

Salamanca, Gto., a 04 de Mayo del 2018.

M. en I. HERIBERTO GUTIÉRREZ MARTIN
JEFE DE LA UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
PRESENTE-

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno(a) Manuel Alfonso Hernández Blé del Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica y cuyo número de NUA es: 145269 del cual soy director. El título de la tesis es: Desarrollo de una estrategia de control por búsqueda de extremos de un reactor UASB.

Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.

ATENTAMENTE

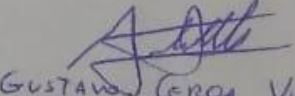


NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS
SECRETARIO

NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS


Juan Gabriel Avina Cervantes

NOMBRE Y FIRMA
PRESIDENTE


GUSTAVO CERÓN VILLALÓN

NOMBRE Y FIRMA
VOCAL



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

CAMPUS IRAPUATO - SALAMANCA

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

**“DESARROLLO DE UNA ESTRATEGIA DE CONTROL
POR BÚSQUEDA DE EXTREMOS PARA
OPTIMIZAR UN REACTOR UASB”**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA
(INSTRUMENTACIÓN Y SISTEMAS DIGITALES)

PRESENTA:

ING. MANUEL ALFONSO HERNÁNDEZ BLÉ

ASESOR:

DR. JESÚS IXBALANK TORRES ZUÑIGA

CO-ASESORES:

DR. ANDRÉS DONOSO BRAVO
DRA. MARÍA CRISTINA SCHIAPPACASSE

Dedicatoria

A Dios Todopoderoso por guiar mis pasos de mi vida.

A mi familia, fuente de inspiración de todos mis logros.

A mi Madre Alicia, por ser mi apoyo incondicional y ser mi madre luchadora.

A mis abuelitos, Manuel y Guillermina quienes me han educado y cuidado como a un hijo.

A mi hermanito Carlos Daniel, quien siempre ha sido un apoyo incondicional en cada etapa de mi vida.

Manuel Blé

Agradecimientos

Quiero darle las gracias a Dios por permitirme alcanzar este logro tan importante en mi vida, por nunca abandonarme, por hacerse presente en cada paso que doy, por fortalecer mi corazón e iluminar mi mente y por haber puesto en mi camino todas aquellas personas que han sido un pilar y ayuda en este camino de la investigación.

Agradecer a mi madre por el amor, el respeto y la humildad que ha tenido conmigo todos los días de mi vida. Gracias por la educación, el apoyo y sus consejos.

Agradecer al Dr. Jesús Ibalank Torres Zuñiga, por su esfuerzo y dedicación, por sus conocimientos, sus orientaciones, su paciencia y motivación, que han sido fundamentales para la culminación de este trabajo.

Agradecer a la Dra. María Cristina Schiappacasse por compartir sus conocimientos, por sus consejos y su paciencia, que resultaron fundamentales durante este trabajo.

Agradecer al Dr. Andrés Donoso Bravo por orientarme en los conocimientos y por su motivación para culminar el trabajo de investigación.

Agradecer a mis revisores por sus valiosos comentarios, observaciones, disponibilidad y ayuda que contribuyeron al buen desarrollo de esta investigación.

Agradecer a mis amigos y amigas, y demás compañeros de la Maestría por hacer que cada momento compartido fuera una experiencia maravillosa.

Manuel Blé

Agradecimientos Institucionales

Expreso mi más sincera gratitud hacia la Universidad de Guanajuato, especialmente a la División de Ingenierías del Campus Irapuato-Salamanca por la formación y el apoyo que he recibido. A todos los profesores mis agradecimientos por su duro trabajo durante estos dos años que me permitieron obtener el título de maestro en ingeniería. Y también, la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso y la INRIA CHILE por la formación y conocimientos adquiridos en la estancia de investigación.



Este trabajo fue sustentado económicamente, gracias al apoyo recibido a través del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México, CONACYT, bajo la beca otorgada en la convocatoria titulada "BECAS NACIONALES 2015 SEGUNDO PERIODO".



Manuel Blé

Resumen

Esta tesis presenta los resultados en simulación de un sistema de control por búsqueda de extremos basado en perturbación implementado al proceso anaerobio de un reactor UASB, para la optimización del flujo de entrada y maximizar la productividad del biogás metano. La simulación del sistema de control tiene como objetivo mejorar el rendimiento del proceso y alcanzar la máxima productividad de metano.

El desarrollo de este trabajo se centra en tres partes fundamentales: el análisis del modelo matemático y el desarrollo del simulador, el diseño e implementación de la estrategia de control por búsqueda de extremos, y finalmente, el desarrollo de las pruebas de robustez: ruido, variación de parámetros y una perturbación externa.

El modelo matemático del sistema se basa en el modelo ADM1, el cual se constituye de 37 variables de estados, las cuales representan las etapas de la digestión anaerobia. El análisis del modelo se centra en el estudio del efecto que la variable de entrada (flujo de entrada) tiene sobre la productividad de metano en el sistema.

Para el diseño del controlador por búsqueda de extremos fue necesario realizar un análisis de la respuesta de la productividad de metano vs flujo de entrada, contemplando la demanda química de oxígeno (perturbación de entrada). Las ecuaciones diferenciales del controlador son establecidas mediante una revisión bibliográfica. Y finalmente, los parámetros sintonizados para el controlador tienen mucha relación con el proceso de interés.

El diseño del sistema de control por búsqueda de extremos contempla las restricciones impuesta por la naturaleza del sistema. Con la implementación del sistema de control en simulación, se busca maximizar la productividad de metano y que cumpla con los requerimientos establecidos para el tratamiento de aguas residuales. La variable manipulada en el lazo de control es el flujo de entrada del sistema.

Se evaluó la robustez del sistema de control por búsqueda de extremo con respecto al ruido a la salida del sistema, variación de parámetros utilizando el método de hipercubo latino y por último ante variaciones de la demanda química de oxígeno (entrada no controlada) del proceso.

Abstract

In this thesis, the simulation results of extremum seeking control applied to an anaerobic process of a UASB reactor, for optimizing the input flow and maximizing the productivity of produced biogas methane. The objective of the control system aims at the performance of the process and reach the maximum productivity of methane.

The development of this work is centered in three fundamental parts: the analysis of the mathematical model and the development of the simulator, the design and implementation of the strategy of control by search of extremes based on perturbation, and finally, the development of the tests of robustness : Noise, parameter variation and an external disturbance.

In order to design the extremum seeking controller, the response of the productivity with respect to the input flow is analyzed. The differential equations of the controller are established through a bibliographical review and according to the process. And finally, the value of the parameters are related with the anaerobic digestion process of interest.

The design of the perturbation-based endpoint control system contemplates the constraints imposed by the nature of the system. With the implementation of the control system in simulation, it seeks to achieve maximum performance in methane productivity and that meets the established requirements for wastewater treatment. The variable manipulated in the control loop corresponds to the system input flow.

The robustness of the control system by end search was evaluated in three categories: noise at the out of the system, variation of parameters using the Latin hypercube method, and lastly with varying the inlet COD.

Índice general

Lista de figuras	9
Lista de tablas	10
1. Introducción	11
1.1. Justificación	12
1.2. Planteamiento del problema	13
1.3. Hipótesis	13
1.4. Objetivo general	13
1.5. Objetivos específicos	13
1.6. Alcances y limitaciones	14
1.6.1. Alcances	14
1.6.2. Limitaciones	14
1.7. Estructura de la tesis	14
2. Modelo del sistema	16
2.1. Introducción a la digestión anaerobia	16
2.2. Reactor UASB	18
2.2.1. Rendimiento reactor UASB	19
2.3. Modelo del reactor UASB	23
2.3.1. Modelo en espacio de estado	24
2.4. Simulación del modelo	29
3. Control por búsqueda de extremos	33
3.1. Introducción	33
3.2. Funcionamiento clásico del control por búsqueda de extremos	34
3.3. Diseño del controlador por búsqueda de extremos	37
3.3.1. Planta no lineal	37
3.3.2. Función objetivo	38
3.3.3. Restricciones	39
3.3.4. Controlador Univariante	39
3.3.5. Sintonización de los parámetros del controlador	42
4. Resultados	43
4.1. Control por búsqueda de extremos función objetivo	43
4.2. Estrategia de control para el modelo	45
4.2.1. Análisis en frecuencia de los filtros	48
4.2.2. Influencia de los parámetros del controlador por búsqueda de extremos	49

4.2.3. Robustez del controlador ante el ruido	51
4.2.4. Variación de parámetros en el controlador	52
4.3. Controlador con datos experimentales de la planta piloto	56
5. Conclusiones generales	58
5.1. Conclusiones	58
5.2. Aportaciones	59
5.3. Trabajos futuros	59
5.4. Difusión	60

Índice de figuras

2.1. Diagrama de flujo DQO Digestión Anaerobia Modelo No. 1 (Adaptado por Beastone et. al. 2002 [1])	17
2.2. Reactor UASB	20
2.3. Reactor UASB de la Escuela de Bioquímica PUCV	29
2.4. Entradas del modelo experimental del reactor UASB	31
2.5. Biogás total producido	31
3.1. Tipos de controladores por búsqueda de extremos	34
3.2. Esquema básico del control por búsqueda de extremos	35
3.3. Esquema en lazo cerrado del sistema	38
3.4. Esquema del control por búsqueda de extremos	40
3.5. Respuesta de una función concava $y = h(\alpha(x, \theta), \omega)$ reactor UASB	41
4.1. Función objetivo a partir de los puntos de equilibrios	44
4.2. Diagrama de bloque de la estrategia de control aplicado	45
4.3. Evolución de la entrada y salida $y(Q_{in}, DQO)$	46
4.4. C.B.E. entrada $Q_{in}(t)$ y salida $P_{ch4}(t)$ en lazo cerrado	47
4.5. Análisis en ganancia y fase del filtro pasa bajas	48
4.6. Análisis en ganancia y fase del filtro pasa altas	49
4.7. Productividad del biogás metano con diferentes ganancias de control $[k]$	50
4.8. Productividad del biogás metano con diferentes valores de amplitud $[a]$	51
4.9. Respuesta de la entrada y salida con ruido	52
4.10. Obtención de muestras mediante Muestreo por Hipercubo Latino (LHS)	53
4.11. Diseño del método de LHS en el controlador ESC	54
4.12. Variación de los parametros km_i	55
4.13. Variación de los parametros KS_i	55
4.14. Demanda química de oxígeno [Experimental]	56
4.15. Entrada controlada - Salida del sistema	57

Índice de Tablas

2.1. Parámetros de operación del reactor UASB	22
2.2. Parámetros de operación del reactor anaerobio UASB	30
2.3. Condiciones iniciales para la simulación en correspondencia con [2]	30
4.1. Parámetros de la función $P_{ch4}(Q_{in}, DQO)$	44
4.2. Parámetros del controlador por flujo de entrada	46
4.3. Parámetros constantes en la comprobación de la dependencia con la ganancia k	50
4.4. Valores mínimos y máximos experimentales de la planta	56
5.1. Parámetros estequiométricos	61
5.2. Parámetros bioquímicos	62
5.3. Parámetros Fisicoquímicos	63

Capítulo 1

Introducción

Como portador de energía renovable y limpia, el metano ha tomado importancia en abordar problemas energéticos y ambientales [3]. El metano puede ser producido por procesos convencionales (combustibles fósiles) y/o por procesos biológicos [4]. Particularmente en los procesos biológicos, una estrategia que ha adquirido considerable importancia como tecnología de tratamiento de aguas residuales para reducir la materia orgánica y producir biogás es la digestión anaerobia (DA). El biogás producido por la DA se constituye principalmente de metano y es ampliamente sugerido como fuente de energía renovable. También se le asocian ventajas ambientales como la mitigación de emisiones de efecto invernadero (GEI) [5, 6] y ha tomado gran impulso en el desarrollo de biodiesel, biogás y bioetanol [7]. Sin embargo, su amplia aplicación ha sido limitada debido a las dificultades que implica lograr un funcionamiento estable del proceso DA [8, 9].

Desde el punto de vista de generación, la optimización de la tasa de flujo de producción de metano es una de los enfoques claves en el funcionamiento de los procesos de digestión anaerobia [10]. Sin embargo, el funcionamiento óptimo del proceso DA es complicado de alcanzar, debido principalmente a: su naturaleza altamente no lineal, su inestabilidad, incertidumbre de los modelos matemáticos, la inhibición por sustratos o productos y por la considerable dinámica modificada [8, 10, 11, 12]. Además, las condiciones operativas óptimas del proceso DA pueden ser afectados por diferentes factores, por ejemplo, el efecto de perturbaciones externas o pequeños cambios en el entorno DA que puede conducir a condiciones de funcionamiento indeseable [10, 12]. Al respecto, la inhibición del crecimiento de bacterias metanogénicas por acumulación de ácidos grasos volátiles (AGV) provoca la acidificación del proceso anaerobio [8, 12]. Para ello, una de las tecnologías más populares en los procesos de digestión anaerobia son los reactores UASB (Upflow Anaerobic Sludge Blanket). Este reactor normalmente se encuentra en un régimen continuo y en flujo ascendente [13]. El reactor UASB es un candidato adecuado para esquemas de control óptimo y robusto, con la finalidad de mejorar la productividad. Además, la búsqueda de mejorar los procesos de digestión anaerobia genera una perspectiva para mejorar el rendimiento de los reactores en operación.

El control óptimo se ha vuelto una parte importante e integral de los procesos industriales y de manufactura modernos. Debido a los avances en la teoría y la práctica, el problema de obtener las condiciones operativas óptimas ha sido abordado con técnicas de optimización fuera de línea para modelos de reactores estáticos o dinámicos. El inconveniente principal del enfoque de optimización fuera de línea es la falta de garantía de robustez frente a modelos inciertos y condiciones cambiantes [14]. Por lo tanto encontrar condiciones óptimas de operación es un tema importante en muchas aplicaciones de ingeniería. En el caso de los procesos biotecnológicos, los avances de

los esquemas de control se han centrado en la regulación del nivel de contaminación orgánica: demanda química de oxígeno (DQO), o en el seguimiento de trayectorias de referencia para algunas variables operacionales que están fácilmente disponible en línea. Sin embargo, en muchas aplicaciones biotecnológicas el objetivo del control es optimizar una función de desempeño con alto grado de incertidumbre y que además es una función de parámetros desconocidos para mantener una variable de rendimiento en su valor óptimo [15].

Una técnica centrada en manejar problemas de optimización estática y dinámica en línea es el control de búsqueda de extremos (Extremum seeking control)[15, 16, 17]. El objetivo de los esquemas de búsqueda de extremos es encontrar los puntos de ajuste operativos, a priori desconocidos, de tal manera que una función de desempeño alcanza su valor extremo [18]. Este controlador tiene un enfoque de control óptimo para mejorar el rendimiento en estado estacionario de una planta estable o estabilizada en tiempo real mediante el ajuste de los parámetros del sistema. Además, los parámetros del sistema se refieren a ciertos parámetros de la planta y/o a los parámetros del controlador. Es importante recalcar, que el propósito del control por búsqueda de extremos es resolver un problema de optimización en línea usando solamente medidas de salida de la planta.

Recientemente, esta estrategia ha emergido como una prometedora estrategia de optimización en línea [19, 20]. Además, el control por búsqueda de extremos lleva a cabo un análisis formal y riguroso para asegurar la estabilidad de la dinámica en lazo cerrado y la convergencia del algoritmo con la solución óptima. Dado que solo se usan mediciones de salida no es requerido un modelo de la planta. La función objetivo o de desempeño es formulada para evaluar la salida de la planta. La salida de la función objetivo se conoce como el rendimiento de la planta. La composición de la planta y la función objetivo pueden considerarse como una planta agrupada, con los parámetros del sistema como entrada y el rendimiento de la planta (es, decir, la salida de la función objetivo) como salida.

En este trabajo de investigación, se desarrolla una estrategia de control por búsqueda de extremos para maximizar en línea la producción de metano. El controlador se diseña para regular el flujo de entrada cerca del valor óptimo mientras maximiza la producción de metano.

1.1. Justificación

La realización de la presente tesis se encuentra dentro del marco de actividades del grupo de trabajo del cuerpo académico Telemática DICIS (División de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca) de la Universidad de Guanajuato, donde se investigan diferentes técnicas de control moderno, aplicadas a procesos biológicos.

La producción no automatizada del biogás metano en un reactor UASB ocasiona un alto costo de operación y la variabilidad de la cantidad del producto producido. Por lo tanto, el desarrollo y la implementación de una estrategia de optimización en línea al proceso de digestión anaerobia es una parte fundamental para mejorar el sistema.

Debido a la crisis de suministro energético, se reconoce la importancia de incluir las energías renovables para el fortalecimiento de fuentes de energía primaria [21]. Sin embargo, la producción actual del biogás metano en la digestión anaerobia es mucho menor en relación con la demanda de los múltiples usos que son requeridos diariamente. Es por ello que el desarrollo de estrategias que permitan una mejora de la productividad en los procesos de producción del biogás metano,

representa una aportación muy importante contra los problemas ambientales actuales. Estas motivaciones se deben a que es un área de investigación de interés del grupo de trabajo, además, en la actualidad existen pocas referencias sobre el tema, por lo cual constituye un campo de investigación que puede realizar buenos aportes en la optimización de procesos del área de las bioenergías, considerando procesos anaerobios para el tratamiento de aguas residuales y se encuentra abierto a la exploración e implementación de dichas estrategias en otros procesos de interés.

1.2. Planteamiento del problema

El mundo globalmente depende de combustibles fósiles para satisfacer las necesidades de energía. Actualmente, para un consumo total de energía primaria se requiere en mayor porcentaje de los combustible fósiles [22]. Atendiendo la crisis de suministro energético, se reconoce la importancia de incluir a las energías renovables como parte de un portafolio heterogéneo de fuentes de energía primaria [21], para el fortalecimiento del crecimiento tecnológico.

El uso de fuentes alternativas de energía, más limpias y renovables, se ha convertido en prioritario en la actualidad. El biogás metano representa una alternativa viable porque es un producto renovable derivados de procesos biotecnológicos.

Además, las normas establecidas para la comercialización y el uso del biogás metano, han provocado una mayor atención al control de los procesos utilizados para su producción.

Así, a partir de esta problemática surge la necesidad del desarrollo de estrategias de control óptimo que permitan mejorar el rendimiento de los procesos de digestión anaerobia en reactores UASB y que garanticen el control del sistema ante escenarios críticos del proceso.

1.3. Hipótesis

El desarrollo de una estrategia de control por búsqueda de extremos para la producción del biogás metano en un reactor UASB, a partir de la manipulación de la variable de flujo de alimentación, permite alcanzar la operación óptima del proceso para maximizar su productividad.

1.4. Objetivo general

Desarrollar una estrategia de optimización en línea, por medio de la metodología del control por búsqueda de extremos, para maximizar la producción de metano en un reactor anaerobio UASB aplicado en la industria vitivinícola.

1.5. Objetivos específicos

- Desarrollar un simulador del reactor UASB de producción de metano utilizando vinazas vitivinícolas basado en el modelo matemático ADM1.
- Analizar la estabilidad del proceso en lazo abierto utilizando el modelo matemático.

- Analizar teóricamente la respuesta óptima: Productividad de metano vs flujo de entrada del reactor UASB.
- Diseñar la estrategia de optimización en línea usando la metodología del control por búsqueda de extremos en *Matlab*[®]..
- Implementar computacionalmente el simulador del controlador por búsqueda de extremos en *Matlab*[®].
- Desarrollar pruebas de robustez al proceso: ruido, incertidumbres paramétricas y efecto de perturbaciones.

1.6. Alcances y limitaciones

1.6.1. Alcances

En este trabajo de investigación se desarrollará computacionalmente un sistema de control por búsqueda de extremos para un proceso de producción del biogás metano en un reactor UASB. Se considera el modelo no lineal del proceso para probar el desempeño de la estrategia de optimización en línea. Por otra parte, el análisis de la estabilidad del modelo no lineal se realizó sobre un modelo linealizado alrededor del punto de operación de interés. Además, se analizó la repuesta que tiene la productividad de metano considerando la manipulación del flujo de entrada del reactor para plantear una función objetivo estática.

El desarrollo de la estrategia de control por búsqueda de extremos debe alcanzar y asegurar la convergencia del óptimo local (alrededor del punto de operación) del proceso. Finalmente, las pruebas de robustez validan que el controlador es capaz de encontrar el óptimo en la región de operación de interés, a pesar del ruido en las mediciones, incertidumbre del modelo y perturbaciones del sistema.

1.6.2. Limitaciones

El modelo matemático del sistema está basado en el modelo ADM1. El modelo matemático no se desarrolló durante este trabajo, sino que se obtuvo de [1] a partir de una revisión bibliográfica.

1.7. Estructura de la tesis

La estructura empleada en el desarrollo de este trabajo de investigación se divide en 5 capítulos.

- Capítulo 1: Se aborda la introducción y descripción de la tesis investigación con los alcances y limitaciones para establecer los objetivos, con el propósito de mostrar el enfoque principal del trabajo.
- Capítulo 2: Se presentan los diferentes elementos que componen un reactor UASB y describe el funcionamiento para comprender el funcionamiento del sistema de control. Principalmente en este capítulo se detalla el modelo matemático no lineal basado en el Modelo de Digestión

Anaerobia No. 1 (ADM1) desarrollado por el International Water Association (IWA). Además se formula el modelo en espacio de estados del sistema, para representar las dinámicas del sistema.

- Capítulo 3: Se presenta la estructura del control por búsqueda de extremos, la sintonización de los parámetros del controlador. También el estudio de la función objetivo que maximizará el controlador por búsqueda de extremos. Además, se analizan las dinámicas, los parámetros, las restricciones del controlador. De igual forma, se aborda un diseño de pruebas de robustez al controlador.
- Capítulo 4: Se analizan los resultados de los experimentos realizados en simulación y, se analizan las pruebas de robustez a la aplicación del esquema propuesto para maximizar la productividad del biogás metano de un reactor UASB en condiciones reales de operación.
- Capítulo 5: Se presentan las conclusiones pertinentes a los resultados obtenidos y los alcances del trabajo de investigación. Finalmente se detallan los posibles trabajos futuros para la línea de investigación de la tesis.
- Anexo 1: Parámetros del modelo matemático del sistema de caso de estudio incluyendo los parámetros físico-químicos, bioquímico y cinéticos.
- Anexo 2: Análisis en frecuencia de los filtros implicados en la estrategia de control por búsqueda de extremos.

Capítulo 2

Modelo del sistema

En este capítulo se muestran algunos conceptos previos sobre la digestión anaerobia y se presenta el modelo matemático del proceso de digestión anaerobia para la producción de metano. Este modelo está basado en el modelo ADM1 propuesto por [1]. El modelo matemático se emplea para estudiar las dinámicas del reactor UASB, proponer los parámetros del controlador por búsqueda de extremos y simular el sistema de optimización en lazo cerrado.

Al principio del capítulo, la sección 2.1 presenta los antecedentes acerca de la digestión anaerobia así como las etapas que configuran el proceso. Después, la sección 2.2 presenta una descripción general de un reactor UASB y los factores que afectan el rendimiento de la producción del biogás. A continuación, en la sección 2.3 se presenta el modelo matemático propuesto para describir las dinámicas de la digestión anaerobia obtenido de la literatura, además se analizan algunos aspectos importantes del modelo. Finalmente, en la sección 2.4 se presenta los resultados de la simulación del modelo.

2.1. Introducción a la digestión anaerobia

La digestión anaerobia se define como una cadena de reacciones interconectadas biológicamente, donde la materia orgánica (en forma de carbohidratos, proteínas, lípidos o compuestos complejos), es transformado en metano, dióxido de carbono y biomasa anaerobia en un ambiente libre de oxígeno [23].

Detalladamente la digestión anaerobia se caracteriza por la producción del denominado "biogás", el cual está compuesto por metano (60 – 80 %) y dióxido de carbono (40 – 20 %) y susceptible de ser utilizado como combustible para la generación de energía térmica y/o eléctrica. La fracción de metano varía en función del sustrato contenido en las aguas residuales [24]. Además, una variable importante en el proceso es la demanda química de oxígeno, la cual se define como la cantidad de oxígeno requerido para oxidar la materia orgánica en una muestra de agua residual, bajo condiciones específicas de agentes oxidante, temperatura y tiempo [25]. Solo una pequeña parte de la demanda química de oxígeno (DQO) tratada (5 – 10 %) se utiliza para formar nuevas bacterias, frente al 50-70 % de un proceso aerobio.

Por la gran importancia del tratamiento anaerobio se han desarrollado modelos matemáticos, los cuales se dividen en dos generaciones: los primeros desarrollos de modelos se centraron en describir el paso limitante del proceso, considerando que la digestión anaerobia es un proceso de varios pasos [26]. Sin embargo, tal paso limitativo puede ser diferente bajo diferentes condiciones

de funcionamiento [27]. Algunos autores consideraron la metanogénesis como el paso limitante o la conversión de ácidos grasos en biogás o la hidrólisis de sólidos suspendidos [28]. La segunda generación considera la concentración de ácidos grasos volátiles, incorporando la separación de la acidogenesis y acetogenesis [26] (ver figura 2.1). Con la ayuda de sensores, hay diferentes parámetros que pueden ser medidos para la validación de los modelos. Otros estudios microbiológicos han permitido mejorar la generación de modelos [13]. Estos modelos incorporan mas a detalles parámetros cinéticos con inhibición y consideran el estudio de diferentes sustratos.

Por lo anterior, la Asociación Internacional del Agua (IWA por sus siglas en ingles), estableció el grupo de trabajo IWA-Anaerobic Digestion Modelling, con el objetivo de desarrollar un modelo de digestión anaeróbica generalizado, teniendo como resultado el Modelo de digestión anaerobia No. 1 (ADM1)[1] con el fin de llegar a una base común para el desarrollo de modelos adicionales y estudios de validación con resultados. El modelo ADM1 describe las dinámicas de 24 reacciones, incluye 19 procesos de bioconversión y 32 variables de estado en la concentración dinámica del sistema.

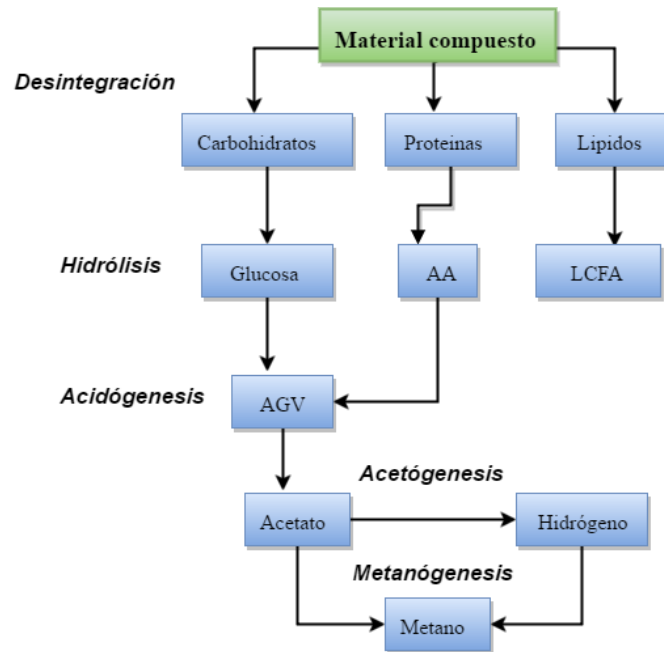


Figura 2.1. Diagrama de flujo DQO Digestión Anaerobia Modelo No. 1 (Adaptado por Beastone et. al. 2002 [1])

Las etapas de la digestión anaerobia se deben enfatizar en cinco etapas del metabolismo para la producción del biogás a partir de residuos orgánicos [1]. En la figura 2.1 se puede observar cada una de las etapas que conforman la digestión anaerobia, dando como producto el biogás metano. El marco proporcionado por el ADM1 es útil para el diseño de procesos y la simulación dinámica. Recientemente muchas aplicaciones basadas en el ADM1 han sido desarrolladas; algunos autores aplicaron el modelo a sistemas de tanque agitado mientras otros consideraron sistemas de parámetros distribuidos [24, 29].

- **Desintegración.** En la primera etapa es la separación de fases y degradación física. Las bacterias son incapaces de alimentarse de material complejo por lo que se derivan las macromoléculas (proteínas, carbohidratos y lípidos).
- **Hidrólisis.** Es la descomposición de polímeros orgánicos, en moléculas mas pequeñas que son capaces de atravesar la membrana celular, este proceso se lleva a cabo por enzimas denominadas hidrolasas, que son capaces de solubilizar la materia orgánica.
- **Acidogénesis.** Los compuestos disueltos generados durante el proceso de hidrólisis, son absorbidos en las células de las bacterias fermentativas y después por las acidogénicas, excretados como sustancias orgánicas simples (ácidos grasos volátiles, ácido láctico y compuestos orgánicos de cadenas con alcoholes H_2 y CO_2).
- **Acetogénesis.** Esta es una fase en la cual se aceleran los procesos metabólicos bacterianos, con transformación enzimática o hidrólisis, de lípidos, proteínas, entre otros compuestos que serán utilizados como fuente de energía. También, los ácidos grasos volátiles (AGVs) se convierten en ácido acético, dióxido de carbono e hidrógeno.
- **Metanogénesis.** Es la etapa final de la digestión anaerobia, se lleva a cabo por la actividad del grupo de bacterias metanogénicas; son consideradas como las más importantes dentro del consorcio de microorganismos anaerobios ya que tienen la capacidad de producir gas metano (CH_4). Además, en esta etapa se limita el paso de la velocidad del proceso de digestión en la producción de metano y dióxido de carbono.

El modelo ADM1 ha sido utilizado para estudiar el comportamiento del proceso a determinados tipos de agua residuales [24, 30, 31, 32, 33, 34]. Los estudios de los diferentes tipos de aguas residuales permite evaluar la materia orgánica que genera un mejor rendimiento en la productividad del biogás. Normalmente, las aguas residuales pueden ser descompuestas por microorganismos para degradar material orgánico en un reactor utilizando el sistema anaerobio [35].

2.2. Reactor UASB

El reactor Upflow Anaerobic Sludge Blanket (UASB por sus siglas en ingles), se basa en la actividad autorregulada de diferentes grupos de bacterias que degradan la materia orgánica y se desarrollan en forma interactiva, formando un lodo biológicamente activo en el reactor. Este tipo de reactor es la aplicación más exitosa y más ampliamente utilizada en la digestión anaerobia y fue desarrollada en 1980 por el Dr. Gatzke Lettinga [13, 36].

Aproximadamente el 60% de las instalaciones de tratamiento anaerobio se basan en el concepto de diseño de reactores UASB [7], esto ha generado el desarrollo de estrategias que garanticen el mejor desempeño de los sistemas de producción.

Generalmente los reactores UASB se emplean en operaciones a pequeña escala o grande escala, para probar procesos que se han desarrollado en su totalidad. Este tipo de reactor permite el tratamiento de aguas residuales con alta carga orgánica, producción pequeña de lodos excedentes, consumo pequeño de energía eléctrica y simplicidad del funcionamiento [37], pero también cuenta con la desventaja de larga etapa de adaptación, es decir, el comienzo del proceso es lento y requiere de un período de 8 a 12 semanas y es sensible a la presencia de compuestos tóxicos.

En este reactor existen 3 zonas bien definidas [38]. Las zonas son:

- Zona de lecho de lodos, en la cual se concentran los microorganismos que van a degradar el material orgánico presente en el agua residual a tratar.
- Zona donde se encuentran dispersos los microorganismos a lo largo del UASB.
- Zona de separación de gas - líquido - sólido.

En un reactor UASB el afluente es alimentado por la parte inferior del reactor, donde se pone en contacto con el lodo (ver figura 2.2). El agua residual fluye en sentido ascendente a través de un manto de lodos constituido por gránulos o partículas formadas biológicamente. En el manto de lodos se lleva a cabo la transformación bioquímica de la materia orgánica contaminante, para ello se debe alimentar el reactor con importantes cantidades de lodos anaerobios maduros, antes de la puesta en operación del proceso.

El tratamiento se produce al entrar en contacto el agua residual y el lodo microbiológico. Los gases producidos en condiciones anaeróbicas (principalmente metano y dióxido de carbono) provocan una circulación interior, que colabora en la formación y mantenimiento de los gránulos.

Parte del gas generado dentro del manto de lodos se adhiere a las partículas biológicas. Obtenido, que el gas libre ascienda hacia la parte superior del reactor provocando una liberación del gas adherido a las particuladas, al entrar en contacto con deflectores desgasificadores. Las partículas desgasificadas suelen volver a caer hasta la superficie del manto de lodo.

El gas libre y el gas liberado de las partículas son captados bajo una campana y conducido hacia la superficie del reactor. El líquido, que contiene algunos sólidos residuales y algunos de los gránulos biológicos, se conduce a una cámara de sedimentación, donde se separan los sólidos residuales. Los sólidos separados se conducen a la superficie del manto de lodo a través del sistema de deflectores.

Por otra parte, los reactores UASB poseen la característica de producir biogás, el cual está compuesto principalmente por metano [CH_4] en un porcentaje entre el 40 % y 70 % y lo adicional por dióxido de carbono [CO_2], además de pequeñas porciones de otros gases como el hidrógeno [H_2], entre otros. El sistema de producción del biogás metano, se puede controlar mediante el flujo de alimentación al reactor, ya que por lo general el proceso de producción tiene mucha relación con la cantidad del flujo de entrada que se suministra.

De esta manera el interés particular en el biogás metano tiene una amplia ventaja frente a otro biogás, principalmente porque produce pocos contaminantes atmosféricos y genera menos dióxido de carbono por unidad de energía. Debido a que el metano es comparativamente un combustible limpio, la tendencia es hacia su mayor uso para electrodomésticos, vehículos, aplicaciones industriales y generación de energía.

Por otra parte, la aplicación de reactores UASB al tratamiento de vinazas de destilería [35, 39], indican una rápida amortización de la inversión inicial, cuando se consideran alternativas para el uso del biogás y de los lodos como biofertilizantes de residuos agropecuarios.

2.2.1. Rendimiento reactor UASB

El rendimiento en la producción del biogás en los reactores UASB ha sido fuertemente influenciado y evaluado por diferentes variables como son: Tiempo de Retención Hidráulica (TRH); Tasa

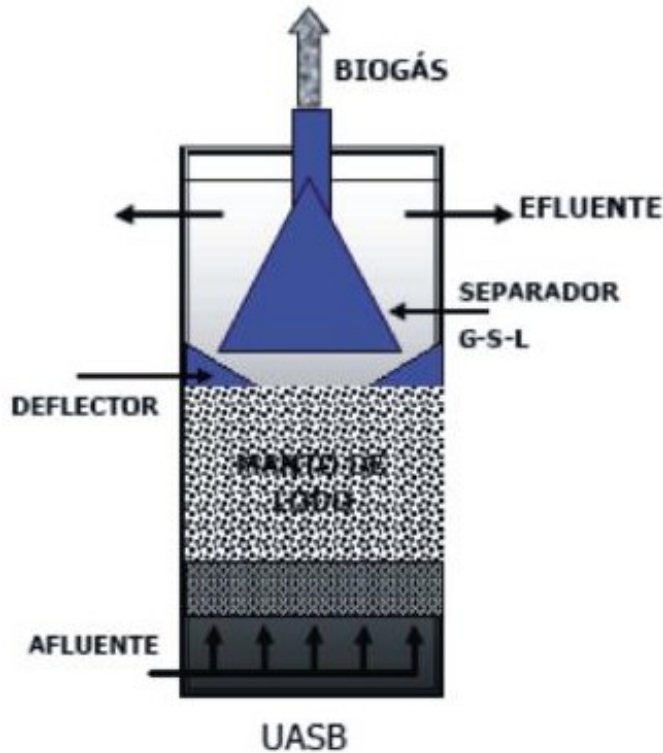


Figura 2.2. Reactor UASB

de Carga Hidráulica (HLR por sus siglas en ingles); Velocidad de Flujo Ascendente (V_{up} por sus siglas en ingles); Flujo de entrada (Q_{in}); Velocidad de Carga Orgánica (VCO); temperatura (T); y grado de acidez (pH) [40, 41, 42, 43, 44]. A continuación, se describen las principales características de las variables que afectan el rendimiento en la producción del reactor:

Tiempo de retención hidráulico

El tiempo de retención hidráulico (TRH) o inverso de la tasa de dilución que es el resultado del volumen del reactor y el flujo de alimentación o flujo de entrada. Este parámetro se usa para determinar el tiempo adecuado de la retención de materia orgánica en el interior del digester sometida a la influencia de la biomasa para que puedan producirse todas las reacciones químicas de manera normal para la producción de biogás. El TRH influye en la velocidad de producción de biogás debido a que un aumento produce un incremento en la degradación de la materia orgánica, también determina la producción de metano contenido en el biogás al final de la fase de metanogénesis. Para calcular el tiempo de retención hidráulica se considera la expresión matemática que está dada por:

$$TRH = \frac{V_{liq}}{Q_{in}} \quad (2.1)$$

donde V_{liq} es el volumen líquido en $[m^3]$ y Q_{in} el flujo de entrada en $[m^3/unidad\ de\ tiempo]$, por lo tanto la unidad del TRH es $[tiempo^{-1}]$ [13]. Finalmente, un estudio encontró que la producción del biogás metano no es afectada por la variación del tiempo de retención hidráulica según [23]. Además, un TRH muy largo puede afectar adversamente el manto de lodo del proceso de

granulación en el reactor UASB, mientras que un TRH muy corto puede provocar un lavado de biomasa del reactor [23].

Velocidad de flujo ascendente

La velocidad del flujo ascendente (V_{up}) afecta la retención del lodo, ya que ésta se basa en las características de sedimentación de los agregados del lodo. Además de que la velocidad del flujo pudiera ser factor restrictivo respecto al volumen del reactor requerido al tratar aguas residuales con muy baja concentración de carga orgánica, así como aguas residuales con un alto contenido de sólidos suspendidos [45]. Es uno de los principales factores que afectan a la eficiencia de los reactores con este tipo de flujo [25, 45]. La expresión matemática de la velocidad de flujo ascendente V_{up} esta dado por:

$$V_{up} = \frac{A_{react}}{TRH} \quad (2.2)$$

donde A_{react} es la altura del reactor y TRH el tiempo de retención hidráulica, por lo tanto la unidad de V_{up} es representado por [*metro/unidad de tiempo*]. La velocidad de flujo ascendente tiene dos efectos opuestos significativos en el reactor UASB, por un lado, al aumentar la velocidad del flujo ascendente, se aumenta la tasa de colisión o choque (entre las partículas de agua del afluente y las partículas que componen el manto de lodo) y el área de contacto entre partículas suspendidas del afluente y el lodo, pudiendo así mejorar la eficiencia de la remoción; por otro lado, al aumentar la velocidad de flujo ascendente, pudiera aumentar la fuerza hidráulica de corte, la cual contrarresta el mecanismo de remoción por exceder a la velocidad de sedimentación de más partículas y la separación de los sólidos capturados y, en consecuencia, empeorar la eficiencia de remoción [46].

Velocidad de carga orgánica.

La velocidad de carga orgánica (VCO) es la cantidad de materia orgánica que se introduce al interior por unidad de volumen y tiempo. La magnitud depende directamente de la concentración del sustrato y del THR establecido por la ingeniería del proceso. Un sobre-incremento en la VCO provoca la disminución en la producción del biogás, por lo tanto se debe establecer un valor óptimo para el sistema y el residuo a tratar. La expresión matemática de la velocidad de carga orgánica VCO esta dado por:

$$VCO = \frac{Q_{in} DQO_{afluente}}{V_{liq}} \quad (2.3)$$

donde Q_{in} es el flujo de entrada, $DQO_{afluente}$ es la demanda química de oxígeno de entrada y V_{liq} es el volumen líquido del reactor. Sin embargo, la VCO puede ser una perturbación al sistema porque la cantidad de contaminación del agua no se mantiene constante, ya que depende de la actividad de los microorganismos.

Temperatura

Un factor en la velocidad de reacción de los procesos biológicos está determinado por la temperatura, de igual forma establece la velocidad del crecimiento poblacional de los microorganismos

con un aumento o una disminución en la magnitud de la variable. La temperatura determina la producción de biogás debido a que a mayores temperaturas se incrementa la producción de biogás, también establece el tiempo de digestión bacteriana. Las bacterias metanogénicas son las más sensibles ante variaciones térmicas, producen desequilibrios biológicos en el proceso que se manifiesta en una baja producción de biogás y en la formación de productos que causan la inhibición total del proceso.

pH

El valor de pH en el proceso de digestión anaerobia presenta un valor bien definido para su óptimo crecimiento y desarrollo, sin embargo son capaces de tolerar un rango menor o mayor de pH en su medio de vida. De forma general, el rango de los distintos grupos bacterianos que participan en la digestión anaerobia oscila entre 6 – 8,5. El rango de pH para cada grupo bacteriano que participa en el proceso se muestra en la tabla 2.1. Para que el proceso se lleve a cabo de manera satisfactoria bajo ningún motivo el valor del pH debe ser menor a 6 ni superior a 8.5 [47]. Debido a que las bacterias productoras metanogénicas determinan la cantidad producida de biogás, es de gran importancia que éstas deban mantenerse en un rango estricto de pH en su medio puesto que son las bacterias más sensibles al desequilibrio ante variaciones del pH en el medio como son: la sobrecarga organica, la producción e infiltración de sustancias tóxicas y el consumo de ácidos grasos volátiles.

Tipo de microorganismo	Rango de ph
Fermentativo	7.2-7.4
Acetogénico	7.0-7.2
Metanogénico	6.5-7.5

Tabla 2.1. Parámetros de operación del reactor UASB

Flujo de entrada

El flujo de entrada (Q_{in}) o flujo de alimentación pueden afectar el balance entre la fermentación ácida y la metanogénesis. En otras palabras, el flujo de entrada puede limitar o permitir la producción de biogás en la etapa de metanogénesis. La automatización de los procesos biológicos se encuentra limitada a variables que a través de equipos puedan ser implementadas en plantas de tratamientos de agua residual. Por lo tanto, esto reduce el número de variables que puedan manipularse y/o que estén relacionadas al rendimiento de la productividad del biogás del reactor.

En una instalación de un reactor UASB, el flujo de entrada se puede manipular con una bomba de alimentación. Está variable ha sido poco explorada y, se puede representar como una entrada de control, con la certeza de lograr manipular el crecimiento de los microorganismos y la productividad del biogás mediante desarrollo de estrategias de control automático.

Por lo tanto, en la presente investigación se considera como caso de estudio el flujo de entrada Q_{in} (entrada de control) tiene sobre la productividad del biogás metano (salida), porque es el gas que mas prevalece en un reactor UASB. Considerando una entrada no controlada (perturbación) al sistema, la cual es la demanda química de oxígeno total (DQO_{total}), de la materia orgánica de

un agua residual de la industria vitivinícola.

2.3. Modelo del reactor UASB

Los modelos matemáticos son un conjunto de ecuaciones, que representan adecuadamente el comportamiento de las variables del proceso y son aproximaciones de la realidad.

El reactor UASB de producción de metano degrada la materia orgánica (particulado y soluble) y produce principalmente biomasa y un biogás constituido por metano, dióxido de carbono e hidrógeno. El modelo matemático del sistema esta basado en el modelo ADM1 [1] y los parametros cinéticos basados en [2].

Estableciendo la aplicación para un reactor UASB se requieren realizar modificaciones que permitan simular las dinámicas de las concentraciones de las reacciones que se presentan en el reactor. Normalmente, el reactor UASB consta de un volumen líquido y un volumen de gas sellado a presión atmosférica del gas producido. El sistema es completamente agitado con una entrada y salida, y un volumen de líquido constante, es decir, ($Q_{out} = Q_{in}$). Particularmente, las principales modificaciones se basaron en el fraccionamiento de la materia orgánica y un balance de masa.

Fraccionamiento de materia orgánica

La cantidad de sustrato presente en el agua del afluente se expresa en términos de DQO siendo una medida indirecta de la cantidad de materia orgánica presente en el agua residual, la demanda química de oxígeno (DQO) es la cantidad de oxígeno necesaria para oxidar químicamente la materia orgánica. Entonces la materia orgánica se encuentra dividido en cuatro fracciones: soluble (S) y particulado (X), que a su vez se dividen en biodegradable y no biodegradable. El fraccionamiento de la demanda química de oxígeno se divide en el sustrato soluble y el sustrato particulado, la fracción biodegradable corresponde al sustrato capaz de ser oxidado por la acción de microorganismos y la fracción no biodegradable el resto. La expresión matemática que permite describir las dos componentes que constituyen la DQO es:

$$DQO_{total} = DQO_{soluble} + DQO_{particulado} \quad (2.4)$$

El porcentaje de los componentes del fraccionamiento de la DQO_{total} para el modelo quedan establecidos de acuerdo a datos experimentales: el material particulado es de 14% $DQO_{particulado}$ y 86% $DQO_{soluble}$ del material soluble. Y la biodegradabilidad de la materia orgánica es del 95%.

Balance de masa UASB

El balance de masa se define por las variaciones que ocurren durante una reacción en un determinado sistema cerrado. Las ecuaciones del balance de masa, pueden ser simplificadas considerando que es de interés la concentración resultante a largo plazo en el régimen permanente. El balance de masa para cada componente de estado es como se muestra 2.5:

$$\frac{dS_{liq,i}}{dt} = \frac{q_{in}S_{in,i}}{V_{liq}} - \frac{S_{liq}q_{out}}{V_{liq}} + \sum_{j=1-19} \rho_j v_{i,j} \quad (2.5)$$

donde $\sum_{j=1-19} \rho_j v_{i,j}$ es la suma de las tasas cinéticas para el proceso j multiplicado por $v_{i,j}$ (ver anexo 1). La modificación del balance de masa se presenta en las variables de estados que

conforman el material particulado y soluble, el cual es la fracción de retención. En consecuencia la representación general en ecuaciones diferenciales queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\frac{dS_i}{dt} &= \frac{Q_{in}S_{i,in}}{V_{liq}} - f \frac{S_i}{V_{liq}} + \sum_{j=1-19} \rho_j v_{i,j} + \text{te'rminos de la concentracio'n donde } i = 1 \dots 12 \\ \frac{dX_i}{dt} &= \frac{Q_{in}X_{i,in}}{V_{liq}} - f \frac{X_i}{V_{liq}} + \sum_{j=1-19} \rho_j v_{i,j} + \text{te'rminos de la concentracio'n donde } i = 13 \dots 25\end{aligned}\tag{2.6}$$

donde los términos v and ρ tienen el formato tradicional de la matriz Petersen, la cual es una descripción completa de los sistemas de reacciones bioquímicas utilizadas para modelar reactores para el control de la contaminación.

2.3.1. Modelo en espacio de estado

El modelo matemático del proceso de digestión anaerobia del reactor UASB, describe la velocidad instantánea de las reacciones, es decir, el cambio con respecto al tiempo en la concentración de los componentes que conforman las etapas del proceso. Por lo tanto el conjunto de variables que definen el estado del sistema en cada instante del proceso está derivado en la materia particulada $X = [X_C, X_{CH}, X_{PR}, X_{LI}, X_{SU}, X_{AA}, X_{FA}, X_{C4}, X_{PRO}, X_{AC}, X_{H2}, X_I, X_{ET}]$ y en la materia soluble (cationes y aniones, iones, concentración disuelta del dióxido de carbono y las componentes de la fase gaseosa) $S = [S_{ET}, S_{SU}, S_{AA}, S_{FA}, S_{VA}, S_{BU}, S_{PRO}, S_{AC}, S_{H2}, S_{CH4}, S_{CAT}, S_{AN}, S_{VA-}, S_{BU-}, S_{PRO-}, S_{AC-}, S_{HCO3-}, S_{NH3}, S_{GAS,H2}, S_{GAS,CH4}, S_{GAS,CO2}]$.

Además, la variable del flujo de entrada representa la variable de entrada controlada al sistema. También otra entrada del sistema es la demanda química de oxígeno total, la cual es una entrada no controlada. Por otra parte, los estados y los parámetros del modelo corresponden a las etapas del proceso de digestión anaerobia [1], los cuales son: desintegración, hidrólisis, acidogénesis, acetogénesis y metanogénesis. El análisis en espacio de estados centra la atención en tres tipos de variables que aparecen en el modelado del sistema dinámico: variables de entrada, variables de salida y variables de estado.

Para obtener la representación en espacio de estado del modelo matemático, se establece primero lo siguiente:

Sea $u \in \mathbb{R}$ la variable de entrada de control, $w \in \mathbb{R}$ la variable de entrada no controlada y $x \in \mathbb{R}^{37}$ el vector de estado del sistema tal que

$$u = [Q_{in}], \quad w = [DQO_{total}], \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{37} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c \\ X_{CH} \\ X_{PR} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ S_{GAS,CO2} \end{bmatrix}\tag{2.7}$$

Así, el modelo dinámico del sistema es representado en 37 ecuaciones diferenciales ordinarias, las cuales están conformadas por:

El material soluble:

$$s\dot{s}_U(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{SU,in} - s_{SU}(t)) + \rho_2 + (1 - f_{FA,LI})\rho_4 - \rho_5\tag{E-1}$$

$$s\dot{A}A(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{AA,in} - s_{AA}(t)) + \rho_3 - \rho_6 \quad (E-2)$$

$$s\dot{F}A(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{FA,in} - s_{FA}(t)) + f_{FA,LI}\rho_4 - \rho_7 \quad (E-3)$$

$$s\dot{V}A(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{VA,in} - s_{VA}(t)) + (1 - Y_{AA})f_{VA,AA}\rho_6 - \rho_8 \quad (E-4)$$

$$s\dot{B}U(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{BU,in} - s_{BU}(t)) + (1 - Y_{SU})f_{BU,SU}\rho_5 + (1 - Y_{AA})f_{BU,AA}\rho_6(1 - Y_{ET})f_{BU,ET}\rho_{21} - \rho_9 \quad (E-5)$$

$$s\dot{P}RO(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{PRO,in} - s_{PRO}(t)) + (1 - Y_{SU})f_{PRO,SU}\rho_5 + (1 - Y_{AA})f_{PRO,AA}\rho_6 + (1 - Y_{C4})0,54\rho_8 + (1 - Y_{ET})f_{PRO,ET}\rho_{21} - \rho_{10} \quad (E-6)$$

$$s\dot{A}C(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{AC,in} - s_{AC}(t)) + (1 - Y_{SU})f_{AC,SU}\rho_5 + (1 - Y_{AA})f_{AC,AA}\rho_6 + (1 - Y_{FA})0,7\rho_7 + (1 - Y_{C4})0,31\rho_8 + (1 - Y_{PRO})0,57\rho_{10} + (1 - Y_{ET})f_{AC,ET}\rho_{21} - \rho_{11} \quad (E-7)$$

$$s\dot{H}2(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{H2,in} - s_{H2}(t)) + (1 - Y_{SU})f_{H2,SU}\rho_5 + (1 - Y_{AA})f_{H2,AA}\rho_6 + (1 - Y_{FA})0,7\rho_7 + (1 - Y_{C4})0,8\rho_9 + (1 - Y_{PRO})0,43\rho_{10} + (1 - Y_{ET})f_{H2,ET}\rho_{21} - \rho_{12} - \rho_{H2} \quad (E-8)$$

$$s\dot{C}H4(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{CH4,in} - s_{CH4}(t)) + (1 - Y_{AC})\rho_{11} + (1 - Y_{H2})\rho_{12} - \rho_{CH4} \quad (E-9)$$

$$s\dot{I}C(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{IC,in} - s_{IC}(t)) - (s_1\rho_1 + s_2\rho_2 + s_3\rho_3 + s_4\rho_4 + s_5\rho_5 + s_6\rho_6 + s_7\rho_7 + s_8\rho_8 + s_9\rho_9 + s_{10}\rho_{10} + s_{11}\rho_{11} + s_{12}\rho_{12} + s_{21}\rho_{21}) + s_{13}(\rho_{13} + \rho_{14} + \rho_{15} + \rho_{16}\rho_{17} + \rho_{18} + \rho_{19} + \rho_{20}) - \rho_{CO2} \quad (E-10)$$

$$s\dot{I}N(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{IN,in} - s_{IN}(t)) - N_{bac}(Y_{SU}\rho_5 + Y_{FA}\rho_7 + Y_{C4}\rho_8 + Y_{C4}\rho_9 + Y_{PRO}\rho_9 + Y_{PRO}\rho_{10} + Y_{AC}\rho_{11} + Y_{H2}\rho_{12}) + Y_{ET}\rho_{21} + (N_{bac} - N_{xc})(\rho_{13} + \rho_{14} + \rho_{15} + \rho_{16} + \rho_{17} + \rho_{18} + \rho_{19} + \rho_{20}) + (N_{xc} - f_{xI_{xc}}NI - f_{SI,XC}NI - f_{PR,XC}N_{aa})\rho_1 + (N_{aa} - Y_{AA}N_{bac})\rho_6 \quad (E-11)$$

$$s\dot{I}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{I,in} - s_I(t)) + f_{SI,XC}\rho_1 \quad (E-12)$$

$$s\dot{E}T(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}} \cdot (s_{ET,in} - s_{ET}(t)) \quad (E-13)$$

Ecuaciones diferenciales del material particulado (Modificaciones UASB):

$$x\dot{C}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{C,in} - (1 - f)x_C(t)) - \rho_1 + \rho_{13} + \rho_{14} + \rho_{15} + \rho_{16} + \rho_{17} + \rho_{18} + \rho_{19} \quad (E-14)$$

$$x_{\dot{C}H}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{CH,in} - (1-f)x_{CH}(t)) + f_{CH,XC}\rho_1 - \rho_2 \quad (\text{E-15})$$

$$x_{\dot{P}R}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{PR,in} - (1-f)x_{PR}(t)) + f_{PR,XC}\rho_1 - \rho_3 \quad (\text{E-16})$$

$$x_{\dot{L}I}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{LI,in} - (1-f)x_{LI}(t)) + f_{LI,XC}\rho_1 - \rho_4 \quad (\text{E-17})$$

$$x_{\dot{S}U}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{SU,in} - (1-f)x_{SU}(t)) + Y_{SU}\rho_5 - \rho_{13} \quad (\text{E-18})$$

$$x_{\dot{A}A}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{AA,in} - (1-f)x_{AA}(t)) + Y_{AA}\rho_6 - \rho_{14} \quad (\text{E-19})$$

$$x_{\dot{F}A}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{FA,in} - (1-f)x_{FA}(t)) + Y_{FA}\rho_7 - \rho_{15} \quad (\text{E-20})$$

$$x_{\dot{C}4}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{C4,in} - (1-f)x_{C4}(t)) + Y_{C4}\rho_8 + Y_{C4}\rho_9 - \rho_{16} \quad (\text{E-21})$$

$$x_{\dot{P}RO}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{PRO,in} - (1-f)x_{PRO}(t)) + Y_{PRO}\rho_{10} - \rho_{17} \quad (\text{E-22})$$

$$x_{\dot{A}C}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{AC,in} - (1-f)x_{AC}(t)) + Y_{AC}\rho_{11} - \rho_{18} \quad (\text{E-23})$$

$$x_{\dot{H}2}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{H2,in} - (1-f)x_{H2}(t)) + Y_{H2}\rho_{12} - \rho_{19} \quad (\text{E-24})$$

$$x_{\dot{I}}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{I,in} - (1-f)x_I(t)) + Y_{XI,XC}\rho_1 \quad (\text{E-25})$$

$$x_{\dot{E}T}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(x_{ET,in} - (1-f)x_{ET}(t)) + Y_{ET}\rho_{21} - \rho_{20} \quad (\text{E-26})$$

Ecuaciones diferenciales (cationes y aniones):

$$s_{\dot{C}AT^+}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{CAT,in} - s_{CAT^+}(t)) \quad (\text{E-27})$$

$$s_{\dot{A}N^-}(t) = \frac{Q_{in}}{V_{liq}}(s_{AN,in} - s_{AN^-}(t)) \quad (\text{E-28})$$

Ecuaciones diferenciales (estados de iones):

$$s_{\dot{V}A^-}(t) = -\rho_{A,4} \quad (\text{E-29})$$

$$s_{\dot{B}U^-}(t) = -\rho_{A,5} \quad (\text{E-30})$$

$$s_{\dot{P}RO^-}(t) = -\rho_{A,6} \quad (\text{E-31})$$

$$s_{AC^-}(t) = -\rho_{A,7} \quad (E-32)$$

$$s_{HCO_3^-}(t) = -\rho_{A,10} \quad (E-33)$$

$$s_{NH_3^-}(t) = -\rho_{A,11} \quad (E-34)$$

Por otra parte, con la intención de estudiar la parte de la producción del biogás se aborda la fase gaseosa, se hace la suposición que el volumen del gas es contante, obteniendo la representación de las ecuaciones diferenciales de 35 a 37, describen los componentes de la fase gaseosa del biogás (Hidrógeno, dióxido de carbono y metano):

$$s_{GAS,H_2}(t) = -\frac{s_{GAS,H_2}(t)Q_{gas}}{V_{gas}} + \rho_{H_2}\frac{V_{liq}}{V_{gas}} \quad (E-35)$$

$$s_{GAS,CH_4}(t) = -\frac{s_{GAS,CH_4}(t)Q_{gas}}{V_{gas}} + \rho_{CH_4}\frac{V_{liq}}{V_{gas}} \quad (E-36)$$

$$s_{GAS,CO_2}(t) = -\frac{s_{GAS,CO_2}(t)Q_{gas}}{V_{gas}} + \rho_{CO_2}\frac{V_{liq}}{V_{gas}} \quad (E-37)$$

con:

$$\begin{aligned} Q_{gas} &= q_{H_2,gas} + q_{CH_4,gas} + q_{CO_2,gas} + q_{H_2O,gas} \\ &= kp(p_{gas,total} - P_{atm})\frac{p_{gas,total}}{P_{atm}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$p_{gas,total} = p_{H_2,gas} + p_{CH_4,gas} + p_{CO_2,gas} + p_{H_2O,gas} \quad (2.9)$$

$$p_{H_2,gas} = \frac{s_{GAS,H_2}RT_{reac}}{16} \quad p_{CH_4,gas} = \frac{s_{GAS,CH_4}RT_{reac}}{64} \quad p_{CO_2,gas} = s_{GAS,CO_2}RT_{reac} \quad (2.10)$$

donde H_2, gas , CH_4, gas y CO_2, gas son, respectivamente concentración de hidrógeno, concentración de metano y concentración de dióxido de carbono en $Kg[DKO]m^{-3}$ en fase gaseosa. El flujo total de gas en la salida del reactor es la suma del flujo de gas hidrógeno más el flujo de dióxido de carbono más el flujo de metano más el flujo de el vapor del agua. Los flujos de cada uno de los gases se calculan considerando la transferencia del gas de la fase líquida a la fase gaseosa. Las concentraciones de dióxido de carbono, hidrógeno y metano se presenta en la interfaz líquido-gas en equilibrio y son calculada por la ley de Henry. La presión de cada componente de gas se calcula utilizando la ley de gases ideales para cada uno de los gases. Las variables y parámetros involucrados se pueden medir en un reactor mediante la instrumentación en la planta. Además debe añadirse un plazo de tasa de transferencia de componente de gas al espacio de cabeza del gas $\rho_{CO_2}, \rho_{CH_4}, \rho_{H_2}$, debido a que la tasa de transferencia de gas es comparable a la de los procesos biológicos. Por lo tanto, la ecuación dinámica general de la tasa de transferencia de gas es:

$$\rho_{co2} = k_L a_{co2}(S_{CO_2,liq} - K_{H,CO_2}p_{CO_2,gas}) \quad (2.11)$$

donde ρ_{co2} es la tasa del componente de gas, $k_L a$ es el coeficiente dinámico de transferencia gas-líquido, K_{H,CO_2} es el equilibrio constante de la ley de Henry. En el anexo 1 se muestran los parámetros constantes que forman parte del modelo matemático.

Por lo tanto, reescribiendo a las ecuaciones diferenciales en una ecuación diferencial vectorial de primer orden se tiene

$$\dot{x} = f(x, u, w) \quad (2.12)$$

donde

$$f(x, u, w) = \begin{bmatrix} \frac{Q_{in}}{V_{liq}} \cdot (X_{C,in} - (1-f) \cdot x_1) - r1 + r13 + r14 + r15 + r16 + r17 + r18 + r19 \\ \frac{Q_{in}}{V_{liq}} \cdot (X_{CH,in} - (1-f) \cdot x_2) + f_{CH,XC} \cdot r1 - r2 \\ \frac{Q_{in}}{V_{liq}} \cdot (X_{PR,in} - (1-f) \cdot x_3) + f_{PR,XC} \cdot r1 - r3 \\ \frac{Q_{in}}{V_{liq}} \cdot (X_{LI,in} - (1-f) \cdot x_4) + f_{LI,XC} \cdot r1 - r4 \\ \frac{Q_{in}}{V_{liq}} \cdot (X_{SU,in} - (1-f) \cdot x_5) + Y_{SU} \cdot r5 - r13 \\ \vdots \\ -\frac{x_{33} \cdot Q_{gas}}{V_{gas}} + \frac{rT8 \cdot V_{liq}}{V_{gas}} \\ -\frac{x_{34} \cdot Q_{gas}}{V_{gas}} + \frac{rT9 \cdot V_{liq}}{V_{gas}} \\ -\frac{x_{35} \cdot Q_{gas}}{V_{gas}} + \frac{rT10 \cdot V_{liq}}{V_{gas}} \\ \frac{Q_{in}}{V_{liq}} \cdot (X_{ET,in} - (1-f) \cdot x_{36}) + Y_{ET} \cdot r21 - r20 \\ \frac{Q_{in}}{V_{liq}} \cdot (S_{ET,in} - x_{37}) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

La ecuación 2.12 es conocida como la ecuación de estado del sistema. Por otra parte, se hace la suposición de que la variable de salida es medida, entonces la ecuación de salida del sistema denotado por y es $y = h(x) = P_{CH_4}$, la cual representa la productividad del biogás metano. Por lo tanto se tiene que el modelo en espacio de estado del sistema es

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, w) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.14)$$

La salida del sistema es:

$$y = \left[\left(\frac{P_{gas, ch4}}{P_{gas, total}} \right) \cdot Q_{gas} \right] / V_{reactor} \quad (2.15)$$

es una expresión matemática que se utiliza para medir el nivel de productividad del biogás metano tomando como relación las presiones parciales de los gases que se presentan, el flujo del gas total y el volumen del reactor. Las unidades de P_{ch4} están dadas por $m^3_{CH_4}/dia \cdot m^3$.

El parámetro $P_{gas, ch4}$ describe la presión parcial del biogás metano (CH4), en relación con el componente en fase gaseosa, la temperatura y la constante universal de los gases $R = 0,08314 \text{ bar} \cdot m^3 / K \text{ mol} \cdot K$. Otro parámetro involucrado es $P_{gas, total}$ es la presión parcial total de los gases, el cual esta dado por la suma de las presiones parciales de los gases ($P_{gas, h2}, P_{gas, ch4}, P_{gas, co2}$ y $P_{gas, h2o}$) en el proceso. En dicho parámetro se aplica la ley de las presiones parciales (conocida como ley de Dalton), que establece que la presión de una mezcla de gases, es igual a la suma de las presiones parciales que ejercería cada uno de ellos si sólo uno ocupase todo el volumen de la mezcla, sin variar la temperatura.

El parámetro Q_{gas} es el flujo a presión atmosférica de los gases, la cual esta basado en la relación que existe de la presión parcial total en diferencia con la presión atmosférica. Las presiones parciales y el flujo del gas son esenciales variables en la salida del sistema. El parámetro V_{liq} es el volumen del reactor en fase liquida se mantiene constante.

2.4. Simulación del modelo

El modelo resultante presentado en el conjunto de expresiones denotados por las ecuaciones diferenciales ($E - i$ donde $i = 1, \dots, 37$) representan las dinámicas de un reactor UASB, el cual fue simulado en *Matlab* utilizando la función *ode15s*, la cual lleva a cabo la integración numérica de sistemas de ecuaciones diferenciales de la forma $x' = f(t, x)$ con condiciones iniciales x_0 , presentando aproximaciones de datos experimentales de entradas, salidas y condiciones iniciales establecidas para cada una de las dinámicas del sistema, con el fin de poder validar el funcionamiento de dicho modelo. La evaluación del modelo matemático (no lineal) del sistema se realizó a partir de la comparación entre los resultados de la simulación del modelo, y resultados de datos experimentales de una planta piloto real (ver figura 2.3). Sus características operacionales se muestran en la Tabla 2.2. La planta consiste en un CSTR de acero inoxidable (Continuos Stirred Tank Reactor) con un volumen de 100 Litros. La planta piloto esta equipada con múltiples sensores, tales como la temperatura, el flujo, el pH, presión, etc. A partir de los datos proporcionados por los diferentes sensores, es posible estudiar los biogases producidos y dominar el proceso de digestión anaerobia para optimizar la producción de energía.

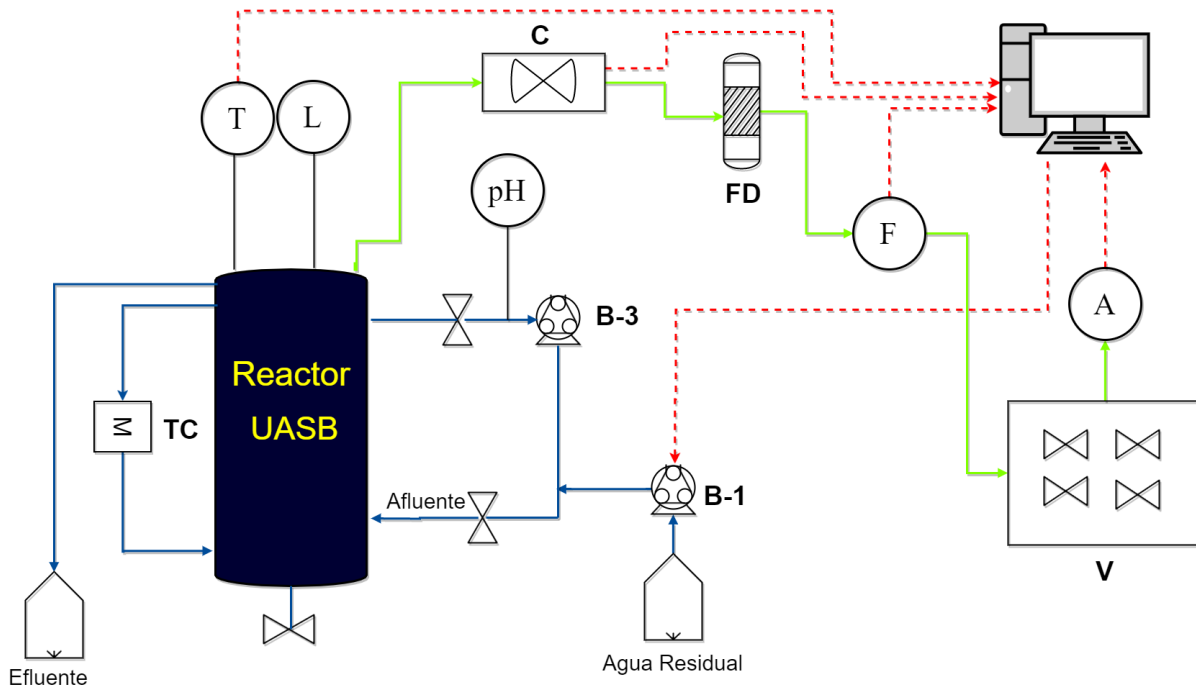


Figura 2.3. Reactor UASB de la Escuela de Bioquímica PUCV

Para su operación son necesarias dos bombas: una que alimenta el reactor con agua residual, y la otra que recircula agua tratada. La bomba de alimentación se designa como lazo de control para maximizar la productividad del biogás metano. La bomba de recirculación, solo está programada para activarse cada 10 minutos y recircular el agua tratada. En la parte superior del reactor, a una altura que corresponde al 80 % de la altura total del reactor, se encuentra una salida del agua tratada. Una parte se destina a un recipiente que contiene una sonda para medir el pH del agua tratada, el resto va hacia una conexión que destina una parte del agua a la recirculación y la otra a un contenedor. Por lo último, la parte superior del reactor cuenta con una conexión que permite

extraer el biogás producido y almacenarlo en un recipiente adaptado con un sensor de presión, por medio del cual se monitorea cada 10 minutos la cantidad del biogás producido. Las lecturas de los sensores se obtienen de forma continua, ya que están conectados a una tarjeta de adquisición de datos que permite hacer el monitoreo y control del reactor.

Tabla 2.2. Parámetros de operación del reactor anaerobio UASB

Parámetro	Valor
Volumen liquido	0.095 m^3
Volumen gas	0.005 m^3
Flujo de entrada	0.19 - 0.6 m^3d^{-1}
Tasa de dilución	2 - 6 d^{-1}
TRH	0.5 - 0.16 d

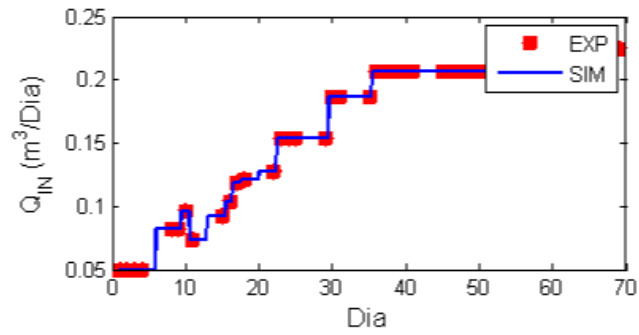
Las condiciones iniciales del modelo (tabla 2.3), fueron obtenidas a partir de la simulación de 365 días bajo un flujo y composición del residuo constante. Estas condiciones iniciales garantizan un agua residual proveniente de vinazas de la industria vitivinícola. Estos datos fueron proporcionado por el grupo de trabajo de la Escuela Bioquímica de la PUCV, Chile.

Tabla 2.3. Condiciones iniciales para la simulación en correspondencia con [2]

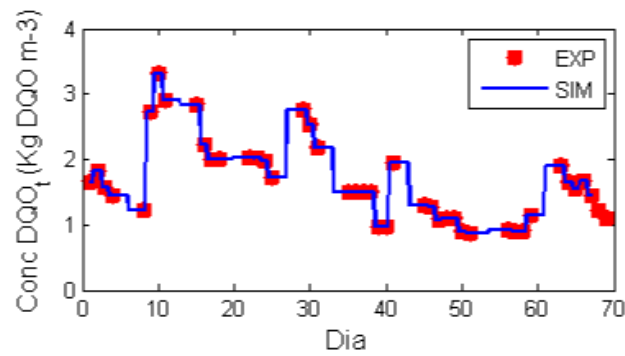
C.I.	Valor	C.I.	Valor	C.I.	Valor	C.I.	Valor
x_1	0,166...	x_{11}	0,501...	x_{21}	0,0079...	x_{31}	0,009...
x_2	0,014...	x_{12}	0,007...	x_{22}	$8,73^{-5}$	x_{32}	0,02...
x_3	0,024...	x_{13}	0,003...	x_{23}	0,003...	x_{33}	$6,62^{-6}$
x_4	0,004...	x_{14}	0,018...	x_{24}	0,078...	x_{34}	2,33...
x_5	0,694...	x_{15}	0,003...	x_{25}	0,056...	x_{35}	$8,73^{-4}$
x_6	0,443...	x_{16}	0,009...	x_{26}	8,084...	x_{36}	2,07...
x_7	0,006...	x_{17}	0,009...	x_{27}	0,004...	x_{37}	0,127...
x_8	0,178...	x_{18}	0,020	x_{28}	$-1,58^{-22}$		
x_9	1,835...	x_{19}	$1,51^{-7}$	x_{29}	0,0036...		
x_{10}	0,736...	x_{20}	0,0073...	x_{30}	0,009...		

En primer lugar se recrearán las entradas del modelo con datos experimentales simulando el comportamiento de las entradas del modelo (ver figura 2.4). Las entradas del sistema son el flujo de entrada (Q_{in}), la concentración de la demanda química de oxígeno (DQO). La interpolación de los datos experimentales agrega continuidad en el tiempo de los valores de entrada.

En la figura 2.5 se visualiza el flujo biogás (Q_{biogas}) total producido, el comportamiento del flujo del modelo con respecto a los datos experimentales es muy similar en su comportamiento, y lo cual nos permite tener aproximaciones a pruebas reales de la planta del reactor UASB. Además, la producción del biogás se observa que es directamente proporcional al flujo de entrada hasta cierto valor, para después decaer en sus valores. Estos nos permite tener un panorama y aplicar la estrategia de control por búsqueda de extremos a dicho estudio.



(a) Flujo de entrada



(b) Demanda química de oxígeno

Figura 2.4. Entradas del modelo experimental del reactor UASB

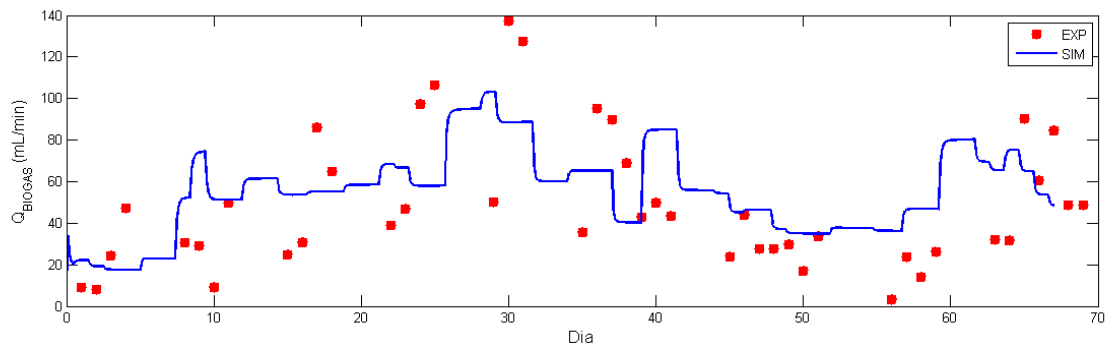


Figura 2.5. Biogás total producido

Cabe resaltar que la simulación se realizó con el propósito de validar el modelo con los datos experimentales de la planta piloto donde se llevan a cabo las pruebas experimentales.

Capítulo 3

Control por búsqueda de extremos

En este capítulo se presenta el diseño del sistema de control por búsqueda de extremos implementado en el reactor UASB. Al inicio del capítulo, en la sección 3.1 se presenta una introducción general de la estrategia de control. Después, en la sección 3.2, se presenta la descripción general del control por búsqueda de extremo con un análisis matemático de la estrategia de control. Después, en la sección 3.3 se presenta el diseño del control por búsqueda de extremos basado en perturbación enfocado al problema de optimización.

3.1. Introducción

Un método de optimización aplicado al control óptimo que se ha visto en la actualidad es el Control por Búsqueda de extremos (ESC). El control por búsqueda de extremos es una metodología de control adaptativo que busca optimizar el rendimiento en estado estacionario de plantas dinámicas a través de la sintonización automática de parámetros de la planta [19]. La estrategia de control por búsqueda de extremos es conocida por su acrónimo en inglés *E.S.C Extremum Seeking Control*, y definida como una metodología que permite soluciones a problemas en control óptimo con el enfoque de poder alcanzar el rendimiento de una planta dinámica en estado estacionario; eso básicamente mediante la sintonización instintiva de parámetros con el uso de mediciones. El primer trabajo referente al control por búsqueda de extremos [48] describe un mecanismo para mantener la potencia máxima de transferencia desde una línea de transmisión eléctrica. En la década de los cincuenta y sesenta se popularizó la estrategia de control por búsqueda de extremos o Extremum Seeking Control (ESC por sus siglas en inglés) con la publicación de trabajos relacionados a raíz de la segunda guerra mundial [49, 50, 51, 52, 53]. En la figura 3.1 se establecen los diferentes trabajos relacionados a los tipos de controladores por búsqueda de extremos

A partir del año 2000 se incrementaron los trabajos relacionados al ESC [54], enfocados a la estabilidad local para una planta general no lineal. La estabilidad práctica semi-global puede ser alcanzada bajo condiciones ligeramente más fuertes [55]. Las áreas de aplicación más populares son: tiempo de encendido para motores de combustión [56], control de sistemas de frenos [16], optimización del rendimiento de biorreactores [57, 58, 18, 19, 59], control de flujo [60, 61] y seguimiento del punto máximo de potencia de los sistemas fotovoltaicos, turbinas eólicas y centrales eléctricas de celdas de combustibles. Mas información en la historia del ESC puede ser encontrado en [55].

Sin embargo, la estrategia de control por búsqueda de extremos en la aplicación del campo de la

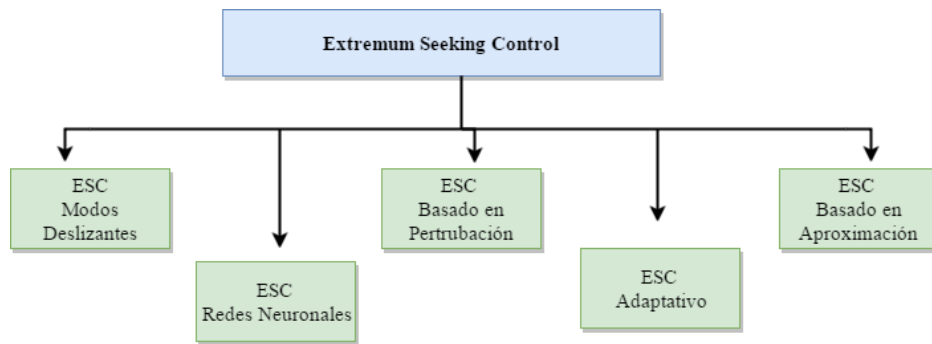


Figura 3.1. Tipos de controladores por búsqueda de extremos

biotecnología ha sido poco explorado para mejorar los rendimientos de los procesos [57, 36, 19, 18]. La intensa actividad de investigaciones desarrolladas en algoritmos de búsqueda de extremos enfocada a procesos biotecnológicos en su mayoría han sido desarrolladas en la Universidad Católica de Lovaina por D. Dochain [19, 18, 15], en la cual sugiere utilizar el control por búsqueda de extremos para mejorar el rendimiento de los procesos, estimar variables [57, 15], y también debe ser diseñado el controlador con los parámetros de interés.

De manera general, el control por búsqueda de extremos es la única técnica de control avanzada que utiliza optimización en línea y que ha llamado la atención para la aplicación en los procesos de control industriales [62]. Además, es novedosa y simple de implementar [17] y se enmarca dentro de los controladores óptimos. La principal razón de esto se debe a que es la única tecnología de control que necesita poca información del sistema para lograr encontrar el extremo de una función no lineal mediante la estimación del gradiente de la misma, esto permite optimizar el proceso y, lograr el control de la entrada para lograr la óptima salida del sistema en lazo cerrado. Es por ello que este tipo de método se conoce como método de caja negra, con la particularidad que pueden añadirse señales de perturbación para optimizar el rendimiento de una planta en estado estacionario.

En este sentido, mejorar las tecnologías utilizadas para el aprovechamiento energético de la digestión anaerobia aplicando el control por búsqueda de extremos, permitiría mejorar el rendimiento de sistemas que son ineficientes [63]. El presente trabajo de investigación se enfoca a la aplicación del control por búsqueda de extremos [64] para maximizar la productividad del biogás metano en un reactor UASB.

3.2. Funcionamiento clásico del control por búsqueda de extremos

El control por búsqueda de extremos basado en perturbación, el criterio a optimizar, o función objetivo, está relacionado con el comportamiento de un mapeo entrada-salida. Este comportamiento de entrada-salida se establece a partir de la respuesta del proceso de interés a excitaciones en la entrada.

El ESC aborda el problema de optimización de una función objetivo cuyo gradiente y el valor

óptimo son desconocido. Dicha estrategia es el método más popular en la literatura [54, 65, 66, 67, 68], usa una señal de perturbación externa y modulación para encontrar el valor óptimo. El control por búsqueda de extremos basado en perturbación ha sido aplicado en bioprocesos [69] y en el control del flujo de un fluido [70].

El esquema básico del control por búsqueda de extremos se muestra en la figura 3.2 donde principalmente se encuentran algunos bloques que enmarcan la planta (modelo del sistema) que esta siendo manipulado, un filtro pasa altas, filtro pasa bajas y una señal senoidal con amplitud A y frecuencia ω generada para realizar el control de la variable de entrada θ a la planta.

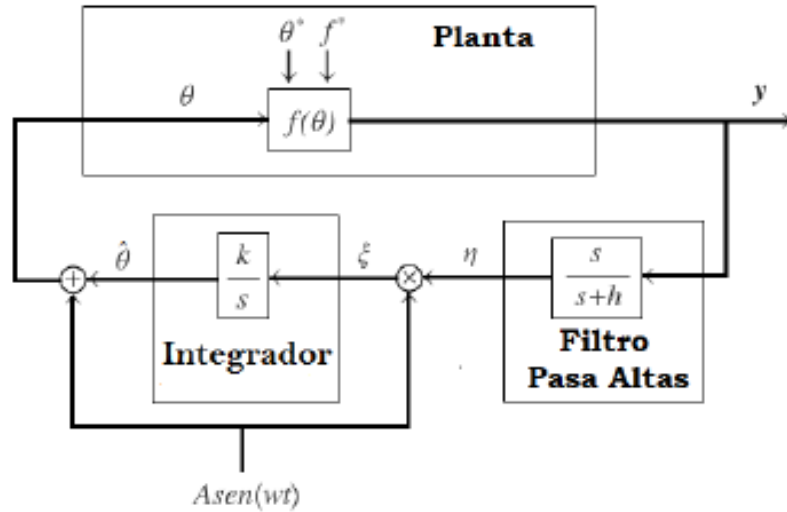


Figura 3.2. Esquema básico del control por búsqueda de extremos

La formulación del control por búsqueda de extremos se basa en las siguientes suposiciones: el modelo de la planta es no lineal; se considera un modelo representado en espacio de estado y en tiempo continuo; la función objetivo es cuadrática, es decir, tiene una forma concava o convexa; las restricciones están en forma de desigualdades lineales [54, 66, 67].

Cualquier función real se puede expresar en series de Taylor, bien sea por facilidad o simplicidad de términos. De acuerdo a la figura 3.2 se propone una función objetivo $f(\theta)$ descompuesta en series de Taylor con el fin de utilizar los términos constantes, de primer orden y cuadráticos, asegurando que $f(\theta)$ tendrá al menos un valor extremo en su dominio. La selección de estos términos se hace debido a que una función real para que tenga un extremo debe tener al menos algún término cuadrático, o bien sea, puede contener términos de mayor orden (siempre tendrá por lo menos un valor extremo). La función objetivo para el problema que queremos abordar con seguridad podemos decir que contiene al menos un máximo en la región de operación.

$$f(\theta) = f^* + \frac{f''}{2}(\theta - \theta^*)^2 \quad (3.1)$$

donde $f(\theta)$ es aproximada localmente a una ecuación cuadrática. Para ello es importante definir que $\hat{\theta}$ es el estimado de la entrada del punto óptimo desconocido θ^* , el cual se obtiene,

$$\theta = \theta^* - \hat{\theta} \quad (3.2)$$

despejando matemáticamente $\hat{\theta}$ para ser reemplazado en la ecuación 3.3 y vista finalmente en la ecuación 3.4 con la intención de denotar la estimación del error,

$$\theta(t) = A \text{sen}(\omega t) + \hat{\theta} \quad (3.3)$$

$$\theta = A \text{sen}(\omega t) + \theta^* - \hat{\theta} \quad (3.4)$$

al colocar la ecuación 3.4 se obtiene,

$$\theta - \theta^* = A \text{sen}(\omega t) - \hat{\theta} \quad (3.5)$$

La salida del sistema en lazo cerrado $y(t)$ representa la función objetivo $f(\theta)$ la cual es la función que se pretende maximizar dada por la ecuación 3.2, en donde se reemplaza la ecuación 3.5 para obtener una expresión donde se incluye la señal senoidal generada.

$$y(t) = f^* + \frac{f''}{2} (A \text{sen}(\omega t) - \hat{\theta})^2 \quad (3.6)$$

Desarrollando la expresión de segundo grado. La ecuación 3.7 muestra el resultado de dicha expresión,

$$y(t) = f^* + A^2 \frac{f''}{2} \text{sen}^2(\omega t) - A f'' \hat{\theta} \text{sen}(\omega t) + \frac{f''}{2} \hat{\theta}^2 \quad (3.7)$$

aplicando simplificación de términos e identidad matemática $2 \text{sen}^2(\omega t) = 1 - \cos(2\omega t)$, obteniendo una expansión de términos más simplificados,

$$y(t) = f^* + A^2 \frac{f''}{2} \left[\frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} \right] - A f'' \hat{\theta} \text{sen}(\omega t) + \frac{f''}{2} \hat{\theta}^2 \quad (3.8)$$

al reordenar y simplificar los términos se tiene la ecuación en donde se observan aquellos términos constantes que representan las componentes en DC y AC de la señal que representa la función objetivo $y(t)$. El filtro pasa altas tiene frecuencia ω_h , y es aplicado a la salida $y(t)$ para remover las componente en DC que tiene dicha señal y que están dadas por $f^* + A^2 \frac{f''}{2}$. Por lo tanto, permite apreciar matemáticamente cómo queda la señal después de pasar por el filtro pasa altas.

$$\eta = \frac{s}{s + \omega_h} [y(t)] \approx \frac{f''}{2} \hat{\theta}^2 - A f'' \hat{\theta} \text{sen}(\omega t) - A^2 \frac{f''}{4} \cos(2\omega t) \quad (3.9)$$

Para después la señal resultante es demodulada cuando se multiplica la señal senoidal $A \text{sen}(\omega t)$,

$$\xi = A \text{sen}(\omega t) [\eta] \quad (3.10)$$

al sustituir el valor η en la ecuación 3.10 se desarrolla la expresión.

$$\xi = A \text{sen}(\omega t) \left[\frac{f''}{2} \hat{\theta}^2 - A f'' \hat{\theta} \text{sen}(\omega t) - A^2 \frac{f''}{4} \cos(2\omega t) \right] \quad (3.11)$$

Ahora expandiendo y aplicando la identidad matemática $2 \text{sen}^2(\omega t) = 1 - \cos(2\omega t)$ y además la identidad matemática $2 \cos(2\omega t) \text{sen}(\omega t) = 3 \text{sen}(3\omega t) - \text{sen}(\omega t)$ en la ecuación 3.11 se obtiene,

$$\xi = -A^2 \frac{f''}{2} \tilde{\theta} + A^2 \frac{f''}{2} \tilde{\theta} \cos(2\omega t) + A^3 \frac{f''}{8} [\text{sen}(3\omega t) - \text{sen}(\omega t)] + A \frac{f''}{2} \tilde{\theta}^2 \text{sen}(\omega t) \quad (3.12)$$

Notese que el valor óptimo θ^* es un valor constante que permite llevar la función a su valor máximo, por lo que entonces $\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}}$. La ecuación 3.12 matemáticamente presenta los componente de ξ tanto de alta como de baja frecuencia, aunque al pasar ésta señal por el filtro pasa bajas se eliminan las frecuencias altas. Las ecuaciones 3.13 y 3.14

$$\dot{\tilde{\theta}} \approx -kA^2 \frac{f''}{2} \tilde{\theta} \quad (3.13)$$

$$\dot{\hat{\theta}} \approx kA^2 \frac{f''}{2} \hat{\theta} \quad (3.14)$$

Finalmente se concluye que por ser k , A^2 y f'' elementos positivos el producto de estos términos en conjunto seguirá siendo positivo y no afectará en signo a $\tilde{\theta}$, por lo tanto si $\tilde{\theta} = \theta^* - \hat{\theta}$ y, por lo tanto $\tilde{\theta}$ tiende a cero el valor de $\hat{\theta}$ converge entre una pequeña distancia de θ^* haciendo que se encuentre el máximo y permanezca en una región oscilatoria en ese punto.

3.3. Diseño del controlador por búsqueda de extremos

3.3.1. Planta no lineal

El planteamiento del problema considera el modelo en espacio de estados de un biorreactor UASB SISO (single-input-single-ouput por sus siglas en ingles):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, w) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde $x \in \mathbb{R}^{37}$ es el vector de estado del sistema, $u \in \mathbb{R}$ es el flujo de entrada del biorreactor, $w \in \mathbb{R}$ perturbación de entrada del sistema (Concentración de DQO), $y \in \mathbb{R}$ es la productividad del biogás en la salida del biorreactor, la función $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ y la función $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

Supóngase que conocemos una ley de control, de la siguiente forma:

$$u = \alpha(x, \theta) \quad (3.16)$$

La función $\alpha : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Por lo tanto, la productividad en estado estable del sistema, es optimizado por la adaptación del parámetro $\theta \in \mathbb{R}$ al sistema. El parámetro del sistema θ es un parámetro de la planta y/o un parámetro del controlador. Para cubrir ambos casos, tanto las dinámicas de la planta y la ley de retroalimentación del controlador son considerados (potencialmente) dependiente de θ [55]. Además, (ver figura 3.3) presenta la característica de asignar valores al parámetro escalar θ para modificar o influir en el comportamiento de la entrada de control u .

Suponemos que podemos encontrar un controlador estable (ver figura 3.3), tal que la suposición se cumple.

Suposición 1. Existe una función suave $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, tal que:

$$f(x, \alpha(x, \theta), w) = 0, \quad \text{si y solo si} \quad \theta = h(x, \theta, w) \quad (3.17)$$

Suposición 2. Para cada valor escalar de $\theta \in \mathbb{R}$, el punto de equilibrio $\theta = h(x, \theta, w)$ del sistema es localmente asintóticamente estable, si todas las soluciones que inicien en las cercanías del punto de equilibrio no sólo permanecen en las cercanías del punto de equilibrio, sino que además tienden hacia el equilibrio a medida que el tiempo tiende a infinito [71].

El sistema en lazo cerrado está dado por,

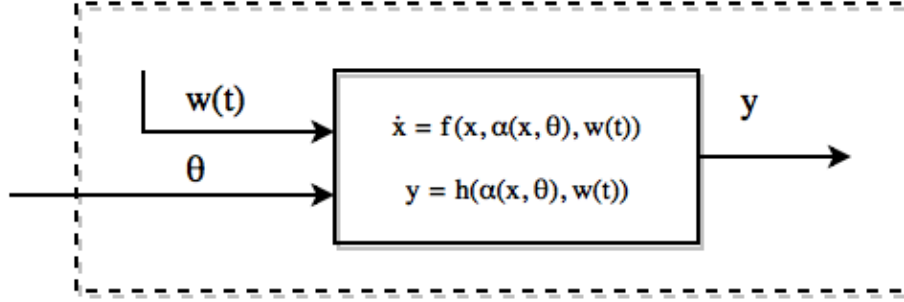


Figura 3.3. Esquema en lazo cerrado del sistema

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \alpha(x, \theta), w) \\ y &= h(\alpha(x, \theta), w) \end{aligned} \quad (3.18)$$

entonces se obtiene un punto de equilibrio asintóticamente estable del sistema en lazo cerrado dado por el parámetro θ . Además, se asume tener una ley de control de la forma (3.3), el cual es asintóticamente estable en cualquier punto de equilibrio que θ pueda generar en el sistema. Excepto por el requisito que la suposición 2 sea válida para cualquier $\theta \in \mathbb{R}$ (se impone solo para una simple notación y fácilmente en un intervalo en \mathbb{R}), esto significa que se tiene la ley de control diseñada para una estabilidad local y no necesita ser basada en el conocimiento del modelo matemático del sistema de $f(x, u, w)$.

3.3.2. Función objetivo

El problema de optimización para encontrar el valor del parámetro del sistema $\theta \in \mathbb{R}$, el cual optimiza la productividad en estado estacionario [20]. El control por búsqueda de extremos requiere una función objetivo, la cual es una función que indica el criterio a optimizar y es definida positiva [72]. El criterio a optimizar, o función objetivo, está relacionado con la relación entrada-salida e implica buscar el máximo de una función no lineal [18]. La gran mayoría de los esquemas de control que son adaptativos [19] han sido desarrollados para conocer la regulación de puntos de ajuste o de seguimiento de trayectorias de referencia conocidos. El objetivo del control auto-optimización es encontrar un conjunto de variables controlador, para mantener los puntos de ajuste constantes. La tarea de la búsqueda de valor extremo es encontrar los puntos operativos de ajuste que maximizan o minimizan una función objetivo. Por lo tanto, se considera el problema del seguimiento de una entrada θ , la cual optimiza una función desconocida y usualmente variable en el tiempo $y(\alpha(x(t), \theta(t)), w)$. El problema de optimización se describe como,

$$\theta^* = \arg \max_{\theta \in \mathbb{R}} y(\alpha(x(t), \theta(t)), \omega) \quad (3.19)$$

donde θ^* es el argumento el cual maximiza la función objetivo. De esta forma, se asume que solo existe un punto máximo en $y(\alpha(x(t), \theta(t)), \omega)$, es decir, es convexa [62]. Para ello, los teoremas que afrontan el problema de optimización, son basados en la condición necesaria y suficiente para el extremo de la función objetivo de una sola variable y con esto se asegura alcanzar el óptimo local del sistema [73]. En nuestro caso particular, estamos interesados en alcanzar el máximo local. De acuerdo al análisis descrito en la sección anterior, existe $\theta^* \in \mathbb{R}$ tal que cumpla:

Teorema 3.1 Condición necesaria Si la función h es definida en un intervalo $a < \theta < b$ y tiene $\theta = \theta^*$, donde $a < \theta^* < b$, y su derivada $dh(\theta)/d\theta = h'(\theta)$ existe un número finito $\theta = \theta^*$, tal que $h'(\theta^*) = 0$

$$(h)'(\theta^*) = 0 \quad (3.20)$$

Teorema 3.2 Condición suficiente. Dejar $h'(\theta^*) = h''(\theta^*) = \dots = h^{(n-1)}(\theta^*) = 0$, pero $h^{(n)} \neq 0$ Entonces $h(\theta^*)$ es: Si n es par $\frac{\partial^n h}{\partial \theta^n} < 0$, el θ^* es un máximo local. La concavidad de $(h)(\theta)$ está implicada por

$$(h)''(\theta^*) < 0 \quad (3.21)$$

El teorema 3.1 describe que una función es definida dentro de un rango y la derivada de Por lo tanto, se asume que el mapa de equilibrio de salida $y = h(\theta)$ tiene un máximo en $\theta = \theta^*$. Para ello, se desarrolla la estrategia de control reatrolimentado, con el proposito de maximizar en estado estable el valor de y sin requerir conocimiento de cualquier θ^* o de la función h [71].

3.3.3. Restricciones

Las restricciones indican los límites dentro de los cuales debe ocurrir la evolución de las variables del sistema. Estos límites son definidos, ya sea por los límites físicos del sistema o bien por motivos de seguridad. Las restricciones deben establecerse de la siguiente manera:

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.22)$$

donde g_i son establecidas en forma de desigualdades lineales y se mantendrán así sobre los horizontes de control. Para la solución del problema de optimización de búsqueda de extremos del sistema se requieren restricciones, de acuerdo a las restricciones operativas del sistema.

3.3.4. Controlador Univariable

El control por búsqueda de extremos univariable clásico mostrado en la figura 3.4 busca encontrar la entrada a su valor óptimo ($u = u^*$), las dinámicas del controlador son tomadas de [74], agregando un filtro pasa bajas a la salida del sistema con el propósito de atenuar las frecuencias altas (ruidos o perturbaciones). Las dinámicas del lazo de control están descritas como en las expresiones que describe la Ecuación (3.23):

$$\begin{aligned} \dot{y}_f &= \omega_l \cdot (h(x) - y_f(t)), \\ \dot{\eta} &= \omega_h \cdot (y_f(t) - \eta(t)), \\ \dot{\hat{u}} &= \omega_h k \cdot (y_f(t) - \eta(t)) \operatorname{asin}(w_\sigma t) \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde la entrada retroalimentada se compone de la señal estimada \hat{u} con la señal senoidal que modula la información y resulta finalmente una señal compuesta representada por la Ecuación (3.24):

$$u = \hat{u}(t) + a \sin(\omega_\sigma t) \quad (3.24)$$

La figura 3.4 se observa el esquema del controlador por búsqueda de extremos clásico que propone maximizar la producción de metano con una sola variable. El proceso de búsqueda de la variable de control consiste en lo siguiente: la estimación de la variable de control es modulada por la señal senoidal $a \sin(\omega_\sigma t)$ aplicándola al proceso de digestión anaerobia del reactor UASB. La variable es entonces filtrada por un filtro de primer orden pasa bajas para eliminar el ruido que tenga esta señal de salida $y(t)$. Después, esta señal pasa por un filtro pasa alta que entrega la señal filtrada $y_f(t) - \eta(t)$. Esta señal se multiplica por $a \sin(\omega_\sigma t)$ (perturbación de demodulación) y se obtiene la estimación del gradiente $d\theta/dt$. Al integrar esta señal se obtiene la señal de control estimada \hat{u} , se continúan realizando las iteraciones del sistema para encontrar el argumento óptimo que permita maximizar la salida.

Entonces la estrategia de control en lazo cerrado está dado por

$$\dot{x} = f(x, \hat{u} + a \sin(\omega_\sigma t), \omega) \quad (3.25)$$

Considerando el problema de optimización dinámica del seguimiento de una entrada u , la cual optimiza una función desconocida y usualmente variable en el tiempo $y(x)$. El controlador debe encontrar el flujo de entrada óptimo que conlleva a la máxima productividad del reactor UASB, por lo tanto tenemos:

$$Q_{in}^* = \arg \max_{Q_{in} \in \mathbb{R}} f_{objetivo}(Q_{in}, DQO) \quad (3.26)$$

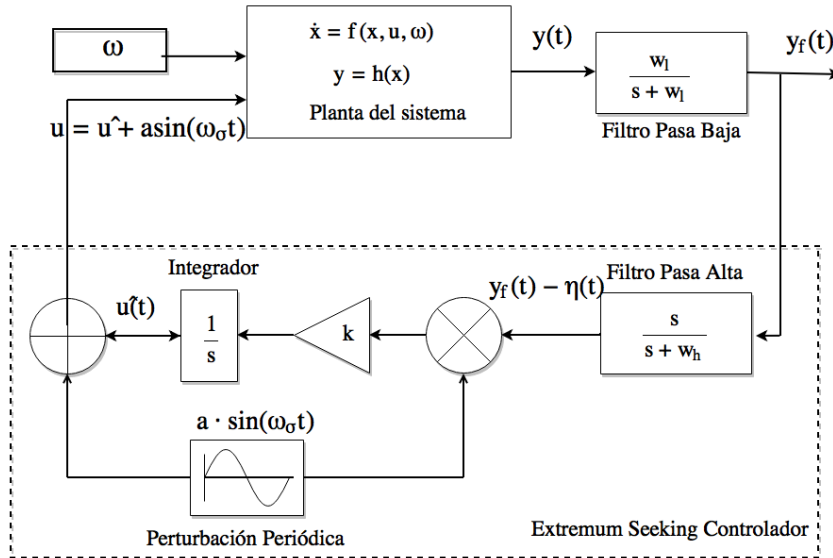


Figura 3.4. Esquema del control por búsqueda de extremos

$$\max F(Q_{in}, DQO) \quad (3.27)$$

es decir,

$$Q_{in}^* = \arg \max_{Q_{in} \in \mathbb{R}} F(Q_{in}, DQO) \quad (3.28)$$

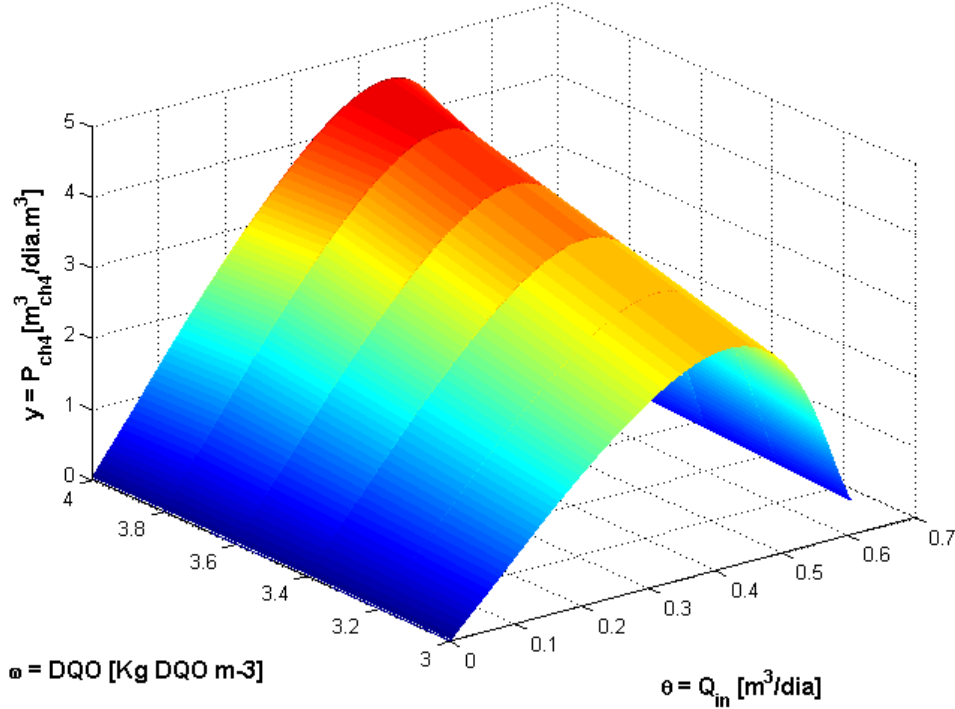


Figura 3.5. Respuesta de una función concava $y = h(\alpha(x, \theta), \omega)$ reactor UASB

En la figura 3.5 se presenta la respuesta de la función objetivo $F(Q_{in}, DQO)$, al variar Q_{in} para un valor predeterminado de DQO, se encuentra un máximo por tener la forma de una parábola o convexa. Por lo tanto, se requiere encontrar el valor θ^* , para alcanzar la región óptima del problema de optimización.

Entonces, el esquema del control por búsqueda de extremos definido en la figura 3.2 es aplicado al modelo de estudio, resultando las ecuaciones diferenciales del controlador 3.29 donde (\dot{x} estados del sistema, $P_{ch4,f}$ la productividad de metano filtrada, $\dot{\eta}$ dinámicas pasando el filtro pasa altas y \hat{Q}_{in} la entrada estimada), las cuales son,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \alpha(x, \hat{Q}_{in} + a \sin(\omega_{\sigma} t), DQO(t)), \\ \dot{P}_{ch4,f} &= \omega_l (h(\hat{Q}_{in}(t) + a \sin(\omega_{\sigma} t), DQO) - P_{ch4,f}(t)), \\ \dot{\eta} &= \omega_h \cdot (P_{ch4,f}(t) - \eta(t)), \\ \hat{Q}_{in} &= \omega_h k \cdot (P_{ch4,f}(t) - \eta(t)) a \sin(\omega_{\sigma} t) \end{aligned} \quad (3.29)$$

donde la entrada retroalimentada al sistema,

$$Q_{in}(t) = \hat{Q}_{in}(t) + a \sin(\omega_\sigma t) \quad (3.30)$$

La salida corresponde a:

$$y(t) = (F(\hat{Q}_{in}(t) + a \sin(\omega_\sigma t), DQO) \quad (3.31)$$

3.3.5. Sintonización de los parámetros del controlador

El análisis y la selección de parámetros para el diseño del controlador deben ser sintonizados para el proceso de interés. Estos parámetros se seleccionan a prueba y error, pero siguiendo un orden y ciertas reglas, que dependen del conocimiento que se tenga del proceso a optimizar [74]. Los parámetros que se sintonizan son: ω_σ , $[\omega_l]$, $[\omega_h]$, $[a]$ y $[k]$.

- **Frecuencia de perturbación $[\omega_\sigma]$:** Controla la separación entre el tiempo de escala del proceso de estimación llevada a cabo por el integrador y del proceso de estimación del gradiente que es realizado por el aditivo y multiplicativo de la perturbación externa. Una restricción del parámetro ω_σ se debe encontrar entre las frecuencias de los filtros pasa bajas y pasa altas, es decir, $[\omega_h < \omega_\sigma < \omega_l]$. Además para obtener alta velocidad de búsqueda es necesario que ω_σ tome valores cercanos a ω_h .
- **Frecuencia de corte del filtro pasa bajas $[\omega_l]$:** Permite el paso de las frecuencias más bajas y atenuar las frecuencias más altas, con el fin de tener a la salida del sistema una señal filtrada con pocas atenuaciones. Esta frecuencia de corte debe ser mayor que la frecuencia de perturbación $[\omega_l > \omega_\sigma]$
- **Frecuencia de corte del filtro pasa altas $[\omega_h]$:** Este parámetro debe ser del mismo orden con el periodo de las oscilaciones senoidales. Esta frecuencia de corte debe cumplir la restricción de ser menor que la frecuencia de perturbación del controlador, de modo que el filtro elimine las componentes de bajas frecuencias y sin corromper la estimación de θ .
- **Amplitud $[a]$:** Es la amplitud de la onda moduladora y demoduladora, es decir, forma parte de la perturbación externa, provee una compensación o equilibrio entre el rendimiento asintótico y la región de atracción del algoritmo. Para tener un error mínimo y alcanzar el óptimo local, el valor de a debe ser menor a 1 $[a < 1]$.
- **Ganancia $[k]$:** Este parámetro controla la rapidez de la convergencia del controlador, en conjunto con la amplitud influyen para alcanzar la convergencia. El valor del parámetro K es positivo si el extremo buscado por el algoritmo es un máximo.

Al estudiar el sistema se considera que tiene una Tasa de Retención Hidráulica (TRH) con la que opera, es importante conocer la región de operación del proceso para determinar el TRH_{min} y el TRH_{max} y de esta forma poder relacionarla con los parámetros que se sintonizan en el controlador. La región de operación del modelo se obtiene una vez sean calculados los puntos de equilibrio, allí aparecen las restricciones y las regiones de operación.

Capítulo 4

Resultados

Esta sección del libro comprende los resultados obtenidos de la implementación en simulación del control por búsqueda de extremos diseñado para el reactor anaerobio UASB. El capítulo se divide en 4 secciones. En la sección 4.1 se presenta el análisis y resultados de la tendencia de la respuesta óptima de la función objetivo P_{ch4} vs Q_{in} . En la sección 4.3, se presenta la implementación en simulación del controlador por búsqueda de extremos y la influencia de dos parámetros del controlador en la convergencia del óptimo valor del sistema. Finalmente, en la sección 4.4, se presentan los resultados de las pruebas de robustez al controlador y la aplicación con datos experimentales en el modelo aplicando el controlador por búsqueda de extremos.

4.1. Control por búsqueda de extremos función objetivo

El control por búsqueda de extremos manipulando el flujo de entrada es la aplicación que se desarrolló en esta tesis para el modelo de digestión anaerobia que representa el funcionamiento de las dinámicas de un reactor UASB, con la finalidad de aumentar la producción de metano. Suponer este primer caso viene de querer manipular una variable que afecta directamente todas las dinámicas del modelo y que por consiguiente podría mejorar el rendimiento de la planta al aplicarle el control. Por ello, en la figura 4.1, se observa que la productividad de metano P_{ch4} es relativamente proporcional al flujo de entrada. Las dinámicas de estado del sistema no lineal en lazo abierto junto con la salida mismo se encuentran representando por el modelo de estudio.

El problema de optimización que se plantea es poder optimizar la productividad del biogás metano manipulando el flujo de entrada y las otras entradas constantes. La función objetivo se describe como $P_{ch4}(Q_{in_e}, DQO_{cte})$ es la producción del biogás metano en función del flujo de entrada Q_{in} y la concentración de la demanda química de oxígeno DQO_{in} . Dicha función por su comportamiento es aproximada mediante una función polinomial, obteniendo:

En la tabla 4.1 se muestran los valores encontrados de una función polinomial para el comportamiento de la función objetivo.

$$P'_{ch4}(Q_{in}) = a_4Q_{in}^4 + a_3Q_{in}^3 + a_2Q_{in}^2 + a_1Q_{in} + a_0 \quad (4.1)$$

De acuerdo a los problemas de optimización clásicos para obtener el valor óptimo del flujo de entrada es necesario derivar la función 4.1, es decir, aplicar la condición necesaria.

$$P_{ch4}(Q_{in}) = 4a_4Q_{in}^3 + 3a_3Q_{in}^2 + 2a_2Q_{in} + a_1 \quad (4.2)$$

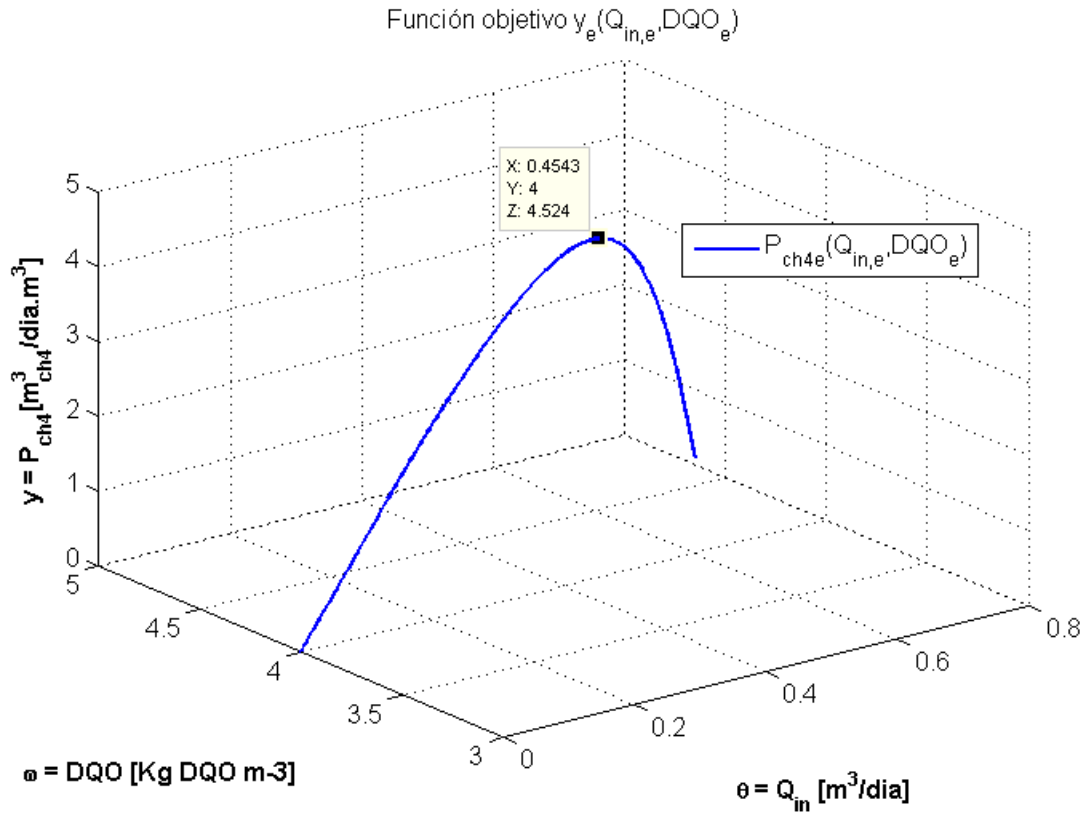


Figura 4.1. Función objetivo a partir de los puntos de equilibrios

e igualando a cero la función, se obtienen 3 puntos críticos que nos asegura tener una solución del problema de optimización.

$$\begin{aligned}
 Qin, c_1 &= 0,434 \\
 Qin, c_2 &= 0,0873 - 0,1996i \\
 Qin, c_3 &= 0,0873 + 0,1996i
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

$$P''_{ch4}(Q_{in}) = 12a_4Q_{in}^2 + 6a_3Q_{in} + 2a_2
 \tag{4.4}$$

y evaluando

$$P_{ch4}(Qin, c_1) = 4,52
 \tag{4.5}$$

se encuentra la máxima producción de metano en el punto crítico Qin, c_1 , esto asegura que en ese punto existe un máximo local. El problema de optimización es desarrollado con las teoría

Parámetro	Valor de interpolación
a_4	-232.3
a_3	188.7
a_2	-57.31
a_1	19.16
a_0	-0.1365

Tabla 4.1. Parámetros de la función $P_{ch4}(Q_{in}, DQO)$

clásica para tener una solución paralela a un análisis de estabilidad de una estrategia de control.

4.2. Estrategia de control para el modelo

Para llevar a cabo la estrategia de control por búsqueda de extremos manipulando el flujo de entrada, se empleó el esquema que se halla en la Figura 4.2.

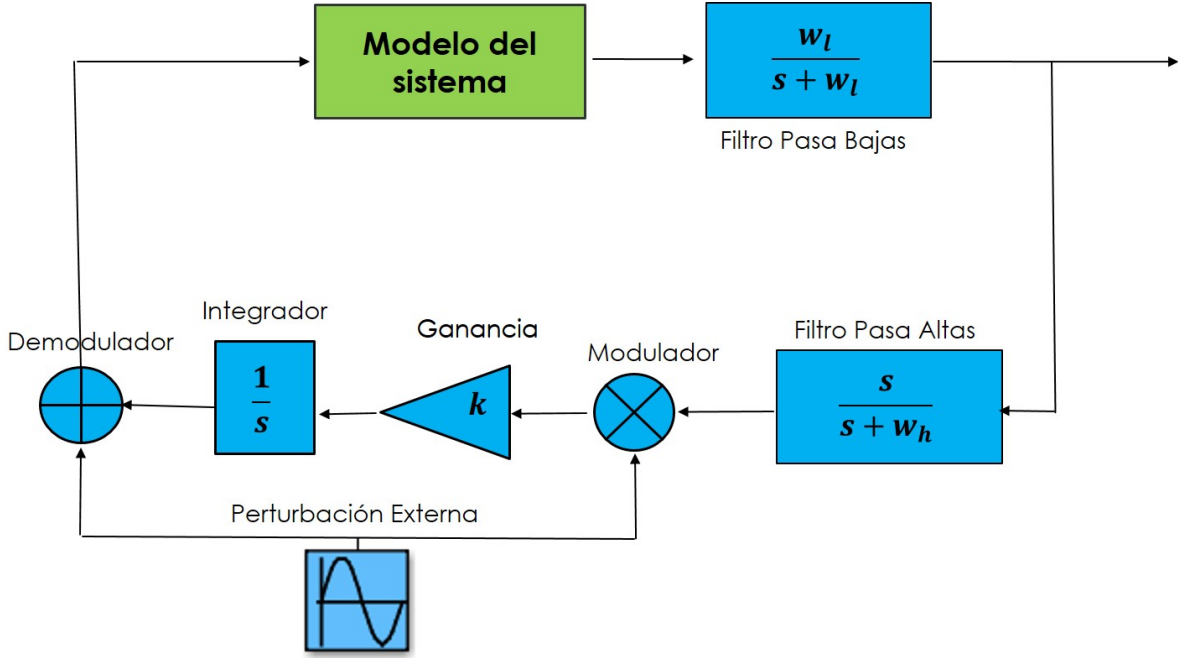


Figura 4.2. Diagrama de bloque de la estrategia de control aplicado

El esquema de la figura 3.4 consta de un filtro pasa bajas ω_l , un filtro pasa altas con frecuencia de corte ω_h , un integrador con una ganancia k , y una señal modulante/demodulante $A \sin(\omega t)$ haciendo que el control realimentado no lineal esté listo para la sintonización de los parámetros mostrados en la tabla 4.2. Las dinámicas del control en lazo cerrado están descritas por las expresiones mostradas en la Ecuación (4.6), mientras que la entrada está representada por la Ecuación (4.7).

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= f(x, \alpha(x, \hat{Q}_{in} + a \sin(\omega_\sigma t), DQO(t)), \\
 \dot{P}_{ch4,f} &= \omega_l (h(\hat{Q}_{in}(t) + a \sin(\omega_\sigma t), DQO) - P_{ch4,f}(t)), \\
 \dot{\eta} &= \omega_h \cdot (P_{ch4,f}(t) - \eta(t)), \\
 \hat{Q}_{in} &= \omega_h k \cdot (P_{ch4,f}(t) - \eta(t)) a \sin(\omega_\sigma t)
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

donde la entrada se compone de la señal estimada del flujo de entrada \hat{Q}_{in} con la señal senoidal que modula la información y resulta finalmente una señal compuesta.

$$Q_{in}(t) = \hat{Q}_{in}(t) + a \sin(\omega_\sigma t) \tag{4.7}$$

Con el esquema del controlador que se propuso en la figura 3.4, se sintonizaron los parámetros para lograr obtener el valor máximo de la producción del biogás metano. Para sintonizar los parámetros y asegurar una buena convergencia del controlador, es de acuerdo a la condición de diseño, con la restricción de que $\omega_h < \omega < \omega_l$, y además ω y a deben ser muy pequeños. El valor de ω_h debe estar muy cercano al valor de la entrada mínima del sistema $Q_{in,min}$. También, el parámetro k , el cual determina la respuesta transitoria, fue seleccionado por prueba y error para lograr la convergencia rápida y considerando el riesgo de una presencia de inestabilidad.

Tabla 4.2. Parámetros del controlador por flujo de entrada

Parámetro	Valor	Descripción
ω_h	0,08 [rad/d]	Frecuencia de corte del filtro pasa altas
ω_l	12 [rad/d]	Frecuencia del corte del filtro pasa bajas
ω	0,09 [rad/d]	Frecuencia de la onda de modulación y demodulación
a	0,03 [m ³ /d]	Amplitud de la onda
k	6,2 [-]	Ganancia

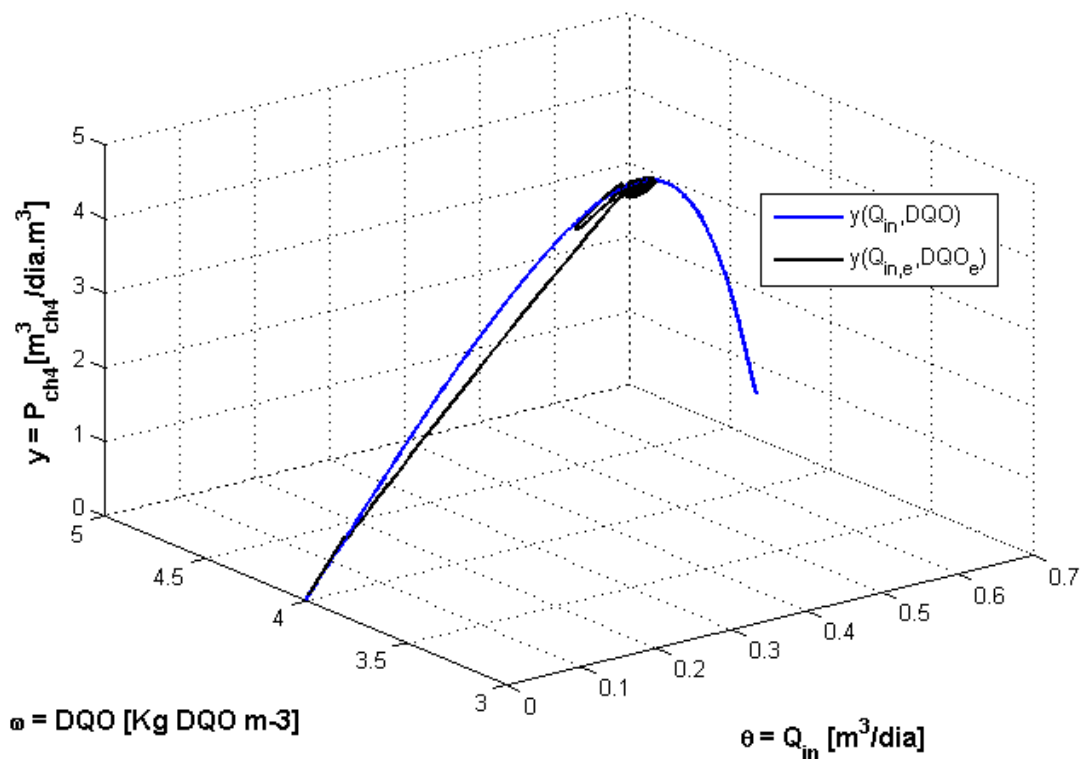


Figura 4.3. Evolución de la entrada y salida $y(Q_{in}, DQO)$

A modo de verificar de que el sistema en lazo cerrado está llegando al valor en estable al que se considera se tiene el valor óptimo para alcanzar la máxima producción del biogás metano. En efecto, los resultados presentados en la figura 4.3 muestran que la convergencia es alcanzada, es

decir, el controlador es capaz de encontrar el $Q_{in}^* = 0,43 [m^3/dia]$ para el $P_{CH_4,max}$, suponiendo que la perturbación del sistema $DQO = 4Kg[DQO]m^{-3}$ es constante. La curva negra es la representación de la función objetivo en lazo cerrado, que además muestra que el control aplicado llega al valor máximo obtenido en la misma función pero estado estable.

De esta manera el diseño del controlador no requiere conocer todo el modelo del sistema para poder encontrar la óptima entrada, y cumple con las especificaciones de operación durante días. Además, con estos resultados se puede derivar la información de la tasa de dilución $D = 4,5[dia]$ y el tiempo de retención hidráulica $TRH = 0,22[dia^{-1}]$ óptimos.

Los resultados numéricos muestran que el algoritmo de control por búsqueda de extremos permite alcanzar la tasa óptima de salida de la productividad del biogás metano en una escala de tiempo (25 días). Al lograr alcanzar el óptimo, el controlador a través del tiempo es capaz de mantener la máxima productividad del reactor controlando el flujo de alimentación.

La figura 4.4 ilustra la respuesta de la salida obteniendo un tiempo de respuesta en alcanzar al óptimo en 25 días, esto se debe a que solo usa mediciones de la salida, es decir, mientras menos información tenga del sistema más se tarda en alcanzar el régimen de operación óptima. Sin embargo, el controlador es capaz de mantener la máxima salida en el tiempo.

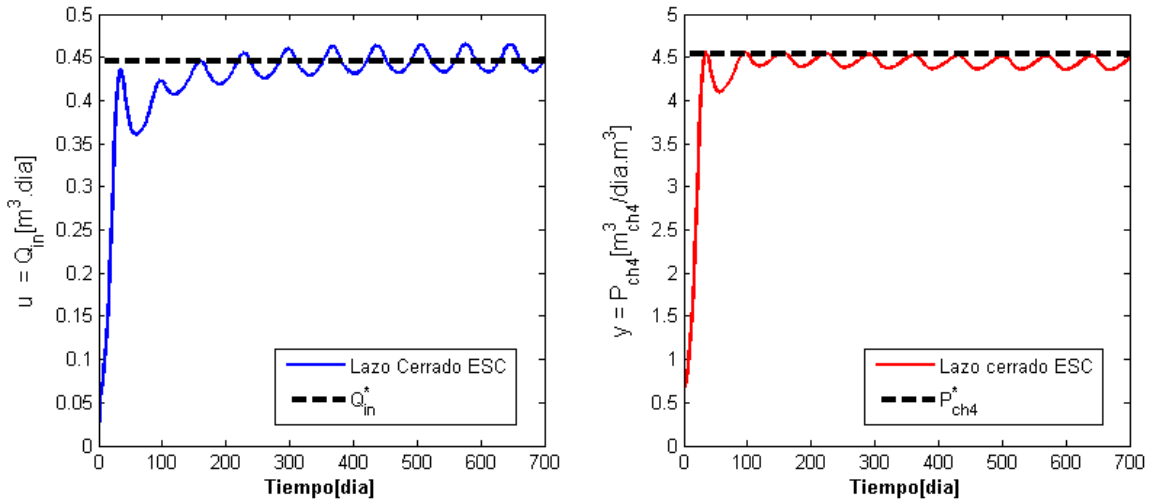


Figura 4.4. C.B.E. entrada $Q_{in}(t)$ y salida $P_{ch4}(t)$ en lazo cerrado

La salida del sistema $y(t)$ en lazo cerrado como se tiene en la figura 4.4 alcanza una máxima producción a partir de 25 días con valor de $4.52 [m^3_{CH_4}]m^{-3}d^{-1}$. En lazo cerrado la producción $y(t)$ llega a un valor alrededor de $4.5 [m^3_{CH_4}]m^{-3}d^{-1}$, permitiendo tener una diferencia oscilatoria por la señal senoidal con respecto al lazo abierto.

4.2.1. Análisis en frecuencia de los filtros

El análisis en frecuencia de los filtros se hizo aplicando los diagramas de Bode en los cuales se muestran la magnitud y la fase de cada filtro empleado en el control. Cada diagrama muestra su respectiva frecuencia de corte en rad/dia cuando la magnitud decae 3 dB. La figura 4.5 muestra el diagrama de Bode obtenido en caso de tener un filtro pasa bajas, donde en la magnitud tiene una frecuencia de corte $\omega_l = 12[rad/dia]$ en $|H_L(j\omega_l)| = 0,7071[dB]$ cuando ha decaído 3 dB y una fase de -45° .

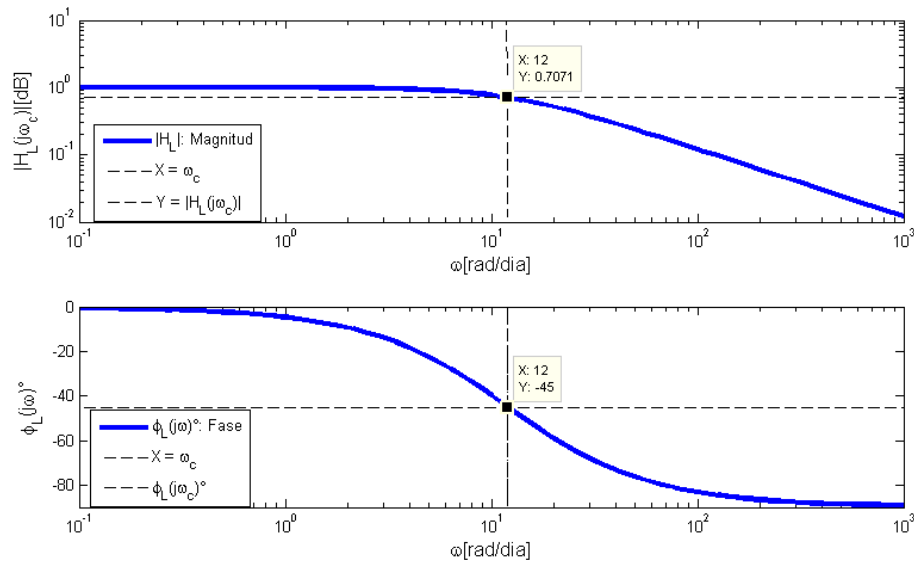


Figura 4.5. Análisis en ganancia y fase del filtro pasa bajas

La función de transferencia del filtro pasa bajas sintonizado es:

$$G_s = \frac{12}{s + 12} \cdot [rad/dia] \quad (4.8)$$

Para el filtro pasa altas también se hizo el mismo análisis que el filtro pasa bajas como se observa en la figura 4.6. El filtro pasa altas tiene una frecuencia de corte $0,08[rad/dia]$ con una magnitud $|H_L(j\omega_l)|$ de $0,7071[dB]$ cuando ha decaído 3dB y una fase de 45° .

Por lo tanto, la función de transferencia del filtro pasa altas sintonizado para el controlador por búsqueda de extremos es:

$$G_s = \frac{s}{s + 0,08} \cdot [rad/dia] \quad (4.9)$$

Cabe mencionar que el análisis en frecuencia de los filtros es un estudio adicional en la estrategia del controlador por búsqueda de extremos.

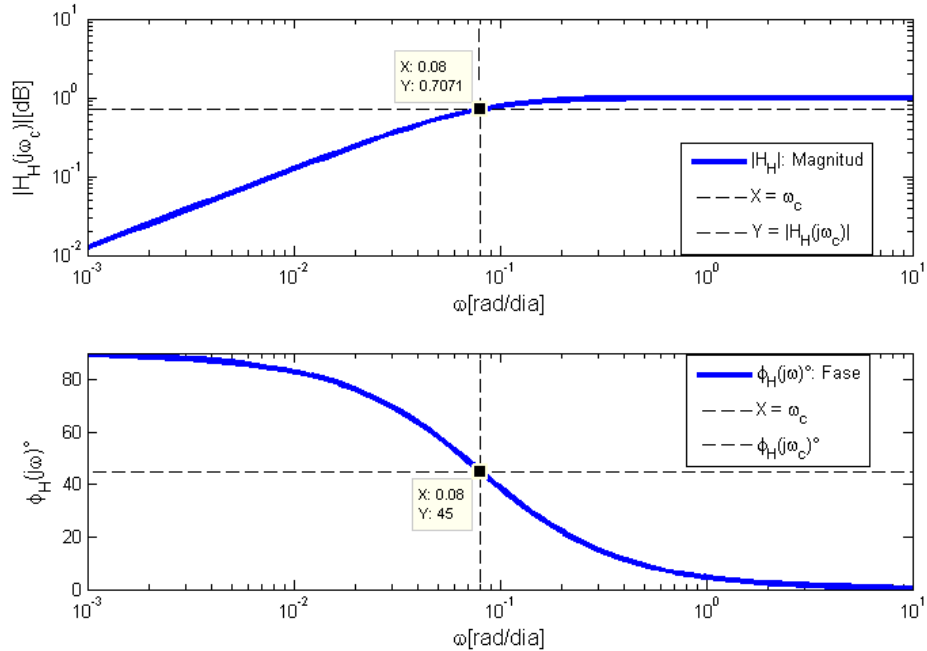


Figura 4.6. Análisis en ganancia y fase del filtro pasa altas

4.2.2. Influencia de los parámetros del controlador por búsqueda de extremos

Ganancia

En el algoritmo de control C.B.E. se dispone de una ganancia ajustable llamada ganancia k . Esta ganancia se puede ajustar de tal manera que se puede disminuir el tiempo de convergencia al óptimo (a mayor ganancia, menor tiempo) siempre que no provoque sobreimpulsos, oscilaciones o la inestabilidad del controlador.

En la figura 4.7 se puede ver, que el rendimiento del algoritmo no se ve afectado por esta ganancia k , si no que permite aumentar su velocidad de búsqueda del óptimo sin disminuir el rendimiento alrededor de la máxima productividad del biogás metano. Esta ventaja de tener parámetros constante en la estrategia de control permite obtener el rango de los valores de operación o de sintonización donde la estrategia de control es robusta ante posibles cambios de los valores numéricos de dichos parámetros. A continuación, en la figura 4.7, se muestra la simulación para diferentes ganancias de k y en conjunto con los parámetros del controlador que se mantienen constantes mostrados en la tabla .

Tabla 4.3. Parámetros constantes en la comprobación de la dependencia con la ganancia k

Forma de la perturbación demoduladora	$a \sin(\omega t)$
Forma de la perturbación excitadora	$a \sin(\omega t)$
Amplitud de la señal perturbadora a	0,003
Frecuencia de la señal perturbadora ω	0,009
Frecuencia de corte del filtro ω_h	0,008

Como es posible observar en la figura 4.7, el tiempo de establecimiento depende proporcionalmente de la ganancia k , cuyo valor se encuentra entre $5,8 < k < 6,8$. En conclusión, el valor que mejor resultado muestra ante pruebas de robustez es $k = 6.2$ (Ver figura 4.7).

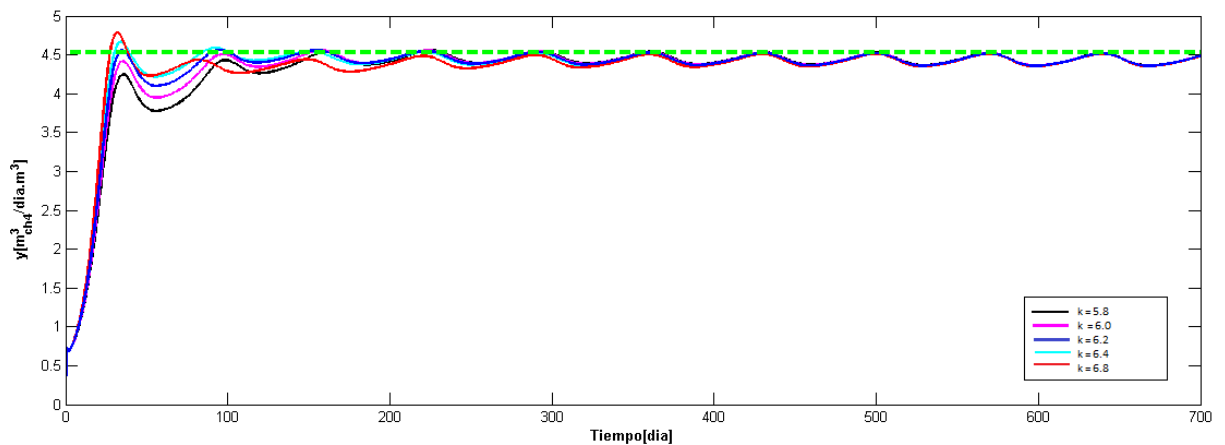


Figura 4.7. Productividad del biogás metano con diferentes ganancias de control $[k]$.

Cabe mencionar que el parámetro k es una constante de proporcionalidad en la estrategia de control.

Amplitud de la señal perturbadora

El tiempo de convergencia al óptimo depende del valor de la amplitud de la señal perturbadora a . Para comprobar dicha dependencia se utilizaran los parámetros de la tabla 4.3. A continuación, se variará la amplitud a de la señal perturbadora $a \sin(\omega_\sigma t)$. Para ver como a diferentes amplitudes el tiempo de alcance al máximo es diferente.

Se puede observar en la figura que, a mayor amplitud de la señal perturbadora, menor será el tiempo de convergencia al óptimo. Esto es debido a que al aumentar la amplitud también aumentamos la ganancia $G_{loop}(0)$ en la convergencia al óptimo. Sin embargo, se puede observar en la ampliación de la imagen en el óptimo, que una amplitud mayor también provoca una oscilación mayor alrededor del óptimo. Esto significa que si se requiere disminuir el tiempo de convergencia al óptimo, hacerlo aumentando la amplitud de la señal perturbadora implicará un perjuicio en el rendimiento.

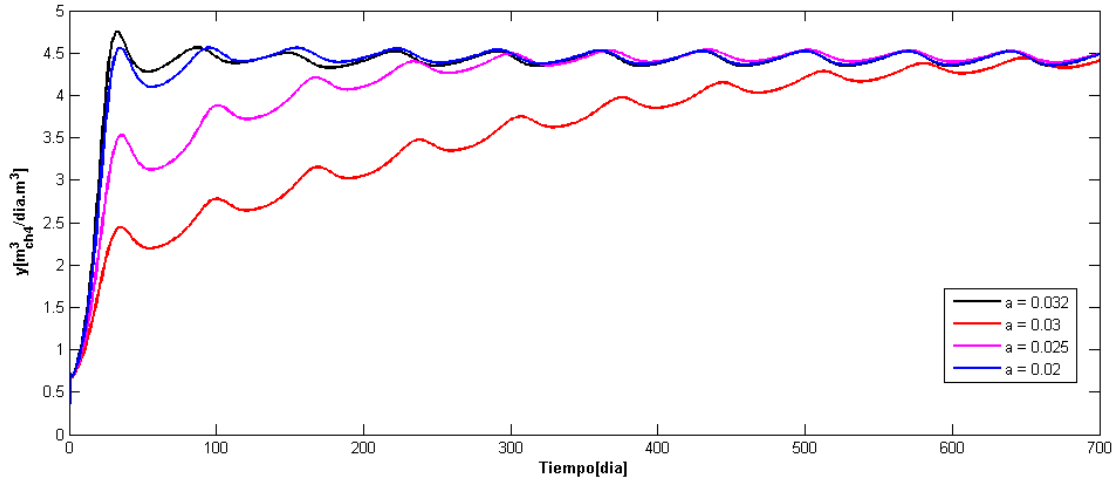


Figura 4.8. Productividad del biogás metano con diferentes valores de amplitud $[a]$.

En la figura 4.8 se puede observar que a mayor amplitud el rendimiento empeora, es por esta razón considerar una pequeña señal de perturbación provocará menos oscilaciones del óptimo y por consiguiente mayor rendimiento.

4.2.3. Robustez del controlador ante el ruido

Esta prueba se basa en suponer un fenómeno físico llamado ruido, el cual es muy común cuando se desea llevar a la práctica implementación de alguna estrategia de control. Los factores de ruido causan que la respuesta $y(t)$ sufra una desviación del objetivo planteado por el factor de la señal y que lleva a la no convergencia o inestabilidad del controlador. Para ello se tiene que la idea de que el sensor con el que se hace la medición de la producción del biogás metano tiene una relación muy buena, y que en sus medidas se tienen variaciones cercanas al 10%. La relación entre la dependencia de la respuesta de salida y con los factores de control (x) y factores de ruido z pueden describirse por medio de una función como:

$$y = h(x, z) \quad (4.10)$$

Una prueba importante es la robustez con respecto al ruido a la salida. Esta prueba supone que los sensores involucrados en la medición de la productividad de metano presentan variaciones en la medida del 10%. Para la simulación de las variaciones se agregó un ruido blanco aleatorio gaussiano en la señal de salida $y(t) = P_{CH_4}(t)$, donde la media es cero y la desviación estándar constante.

La figura 4.9 representa el comportamiento del lazo cerrado del controlador considerando ruido en la salida del 10%.

Es posible observar en la figura 4.9 que por más que el biogás metano presente variaciones en su medida, la entrada (flujo de entrada) que realimenta al sistema no se ve afectada. Logrando alcanzar la convergencia en una vecindad al óptimo local. Además, las componentes que pudieran afectar a la búsqueda de la salida óptima son eliminadas al pasar por el filtro.

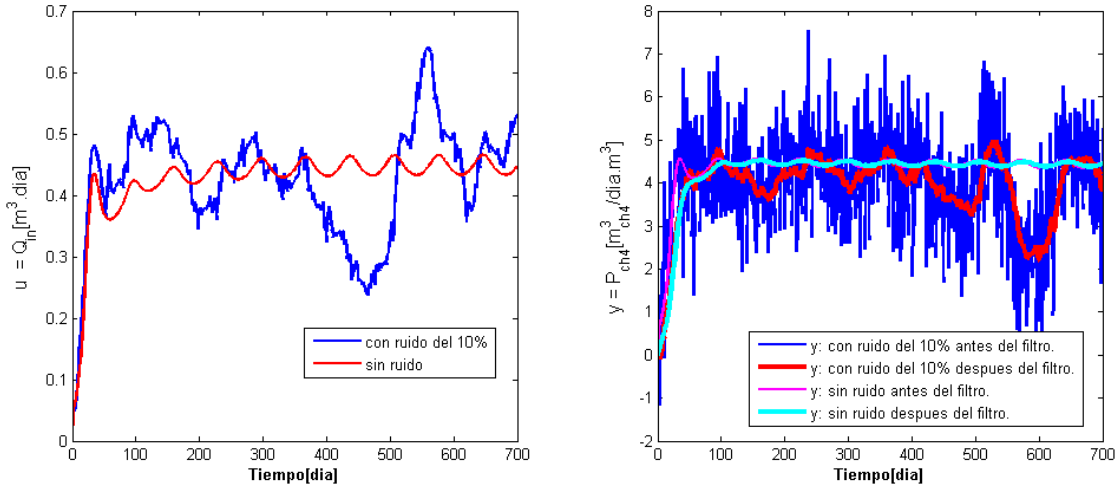


Figura 4.9. Respuesta de la entrada y salida con ruido

4.2.4. Variación de parámetros en el controlador

Actualmente, uno de los métodos de muestreo más populares entre los *space filling* es el muestreo por Hipercubo Latino (*Latin Hypercube Sampling*, LHS). El método LHS, básicamente, selecciona los valores iniciales que serán utilizados por el modelo computacional, estratificando el rango de cada uno de los datos de entrada del modelo, en un número fijo a priori de intervalos equi-probables, lo que garantiza la selección de valores iniciales dentro de cada rango de datos. El Hipercubo latino [75] es la generalización de este concepto a un número arbitrario de dimensiones, y en concordancia con ello existe solo una muestra en cada hiperplano que la contenga. Todas las áreas del espacio de muestras son representadas por valores de entrada.

En la aplicación del método LHS para la robustez del controlador, se requiere seleccionar el conjunto de parámetros. Por lo tanto, el muestreo se desarrolla de una manera uniforme en un hipercubo cuyo centro está en el valor del parámetro. El rango de valores en los que se define la distribución de cada variable aleatoria se divide en M segmentos no cubiertos de igual probabilidad de ocurrencia. Considerando que existen N variables aleatorias, el espacio paramétrico global se divide en M^N celdas. Después se desarrolla la generación de muestras aleatorias, eligiendo M celdas de espacio M^N . El número de celda indica el número de segmento de cada variable aleatoria a la que pertenece la muestra.

La técnica LHS comienza con un muestreo realizado de forma independiente, seguido del emparejamiento de las muestras aleatorias que se pueden realizar aleatoriamente o de manera restringida. Se generan todas las muestras aleatorias considerando un límite inferior y superior y se aceptan solo aquellas para las que no existan muestras anteriores ocupando el mismo segmento para la misma variable aleatoria.

La figura 4.10 ilustra el método de hipercubo latino mediante un ejemplo con $N = 2$ variables aleatorias o parámetros y $M = 7$ intervalos.

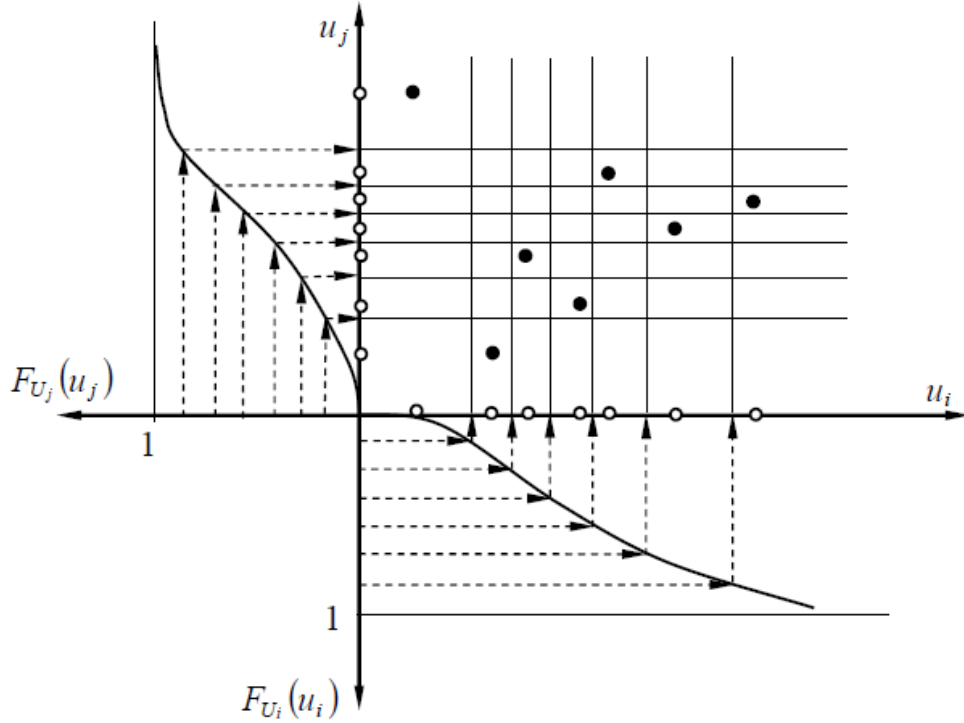


Figura 4.10. Obtención de muestras mediante Muestreo por Hipercubo Latino (LHS)

Para la implementación en simulación de la variación de los parámetros del modelo, se consideró la función *lhsdesign* de *Matlab*. Finalmente, en la figura 4.11, se ilustra el controlador ESC con la entrada de los parámetros, que serán utilizados para la generación del espacio de muestras aleatorias del sistema.

El procedimiento de simulación para el muestreo de hipercubo latino está compuesto por los siguientes pasos:

- 1.- Para cada variable se genera un punto en cada uno de los intervalos. Así, \hat{U}_{ij} , con $j = 1, 2, \dots, M$ representa los M puntos para la variable i .
- 2.- El primer punto \hat{U}_j^1 en la muestra del hipercubo latino se genera seleccionando de forma aleatoria o directamente un valor \hat{U}_{ij}^1 para cada eje u_i . El segundo punto se genera de la misma manera, salvo que antes se quitan de la muestra los \hat{U}_{ij}^1 . De esta forma se generan M puntos.
- 3.- La probabilidad de fallo para esta muestra se estima con

$$\hat{P}_f = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M I[G(\hat{U}^j) \leq 0] \quad (4.11)$$

- 4.- Este procedimiento se repite K veces y la estimación de P_f es

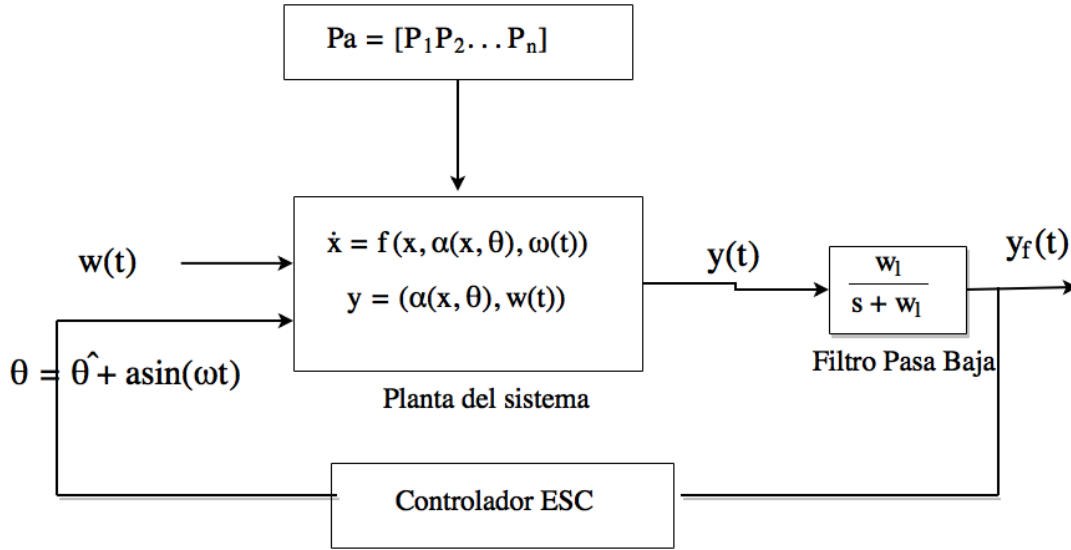


Figura 4.11. Diseño del método de LHS en el controlador ESC

$$\hat{P}_f = \frac{1}{KM} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^M I[G(\hat{U}^{kj}) \leq 0] \quad (4.12)$$

donde \hat{U}^{kj} es la realización n j en la muestra n k del hipercubo latino.

La generación del espacio de muestras se basa en el método de hipercubo latino (LHS). Para esta prueba se seleccionaron 2 grupos de parámetros encontrados en el modelo de producción de metano, haciéndolos variar entre un 10 % por encima y por debajo de su valor establecido en el modelo. Esto con el fin de verificar el comportamiento del sistema, ya que los valores de estos parámetros son sólo aproximaciones a sus valores reales. Los parámetros son,

$$Po = [km_i \quad KS_i] = \begin{bmatrix} km_{su} = 30 & KS_{su} = 0,5 \\ km_{aa} = 50 & KS_{aa} = 0,3 \\ km_{fa} = 6 & KS_{fa} = 0,4 \\ km_{c4} = 20 & KS_{c4} = 0,2 \\ km_{pro} = 13 & KS_{pro} = 0,1 \\ km_{ac} = 8 & KS_{ac} = 0,15 \\ km_{h2} = 35 & KS_{h2} = 7e - 6 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

donde, $\mu_i = km_i$ es la velocidad específica de crecimiento [d^{-1}] y KS_i es la constante de saturación $kg[DDO].m^{-3}$.

Para el desarrollo de la aplicación del LHS, la distribución de cada variable aleatoria Po se divide en $M = 30$ segmentos. Considerando dos grupos $N = 2$ de variables aleatorias el espacio paramétrico global se divide en 30^2 celdas. Por lo tanto, la generación de muestra aleatorias, eligiendo $M = 30$ celdas de espacio 30^2 . La figura 4.12 y la figura 4.13 representan las pruebas del control por la producción del biogás metano con un cambio del 10 % en todos los parámetros, mostrando la salida $y(t)$ del modelo.

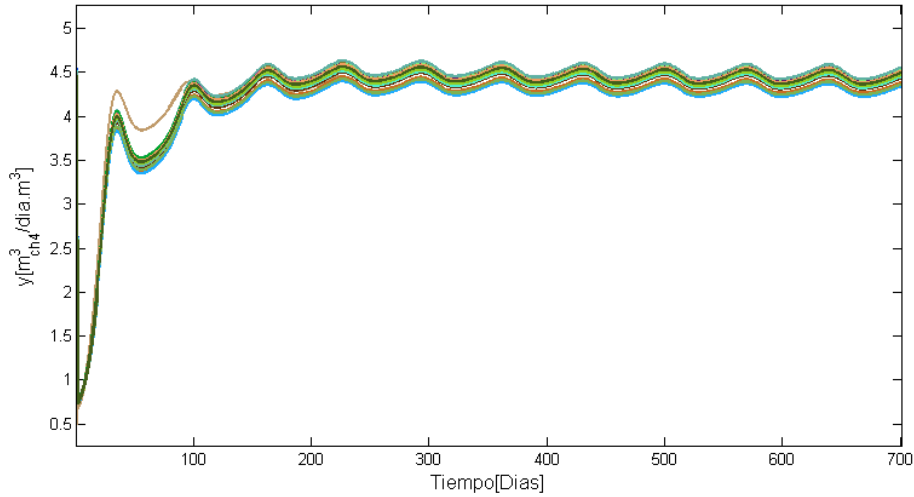


Figura 4.12. Variación de los parametros km_i

Se observó en la figura 4.12 que la salida alrededor del día 50 mostró el comienzo de su variación, permitiendo alcanzar picos de 3 hasta 4.5 $[m^3_{CH_4}]m^{-3}d^{-1}$. Los valores que llegó a obtener el controlador radica alrededor de 4.52 $[m^3_{CH_4}]m^{-3}d^{-1}$.

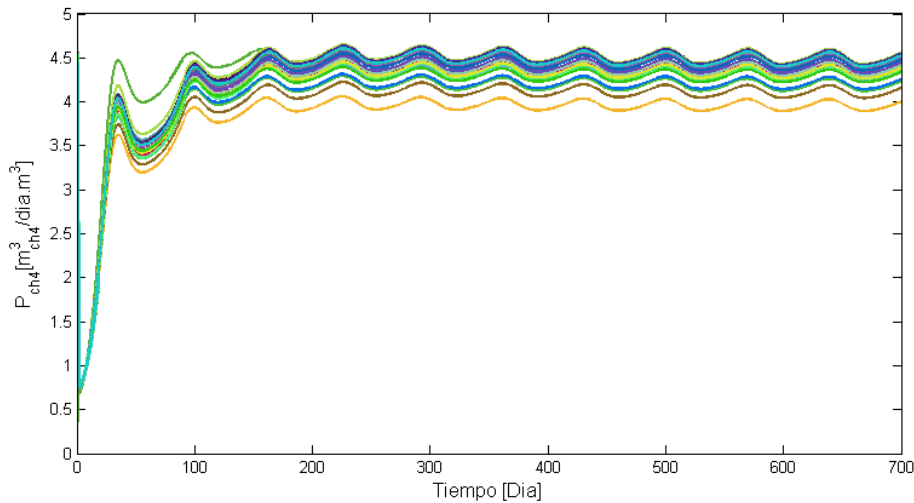


Figura 4.13. Variación de los parametros KS_i

De la figura 4.13 es posible ver que la producción del metano se mantiene dentro de una región mas cercana al óptimo. Empezó a ser visible la producción alrededor del 30 hasta el día 40, luego alcanzó su máxima producción se mantuvo en valores 4 a 4.6 $[m^3_{CH_4}]m^{-3}d^{-1}$ indicando una muy poca sensibilidad cuando se varían los parametros KS_i , el cual mide el grado de afinidad del microorganismo por el sustrato.

Para la simulación del conjunto de muestras, esta se generó usando la función *lhsdesing* de *Matlab* teniendo un diseño normalizado, es decir, de [0 1]. Pero en nuestro caso, el rango de la va-

Tabla 4.4. Valores mínimos y máximos experimentales de la planta

PARÁMETRO	VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
Demanda Química de Oxígeno (Entrada No Controlada)	$1 \text{ Kg}[DQO]m^{-3}$	$4 \text{ Kg}[DQO]m^{-3}$
Flujo de Entrada (Entrada controlada)	$0.05 \text{ m}^3/\text{dia}$	$0.45 \text{ m}^3/\text{dia}$
Producción del Biogás Metano (Salida medible)	0.5	4.7

riación de los parámetros es $\pm 10\%$ del valor de cada parámetro. La sensibilidad de los parámetros no afecta al controlador en la búsqueda de la productividad máxima.

Con esta prueba se puede concebir la idea que a pesar de las variaciones de los parámetros no afectan significativamente las dinámicas del modelo, y que claramente el rendimiento del controlador es capaz de seguirse manteniendo en una región óptima.

4.3. Controlador con datos experimentales de la planta piloto

Finalmente, en esta subsección se presenta el resultado del comportamiento del controlador por búsqueda de extremos ante datos experimentales que corresponden a 150 días de operación de la planta con un agua residual de la industria vitivinícola. En la tabla 4.4 se establecen los valores nominales experimentales proporcionados por el departamento ambiental de la PUCV, considerando la época de vendimia y no vendimia (Ver figura 4.14).

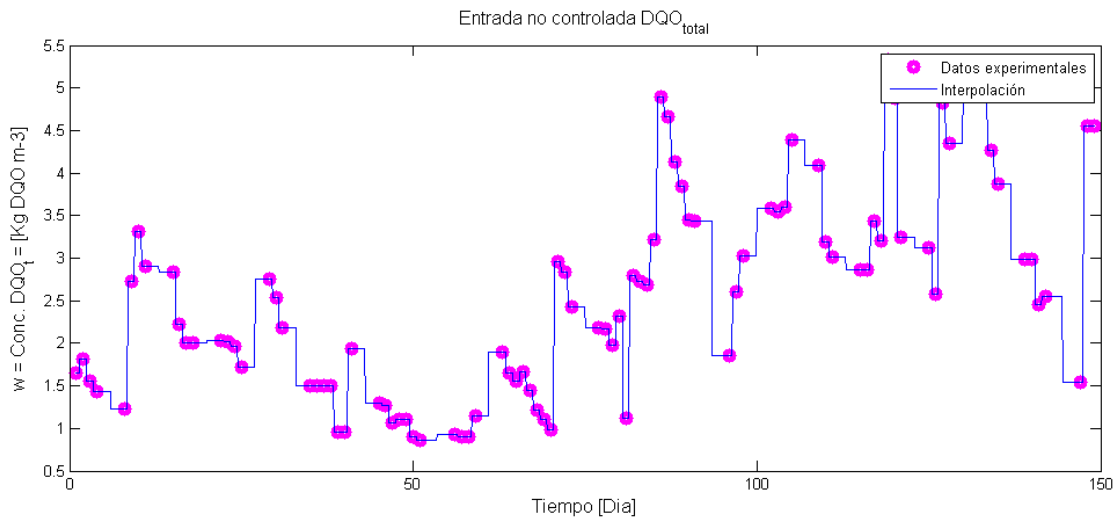


Figura 4.14. Demanda química de oxígeno [Experimental]

La figura 4.15 presenta la respuesta del lazo cerrado del controlador por búsqueda de extremos,

donde la entrada $u = \hat{u} + asin(\omega t)$ se encuentra en una región de operación aceptable para una implementación en la planta real. También, la salida P_{CH_4} tiene caídas y subidas por la cantidad de materia orgánica de entrada. El controlador se muestra altamente robusto ante pruebas de cambios de la entrada no controlada y esto nos permite visualizar el posible comportamiento para la implementación en la planta piloto.

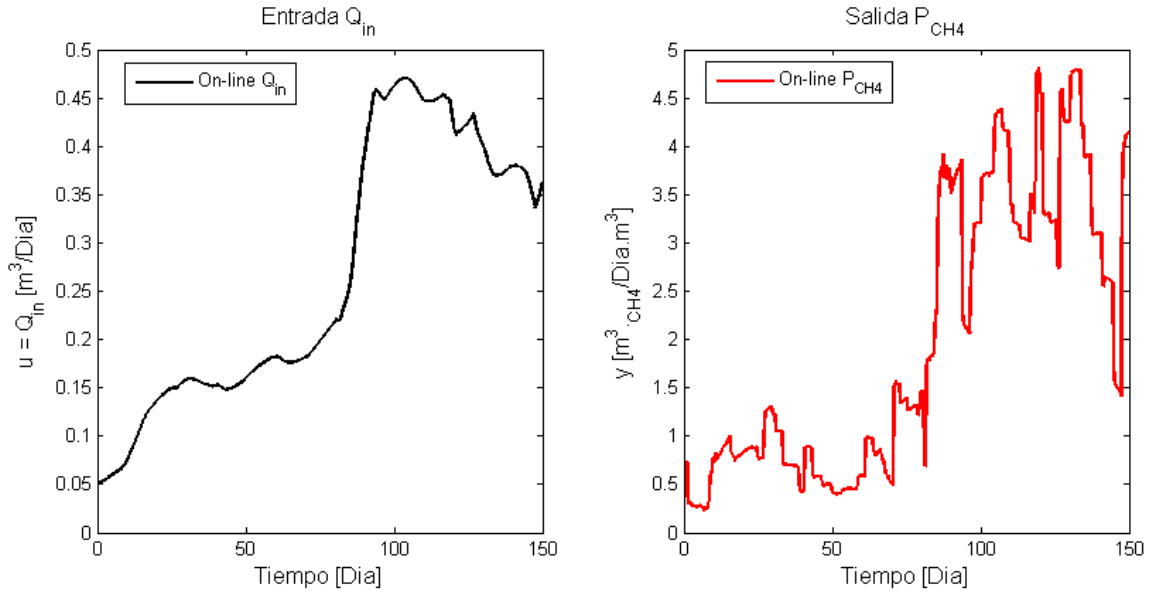


Figura 4.15. Entrada controlada - Salida del sistema

Es importante mencionar que se evidencia en simulaciones el comportamiento del modelo ante datos experimentales permitiendo tener un panorama del lazo cerrado de las dinámicas, las entradas y la salida del controlador por búsqueda de extremos.

Capítulo 5

Conclusiones generales

5.1. Conclusiones

En este trabajo de tesis se desarrolló e implementó, en simulación, un sistema de control basado en un controlador por búsqueda de extremos aplicado a la producción de metano en un reactor UASB. La producción del metano en el reactor se realiza a partir de las etapas anaerobias. De acuerdo a los objetivos planteados en la Secc. 1.5 se concluye lo siguiente:

- El modelo ADM1 modificado ofrece una buena aproximación a los datos experimentales, de la planta. Al realizar el simulador las dinámicas de las variables representaron correctamente el comportamiento de las reacciones que suceden en el proceso anaerobio del reactor UASB. El modelo se evaluó, cualitativamente contra datos experimentales reales. Sin embargo, no fue posible realizar un análisis cuantitativo de la precisión del modelo.
- Se verificó a nivel de simulación la hipótesis planteada del estudio del efecto que el flujo de entrada (variable de entrada controlada) tiene sobre el estado del sistema. Este análisis demostró que el flujo de entrada (Q_{in}) es directamente proporcional a la productividad del biogás metano (P_{ch4}), dependiendo en gran extensión de las condiciones de la demanda química de oxígeno total (DQO) que se presenten. Finalmente, con base en los resultados de la simulación del modelo no lineal, se estableció la función objetivo con el propósito de aplicar la estrategia de optimización en línea. Esta información permitió realizar el diseño de controlador con optimización en línea que no requiere del conocimiento del modelo.
- Se diseñó un controlador por búsqueda de extremos para la extracción de la máxima productividad de metano sin conocimiento a priori o limitado sobre el modelo. Los resultados numéricos muestran que el control por búsqueda de extremos es capaz de alcanzar el máximo de la productividad del biogás metano en una escala de tiempo considerable y se mantiene en una vecindad oscilatoria al óptimo, debido a la señal excitadora senoidal del controlador. Además, los filtros pasa altas y pasa bajas introducen retardos en el tiempo. De acuerdo al diseño del controlador se sintonizaron los parámetros intrínsecos del ESC (amplitud de la señal de perturbación a , frecuencia de la señal de perturbación ω_σ , frecuencia de corte del filtro pasa alta ω_h , ganancia del lazo o de demodulación k) y cómo establecer el valor sobre ellos con el fin de obtener el rendimiento óptimo (en particular, el desempeño del ESC y convergencia del algoritmo a la máxima producción del biogás metano). Los índices utili-

zados para la evaluación del controlador fueron el tiempo de estabilización del sistema y la convergencia al óptimo.

- El controlador por búsqueda de extremos es robusto a pesar de perturbaciones externas (ruido, variación de parámetros del modelo). El comportamiento del controlador con ruido del 10 % en la salida cumple con los requerimientos por una posible falla que pudiera presentarse en el instrumento de medición y la densidad espectral del ruido blanco tiene todas las frecuencias que puedan presentarse. Finalmente, el controlador es robusto considerando la sensibilidad de los parámetros obteniendo una buena robustez ante los índices de sensibilidad del modelo, logrando un buen rendimiento y manteniéndose en la región óptima. En la vida real es eficiente implementar este controlador debido a que permite alcanzar una alta producción de metano en lazo cerrado y aprovechar también que es considerablemente robusto.

5.2. Aportaciones

En la Universidad de Guanajuato, este trabajo forma parte del estudio del control óptimo mediante el control por búsqueda de extremos a un proceso biológico que forma parte de una alternativa de energía renovable (bioenergía), con la finalidad de optimizar la producción del biogás metano en un reactor UASB. Lo que da cabida a temas futuros de investigación que complementen los resultados obtenidos en este trabajo.

De la revisión del estado del arte, no se tienen trabajos sobre el control por búsqueda de extremos en la producción del biogás metano. La estrategia de control es de suma importancia porque no depende de todo el modelo del sistema, si no de poca información del sistema para encontrar la óptima entrada y asociarlo con la salida del sistema. Finalmente, se hizo la aportación de realizar un análisis de sensibilidad del modelo mediante el método hipercubo latino con la finalidad de asegurar la robustez del control óptimo, a pesar de las variaciones de la tasa específica de crecimiento y constante de saturación de los parámetros involucrados.

5.3. Trabajos futuros

Debido a que este trabajo de investigación fue de los primeros en su tipo en la Universidad de Guanajuato y que en la literatura no existen desarrollos, surgen muchas actividades futuras derivadas de los resultados obtenidos durante el desarrollo de esta tesis. Las principales temáticas a desarrollar para enriquecer los resultados de esta investigación son las siguientes:

- Realizar la implementación de la estrategia de control por búsqueda de extremos basado en perturbación en un reactor UASB a un tamaño escala de la planta piloto para tener la facilidad de hacer las pruebas en un laboratorio.
- Revisar otras estrategias como real-time optimization para intentar mejorar el tiempo de convergencia, el porcentaje de consumo de la DQO, entre otras variables de interés.

5.4. Difusión

A partir del desarrollo y resultados obtenidos en esta investigación se obtuvieron las siguientes difusiones:

En congresos:

- 1. M. H. Ble, A. Donoso, I. T. Zuñiga. Optimal control applied to bioprocesses and environmental sciences: Development of a Strategy for Extremum Seeking Control in a UASB-Reactor. 4th FRECH-CHILEAN ON BIOPROCESS MODELING, CHILE 2016.
- Manuel Blé, Ixbalank Torres-Zuñiga, A. Donoso-Bravo, María Cristina Schiappacasse. Optimización en línea de la producción de metano en un reactor UASB. Congreso Nacional de Control Automático 2017, Monterrey, Nuevo León.

Estancia de investigación:

- 1. M. H. Ble. Control por búsqueda de extremos para maximizar la productividad de metano en un reactor UASB. Escuela de bioquímica en la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, CHILE 2016.

Anexo 1. Parámetros del modelo matemático del sistema

Tabla 5.1. Parámetros estequiométricos

Parámetro	Valor	Descripción
$f s I_{xc}$	0.1 [-]	Inertos soluble del compuesto
$f x I_{xc}$	0.2 [-]	Inertos particulado del compuesto
$f c h_{xc}$	0.2 [-]	Carbohidrato del compuesto
$f p r_{xc}$	0.2 [-]	Proteína del compuesto
$f l i_{xc}$	0.3 [-]	Lipido del compuesto
N_I	0.0376/14 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Nitrógeno del compuesto
N_{aa}	0.06/14 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Nitrógeno contenido en inertes
C_{xc}	0.007 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Nitrógeno contenido en aa
C_{sI}	0.02786 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en el compuesto particulado
C_{ch}	0.03 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en la materia soluble inerte
C_{pr}	0.0313 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en carbohidratos
C_{li}	0.03 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en proteínas
C_{xI}	[$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en lipidos
C_{su}	0.039125 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en mosacaridos
C_{aa}	0.03 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en aa
$f f a_{li}$	0.95 [-]	Ácidos volátiles de lipidos
C_{fa}	0.0217 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en fa
$f h 2_{su}$	0.19 [-]	Hidrógeno de los azúcares
$f b u_{su}$	0.13 [-]	Butirato de azúcares
$f p r o_{su}$	0.27 [-]	Propienato de azúcares
$f a c_{su}$	0.41 [-]	Acetato de azúcares
N_{bac}	0.005714 [-]	Nitrógeno contenido en la biomasa
C_{bu}	0.025 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en butirato
C_{pro}	0.0268 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en propienato
C_{ac}	0.0313 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en acetato
C_{bac}	0.0313 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Carbón contenido en biomasa
Y_{su}	0.1 [$kmoleN(kgCOD)^{-1}$]	Rendimiento de la biomasa en monosacaridos
$f h 2_{aa}$	0.06 [-]	Hidrógeno de aa
$f v a_{aa}$	0.23 [-]	Valerato de aa
$f b u_{aa}$	0.26 [-]	Butirato de aa
$f p r o_{aa}$	0.05 [-]	Propienato de aa
$f a c_{aa}$	0.40 [-]	Acetato de aa

C_{va}	0.024 [-]	Carbón contenido en valerato
Y_{aa}	0.08 [-]	Rendimiento de la biomasa en aa
Y_{fa}	0.006 [-]	Rendimiento de la biomasa en fa (LCFA)
Y_{c4}	0.06 [-]	Rendimiento de la biomasa en butirato y valerato
Y_{pro}	0.04 [-]	Rendimiento de la biomasa en aa
C_{ch4}	0.0156 [-]	Carbón contenido en metano
Y_{ac}	0.05 [-]	Rendimiento de la biomasa en acetato
Y_{h2}	0.06 [-]	Rendimiento de la biomasa en hidrógeno

Tabla 5.2. Parámetros bioquímicos

Parámetro	Valor	Descripción
$kdis$	0.5 [d^{-1}]	Inertos soluble del compuesto
$khyd_{ch}$	10 [d^{-1}]	Inertos particulado del compuesto
$khyd_{pr}$	10 [d^{-1}]	Carbohidrato del compuesto
$khyd_{li}$	10 [d^{-1}]	Proteína del compuesto
KS_{IN}	10 [$M (kmole m^{-3})$]	Lipido del compuesto
km_{su}	0.5 [d^{-1}]	Inertos soluble del compuesto
KS_{su}	10 [d^{-1}]	Inertos particulado del compuesto
$pHULL_{aa}$	10 [d^{-1}]	Carbohidrato del compuesto
$pHLL_{aa}$	10 [d^{-1}]	Proteína del compuesto
km_{aa}	10 [$M (kmole m^{-3})$]	Lipido del compuesto
KS_{fa}	0.5 [d^{-1}]	Inertos soluble del compuesto
$KIh2_{fa}$	10 [d^{-1}]	Inertos particulado del compuesto
km_{c4}	10 [d^{-1}]	Carbohidrato del compuesto
KS_{c4}	10 [d^{-1}]	Proteína del compuesto
$KIh2_{fa}$	10 [$M (kmole m^{-3})$]	Lipido del compuesto
km_{c4}	0.5 [d^{-1}]	Inertos soluble del compuesto
KS_{c4}	10 [d^{-1}]	Inertos particulado del compuesto
$KIh2_{c4}$	10 [d^{-1}]	Carbohidrato del compuesto
km_{pro}	10 [d^{-1}]	Proteína del compuesto
KS_{pro}	10 [$M (kmole m^{-3})$]	Lipido del compuesto
$KIh2_{pro}$	0.5 [d^{-1}]	Inertos soluble del compuesto
km_{ac}	10 [d^{-1}]	Inertos particulado del compuesto
KS_{ac}	10 [d^{-1}]	Carbohidrato del compuesto
KI_{nh3}	10 [d^{-1}]	Proteína del compuesto
$pHULL_{ac}$	10 [$M (kmole m^{-3})$]	Lipido del compuesto
$pHLL_{ac}$	0.5 [d^{-1}]	Inertos soluble del compuesto
km_{h2}	10 [d^{-1}]	Inertos particulado del compuesto
KS_{h2}	10 [d^{-1}]	Carbohidrato del compuesto
$pHULL_{h2}$	10 [d^{-1}]	Proteína del compuesto
$pHLL_{h2}$	10 [$M (kmole m^{-3})$]	Lipido del compuesto
$kdec_{Xsu}$	0.5 [d^{-1}]	Inertos soluble del compuesto
$kdec_{Xaa}$	10 [d^{-1}]	Inertos particulado del compuesto
$kdec_{Xfa}$	10 [d^{-1}]	Carbohidrato del compuesto
$kdec_{Xc4}$	10 [d^{-1}]	Proteína del compuesto
$kdec_{Xpro}$	10 [$M (kmole m^{-3})$]	Lipido del compuesto

$kdec_{Xac}$	10 [d^{-1}]	Proteína del compuesto
$kdec_{Xh2}$	10 [$M (kmole m^{-3})$]	Lipido del compuesto

Tabla 5.3. Parámetros Fisicoquímicos

Parámetro	Valor	Descripción
R	0.083145 [$barM^{-1}K^{-1}$]	Gas constante
T_{base}	298.15 [d^{-1}]	Temperatura base
T_{op}	308.15 [d^{-1}]	Temperatura de operación
Kw	$exp(55900/(R * 100) * (1/T_{base} - 1/T_{op}))$	
Ka_{va}	$10^{(-4,86)}$ [M]	
Ka_{bu}	$10^{(-4,82)}$ [M]	
Ka_{pro}	$10^{(-4,88)}$ [M]	
Ka_{ac}	$10^{(-4,76)}$ [M]	
Ka_{co2}	$(10^{-6,35}) * exp(7646/(R * 100) * (1/T_{base} - 1/T_{op}))$ [M]	
Ka_{IN}	$(10^{-9,25}) * exp(51965/(R * 100) * (1/T_{base} - 1/T_{op}))$ [M]	
kA_{Bva}	$1e10$ [$M^{-1}d^{-1}$]	
kA_{Bbu}	$1e10$ [$M^{-1}d^{-1}$]	
kA_{Bpro}	$1e10$ [$M^{-1}d^{-1}$]	
kA_{Bac}	$1e10$ [$M^{-1}d^{-1}$]	
kA_{Bco2}	$1e10$ [$M^{-1}d^{-1}$]	
kA_{BIN}	$1e10$ [$M^{-1}d^{-1}$]	
P_{atm}	1.013 [bar]	Presión atmosférica
$pph2o$	$0,0313 * exp(5290 * (1/T_{base} - 1/T_{op}))$ [bar]	Presión parcial del agua
kp	$5e4$ [$m^3d^{-1}bar^{-1}$]	
kLa	200 [d^{-1}]	
KH_{co2}	$0,035 * exp(-19410/(R * 100) * (1/T_{base} - 1/T_{op}))$	
KH_{ch4}	$0,0014 * exp(-14240/(R * 100) * (1/T_{base} - 1/T_{op}))$	
KH_{h2}	$(7,8 * 10^{-4}) * exp(-4180/(R * 100) * (1/T_{base} - 1/T_{op}))$	
$kdec_{Xet}$	0.02 [d^{-1}]	
km_{et}	3 [$kgCODkgCOD - 1d - 1$]	
Ks_{et}	0.5 [$kgCODm - 3$]	
fbu_{et}	0.167	
$fpro_{et}$	0.049 [d^{-1}]	
fac_{et}	0.502	
$fh2_{et}$	0.282 [d^{-1}]	
Y_{et}	0.0734	
C_{et}	0.0208 [$kmoleC(kgCOD)^{-1}$]	

Bibliografía

- [1] D. J. Batstone, J. Keller, I. Angelidaki, S. Kalyuzhnyi, S. Pavlostathis, A. Rozzi, W. Sanders, H. Siegrist, and V. Vavilin, “The iwa anaerobic digestion model no 1 (adm1),” *Water Science and Technology*, vol. 45, no. 10, pp. 65–73, 2002.
- [2] C. Rosen and U. Jeppsson, “Aspects on adm1 implementation within the bsm2 framework,” *Department of Industrial Electrical Engineering and Automation, Lund University, Lund, Sweden*, pp. 1–35, 2006.
- [3] G. Tchobanoglous and F. L. Burton, “Wastewater engineering,” *Management*, vol. 7, pp. 1–4, 1991.
- [4] I. Bioenergy *et al.*, “Potential contribution of bioenergy to the world’s future energy demand.,” *Potential contribution of bioenergy to the world’s future energy demand.*, 2007.
- [5] C. Garcia, E. Riegelhaupt, and O. Masera, “Escenarios de bioenergía en México: potencial de sustitución de combustibles fósiles y mitigación de GEI,” 2013.
- [6] C. C. Mitigation, “Ipcc special report on renewable energy sources and climate change mitigation,” 2011.
- [7] T. G. Jantsch, I. Angelidaki, J. E. Schmidt, B. B. de Hvidsten, and B. K. Ahring, “Anaerobic biodegradation of spent sulphite liquor in a UASB reactor,” *Bioresource Technology*, vol. 84, no. 1, pp. 15–20, 2002.
- [8] J. Hess and O. Bernard, “Design and study of a risk management criterion for an unstable anaerobic wastewater treatment process,” *Journal of Process Control*, vol. 18, no. 1, pp. 71–79, 2008.
- [9] H. L. Smith and P. Waltman, *The theory of the chemostat: dynamics of microbial competition*, vol. 13. Cambridge university press, 1995.
- [10] M. Sbarciog, M. Loccupier, and A. V. Wouwer, “On the optimization of biogas production in anaerobic digestion systems,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 44, no. 1, pp. 7150–7155, 2011.
- [11] M. Serhani, J.-L. Gouzé, and N. Raissi, “Dynamical study and robustness for a nonlinear wastewater treatment model,” *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 12, no. 1, pp. 487–500, 2011.
- [12] S. Shen, G. C. Premier, A. Guwy, and R. Dinsdale, “Bifurcation and stability analysis of an anaerobic digestion model,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 48, no. 4, pp. 391–408, 2007.

- [13] G. Lettinga, A. Van Velsen, S. W. Hobma, W. De Zeeuw, and A. Klapwijk, "Use of the upflow sludge blanket (usb) reactor concept for biological wastewater treatment, especially for anaerobic treatment," *Biotechnology and bioengineering*, vol. 22, no. 4, pp. 699–734, 1980.
- [14] K. Rahbar, J. Xu, and R. Zhang, "Real-time energy storage management for renewable integration in microgrid: An off-line optimization approach," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 6, no. 1, pp. 124–134, 2015.
- [15] D. Dochain, *Bioprocess control*. Iste London, 2008.
- [16] S. Drakunov, U. Ozguner, P. Dix, and B. Ashrafi, "Abs control using optimum search via sliding modes," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 3, no. 1, pp. 79–85, 1995.
- [17] G. Lara-Cisneros, R. Aguilar-López, and R. Femat, "On the dynamic optimization of methane production in anaerobic digestion via extremum-seeking control approach," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 75, pp. 49–59, 2015.
- [18] M. Guay, D. Dochain, and M. Perrier, "Adaptive extremum seeking control of continuous stirred tank bioreactors with unknown growth kinetics," *Automatica*, vol. 40, no. 5, pp. 881–888, 2004.
- [19] M. Guay, D. Dochain, and M. Perrier, "Adaptive extremum-seeking control of nonisothermal continuous stirred tank reactors," *Chemical Engineering Science*, vol. 60, no. 13, pp. 3671–3681, 2005.
- [20] T. Zhang, M. Guay, and D. Dochain, "Adaptive extremum seeking control of continuous stirred-tank bioreactors," *AIChE journal*, vol. 49, no. 1, pp. 113–123, 2003.
- [21] O. Edenhofer, R. Pichs-Madruga, Y. Sokona, K. Seyboth, P. Matschoss, S. Kadner, T. Zwickel, P. Eickemeier, G. Hansen, S. Schlömer, *et al.*, "Ipcc special report on renewable energy sources and climate change mitigation," *Prepared By Working Group III of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2011.
- [22] S. de Energia, "Balance nacional de energia, 2000," 2001.
- [23] J. B. Van Lier, "High-rate anaerobic wastewater treatment: diversifying from end-of-the-pipe treatment to resource-oriented conversion techniques," *Water Science and Technology*, vol. 57, no. 8, pp. 1137–1148, 2008.
- [24] D. J. Batstone, J. Keller, and L. Blackall, "The influence of substrate kinetics on the microbial community structure in granular anaerobic biomass," *Water Research*, vol. 38, no. 6, pp. 1390–1404, 2004.
- [25] M. Eddy, "Wastewater engineering-treatment, disposal, and reuse; 3rd-eds," 1999.
- [26] D. Hill and C. Barth, "A dynamic model for simulation of animal waste digestion," *Journal (Water Pollution Control Federation)*, pp. 2129–2143, 1977.
- [27] R. E. Speece, "Anaerobic biotechnology for industrial wastewater treatment," *Environmental science & technology*, vol. 17, no. 9, pp. 416A–427A, 1983.

- [28] J. A. Eastman and J. F. Ferguson, "Solubilization of particulate organic carbon during the acid phase of anaerobic digestion," *Journal (Water Pollution Control Federation)*, pp. 352–366, 1981.
- [29] D. J. Batstone, "Mathematical modelling of anaerobic reactors treating domestic wastewater: Rational criteria for model use," *Reviews in Environmental Science and Bio/Technology*, vol. 5, no. 1, pp. 57–71, 2006.
- [30] D. Batstone and J. Keller, "Industrial applications of the iwa anaerobic digestion model no. 1 (adm1)," *Water Science and Technology*, vol. 47, no. 12, pp. 199–206, 2003.
- [31] B. Fezzani and R. B. Cheikh, "Implementation of iwa anaerobic digestion model no. 1 (adm1) for simulating the thermophilic anaerobic co-digestion of olive mill wastewater with olive mill solid waste in a semi-continuous tubular digester," *Chemical Engineering Journal*, vol. 141, no. 1, pp. 75–88, 2008.
- [32] K. Derbal, M. Bencheikh-Lehocine, F. Cecchi, A.-H. Meniai, and P. Pavan, "Application of the iwa adm1 model to simulate anaerobic co-digestion of organic waste with waste activated sludge in mesophilic condition," *Bioresource Technology*, vol. 100, no. 4, pp. 1539–1543, 2009.
- [33] A. Galí, T. Benabdallah, S. Astals, and J. Mata-Alvarez, "Modified version of adm1 model for agro-waste application," *Bioresource Technology*, vol. 100, no. 11, pp. 2783–2790, 2009.
- [34] I. Ramirez, A. Mottet, H. Carrère, S. Déléris, F. Vedrenne, and J.-P. Steyer, "Modified adm1 disintegration/hydrolysis structures for modeling batch thermophilic anaerobic digestion of thermally pretreated waste activated sludge," *Water research*, vol. 43, no. 14, pp. 3479–3492, 2009.
- [35] R. Bermúdez, S. Rodríguez, M. d. I. C. Martínez, and A. I. Terry, "Ventajas del empleo de reactores uasb en el tratamiento de residuales líquidos para la obtención de biogás," *Tecnología Química*, vol. 23, no. 2, pp. 37–44, 2003.
- [36] N. Marcos, M. Guay, and D. Dochain, "Output feedback adaptive extremum seeking control of a continuous stirred tank bioreactor with monod's kinetics," *Journal of Process Control*, vol. 14, no. 7, pp. 807–818, 2004.
- [37] O. Ramírez and P. Koetz, "Evaluación de un reactor uasb para el tratamiento de efluentes de la industria de aceite de arroz," *V taller y Seminario Latinoamericano de Tratamiento Anaerobio de Aguas Residuales. Viña del Mar, Chile*, 1998.
- [38] S. J. Montalvo Martínez, "Tratamiento anaerobio de aguas residuales. generalidades," *Mono-grafía*, pp. 1–36, 2000.
- [39] J. Pérez, *Análisis de la viabilidad del uso de lodos anaerobios como alimento animal*. PhD thesis, Tesis de maestría. Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba, 1998.
- [40] I. Espacio *et al.*, "Evaluación de un biorreactor de manto de lodo anaerobio de flujo ascendente para el tratamiento de vinazas," 2016.
- [41] P. A. Alphenaar, A. Visser, and G. Lettinga, "The effect of liquid upward velocity and hydraulic retention time on granulation in uasb reactors treating wastewater with a high sulphate content," *Bioresource technology*, vol. 43, no. 3, pp. 249–258, 1993.

- [42] S. Aslan, “The performance of uasb reactors treating high-strength wastewaters,” *Journal of environmental health*, vol. 70, no. 6, p. 32, 2008.
- [43] S. Farajzadehha, S. Mirbagheri, S. Farajzadehha, and J. Shayegan, “Lab scale study of hrt and olr optimization in uasb reactor for pretreating fortified wastewater in various operational temperatures,” *APCBEE Procedia*, vol. 1, pp. 90–95, 2012.
- [44] E. Ramasamy, S. Gajalakshmi, R. Sanjeevi, M. Jithesh, and S. Abbasi, “Feasibility studies on the treatment of dairy wastewaters with upflow anaerobic sludge blanket reactors,” *Biore-source Technology*, vol. 93, no. 2, pp. 209–212, 2004.
- [45] W. Wiegant, “Experiences and potential of anaerobic wastewater treatment in tropical regions,” *Water science and technology*, vol. 44, no. 8, pp. 107–113, 2001.
- [46] N. Mahmoud, G. Zeeman, H. Gijzen, and G. Lettinga, “Solids removal in upflow anaerobic reactors, a review,” *Bioresource technology*, vol. 90, no. 1, pp. 1–9, 2003.
- [47] K. Jayakody, S. Menikpura, B. Basnayake, and R. Weerasekara, “Development and evaluation of hydrolytic/acidogenic first stage anaerobic reactor for treating municipal solid waste in developing countries,” in *Proceedings of international conference on sustainable solid waste management, Chennai, India*, pp. 363–369, 2007.
- [48] M. Leblanc, “Sur l’électrification des chemins de fer au moyen de courants alternatifs de fréquence élevée,” *Revue générale de l’électricité*, vol. 12, pp. 275–277, 1922.
- [49] I. Morosanov, “Method of extremum control,” *Automatic and Remote Control*, vol. 18, pp. 1077–1092, 1957.
- [50] V. Kazakevich, “Extremum control of objects with inertia and of unstable objects,” in *Soviet Physics Doklady*, vol. 5, p. 658, 1961.
- [51] S. Meerkov, “Asymptotic methods for investigating a class of forced states in extremal systems,” *Automation and Remote Control*, vol. 12, no. 1916, p. 1920, 1967.
- [52] A. Pervozvanskii, “Continuous extremum control system in the presence of random noise,” *Automatic and Remote Control*, vol. 21, pp. 673–677, 1960.
- [53] C. S. Draper and Y. T. Li, *Principles of optimalizing control systems and an application to the internal combustion engine*. American Society of Mechanical Engineers, 1951.
- [54] M. Krstić and H.-H. Wang, “Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems,” *Automatica*, vol. 36, no. 4, pp. 595–601, 2000.
- [55] Y. Tan, W. Moase, C. Manzie, D. Nešić, and I. Mareels, “Extremum seeking from 1922 to 2010,” in *Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese*, pp. 14–26, IEEE, 2010.
- [56] N. J. Killingsworth, S. M. Aceves, D. L. Flowers, and M. Krstic, “Extremum seeking tuning of an experimental hcci engine combustion timing controller,” in *American Control Conference, 2007. ACC’07*, pp. 3665–3670, IEEE, 2007.

- [57] H.-H. Wang, M. Krstic, and G. Bastin, “Optimizing bioreactors by extremum seeking,” *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 13, no. 8, pp. 651–669, 1999.
- [58] G. Bastin, D. Nešić, Y. Tan, and I. Mareels, “On extremum seeking in bioprocesses with multivalued cost functions,” *Biotechnology progress*, vol. 25, no. 3, pp. 683–689, 2009.
- [59] M. Titica, D. Dochain, and M. Guay, “Real-time optimization of fed-batch bioreactors via adaptive extremum-seeking control,” *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 81, no. 9, pp. 1289–1295, 2003.
- [60] J.-F. Beaudoin, O. Cadot, J.-L. Aider, and J. E. Wesfreid, “Bluff-body drag reduction by extremum-seeking control,” *Journal of fluids and structures*, vol. 22, no. 6, pp. 973–978, 2006.
- [61] R. Becker, R. King, R. Petz, and W. Nitsche, “Adaptive closed-loop separation control on a high-lift configuration using extremum seeking,” *AIAA journal*, vol. 45, no. 6, pp. 1382–1392, 2007.
- [62] C. Olalla, M. I. Arteaga, R. Leyva, and A. El Aroudi, “Analysis and comparison of extremum seeking control techniques,” in *Industrial Electronics, 2007. ISIE 2007. IEEE International Symposium on*, pp. 72–76, IEEE, 2007.
- [63] J. Islas, F. Manzini, and O. Masera, “A prospective study of bioenergy use in mexico,” *Energy*, vol. 32, no. 12, pp. 2306–2320, 2007.
- [64] B. Calli, W. Caarls, P. Jonker, and M. Wisse, “Comparison of extremum seeking control algorithms for robotic applications,” in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on*, pp. 3195–3202, IEEE, 2012.
- [65] K. B. Ariyur and M. Krstic, “Analysis and design of multivariable extremum seeking,” in *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002*, vol. 4, pp. 2903–2908, IEEE, 2002.
- [66] K. B. Ariyur and M. Krstic, *Real-time optimization by extremum-seeking control*. John Wiley & Sons, 2003.
- [67] S. Zak *et al.*, “Simultaneous perturbation extremum seeking method for dynamic optimization problems,” in *American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004*, vol. 3, pp. 2805–2810, IEEE, 2004.
- [68] M. A. Rotea, “Analysis of multivariable extremum seeking algorithms,” in *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000*, vol. 1, pp. 433–437, IEEE, 2000.
- [69] D. Nešić, “Extremum seeking control: Convergence analysis,” in *Control Conference (ECC), 2009 European*, pp. 1702–1715, IEEE, 2009.
- [70] R. King, R. Becker, G. Feuerbach, L. Henning, R. Petz, W. Nitsche, O. Lemke, and W. Neise, “Adaptive flow control using slope seeking,” in *Control and Automation, 2006. MED’06. 14th Mediterranean Conference on*, pp. 1–6, IEEE, 2006.
- [71] M. Haring and T. Johansen, “Asymptotic stability of perturbation-based extremum-seeking control for nonlinear plants,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016.

- [72] S. S. Rao and S. S. Rao, *Engineering optimization: theory and practice*. John Wiley & Sons, 2009.
- [73] C.-A. Aceves-Lara, E. Latrille, and J.-P. Steyer, “Optimal control of hydrogen production in a continuous anaerobic fermentation bioreactor,” *international journal of hydrogen energy*, vol. 35, no. 19, pp. 10710–10718, 2010.
- [74] S. Caraman, G. Ifrim, E. Ceangă, M. Barbu, M. Titica, and R.-E. Precup, “Extremum seeking control for an anaerobic digestion process,” pp. 243–248, 2015.
- [75] M. D. McKay, R. J. Beckman, and W. J. Conover, “Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code,” *Technometrics*, vol. 21, no. 2, pp. 239–245, 1979.