



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍAS

# Materia oscura como campos de materia de espín uno.

Tesis para la obtención del grado de Maestría en Física.

*Haydee Hernández Arellano*

Tesis dirigida por:  
Dr. Mauro NAPSUCIALE

15 de enero de 2018



# Índice general

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>Materia Oscura</b>	<b>13</b>
2.1	Evidencias observacionales . . . . .	13
2.2	Composición energética del universo . . . . .	16
2.3	Posibles candidatos . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Densidad Reliquia</b>	<b>21</b>
3.1	Termodinámica en equilibrio . . . . .	21
3.2	Ecuación de Boltzmann . . . . .	25
3.3	Cálculo de la densidad reliquia . . . . .	31
3.4	El milagro del WIMP . . . . .	34
3.4.1	Detección Directa . . . . .	34
3.4.2	Detección Indirecta . . . . .	35
3.5	Expansión de $\langle\sigma v\rangle$ en términos de $x = \frac{M}{T}$ . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Campos de Materia de Espín 1</b>	<b>37</b>
4.1	Formalismo . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Interacción de la materia oscura con partículas del modelo estándar</b>	<b>43</b>
5.1	Decaimientos . . . . .	46
5.2	Aniquilación de materia oscura a partículas del modelo estándar	50
<b>6</b>	<b>Densidad reliquia para valores de <math>M &lt; M_Z/2</math></b>	<b>59</b>
<b>7</b>	<b>Conclusiones y perspectivas</b>	<b>67</b>

<b>8</b>	<b>Anexo</b>	<b>69</b>
A	Trazas . . . . .	69
B	Módulos de las amplitudes al cuadrado sumados sobre todas las polarizaciones . . . . .	73
B.1	$D\bar{D} \rightarrow ZZ$ . . . . .	73
B.2	$D\bar{D} \rightarrow HH$ . . . . .	75
B.3	$D\bar{D} \rightarrow H\gamma$ . . . . .	77
B.4	$D\bar{D} \rightarrow HZ$ . . . . .	78
B.5	$D\bar{D} \rightarrow Z\gamma$ . . . . .	80
C	Grados de libertad efectivos $g_*(T)$ . . . . .	81

# Dedicatoria

A Elena y Vicente, a quienes debo todo lo que soy.

A María, por estar ahí cuando más la necesito.

A Salvador, por su ejemplo y consejos.

Y a José Salvador y María Elena, cuyo cariño es invaluable.



# Agradecimientos

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la ayuda económica brindada durante el período 2016-2017, sin la cual no habría sido posible la realización de este trabajo.

Al Dr. Mauro Napsuciale, por su excelente asesoramiento y consejo, que han sido cruciales no sólo para el desarrollo y término de este trabajo, sino también para mi formación académica a lo largo de mi vida universitaria, y por avivar mi interés por la física a través de sus enseñanzas.

Agradezco a la Dirección de Apoyo a la Investigación y Posgrado de la Universidad de Guanajuato por el apoyo otorgado para la presentación de este proyecto en el *XVI Mexican Workshop on Particles and Fields*, que se realizó en octubre del año 2017, en Puerto Vallarta, Jalisco.

A la Universidad de Guanajuato, institución a la que debo mi formación, y cuyas instalaciones y personal hicieron posible mi desarrollo académico y la realización de esta tesis.

Mi más sincero agradecimiento a mis profesores, cuya labor permitió que adquiriera conocimientos, perspectivas y habilidades, las cuales me han sido útiles para superarme en el ámbito académico y personal. Su empeño y dedicación a su trabajo, sin duda, han sido de vital importancia para mi desarrollo, y el de mis compañeros universitarios.

A mis compañeros y amigos, que me han apoyado de manera personal y académica, y cuya presencia en mi vida atesoraré por siempre.

Y, finalmente, de manera muy especial, agradezco a mi familia. A mis padres, que me han ayudado enormemente con su inmenso cariño, y que indudablemente han sido la razón principal por la que me encuentro en esta posición, realizando el sueño de mi vida. A mi hermana, amiga y confidente, que siempre ha estado ahí cuando más lo necesito. A mi tío, Salvador, cuyo ejemplo me he propuesto seguir y a quien admiro en gran medida. Y a mis abuelos, Salvador y Elena, mis héroes, por su invaluable cariño, apoyo y comprensión, que inculcaron en mí los valores y actitudes que me han hecho una mejor persona.

# Capítulo 1

## Introducción

Con el descubrimiento del Higgs en 2012 se completó el hallazgo del conjunto de partículas elementales predichas por el modelo estándar. La teoría cuántica de campos de las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes, basadas en el principio de norma local con el grupo  $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , es libre de anomalías y, por lo tanto, formalmente consistente como teoría cuántica. Con el valor de la masa encontrado de  $M_H = 125 \text{ GeV}$ , y el previamente descubierto para el quark top de  $M_t = 175 \text{ GeV}$ , esta teoría se reconoce también como un esquema de cálculo perturbativo consistente para las propiedades de los sistemas a energías muy altas comparadas con las actualmente alcanzadas en los aceleradores de partículas. Los posibles problemas de trivialidad que ocasionarían un Higgs muy pesado o de desestabilización del vacío para un Higgs muy ligero, definitivamente aparecerán a energías del orden de  $10^{11} \text{ GeV}$ . Pero para energías menores a esta escala, es posible usar el modelo estándar como esquema de cálculo de la mecánica cuántica de las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes sin preocuparnos por esta desestabilización o trivialidad.

A pesar de este formidable desarrollo, existen preguntas fundamentales que el modelo estándar por sí solo no puede responder y cuya respuesta se encuentra en la física más allá del modelo estándar, en la cuantización de la interacción gravitacional o ambas. La primera, es la naturaleza de los neutrinos y los valores de sus masas [2], en cuyo descubrimiento están empeñados actualmente un gran número de experimentos. Más fundamental es el problema añejo de la asimetría bariónica [1], esto es, porque nuestro universo está compuesto, hasta donde sabemos, solo de partículas (materia) y no de antipar-

tículas (antimateria). Otro problema fundamental, del que recientemente se ha acumulado una gran cantidad de información experimental, es el del inventario cósmico de materia y energía y, especialmente, el problema de la materia oscura que hoy día, gracias a los experimentos de precisión de la medición de la radiación cósmica de fondo y otras observables, sabemos que constituye aproximadamente el 25.8% del contenido de materia y energía del universo, mientras que la materia que conocemos y cuyas propiedades son descritas por el modelo estándar, constituye apenas un 4.8% del inventario cósmico. El restante 69.4% corresponde a la energía oscura cuyo origen y naturaleza es también desconocida.

En los años 1930s, la observación de inconsistencias en la velocidad de objetos que rodean las galaxias, en comparación a lo que se predice de acuerdo al contenido de materia luminosa de las mismas, causó en los miembros de la comunidad gran curiosidad. Fue en 1933 cuando Fritz Zwicky publicaría su inquietud acerca de la inusual rapidez con la que ciertas galaxias se movían, tomando en cuenta la masa deducida de la luminosidad de éstas [4]. Usando el teorema del virial para determinar la masa que estas galaxias debían tener para moverse con tal rapidez, se dio cuenta de que se trataba de un exceso de dos órdenes de magnitud. Esto era un indicio de que la *dunkle Materie*, o “materia oscura”, era más predominante que la materia “luminosa”, a la que todos reconocían como el principal componente del universo. Fue en 1970 cuando la hipótesis cobró sentido e importancia, cuando las evidencias provenían de fuentes distintas se volvió claro que el problema de la masa faltante era un asunto de gran relevancia [5].

La pregunta más directa ante esta problemática: ¿qué es la materia oscura? Y, tras más de ochenta años de observaciones, aún no hay una respuesta clara [6]. Se conocen, sin embargo, las propiedades que debe poseer una partícula, si este fuera el caso, para explicar las observaciones astrofísicas. Se ha intentado, incluso, no resolver la incógnita con una partícula, sino con una renovación de las leyes de gravitación. La forma de saber, con certeza, es identificando las predicciones que puedan indicarnos, sin duda alguna, la naturaleza de este fenómeno.

La respuesta a esta interrogante debe estar en la física más allá del modelo estándar. Desafortunadamente, después de cinco años de búsqueda de señales de todas las teorías propuestas para física más allá del modelo estándar en el

pasado (Teorías de Gran Unificación [3], supersimetría, tecnicolor, dimensiones extra, etc. ver página de exotics del CMS), no se ha encontrado señal alguna de estas propuestas.

Hasta ahora, los esfuerzos se enfocan en la descripción de la materia oscura con campos de características similares a los del modelo estándar. Se han propuesto, entre otros, neutrinos estériles [7], escalares ligeros [8], e incluso axiones [9]. Se consideran comúnmente, entonces campos fermiónicos de espín  $1/2$ , bosones de espín  $1$ , y bosones de espín  $0$ , que se transforman en las representaciones  $(\frac{1}{2}, 0) \oplus (0, \frac{1}{2})$ ,  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  y  $(0, 0)$  del Grupo Homogéneo de Lorentz (HLG) respectivamente.

Ante esta situación es necesario explorar alternativas para la descripción del campo de materia oscura. En este sentido, recientemente, se desarrolló el formalismo para la teoría cuántica de campos de espín uno que se transforman en la representación  $(1, 0) \oplus (0, 1)$  del HLG, que por ser una generalización directa de los de Dirac, se les denomina campos de materia de espín  $1$  ([10], [11]). Estos campos tienen la peculiaridad de que no pueden tener interacciones quirales de norma ya que el término cinético no se descompone en dos términos invariantes ante transformaciones quirales independientes, lo cual sugiere que pueden ser un buen candidato para la descripción de materia oscura. En la presente tesis se explora esta posibilidad. Construimos los términos más relevantes de la teoría efectiva bajo la suposición de que la materia oscura se transforma como singlete del grupo de norma del modelo estándar y se procesan las primeras predicciones para la región de masas  $M < M_Z/2$ , que incluyen la contribución a las anchuras invisibles del  $Z$  y el Higgs, así como el cálculo de la densidad reliquia de materia oscura.

Primeramente, en el capítulo dos, se hará una breve revisión de la literatura sobre materia oscura, lo que se sabe y las propiedades que un posible candidato debe cumplir. Esta información se utilizará en capítulos posteriores para hacer restricciones al modelo.

En el capítulo tres explico cómo obtener la densidad reliquia, esto pues es esta cantidad una de las propiedades clave para esclarecer si nuestro candidato es viable para la descripción de la materia oscura. Para ello, muestro el desarrollo para calcular esta cantidad mediante la resolución de la ecuación de Boltzmann, la cual describe la evolución térmica de una especie. Explico, además, una forma de expandir la función  $\langle \sigma v \rangle$  en términos de la velocidad

relativa, o la sección eficaz promediada, que se deriva del término de colisiones en la ecuación de Boltzmann. Debido a que la materia oscura debiera ser no relativista al momento de desacoplarse del conjunto de especies en equilibrio térmico en el universo temprano, podemos considerar solamente los términos de orden bajo en la expansión, lo cual simplifica el cálculo de la densidad reliquia.

Después, en el capítulo cuatro, se explicará el formalismo de los campos de materia de espín uno en la representación  $(1, 0) \oplus (0, 1)$ , y la estructura algebraica que se logró conformar en ([10], [11]). Se mostrará la base covariante de esta representación y sus propiedades.

En el capítulo cinco, se considera el caso más simple, en el que la materia oscura se asume como un singlete del modelo estándar, lo que conlleva encontrar tres posibles términos, de dimensión cuatro, en la teoría efectiva. Estos términos de interacción nos permiten construir las reglas que nos ayudarán a calcular las amplitudes en los procesos que involucran a la materia oscura bajo estas consideraciones con partículas de modelo estándar. Adicionalmente, utilizando datos experimentales de los anchos de decaimiento al invisible del bosón Z y el Higgs, se obtuvieron restricciones para las constantes de acoplamiento involucradas.

Finalmente, en el capítulo cinco, utilizo lo descrito en los capítulos anteriores para calcular la densidad reliquia en el caso para  $M < M_Z/2$ , donde  $M$  denota la masa de la partícula de materia oscura. En este caso, dos procesos son los que contribuyen a la función de  $\langle\sigma v\rangle$ : la aniquilación de materia oscura a un par de fermiones y la aniquilación a un par de fotones. Comparando con el valor reportado para materia oscura, y teniendo en cuenta otra restricción relacionada con el ancho de decaimiento al espectro invisible del bosón Z, se encuentra un límite a la masa de la partícula.

# Capítulo 2

## Materia Oscura

### 2.1 Evidencias observacionales

Desde hace siglos, la maravilla causada por la presencia de los cuerpos celestes motivó al ser humano a intentar describir y averiguar la forma en que éstos se mueven y se forman. Johannes Kepler, a principios del siglo XVII, formularía lo que se conoce como las leyes de movimiento planetario, donde explica cómo los cuerpos del sistema solar se mueven a través de órbitas elípticas. Isaac Newton utilizaría éstas nociones para formular la primera ley física de la gravitación universal [6].

A lo largo de los años, se hicieron observaciones que indicaban una desviación de la ley de gravitación universal de Newton. En este caso, para resolver la incógnita se puede optar desechar por completo la teoría, o proponer la existencia de fuerzas o cuerpos que actúen como causantes de estas desviaciones. Por ejemplo, la segunda fue la forma en que se propuso la existencia del planeta Neptuno, que terminó por descubrirse en 1846 [18]. Algo parecido se pretendió lograr, al proponer la existencia de un planeta entre el Sol y Mercurio, pero el intento fallido provocó optar por la refinación de las leyes de la gravitación, lo que ahora conocemos como la teoría de relatividad general de Einstein. De esa forma, en la actualidad existen problemas derivados de observaciones que no pueden explicarse con las leyes conocidas, y la forma de resolverlas siempre caerá en alguna de estas categorías.

La materia oscura (DM) es, entonces, aquella que no emite ni absorbe la radiación electromagnética, lo cual ha hecho que su detección sea difícil de lograr. Es un concepto que se formuló a partir de distintas evidencias ob-

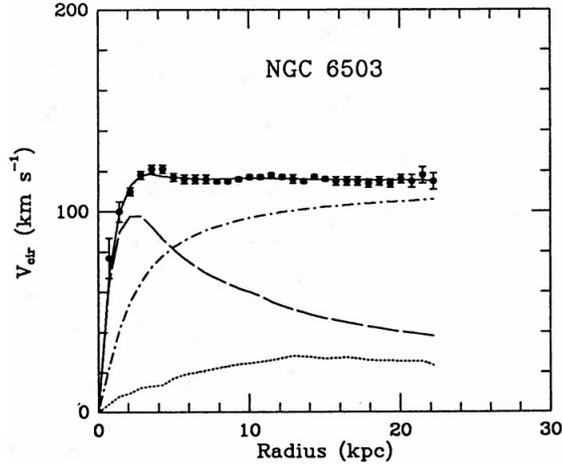


Figura 2.1 – Curvas de rotación para la galaxia NGC6503. La línea punteada representa la velocidad relacionada con el contenido de gas de la galaxia, mientras que la línea discontinua, la relacionada con la materia visible. Para un halo, la curva de rotación correspondiente se representa con la línea discontinua con puntos. Las mediciones indican como la velocidad se vuelve constante conforme crece  $r$  [12].

servacionales. Las más importantes, surgieron de la observación de objetos luminosos del cosmos, como galaxias, estrellas o nubes de gas, y de cómo éstos se mueven más rápido de lo que se espera si se toma solamente la acción de la fuerza gravitatoria de los objetos visibles. Tomando en cuenta la dinámica Newtoniana, la velocidad rotacional de un objeto que orbita a una distancia  $r$  del centro de una galaxia, es  $v(r) = \sqrt{GM(r)/r}$ , donde  $M(r)$  es la masa que encierra la órbita de radio  $r$ . En base a esto, se espera que un objeto en las afueras de la parte visible de la galaxia tenga una velocidad que escale como  $1/\sqrt{r}$ . Sin embargo, se observa que la velocidad se vuelve constante conforme se aleja del centro (ver Figura 2.1). Esto indica la existencia de un halo, es decir, la presencia de un objeto con  $M(r) \propto r$ , que a su vez no emite ni absorbe radiación. Por ello, no es posible saber a que distancia se extienden los *halos oscuros*, lo que dificulta conocer la cantidad de materia oscura presente en la galaxia.

Otra evidencia de la existencia de la materia oscura se provee con las observaciones de lentes gravitacionales. La teoría general de la relatividad predice que un objeto masivo entre una fuente luminosa y un observador, dobla la trayectoria de la luz, causando una distorsión de la imagen que percibe el observador, fenómeno que se conoce como lente gravitacional. Se esperaría,

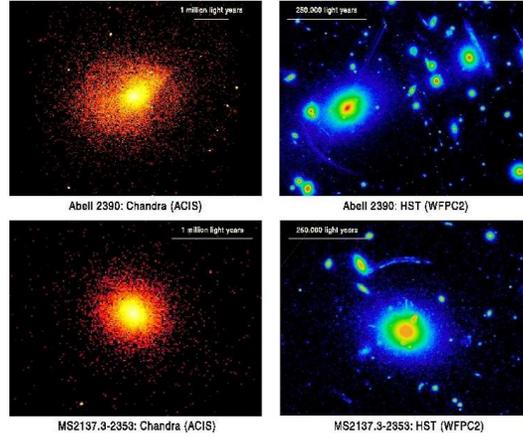


Figura 2.2 – Imágenes de las galaxias *Abel 2390* y *MS2137* del observatorio Chandra X-Ray (izquierda) y el Telescopio Espacial Hubble (derecha). Nótese el efecto del lente gravitacional en las imágenes del telescopio Hubble [13].

entonces, que si una aglomeración de materia oscura se encuentra entre un objeto luminoso y la tierra, la luz se doblaría, formando un lente gravitacional. Como ejemplo, las galaxias *Abel 2390* y *MS2137* pueden observarse via el observatorio Chandra X-Ray [13], donde por medio de mediciones de la temperatura del gas en la galaxia por medio de espectroscopía de rayos X puede correlacionarse con el potencial gravitatorio, y compararse con lo observado por el Telescopio Espacial Hubble (ver Figura 2.2).

Considerada como una de los puntos más importantes para considerar la existencia de la DM, es la presencia de estructuras en una época más temprana de lo que se espera de un universo dominado por materia bariónica<sup>1</sup>.

Sin embargo, estas evidencias, basadas en la teoría gravitacional fundada en los principios de Newton y Einstein, no necesariamente requieren de DM para ser explicadas. Se podría hacer modificaciones a la teoría de la gravedad para reproducir las observaciones. La teoría de la Dinámica Newtoniana Modificada (MOND), propuesta en 1983 [15], explica la discrepancias en la masa de las galaxias y sistemas galácticos sin necesidad de DM. Aún así, para poder explicar de manera correcta la formación de estructuras de gran escala, éstas teorías requieren implementar algo similar a DM [16].

1. Los bariones son, en general, fermiones formados por tres quarks,  $qqq$ , además de cualquier número de pares quark-antiquark,  $q\bar{q}$ . Sin embargo, en términos astronómicos, se suele incluir en a los electrones, que acompañan a los bariones en escalas astronómicas. De esta forma, se le llama materia bariónica a la compuesta por átomos y todas las partículas que los conforman. Los neutrinos, en cambio, no son considerados parte de la materia bariónica.

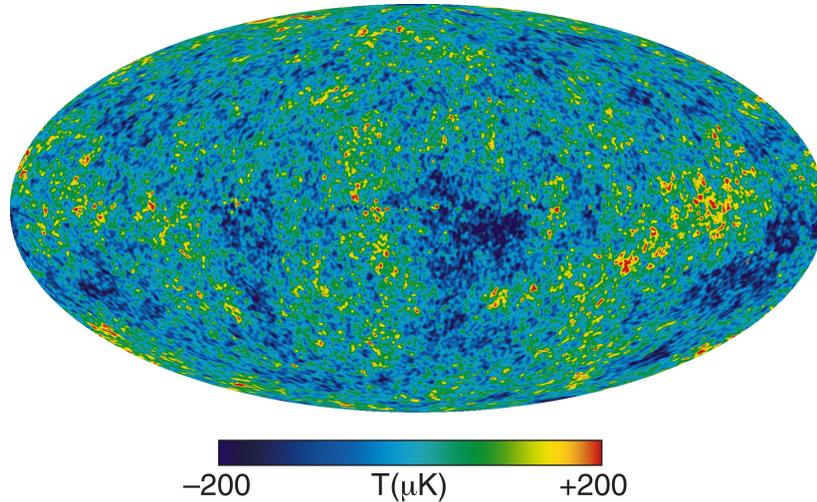


Figura 2.3 – Mapa de combinación lineal interna (Internal Linear Combination Map, o ILC), el cual es una combinación lineal de los mapas de WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), a cinco frecuencias diferentes. Este mapa muestra la anisotropía del CMB. Imagen proporcionada por el equipo del WMAP [28].

## 2.2 Composición energética del universo

La observación del fondo cósmico de radiación (CMB) señala una idea importante, que el universo parece ser homogéneo e isotrópico a grandes escalas, apuntando al hecho de que todas las posiciones en el universo son esencialmente equiparables (ver Fig. 2.3). Alrededor de los años 1940s, George Gamow, Ralph Alpher y Robert Herman, comenzaron a formular lo que hoy se conoce como el modelo del Big-Bang. Este modelo propone que el universo temprano comenzó siendo extremadamente denso y caliente, y que con el paso del tiempo se expandió y se enfrió, teniendo como consecuencia la presencia de una radiación “reliquia” en el fondo del universo, con una temperatura del orden de unos cuantos K. El fondo cósmico de radiación, y la observación de una temperatura alrededor de 3K, prácticamente distinguen al modelo del Big Bang como el más probable para describir al universo.

El universo, entonces, aparenta ser relativamente isotrópico y homogéneo. Podemos describir su geometría mediante un parámetro,  $k$ , que describe la curvatura ( $k = 1$  indica una curvatura cerrada,  $k = 0$  corresponde a una geometría plana, y  $k = -1$  para una curvatura abierta). Además, en los años 1930, se descubrió que el universo está expandiéndose, es decir, las estructuras

inmersas en él se alejan entre sí con el tiempo. Se hace uso de un segundo parámetro,  $R(t)$ , indica la expansión (o contracción) del universo respecto al tiempo. La métrica que describe esta geometría es conocida como la métrica Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW).

$$ds^2 = -g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = dt^2 - R^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (2.1)$$

Donde se ha tomado  $c = 1$ , y así para el resto de esta tesis. La escala de  $r$  y  $R$  puede escogerse de tal manera que  $k = 0, \pm 1$ . Por otro lado, las ecuaciones de movimiento se derivan de las ecuaciones de Einstein.

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\mathcal{R} = 8\pi G_N T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (2.2)$$

Donde  $g_{\mu\nu}$  es la métrica descrita en la Ec. (2.1),  $\mathcal{R}_{\mu\nu}$  es el tensor de Ricci, que depende de la métrica y sus derivadas,  $\mathcal{R} = g^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu}$ , es el escalar de Ricci,  $G_N$  es la constante de Newton y  $T_{\mu\nu}$  es el tensor de energía-momento.  $\mathcal{R}_{\mu\nu}$  y  $T_{\mu\nu}$  se definen a continuación, asumiendo que el contenido de materia en el universo es un fluido perfecto [16],[20].

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\mu\nu} &= \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^\alpha - \Gamma_{\mu\alpha,\nu}^\alpha + \Gamma_{\beta\alpha}^\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\beta - \Gamma_{\beta\nu}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\beta \\ T_{\mu\nu} &= -pg_{\mu\nu} + (p + \rho)u_\mu u_\nu \end{aligned} \quad (2.3)$$

Donde  $p$  es la presión isotrópica,  $\rho$  es la densidad de energía,  $u = (1, 0, 0, 0)$  es la velocidad del fluido isotrópico y  $\Gamma_{\lambda\delta}^\sigma$  es el símbolo de Christoffel, definido en términos de la métrica como [21],

$$\Gamma_{\lambda\delta}^\sigma = \frac{1}{2}g^{\sigma\eta} \left( \frac{\partial g_{\eta\delta}}{\partial x^\sigma} + \frac{\partial g_{\sigma\eta}}{\partial x^\delta} - \frac{\partial g_{\sigma\delta}}{\partial x^\eta} \right) \quad (2.4)$$

De las ecuaciones de Einstein es posible derivar las llamadas ecuaciones de Friedmann. Calculamos la Ec. (2.2) el caso  $\mu = \nu = 0$  y la traza,

$$\left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 \equiv H^2 = \frac{8\pi G_N \rho}{3} - \frac{k}{R^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.5)$$

$$H = \frac{\Lambda}{3} - \frac{4\pi G_N}{3}(\rho + 3p) \quad (2.6)$$

Utilizando estas ecuaciones, definimos la densidad crítica como aquella tal que  $k = 0$  cuando  $\Lambda = 0$ ,

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G_N} = 1.05371 \times 10^{-5} h^2 \text{GeV cm}^{-3} \quad (2.7)$$

Donde  $h$  es el parámetro de Hubble renormalizado, definido por

$$H \equiv 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc} \quad (2.8)$$

Podemos reexpresar la Ec. (2.5) en términos de la densidad crítica.

$$H^2 \left( \frac{\rho}{\rho_c} + \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} - 1 \right) = \frac{k}{R^2} \quad (2.9)$$

Donde  $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2} \rho_c$ . Denotamos el parámetro de densidad como  $\Omega_i = \rho_i / \rho_c$ , es decir, como la densidadde energía de una especie “i” relativa a la densidad crítica. De esta manera, la Ecuación de Friedmann puede escribirse como,

$$\sum_i \Omega_i + \Omega_\Lambda - 1 = \frac{k}{R^2 H^2} \quad (2.10)$$

La fuente de datos más importante que nos ayuda a fijar estos parámetros viene del Fondo Cósmico de Microondas (CMB), cuyas observaciones más precisas fueron realizadas por el satélite Planck [22]. Adicionando los resultados del CMB con otras observaciones, como oscilaciones acústicas de bariones (BAO) y supernovas, y tomando en cuenta a  $\Lambda$  como una constante cosmológica, se obtiene la siguiente restricción con un %68 de confianza,

$$\Omega_{tot} \equiv \sum_i \Omega_i + \Omega_\Lambda = 1.0002 \pm 0.0026 \quad (2.11)$$

Por lo que puede asumirse justificadamente la restricción de  $k = 0$ , que corresponde a un universo “plano”. La anterior restricción nos permite relacionar los parámetros entre sí.  $\Omega_i$  engloba, entonces, especies como los bariones (donde se incluye, por su poca relevancia en magnitud, a los electrones),  $\Omega_b$ , a los fotones,  $\Omega_\gamma$ , neutrinos,  $\Omega_\nu$ . Es una asunción usual considerar a la materia oscura como “fría” (CDM), es decir, que las interacciones entre ésta y el resto de las especies es pequeña y que las velocidades de las partículas son negligibles, es decir, es no-relativista. Esta consideración hace posible predecir la formación

de estructuras a una edad temprana, como sugieren las observaciones. Por ello, adicionalmente tendremos la contribución de  $\Omega_c$ , que denota la densidad de energía de DM fría. La parte relacionada con la constante cosmológica,  $\Omega_\Lambda$ , se cuenta como energía oscura. Todas estas consideraciones conforman el modelo conocido como  $\Lambda$ CDM (*Lambda Cold Dark Matter*).

Asumiendo este modelo, por medio de un ajuste es posible encontrar el valor de los parámetros  $\Omega_b$  y  $\Omega_c$  con datos extraídos en mayor parte del espectro de temperatura del CMB medido por Planck, combinados con las mediciones de anisotropías generadas por lentes gravitacionales[28].  $\Omega_\gamma$  se obtiene a partir de la densidad de radiación del CMB, correspondiente a una temperatura de  $T = 2.7255 \pm 0.0006$  K, determinada a partir de las observaciones de FIRAS (*Far Infrared Absolute Spectrophotometer*) del satélite CoBE [17]. El resto de los parámetros son derivados de aquellos obtenidos directamente de los resultados experimentales [16].

$$\Omega_\gamma h^2 = 2.47 \times 10^{-5} \quad (2.12)$$

$$\Omega_\nu h^2 = (\sum m_\nu)/93.14eV \leq 0.0062$$

$$\Omega_b h^2 = 0.02226 \pm 0.00023$$

$$\Omega_c h^2 = 0.1186 \pm 0.0020$$

$$\Omega_\Lambda = 0.692 \pm 0.012$$

$$h = 0.678 \pm 0.009$$

Utilizando esos valores, y la Ec. (2.11), es como se deduce que el contenido es principalmente energía oscura (69.2 %) y materia oscura (25.9 %), mientras que la materia bariónica, que forma los átomos que conocemos, solo conforma el 4.8 % de la energía del universo.

Aún con esto en cuenta, poco es sabido de la naturaleza de la materia oscura como partícula. Sin embargo, cualquier candidato propuesto debe cumplir con ciertas condiciones, derivadas de las observaciones [23].

1. Debe cumplir con la restricción derivada de la densidad observada para CDM, indicada en la Ec. (2.12).
2. Debe ser estable a escalas cosmológicas de tiempo, pues aún se observan hoy en día. De otra forma, ya habrían decaído.
3. Deben interactuar muy débilmente con la radiación electromagnética

(de ahí su nombre, materia oscura). De manera efectiva, debe ser neutra.

## 2.3 Posibles candidatos

Existen diversas propuestas respecto a la naturaleza de la materia oscura. Entre ellos se encuentran los agujeros negros primordiales, los axiones, los neutrinos estériles y las partículas masivas débilmente interactuantes (WIMP). De los últimos, hablaremos más adelante.

Los *agujeros negros primordiales* son aquellos que se formaron antes de la época de la nucleosíntesis del Big Bang, o de otra forma, formarían parte de la composición bariónica del universo y no podrían ser considerados candidatos de materia oscura. Se ha explorado la forma en que estos agujeros hayan podido formarse y la posibilidad de que sean los responsables del fenómeno de la materia oscura en Ref. [29].

Los *axiones* fueron propuestos para resolver el problema de la violación de CP, pero se ha considerado incluirlos en el listado de candidatos para la descripción de la materia oscura [18]. Con masa ligera, los axiones constituirían materia oscura fría. Además se espera que sean débilmente interactuantes con otras partículas. El cálculo de la densidad reliquia para estos elementos requiere de asunciones respecto al mecanismo de producción de los mismos, pero es posible que se encuentre una forma de ajustar los parámetros para que coincidan con los requerimientos de todo candidato a materia oscura [16].

Otros posibles candidatos son los *neutrinos estériles*. Similares a los neutrinos del modelo estándar, la diferencia está en que estos solo pueden tener interacciones de mezcla entre sí mismos. Su masa es del orden de unos cuantos keV. Pueden ser materia oscura fría o caliente, dependiendo del mecanismo de producción de estos. Se propone que puedan decaer en neutrinos del modelo estándar, lo cual produciría un flujo de rayos X que explicaría la formación de las primeras estrellas [19].

Sin embargo, el candidato que pareciera ser el más adecuado es el WIMP. Para entender por qué, primero debemos explicar la manera de calcular la densidad reliquia, cantidad clave para discernir cuál es el mejor candidato para describir la naturaleza de la materia oscura.

# Capítulo 3

## Densidad Reliquia

### 3.1 Termodinámica en equilibrio

El universo temprano era, efectivamente, denso y caliente. Por consecuencia, la interacción entre las diversas partículas que coexistían en ese conjunto eran más frecuentes. Estas interacciones sucesivas mantenían al conjunto de especies en equilibrio térmico. Para describir el estado de estas especies, consideramos que se comportan como un gas de partículas diluido, y utilizamos la función de distribución  $f(\vec{p})$ , que determina la ocupación de partículas de dicha especie en relación al espacio fase. Con esta función, se encuentran la densidad numérica ( $n$ ), la densidad de energía ( $\rho$ ) y la presión ( $p$ ) [14],

$$\begin{aligned}n &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int f(\vec{p}) d^3p & (3.1) \\ \rho &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int f(\vec{p}) E(\vec{p}) d^3p \\ p &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{|\vec{p}|^2}{3E} f(\vec{p}) d^3p\end{aligned}$$

Donde  $E^2 = |\vec{p}|^2 + M^2$ . Para especies en equilibrio cinético,  $f(\vec{p})$  está dada por la distribución de Fermi-Dirac (si las partículas son fermiones, es decir, de espín semientero), o por la distribución Bose-Einstein (si son bosones, es decir, partículas de espín entero).

$$f(\vec{p}) = \left( e^{(E-\mu)/T} \pm 1 \right)^{-1} \quad (3.2)$$

Donde el signo (+) corresponde a los fermiones y el signo (−), a los bosones. El potencial químico de la especie,  $\mu$ , se relaciona directamente con el del resto de las especies con las que interacciona cuando existe un equilibrio químico. En una interacción del tipo  $a + b \rightarrow i + j$ , la relación entre cada uno de los potenciales químicos cuando hay equilibrio es,

$$\mu_a + \mu_b = \mu_i + \mu_j. \quad (3.3)$$

Podemos realizar ciertas aproximaciones para obtener las cantidades en la Ec. (3.1). Si tomamos en cuenta la reacción  $a + \bar{a} \rightarrow \gamma + \gamma$ , y ésta ocurre rápidamente, entonces se cumple que  $\mu_a = -\mu_{\bar{a}}$ , pues  $\mu_\gamma = 0$ . Asumiendo que esto se cumple, observemos que es posible calcular la diferencia en el número de partículas y antipartículas. En el caso de fermiones, se tiene,

$$n_a - n_{\bar{a}} = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty (E^2 - m^2)^{1/2} E dE \left[ \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} - \frac{1}{e^{(E+\mu)/T} + 1} \right] \quad (3.4)$$

Tomemos el caso  $m \ll T$ . Entonces,

$$\begin{aligned} n_a - n_{\bar{a}} &\simeq \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty E^2 dE \left[ \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} - \frac{1}{e^{(E+\mu)/T} + 1} \right] \\ &= \frac{gT^3}{6\pi^2} \left[ \pi^2 \left( \frac{\mu}{T} \right) + \left( \frac{\mu}{T} \right)^3 \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Mientras que para el caso  $m \gg T$ , se obtiene,

$$\begin{aligned} n_a - n_{\bar{a}} &\simeq \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty E(E^2 - m^2)^{1/2} dE \left[ e^{-(E-\mu)/T} - e^{-(E+\mu)/T} \right] \\ &\simeq 2g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} \sinh \left( \frac{\mu}{T} \right) e^{-m/T} \end{aligned} \quad (3.6)$$

En ambos casos, la diferencia entre el número de partículas y antipartículas es nula cuando  $\mu/T \approx 0$ , y habrá una asimetría cuando  $|\mu|/T > 0$ .

Primeramente, en el caso relativista, donde  $T \gg m$ . Respecto al potencial químico, la primera aproximación es tomar  $\mu \ll T$ , es decir, la diferencia entre el número de partículas y antipartículas es mínima. En este caso, la función

de distribución resulta,

$$f(\vec{p}) = \left( e^{(E-\mu)/T} \pm 1 \right)^{-1} \approx \left( e^{E/T} \pm 1 \right)^{-1} \quad (3.7)$$

Sustituyendo esta aproximación y haciendo el cambio de variable  $x = E/T$ , las cantidades en la Ec. (3.1) se convierten en,

$$\begin{aligned} n &= \frac{gT^3}{2\pi^2} \int_{m/T}^{\infty} \frac{(x^2 - (m/T)^2)^{1/2}}{e^x \pm 1} x dx \simeq \frac{gT^3}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{x^2}{e^x \pm 1} dx \\ \rho &= \frac{gT^4}{2\pi^2} \int_{m/T}^{\infty} \frac{(x^2 - (m/T)^2)^{1/2}}{e^x \pm 1} x^2 dx \simeq \frac{gT^4}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x \pm 1} dx \\ p &= \frac{gT^4}{6\pi^2} \int_{m/T}^{\infty} \frac{(x^2 - (m/T)^2)^{3/2}}{e^x \pm 1} dx \simeq \frac{gT^4}{6\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x \pm 1} dx = \rho/3 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Para realizar las integrales anteriores, utilizamos la definición de la función zeta de Riemann,  $\zeta(s)$ , y la función eta de Dirichlet,  $\eta(s)$ , definidas como,

$$\begin{aligned} \zeta(s) &= \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} \frac{x^{s-1}}{e^x - 1} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \\ \eta(s) &= \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} \frac{x^{s-1}}{e^x + 1} dx = (1 - 2^{1-s})\zeta(s) \end{aligned} \quad (3.9)$$

De manera que, para el caso relativista con  $\mu \ll T$ , se tiene,

$$\begin{aligned} n &= \frac{gT^3}{\pi^2} \times \begin{cases} \zeta(3) & \text{para fermiones.} \\ \frac{3}{4}\zeta(3) & \text{para bosones.} \end{cases} \\ \rho &= \frac{\pi^2 gT^4}{30} \times \begin{cases} 1 & \text{para fermiones.} \\ \frac{7}{8} & \text{para bosones.} \end{cases} \\ p &= \rho/3 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Donde  $\zeta(3) = 1.20206$  [14]. También está la posibilidad que  $\mu \gg T$ . En este caso, como se comentó anteriormente, existe una diferencia entre el número de partículas y antipartículas. Observemos lo que ocurre con la función de distribución de los fermiones (en el caso de los bosones, esto indica un condensado

Bose-Einstein, el cual debe trabajarse con cuidado y no presentaré aquí).

$$\frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} \approx \begin{cases} 1 & , E < \mu \\ 0 & , E > \mu. \end{cases} \quad (3.11)$$

Esto cambia el rango de integración en las expresiones de la Ec. (3.1), de manera que se pueden calcular directamente,

$$\begin{aligned} n &= \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\mu E^2 dE = \frac{g\mu^3}{6\pi^2} \\ \rho &= \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\mu E^3 dE = \frac{g\mu^4}{8\pi^2} \\ p &= \rho/3 \end{aligned} \quad (3.12)$$

En el caso no relativista,  $m \gg T$ , la función de distribución es la misma para fermiones y bosones, aproximación usualmente llamada función de distribución de Maxwell-Boltzmann.

$$\frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} \approx e^{-(E-\mu)/T} \quad (3.13)$$

Implementando la expansión  $\sqrt{(p/T)^2 + (m/T)^2} \simeq m/T + p/2m + \dots$ , se pueden obtener las expresiones de la Ec. (3.1) bajo esta consideración,

$$\begin{aligned} n &= g \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T} \\ \rho &= mn \\ p &= nT \end{aligned} \quad (3.14)$$

En general, podemos encontrar la densidad de energía y presión de todas las especies,

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{T^4}{2\pi^2} \sum_i g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 \int_{m_i/T}^\infty \frac{(u^2 - (m_i/T)^2)^{1/2}}{e^{(u-\mu_i)/T} \pm 1} u^2 du \\ p &= \frac{T^4}{6\pi^2} \sum_i g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 \int_{m_i/T}^\infty \frac{(u^2 - (m_i/T)^2)^{3/2}}{e^{(u-\mu_i)/T} \pm 1} du \end{aligned} \quad (3.15)$$

En las expresiones obtenidas, puede apreciarse que la densidad de energía para las especies no relativistas, Ec. (3.14), es exponencialmente menor que

la de las especies relativistas, Ec. (3.10). Por ello, es una buena aproximación tomar en cuenta solo los términos relativistas en la suma de la densidad de energía [14].

$$\rho_R = \frac{\pi^2 T^4}{30} \left[ \sum_{i=\text{bosones}, m_i \ll T} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermiones}, m_i \ll T} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 \right] = \frac{\pi^2 T^4}{30} g_* \quad (3.16)$$

La cantidad  $g_*$  es conocida como los grados de libertad efectivos. Es, en realidad, una función de  $T$ , ya que los grados de libertad que se suman deben cumplir con  $m_i \ll T$ .

Durante la época temprana, cuando el universo era denso y caliente, todas las especies estaban en equilibrio térmico y  $\rho \simeq \rho_R$ . En esta época,  $g_*(T)$  es prácticamente una constante.

Sin embargo, llega un momento en que la temperatura promedio del universo desciende, y las reacciones no ocurren con la rapidez suficiente, de forma que las condiciones para el equilibrio térmico no se cumplen. A partir de entonces,  $g_*$  disminuye pues las especies de mayor masa dejan de cumplir  $m_i \ll T$ . Estas especies dejan de estar en equilibrio con el resto del conjunto. Estas condiciones de no-equilibrio son de vital importancia para describir la evolución del universo, pues son estos fenómenos los que dan pie a la formación de los elementos más ligeros, durante lo que se llama la nucleosíntesis del Big Bang. El hidrógeno se formaría gracias a que este rompimiento del equilibrio ocasiona la recombinación de electrones y protones. Lo que nos da información acerca de cuando sucede este fenómeno es la evolución de la densidad, o abundancia de las especies, la cual depende ciertamente de las reacciones (producción y aniquilación) entre estas y el medio en el que se ven inmersas. Esto es descrito a través de la ecuación de Boltzmann.

## 3.2 Ecuación de Boltzmann

La ecuación de Boltzmann establece que la tasa de cambio en la abundancia de una partícula es la diferencia entre la tasa de producción y la tasa de eliminación de la especie. Relaciona, entonces, la evolución temporal de la densidad de número con un operador que incluye la información de las interacciones que provocan este cambio. De manera primitiva, la ecuación de Boltzmann se ve

así,

$$\frac{df}{dt} = C[f] \quad (3.17)$$

El lado derecho de la ecuación contiene la función relacionada con las interacciones (colisiones). La derivada temporal en el lado izquierdo, sin embargo, contiene además la evolución del espacio fase ( $\{t; \vec{x}, \vec{p}\}$ ), debido a la métrica. En el régimen no relativista, este término es,

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{d\vec{x}}{dt} \vec{\nabla}_x + \frac{d\vec{p}}{dt} \vec{\nabla}_p \quad (3.18)$$

Podemos escribir esta ecuación en términos de operadores que actúan sobre la función de distribución.

$$\mathbf{L}[f] = \mathbf{C}[f] \quad (3.19)$$

Donde  $\mathbf{L}$  es llamado el operador de Liouville, y  $\mathbf{C}$  es el operador de colisión, ambos actuando sobre la función de distribución de espacio-fase de la partícula.

El operador de Liouville, que es la derivada temporal que incluye la evolución del espacio fase, puede generalizarse a una forma covariante,

$$\mathbf{L} = p^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} - \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha p^\beta p^\gamma \frac{\partial}{\partial p^\alpha} \quad (3.20)$$

Donde  $\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$  es el símbolo de Christoffel de segundo tipo, que hemos definido en la sección anterior.

Para la métrica FLRW, el operador de Liouville actuando sobre  $f(E, t)$ , es,

$$\mathbf{L}[f(E, t)] = E \frac{\partial}{\partial t} f(E, t) - \frac{\dot{R}}{R} |\vec{p}|^2 \frac{\partial}{\partial E} f(E, t) \quad (3.21)$$

Utilizando la definición de la densidad numérica en términos de la función de distribución que aparece en la Ec. (3.1), como función del tiempo es,

$$n(t) = g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(E, t) \quad (3.22)$$

Integrando la Ec. (3.19) en el espacio fase, y dividiendo por la energía del

sistema,  $E$ , resulta en,

$$g \int \frac{d^3p}{E(2\pi)^3} \mathbf{L}[f(E, t)] = g \int \frac{d^3p}{E(2\pi)^3} \mathbf{C}[f(E, t)]$$

$$g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[ \frac{\partial}{\partial t} f(E, t) - \frac{\dot{R}}{ER} |\vec{p}|^2 \frac{\partial}{\partial E} f(E, t) \right] = g \int \frac{d^3p}{E(2\pi)^3} \mathbf{C}[f(E, t)] \quad (3.23)$$

Desarrollando el término de la izquierda, obtenemos

$$g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[ \frac{\partial}{\partial t} f(E, t) - \frac{\dot{R}}{ER} |\vec{p}|^2 \frac{\partial}{\partial E} f(E, t) \right]$$

$$= g \left[ \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(E, t) - \frac{\dot{R}}{R} \int \frac{d^3p}{E(2\pi)^3} |\vec{p}|^2 \frac{\partial}{\partial E} f(E, t) \right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} n(t) - g \frac{\dot{R}}{R} \int \frac{dE d\Omega_p}{(2\pi)^3} (E^2 - m^2)^{3/2} \frac{\partial}{\partial E} f(E, t)$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} n(t) + 3 \frac{\dot{R}}{R} g \int \frac{E dE d\Omega_p}{(2\pi)^3} (E^2 - m^2)^{1/2} f(E, t)$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} n(t) + 3 \frac{\dot{R}}{R} g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(E, t)$$

$$= \dot{n}(t) + 3 \frac{\dot{R}}{R} n(t)$$

$$= R^{-3} \frac{d(R^3 n)}{dt}$$

Consecuentemente, la ecuación de Boltzmann para este proceso se puede escribir como

$$R^{-3} \frac{d(R^3 n)}{dt} = g \int \frac{d^3p}{E(2\pi)^3} \mathbf{C}[f(E, t)] \quad (3.24)$$

Podemos suponer que el único proceso que influye en la abundancia de una especie es la aniquilación de ésta con su antipartícula, y el proceso inverso, que de forma esquemática expresamos como  $1 + 2 \longleftrightarrow 3 + 4$ . Nos interesa la producción y aniquilación de las partículas 1 y 2 en este caso. El operador de colisiones actuando sobre la función de distribución de éstas partículas, e

integrado en el espacio fase, se puede escribir

$$g \int \frac{d^3 p}{E(2\pi)^3} \mathbf{C}[f(E, t)] = - \int d\Pi_1 d\Pi_2 d\Pi_3 d\Pi_4 (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P_3 - P_4) \\ \times \left[ |M|_{1+2 \rightarrow 3+4}^2 f_1 f_2 (1 \pm f_3)(1 \pm f_4) - |M|_{3+4 \rightarrow 1+2}^2 f_3 f_4 (1 \pm f_1)(1 \pm f_2) \right] \quad (3.25)$$

Donde el signo ( $\pm$ ) corresponde a si la partícula es un bosón o un fermión, respectivamente, y  $d\Pi_i = \frac{d^3 p}{2E_i(2\pi)^3}$ .

Considerese que el cuadrado del elemento de matriz es invariante ante inversión temporal, de forma que

$$|M|_{1+2 \rightarrow 3+4}^2 = |M|_{3+4 \rightarrow 1+2}^2 = |M|^2 \quad (3.26)$$

Entonces, la Ec. (3.28) se escribe como

$$g \int \frac{d^3 p}{E(2\pi)^3} \mathbf{C}[f(E, t)] = - \int d\Pi_1 d\Pi_2 d\Pi_3 d\Pi_4 (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P_3 - P_4) \\ \times |M|^2 \left[ f_1 f_2 (1 \pm f_3)(1 \pm f_4) - f_3 f_4 (1 \pm f_1)(1 \pm f_2) \right] \quad (3.27)$$

En ausencia de condensación Bose-Einstein, o de degeneración de Fermi, el término  $(1 \pm f_i) \simeq 1$ . De esta forma, tenemos,

$$g \int \frac{d^3 p}{E(2\pi)^3} \mathbf{C}[f(E, t)] = - \int d\Pi_1 d\Pi_2 d\Pi_3 d\Pi_4 (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P_3 - P_4) \\ \times |M|^2 \left[ f_1 f_2 - f_3 f_4 \right] \quad (3.28)$$

En este caso, nos enfocaremos en el proceso de aniquilación de materia oscura. De manera el proceso que nos interesa es  $D\bar{D} \longleftrightarrow SMSM$ . Asumir equilibrio térmico para las especies 3 y 4 es una buena aproximación [14]. La delta en la Ec. (3.28) nos indica una conservación de energía,  $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$ . Debido a esto, se tiene lo siguiente.

$$f_3 f_4 = (e^{(\mu_3 - E_3)/T})(e^{(\mu_4 - E_4)/T}) \xrightarrow{\delta} (e^{-(E_1 + E_2)/T})(e^{(\mu_3 + \mu_4)/T}) \quad (3.29)$$

Usando la definición de la densidad numérica en equilibrio, independiente de la especie,

$$n_i^{(0)} \equiv g_i \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} e^{-E_i/T} \quad (3.30)$$

Expresamos el término  $f_1 f_2 - f_3 f_4$  como

$$f_1 f_2 - f_3 f_4 \xrightarrow{\delta} e^{-(E_1 + E_2)/T} \left[ \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} - \frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} \right] \quad (3.31)$$

Al sustituir este término en la Ec. (3.28), el lado derecho de la ecuación resulta ser

$$\frac{g_1 g_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \int d\Pi_1 d\Pi_2 d\Pi_3 d\Pi_4 (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P_3 - P_4) e^{-(E_1 + E_2)/T} |M|^2 \quad (3.32)$$

A continuación, identificaremos que el lado derecho de la Ec. (3.28) está relacionado con el promedio de la sección eficaz de aniquilación, multiplicada por la velocidad relativa.

La sección eficaz se define de la siguiente forma.

$$\sigma = \frac{1}{Flujo} \int d\Pi_3 \int d\Pi_4 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) |M|^2 \quad (3.33)$$

Donde el flujo se define de la siguiente forma.

$$Flujo \equiv \frac{n_1 n_2}{E_1 E_2} \sqrt{(P_1 \cdot P_2)^2 - M^4} = 4\sqrt{(P_1 \cdot P_2)^2 - M^4} = 2\sqrt{s(s - 4M^2)}. \quad (3.34)$$

La velocidad relativa invariante se define como [30]:

$$v_{rel} = \frac{\sqrt{(P_1 \cdot P_2)^2 - M^4}}{(p_1 \cdot p_2)} = \frac{\sqrt{|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^2 - |\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2|^2}}{1 - \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2} \quad (3.35)$$

En términos del flujo,  $v_{rel}$  se escribe como,

$$v_{rel} = \frac{\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - M^4}}{(p_1 \cdot p_2)} = \frac{\sqrt{s(s - 4M^2)}}{s - 2M^2} = \frac{Flujo}{2(s - 2M^2)} \quad (3.36)$$

En el límite no-relativista,  $1 - \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 \approx 1$ , y  $p_1 \cdot p_2 \approx E_1 E_2$ . Por lo que  $v_{rel} \approx v_r = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|$ , de forma que el flujo se expresa, en este límite, como,

$$Flujo \equiv \frac{n_1 n_2}{E_1 E_2} \sqrt{(P_1 \cdot P_2)^2 - M^4} = 4\sqrt{(P_1 \cdot P_2)^2 - M^4} = 4E_1 E_2 v_r \quad (3.37)$$

Que es la definición no relativista del flujo. Ya que nos interesa el desacoplamiento térmico de la materia oscura, utilizamos este límite para expresar  $\sigma v$ .

$$\begin{aligned} \sigma v &= \frac{1}{2(s - 2M^2)} \int d\Pi_3 \int d\Pi_4 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) |M|^2 \\ &\approx \frac{1}{4E_1 E_2} \int d\Pi_3 \int d\Pi_4 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) |M|^2 \end{aligned} \quad (3.38)$$

Hacemos el promedio sobre los estados iniciales de esta función, utilizando la definición  $\langle A \rangle = \frac{1}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \int \frac{g_1 d^3 p_1}{(2\pi)^2} f(E_1) \int \frac{g_2 d^3 p_2}{(2\pi)^2} f(E_2) A$ . De esta forma, encontramos,

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{1}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \int \frac{g_1 d^3 p_1}{(2\pi)^2} f(E_1) \int \frac{g_2 d^3 p_2}{(2\pi)^2} f(E_2) \sigma v \quad (3.39)$$

Evidentemente, al sustituir  $\sigma v$  en la Ec. (3.39) resulta la ecuación siguiente.

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{g_1 g_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \int d\Pi_1 d\Pi_2 d\Pi_3 d\Pi_4 (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P_3 - P_4) e^{-(E_1 + E_2)/T} |M|^2 \quad (3.40)$$

Que es, en efecto, el lado derecho de la Ec. (3.28). Se sabe que la materia oscura era no-relativista al tiempo de desacoplamiento del plasma primordial, como vimos en el segundo capítulo. Por lo tanto, es posible expandir  $\langle \sigma v \rangle$  en términos de la velocidad relativa, y solo considerar los órdenes más bajos. A continuación, se pretende encontrar la forma de realizar esta expansión.

### 3.3 Cálculo de la densidad reliquia

Utilizando la expresión de la Ec. (3.40), la Ec. (3.24) se expresa como,

$$R^{-3} \frac{d(R^3 n)}{dt} = -(n_1^{(0)} n_2^{(0)}) \langle \sigma v \rangle \left[ \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} - \frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} \right] \quad (3.41)$$

Recordemos a que la temperatura se relaciona con el inverso del factor de escala,  $T \propto R^{-1}$ . Podemos definir una nueva cantidad

$$Y \equiv \frac{n}{T^3} \quad (3.42)$$

Si además tomamos en cuenta el hecho de que  $n_1 = n_2$ , es decir, partícula y antipartícula se encuentran en igual proporción, la ecuación para  $n_1, n_2$  se convierte en una ecuación para  $Y = \frac{n}{T^3}$ . Haciendo la suposición de que las especies 3 y 4 están en equilibrio, denotamos  $n_3 = n_4 = n_{EQ}$ . Entonces, la ecuación que describe el cambio de la cantidad  $Y$  en el tiempo es,

$$\frac{dY}{dt} = -T^3 \langle \sigma v \rangle \left[ Y^2 - Y_{EQ}^2 \right] \quad (3.43)$$

Donde  $Y_{EQ} = T^{-3} n^{(0)}$ , y  $n^{(0)}$  es la densidad numérica de la especie, en equilibrio térmico. Es conveniente utilizar la variable  $x = M/T$ , que define una escala aproximada de la temperatura dentro de la región de interés. Utilizamos el jacobiano para hacer el cambio de variable,

$$\frac{dY}{dt} = - \frac{dY}{dx} \frac{dx}{dt} = xH \frac{dY}{dx} = \frac{H(M)}{x} \frac{dY}{dx} \quad (3.44)$$

Donde  $H(M)$  se obtiene de la definición de  $H$ ,

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G_N \rho}{3}} = \sqrt{\frac{8\pi^3 G_N g_*}{90} T^2} = \sqrt{\frac{8\pi^3 G_N g_*}{90}} M^2 x^{-2} = H(M) x^{-2} \quad (3.45)$$

Donde  $G_N = 6.70861 \times 10^{-39} GeV^{-2}$  [16] es la constante gravitacional de Newton y  $g_* = g_*(T)$  son los grados de libertad efectivos, los cuales dependen

del contenido del baño térmico del universo, y por ende, de la temperatura del universo. Los valores de esta función se muestran en el Anexo. De manera que la ecuación de Boltzmann en función de  $Y(x)$  es,

$$\frac{dY}{dx} = -\frac{m^3 \langle \sigma v \rangle}{x^2 H(m)} \left[ Y^2 - Y_{EQ}^2 \right] \quad (3.46)$$

La anterior no puede obtenerse explícitamente, pero se pueden obtener soluciones numéricas. Su cálculo resulta complicado para procesos como los descritos en la sección 3, sin embargo, debido a que necesitamos encontrar la temperatura de desacoplamiento, y como la materia oscura debe ser no relativista para poder formar estructuras en el universo temprano, utilizaremos la expansión de  $\langle \sigma v \rangle$  mostrada en la Ec. (3.61), lo cual facilita la solución de la ecuación.

Antes, veamos el comportamiento de  $Y(x)$  y la Ec. (3.46). Podemos reacomodar la Ec. (3.46) de la siguiente manera.

$$\frac{x}{Y_{EQ}} \frac{dY}{dx} = -\frac{\Gamma(x)}{H(x)} \left[ \left( \frac{Y}{Y_{EQ}} \right)^2 - 1 \right] \quad (3.47)$$

Donde  $\Gamma(x) = \frac{m^3 \langle \sigma v \rangle Y_{EQ}(x)}{x^3}$ .

$\Gamma(x)$  es una función que decrece conforme aumenta el valor de  $x$ . Eventualmente, esta función, que se relaciona directamente con la sección eficaz promediada, disminuye a tal grado que el proceso de aniquilación deja de ser relevante, y  $Y(x)$  se vuelve una constante. Definimos la temperatura de desacoplamiento,  $T_f = M/x_f$ , como la temperatura a la cual  $\Gamma/H \approx 1$ . Se espera que, para  $x \lesssim x_f$ ,  $Y(x) \approx Y_{EQ}(x)$  (en realidad esta es la condición inicial que utilizamos para solucionar la Ec. (3.46) numéricamente), mientras que a partir de  $x \gtrsim x_f$ ,  $Y(x)$  se “congela”, es decir, comienza a tener un valor constante respecto a  $x$  y se mantiene a  $Y(x > x_f) \approx Y(x_f)$ . Cuando esto sucede,  $Y_{EQ}(x)$  decrece rápidamente de forma que  $Y_{EQ} \ll Y$ . Podemos despreciar, entonces, a  $Y_{EQ}$  para valores de  $x \geq x_f$ . De manera que, en éste régimen,  $x_f \leq x \leq x_0$ , donde  $x_0 = M/T_0$  es el valor de  $x$  en el presente, la ecuación de boltzman

puede resolverse explícitamente.

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dx} &= -\frac{M^3\langle\sigma v\rangle}{x^2 H(M)} Y^2 \\ \frac{1}{Y_0} - \frac{1}{Y_f} &= \int_{x_f}^{x_0} \frac{M^3\langle\sigma v\rangle}{x^2 H(M)} dx \\ Y_0 &= \left[ \frac{1}{Y_f} + \int_{x_f}^{x_0} \frac{M^3\langle\sigma v\rangle}{x^2 H(M)} dx \right]^{-1}\end{aligned}\quad (3.48)$$

En la literatura es común omitir el valor de  $Y_f$  en el cálculo de  $Y_0$  [31], pero ha de incluirse si se quiere obtener resultados precisos. Respecto a lo que se pretende lograr en este trabajo, se omitirá el valor de  $Y_f$ , y se hablará del efecto de omitir este factor más adelante, cuando sea preciso, en el capítulo 6. De manera que,

$$Y_0 \simeq \left[ \int_{x_f}^{x_0} \frac{M^3\langle\sigma v\rangle}{x^2 H(M)} dx \right]^{-1} = \left( \frac{8\pi^3 G}{90} \right)^{1/2} \left[ \int_{T_0}^{T_f} g_*^{-1/2} M \langle\sigma v\rangle \frac{dT}{M} \right]^{-1} \quad (3.49)$$

La densidad reliquia, o abundancia de DM ( $\Omega_{DM} = \rho_{DM}/\rho_c$ ) se obtiene usando la definición de  $Y = n/T^3$ . Recordemos que  $Y$  está definida para la partícula o su antipartícula, pero lo que requerimos es obtener el conteo de ambas en el cálculo final de la densidad reliquia. De manera que  $\Omega_{DM} = M(2 * Y(T_0))T_0^3/\rho_c$ , donde  $T_0 = 2.7255K = 2.346 \times 10^{-10} MeV$ , es la temperatura del fondo cósmico en el presente. Utilizando la Ec. (3.49), concluimos que  $\Omega_{DM}$  se obtiene de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}\Omega_{DM} &\simeq \left( \sqrt{\frac{16\pi^3 G}{90}} \frac{T_0^3}{\rho_c} \right) \left[ \int_{T_0}^{T_f} g_*^{-1/2} \langle\sigma v\rangle \frac{dT}{M} \right]^{-1} \\ \Omega_{DM} h^2 &\simeq 4.39534 \times 10^{-17} MeV^{-2} \left[ \int_{T_0}^{T_f} g_*^{-1/2} \langle\sigma v\rangle \frac{dT}{M} \right]^{-1}\end{aligned}\quad (3.50)$$

Determinar la densidad reliquia de DM requiere, entonces, de encontrar el valor de  $x_f$ , que de acuerdo a la definición, se obtiene al hacer  $\Gamma(x_f)/H(x_f) \approx 1$ , al resolver la ecuación,

$$\frac{m^3\langle\sigma v\rangle Y_{EQ}(x_f)}{x_f^3} = \sqrt{\frac{8\pi^3 G_N g_*}{90}} M^2 x_f^{-2} \quad (3.51)$$

## 3.4 El milagro del WIMP

Se le llama “el milagro del WIMP”, donde WIMP se refiere a una partícula masiva débilmente interactuante (*Weakly Interactive Massive Particle*), al hecho de que si se considera una sección eficaz de aniquilación típica en la escala débil,  $\sigma \sim G_F^2 T^2$ , donde  $G_F$  es la constante de Fermi, y considerando una temperatura de desacoplamiento típica para esta escala de energía de  $T_F \sim M/20$ , con una masa del orden de  $M \sim E_{EW} \sim 200 GeV$ , la densidad reliquia coincide con lo observado [23].

Aunque puede tratarse de una coincidencia, pues la congruencia con la densidad reliquia observada no es exclusiva de estas escalas, es importante recalcar que las interacciones débiles son el tipo de interacciones que la materia oscura podría tener con las partículas del modelo estándar. Por ello, los modelos donde se considera a la materia oscura como un WIMP son los más atractivos y se muestran como la solución más adecuada a este problema. Existe una forma de comprobar que es ésta la naturaleza de la materia oscura, mediante la detección directa e indirecta.

### 3.4.1 Detección Directa

La observación DM en nuestra galaxia motiva a buscar una manera de detectarla desde la tierra. Si una partícula de DM pasa por la tierra y es dispersada por un nucleón, podríamos medir la energía perdida por el nucleón luego de la interacción. La idea es medir la razón diferencial de dispersión entre la partícula de DM y el nucleón y compararla con la predicción teórica, que se obtiene de la siguiente manera [23],

$$\frac{dR}{dE}(E, t) = \frac{N_T \rho_{DM}}{M m_A} \int_{v_{min}}^{v_{esc}} v f(\vec{v}, t) \frac{d\sigma}{dE}(v, E) d^3v \quad (3.52)$$

Donde  $\sigma$  es la sección eficaz,  $N_T$  es el número de nucleos por kilogramo en el detector,  $\rho_{DM} = 0.3 GeV cm^{-3}$  es la densidad de materia oscura local [24],  $m_A$  es la masa atómica de los nucleos,  $M$  es la masa de la partícula de DM,  $v_{min}$  es la velocidad mínima de la partícula de DM requerida para ser detectada y  $v_{esc}$  es la velocidad de escape a la cual, la partícula escapa de la Vía Láctea. Una de las consideraciones importantes es tomar la distribución de velocidades de Maxwell para describir el halo de DM en nuestra galaxia.

### 3.4.2 Detección Indirecta

Las WIMPs pueden aniquilarse para formar otro tipo de partículas, que pueden ser detectadas por telescopios en la tierra. Ya se están llevando a cabo experimentos para la detección de rayos cósmicos, rayos gamma y neutrinos, por lo que existe la posibilidad de utilizar éstos para la detección indirecta de aniquilación de DM. Una propuesta interesante es observar el flujo de rayos gamma derivados de esta aniquilación. El flujo puede definirse en función de  $\sigma v/M^2$ ,

$$\frac{d\Phi}{d\Omega dE} = \frac{\sigma v}{8\pi M^2} \frac{dN}{dE} \int_{Obs} ds \rho_{DM}^2(\vec{r}) \quad (3.53)$$

Donde  $\frac{dN}{dE}$  es el espectro de energía (número de rayos gamma producidos a energía E), y se integra la densidad de DM al cuadrado en todo el sector de observación. El objetivo es encontrar un límite para  $\sigma v/M^2$ , en base a el flujo de rayos gamma medido de una fuente dada, pero se tiene que tener en cuenta que esta comparación es sensible a la elección de  $\rho_{DM}(\vec{r})$ . Además, será necesario incluir la restricción de la densidad reliquia,  $\Omega_{DM}$ , para poder encontrar límites a  $\sigma v$ .

## 3.5 Expansión de $\langle\sigma v\rangle$ en términos de $x = \frac{M}{T}$

Como los WIMP se desacoplan en el régimen no-relativista, y por ende,  $v \ll 1$ , una aproximación que simplifica la solución de la ecuación de Boltzmann, es expandir la función  $\sigma v$  en términos de  $v$ , y solo tomar los órdenes más bajos para el cálculo. Para ello, es posible darse cuenta de que  $\sigma v$  es una función de  $s = (p_1 + p_2)^2$ . Siempre podemos expandir  $s \approx 4M^2(1 + v^2/4 + \mathcal{O}(v^4))$ , donde  $v$  es la velocidad relativa entre las partículas de los estados iniciales. Entonces, podemos expandir  $\sigma v$  en función de  $s$ , alrededor de  $s = s_0 = 4M^2$ , de forma que,

$$\sigma v = \sigma v|_{s=s_0} + (\sigma v)'|_{s=s_0}(s - s_0) + \mathcal{O}(v^4) \quad (3.54)$$

Es evidente que  $v_{rel}$  puede escribirse en términos de  $s$ , por lo tanto es invariante.

$$v_{rel} = \frac{\sqrt{s(s - 4M^2)}}{(s - 2M^2)} \quad (3.55)$$

De manera que obtenemos una expresión que relaciona directamente  $s$  y

$v_{rel}$ ,

$$s = 2m^2 \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{1 - v_{rel}^2}} \right) \quad (3.56)$$

Para  $v_{rel} \approx v_r \ll 1$ , donde  $v_r$  es la velocidad relativa (no relativista) [32], es posible hacer la expansión de potencias de  $s$ .

$$s \approx 4M^2 + M^2 v_r^2 + \dots \quad (3.57)$$

Usando esta expansión, hasta términos de segundo orden, podemos expandir  $\sigma v$ ,

$$\sigma v = \sigma v(s(v_r)) \approx \sigma v(s_0) + \frac{d(\sigma v)}{ds} \frac{ds}{dv_r} \Big|_{v_r=0} v_r + \left[ \frac{d^2(\sigma v)}{ds^2} \frac{ds}{dv_r} \Big|_{v_r=0} + \frac{d(\sigma v)}{ds} \frac{d^2 s}{dv_r^2} \Big|_{v_r=0} \right] \frac{v_r^2}{2} + \dots$$

$$\frac{ds}{dv_r} \Big|_{v_r=0} = 0 \quad \frac{d^2 s}{dv_r^2} \Big|_{v_r=0} = 2M^2$$

$$\sigma v \approx \sigma v(s_0) + M^2 \frac{d(\sigma v)}{ds} \Big|_{s=s_0} v_r^2 + \dots \quad (3.58)$$

Pero para obtener de manera directa  $\langle v_r^2 \rangle$  podemos usar la distribución de probabilidad para la velocidad relativa  $v_r$  [33], [32]:

$$\langle v_r^2 \rangle = \int_0^\infty dv_r P(v_r) v_r^2 = \frac{6}{x} \quad (3.59)$$

Donde

$$P(v_r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} x^{3/2} v_r^2 e^{-x \frac{v_r^2}{4}} \quad (3.60)$$

Y  $x = M/T$ . La expansión de  $\langle \sigma v \rangle$  en términos de  $x$  es, entonces,

$$\langle \sigma v \rangle = \sigma v(s_0) + 6M^2 \frac{d(\sigma v)}{ds} \Big|_{s=s_0} \frac{1}{x} + \dots \quad (3.61)$$

Utilizaremos esta útil aproximación para el cálculo de la densidad reliquia.

# Capítulo 4

## Campos de Materia de Espín 1

### 4.1 Formalismo

El formalismo para la descripción de campos de materia de espín uno fue estudiado en detalle en Ref. [10]. Estos campos se transforman en la representación  $(1, 0) \oplus (0, 1)$  del grupo del Grupo Homogéneo de Lorentz. La estructura algebraica necesaria para la construcción de la base covariante para los operadores que actúan en esta representación fue desarrollada en Ref. [11].

Para  $j = 1$  (espín uno), la base de los operadores que actúan en el espacio  $(1, 0) \oplus (0, 1)$  puede obtenerse haciendo el producto de los estados en la base  $|j, m\rangle_R, |j, m\rangle_L$ , de la que se obtiene la siguiente descomposición de Lorentz:

$$[(1, 0) \oplus (0, 1)] \otimes [(1, 0) \oplus (0, 1)] = (0, 0)_2 \oplus (1, 1)_2 \oplus (1, 0) \oplus (0, 1) \oplus (2, 0) \oplus (0, 2) \quad (4.1)$$

Esto nos indica que la base covariante contiene:

- Dos operadores escalares de Lorentz  $((0, 0))$ , la matriz identidad  $6 \times 6$  y el operador quiral  $\chi$ .
- Seis operadores, que se transforman en la representación  $(1, 0) \oplus (0, 1)$ , los cuales forman un tensor antisimétrico de rango 2, denotados como  $M_{\mu\nu}$ , que fungen como los generadores del grupo.
- Un par de tensores matriciales en la representación  $(1, 1)$ , simétricos y de traza nula,  $S^{\alpha\beta\mu\nu}$  y  $\chi S^{\alpha\beta\mu\nu}$ .
- Una serie de operadores tensoriales que se transforman en la represen-

tación  $(2, 0) \oplus (0, 2)$ , denotados como  $C^{\alpha\beta\mu\nu}$ .

De esta manera, la base covariante para campos de espín uno es

$$\{\mathbb{I}, \chi, S^{\mu\nu}, \chi S^{\mu\nu}, M^{\mu\nu}, C^{\mu\nu\alpha\beta}\}$$

El formalismo explícito para cualquier valor de  $j$  fue presentado en Ref. [11]. Los generadores para ésta representación,  $M^{\mu\nu}$  son

$$M^{0i} = K_i \quad M^{ij} = \epsilon_{ijk} J_k \quad (4.2)$$

Donde  $\mathbf{J}$  y  $\mathbf{K}$ , en general para cualquier valor de  $j$ , están dados por

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\tau} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\tau} \end{pmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} i\boldsymbol{\tau} & 0 \\ 0 & -i\boldsymbol{\tau} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Donde  $\boldsymbol{\tau}$  son las matrices de momento angular convencionales, de  $(2j + 1) \times (2j + 1)$ . El operador quirral tiene las siguientes propiedades:

$$\{\chi, S^{\mu\nu}\} = 0, \quad \chi^2 = 1, \quad [\chi, \mathcal{O}] = 0 \quad (4.4)$$

Donde  $\mathcal{O}$  denota cualquier otro operador de la base. El operador de quiralidad toma la siguiente forma.

$$\chi = \begin{pmatrix} \mathbb{I}_{(2j+1) \times (2j+1)} & 0 \\ 0 & -\mathbb{I}_{(2j+1) \times (2j+1)} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Mientras que el operador de paridad se construye de la siguiente manera.

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{I}_{(2j+1) \times (2j+1)} \\ \mathbb{I}_{(2j+1) \times (2j+1)} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Es importante notar que paridad y quiralidad anticonmutan para todas las representaciones,

$$\{\Pi, \chi\} = 0 \quad (4.7)$$

Con estos operadores es posible construir el tensor simétrico  $S^{\mu\nu}$ ,

$$S^{\mu\nu} = \Pi(g^{\mu\nu} - i(g^{0\mu} M^{0\nu} + g^{0\nu} M^{0\mu}) - \{M^{0\mu}, M^{0\nu}\}) \quad (4.8)$$

La cual es de traza nula,  $S_\mu^\mu = 0$ , con nueve componentes independientes. A su vez, anticonmuta con  $\chi$ ,

$$\{S^{\mu\nu}, \chi\} = 0 \quad (4.9)$$

El operador simétrico,  $S^{\mu\nu}$ , posee las siguientes propiedades,

$$\begin{aligned} [S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}] &= -i(g^{\mu\alpha}M^{\nu\beta} + g^{\nu\alpha}M^{\mu\beta} + g^{\nu\beta}M^{\mu\alpha} + g^{\mu\beta}M^{\nu\alpha}), \\ \{S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\} &= \frac{4}{3}(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} + g^{\nu\alpha}g^{\mu\beta} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}) - \frac{1}{6}(C^{\mu\alpha\nu\beta} + C^{\mu\beta\nu\alpha}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Donde el tensor que se transforma en la representación  $(2, 0) \oplus (0, 2)$ ,  $C^{\mu\nu\alpha\beta}$ , está dado por

$$C^{\mu\nu\alpha\beta} = 4\{M^{\mu\nu}, M^{\alpha\beta}\} + 2\{M^{\mu\alpha}, M^{\nu\beta}\} - 2\{M^{\mu\beta}, M^{\nu\alpha}\} - 8(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - g^{\mu\beta}g^{\nu\alpha}) \quad (4.11)$$

Por la antisimetría del tensor  $M^{\mu\nu}$ , el tensor  $C^{\mu\nu\alpha\beta}$  cumple con la siguientes simetrías,

$$C^{\mu\nu\alpha\beta} = C^{\alpha\beta\mu\nu} = -C^{\nu\mu\alpha\beta} = -C^{\mu\nu\beta\alpha} \quad (4.12)$$

Además, satisface la identidad de Bianchi,

$$C^{\mu\nu\alpha\beta} + C^{\mu\alpha\beta\nu} + C^{\mu\beta\nu\alpha} = 0 \quad (4.13)$$

La contracción de cualquier par de índices de este tensor es cero, es decir, el tensor tiene traza nula.

$$Tr[C^{\mu\nu\alpha\beta}] = 0 \quad (4.14)$$

Con estas restricciones se reduce el número de componentes independientes a 10. Se satisface, además, la relación  $[\chi, C^{\mu\nu\alpha\beta}] = 0$ .

Utilizando la definición de producto interno entre las matrices como  $\langle A|B \rangle = Tr(AB)$ , y recordando que la base covariante es ortogonal, se obtienen las siguientes relaciones (omitiendo los índices de Lorentz),

$$Tr(\chi) = Tr(S) = Tr(M) = Tr(\chi S) = Tr(C) = 0, \quad (4.15)$$

$$\text{Tr}(\chi M) = \text{Tr}(\chi C) = \text{Tr}(MS) = \text{Tr}(M\chi S) = \text{Tr}(MC) = \text{Tr}(S\chi S) = \text{Tr}(SC) = \text{Tr}(\chi SC) = 0 \quad (4.16)$$

Usando el hecho de que  $S$  conmuta con  $\chi$ , podemos concluir que la traza de un término acompañado con un número impar de  $S$  es cero. Como ejemplo, más adelante será necesario hacer el cálculo de la traza de términos como el siguiente,

$$\begin{aligned} \text{Tr}(SMM) &= \text{Tr}(\chi^2 SMM) = -\text{Tr}(\chi S\chi MM) \\ &= -\text{Tr}(\chi SMM\chi) = -\text{Tr}(SMM) \Rightarrow \text{Tr}(SMM) = 0, \end{aligned} \quad (4.17)$$

Las relaciones de conmutación de los operadores de la base covariante que nos permiten el cálculo de las trazas de sus productos son las siguientes.

$$\begin{aligned} [M^{\mu\nu}, M^{\alpha\beta}] &= -i(g^{\mu\alpha}M^{\nu\beta} - g^{\nu\alpha}M^{\mu\beta} - g^{\mu\beta}M^{\nu\alpha} + g^{\nu\beta}M^{\mu\alpha}) \\ [M^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}] &= -i(g^{\mu\alpha}S^{\nu\beta} - g^{\nu\alpha}S^{\mu\beta} + g^{\mu\beta}S^{\nu\alpha} - g^{\nu\beta}S^{\mu\alpha}), \\ \{M^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\} &= \varepsilon^{\mu\nu\sigma\beta}\chi S^\alpha{}_\sigma + \varepsilon^{\mu\nu\sigma\alpha}\chi S^\beta{}_\sigma, \\ [S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}] &= -i(g^{\mu\alpha}M^{\nu\beta} + g^{\nu\alpha}M^{\mu\beta} + g^{\nu\beta}M^{\mu\alpha} + g^{\mu\beta}M^{\nu\alpha}), \\ \{S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\} &= \frac{4}{3}\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} + g^{\nu\alpha}g^{\mu\beta} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right) - \frac{1}{6}(C^{\mu\alpha\nu\beta} + C^{\mu\beta\nu\alpha}). \end{aligned}$$

El producto interno de los operadores  $S^{\mu\nu}$  y  $M^{\mu\nu}$  se pueden obtener explícitamente de sus definiciones en Ecs. (4.2) y (4.8),

$$\begin{aligned} \text{Tr}(M^{\mu\nu}M^{\alpha\beta}) &= 4(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - g^{\mu\beta}g^{\nu\alpha}) \equiv 4G^{\mu\nu\alpha\beta}, \\ \text{Tr}(S^{\mu\nu}S^{\alpha\beta}) &= 4\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} + g^{\mu\beta}g^{\nu\alpha} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right) \equiv 4T^{\mu\nu\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Las formas explícitas de las trazas que necesitaremos para cálculos posteriores se muestran en el Anexo, pero como ejemplo ilustrativo calcularemos explícitamente la primera que no se anula.

$$\begin{aligned} \text{Tr}(S^{\mu\nu}S^{\alpha\beta}M^{\rho\sigma}) &= \text{Tr}(\{S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\}M^{\rho\sigma}) - \text{Tr}(S^{\alpha\beta}S^{\mu\nu}M^{\rho\sigma}) \\ &= \text{Tr}(\{S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\}M^{\rho\sigma}) - \text{Tr}(S^{\alpha\beta}[S^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}]) - \text{Tr}(S^{\alpha\beta}M^{\rho\sigma}S^{\mu\nu}), \end{aligned}$$

Sumando el último término del lado derecho,  $Tr(S^{\alpha\beta}M^{\rho\sigma}S^{\mu\nu})$ , a ambos lados de la ecuación obtenemos,

$$\begin{aligned}
Tr(S^{\mu\nu}S^{\alpha\beta}M^{\rho\sigma}) &= \frac{1}{2}(Tr(\{S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\}M^{\rho\sigma}) - Tr(S^{\alpha\beta}[S^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}])) \quad (4.19) \\
&= -\frac{1}{2}Tr(S^{\alpha\beta}[S^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}]) \\
&= \frac{-i}{2}Tr(S^{\alpha\beta}(g^{\rho\mu}S^{\sigma\nu} - g^{\sigma\mu}S^{\rho\nu} + g^{\rho\nu}S^{\sigma\mu} - g^{\sigma\nu}S^{\rho\mu})) \\
&= -2i(g^{\rho\mu}T^{\alpha\beta\sigma\nu} - g^{\sigma\mu}T^{\alpha\beta\rho\nu} + g^{\rho\nu}T^{\alpha\beta\sigma\mu} - g^{\sigma\nu}T^{\alpha\beta\rho\mu}).
\end{aligned}$$

Con el operador de quiralidad podemos construir proyectores que definan los campos quirales que se transforman en la representación  $(1, 0)$  (“derechos”) y  $(0, 1)$  (“izquierdos”), tal que

$$\begin{aligned}
P_R &= \frac{1}{2}(1 + \chi), & P_L &= \frac{1}{2}(1 - \chi) \\
\psi_R &= P_R\psi, & \psi_L &= P_L\psi
\end{aligned} \quad (4.20)$$

Como proyectores,  $P_R$  y  $P_L$  poseen las siguientes propiedades

$$P_R + P_L = \mathbb{I}, \quad P_R P_L = 0, \quad P_{R,L}^2 = P_{R,L} \quad (4.21)$$

La relación de completitud de los espinores para la representación del espacio  $(1, 0) \oplus (0, 1)$ , está dada por la siguiente expresión.

$$\sum_{\lambda} \mathcal{U}(p, \lambda) \bar{\mathcal{U}}(p, \lambda) = \sum_{\lambda} \mathcal{V}(p, \lambda) \bar{\mathcal{V}}(p, \lambda) = \frac{S(\mathbf{p}) + M^2}{2M^2} \quad (4.22)$$

Donde

$$S(\mathbf{p}) = S^{\mu\nu} p_{\mu} p_{\nu} \quad (4.23)$$

Utilizando las relaciones en Ecs. (4.10) y (4.14), se obtiene,

$$Tr[S(p_2)S(p_1)] = Tr[S^{\mu\nu}S^{\alpha\beta}]p_{2,\mu}p_{2,\nu}p_{1,\alpha}p_{1,\beta} = 4\left(2(p_1 \cdot p_2)^2 - \frac{M^2}{4}\right) \quad (4.24)$$

Esta relación nos ayudará con los cálculos en las secciones posteriores. El

propagador para partículas de espín uno en esta representación está dado por,

$$i\pi(p) = i \frac{S(p) - p^2 + 2M^2}{2M^2(p^2 - M^2)}. \quad (4.25)$$

El lagrangiano de campo libre del cual se deriva la ecuación de movimiento es el siguiente.

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \bar{\Psi} \Sigma^{\mu\nu} \partial_\nu \Psi - m^2 [\bar{\Psi} \Psi] \quad (4.26)$$

Donde  $\Sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2}(g^{\mu\nu} + S^{\mu\nu})$ . El lagrangiano puede descomponerse en términos de los campos quirales usando la Ec. (4.20).

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [\partial_\mu \bar{\Psi}_R \partial^\mu \Psi_L - \bar{\Psi}_L S^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu \Psi_L] - m^2 [\bar{\Psi}_R \Psi_L] + (L \leftrightarrow R) \quad (4.27)$$

Es perceptible que, en este caso, el término cinético acopla campos *derechos* e *izquierdos*, por lo que el lagrangiano no es invariante ante transformaciones quirales independientes en el caso no masivo. Por ello, no pueden haber interacciones quirales de norma. Los campos masivos de espín uno no pueden tener interacciones quirales (axiales), pero si admiten interacciones vectoriales.

# Capítulo 5

## Interacción de la materia oscura con partículas del modelo estándar

Enfocándonos en las posibles interacciones entre estos campos de espín uno con campos del modelo estándar, nos damos cuenta de que solo pueden ser de norma  $U(1)_Y$  o de  $SU(3)_C$ , pero no de  $SU(2)_L$ . El caso más simple es considerar que se traten de singletes del modelo estándar. Además es importante recalcar que si los campos de materia oscura tuvieran cargas  $Y$  y  $C$ , ya se habrían observado efectos en mediciones de observables del modelo estándar, de alta precisión, que indicaran esta propiedad. No puede tener carga  $Y$ , pues no se trataría de materia *oscura*, y no puede tener carga  $C$ , pues interaccionaría fuertemente con la materia bariónica, efecto que no se observa.

Por otro lado, si existe más de un campo de materia oscura, ésta podrá tener interacciones de tipo vectorial con su mismo grupo de norma. Se asume una estructura de  $U(1)_D$  simple, cuyo efecto es proveer a los campos con “cargas oscuras”, las cuales distinguen la partícula de la antipartícula. De no existir esta distinción, es decir, si la partículas oscura fuera la misma que su antipartícula, existiría la posibilidad de decaer a partículas del modelo estándar directamente.

Tomando en cuenta que son singletes, éstos pueden interactuar con partículas del modelo estándar mediante operadores que se transforman como singletes de modelo estándar. La forma más general de esta interacción es

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{g_n}{\Lambda^{n-4}} \mathcal{O}_{SM} \mathcal{O}_{DM} \quad (5.1)$$

Donde  $\Lambda$  es la escala que compensa la dimensión,  $\mathcal{O}_{SM}$  son operadores singletes construidos con campos del modelo estándar y  $\mathcal{O}_{DM}$  los operadores singletes de modelo estándar construidos con campos de materia oscura, de espín uno.

El primer operador que es singlete del modelo estándar es  $B_{\mu\nu} = \cos\theta_W F_{\mu\nu} + \sin\theta_W Z_{\mu\nu}$ , un operador de dimensión 2, que es el tensor de esfuerzos del campo electromagnético. Un operador como este, en general, se transforma, ante el grupo  $SU(N)$ , de la siguiente manera,

$$B_{\mu\nu} \rightarrow U(x)B_{\mu\nu}U^{-1}(x) \quad (5.2)$$

En el caso en el que este operador es parte del grupo  $U(1)$ , es decir, en el caso del modelo estándar, esta transformación deja invariante al operador, por lo que se trata de un singlete. Otro operador que también es singlete del modelo estándar es  $\tilde{H}H$ , donde  $H$  es el doblete de  $SU(2)$  complejo, o campo de Higgs, y  $\tilde{H} = i\tau_2 H^*$  es el doblete de Higgs con carga “conjugada”. Por sí mismos, estos dobletes no son singletes, pero la combinación  $\tilde{H}H$  es precisamente el singlete de la descomposición  $2 \otimes 2 = 3 \oplus 1$  de  $SU(2)$ . Este tiene dimensión 2.

Se pueden escoger otras combinaciones como singletes del modelo estándar. Por ejemplo, los operadores de la forma  $\mathcal{O}L$ , donde  $L$  se refiere al campo izquierdo de los fermiones, y  $\mathcal{O} = \{\mathbb{I}, \gamma^\mu, \gamma^5, \gamma^\mu \gamma^5, \sigma^{\mu\nu}\}$ . Estos operadores son singletes (invariantes ante transformaciones del grupo  $SU(2)$ ), pero en cambio, estos tienen dimensión 3. Otras combinaciones tendrán dimensión mayor.

Por tanto, los operadores singletes de dimensión más baja (dimensión 2) que pueden construirse con campos del modelo estándar son

$$\mathcal{O}_{SM} = \{B_{\mu\nu}, \tilde{H}H, \dots\} \quad (5.3)$$

Para los campos de materia oscura de espín 1, los operadores de dimensión más baja son de la forma  $\bar{\Psi}\mathcal{O}\Psi$ , donde  $\mathcal{O}$  es una de las matrices de la base covariante. Los operadores que podemos formar y que sean invariantes de Lorentz, y tomando en cuenta la simetría de  $S^{\mu\nu}$  y  $C^{\mu\nu\alpha\beta}$ , son

$$\mathcal{L}_{int} = \tilde{H}H\bar{\Psi}(g_s\mathbb{I} + ig_P\chi)\Psi + g_t B^{\mu\nu}\bar{\Psi}M_{\mu\nu}\Psi \quad (5.4)$$

Luego de rompimiento espontáneo de simetría, el lagrangiano de interacción

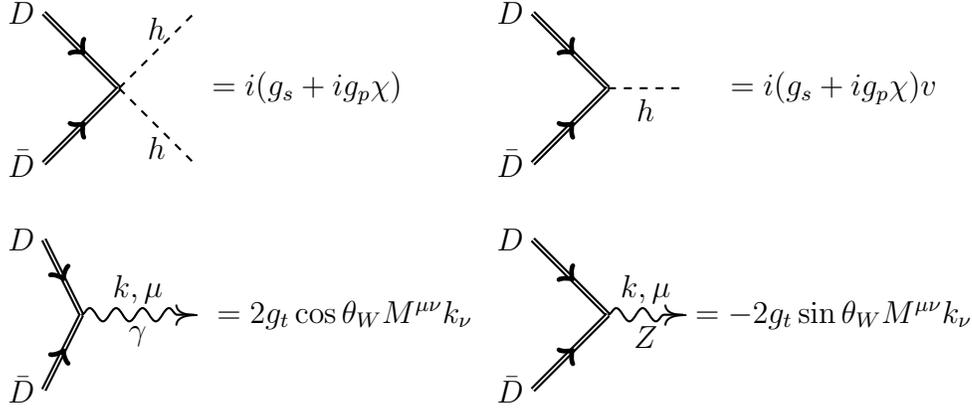


Figura 5.1 – Reglas de Feynman para la interacción entre materia oscura de espín 1,  $D$  y  $\bar{D}$ , y partículas del modelo estándar,  $h$ ,  $\gamma$  y  $Z$ .

entre los campos de materia oscura de espín 1 y el modelo estándar es

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{1}{2} \bar{\Psi} (g_s \mathbb{I} + ig_P \chi) \Psi (v + h)^2 + g_t \cos \theta_W \bar{\Psi} M_{\mu\nu} \Psi F^{\mu\nu} \quad (5.5)$$

$$-g_t \sin \theta_W \bar{\Psi} M_{\mu\nu} \Psi Z^{\mu\nu} \quad (5.6)$$

Donde  $h$  es el campo de Higgs,  $F^{\mu\nu}$  es el tensor de campo electromagnético, y  $Z^{\mu\nu}$  corresponde al tensor del campo  $Z$ .

Se utilizó la siguiente convención para el campo de Higgs después de rompimiento de simetría

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

Es importante notar que, de acuerdo con la Ec. (5.4), los campos de materia oscura interactúan directamente con el Higgs, el bosón  $Z$  y el fotón. Sin embargo, las interacciones no involucran las cargas débiles (por ser singletes de  $SU(2)_L$ ), y por ello el acoplamiento está ligado a los multipolos mayores de los campos de espín uno, y por lo tanto, no está contradiciendo la restricción observacional de la neutralidad electromagnética efectiva de la materia oscura.

Del lagrangiano, encontramos las reglas de Feynman que describen las interacciones de la materia oscura con las partículas del modelo estándar.

Donde  $g_t$ ,  $g_P$  y  $g_s$  son constantes de acoplamiento,  $v$  es el valor de expectación del campo de Higgs en el vacío, y  $\sin\theta_W$  es el seno del ángulo de Weinberg (o ángulo de mezcla débil).

Dependiendo del valor que tome  $M$ , la masa de la partícula de materia oscura, diversas transiciones son permitidas cinemáticamente. Por ejemplo, cuando  $M < M_Z/2$ , el proceso  $Z \rightarrow D\bar{D}$  es una posibilidad. De la misma forma, para  $M < M_H/2$ , el decaimiento  $H \rightarrow D\bar{D}$  es permitido. Además de eso, la aniquilación de partícula y antipartícula de materia oscura, en este modelo, da lugar a otras transiciones.

## 5.1 Decaimientos

### Decaimiento del Z a un par de partículas de materia oscura

La transición  $Z(k, \lambda) \rightarrow \bar{D}(p_1, \lambda_1)D(p_2, \lambda_2)$  puede ocurrir si  $M < M_Z/2$ . La amplitud del proceso puede calcularse directamente.

$$i\mathcal{M}_{Z \rightarrow D\bar{D}} = -i(2g_t \sin\theta_W) \bar{\mathcal{V}}(p_2) M_{\nu\beta}(p_1 + p_2)^\beta \mathcal{U}(p_1) \epsilon_\nu(k) \quad (5.7)$$

Para calcular el módulo de la amplitud al cuadrado, sumado sobre todas las polarizaciones, hacemos uso de la relación de completez en la Ec. (4.22).

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda, \lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{M}_{Z \rightarrow D\bar{D}}|^2 &= \frac{1}{3} (2g_t \sin\theta_W)^2 \left( -g^{\nu\lambda} + \frac{k^\nu k^\lambda}{M_Z^2} \right) \\ &\times \text{Tr} \left[ \left( \frac{S(p_2) + M^2}{2M^2} \right) M_{\nu\beta}(p_1 + p_2)^\beta \left( \frac{S(p_1) + M^2}{2M^2} \right) M_{\lambda\eta}(p_1 + p_2)^\eta \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

Donde  $\text{Tr}[\cdot]$ , la traza en el espacio de matrices  $6 \times 6$ . Utilizando las relaciones en Ecs. (4.10) y (4.14), se obtiene,

$$\sum_{\lambda, \lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{M}_{Z \rightarrow D\bar{D}}|^2 = \frac{2g_t^2 M_Z^2 \sin^2\theta_W}{3M^4} (M_Z^4 - 2M^2 M_Z^2 - 8M^4) \quad (5.9)$$

Finalmente, podemos obtener el ancho de decaimiento para este proceso,

$$\begin{aligned}
\Gamma_{Z \rightarrow D\bar{D}} &= \frac{|\vec{p}_1|}{8\pi M_Z^2} \left( \sum_{\lambda, \lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{M}_{Z \rightarrow \bar{D}D}|^2 \right) \\
&= \frac{\sqrt{M_Z^2 - 4M^2}}{16\pi M_Z^2} \left( \sum_{\lambda, \lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{M}_{Z \rightarrow \bar{D}D}|^2 \right) \\
&= \frac{g_t^2 \sin^2 \theta_W \sqrt{M_Z^2 - 4M^2}}{24\pi M^4} (M_Z^4 - 2M^2 M_Z^2 - 8M^4)
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Este ancho de decaimiento depende solamente de la constante de acoplamiento  $g_t$  y la masa de la partícula de materia oscura,  $M$ . Existe una restricción derivada de lo observado por el LHC respecto a la anchura invisible de decaimiento. El valor reportado en Ref. [16] es  $\Gamma_Z^{invisible} = 499.0 \pm 1.5 MeV$ , el cual incluye el decaimiento a un par de neutrino y antineutrino además de cualquier otros modos no detectados.

Podemos determinar la contribución del proceso  $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}$ ,

$$\Gamma_{Z \rightarrow \nu\bar{\nu}} = \sum_i \frac{1}{16\pi M_Z} \left( \sum_{\lambda, \lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{M}_{Z \rightarrow \bar{\nu}_i \nu_i}|^2 \right) = \frac{M_Z^3}{8\pi v^2} = \frac{\sqrt{2} G_F M_Z^3}{8\pi} = 497.64 MeV \tag{5.11}$$

Donde  $M_Z = 91.187 GeV$ , y el valor de la constante de Fermi es  $G_F = 1.16637887 \times 10^{-5} GeV^2$  [25], y con,

$$\sum_{\lambda, \lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{M}_{Z \rightarrow \bar{\nu}_i \nu_i}|^2 = \frac{2M_Z^4}{3v^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} G_F M_Z^4 \tag{5.12}$$

Entonces, la anchura del decaimiento de los modos invisibles del  $Z$ , sustrayendo la contribución del decaimiento a neutrinos, es,

$$\Gamma_{Z \rightarrow invisible} - \Gamma_{Z \rightarrow \nu\bar{\nu}} = 1.4 MeV \tag{5.13}$$

A partir de la Ec. (5.10), podemos encontrar un límite superior para el valor de  $g_t$ , usando el valor máximo que puede tomar  $\Gamma_{Z \rightarrow invisible} - \Gamma_{Z \rightarrow \nu\bar{\nu}}$ , de forma que,

$$g_t \leq \left[ \frac{(1.4)24\pi M^4}{\sin^2 \theta_W} \left( \sqrt{M_Z^2 - 4M^2} (-8M^4 - 2M^2 M_Z^2 + M_Z^4) \right)^{-1} \right]^{1/2} \tag{5.14}$$

Cabe recalcar que el ancho de decaimiento del  $Z$  no es despreciable comparado a su masa, y existe la posibilidad de que decaiga fuera de la capa de masa (*off-shell*), lo cual podría traer efectos a este resultado.

### Decaimiento de Higgs a un par de partículas de materia oscura

Siguiendo el mismo procedimiento, para el proceso  $H \rightarrow D\bar{D}$ , posible para valores de  $M \leq M_H/2$ , calculamos primeramente la amplitud,

$$i\mathcal{M}_{H \rightarrow D\bar{D}} = iv\bar{\mathcal{V}}(p_2)(g_S\mathbb{I} + ig_P\chi)\mathcal{U}(p_1) \quad (5.15)$$

El módulo de la amplitud al cuadrado, sumado sobre todas las polarizaciones, resulta

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda, \lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{M}_{H \rightarrow D\bar{D}}|^2 &= \frac{1}{3}v^2 \text{Tr} \left[ \left( \frac{S(p_2) + M^2}{2M^2} \right) (g_S\mathbb{I} + ig_P\chi) \left( \frac{S(p_1) + M^2}{2M^2} \right) (g_S\mathbb{I} + ig_P\chi) \right] \\ &= \frac{v^2}{6M^4} \left( g_S^2(6M^4 - 4M^2M_H^2 + M_H^4) + g_P^2M_H^2(M_H^2 - 4M^2) \right) \end{aligned} \quad (5.16)$$

Entonces, el ancho de decaimiento para este proceso es

$$\begin{aligned} \Gamma_{H \rightarrow D\bar{D}} &= \frac{|\vec{p}_1|}{8\pi M_H^2} \left( \sum_{\lambda, \lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{M}_{H \rightarrow D\bar{D}}|^2 \right) \\ &= \frac{\sqrt{M_H^2 - 4M^2}}{16\pi M_H^2} \left( \sum_{\lambda, \lambda_1, \lambda_2} |\mathcal{M}_{H \rightarrow D\bar{D}}|^2 \right) \\ &= \frac{v^2 \sqrt{M_H^2 - 4M^2}}{32\pi M^4 M_H^2} \left( g_P^2 M_H^2 (M_H^2 - 4M^2) + g_S^2 (6M^4 - 4M^2 M_H^2 + M_H^4) \right) \end{aligned} \quad (5.17)$$

La ancho total de decaimiento total del bosón de Higgs, reportada por Ref. [16], es de  $\Gamma_H = 4.07 \pm 4\% MeV$ . De éste, porcentaje que corresponde a decaimientos a modos invisibles ha sido el objetivo de búsqueda para los experimentos de ATLAS y CMS. ATLAS [26] observó que 25% corresponde al invisible, mientras que CMS [27] reportó el valor de 36%. El promedio repor-

tado por Ref. [16] es 28 %, con lo que el límite mayor del ancho de decaimiento del Higgs al invisible se considerará de  $\Gamma_{H \rightarrow invisible} = 1.14 \pm 0.04 MeV$ .

Considerando que  $g_P \approx g_S$ , encontramos el límite superior del valor de esta constante de acoplamiento con respecto al decaimiento invisible del Higgs, cuyo valor puede contener una parte atribuida a decaimientos a materia oscura.

$$g_P \approx g_S \leq \left[ \frac{(1.14)16\pi M_H^2 M^4}{v^2} \left( \sqrt{M_H^2 - 4M^2(3M^4 - 4M^2 M_H^2 + M_H^4)} \right)^{-1} \right]^{1/2} \quad (5.18)$$

Los límites encontrados para  $g_t$  y  $g_P$  solo dependen de  $M$ . Haciendo la comparación de las magnitudes de ambos acoplamientos, para  $M < M_Z/2$ , es apreciable que  $g_t$  es mucho mayor que  $g_P$ , mostrados en la Figura 5.2.

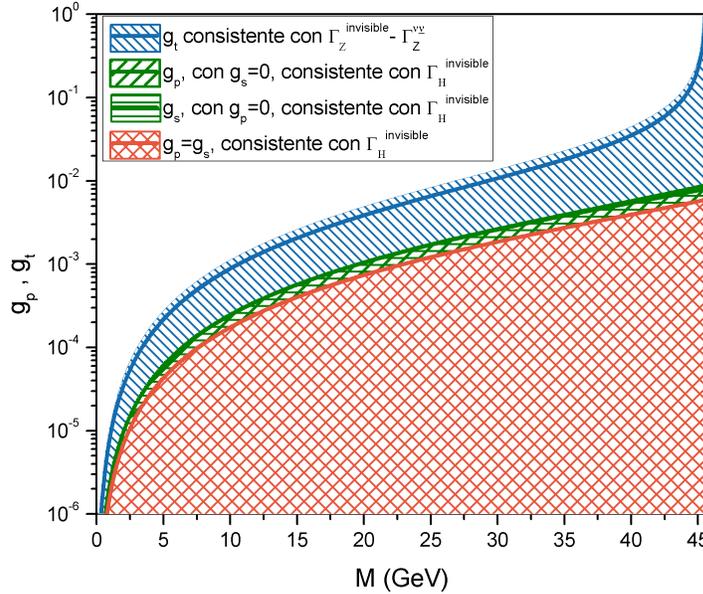


Figura 5.2 – Valores de  $g_t$  y  $g_P$  consistentes con  $\Gamma_{Z \rightarrow invisible}$  y  $\Gamma_{H \rightarrow invisible}$ , para  $M < M_Z/2$ .

## 5.2 Aniquilación de materia oscura a partículas del modelo estándar

Dependiendo del valor de  $M$ , el proceso de aniquilación también puede ocurrir. Los procesos admitidos se calculan a continuación.

### DM a fermiones

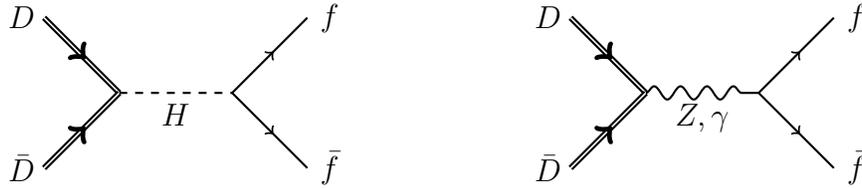


Figura 5.3 – Diagramas que contribuyen al proceso  $\bar{\mathcal{D}}(p_1)\mathcal{D}(p_2) \rightarrow \bar{f}(p_3)f(p_4)$ .

Se tienen tres contribuciones a la aniquilación de materia oscura a fermiones en este modelo. Las amplitudes obtenidas con las reglas de Feynman son las siguientes.

$$\begin{aligned}
 -i\mathcal{M}_H &= i \frac{m_f}{s - M_H^2} \bar{u}(p_3) v(p_4) \bar{\mathcal{V}}(p_2) (g_s I + i g_p \chi) \mathcal{U}(p_1), \\
 -i\mathcal{M}_\gamma &= \frac{4Q_f g_t M_W S_W C_W}{v s} \bar{u}(p_3) \gamma^\mu v(p_4) \bar{\mathcal{V}}(p_2) M_{\mu\beta} (p_1 + p_2)^\beta \mathcal{U}(p_1), \\
 -i\mathcal{M}_Z &= \frac{g_t M_Z S_W}{v(s - M_Z^2)} \bar{u}(p_3) \gamma^\mu (A + B\gamma_5) v(p_4) \bar{\mathcal{V}}(p_2) M_{\mu\beta} (p_1 + p_2)^\beta \mathcal{U}(p_1).
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Donde  $Q_f$  es la carga del fermión,  $A = 2T_3^f - 4Q_f \sin^2 \theta_W$ , y  $B = -2T_3^f$ , con  $T_3^f$  siendo el isospín débil del fermión correspondiente. El módulo de la amplitud al cuadrado, sumado sobre todas las polarizaciones, es

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}_{ff}|^2 = & \quad (5.20) \\
& - \frac{g_t^2 M_Z^2 S_W^2}{9M^4 v^2 (s - M_Z^2)^2} [4M^2 (A^2 + B^2) m_f^4 (4M^2 - s) \\
& + 4m_f^2 \cdot (4M^2 - s) (A^2 M^2 (2M^2 + s - t - u) + B^2 (2M^4 - M^2 (s + t + u) - s^2)) \\
& + (A^2 + B^2) (16M^8 - 4M^6 (s + 4(t + u)) + 4M^4 (t + u) (s + t + u) + M^2 (4s^3 - 2s(t^2 + u^2)) \\
& + s^2 ((t - u)^2 - s^2))] + \frac{8AC_W Q_f g_t^2 M_W M_Z S_W^2}{9M^4 s v^2 (s - M_Z^2)} [4M^2 m_f^2 (4M^2 - s) (2M^2 + s - t - u) \\
& + 4m_f^4 (4M^4 - M^2 s) + 16M^8 - 4M^6 (s + 4(t + u)) + 4M^4 (t + u) (s + t + u) + M^2 (4s^3 \\
& - 2s(t^2 + u^2)) + s^2 ((t - u)^2 - s^2)] + \frac{Am_f^2 g_s g_t M_Z S_W}{9M^4 v (s - M_H^2) (s - M_Z^2)} s (2M^2 - s) (t - u) \\
& - \frac{16C_W m_f^2 Q_f g_s g_t M_W S_W}{9M^4 v (s - m_H^2)} (2M^2 - s) (t - u) \\
& - \frac{16C_W^2 Q_f^2 g_t^2 M_W^2 S_W^2}{9M^4 s^2 v^2} [4M^2 m_f^2 (4M^2 - s) (2M^2 + s - t - u) + 4m_f^4 (4M^4 - M^2 s) \\
& + 16M^8 - 4M^6 (s + 4(t + u)) + 4M^4 (t + u) (s + t + u) + M^2 (4s^3 - 2s(t^2 + u^2)) \\
& + s^2 ((t - u)^2 - s^2)] + \frac{m_f^2}{9M^4 (s - M_H^2)^2} (s - 4m_f^2) [g_p^2 s (s - 4M^2) + g_s^2 (6M^4 - 4M^2 s + s^2)].
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Donde se ha usado la notación  $C_W = \cos\theta_W$  y  $S_W = \sin\theta_W$ .

### DM a par de bosones W

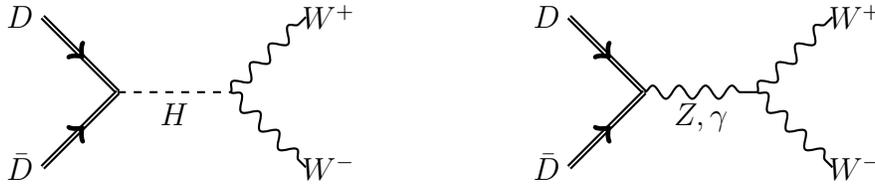


Figura 5.4 - Diagramas que contribuyen al proceso  $\overline{\mathcal{D}}(p_1)\mathcal{D}(p_2) \rightarrow W^+(p_3)W^-(p_4)$ .

Las amplitudes que contribuyen a este proceso son las siguientes.

$$i\mathcal{M}_H = i \frac{2M_W^2}{s - M_H^2} \epsilon_\mu^*(p_4) g^{\mu\nu} \epsilon_\nu(p_3) \bar{\mathcal{V}}(p_2) (g_s \mathbb{I} + i g_P \chi) \mathcal{U}(p_1) \quad (5.22)$$

$$i\mathcal{M}_\gamma = -i \frac{4M_W g_t \cos\theta_W \sin\theta_W}{vs} \epsilon_\alpha^*(p_4) (-g^{\alpha\beta} (p_3 - p_4)_\mu + g^{\beta\mu} (2p_3 + p_4)_\alpha) \quad (5.23)$$

$$- g^{\mu\alpha} (2p_4 + p_3)_\beta \epsilon_\beta(p_3) \bar{\mathcal{V}}(p_2) M_{\nu\beta}(p_1 + p_2)^\beta \mathcal{U}(p_1)$$

$$i\mathcal{M}_Z = -i \frac{4M_W g_t \sin\theta_W \cos\theta_W}{v(s - M_Z^2)} \epsilon_\alpha^*(p_4) (-g^{\alpha\beta} (p_3 - p_4)_\mu + g^{\beta\mu} (2p_3 + p_4)_\alpha) \quad (5.24)$$

$$- g^{\mu\alpha} (2p_4 + p_3)_\beta \epsilon_\beta(p_3) (g^{\mu\nu} - \frac{(p_1 + p_2)^\mu (p_1 + p_2)^\nu}{M_Z^2}) \bar{\mathcal{V}}(p_2) M_{\nu\beta}(p_1 + p_2)^\beta \mathcal{U}(p_1)$$

$$|\mathcal{M}_{D\bar{D} \rightarrow W^+ W^-}|^2 = \frac{1}{9} \sum_{pol} (\mathcal{M}_H + \mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z) (\mathcal{M}_H + \mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z)^\dagger = \quad (5.25)$$

$$\frac{1}{2M^4} \left[ \frac{g_t^2 q^2 \cos^2 \theta_W}{s^2 M_W^4} (128M_W^2 (s - 4M_W^2) M^8 - 32M_W^2 (4M_W^2 - s) (8M_W^2 - s - 4(t + u)) M^6 \right.$$

$$- 4(4M_W^2 - s) (32M_W^6 - 4(s + 8(t + u)) M_W^4 + 4(s^2 + 2(t + u)s + 2(t + u)^2) M_W^2 + s^3) M^4 + 11u^2$$

$$+ 10tu) M_W^4 + s(128M_W^8 + 16(s - 8(t + u)) M_W^6 + 4(-31s^2 + 8(t + u)s + 11t^2 + 4s(8s^2 - 3t^2$$

$$- 3u^2 - 2tu) M_W^2 + s^2((t - u)^2 - s^2)) M^2 - s^2(-4(8s^2 - 3(t - u)^2) M_W^4$$

$$+ 4s(2s^2 - (t - u)^2) M_W^2 + s^2(t - u)^2) + \frac{2g_t^2 q^2 \cos^2 \theta_W}{s M_W^4 (s - M_Z^2)} (-16M_W^2 (s - 4M_W^2) M^8$$

$$+ 4(4M_W^2 - s) (8M_W^2 - s - 4(t + u)) M_W^2 M^6 + 4(4M_W^2 - s) (4M_W^6 + 4(s - t - u) M_W^4$$

$$+ (-4s^2 + (t + u)s + (t + u)^2) M_W^2 + 2s^3) M^4 - 2s(8M_W^8 + 2(5s - 4(t + u)) M_W^6$$

$$+ (-19s^2 + 2(t + u)s + 5t^2 + 5u^2 - 2tu) M_W^4 + s(8s^2 - 3t^2 - 3u^2 + 4tu) M_W^2 + s^2((t - u)^2 - s^2)) M^2$$

$$+ s^2((6(t - u)^2 - 4s^2) M_W^4 + s(s^2 - 5(t - u)^2) M_W^2 + 2s^2(t - u)^2)$$

$$+ \frac{g_t^2 q^2 \cos^2 \theta_W}{M_W^4 (s - M_Z^2)^2} (-128M_W^2 (s - 4M_W^2) M^8 + 32(4M_W^2 - s) (8M_W^2 - s - 4(t + u)) M_W^2 M^6$$

$$+ 4(4M_W^2 - s) (32M_W^6 - 4(s + 8(t + u)) M_W^4 + 4(s^2 + 2(t + u)s + 2(t + u)^2) M_W^2 + s^3) M^4$$

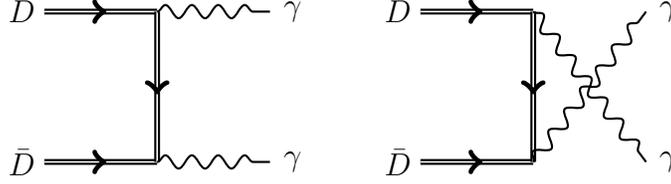
$$- s(128M_W^8 + 16(s - 8(t + u)) M_W^6 + 4(-31s^2 + 8(t + u)s + 11t^2 + 11u^2 + 10tu) M_W^4$$

$$+ 4s(8s^2 - 3t^2 - 3u^2 - 2tu) M_W^2 + s^2((t - u)^2 - s^2)) M^2 + s^2(-4(8s^2 - 3(t - u)^2) M_W^4$$

$$+ 4s(2s^2 - (t - u)^2) M_W^2 + s^2(t - u)^2)$$

$$\left. + \frac{(12M_W^4 - 4sM_W^2 + s^2)}{(s - M_H^2)^2} (g_P^2 (s - 4M^2) s + g_S^2 (6M^4 - 4sM^2 + s^2)) \right]$$

## DM a par de fotones

Figura 5.5 – Diagramas que contribuyen al proceso  $\bar{\mathcal{D}}(p_1)\mathcal{D}(p_2) \rightarrow \gamma(p_3)\gamma(p_4)$ .

Las amplitudes correspondientes son,

$$i\mathcal{M}_{\gamma,t} = i\frac{4g_t^2\cos^2\theta_W}{t-M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2)M_{\nu\beta}(p_4)^\beta \right] \left( \frac{S(p_1-p_3)-t+2M^2}{2M^2} \right) \left[ M_{\mu\alpha}(p_3)^\alpha \mathcal{U}(p_1) \right] \eta_\mu(p_3)\eta_\nu(p_4) \quad (5.26)$$

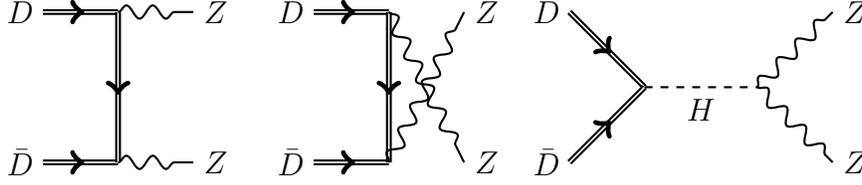
$$i\mathcal{M}_{\gamma,u} = i\frac{4g_t^2\cos^2\theta_W}{u-M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2)M_{\mu\alpha}(p_4)^\alpha \right] \left( \frac{S(p_1-p_4)-u+2M^2}{2M^2} \right) \left[ M_{\nu\beta}(p_3)^\beta \mathcal{U}(p_1) \right] \eta_\mu^*(p_3)\eta_\nu^*(p_4) \quad (5.27)$$

El módulo de la amplitud completa al cuadrado, sumado sobre todas las polarizaciones, es

$$|\mathcal{M}_{D\bar{D}\rightarrow\gamma\gamma}|^2 = \frac{1}{9} \sum_{pol} (\mathcal{M}_{\gamma,t} + \mathcal{M}_{\gamma,u})(\mathcal{M}_{\gamma,t} + \mathcal{M}_{\gamma,u})^\dagger = \quad (5.28)$$

$$\frac{2\cos^4\theta_W g_t^4}{M^8(M^2-t)^2(M^2-u)^2} (4M^{16} - 4M^{14}(16s + 5(t+u)) + M^{12}(32s^2 + 164s(t+u) + 11t^2 + 140tu + 11u^2) - 2M^{10}(6s^3 + 30s^2(t+u) + 3s(25t^2 + 68tu + 25u^2) - 19t^3 + 108t^2u + 108tu^2 - 19u^3) + M^8(4s^4 + 20s^3(t+u) + 6s^2(7t^2 + 20tu + 7u^2) + s(58t^3 + 358t^2u + 358tu^2 + 58u^3) - 55t^4 + 72t^3u + 436t^2u^2 + 72tu^3 - 55u^4) - 2M^6(3s^4(t+u) + 4s^3(t^2 + 4tu + u^2) + s^2(8t^3 + 44t^2u + 44tu^2 + 8u^3) + s(4t^4 + 65t^3u + 146t^2u^2 + 65tu^3 + 4u^4) - 13t^5 - 31t^4u + 140t^3u^2 + 140t^2u^3 - 31tu^4 - 13u^5) + M^4(s^4(2t^2 + 9tu + 2u^2) + 12s^3tu(t+u) + 4s^2(t^4 + 8t^3u + 15t^2u^2 + 8tu^3 + u^4) + 4stu(4t^3 + 23t^2u + 23tu^2 + 4u^3) - 4t^6 - 45t^5u + 33t^4u^2 + 222t^3u^3 + 33t^2u^4 - 45tu^5 - 4u^6) - M^2tu(3s^4(t+u) + 4s^3tu + 8s^2(t^3 + 2t^2u + 2tu^2 + u^3) + 4stu(2t^2 + 5tu + 2u^2) - 7t^5 - 19t^4u + 52t^3u^2 + 52t^2u^3 - 19tu^4 - 7u^5) + t^2u^2(s^4 + 4s^2(t^2 + u^2) - 3(t^4 - 4t^2u^2 + u^4)))$$

## DM a par de bosones Z

Figura 5.6 – Diagramas que contribuyen al proceso  $\bar{\mathcal{D}}(p_1)\mathcal{D}(p_2) \rightarrow Z(p_3)Z(p_4)$ .

Las amplitudes correspondientes a los diagramas que contribuyen a la transición  $\bar{\mathcal{D}}(p_1)\mathcal{D}(p_2) \rightarrow Z(p_3)Z(p_4)$  son,

$$i\mathcal{M}_{Z,t} = -i\frac{4g_t^2 \sin^2\theta_W}{t - M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2)M_{\alpha\beta}(p_4)^\alpha \right] \left( \frac{S(p_1 - p_3) - t + 2M^2}{2M^2} \right) \left[ M_{\mu\nu}(p_3)^\mu \mathcal{U}(p_1) \right] \epsilon_\nu^*(p_3)\epsilon_\beta^*(p_4) \quad (5.29)$$

$$i\mathcal{M}_{Z,u} = -i\frac{4g_t^2 \sin^2\theta_W}{u - M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2)M_{\mu\nu}(p_4)^\mu \right] \left( \frac{S(p_1 - p_4) - u + 2M^2}{2M^2} \right) \left[ M_{\alpha\beta}(p_3)^\alpha \mathcal{U}(p_1) \right] \epsilon_\nu^*(p_3)\epsilon_\beta^*(p_4) \quad (5.30)$$

$$i\mathcal{M}_H = i\frac{2M_Z^2}{s - M_H^2} \epsilon_\mu^*(p_4)g^{\mu\nu}\epsilon_\nu(p_3)\bar{\mathcal{V}}(p_2)(g_s\mathbb{I} + ig_P\chi)\mathcal{U}(p_1) \quad (5.31)$$

Debido al tamaño de las expresiones, de ahora en adelante, el módulo de la amplitud completa al cuadrado, sumado sobre todas las polarizaciones, se presenta en **Anexos**.

## DM a par de Higgs



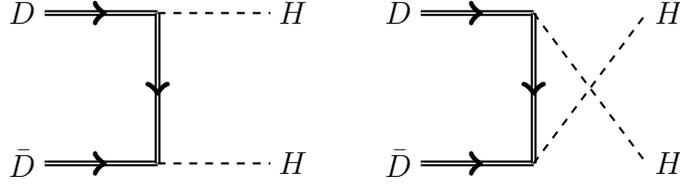


Figura 5.7 – Diagramas que contribuyen al proceso  $\bar{\mathcal{D}}(p_1)\mathcal{D}(p_2) \rightarrow H(p_3)H(p_4)$ .

Las amplitudes correspondientes a los diagramas que contribuyen a la transición se muestran a continuación. El módulo de la amplitud completa al cuadrado, sumado sobre todas las polarizaciones, se encuentra en **Anexos**.

$$i\mathcal{M}_H = i\bar{\mathcal{V}}(p_2)(g_S\mathbb{I} + ig_P\chi)\mathcal{U}(p_1) \quad (5.32)$$

$$i\mathcal{M}_{HH} = i\frac{3M_H^2}{s - M_H^2}\bar{\mathcal{V}}(p_2)(g_S\mathbb{I} + ig_P\chi)\mathcal{U}(p_1) \quad (5.33)$$

$$i\mathcal{M}_{H,t} = -i\frac{v^2}{t - M^2}\left[\bar{\mathcal{V}}(p_2)(g_S\mathbb{I} + ig_P\chi)\right]\left(\frac{S(p_1 - p_3) - t + 2M^2}{2M^2}\right)\left[(g_S\mathbb{I} + ig_P\chi)\mathcal{U}(p_1)\right] \quad (5.34)$$

$$i\mathcal{M}_{H,u} = -i\frac{v^2}{u - M^2}\left[\bar{\mathcal{V}}(p_2)(g_S\mathbb{I} + ig_P\chi)\right]\left(\frac{S(p_1 - p_4) - u + 2M^2}{2M^2}\right)\left[(g_S\mathbb{I} + ig_P\chi)\mathcal{U}(p_1)\right] \quad (5.35)$$

### DM a $H\gamma$

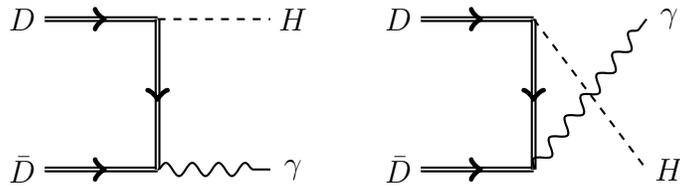


Figura 5.8 – Diagramas que contribuyen al proceso  $\bar{\mathcal{D}}(p_1)\mathcal{D}(p_2) \rightarrow H(p_3)\gamma(p_4)$ .

Las amplitudes correspondientes a los diagramas que contribuyen a la transición se muestran a continuación. El módulo de la amplitud completa al cuadrado, sumado sobre todas las polarizaciones, se encuentra en **Anexos**.

$$i\mathcal{M}_{H\gamma,t} = -i\frac{2g_t v \cos\theta_W}{t - M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2) M_{\nu\beta}(p_4)^\beta \right] \left( \frac{S(p_1 - p_3) - t + 2M^2}{2M^2} \right) \left[ (g_S \mathbb{I} + i g_P \chi) \mathcal{U}(p_1) \right] \epsilon_\nu^*(p_3) \quad (5.36)$$

$$i\mathcal{M}_{H\gamma,u} = -i\frac{2g_t v \cos\theta_W}{u - M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2) (g_S \mathbb{I} + i g_P \chi) \right] \left( \frac{S(p_1 - p_4) - u + 2M^2}{2M^2} \right) \left[ M_{\nu\beta}(p_4)^\beta \mathcal{U}(p_1) \right] \epsilon_\nu(p_3) \quad (5.37)$$

### DM a HZ

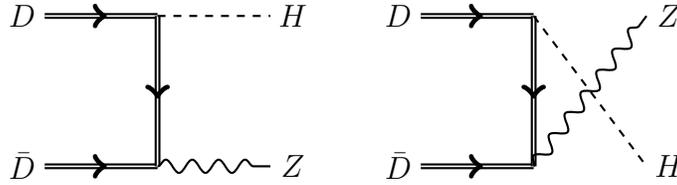


Figura 5.9 – Diagramas que contribuyen al proceso  $\bar{\mathcal{D}}(p_1)\mathcal{D}(p_2) \rightarrow H(p_3)Z(p_4)$ .

Las amplitudes correspondientes a los diagramas que contribuyen a la transición se muestran a continuación. El módulo de la amplitud completa al cuadrado, sumado sobre todas las polarizaciones, se encuentra en **Anexos**.

$$i\mathcal{M}_{HZ,t} = -i\frac{2g_t v \cos\theta_W}{t - M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2) M_{\nu\beta}(p_4)^\beta \right] \left( \frac{S(p_1 - p_3) - t + 2M^2}{2M^2} \right) \left[ (g_S \mathbb{I} + i g_P \chi) \mathcal{U}(p_1) \right] \epsilon_\nu^*(p_3) \quad (5.38)$$

$$i\mathcal{M}_{HZ,u} = -i\frac{2g_t v \cos\theta_W}{u - M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2) (g_S \mathbb{I} + i g_P \chi) \right] \left( \frac{S(p_1 - p_4) - u + 2M^2}{2M^2} \right) \left[ M_{\nu\beta}(p_4)^\beta \mathcal{U}(p_1) \right] \epsilon_\nu(p_3) \quad (5.39)$$

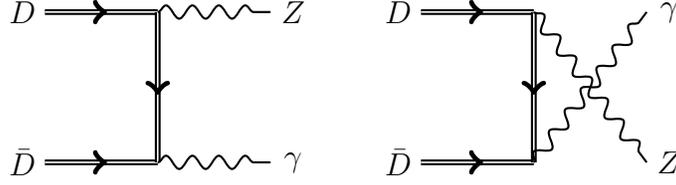
DM a  $Z\gamma$ 

Figura 5.10 – Diagramas que contribuyen al proceso  $\bar{D}(p_1)\mathcal{D}(p_2) \rightarrow Z(p_3)\gamma(p_4)$ .

Las amplitudes correspondientes a los diagramas que contribuyen a la transición se muestran a continuación. El módulo de la amplitud completa al cuadrado, sumado sobre todas las polarizaciones, se encuentra en **Anexos**.

$$i\mathcal{M}_{Z\gamma,t} = -i \frac{4g_t^2 \sin\theta_W \cos\theta_W}{t - M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2) M_{\alpha\beta}(p_4)^\beta \right] \left( \frac{S(p_1 - p_3) - t + 2M^2}{2M^2} \right) \quad (5.40)$$

$$\times \left[ M_{\mu\nu}(p_3)^\nu \mathcal{U}(p_1) \right] \epsilon_\mu^*(p_3) \epsilon_\alpha^*(p_4)$$

$$i\mathcal{M}_{Z\gamma,u} = -i \frac{4g_t^2 \sin\theta_W \cos\theta_W}{u - M^2} \left[ \bar{\mathcal{V}}(p_2) M_{\mu\nu}(p_3)^\nu \right] \left( \frac{S(p_1 - p_4) - u + 2M^2}{2M^2} \right) \quad (5.41)$$

$$\times \left[ M_{\alpha\beta}(p_4)^\beta \mathcal{U}(p_1) \right] \epsilon_\mu^*(p_3) \epsilon_\alpha^*(p_4)$$



# Capítulo 6

## Densidad reliquia para valores de $M < M_Z/2$

Ahora que tenemos lo necesario para calcular la densidad reliquia en el caso de materia oscura descrita como campos de espín uno, podemos considerar inicialmente que  $M < M_Z/2$ . En este caso, las transiciones permitidas cinemáticamente para DM, que involucran interacciones con partículas del modelo estándar, son las siguientes.

- $Z \rightarrow D\bar{D}$ .
- $H \rightarrow D\bar{D}$ .
- $D\bar{D} \rightarrow \gamma\gamma$ .
- $D\bar{D} \rightarrow f\bar{f}$ , para  $m_f < M < M_Z/2$ .

En el cálculo de  $\langle\sigma v\rangle$ , se involucran las últimas dos transiciones. Usando la Ec. (3.61) para expandir ésta hasta los primeros dos órdenes, obtenemos las siguientes contribuciones a  $\langle\sigma v\rangle$ , donde  $S_W$  y  $C_W$  es como se denota a  $\sin\theta_W$  y  $\cos\theta_W$ , respectivamente.

$$\begin{aligned}\langle\sigma v\rangle_{f\bar{f}} &\simeq a + b/x \\ \langle\sigma v\rangle_{\gamma\gamma} &\simeq \frac{\cos^4\theta_W g_t^4}{36\pi M^2 x} (58x + 365)\end{aligned}\tag{6.1}$$

Donde,

$$\begin{aligned}
a &= N_f \frac{m_f^2 g_S^2 (M^2 - m_f^2)^{3/2}}{12\pi M^3 (M_H^2 - 4M^2)^2} \tag{6.2} \\
b &= \frac{N_f \sqrt{M^2 - m_f^2}}{864\pi M^5} \left( \frac{96M^4 g_t^2 M_Z^2 S_W^2 ((A^2 - 2B^2)m_f^2 + 2M^2(A^2 + B^2))}{v^2 (M_Z^2 - 4M^2)^2} \right. \\
&+ \frac{192AM^2 C_W Q_f g_t^2 M_W M_Z S_W^2 (m_f^2 + 2M^2)}{v^2 (M_Z^2 - 4M^2)} + \frac{96C_W^2 Q_f^2 g_t^2 M_W^2 S_W^2 (m_f^2 + 2M^2)}{v^2} \\
&- \frac{6M^2 m_f^2 (8g_p^2 (4M^2 - M_H^2)(M^2 - m_f^2) + g_s^2 (-8m_f^2 (M^2 - M_H^2) - 11M^2 M_H^2 + 20M^4))}{(M_H^2 - 4M^2)^3} \\
&\left. - \frac{9M^2 m_f^2 g_s^2 (4M^2 - 5m_f^2)}{(M_H^2 - 4M^2)^2} \right)
\end{aligned}$$

Donde  $N_f = 3$  para quarks y  $N_f = 1$  para fermiones. Hemos de sumar las contribuciones de todos los fermiones cinemáticamente permitidos, es decir, para  $m_f \leq M$ . Entonces,  $\langle \sigma v \rangle$  para  $M < M_Z/2$  es,

$$\langle \sigma v \rangle = \langle \sigma v \rangle_{\gamma\gamma} + \sum_{m_f \leq M} \langle \sigma v \rangle_{f\bar{f}} \tag{6.3}$$

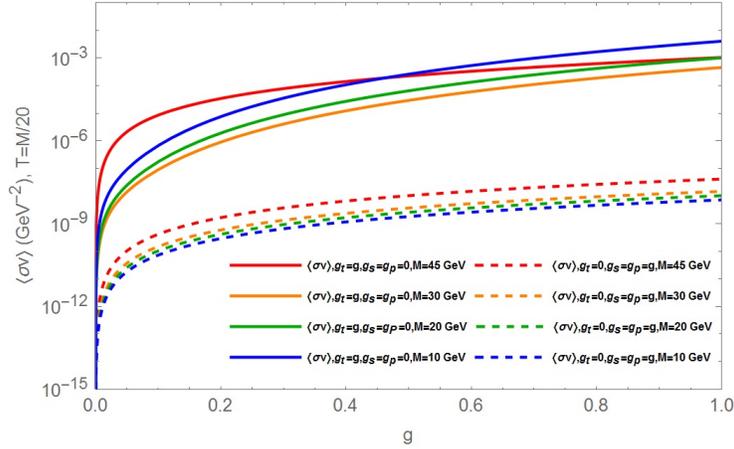


Figura 6.1 – Gráficas de  $\langle\sigma v\rangle$  y las contribuciones de  $g_t$  (línea continua) y de  $g_P, g_S$  (línea discontinua) para valores de  $M = 45, 30, 20$  y  $10$  GeV, con  $T = M/20$  (se tomó  $M/T = 20$  como valor típico, pero las curvas no cambian de manera considerable con valores distintos de  $M/T$ ). Se puede apreciar que la contribución del portal de espín (contribución de  $g_t$ ) es mayor que la del portal de Higgs (contribución de  $g_S, g_P$ ). Es importante recordar que el resultado de la sección 5.1 indica que, además, el valor de los acoplamientos del portal de Higgs son potencialmente mucho menores que los del portal de espín, por lo que es justificado considerar  $g_S \approx g_P \ll g_t$ .

Como se estableció en la sección 5.1, para valores  $M < M_Z/2$ , la contribución más importante viene del acoplamiento  $g_t$ . Graficando  $\langle\sigma v\rangle$  que podemos asumir que  $g_P \approx g_S \ll g_t$ , y omitir la contribución de  $g_P, g_S$  para el cálculo. La expresión para  $\langle\sigma v\rangle$  en estas condiciones, es la siguiente.

$$\begin{aligned}
\langle \sigma v \rangle = & \frac{\cos^4 \theta_W g_t^4}{36\pi M^2 x} (58x + 365) \\
& + \sum_f N_f \left[ \frac{m_f^2 g_s^2 (M^2 - m_f^2)^{3/2}}{12\pi M^3 (M_H^2 - 4M^2)^2} \right. \\
& \frac{\sqrt{M^2 - m_f^2}}{864\pi M^5} \left( \frac{96M^4 g_t^2 M_Z^2 S_W^2 ((A^2 - 2B^2)m_f^2 + 2M^2(A^2 + B^2))}{v^2 (M_Z^2 - 4M^2)^2} \right. \\
& + \frac{192AM^2 C_W Q_f g_t^2 M_W M_Z S_W^2 (m_f^2 + 2M^2)}{v^2 (M_Z^2 - 4M^2)} + \frac{96C_W^2 Q_f^2 g_t^2 M_W^2 S_W^2 (m_f^2 + 2M^2)}{v^2} \\
& - \frac{6M^2 m_f^2 (8g_p^2 (4M^2 - M_H^2)(M^2 - m_f^2) + g_s^2 (-8m_f^2 (M^2 - M_H^2) - 11M^2 M_H^2 + 20M^4))}{(M_H^2 - 4M^2)^3} \\
& \left. \left. - \frac{9M^2 m_f^2 g_s^2 (4M^2 - 5m_f^2)}{(M_H^2 - 4M^2)^2} \right) \right]
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Como podemos apreciar en la Fig. 6.1, el valor de  $\langle \sigma v \rangle$  no varía tanto conforme aumenta  $M$  como lo hace al variar el valor de  $g_t$ . Ahora, utilizando la Ec. (3.46), podemos encontrar  $Y(x)$  considerando la Ec. (6.4). En efecto, puede observarse como  $Y(x)$  comienza a desviarse de  $Y_{EQ}(x)$ . La gráfica para distintos valores de  $M$  y  $g_t$  de  $Y(x)$ , se presenta en la Fig. 6.2.

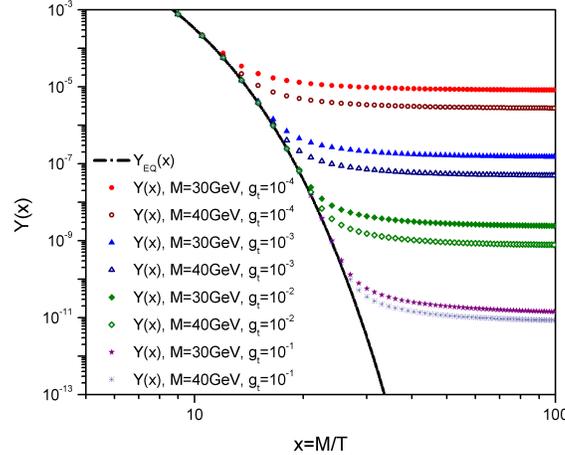


Figura 6.2 – Gráfica de la solución de la ecuación de Boltzmann, Ec. (3.46), para distintos valores de  $M$  y  $g_t$ .

Procedemos a calcular  $\Omega_{DM} h^2$  a través de la Ec. (3.50), la cual solo depende

de  $M$  y  $g_t$ . Para ello, tenemos que encontrar el valor de  $x_f(g_t, M)$ , resolviendo la Ec. (3.51). En la Fig. 6.3 se muestra el valor correspondiente de  $x_f$  para distintos valores de  $g_t$ , en función de  $M$ . Para tal efecto se utilizó un promedio de  $g_*(T)$ , a manera de facilitar el uso de la función en cálculos posteriores. Para hacer el promedio, se consideró que la temperatura de desacoplamiento máxima esperada es de  $T_f \leq (M_Z/2)/20 = 2.27\text{GeV}$ . Entonces,  $g_* \simeq (289 + 247 + 205 + 69 + 57 + 43 + 29)/(7*4)$ , es decir,  $g_* \simeq 33$ . En la Fig. 6.3 se muestra el valor de  $x_f$  para distintos valores de  $g_t$ , en función de  $M$ , usando la forma promediada de  $g_*$  y la forma explícita. Se puede apreciar que la diferencia entre ambos es despreciable, por lo que usar la forma promedio de  $g_*$  en el cálculo de  $x_f$  se considera una buena aproximación.

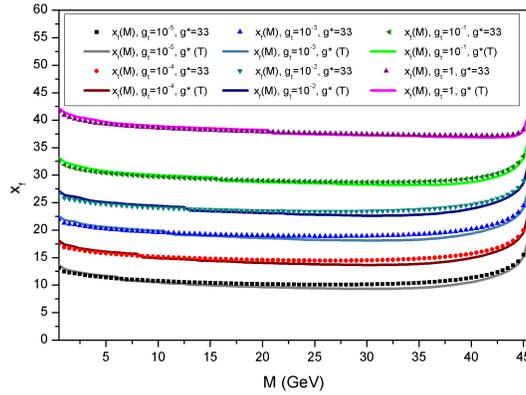


Figura 6.3 – Valor de  $x_f$  para  $g_t = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$  y 1, en función de  $M$ , obtenidos al resolver la Ec. (3.51). Para tal efecto se utilizó el promedio de  $g_*(T) \simeq 33$ , cuyo resultado se muestra en forma de puntos de la gráfica, mientras que la  $x_f$  resultante de usar la forma explícita de  $g_*(T)$  (ver Anexo), se representa como líneas continuas.

Comparando con la condición de  $\Omega_{DM}h^2 = 0.1186 \pm 0.0020$  que discutimos en el segundo capítulo, y utilizando los valores de  $x_f$  obtenidos (ver Fig. 6.3), podemos encontrar el valor que debe tener  $g_t$  para que se cumpla la condición, en función del valor de  $M$ . En este caso se utilizó la forma explícita de  $g_*(T)$ . En la Fig. 6.4 se comparan los valores de  $g_t$  consistentes con la condición de la densidad reliquia con los valores de  $g_t$  determinados a partir de la restricción de  $\Gamma_{Z \rightarrow invisible}$  que discutimos en el capítulo 5. Se encuentra que hay una región en la que estas condiciones se cumplen simultáneamente, lo cual indica un límite

a las masas inferior, que prohíbe valores de  $M$  menores de 43.03 GeV. El valor que toma  $g_t$  es de 0.070 en este caso, tomando un valor alrededor de 0.007 en el límite  $M \simeq M_Z/2$ .

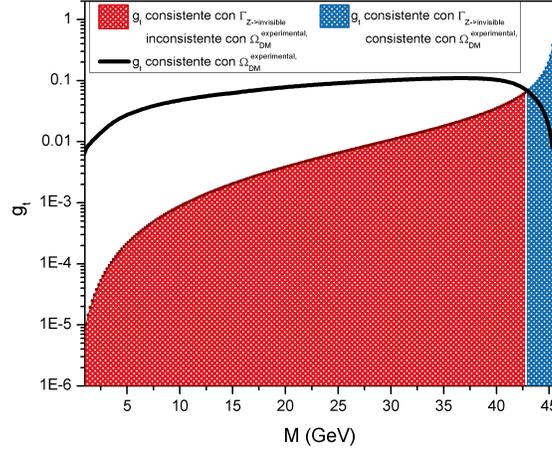


Figura 6.4 – Valores permitidos para  $g_t$  en base al valor experimental de  $\Omega_{DM}$  para cada valor de  $M$ , representados por la línea negra continua. El área coloreada son los valores que puede tomar  $g_t$  para que sean consistentes con el valor de  $\Gamma_{Z \rightarrow \text{invisible}}$ . En rojo están los valores que, aunque consistentes con el valor de  $\Gamma_{Z \rightarrow \text{invisible}}$ , no lo son con el valor experimental de  $\Omega_{DM}$ , mientras que en azul están los que son consistentes con ambas condiciones.

Es interesante hacer la comparación del acoplamiento  $g_t$  con  $\alpha_W$ , el acoplamiento de la escala electrodébil. En el caso de las interacciones electrodébiles,  $\alpha_W = \frac{g_W^2}{4\pi} = 0.03283$ , mientras que para campos de materia oscura de espín uno en esta escala, para  $M > 43 \text{ GeV}$ ,  $\alpha_{DM} = \frac{g_t^2}{4\pi}$  es del orden de  $10^{-4}$ , que es del orden y menor que  $\alpha_W$ , lo cual es consistente con la filosofía de las teorías efectivas. En otras palabras, de ser así, los efectos de materia oscura deberían aparecer a la escala de la fuerza electrodébil. Recordemos que las interacciones, presentadas en el capítulo 5, son de dimensión cuatro, por lo que no requieren de una compensación por medio de un factor de escala  $\Lambda$ , y en este caso, no nos indican la magnitud de esta escala.

En el capítulo 3 se mostró la forma de obtener la densidad reliquia,  $\Omega_{DM}$ . Se mencionó que en la literatura es común omitir el valor de  $Y_f$  en el cálculo. En este caso, el valor obtenido para  $Y_0$  es diez veces más pequeño que  $Y_f$ . Tomando esto en cuenta, la diferencia en el valor de la densidad reliquia que obtenemos

al omitir este factor es del 10 %. Sin embargo, nuestro objetivo es encontrar los valores de  $g_t$  que satisfacen la condición de la densidad reliquia para un valor de  $M$ , y una diferencia del 10 % no es significativa para este propósito. En realidad, si consideramos esta diferencia, el resultado es un límite inferior de  $M \leq 43.11$  GeV, con  $g_t$  de 0.072, lo cual no difiere considerablemente del resultado. Sin embargo, sería necesario incluir el valor específico de  $Y_f$  si se pretenden encontrar resultados más precisos.



# Capítulo 7

## Conclusiones y perspectivas

En este trabajo se consideró la posibilidad de que la materia oscura puede ser descrita como una partícula de espín uno, cuyo campo se transforma en la representación  $(1, 0) \oplus (0, 1)$  del Grupo Homogéneo de Lorentz. Se asumió el caso más simple, en que el campo es un singlete del modelo estándar, con lo cual, no tiene cargas fuertes o electrodébiles. La teoría efectiva al orden mas bajo contiene tres operadores de dimensión cuatro, dos de ellos dan un portal de Higgs y el tercero acopla al fotón y al bosón  $Z$  con los multipolos mas altos (dipolo magnético y cuadrupolo eléctrico) de la materia oscura, mecanismo que denominamos *portal de espín* para la materia oscura.

Usando las reglas de Feynman del lagrangiano efectivo, se hace el cálculo de distintos procesos entre materia oscura y partículas del modelo estándar. Para masas de la materia oscura en el rango  $M < M_Z/2$  los decaimientos del bosón  $Z$  y el Higgs a un par partícula-antipartícula de materia oscura son permitido por la cinemática y contribuyen a las anchuras invisibles de estas partículas de los que se dispone información experimental. En este trabajo calculamos las predicciones del formalismo para estas anchuras y usando los datos experimentales ponemos cotas superiores a los correspondientes acoplamientos, que dependen del valor de la masa de la materia oscura.

Por otro lado, los procesos de aniquilación en dos fotones o en un par fermión-antifermión pueden ocurrir si el par aniquilado tiene suficiente energía. Especialmente, estos procesos son relevantes en el mecanismo de desacoplamiento de la materia oscura del plasma cósmico del universo en su etapa temprana, que dio lugar a la densidad reliquia que ha sido medida experimentalmente. Encontramos que la contribución en la función  $\langle\sigma v\rangle$  del portal de

Higgs es despreciable en comparación a la contribución del portal de espín. En este trabajo calculamos estos procesos, resolvemos la ecuación de Boltzman que describe la evolución de la densidad de número de partículas comóvil, y mostramos que el formalismo puede describir el desacoplamiento de la materia oscura, que ocurre en el régimen no-relativista  $T \ll M$ . Usando estas soluciones que se obtienen mediante una expansión no-relativista de las correspondientes secciones eficaces, calculamos la densidad reliquia de materia oscura, para masas de la partícula de materia oscura menores que la mitad de la masa del bosón  $Z$ . En esta región, los procesos involucrados son la aniquilación a pares de fermiones con  $m_f < M$  y la aniquilación a un par de fotones. Al comparar la densidad reliquia obtenida con el valor reportado en [16], obtenemos un conjunto de valores  $g_t, M$  que describen apropiadamente la densidad reliquia medida, donde  $g_t$  es el acoplamiento del portal de espín. Sin embargo, comparando con las restricción derivada del ancho invisible del bosón  $Z$ , se concluye que el valor de  $M$  no debe ser menor de  $42.9 \text{ GeV}$ , lo cual implica un límite inferior a la masa  $43.03 \text{ GeV} < M$ . Para ser consistente con la densidad reliquia, a estos valores de masa, el valor del acoplamiento es  $g_t \approx .070$ .

El siguiente paso sería considerar la región  $M > M_Z/2$  en cuyo caso se abren nuevos canales y el análisis conlleva otras consideraciones. En el caso de  $M_Z/2 < M < M_H/2$  los procesos  $D\bar{D} \rightarrow \gamma\gamma, f\bar{f}, \gamma Z$  son permitidos cinemáticamente, por lo que deben ser considerados en el cálculo, y en este caso, la restricción del ancho del bosón  $Z$  al invisible ya no es válida. Para valores más altos de  $M$ , se tienen, además, otro tipo de procesos, como la aniquilación a  $H\gamma, ZZ, WW, HH$ . Finalmente, sería interesante explorar otros canales asociadas a la búsqueda directa de materia oscura como los procesos de dispersión  $Df \rightarrow Df$ , de los cuales hay información experimental disponible y en general aquellos procesos de búsqueda de materia oscura en colisionadores en los que hay datos recientes provenientes de las colaboraciones del LHC.

# Capítulo 8

## Anexo

### A Trazas

La ortogonalidad de los operadores indica de manera directa las siguientes relaciones.

$$\begin{aligned} Tr(\chi) = Tr(S) = Tr(M) = Tr(\chi S) = Tr(C) = 0, & \quad (\text{A. 1}) \\ Tr(\chi M) = Tr(\chi C) = Tr(MS) = Tr(M\chi S) \\ = Tr(MC) = Tr(S\chi S) = Tr(SC) = Tr(\chi SC) = 0. \end{aligned}$$

Además, debido a que  $\{\chi, S^{\mu\nu}\} = 0$ , se tiene que

$$Tr(\text{cualquier término acompañado de un número de } S \text{ impar}) = 0.$$

Se tienen las siguientes relaciones de conmutación,

$$\begin{aligned}
[M^{\mu\nu}, M^{\alpha\beta}] &= -i (g^{\mu\alpha} M^{\nu\beta} - g^{\nu\alpha} M^{\mu\beta} - g^{\mu\beta} M^{\nu\alpha} + g^{\nu\beta} M^{\mu\alpha}) \\
[M^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}] &= -i (g^{\mu\alpha} S^{\nu\beta} - g^{\nu\alpha} S^{\mu\beta} + g^{\mu\beta} S^{\nu\alpha} - g^{\nu\beta} S^{\mu\alpha}), \\
\{M^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\} &= \varepsilon^{\mu\nu\sigma\beta} \chi S^{\alpha}_{\sigma} + \varepsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} \chi S^{\beta}_{\sigma}, \\
[S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}] &= -i (g^{\mu\alpha} M^{\nu\beta} + g^{\nu\alpha} M^{\mu\beta} + g^{\nu\beta} M^{\mu\alpha} + g^{\mu\beta} M^{\nu\alpha}), \\
\{S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\} &= \frac{4}{3} \left( g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} + g^{\nu\alpha} g^{\mu\beta} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} \right) - \frac{1}{6} (C^{\mu\alpha\nu\beta} + C^{\mu\beta\nu\alpha}), \\
[S^{\mu\nu}, S^{\alpha}_{\nu}] &= -6i M^{\mu\alpha}, \\
\{S^{\mu\nu}, S^{\alpha}_{\nu}\} &= 6g^{\mu\alpha}, \\
S^{\mu\nu} S^{\alpha}_{\nu} &= 3(g^{\mu\alpha} - iM^{\mu\alpha}).
\end{aligned}$$

Definimos los siguientes objetos,

$$T_1^{\alpha\beta\mu\nu\rho\sigma\gamma\delta} = g^{\mu\alpha} S^{\nu\beta\rho\sigma\gamma\delta} - g^{\nu\alpha} S^{\mu\beta\rho\sigma\gamma\delta} + g^{\mu\beta} S^{\nu\alpha\rho\sigma\gamma\delta} - g^{\nu\beta} S^{\mu\alpha\rho\sigma\gamma\delta}, \quad (\text{A. 2})$$

$$T_2^{\mu\nu\alpha\beta\rho\sigma\gamma\delta} = g^{\rho\alpha} M^{\mu\nu\sigma\beta\gamma\delta} + g^{\sigma\alpha} M^{\mu\nu\rho\beta\gamma\delta} + g^{\sigma\beta} M^{\mu\nu\rho\alpha\gamma\delta} + g^{\rho\beta} M^{\mu\nu\sigma\alpha\gamma\delta}, \quad (\text{A. 3})$$

$$T_3^{\mu\nu\rho\sigma\alpha\beta\gamma\delta} = \varepsilon^{\gamma\delta\tau\beta} (\varepsilon^{\mu\nu\eta}_{\tau} T^{\rho\sigma\alpha}_{\eta} + \varepsilon^{\mu\nu\eta\alpha} T^{\rho\sigma}_{\tau\eta}) + \varepsilon^{\gamma\delta\tau\alpha} (\varepsilon^{\mu\nu\eta}_{\tau} T^{\rho\sigma\beta}_{\eta} + \varepsilon^{\mu\nu\eta\beta} T^{\rho\sigma}_{\tau\eta}), \quad (\text{A. 4})$$

$$T_4^{\alpha\beta\mu\nu\rho\sigma\gamma\delta} = g^{\rho\mu} S^{\alpha\beta\sigma\nu\gamma\delta} - g^{\sigma\mu} S^{\alpha\beta\rho\nu\gamma\delta} + g^{\rho\nu} S^{\alpha\beta\sigma\mu\gamma\delta} - g^{\sigma\nu} S^{\alpha\beta\rho\mu\gamma\delta}. \quad (\text{A. 5})$$

Las trazas de algunos productos de operadores se muestran a continuación.

$$\begin{aligned}
Tr (M^{\mu\nu} M^{\alpha\beta}) &= g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - g^{\mu\beta} g^{\nu\alpha} = 4G^{\mu\nu\alpha\beta}, \\
Tr (S^{\mu\nu} S^{\alpha\beta}) &= g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} + g^{\mu\beta} g^{\nu\alpha} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} = 4T^{\mu\nu\alpha\beta}, \\
Tr (S^{\mu\nu} S^{\alpha\beta} M^{\rho\sigma}) &= -2i(g^{\mu\alpha} G^{\nu\beta\rho\sigma} + g^{\mu\beta} G^{\nu\alpha\rho\sigma} + g^{\nu\alpha} G^{\mu\beta\rho\sigma} + g^{\nu\beta} G^{\mu\alpha\rho\sigma}) \\
Tr (M^{\mu\nu} M^{\alpha\beta} M^{\rho\sigma}) &= -2i(g^{\mu\alpha} G^{\nu\beta\rho\sigma} - g^{\nu\alpha} G^{\mu\beta\rho\sigma} - g^{\mu\beta} G^{\nu\alpha\rho\sigma} + g^{\nu\beta} G^{\mu\alpha\rho\sigma}) \\
Tr (\chi S^{\gamma\delta} S^{\alpha\beta} M^{\mu\nu}) &= -2 (\varepsilon^{\mu\nu\sigma\beta} T^{\gamma\delta\alpha}_{\sigma} + \varepsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} T^{\gamma\delta\beta}_{\sigma}) \\
Tr (S^{\alpha\beta} M^{\mu\nu} S^{\rho\sigma} M^{\gamma\delta}) &= T_1^{\alpha\beta\mu\nu\rho\sigma\gamma\delta} + T_2^{\mu\nu\alpha\beta\rho\sigma\gamma\delta} + T_3^{\mu\nu\rho\sigma\alpha\beta\gamma\delta} \\
Tr (S^{\alpha\beta} S^{\mu\nu} M^{\rho\sigma} M^{\gamma\delta}) &= T_1^{\alpha\beta\mu\nu\rho\sigma\gamma\delta} + T_2^{\mu\nu\alpha\beta\rho\sigma\gamma\delta} + T_3^{\mu\nu\rho\sigma\alpha\beta\gamma\delta} + 2T_4^{\alpha\beta\mu\nu\rho\sigma\gamma\delta}.
\end{aligned}$$

Como ejemplo, el caso más simple de cálculo es el proceso  $H \rightarrow \bar{D}D$ .

$$\begin{aligned} Tr(S^{\mu\nu} S^{\alpha\beta}) &= Tr\left(\frac{1}{2}[S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}] + \frac{1}{2}\{S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\}\right) \\ &= 4\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} + g^{\mu\beta}g^{\nu\alpha} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right) \equiv 4T^{\mu\nu\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (\text{A. 6})$$

De la misma forma, es posible realizar el cálculo del proceso  $Z^0 \rightarrow \bar{D}D$ , donde se requiere realizar las siguientes trazas,

$$\begin{aligned} Tr(M^{\mu\nu} M^{\alpha\beta}) &= Tr\left(\frac{1}{2}[M^{\mu\nu}, M^{\alpha\beta}] + \frac{1}{2}\{M^{\mu\nu}, M^{\alpha\beta}\}\right) \\ &= 4(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - g^{\mu\beta}g^{\nu\alpha}) \equiv 4G^{\mu\nu\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (\text{A. 7})$$

$$\begin{aligned} Tr(S^{\mu\nu} S^{\alpha\beta} M^{\rho\sigma}) &= Tr\left(\frac{1}{2}\{S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}\} M^{\rho\sigma} + \frac{1}{2}[S^{\mu\nu}, S^{\alpha\beta}] M^{\rho\sigma}\right) \\ &= \frac{-i}{2}Tr\left((g^{\mu\alpha}M^{\nu\beta} + g^{\nu\alpha}M^{\mu\beta} + g^{\nu\beta}M^{\mu\alpha} + g^{\mu\beta}M^{\nu\alpha}) M^{\rho\sigma}\right) \\ &= -2i(g^{\mu\alpha}G^{\nu\beta\rho\sigma} + g^{\nu\alpha}G^{\mu\beta\rho\sigma} + g^{\nu\beta}G^{\mu\alpha\rho\sigma} + g^{\mu\beta}G^{\nu\alpha\rho\sigma}). \end{aligned} \quad (\text{A. 8})$$

$$\begin{aligned} &Tr(S^{\alpha\beta} M^{\mu\nu} S^{\rho\sigma} M^{\gamma\delta}) \\ &= Tr\left(\left(\frac{1}{2}[S^{\alpha\beta}, M^{\mu\nu}] + \frac{1}{2}\{S^{\alpha\beta}, M^{\mu\nu}\}\right)\left(\frac{1}{2}[S^{\rho\sigma}, M^{\gamma\delta}] + \frac{1}{2}\{S^{\rho\sigma}, M^{\gamma\delta}\}\right)\right) \\ &= Tr\left(\left(\frac{i}{2}(g^{\mu\alpha}S^{\nu\beta} - g^{\nu\alpha}S^{\mu\beta} + g^{\mu\beta}S^{\nu\alpha} - g^{\nu\beta}S^{\mu\alpha}) - \varepsilon^{\mu\nu\tau\beta}\chi S^{\alpha}_{\tau} - \varepsilon^{\mu\nu\tau\alpha}\chi S^{\beta}_{\tau}\right)\right. \\ &\quad \left.\left(\frac{i}{2}(g^{\gamma\rho}S^{\delta\sigma} - g^{\delta\rho}S^{\gamma\sigma} + g^{\gamma\sigma}S^{\delta\rho} - g^{\delta\sigma}S^{\gamma\rho}) - \varepsilon^{\gamma\delta\lambda\sigma}\chi S^{\rho}_{\lambda} - \varepsilon^{\gamma\delta\lambda\rho}\chi S^{\sigma}_{\lambda}\right)\right) \\ &= -g^{\mu\alpha}g^{\gamma\rho}T^{\nu\beta\delta\sigma} + g^{\mu\alpha}g^{\delta\rho}T^{\nu\beta\gamma\sigma} - g^{\mu\alpha}g^{\gamma\sigma}T^{\nu\beta\delta\rho} + g^{\mu\alpha}g^{\delta\sigma}T^{\nu\beta\gamma\rho} \\ &\quad + g^{\nu\alpha}g^{\gamma\rho}T^{\mu\beta\delta\sigma} - g^{\nu\alpha}g^{\delta\rho}T^{\mu\beta\gamma\sigma} + g^{\nu\alpha}g^{\gamma\sigma}T^{\mu\beta\delta\rho} - g^{\nu\alpha}g^{\delta\sigma}T^{\mu\beta\gamma\rho} \\ &\quad - g^{\mu\beta}g^{\gamma\rho}T^{\nu\alpha\delta\sigma} + g^{\mu\beta}g^{\delta\rho}T^{\nu\alpha\gamma\sigma} - g^{\mu\beta}g^{\gamma\sigma}T^{\nu\alpha\delta\rho} + g^{\mu\beta}g^{\delta\sigma}T^{\nu\alpha\gamma\rho} \\ &\quad + g^{\nu\beta}g^{\gamma\rho}T^{\mu\alpha\delta\sigma} - g^{\nu\beta}g^{\delta\rho}T^{\mu\alpha\gamma\sigma} + g^{\nu\beta}g^{\gamma\sigma}T^{\mu\alpha\delta\rho} - g^{\nu\beta}g^{\delta\sigma}T^{\mu\alpha\gamma\rho} \\ &\quad - 4(\varepsilon^{\mu\nu\tau\beta}\varepsilon^{\gamma\delta\lambda\sigma}T^{\alpha\rho}_{\tau\lambda} + \varepsilon^{\mu\nu\tau\beta}\varepsilon^{\gamma\delta\lambda\rho}T^{\alpha\sigma}_{\tau\lambda} \\ &\quad + \varepsilon^{\mu\nu\tau\alpha}\varepsilon^{\gamma\delta\lambda\sigma}T^{\beta\rho}_{\tau\lambda} + \varepsilon^{\mu\nu\tau\alpha}\varepsilon^{\gamma\delta\lambda\rho}T^{\beta\sigma}_{\tau\lambda}) \end{aligned} \quad (\text{A. 9})$$

De manera similar, se puede mostrar que,

$$\text{Tr} (M^{\mu\nu} M^{\alpha\beta} M^{\rho\sigma}) = -2i (g^{\mu\alpha} G^{\nu\beta\rho\sigma} - g^{\nu\alpha} G^{\mu\beta\rho\sigma} - g^{\mu\beta} G^{\nu\alpha\rho\sigma} + g^{\nu\beta} G^{\mu\alpha\rho\sigma}) \quad (\text{A. 10})$$

$$\text{Tr} (\chi S^{\gamma\delta} S^{\alpha\beta} M^{\mu\nu}) = -2 (\varepsilon^{\mu\nu\sigma\beta} T^{\gamma\delta\alpha}{}_{\sigma} + \varepsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} T^{\gamma\delta\beta}{}_{\sigma}), \quad (\text{A. 11})$$

$$\text{Tr} (\chi M^{\mu\nu} M^{\alpha\beta}) = -4i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}. \quad (\text{A. 12})$$

Una forma más simple de obtener estos resultados, tomando en cuenta que podemos utilizar cualquier representación de los operadores de la base covariante, es expresar los índices internos de las matrices como índices de Lorentz. Una vez hecho esto, es posible utilizar códigos de manipulación algebraica usuales como FeynCalc para realizar los cálculos.

En esta representación, un índice interno  $a$  se reemplaza por un par de índices de Lorentz antisimétricos,  $\alpha\beta$  [34]. La forma explícita de los operadores en la base covariante está dada por,

$$(\mathbf{1})_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{2}(g_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta} - g_{\alpha\delta}g_{\beta\gamma}), \quad (\text{A. 13})$$

$$(\chi)_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{i}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad (\text{A. 14})$$

$$(M_{\mu\nu})_{\alpha\beta\gamma\delta} = -i(g_{\mu\gamma}\mathbf{1}_{\alpha\beta\nu\delta} + g_{\mu\delta}\mathbf{1}_{\alpha\beta\gamma\nu} - g_{\gamma\nu}\mathbf{1}_{\alpha\beta\mu\delta} - g_{\delta\nu}\mathbf{1}_{\alpha\beta\gamma\mu}), \quad (\text{A. 15})$$

$$(S_{\mu\nu})_{\alpha\beta\gamma\delta} = g_{\mu\nu}\mathbf{1}_{\alpha\beta\gamma\delta} - g_{\mu\gamma}\mathbf{1}_{\alpha\beta\nu\delta} - g_{\mu\delta}\mathbf{1}_{\alpha\beta\gamma\nu} - g_{\gamma\nu}\mathbf{1}_{\alpha\beta\mu\delta} - g_{\delta\nu}\mathbf{1}_{\alpha\beta\gamma\mu}. \quad (\text{A. 16})$$

## B Módulos de las amplitudes al cuadrado sumados sobre todas las polarizaciones

### B.1 $D\bar{D} \rightarrow ZZ$

$$\begin{aligned}
 |\mathcal{M}_{D\bar{D} \rightarrow ZZ}|^2 &= \frac{1}{9} \sum_{\text{pol}} (\mathcal{M}_H + \mathcal{M}_{Z,t} + \mathcal{M}_{Z,u}) (\mathcal{M}_H + \mathcal{M}_{Z,t} + \mathcal{M}_{Z,u})^\dagger = & \text{(B. 17)} \\
 & \frac{(12M_Z^4 - 4sM_Z^2 + s^2)}{2M^4(s - M_H^2)^2} (s(s - 4M^2)g_P^2 + (6M^4 - 4sM^2 + s^2)g_S^2) + \frac{\sin^2\theta_W g_S g_t^2}{2M^6(M^2 - t)(M^2 - u)(s - M_H^2)} (80M^2(2M^2 - t - u)M_Z^{10} \\
 & + 8(92M^6 - 2(17s + 40(t + u))M^4 + (19s(t + u) + 4(4t^2 + 9ut + 4u^2))M^2 - 4stu)M_Z^8 + 8(92M^8 - 2(35s + 73(t + u))M^6 \\
 & + (7s^2 + 76(t + u)s + 76t^2 + 76u^2 + 124tu)M^4 - (7t^3 + 31ut^2 + 31u^2t + 7u^3 + 3s^2(t + u) + 5s(5t^2 + 8ut + 5u^2))M^2 \\
 & - tu(s^2 - 4(t + u)s + 2(t - u)^2))M_Z^6 + 4(136M^{10} - 4(35s + 58(t + u))M^8 + (-6s^2 + 250(t + u)s + 8(17t^2 + 38ut + 17u^2))M^6 \\
 & + (17s^3 - 24(t + u)s^2 - 4(34t^2 + 63ut + 34u^2)s - 2(11t^3 + 65ut^2 + 65u^2t + 11u^3))M^4 + (-12(t + u)s^3 + 3(7t^2 + 8ut \\
 & + 7u^2)s^2 + (17t^3 + 69ut^2 + 69u^2t + 17u^3)s - 2(t^4 - 2ut^3 - 26u^2t^2 - 2u^3t + u^4))M^2 + tu(7s^3 - 6(t + u)s^2 \\
 & - 8tus + 4(t - u)^2(t + u))M_Z^4 - 2(168sM^{10} - 4(13s^2 + 72(t + u)s - 4(t - u)^2)M^8 - 4(13s^3 - 32(t + u)s^2 - (41t^2 \\
 & + 98ut + 41u^2)s + 7(t - u)^2(t + u))M^6 + 2(9s^4 + 13(t + u)s^3 - 4(11t^2 + 18ut + 11u^2)s^2 - (13t^3 + 83ut^2 + 83u^2t + 13u^3)s \\
 & + 4(t - u)^2(t^2 + 5ut + 2u^2))M^4 + (-12(t + u)s^4 + (6t^2 - 8ut + 6u^2)s^3 + 16(t + u)s^3s^2 - 2(t^4 - 4ut^3 - 30u^2t^2 - 4u^3t \\
 & + u^4)s - (t - u)^2(3t^3 + 17ut^2 + 17u^2t + 3u^3))M^2 + 2tu(3s^4 - (t + u)s^3 - 2(t^2 + ut + u^2)s^2 + 2(t - u)^2(t + u)s + (t^2 - u^2)^2))M_Z^2 \\
 & + s(56sM^{10} + 4(s^2 - 24(t + u)s + 4(t - u)^2)M^8 - 4(6s^3 - 4(t + u)s^2 - 4(4t^2 + 7ut + 4u^2)s + 7(t - u)^2(t + u))M^6 \\
 & + 2(3s^4 + 8(t + u)s^3 - (11t^2 + 10ut + 11u^2)s^2 - (9t^3 + 23ut^2 + 23u^2t + 9u^3)s + 4(t - u)^2(t^2 + 5ut + 2u^2))M^4 \\
 & + (-4(t + u)s^4 - 8tus^3 + 2(3t^3 + 5ut^2 + 5u^2t + 3u^3)s^2 + 2(t^4 + 2ut^3 + 6u^2t^2 + 2u^3t + u^4)s - (t - u)^2(3t^3 + 17ut^2 \\
 & + 17u^2t + 3u^3))M^2 + 2tu(s^4 - (t^2 + u^2)s^2 + (t^2 - u^2)^2))) + \frac{2\sin^4\theta_W g_t^4}{M^8(M^2 - t)^2(M^2 - u)^2} (4M^{16} \\
 & - 4(16s + 5(t + u))M^{14} + (32s^2 + 164(t + u)s + 11t^2 + 11u^2 + 140tu)M^{12} - 2(6s^3 + 30(t + u)s^2 + 3(25t^2 + 68ut + 25u^2)s \\
 & - 19t^3 - 19u^3 + 108tu^2 + 108t^2u)M^{10} + (4s^4 + 20(t + u)s^3 + 6(7t^2 + 20ut + 7u^2)s^2 + (58t^3 + 358ut^2 + 358u^2t + 58u^3)s \\
 & - 55t^4 - 55u^4 + 72tu^3 + 436t^2u^2 + 72t^3u)M^8 - 2(-13t^5 - 31ut^4 + 140u^2t^3 + 140u^3t^2 - 31u^4t - 13u^5 + 3s^4(t + u) \\
 & + 4s^3(t^2 + 4ut + u^2) + s^2(8t^3 + 44ut^2 + 44u^2t + 8u^3) + s(4t^4 + 65ut^3 + 146u^2t^2 + 65u^3t + 4u^4))M^6 + (-4t^6 - 45ut^5 \\
 & + 33u^2t^4 + 222u^3t^3 + 33u^4t^2 - 45u^5t + 12s^3u(t + u)t + 4su(4t^3 + 23ut^2 + 23u^2t + 4u^3)t - 4u^6 + s^4(2t^2 + 9ut + 2u^2) \\
 & + 4s^2(t^4 + 8ut^3 + 15u^2t^2 + 8u^3t + u^4))M^4 - tu(-7t^5 - 19ut^4 + 52u^2t^3 + 52u^3t^2 - 19u^4t + 4s^3ut + 4su(2t^2 \\
 & + 5ut + 2u^2)t - 7u^5 + 3s^4(t + u) + 8s^2(t^3 + 2ut^2 + 2u^2t + u^3))M^2 + (-12M^4 + 12(t + u)M^2 - 7t^2 - 7u^2 + 2tu)M_Z^{12} \\
 & - 2(22M^6 - 2(4s + 17(t + u))M^4 + (8s(t + u) + 5(5t^2 + 4ut + 5u^2))M^2 - 5t^3 - 5u^3 - 7tu^2 - 7t^2u + s(-5t^2 + 2ut - 5u^2))M_Z^{10} \\
 & + (236M^8 - 4(13s + 59(t + u))M^6 + (12s^2 + 32(t + u)s + 5(9t^2 + 16ut + 9u^2))M^4 + (26t^3 + 40ut^2 + 40u^2t + 26u^3 - 12s^2(t + u) \\
 & + s(26t^2 - 24ut + 26u^2))M^2 - 3t^4 - 3u^4 - 26tu^3 - 8t^2u^2 - 26t^3u - 3s^2(t^2 - 6ut + u^2) - 2s(3t^3 + 7ut^2 + 7u^2t \\
 & + 3u^3))M_Z^8 + 2(740M^{10} - 2(107s + 554(t + u))M^8 + 4(5s^2 + 70(t + u)s + 136t^2 + 136u^2 + 329tu)M^6 - 2(2s^3 + 11(t + u)s^2 \\
 & + (53t^2 + 134ut + 53u^2)s + 34t^3 + 34u^3 + 243tu^2 + 243t^2u)M^4 + 2(-t^4 + 14ut^3 + 58u^2t^2 + 14u^3t - u^4 + 2s^3(t + u) \\
 & + 2s^2(t^2 + 5ut + u^2) - s(t^3 - 35ut^2 - 35u^2t + u^3))M^2 + tu(-4s^3 - 2(t + u)s^2 + (7t^2 - 16ut + 7u^2)s + 5t^3 + 5u^3 \\
 & + tu^2 + t^2u))M_Z^6 + (1980M^{12} - 4(243s + 943(t + u))M^{10} + (140s^2 + 1604(t + u)s + 15(169t^2 + 430ut + 169u^2))M^8 \\
 & - 2(3s^3 + 96(t + u)s^2 + (423t^2 + 1160ut + 423u^2)s + 10(31t^3 + 193ut^2 + 193u^2t + 31u^3))M^6 + (s^4 + 8(t + u)s^3 \\
 & + (71t^2 + 222ut + 71u^2)s^2 + 4(29t^3 + 265ut^2 + 265u^2t + 29u^3)s + 25t^4 + 25u^4 + 774tu^3 + 2062t^2u^2 \\
 & + 774t^3u)M^4 - (-t^5 + 3ut^4 + 338u^2t^3 + 338u^3t^2 + 3u^4t + 68s^2u(t + u)t - u^5 + s^4(t + u) + 2s^3(t^2 + 5ut + u^2) \\
 & - 2s(t^4 - 60ut^3 - 202u^2t^2 - 60u^3t + u^4))M^2 + tu(s^4 + 2(t + u)s^3 + 16tus^2 - 2(t^3 - 17ut^2 - 17u^2t + u^3)s \\
 & - t^4 - u^4 - 9tu^3 + 44t^2u^2 - 9t^3u))M_Z^4 + 2(242M^{14} - 6(43s + 105(t + u))M^{12} + (64s^2 + 516(t + u)s + 601t^2 + 601u^2 \\
 & + 1560tu)M^{10} - (8s^3 + 117(t + u)s^2 + (349t^2 + 1000ut + 349u^2)s + 6(38t^3 + 237ut^2 + 237u^2t + 38u^3))M^8 + (11t^4 + 518ut^3 \\
 & + 1252u^2t^2 + 518u^3t + 11u^4 + 12s^3(t + u) + s^2(58t^2 + 206ut + 58u^2) + s(84t^3 + 654ut^2 + 654u^2t + 84u^3))M^6 \\
 & - (-8t^5 + 28ut^4 + 446u^2t^3 + 446u^3t^2 + 28u^4t - 8u^5 + 2s^3(2t^2 + 9ut + 2u^2) + s^2(4t^3 + 99ut^2 + 99u^2t + 4u^3) \\
 & + s(4t^4 + 149ut^3 + 408u^2t^2 + 149u^3t + 4u^4))M^4 + tu(-14t^4 + 33ut^3 + 152u^2t^2 + 33u^3t - 14u^4 + 6s^3(t + u) \\
 & + s^2(8t^2 + 46ut + 8u^2) + s(8t^3 + 82ut^2 + 82u^2t + 8u^3))M^2 - 2t^2u^2(s^3 + 2(t + u)s^2 + (2t^2 + 5ut + 2u^2)s \\
 & - 3(t^3 - 2ut^2 - 2u^2t + u^3))M_Z^2 + t^2u^2(s^4 + 4(t^2 + u^2)s^2 - 3(t^4 - 4u^2t^2 + u^4)))
 \end{aligned}$$



B.2  $D\bar{D} \rightarrow HH$ 

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{D\bar{D} \rightarrow HH}|^2 &= \frac{1}{9} \sum_{pol} (\mathcal{M}_H + \mathcal{M}_{H,t} + \mathcal{M}_{H,u} + \mathcal{M}_{HH}) (\mathcal{M}_H + \mathcal{M}_{H,t} + \mathcal{M}_{H,u} + \mathcal{M}_{HH})^\dagger = \\
&\frac{1}{8M^8(M^2-t)^2(M^2-u)^2(M_H^2-s)^2} v^4 g_S^4 (M_H^2-s)^2 (292M^{12} + 4(8M_H^2 - 47s - 107(t+u))M^{10} \\
&+ (-8M_H^4 - 8(4s+5(t+u))M_H^2 + 48s^2 + 256s(t+u) + 3(79t^2 + 150ut + 79u^2))M^8 - 2(16M_H^6 - 2(5s+8(t+u))M_H^4 \\
&- 2(3s^2 + 3(t+u)s - t^2 - u^2 + 18tu)M_H^2 + 3s^3 + 29s^2(t+u) + 2s(25t^2 + 68ut + 25u^2) + 4(8t^3 + 21ut^2 + 21u^2t + 8u^3))M^6 \\
&+ (4M_H^8 + 8(s+3(t+u))M_H^6 - 2(9t^2 + 22ut + 9u^2 + 14s(t+u))M_H^4 - 2(2s^3 + 4(t+u)s^2 + (-17t^2 + 6ut - 17u^2)s \\
&- 3t^3 - 3u^3 + 11tu^2 + 11t^2u)M_H^2 + s^4 + 6s^3(t+u) + 4s^2(3t^2 + 16ut + 3u^2) + 8s(t^3 + 9ut^2 + 9u^2t + u^3) \\
&+ 2(5t^4 + 15ut^3 + 22u^2t^2 + 15u^3t + 5u^4))M^4 - (4(t+u)M_H^8 + 4(2s(t+u) - 3(t-u)^2)M_H^6 - 2(s(3t^2 + 20ut \\
&+ 3u^2) - 5(t-u)^2(t+u))M_H^4 - 2(t^4 + 6ut^3 + 2u^2t^2 + 6u^3t + u^4 + 2s^3(t+u) + s^2(-3t^2 + 4ut - 3u^2) - 2s(2t^3 \\
&+ 5ut^2 + 5u^2t + 2u^3))M_H^2 + t^5 + u^5 + 5tu^4 + 6t^2u^3 + 6t^3u^2 + 12st^2u^2 + 5t^4u + 6s^3tu + s^4(t+u) \\
&- 2s^2(t^3 - 6ut^2 - 6u^2t + u^3))M^2 + (t+u)^2 M_H^8 - 2((t+u)^3 + s(t^2 - 6ut + u^2))M_H^6 + (t^4 + 10ut^3 + 2u^2t^2 + 10u^3t \\
&+ u^4 + s^2(t-u)^2 + 2s(t^3 - 5ut^2 - 5u^2t + u^3))M_H^4 - 2tu(2s^3 - 2(t+u)s^2 - (t+u)^2s + 3t^3 + 3u^3 + tu^2 + t^2u)M_H^2 \\
&+ tu(s^4 - 2(t-u)^2s^2 + t^4 + u^4 + tu^3 + t^3u) - 4M^2(M^2-t)(M^2-u)v^2(2M_H^4 - sM_H^2 - s^2)(44M^8 + (8M_H^2 \\
&- 28s - 34(t+u))M^6 + 2(2M_H^4 - 2(s+2(t+u))M_H^2 + 3s^2 + 4t^2 + 4u^2 + 6tu + 10s(t+u))M^4 - (2(t+u)M_H^4 \\
&- 2(t+u)(s+t+u)M_H^2 + t^3 + u^3 + tu^2 + t^2u + 4s^2(t+u) + 2s(t^2 + 4ut + u^2))M^2 + 2s^2tu)g_S^3 + 2(12(2M_H^2 \\
&+ s)^2M^{16} - 8(s+3(t+u))(2M_H^2 + s)^2M^{14} + 2((4s^2 + 32(t+u)s + 6(-5g_P^2v^4 + 4t^2 + 4u^2 + 16tu))M_H^4 \\
&+ 4s(s^2 + 8(t+u)s + 3(5g_P^2v^4 + 2t^2 + 2u^2 + 8tu))M_H^2 + s^2(s^2 + 8(t+u)s + 6(-5g_P^2v^4 + t^2 + u^2 + 4tu)))M^{12} \\
&- 4(8v^4g_P^2M_H^6 + (4(t+u)s^2 + (7g_P^2v^4 + 8t^2 + 8u^2 + 32tu)s + 3(-9tg_P^2v^4 - 9ug_P^2v^4 + 8tu^2 \\
&+ 8t^2u))M_H^4 + 2s(2(t+u)s^2 + (-19g_P^2v^4 + 4t^2 + 4u^2 + 16tu)s + 3(9tg_P^2v^4 + 9ug_P^2v^4 + 4tu^2 \\
&+ 4t^2u))M_H^2 + s^2((t+u)s^2 + (23g_P^2v^4 + 2t^2 + 2u^2 + 8tu)s + 3(-9tg_P^2v^4 - 9ug_P^2v^4 + 2tu^2 + 2t^2u)))M^{10} \\
&+ (-40v^4g_P^2M_H^8 + 8(10s+9(t+u))v^4g_P^2M_H^6 + (-31u^2g_P^2v^4 - 230tug_P^2v^4 + 8s^2(-g_P^2v^4 \\
&+ t^2 + u^2 + 4tu) + 8s(-3tg_P^2v^4 - 3ug_P^2v^4 + 8tu^2 + 8t^2u) + t^2(48u^2 - 31v^4g_P^2))M_H^4 + 2s(31u^2g_P^2v^4 \\
&+ 230tug_P^2v^4 + 4s^2(-8g_P^2v^4 + t^2 + u^2 + 4tu) + 4s(-21tg_P^2v^4 - 21ug_P^2v^4 + 8tu^2 + 8t^2u) + t^2(31g_P^2v^4 \\
&+ 24u^2))M_H^2 + s^2(-31u^2g_P^2v^4 - 230tug_P^2v^4 + 2s^2(16g_P^2v^4 + t^2 + u^2 + 4tu) + 8s(15tg_P^2v^4 \\
&+ 15ug_P^2v^4 + 2tu^2 + 2t^2u) + t^2(12u^2 - 31v^4g_P^2)))M^8 - 2(16v^4g_P^2M_H^{10} - 6(7s+6(t+u))v^4g_P^2M_H^8 \\
&+ 2(15s^2 + 43(t+u)s + 17t^2 + 17u^2 + 22tu)v^4g_P^2M_H^6 + (5s^3g_P^2v^4 + 4(t^3 - 12ut^2 - 12u^2t + u^3)g_P^2v^4 \\
&+ s^2(-45tg_P^2v^4 - 45ug_P^2v^4 + 8tu^2 + 8t^2u) - 2s(25u^2g_P^2v^4 + 12tug_P^2v^4 + t^2(25v^4g_P^2 - 8u^2)))M_H^4 \\
&- 2s(6s^3g_P^2v^4 + 4(t^3 - 12ut^2 - 12u^2t + u^3)g_P^2v^4 + s(u^2g_P^2v^4 + 42tug_P^2v^4 + t^2(v^4g_P^2 - 8u^2)) \\
&- 4s^2(-3ug_P^2v^4 + t^2u + t(u^2 - 3v^4g_P^2)))M_H^2 + s^2(3s^3g_P^2v^4 + 4(t^3 - 12ut^2 - 12u^2t + u^3)g_P^2v^4 \\
&+ s^2(19tg_P^2v^4 + 19ug_P^2v^4 + 2tu^2 + 2t^2u) + 2s(9u^2g_P^2v^4 + 32tug_P^2v^4 + t^2(9g_P^2v^4 + 2u^2)))M^6 \\
&+ (4v^4g_P^2M_H^{12} + 24(t+u)v^4g_P^2M_H^{10} - 2(6s^2 + 38(t+u)s + 3(5t^2 + 14ut + 5u^2))v^4g_P^2M_H^8 \\
&+ 2(2s^3 + 36(t+u)s^2 + (53t^2 + 98ut + 53u^2)s + 9t^3 + 9u^3 + 23tu^2 + 23t^2u)v^4g_P^2M_H^6 \\
&+ (9s^4g_P^2v^4 - 6s^3(t+u)g_P^2v^4 - 8s(5t^3 + 8ut^2 + 8u^2t + 5u^3)g_P^2v^4 + 2(2t^4 - 7ut^3 - 8u^2t^2 - 7u^3t + 2u^4)g_P^2v^4 \\
&- 4s^2(29u^2g_P^2v^4 + 24tug_P^2v^4 + t^2(29v^4g_P^2 - 2u^2)))M_H^4 - 2s(3s^4g_P^2v^4 + 10s^3(t+u)g_P^2v^4 \\
&+ s(-13t^3 + 5ut^2 + 5u^2t - 13u^3)g_P^2v^4 + 2(2t^4 - 7ut^3 - 8u^2t^2 - 7u^3t + 2u^4)g_P^2v^4 - s^2(17u^2g_P^2v^4 - 30tug_P^2v^4 \\
&+ t^2(17g_P^2v^4 + 4u^2)))M_H^2 + s^2(s^4g_P^2v^4 + 6s^3(t+u)g_P^2v^4 - 4s(t^3 - 7ut^2 - 7u^2t + u^3)g_P^2v^4 \\
&+ 2(2t^4 - 7ut^3 - 8u^2t^2 - 7u^3t + 2u^4)g_P^2v^4 + 2s^2(3u^2g_P^2v^4 + 22tug_P^2v^4 + t^2(3g_P^2v^4 + u^2)))M^4 \\
&- v^4g_P^2(M_H^2 - s)^2(4(t+u)M_H^8 + 4(2s(t+u) - 3(t-u)^2)M_H^6 - 2(-5t^3 + 9ut^2 + 9u^2t - 5u^3 + s(3t^2 + 20ut + 3u^2))M_H^4 \\
&- 2(2(t+u)s^3 + (-3t^2 + 4ut - 3u^2)s^2 - 2(2t^3 + 7ut^2 + 7u^2t + 2u^3)s + (t-u)^2(t^2 + 4ut + u^2))M_H^2 + (t+u)(t^2 + u^2)^2 + 6s^3tu \\
&+ s^4(t+u) - 4stu(2t^2 - 3ut + 2u^2) - 2s^2(t^3 - 4ut^2 - 4u^2t + u^3))M^2 + (M_H^2 - s)^2((t+u)^2M_H^8 - 2((t+u)^3 \\
&+ s(t^2 - 6ut + u^2))M_H^6 + (t^4 + 10ut^3 + 2u^2t^2 + 10u^3t + u^4 + s^2(t-u)^2 + 2s(t^3 - 5ut^2 - 5u^2t + u^3))M_H^4 \\
&- 2tu(2s^3 - 2(t+u)s^2 - (t+u)^2s + 3t^3 + 3u^3 + tu^2 + t^2u)M_H^2 + tu(s^4 - 2(t-u)^2s^2 + t^4 + u^4 + tu^3 + t^3u)v^4g_P^2g_S^2 \\
&+ 4M^2(2M_H^4 - sM_H^2 - s^2)(M^2-t)(M^2-u)(4M^8 - 2(4M_H^2 - 14s+t+u)M^6 - 2(2M_H^4 - 2(s+2(t+u))M_H^2 + 3s^2 \\
&+ 4t^2 + 4u^2 - 6tu + 10s(t+u))M^4 + (2(t+u)M_H^4 - 2(t+u)(s+t+u)M_H^2 + t^3 + u^3 + tu^2 + t^2u + 4s^2(t+u) \\
&+ 2s(t^2 + 4ut + u^2))M^2 - 2s^2tu)v^2g_P^2g_S + (-16s(2M_H^2 + s)^2M^{14} + 4((-7g_P^2v^4 + 4s^2 + 32s(t+u))M_H^4 \\
&+ 2s(7g_P^2v^4 + 2s^2 + 16s(t+u))M_H^2 + s^2(-7g_P^2v^4 + s^2 + 8s(t+u)))M^{12} - 4(24v^4g_P^2M_H^6 \\
&+ (-17(t+u)g_P^2v^4 + 8s^2(t+u) + s(-49g_P^2v^4 + 16t^2 + 16u^2 + 64tu))M_H^4 + 2s(17(t+u)g_P^2v^4 + 4s^2(t+u) \\
&+ s(13g_P^2v^4 + 8t^2 + 8u^2 + 32tu))M_H^2 + s^2(-17(t+u)g_P^2v^4 + 2s^2(t+u) + s(-g_P^2v^4 + 4t^2 + 4u^2 + 16tu)))M^{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (-72v^4 g_P^2 M_H^8 + 8(22s + 23(t + u))v^4 g_P^2 M_H^6 + ((-83t^2 - 94ut - 83u^2)g_P^2 v^4 + 8s^2(-15g_P^2 v^4 + 2t^2 + 2u^2 + 8tu) \\
& \hspace{15em} \text{(B. 19)} \\
& + 128s(-3tg_P^2 v^4 - 3ug_P^2 v^4 + tu^2 + t^2 u))M_H^4 + 2s((83t^2 + 94ut + 83u^2)g_P^2 v^4 + 4s(27tg_P^2 v^4 + 27ug_P^2 v^4 \\
& + 16tu^2 + 16t^2 u) + 8s^2(t^2 + 4ut + u^2))M_H^2 + s^2((-83t^2 - 94ut - 83u^2)g_P^2 v^4 + 4s^2(4g_P^2 v^4 + t^2 + u^2 + 4tu) \\
& + 16s(-tg_P^2 v^4 - ug_P^2 v^4 + 2tu^2 + 2t^2 u))M_H^8 - 2(16v^4 g_P^2 M_H^{10} - 14(3s + 4(t + u))v^4 g_P^2 M_H^8 \\
& + 2(15s^2 + 73(t + u)s + 33t^2 + 33u^2 + 62tu)v^4 g_P^2 M_H^6 + (5s^3 g_P^2 v^4 - 12(2t^3 + 3ut^2 + 3u^2 t + 2u^3)g_P^2 v^4 \\
& + s^2(-115tg_P^2 v^4 - 115ug_P^2 v^4 + 16tu^2 + 16t^2 u) - 2s(73u^2 g_P^2 v^4 + 128tug_P^2 v^4 + t^2(73v^4 g_P^2 - 16u^2)))M_H^4 \\
& + 2s(-6s^3 g_P^2 v^4 + 12(2t^3 + 3ut^2 + 3u^2 t + 2u^3)g_P^2 v^4 + 8s^2(ug_P^2 v^4 + t^2 u + t(g_P^2 v^4 + u^2)) + s(47u^2 g_P^2 v^4 \\
& + 70tug_P^2 v^4 + t^2(47g_P^2 v^4 + 16u^2)))M_H^2 + s^2(3s^3 g_P^2 v^4 - 12(2t^3 + 3ut^2 + 3u^2 t + 2u^3)g_P^2 v^4 \\
& + s^2(9tg_P^2 v^4 + 9ug_P^2 v^4 + 4tu^2 + 4t^2 u) - 2s(7u^2 g_P^2 v^4 + 4tug_P^2 v^4 + t^2(7v^4 g_P^2 - 4u^2)))M_H^6 \\
& + (4v^4 g_P^2 M_H^{12} + 24(t + u)v^4 g_P^2 M_H^{10} - 2(6s^2 + 38(t + u)s + 21t^2 + 21u^2 + 62tu)v^4 g_P^2 M_H^8 \\
& + 2(2s^3 + 36(t + u)s^2 + (71t^2 + 158ut + 71u^2)s + 3(5t^3 + 19ut^2 + 19u^2 t + 5u^3))v^4 g_P^2 M_H^6 + (9s^4 g_P^2 v^4 \\
& - 6s^3(t + u)g_P^2 v^4 - 4s(19t^3 + 61ut^2 + 61u^2 t + 19u^3)g_P^2 v^4 - 2(t^4 + 29ut^3 - 10u^2 t^2 + 29u^3 t + u^4)g_P^2 v^4 \\
& - 2s^2(79u^2 g_P^2 v^4 + 118tug_P^2 v^4 + t^2(79v^4 g_P^2 - 8u^2)))M_H^4 + 2s(-3s^4 g_P^2 v^4 - 10s^3(t + u)g_P^2 v^4 \\
& + s(31t^3 + 73ut^2 + 73u^2 t + 31u^3)g_P^2 v^4 + 2(t^4 + 29ut^3 - 10u^2 t^2 + 29u^3 t + u^4)g_P^2 v^4 + s^2(29u^2 g_P^2 v^4 \\
& + 10tug_P^2 v^4 + t^2(29g_P^2 v^4 + 8u^2)))M_H^2 + s^2(s^4 g_P^2 v^4 + 6s^3(t + u)g_P^2 v^4 - 16s(t^3 + ut^2 + u^2 t + u^3)g_P^2 v^4 \\
& - 2(t^4 + 29ut^3 - 10u^2 t^2 + 29u^3 t + u^4)g_P^2 v^4 + 4s^2 tu(6g_P^2 v^4 + tu))M_H^4 - v^4 g_P^2 (M_H^2 - s)^2 (4(t + u)M_H^8 \\
& + 4(2s(t + u) - 3(t - u)^2)M_H^6 - 2(-5t^3 + 13ut^2 + 13u^2 t - 5u^3 + s(3t^2 + 20ut + 3u^2))M_H^4 + (-4(t + u)s^3 + (6t^2 - 8ut + 6u^2)s^2 \\
& + 4(2t^3 + 9ut^2 + 9u^2 t + 2u^3)s - 2(t^4 - 2ut^3 - 14u^2 t^2 - 2u^3 t + u^4))M_H^2 + t^5 + u^5 - 3tu^4 - 2t^2 u^3 - 2t^3 u^2 - 3t^4 u \\
& + 6s^3 tu + s^4(t + u) - 4stu(4t^2 - 3ut + 4u^2) - 2s^2(t^3 - 2ut^2 - 2u^2 t + u^3))M^2 + (M_H^2 - s)^2((t + u)^2 M_H^8 - 2((t + u)^3 \\
& + s(t^2 - 6ut + u^2))M_H^6 + (t^4 + 10ut^3 + 2u^2 t^2 + 10u^3 t + u^4 + s^2(t - u)^2 + 2s(t^3 - 5ut^2 - 5u^2 t + u^3))M_H^4 - 2tu(2s^3 \\
& - 2(t + u)s^2 - (t + u)^2 s + 3t^3 + 3u^3 + tu^2 + t^2 u)M_H^2 + tu(s^4 - 2(t - u)^2 s^2 + t^4 + u^4 + tu^3 + t^3 u))v^4 g_P^2 g_P^2
\end{aligned}$$

B.3  $D\bar{D} \rightarrow H\gamma$ 

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{D\bar{D} \rightarrow HH}|^2 &= \frac{1}{9} \sum_{pol} (\mathcal{M}_{H\gamma,t} + \mathcal{M}_{H\gamma,u}) (\mathcal{M}_{H\gamma,t} + \mathcal{M}_{H\gamma,u})^\dagger = \\
&- \frac{v^2 C_W^2 g_t^2}{2M^8 (M^2 - t)^2 (M^2 - u)^2} (46M^{14} - 2(38M_H^2 - 20s + 77t + 45u)M^{12} \\
&+ (-26M_H^4 + 2(25s + 63t + 93u)M_H^2 - 18s^2 + 185t^2 + 45u^2 - 52st - 80su + 308tu)M^{10} + 2(2M_H^6 \\
&+ (s + 14t + 25u)M_H^4 - (3s^2 + 34ts + 52us + 25t^2 + 79u^2 + 146tu)M_H^2 - 46t^3 + 5u^3 - 90tu^2 - 185t^2u \\
&+ s^2(17t + 16u) + s(-3t^2 + 46ut + 23u^2))M^8 + (3M_H^8 - 2(3s + 5t + 7u)M_H^6 + (3s^2 + 2(5t + u)s \\
&- 3t^2 - 23u^2 - 40tu)M_H^4 + 2(-t^3 + 54ut^2 + 112u^2t + 27u^3 + 6s^2u + s(9t^2 + 61ut + 33u^2))M_H^2 + 15t^4 \\
&- 9u^4 + 236t^2u^2 + 176t^3u - 2s^2(7t^2 + 30ut + 7u^2) + 2s(9t^3 + 17ut^2 - 19u^2t - 3u^3))M^6 - 2((t + 3u)M_H^8 \\
&- 2(t^2 + 6ut + 4u^2 + s(t + 3u))M_H^6 + (t^3 + 2ut^2 - u^2t + 2u^3 + s^2(t + 3u) + s(3t^2 + 12ut + 5u^2))M_H^4 \\
&+ ((-t^3 + 12ut^2 + 28u^2t + 6u^3)s - s^2(t^2 - 3u^2) + 3u(-t^3 + 12ut^2 + 10u^2t + u^3))M_H^2 + tu(12t^3 \\
&+ 56ut^2 + 15u^2t - 9u^3 - s^2(12t + 13u) + s(23t^2 + 24ut + u^2)))M^4 + u((4t + 3u)M_H^8 - 2(4t^2 + 4st \\
&+ 9ut + 3u^2 + 3su)M_H^6 + (4t^3 + 13ut^2 + 12u^2t + 3u^3 + s^2(4t + 3u) + 6s(2t^2 + 3ut + u^2))M_H^4 \\
&+ 2t(-2ts^2 + (-2t^2 + ut + u^2)s + u(-3t^2 + 6ut + u^2))M_H^2 + t^2u(-10s^2 + 20(2t + u)s + 11t^2 - 9u^2 + 20tu))M^2 \\
&+ 2tu^2(-M_H^8 + 2(s + t + u)M_H^6 - (s^2 + 3ts + 2us + t^2 + u^2 + 3tu)M_H^4 + t(s + u)(s + t + u)M_H^2 - 6st^2u)g_P^2 \\
&+ g_S^2(142M^{14} + 2(42M_H^2 - 60s - 145t - 209u)M^{12} + (22M_H^4 - 2(23s + 61t + 95u)M_H^2 + 30s^2 \\
&+ 201t^2 + 461u^2 + 788tu + 4s(49t + 74u))M^{10} + 2(2M_H^6 + (s - 20t - 17u)M_H^4 + (-3s^2 + 34ts + 32us \\
&+ 23t^2 + 65u^2 + 134tu)M_H^2 - 26t^3 - 111u^3 - 398tu^2 - 245t^2u - s^2(17t + 26u) - s(51t^2 + 234ut \\
&+ 121u^2))M^8 + (3M_H^8 - 2(3s + 5t + 7u)M_H^6 + (3s^2 + 2(5t + u)s + 21t^2 + 13u^2 + 76tu)M_H^4 \\
&- 2(t^3 + 50ut^2 + 92u^2t + 9u^3 - 6s^2u + s(15t^2 + 55ut + 3u^2))M_H^2 + 3t^4 + 39u^4 + 340tu^3 + 440t^2u^2 \\
&+ 108t^3u + 2s^2(5t^2 + 28ut + 11u^2) + 2s(9t^3 + 121ut^2 + 185u^2t + 33u^3))M^6 - 2((t + 3u)M_H^8 \\
&- 2(t^2 + 6ut + 4u^2 + s(t + 3u))M_H^6 + (t^3 + 22ut^2 + 23u^2t + 2u^3 + s^2(t + 3u) + s(3t^2 + 12ut + 5u^2))M_H^4 \\
&- ((t^2 - 3u^2)s^2 + (t^3 + 28ut^2 + 20u^2t - 6u^3)s + 3u(t^3 + 12ut^2 + 6u^2t - u^3))M_H^2 + tu(2t^3 + 42ut^2 \\
&+ 77u^2t + 25u^3 + s^2(8t + 11u) + s(23t^2 + 96ut + 49u^2)))M^4 + u((4t + 3u)M_H^8 - 2(4t^2 + 4st + 9ut \\
&+ 3u^2 + 3su)M_H^6 + (4t^3 + 29ut^2 + 12u^2t + 3u^3 + s^2(4t + 3u) + 6s(2t^2 + 3ut + u^2))M_H^4 \\
&- 2t(2ts^2 + (2t^2 + 15ut - u^2)s + u(3t^2 + 10ut - u^2))M_H^2 + t^2u(6s^2 + 40ts + 52us + 3t^2 + 15u^2 \\
&+ 20tu))M^2 + 2tu^2(-M_H^8 + 2(s + t + u)M_H^6 - (s^2 + 3ts + 2us + t^2 + u^2 + 3tu)M_H^4 + t(s + u)(s + t + u)M_H^2 - 6st^2u)
\end{aligned} \tag{B. 20}$$

B.4  $D\bar{D} \rightarrow HZ$ 

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{D\bar{D} \rightarrow HH}|^2 &= \frac{1}{9} \sum_{pol} (\mathcal{M}_{HZ,t} + \mathcal{M}_{HZ,u}) (\mathcal{M}_{HZ,t} + \mathcal{M}_{HZ,u})^\dagger = \\
&- \frac{v^2 g_t^2}{2M^8 (M^2 - t)^2 (M^2 - u)^2} ((46M^{14} - 2(38M_H^2 - 28M_Z^2 - 20s + 77t + 45u)M^{12} + (-26M_H^4 \\
&+ (-212M_Z^2 + 50s + 126t + 186u)M_H^2 + 66M_Z^4 - 18s^2 + 185t^2 + 45u^2 - 6(11s + 57t - 13u)M_Z^2 - 52st \\
&- 80su + 308tu)M^{10} + (4M_H^6 + 2(-6M_Z^2 + s + 14t + 25u)M_H^4 - 2(46M_Z^4 - (31s + 71t + 247u)M_Z^2 \\
&+ 3s^2 + 25t^2 + 79u^2 + 34st + 52su + 146tu)M_H^2 + 4M_Z^6 + (-20s - 234t + 32u)M_Z^4 + (8s^2 + 4(64t - 3u)s \\
&+ 467t^2 - 177u^2 + 206tu)M_Z^2 + 2(-46t^3 - 185ut^2 - 90u^2t + 5u^3 + s^2(17t + 16u) + s(-3t^2 + 46ut + 23u^2)))M^8 \\
&+ (3M_H^8 + 2(8M_Z^2 - 3s - 5t - 7u)M_H^6 - (20M_Z^4 + (22s + 20t - 32u)M_Z^2 - 3s^2 + 3t^2 + 23u^2 + 40tu \\
&- 2s(5t + u))M_H^4 - 2(6M_Z^6 - 4(2s + 10t + 23u)M_Z^4 + (-7s^2 + 2ts + 79us - 5t^2 + 186u^2 + 165tu)M_Z^2 \\
&+ t^3 - 27u^3 - 112tu^2 - 6s^2u - 54t^2u - s(9t^2 + 61ut + 33u^2))M_H^2 - 5M_Z^8 + 2(2s - 7t + 5u)M_Z^6 + 15t^4 \\
&- 9u^4 + (5s^2 + 74ts - 8us + 201t^2 - 81u^2 + 94tu)M_Z^4 + 18st^3 - 6su^3 - 14s^2t^2 - 14s^2u^2 + 236t^2u^2 \\
&- 38stu^2 - 2(2s^3 + (19t - 2u)s^2 + (121t^2 + 91ut - 29u^2)s + 94t^3 - 41u^3 - 65tu^2 + 244t^2u)M_Z^2 + 176t^3u \\
&+ 34st^2u - 60s^2tu)M^6 + (-M_Z^{10} + 2(s + 6t + u)M_Z^8 - 2(-2t^2 + 5st + 6ut + 2u^2 + 2su)M_Z^6 \\
&- 2(s^3 + (4t + u)s^2 + 3(9t^2 + 5ut - 2u^2)s + 13t^3 - 10u^3 - 35tu^2 + 72t^2u)M_Z^4 + (s^4 + (6t + 4u)s^3 \\
&+ (30t^2 + 26ut - 8u^2)s^2 + 2(21t^3 + 129ut^2 - 2u^2t - 7u^3)s + 2(4t^4 + 101ut^3 + 53u^2t^2 - 44u^3t - 6u^4))M_Z^2 \\
&- 2tu(12t^3 + 56ut^2 + 15u^2t - 9u^3 - s^2(12t + 13u) + s(23t^2 + 24ut + u^2)) + M_H^8(3M_Z^2 - 2(t + 3u)) \\
&+ 2M_H^6(2M_Z^4 - (3s + 5t + 19u)M_Z^2 + 2(t^2 + 6ut + 4u^2 + s(t + 3u))) - 2M_H^4(M_Z^6 - (2s + 13t + 4u)M_Z^4 \\
&- (3s^2 + 11ts + 17us - 3u^2 + 21tu)M_Z^2 + t^3 + 2u^3 - tu^2 + 2t^2u + s^2(t + 3u) + s(3t^2 + 12ut + 5u^2)) \\
&+ 2M_H^2(2(s + 4t + 3u)M_Z^6 - (18t^2 + 8st + 59ut + 49u^2 + 17su)M_Z^4 + (-2s^3 - 3(4t + u)s^2 \\
&+ (-3t^2 + 17ut + 56u^2)s + 5t^3 + 47u^3 + 109tu^2 - 5t^2u)M_Z^2 + s^2(t^2 - 3u^2) - 3u(-t^3 + 12ut^2 + 10u^2t \\
&+ u^3) + s(t^3 - 12ut^2 - 28u^2t - 6u^3))M^4 + (2tM_Z^{10} - t(4s + 9t + 4u)M_Z^8 + (7t^3 + 7ut^2 + 7u^2t - u^3 \\
&+ s^2(t - u) + 2s(4t^2 + 3ut + u^2))M_Z^6 + (-t^4 - 2ut^3 + 21u^2t^2 - 24u^3t + 2u^4 + 2s^3(t + u) - 2su(-17t^2 \\
&+ 3ut + u^2) + s^2(3t^2 + 4ut - 2u^2))M_Z^4 - (-t^5 + 5ut^4 + 46u^2t^3 + 2u^3t^2 - 13u^4t + 2s^3(t + 3u)t \\
&- 2s(t^3 - 21ut^2 - 40u^2t + 4u^3)t + u^5 + s^4(t + u) - 2s^2u(-15t^2 + ut + u^2))M_Z^2 + t^2u^2(-10s^2 \\
&+ 20(2t + u)s + 11t^2 - 9u^2 + 20tu) + uM_H^8(-6M_Z^2 + 4t + 3u) - 2uM_H^6(4M_Z^4 - 2(3s + 5t + 7u)M_Z^2 \\
&+ 4t^2 + 3u^2 + 4st + 3su + 9tu) + M_H^4(2(t + u)M_Z^6 - 4(t^2 + 2st + 5ut - 4u^2)M_Z^4 - (-t^3 + 7ut^2 \\
&+ 37u^2t + 17u^3 + 3s^2(t + 3u) - 2s(t^2 - 15ut - 9u^2))M_Z^2 + u(4t^3 + 13ut^2 + 12u^2t + 3u^3 \\
&+ s^2(4t + 3u) + 6s(2t^2 + 3ut + u^2))) - 2M_H^2(2(s(t + u) + t(t + 4u))M_Z^6 - (3t^3 + 19ut^2 + 15u^2t + 3u^3 \\
&+ s(5t^2 + 12ut + 9u^2))M_Z^4 + (t^4 + 5ut^3 - 4u^2t^2 + 12u^3t + 2u^4 - 2s^3(t + u) - s^2(t^2 + 12ut - 4u^2) \\
&+ s(2t^3 - 3ut^2 + 14u^2t + 8u^3))M_Z^2 + tu(2ts^2 + (2t^2 - ut - u^2)s - u(-3t^2 + 6ut + u^2)))M^2 - t^2M_Z^{10} \\
&+ 2t^2(s + t + u)M_Z^8 - t(2uM_H^4 + t^3 - u^3 + s^2(t - u) + 5t^2u + tu(3u - 4M_H^2) + 2s(t^2 + ut + u(u - 2M_H^2)))M_Z^6 \\
&- 2u(-2uM_H^6 + (-2t^2 - 4st + 3ut + 2u^2 + 2su)M_H^4 + t(3t^2 + 5st + ut - 4u^2 + 4su)M_H^2 + t(s^3 + (t - u)s^2 \\
&- (2t^2 - 3ut + u^2)s - 2t^3 + u^3 - 2t^2u))M_Z^4 + u(3uM_H^8 - 2u(3s + 5t + 3u)M_H^6 + (-t^3 + 7ut^2 + 15u^2t \\
&+ 3u^3 + 3s^2(t + u) + s(-2t^2 + 8ut + 6u^2))M_H^4 - 2t(2s^3 + ts^2 + (u^2 - 2t^2)s - t^3 + 3u^3 + 4tu^2)M_H^2 \\
&+ t(s^4 + 2ts^3 + 2(3t - u)us^2 - 2t(t^2 - 5ut - 5u^2)s - t^4 + u^4 + tu^3 - t^3u))M_Z^2 + 2tu^2(-M_H^8 \\
&+ 2(s + t + u)M_H^6 - (s^2 + 3ts + 2us + t^2 + u^2 + 3tu)M_H^4 + t(s + u)(s + t + u)M_H^2 - 6st^2u))g_p^2 \\
&+ g_S^2(142M^{14} + 2(42M_H^2 + 398M_Z^2 - 60s - 145t - 209u)M^{12} + (22M_H^4 + 2(50M_Z^2 \\
&- 23s - 61t - 95u)M_H^2 + 394M_Z^4 + 30s^2 + 201t^2 + 461u^2 - 2(229s + 623t + 741u)M_Z^2 \\
&+ 196st + 296su + 788tu)M^{10} + (4M_H^6 + 2(12M_Z^2 + s - 20t - 17u)M_H^4 + 2(10M_Z^4 + (11s - 69t \\
&- 101u)M_Z^2 - 3s^2 + 23t^2 + 65u^2 + 34st + 32su + 134tu)M_H^2 + 8M_Z^6 - 2(58s + 255t + 282u)M_Z^4 \\
&+ (60s^2 + 608ts + 756us + 695t^2 + 995u^2 + 1954tu)M_Z^2 - 2(26t^3 + 245ut^2 + 398u^2t + 111u^3 \\
&+ s^2(17t + 26u) + s(51t^2 + 234ut + 121u^2)))M^8 + (3M_H^8 + 2(8M_Z^2 - 3s - 5t - 7u)M_H^6 + (36M_Z^4 \\
&+ 2(s - 30t - 34u)M_Z^2 + 3s^2 + 21t^2 + 13u^2 + 76tu + 2s(5t + u))M_H^4 + 2(6M_Z^6 - 20(2t + u)M_Z^4 \\
&+ (-13s^2 - 13us + 35t^2 + 52u^2 + 155tu)M_Z^2 - t^3 - 9u^3 - 92tu^2 + 6s^2u - 50t^2u - s(15t^2 + 55ut + 3u^2))M_H^2 \\
&- 5M_Z^8 + 2(2s - 5t - 3u)M_Z^6 + 3t^4 + 39u^4 + (-3s^2 + 6(25t + 26u)s + 229t^2 + 247u^2 + 562tu)M_Z^4 \\
&+ 18st^3 + 66su^3 + 340tu^3 + 10s^2t^2 + 22s^2u^2 + 440t^2u^2 + 370stu^2 + 2(2s^3 - (31t + 44u)s^2 \\
&- (137t^2 + 427ut + 199u^2)s - 84t^3 - 135u^3 - 533tu^2 - 448t^2u)M_Z^2 + 108t^3u + 242st^2u + 56s^2tu)M^6
\end{aligned}$$

(B. 21)

$$\begin{aligned}
& + (-M_Z^{10} + 2(s+6t+u)M_Z^8 - 2(s^2+5ts+t^2-u^2-2tu)M_Z^6 + 2(s^3+(2t+u)s^2-(27t^2+83ut+30u^2)s \\
& - 21t^3-14u^3-89tu^2-92t^2u)M_Z^4 + (-s^4-2(3t+2u)s^3+2(7t^2+39ut+18u^2)s^2+(46t^3+330ut^2 \\
& + 376u^2t+66u^3)s+2(9t^4+87ut^3+187u^2t^2+110u^3t+9u^4))M_Z^2 - 2tu(2t^3+42ut^2+77u^2t \\
& + 25u^3+s^2(8t+11u)+s(23t^2+96ut+49u^2)) + M_H^8(3M_Z^2-2(t+3u)) + 2M_H^6(2M_Z^4 \\
& - (3s+5t+19u)M_Z^2 + 2(t^2+6ut+4u^2+s(t+3u))) + 2M_H^4(M_Z^6 - (6s+19t+24u)M_Z^4 + (9t^2 \\
& + 69ut+28u^2+s(t+9u))M_Z^2 - t^3-2u^3-23tu^2-22t^2u-s^2(t+3u)-s(3t^2+12ut+5u^2)) - 2M_H^2(2(s \\
& + 4t+3u)M_Z^6 - (20t^2+73ut+5u^2+s(10t+u))M_Z^4 + (-2s^3-5(2t+3u)s^2+(t^2+23ut-6u^2)s+7t^3 \\
& - 3u^3+107tu^2+73t^2u)M_Z^2 - s^2(t^2-3u^2)-3u(t^3+12ut^2+6u^2t-u^3)-s(t^3+28ut^2+20u^2t \\
& - 6u^3)))M^4 + (2tM_Z^{10} - t(4s+9t+4u)M_Z^8 + (5t^3+5ut^2-3u^2t+u^3+s^2(3t+u)+2s(4t^2 \\
& + ut-u^2))M_Z^6 + (3t^4+18ut^3+45u^2t^2+12u^3t-2u^4-2s^3(t+u)-s^2(t^2+4ut-2u^2)+2s(2t^3 \\
& + 21ut^2+29u^2t+u^3))M_Z^4 + (-t^5-15ut^4-42u^2t^3-58u^3t^2-5u^4t+2s^3(t+3u)t-2s(t^3 \\
& + 23ut^2+62u^2t+26u^3)t+u^5+s^4(t+u)-2s^2u(7t^2+15ut+u^2))M_Z^2 + t^2u^2(6s^2+40ts+52us \\
& + 3t^2+15u^2+20tu)+uM_H^8(-6M_Z^2+4t+3u)-2uM_H^6(4M_Z^4-2(3s+5t+7u)M_Z^2 \\
& + 4t^2+3u^2+4st+3su+9tu)+2M_H^2(2(s(t+u)+t(t+4u))M_Z^6 - (3t^3+23ut^2+35u^2t-5u^3 \\
& + s(5t^2+16ut+u^2))M_Z^4 + (t^4+9ut^3+44u^2t^2+22u^3t-4u^4-2s^3(t+u)-s^2(t^2+8ut+2u^2) \\
& + s(2t^3+5ut^2+28u^2t-4u^3))M_Z^2 + tu(-2ts^2+(-2t^2-15ut+u^2)s+u(-3t^2-10ut+u^2))) \\
& + M_H^4(-2(t+u)M_Z^6 + 4(t^2+11ut+4u^2+2s(t+2u))M_Z^4 - (t^3+29ut^2+91u^2t+15u^3-3s^2(t-u) \\
& + 2s(t^2+9ut+13u^2))M_Z^2 + u(4t^3+29ut^2+12u^2t+3u^3+s^2(4t+3u)+6s(2t^2+3ut+u^2))))M^2 \\
& - t^2M_Z^{10} + 2t^2(s+t+u)M_Z^8 - t(-2uM_H^4 + t^3+u^3+3t^2u+s^2(t+u)+tu(4M_H^2-u)+2s(t^2+ut \\
& + u(2M_H^2-u)))M_Z^6 + 2u(2uM_H^6 - (2t^2+3ut+2u^2+2s(2t+u))M_H^4 + t(3t^2+5st+3ut+2u^2 \\
& + 6su)M_H^2 + t(s^3+(t-u)s^2-u(7t+u)s+u^2(u-2t)))M_Z^4 + u(3uM_H^8 - 2u(3s+5t+3u)M_H^6 \\
& + (t^3+11ut^2+13u^2t+3u^3-3s^2(t-u)+2s(t^2+8ut+3u^2))M_H^4 - 2t(-2s^3-(t-2u)s^2+(2t^2 \\
& + 4ut+5u^2)s+t^3+u^3+6tu^2+2t^2u)M_H^2 + t(-s^4-2ts^3+2u(3t+u)s^2+2t(t^2+5ut+7u^2)s \\
& + t^4-u^4+tu^3+4t^2u^2-t^3u))M_Z^2 + 2tu^2(-M_H^8 + 2(s+t+u)M_H^6 - (s^2+3ts+2us+t^2 \\
& + u^2+3tu)M_H^4 + t(s+u)(s+t+u)M_H^2 - 6st^2u)))S_W^2
\end{aligned}
\tag{B. 22}$$

B.5  $D\bar{D} \rightarrow Z\gamma$ 

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{D\bar{D} \rightarrow HH}|^2 &= \frac{1}{9} \sum_{pol} (\mathcal{M}_{Z\gamma,t} + \mathcal{M}_{Z\gamma,u})(\mathcal{M}_{Z\gamma,t} + \mathcal{M}_{Z\gamma,u})^\dagger = \\
&\frac{2C_W^2 g_t^4}{M^8 (M^2 - t)^2 (M^2 - u)^2} (4M^{16} + (242M_Z^2 - 64s - 20(t+u))M^{14} \\
&+ (224M_Z^4 - 2(129s + 361t + 269u)M_Z^2 + 32s^2 + 11t^2 + 11u^2 + 140tu + 164s(t+u))M^{12} \\
&+ (26M_Z^6 - 12(7s + 43t + 32u)M_Z^4 + (64s^2 + 576ts + 456us + 787t^2 + 415u^2 + 1560tu)M_Z^2 \\
&- 2(6s^3 + 30(t+u)s^2 + 3(25t^2 + 68ut + 25u^2)s - 19t^3 - 19u^3 + 108tu^2 + 108t^2u))M^{10} + (-7M_Z^8 \\
&+ (4s - 50t - 30u)M_Z^6 + (7s^2 + 2(88t + 63u)s + 399t^2 + 199u^2 + 860tu)M_Z^4 - 2(4s^3 + (62t + 55u)s^2 \\
&+ (219t^2 + 500ut + 130u^2)s + 175t^3 + 53u^3 + 598tu^2 + 824t^2u)M_Z^2 + 4s^4 - 55t^4 - 55u^4 \\
&+ 72tu^3 + 436t^2u^2 + 72t^3u + 20s^3(t+u) + 6s^2(7t^2 + 20ut + 7u^2) + s(58t^3 + 358ut^2 + 358u^2t \\
&+ 58u^3))M^8 - (3M_Z^{10} - 2(3s + 10t + 6u)M_Z^8 + (3s^2 + 14(t+u)s - 17t^2 - 7u^2 - 46tu)M_Z^6 \\
&+ 2(50t^3 + 321ut^2 + 220u^2t + 11u^3 + 2s^2(3t+u) + s(51t^2 + 121ut + 26u^2))M_Z^4 - (37t^4 \\
&+ 698ut^3 + 1252u^2t^2 + 338u^3t - 15u^4 + 12s^3(t+u) + s^2(64t^2 + 206ut + 52u^2) + 4s(29t^3 \\
&+ 187ut^2 + 140u^2t + 13u^3))M_Z^2 + 2(-13t^5 - 31ut^4 + 140u^2t^3 + 140u^3t^2 - 31u^4t - 13u^5 \\
&+ 3s^4(t+u) + 4s^3(t^2 + 4ut + u^2) + s^2(8t^3 + 44ut^2 + 44u^2t + 8u^3) + s(4t^4 + 65ut^3 + 146u^2t^2 \\
&+ 65u^3t + 4u^4))M^6 + (2(3t+u)M_Z^{10} - (19t^2 + 28ut + 4u^2 + 4s(3t+u))M_Z^8 + 2(5t^3 - ut^2 - 2u^2t \\
&+ u^3 + s^2(3t+u) + s(8t^2 + 16ut + 3u^2))M_Z^6 + (-t^4 + 143ut^3 + 327u^2t^2 + 51u^3t + 5s^2(t+u)t \\
&- 4u^4 + 2s(5t^3 + 61ut^2 + 45u^2t + u^3))M_Z^4 - 2(-4t^5 + 33ut^4 + 256u^2t^3 + 190u^3t^2 - 5u^4t \\
&- 4u^5 + s^3(2t^2 + 9ut + 2u^2) + s^2(2t^3 + 52ut^2 + 47u^2t + 2u^3) + s(2t^4 + 96ut^3 + 204u^2t^2 \\
&+ 53u^3t + 2u^4))M_Z^2 - 4t^6 - 4u^6 - 45tu^5 + 33t^2u^4 + 222t^3u^3 + 33t^4u^2 - 45t^5u + 12s^3tu(t+u) \\
&+ s^4(2t^2 + 9ut + 2u^2) + 4stu(4t^3 + 23ut^2 + 23u^2t + 4u^3) + 4s^2(t^4 + 8ut^3 + 15u^2t^2 + 8u^3t + u^4))M^4 \\
&- t((3t+4u)M_Z^{10} - 2(3t^2 + 3st + 10ut + 4u^2 + 4su)M_Z^8 + (3t^3 + 16ut^2 + 9u^2t + 4u^3 \\
&+ s^2(3t+4u) + 2s(3t^2 + 11ut + 6u^2))M_Z^6 + u(-7t^3 + 67ut^2 + 43u^2t - 7u^3 + s^2(t-u) + s(6t^2 \\
&+ 38ut + 4u^2))M_Z^4 - u(-14t^4 + 47ut^3 + 152u^2t^2 + 19u^3t - 14u^4 + 6s^3(t+u) + s^2(8t^2 + 46ut \\
&+ 8u^2) + s(8t^3 + 96ut^2 + 68u^2t + 8u^3))M_Z^2 + u(-7t^5 - 19ut^4 + 52u^2t^3 + 52u^3t^2 - 19u^4t \\
&+ 4s^3ut + 4su(2t^2 + 5ut + 2u^2)t - 7u^5 + 3s^4(t+u) + 8s^2(t^3 + 2ut^2 + 2u^2t + u^3))M^2 + t^2u(2M_Z^{10} \\
&- 4(s+t+u)M_Z^8 + 2(s^2 + 2ts + 3us + t^2 + u^2 + 3tu)M_Z^6 - u(s^2 - 2us + 5t^2 + 3u^2 - 10tu)M_Z^4 \\
&- 2u(s^3 + 2(t+u)s^2 + (2t^2 + 5ut + 2u^2)s - 3(t^3 - 2ut^2 - 2u^2t + u^3))M_Z^2 + u(s^4 + 4(t^2 + u^2)s^2 \\
&- 3(t^4 - 4u^2t^2 + u^4)))S_W^2
\end{aligned} \tag{B. 23}$$

C Grados de libertad efectivos  $g_*(T)$ 

Temperatura (T)	Nuevas partículas	$4 * g_*$
$T < m_e$	$\gamma's, \nu's$	29
$m_e < T < m_\mu$	$e's$	43
$m_\mu < T < m_\pi$	$\mu's$	57
$m_\pi < T < T_c$	$\pi's$	69
$T_c < T < m_s$	$\pi's + u, d +$ gluones	205
$m_s < T < m_c$	$s$	247
$m_c < T < m_\tau$	$c$	289
$m_\tau < T < m_b$	$\tau$	303
$m_b < T < m_{W,Z}$	$b$	345
$m_{W,Z} < T < m_H$	$W, Z$	381
$m_H < T < m_t$	$H$	385
$m_t < T$	$t$	427

Cuadro 8.1 –  $T_c$  corresponde a la temperatura de la transición confinamiento-desconfinamiento entre los quarks y hadrones [16].

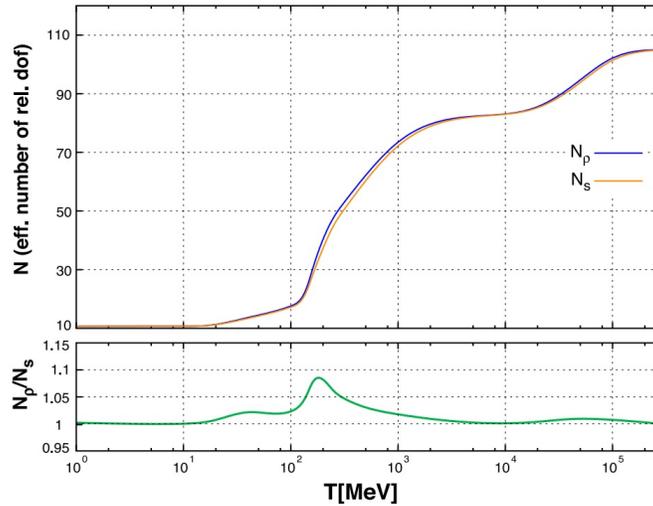


Figura 8.1 – Grados de libertad efectivos en función de la temperatura. La curva  $N_\rho$  asume una escala de QCD de 150 MeV mientras que la curva  $N_s$  asume 450 MeV [16].



# Bibliografía

- [1] L. Canetti, M. Drewes and M. Shaposhnikov, *New J. Phys.* **14**, 095012 (2012) doi:10.1088/1367-2630/14/9/095012 [arXiv:1204.4186 [hep-ph]].
- [2] J. Schechter and J. W. F. Valle, *Phys. Rev. D* **22**, 2227 (1980). doi:10.1103/PhysRevD.22.2227
- [3] H. Georgi and S. L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* **32**, 438 (1974). doi:10.1103/PhysRevLett.32.438
- [4] F. Zwicky, *Helv. Phys. Acta* **6**, 110 (1933) [*Gen. Rel. Grav.* **41**, 207 (2009)]. doi:10.1007/s10714-008-0707-4
- [5] S. M. Faber and J. S. Gallagher, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **17**, 135 (1979). doi:10.1146/annurev.aa.17.090179.001031
- [6] J. de Swart, G. Bertone and J. van Dongen, *Nature Astron.* **1**, 0059 (2017) doi:10.1038/s41550017-0059, 10.1038/s41550-017-0059 [arXiv:1703.00013 [astro-ph.CO]].
- [7] X. D. Shi and G. M. Fuller, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2832 (1999) doi:10.1103/PhysRevLett.82.2832 [astro-ph/9810076].
- [8] C. Boehm, T. A. Ensslin and J. Silk, *J. Phys. G* **30**, 279 (2004) doi:10.1088/0954-3899/30/3/004 [astro-ph/0208458].
- [9] L. J. Rosenberg and K. A. van Bibber, *Phys. Rept.* **325**, 1 (2000). doi:10.1016/S0370-1573(99)00045-9
- [10] M. Napsuciale, S. Rodríguez, R. Ferro-Hernández and S. Gómez-Ávila, *Phys. Rev. D* **93**, no. 7, 076003 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.93.076003 [arXiv:1509.07938 [hep-ph]].
- [11] S. Gómez-Ávila and M. Napsuciale, *Phys. Rev. D* **88**, no. 9, 096012 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.88.096012 [arXiv:1307.4711 [hep-ph]].

- [12] K. G. Begeman, A. H. Broeils and R. H. Sanders, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **249**, 523 (1991).
- [13] A. C. Fabian and S. W. Allen, doi:10.1142/9789812704009\_0018 *astro-ph/0304020*.
- [14] E. W. Kolb and M. S. Turner, *Front. Phys.* **69**, 1 (1990).
- [15] R. Scarpa, *AIP Conf. Proc.* **822**, 253 (2006) doi:10.1063/1.2189141 [*astro-ph/0601478*].
- [16] C. Patrignani *et al.* [Particle Data Group], *Chin. Phys. C* **40**, no. 10, 100001 (2016). doi:10.1088/1674-1137/40/10/100001
- [17] D. J. Fixsen, *Astrophys. J.* **707**, 916 (2009) doi:10.1088/0004-637X/707/2/916 [arXiv:0911.1955 [*astro-ph.CO*]].
- [18] G. Bertone, D. Hooper and J. Silk, *Phys. Rept.* **405**, 279 (2005) doi:10.1016/j.physrep.2004.08.031 [*hep-ph/0404175*].
- [19] A. Kusenko, *Phys. Rept.* **481**, 1 (2009) doi:10.1016/j.physrep.2009.07.004 [arXiv:0906.2968 [*hep-ph*]].
- [20] S. Dodelson, Amsterdam, Netherlands: Academic Pr. (2003) 440 p
- [21] J. Bernstein, CAMBRIDGE, USA: UNIV. PR. (1988) 149p doi:10.1017/CBO9780511564185
- [22] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], *Astron. Astrophys.* **594**, A13 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201525830 [arXiv:1502.01589 [*astro-ph.CO*]].
- [23] G. Arcadi, M. Dutra, P. Ghosh, M. Lindner, Y. Mambrini, M. Pierre, S. Profumo and F. S. Queiroz, arXiv:1703.07364 [*hep-ph*].
- [24] Q. Xia *et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **458**, no. 4, 3839 (2016) doi:10.1093/mnras/stw565 [arXiv:1510.06810 [*astro-ph.GA*]].
- [25] D. M. Webber *et al.* [MuLan Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **106**, 041803 (2011) [*Phys. Rev. Lett.* **106**, 079901 (2011)] doi:10.1103/PhysRevLett.106.041803, 10.1103/PhysRevLett.106.079901 [arXiv:1010.0991 [*hep-ex*]].
- [26] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], *JHEP* **1601**, 172 (2016) doi:10.1007/JHEP01(2016)172 [arXiv:1508.07869 [*hep-ex*]].
- [27] CMS Collaboration [CMS Collaboration], CMS-PAS-HIG-16-009.

- [28] C. L. Bennett *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **208**, 20 (2013) doi:10.1088/0067-0049/208/2/20 [arXiv:1212.5225 [astro-ph.CO]].
- [29] L. Amendola, J. Rubio and C. Wetterich, arXiv:1711.09915 [astro-ph.CO].
- [30] M. Cannoni, *Int. J. Mod. Phys. A* **32**, no. 02n03, 1730002 (2017) doi:10.1142/S0217751X17300022 [arXiv:1605.00569 [hep-ph]].
- [31] P. Gondolo and G. Gelmini, *Nucl. Phys. B* **360**, 145 (1991). doi:10.1016/0550-3213(91)90438-4
- [32] M. Cannoni, *Eur. Phys. J. C* **76**, no. 3, 137 (2016) doi:10.1140/epjc/s10052-016-3991-2 [arXiv:1506.07475 [hep-ph]].
- [33] M. Cannoni, *Phys. Rev. D* **89**, no. 10, 103533 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.89.103533 [arXiv:1311.4494 [astro-ph.CO], arXiv:1311.4508 [astro-ph.CO]].
- [34] E. G. Delgado-Acosta, M. Kirchbach, M. Napsuciale and S. Rodriguez, *Phys. Rev. D* **85**, 116006 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.85.116006 [arXiv:1204.5337 [hep-ph]].



# CARTAS DE AUTORIZACIÓN

## **Sinodales**

Presidente

Dr. Juan Barranco Monarca

Secretario

Dr. Alberto Diez Tejedor

Vocal

Dr. Pablo Roig Garcés

Suplente

Dr. Mauro Napsuciale Mendivil



Universidad  
Guanajuato

León, Guanajuato; a 15 de enero de 2018

Dr. David Yves Ghislain Delepine  
Director de la División de Ciencias e Ingenierías  
Campus León, Universidad de Guanajuato  
P R E S E N T E

Estimado Dr. Delepine,

Por este medio, me permito informarle que he leído y revisado la tesis titulada **“Materia Oscura como Campos de Materia de Espín Uno,”** que realizó la estudiante **Haydee Hernández Arellano** como requisito para obtener el grado de Maestro en Ciencias (Física).

Considero que el trabajo de tesis realizado por Haydee reúne los requisitos necesarios de calidad e interés académico para que sea defendida en un examen de grado, razón por la cual extiendo mi aval para que así se proceda.

Sin más que agregar, agradezco su atención y aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
“LA VERDAD OS HARÁ LIBRES”

Dr. Juan Barranco Monarca  
Departamento de Física  
DCI, Campus León

**DEPARTAMENTO DE FÍSICA, DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍAS, CAMPUS LEÓN**

Loma del Bosque 103, Fracc. Lomas del Campestre C.P. 37150 León, Gto., Ap. Postal E-143 C.P. 37000 Tel. (477) 788-5100, Fax: (477) 788-5100 ext. 8410, <http://www.fisica.ugto.mx>



Universidad  
de Guanajuato

**Alberto Diez Tejedor**  
Profesor Asociado C  
Departamento de Física  
DCI-León

León, Guanajuato; a 12 de enero de 2018

Dr. David Yves Ghislain Delepine  
Director de la División de Ciencias e Ingenierías  
Campus León, Universidad de Guanajuato  
P R E S E N T E

Estimado Dr. Delepine,

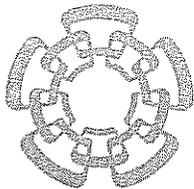
Por este medio, me permito informarle que he leído y revisado la tesis titulada “**Materia Oscura como Campos de Materia de Espín Uno,**” que realizó la estudiante **Haydee Hernández Arellano** como requisito para obtener el grado de Maestro en Ciencias (Física).

Considero que el trabajo de tesis realizado por Haydee reúne los requisitos necesarios de calidad e interés académico para que sea defendida en un examen de grado, razón por la cual extiendo mi aval para que así se proceda.

Sin más que agregar, agradezco su atención y aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
“LA VERDAD OS HARÁ LIBRES”

Dr. Alberto Diez Tejedor  
Departamento de Física  
DCI, Campus León



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

Ciudad de México, 12 de Enero de 2018

Dr. David Delepine  
Director DCI  
Presente

Por este conducto le informo que he leído la tesis titulada "Materia oscura como campos de materia de espín uno" que para obtener el grado de Maestro en Física ha formulado la L.I.F. Haydee Hernández Arellano bajo la dirección del Dr. Mauro Napsuciale Mendivil.

Este trabajo reúne las características de calidad, originalidad y forma para el grado al que se aspira, por lo cual, recomiendo que se realice la defensa correspondiente tan pronto lo permita la burocracia asociada.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

Atentamente  
Dr. Pablo Roig Garcés  
(Dpto. de Física del Cinvestav)  
Sinodal



León, Guanajuato, 12 de Enero de 2018

Dr. David Delepine

Director DCI

Presente

Por este conducto le informo que he leído la tesis titulada "*Materia oscura como campos de materia de espín uno*" que para obtener el grado de Maestro en Física ha formulado la L.I.F. Haydee Hernández Arellano bajo mi dirección.

En mi opinión, este trabajo reúne las características de calidad y forma para el grado al que se aspira, por lo cual, no tengo inconveniente en que se realice la defensa correspondiente.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

Atentamente

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Mauro Napsuciale Mendivil".

Dr. Mauro Napsuciale Mendivil

Sinodal