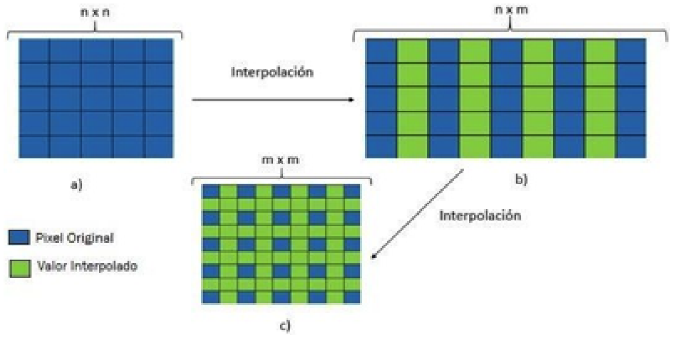


Figura 3.-.a) Representación de la imagen original, b) Interpolación de la imagen "a)" aplicada solo a los valores entre las columnas, c)Interpolación de la imagen "b)" aplicado solo a los valores entre las filas.

IV.Experimentación

Para validar nuestra metodología se utilizaron un total de 5 imágenes (a) Lenna, b) Cameraman, c) Baboon d) Peppers e) Estrella de siemens) de diferentes dimensiones y escala de colores, mostradas en la figura 4. De igual maneara se utilizaron un total de 4 interpolaciones distintas, interpolación lineal, cubica, spline cúbico y trade-off con diferentes valores de β.

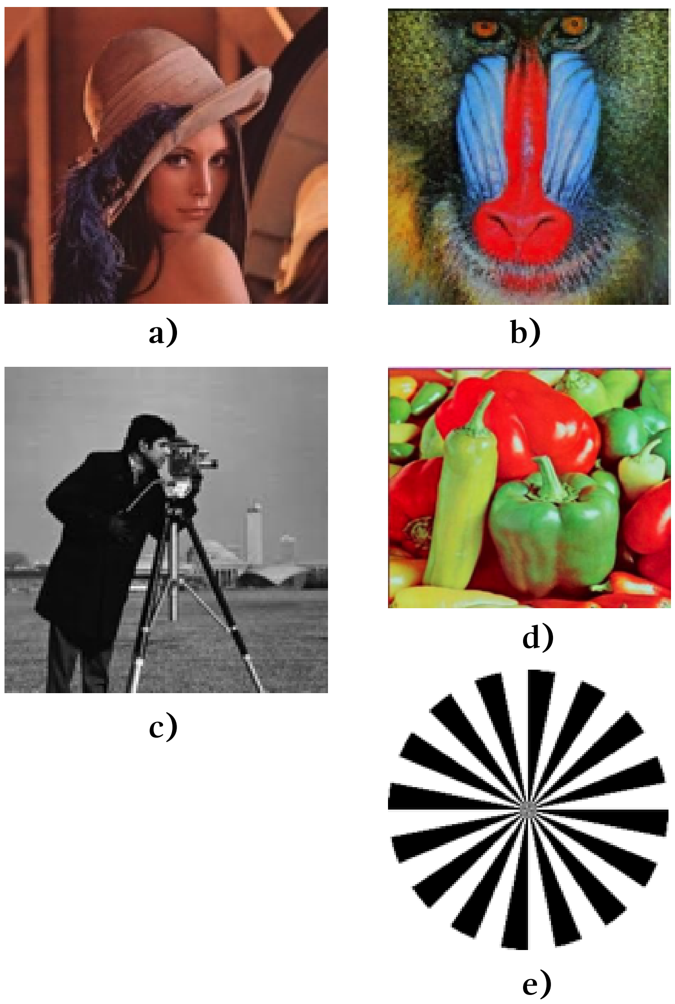


Figura 4.-.Imagenes de prueba, a) Lenna 256x256, b) baboon 225x225, c) cameraman 256x256, d) Peppers 225x225, e) siemens star 225x225.

V.Resultados

En la tabla II y III, se comparó las imágenes originales con las imágenes interpoladas, dichas imágenes poseen el doble de tamaño que la imagen original, y una ß(para el método de interpolación Trade-Off) de 0.5. Así mismo, se comparó esta última interpolación utilizando diferentes valores de ß, con la finalidad de conocer su respuesta, obteniendo del mismo modo imágenes dos veces más grandes que sus imágenes originales correspondientes.

Tabla II. Resultados para diferentes interpolaciones.

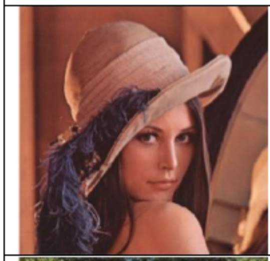
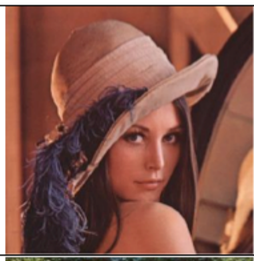
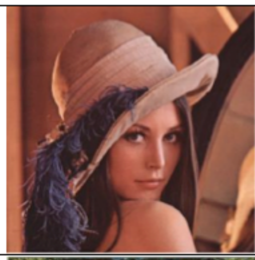
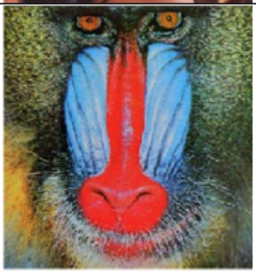
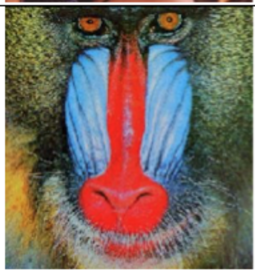
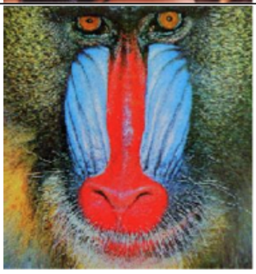
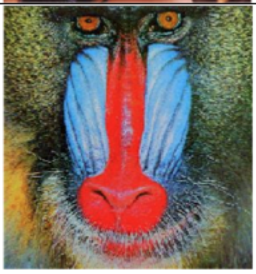
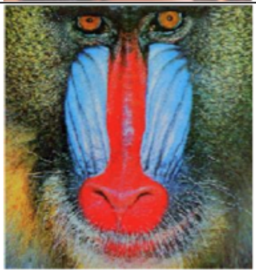
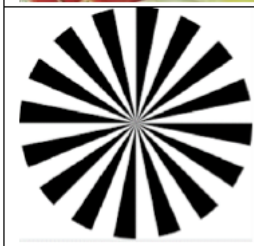
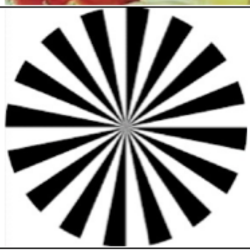
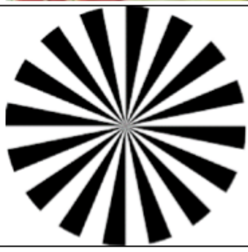
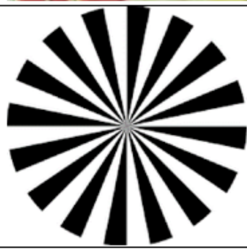
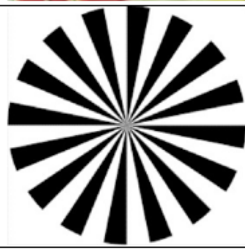
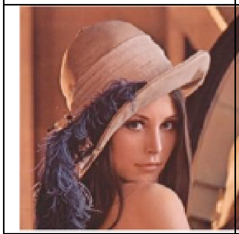
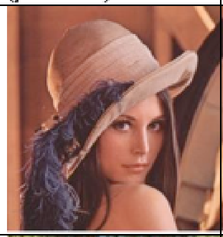
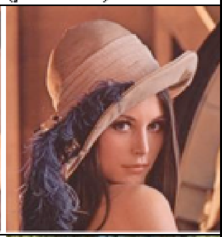
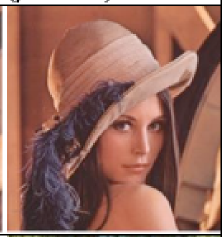
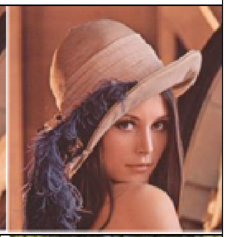
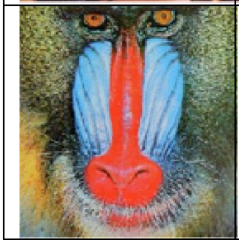
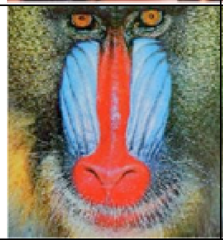
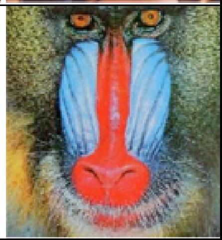
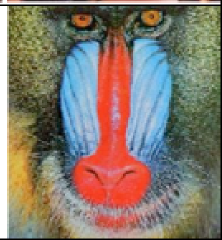
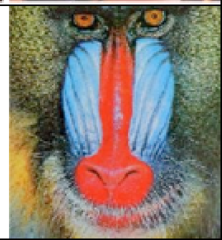
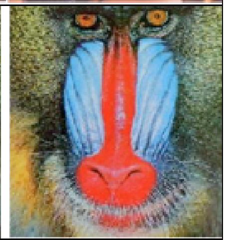
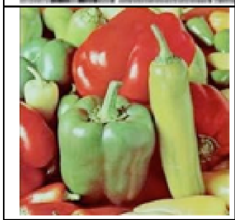
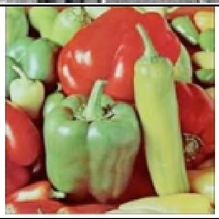
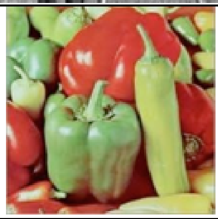
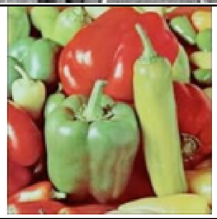
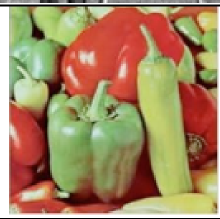
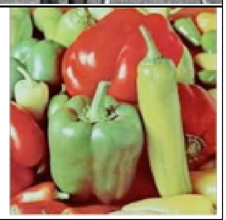
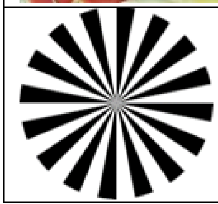
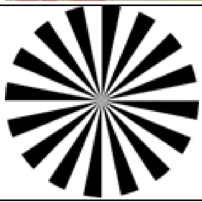
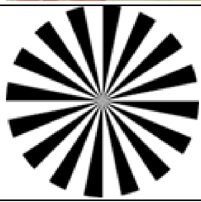
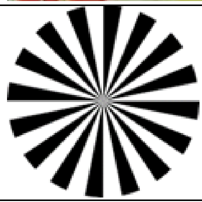
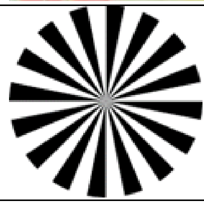
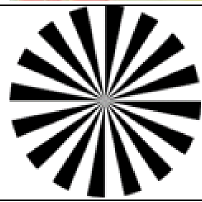
Imagen Original	Interpolación Lineal	Interpolación Cubica	Interpolación por Spline Cúbico	Interpolación Trade-Off
				
				
				
				
				

Tabla III. Resultados para diferentes valores de β

Imagen Original	Interpolación Trade-Off (β $=0.2$)	Interpolación Trade-Off (β $=0.4$)	Interpolación Trade-Off (β $=0.6$)	Interpolación Trade-Off (β $=0.8$)	Interpolación Trade-Off ($\beta = 1$)
					
					
					
					
					

VI.Conclusión

En la literatura se han encontrado variedad de métodos que permiten mejorar la visualización y obtención de detalles en imágenes. Sin embargo, los métodos de interpolación propuestos ofrecen una gama de respuestas que mejoran en diferente medida la calidad de la imagen y la cantidad de información, resaltando detalles de la imagen que en un principio eran imperceptibles.

Los resultados obtenidos demuestran que la técnica propuesta para la súper-resolución basada en los diversos tipos de interpolación presentados, muestran que entre mayor sea el grado del polinomio en la ecuación, se disminuye más el error en la imagen obtenido mejores bordes y mayor tamaño siendo así más exacto el pixel interpolado, ejemplo de ello podría ser la interpolación lineal la cual resulta tener mayor margen de error que los otros métodos aplicados resultando una forma de interpolación muy básica obteniéndose una menor resolución en comparación con las otras técnicas utilizadas, gracias a las experimentaciones y prácticas hechas podemos finalizar diciendo que esta investigación tuvo grandes resultados y se lograra aplicar en varios campos y diciplinas ayudando como herramienta de apoyo en la búsqueda de diversos métodos en el mejoramiento de imágenes basadas en interpolaciones.

VII.Referencias

[1] Procesamiento Digital de Imágenes. (2017, 31 julio). Recuperado 30 junio, 2019, de http://dea.unsj.edu.ar/imagenes/recursos/Capitulo1.p df

[2] Zhang, Q., & Wu, J. (2015). Image super-resolution using windowed ordinary Kriging interpolation. Optics Communications, 336, 140-145.

[3] Cheng, D., & Kou, K. I. (2019). FFT multichannel interpolation and application to image super- resolution. Signal Processing, 162, 21-34.

[4] Qifang, X., Guoqing, Y., & Pin, L. (2017). Super- resolution reconstruction of satellite video images based on interpolation method. Procedia Computer Science, 107, 454-459.

[5] Yang, Q., Zhang, Y., Zhao, T., & Chen, Y. (2017). Single image super-resolution using self-optimizing mask via fractional-order gradient interpolation and reconstruction. ISA transactions.

[6] Morera-Delfín, L. (2015). Determinación de parámetros para amplificación de imágenes mediante interpolación de pulsos. Ingeniería, investigación y tecnología, 16(1), 71-82.

[7] Xu, Z. P., Ge, W. Q., Yang, S. W., Xu, Y. S., & Zhai,

L. P. (2009, January). Contrast research on interpolation and subpixel imaging in CCD geometric super-resolution reconstruction. In 2009 Asia Pacific Conference on Postgraduate Research in Microelectronics & Electronics (PrimeAsia) (pp. 294-297). IEEE.

[8] Zhou, F., Yang, W., & Liao, Q. (2012). Interpolation- based image super-resolution using multi-surface fitting. IEEE Transactions on Image Processing, 21(7), 3312-3318.

[9] Bätz, M., Eichenseer, A., Seiler, J., Jonscher, M., & Kaup, A. (2015, September). Hybrid super-resolution combining example-based single-image and

interpolation-based multi-image reconstruction approaches. In 2015 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP) (pp. 58-62). IEEE.

[10] Fahmy, G. (2015, December). Single image super- resolution using E-SPLINE functions. In 2015 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT) (pp. 623-628). IEEE.

[11] Murthy, M. C., Yallapurmath, V., Kurian, M. Z., & Guruprasad, H. S. (2012, July). Design and implementation of interpolation algorithms for image super resolution. In 2012 8th International Symposium on Communication Systems, Networks & Digital Signal Processing (CSNDSP) (pp. 1-6). IEEE.

[12] Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw-Hill.

[13] A qué se considera una imagen de baja resolución | Techlandia. (s.f.). Recuperado 3 julio, 2019, de https://techlandia.com/considera-imagen-resolucion- info_262419/

[14] Ribes X., (2002), Edición y Presentación Multimedia Fundamentos de la digitalización y del tratamiento de imágenes y sonido. Barcelona, España, Servei de Publicacions.