



**UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO**

---

---

**CAMPUS IRAPUATO-SALAMANCA  
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS**

***“Desarrollo de una herramienta computacional para  
optimizar la operación de redes de distribución activas”***

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**  
(Opción: Instrumentación y Sistemas Digitales)

PRESENTA:

**Ing. José Antonio Santacruz Granados**

DIRECTORES:

**Dr. Alejandro Pizano Martínez  
Dr. Iván Abel Hernández Robles**

# Dedicatoria

Dedico esta tesis a mis padres, José Antonio Santacruz Prieto y Alicia Granados Delgado por todo el apoyo y motivación que me han brindado para llegar hasta aquí.

A mis hermanos Víctor, Karina y Lucy que me han acompañado en este largo camino.

A mi esposa Juana Marisol López Rodríguez por estar a mi lado incondicionalmente, y creer siempre en mí.

# Agradecimientos

Quiero agradecer a mis asesores, el Dr. Alejandro Pizano Martínez y el Dr. Iván Abel Hernández Robles por su valiosa colaboración en el desarrollo de esta tesis.

Al Dr. Víctor Javier Gutiérrez Martínez, por el apoyo en el desarrollo de la estancia de investigación, cuyos resultados fueron parte fundamental para este trabajo.

A mis sinodales el Dr. Miguel Ángel Gómez Martínez y la Dra. Dora Luz Almanza Ojeda por el valioso tiempo brindado en la revisión del presente documento de tesis.

# Agradecimientos Institucionales

Agradezco a la Universidad de Guanajuato, especialmente a la División de Ingenierías del Campus Irapuato-Salamanca por la formación y el apoyo que he recibido desde la Licenciatura hasta el día de hoy. A los profesores por transmitirme sus conocimientos a lo largo de todos estos años, y que gracias a ello obtengo mi título de maestría.



Este trabajo de tesis se ha llevado a cabo gracias al apoyo recibido por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México (CONACyT), bajo la beca otorgada en la convocatoria titulada "BECAS NACIONALES 2016 PRIMER PERIODO", con el número de becario 689039.



Por último, agradezco al Instituto Tecnológico de Morelia (ITM) por su colaboración para la realización de una breve estancia de investigación dentro de sus instalaciones, en las cuales se obtuvo el modelo del arreglo de paneles solares bajo la supervisión del Dr. Víctor Javier Gutiérrez Martínez.



# Resumen

En el presente trabajo de tesis se muestra el desarrollo de una herramienta computacional implementada en MatLab® R2015a útil para optimizar la operación de redes de distribución activas. Esta herramienta permite determinar un punto óptimo de operación de estado estacionario físicamente factible en el que los voltajes nodales y las corrientes a través de los elementos que componen la red de distribución activa se encuentran dentro de límites permisibles. Para este fin, el problema se formula como un problema de optimización en el que el conjunto de variables de decisión está compuesto por las variables que representan usuarios con flexibilidad en su demanda de energía, la posición de los taps de los reguladores de voltaje y los voltajes de los nodos terminales. El objetivo es la minimización de la reducción de la demanda de energía, tomando como restricciones los límites permisibles de los voltajes nodales y corrientes a través de los elementos. La herramienta desarrollada determina el punto óptimo de operación resolviendo el problema de optimización mediante el acoplamiento del método de optimización de punto interior y el algoritmo de flujos de potencia de barrido hacia adelante y hacia atrás. En este sentido, la herramienta desarrollada puede ser adaptada para complementar las aplicaciones que constituyen el sistema para el manejo de redes de distribución activas.

Para el desarrollo de la herramienta computacional se han implementado una gran variedad de modelos de componentes que permiten la simulación de una extensa variedad de redes de distribución activas, teniendo entonces características destacadas de funcionalidad y generalidad. Para fines de claridad y autonomía de contenido, el trabajo presenta los modelos de los componentes de la red de distribución, así como los algoritmos utilizados para el desarrollo de la herramienta computacional. En relación a la representación de generación distribuida, se han implementado dos modelos para representar aerogeneradores con máquina de inducción y arreglos de paneles solares. Dichos modelos de generación distribuida dan la posibilidad de tomar en cuenta la integración de estas fuentes renovables de generación a la red de distribución.

Para validar e ilustrar el funcionamiento del algoritmo de solución y de la herramienta computacional desarrollada, se muestran los resultados obtenidos considerando alimentadores de prueba estandarizados por el IEEE.

# Abstract

In the present thesis the development of a computational tool implemented on MatLab® R2015a useful to optimize the operation of active distribution networks is shown. This tool makes it possible to determine a physically feasible steady state operational optimum point at which nodal voltages and currents through the elements composing the active distribution network are within allowable limits. To this end, the problem is formulated as an optimization problem in which the set of decision variables is composed of the variables that represent users with flexibility in their energy demand, the position of the taps of the voltage regulators and the voltages of the end nodes. The objective is to minimize the reduction of energy demand, taking as constraints the permissible limits of nodal voltages and currents across the elements. The developed tool determines the optimum operating point by solving the optimization problem through coupling the interior-point optimization method and the forward-backward sweep power flow algorithm. In this sense, the tool developed can be adapted to complement the applications that constitute the system for the management of active distribution networks.

For the development of the computational tool, a great variety of component models have been implemented that allow the simulation of a wide variety of active distribution networks, having then outstanding characteristics of functionality and generality. For purposes of clarity and content autonomy, the thesis presents the models of the components of the distribution network, as well as the algorithms used for the development of the computational tool. In relation to the representation of distributed generation, two models have been implemented to represent wind turbines with induction machine and solar panel arrangements. Such distributed generation models give the possibility of taking into account the integration of these renewable generation sources into the distribution network.

To validate and illustrate the operation of the solution algorithm and the computational tool developed, the results obtained are presented considering test feeders standardized by the IEEE.

# Índice General

<b>ÍNDICE GENERAL</b> .....	<b>6</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b> .....	<b>8</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>13</b>
1.1 ANTECEDENTES .....	13
1.2 OPTIMIZACIÓN DE LA OPERACIÓN DE REDES DE DISTRIBUCIÓN .....	15
1.3 OBJETIVOS .....	19
1.4 JUSTIFICACIÓN .....	20
1.5 ESTRUCTURA DEL TRABAJO .....	20
<b>CAPÍTULO 2: FORMULACIÓN PARA LA OPTIMIZACIÓN DE REDES DE DISTRIBUCIÓN</b> .....	<b>22</b>
2.1 INTRODUCCIÓN .....	22
2.2 CONCEPTOS BÁSICOS DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN .....	22
2.3 SUBESTACIONES DE DISTRIBUCIÓN .....	23
2.4 ALIMENTADORES RADIALES .....	24
2.5 MODELOS DE LOS COMPONENTES DEL SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN .....	26
2.5.1 Impedancia Serie de Líneas Aéreas .....	26
2.5.2 Admitancia en Derivación de Líneas Aéreas .....	30
2.5.3 Impedancia Serie de Líneas Subterráneas .....	35
2.5.3.1 Cable con neutro concéntrico .....	35
2.5.3.2 Cable con cinta bloqueadora .....	37
2.5.4 Admitancia en Derivación de Líneas Subterráneas .....	39
2.5.4.1 Cable con neutro concéntrico .....	39
2.5.4.2 Cable con cinta bloqueadora .....	41
2.5.5 Modelo de Línea del Sistema de Distribución .....	42
2.5.5.1 Modelo Exacto del Segmento de Línea.....	42
2.5.6 Modelo del Regulador de Voltaje a Pasos .....	46
2.5.7 Modelo de Transformador .....	50
2.5.7.1 Conexión Delta – Estrella Aterrizada .....	52
2.5.7.2 Conexión Estrella No Aterrizada – Delta .....	53
2.5.7.3 Conexión Estrella Aterrizada – Estrella Aterrizada .....	55
2.5.7.4 Conexión Delta – Delta .....	56
2.5.7.5 Conexión Estrella Abierta – Delta Abierta .....	57
2.5.8 Modelo de Carga.....	58
2.5.8.1 Cargas conectadas en Estrella .....	59
2.5.8.2 Cargas conectadas en Delta .....	61
2.5.8.3 Capacitores en Derivación .....	63
2.5.8.4 Motor de Inducción Trifásico.....	65
2.6 GENERACIÓN DISTRIBUIDA .....	70
2.6.1 Modelo del Aerogenerador .....	70
2.6.1.1 Turbina Eólica .....	70
2.6.1.2 Generador de Inducción .....	71
2.6.2 Modelo del Panel Solar .....	73

2.7 ALGORITMO DE BARRIDO HACIA ADELANTE—HACIA ATRÁS .....	76
2.8 FORMULACIÓN DE RESTRICCIONES DE ESTADO ESTACIONARIO.....	78
2.9 MODELO DE OPTIMIZACIÓN .....	80
2.9.1 Método de Optimización: Algoritmo de Punto Interior .....	81
2.10 DESCRIPCIÓN DE LA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL .....	88
<b>CAPÍTULO 3: RESULTADOS .....</b>	<b>92</b>
3.1 ALGORITMO DE SOLUCIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA.....	92
3.1.1 Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.....	92
3.1.2 Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.....	97
3.1.3 Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.....	99
3.1.4 Prueba de la Máquina de Inducción .....	100
3.1.5 Prueba del Aerogenerador.....	102
3.1.6 Prueba del Arreglo de Paneles Solares.....	105
3.2 HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL ANÁLISIS DE FLUJOS DE POTENCIA ÓPTIMOS EN UNA RED DE DISTRIBUCIÓN ACTIVA .....	107
3.2.1 ALIMENTADOR DEL IEEE DE 13 NODOS MODIFICADO .....	108
3.2.2 ALIMENTADOR DEL IEEE DE 123 NODOS MODIFICADO .....	114
<b>CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES .....</b>	<b>117</b>
<b>APÉNDICE A: RESULTADOS DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN .....</b>	<b>119</b>
A.1 ALIMENTADOR DE PRUEBA DEL IEEE DE 34 NODOS.....	119
A.2 ALIMENTADOR DE PRUEBA DEL IEEE DE 123 NODOS.....	123
A.3 CASO DE PRUEBA DE LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN.....	131
A.4 CASO DE PRUEBA DEL AEROGENERADOR.....	133
A.5 CASO DE PRUEBA DEL ARREGLO DE PANALES SOLARES .....	135
<b>APÉNDICE B: RESULTADOS DE LA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL .....</b>	<b>143</b>
B.1 CONDICIÓN INICIAL DEL ALIMENTADOR DE PRUEBA DEL IEEE DE 123 NODOS MODIFICADO .....	143
B.2 ALIMENTADOR DE PRUEBA DEL IEEE DE 123 NODOS MODIFICADO Y OPTIMIZADO .....	148
<b>APÉNDICE C: DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL ALGORITMO DE BARRIDO HACIA ADELANTE – HACIA ATRÁS .....</b>	<b>156</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>161</b>

# Índice de Tablas

<b>Tabla 3.1 Perfil de Voltaje obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.</b> .....	93
<b>Tabla 3.2 Perfil de Voltaje del Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.</b> .....	94
<b>Tabla 3.3 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.</b> .....	95
<b>Tabla 3.4 Resumen de Flujos de Potencia del Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.</b> .....	96
<b>Tabla 3.5 Error relativo porcentual y características de convergencia para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.</b> .....	96
<b>Tabla 3.6 Error relativo porcentual y características de convergencia para el Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.</b> .....	99
<b>Tabla 3.7 Error relativo porcentual y características de convergencia para el Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.</b> .....	99
<b>Tabla 3.8 Perfil de Voltaje obtenido con el algoritmo de solución para el Caso de Prueba de la máquina de inducción.</b> .....	101
<b>Tabla 3.9 Perfil de Voltaje proporcionado por [30] para el Caso de Prueba de la máquina de inducción.</b> .....	101
<b>Tabla 3.10 Error relativo porcentual y características de convergencia para el Caso de Prueba de la Máquina de Inducción.</b> .....	102
<b>Tabla 3.11 Características de convergencia del Caso de Prueba del Aerogenerador.</b> .....	104
<b>Tabla 3.12 Curva Potencia VS Temperatura del Arreglo de Paneles Solares.</b> .....	106
<b>Tabla 3.13 Curva Eficiencia VS Potencia Entrante del Inversor.</b> .....	106
<b>Tabla 3.14 Error relativo porcentual para el Caso de Prueba de los Arreglos de Paneles Solares como Potencia Aparente Cosntante.</b> .....	106
<b>Tabla 3.15 Error relativo porcentual para el Caso de Prueba de los Arreglos de Paneles Solares como Impedancia Constante.</b> .....	106
<b>Tabla 3.16 Resultados de las pruebas de la sección 3.1.</b> .....	107
<b>Tabla 3.17 Resumen de Flujos de Potencia de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.</b> .....	109
<b>Tabla 3.18 Perfil de Voltaje de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.</b> .....	110
<b>Tabla 3.19 Flujos de Potencia Parcial de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.</b> .....	110
<b>Tabla 3.20 Valores de Convergencia para la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.</b> .....	111
<b>Tabla 3.21 Información de los Reguladores de Voltaje del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.</b> .....	111
<b>Tabla 3.22 Resultados de los Límites de Corriente del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.</b> .....	111

<b>Tabla 3.23 Resumen de Flujos de Potencia Óptimos del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.</b> .....	112
<b>Tabla 3.24 Perfil de Voltaje del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.</b> .	113
<b>Tabla 3.25Resumen de la Reducción de Carga del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.</b> .....	113
<b>Tabla 3.26 Reducción de Carga del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.</b> .....	113
<b>Tabla 3.27 Valores de Convergencia para el Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.</b> .....	114
<b>Tabla 3.28 Valores de Convergencia para el Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado.</b> ...	115
<b>Tabla 3.29 Valores de Convergencia para el Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado.</b> .....	116
<b>Tabla A.1 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.</b> .....	119
<b>Tabla A.2 Resumen de Flujos de Potencia del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.</b> ...	120
<b>Tabla A.3 Perfil de Voltaje obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.</b> .....	121
<b>Tabla A.4 Perfil de Voltaje del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.</b> .....	122
<b>Tabla A.5 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.</b> .....	123
<b>Tabla A.6 Resumen de Flujos de Potencia del Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.</b> .	124
<b>Tabla A.7 Perfil de Voltaje obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.</b> .....	125
<b>Tabla A.8 Perfil de Voltaje del Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.</b> .....	128
<b>Tabla A.9 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Caso de Prueba de la Máquina de Inducción.</b> .....	131
<b>Tabla A.10 Resumen de Flujos de Potencia proporcionado por [30] para el Caso de Prueba de la Máquina de Inducción.</b> .....	132
<b>Tabla A.11 Perfil de Voltaje obtenido con el AS para el Caso de Prueba del Aerogenerador.</b> ....	133
<b>Tabla A.12 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el AS para la Prueba del Aerogenerador.</b> .....	134
<b>Tabla A.13 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Potencia Aparente Constante.</b> .....	135
<b>Tabla A.14 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con OpenDSS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Potencia Aparente Constante.</b> .....	136
<b>Tabla A.15 Perfil de Voltaje obtenido con el AS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Potencia Aparente Constante.</b> .....	137
<b>Tabla A.16 Perfil de Voltaje obtenido con OpenDSS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Potencia Aparente Constante.</b> .....	138
<b>Tabla A.17 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Impedancia Constante.</b> .....	139

<b>Tabla A.18 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con OpenDSS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Impedancia Constante. ....</b>	<b>140</b>
<b>Tabla A.19 Perfil de Voltaje obtenido con el AS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Impedancia Constante. ....</b>	<b>141</b>
<b>Tabla A.20 Perfil de Voltaje obtenido con OpenDSS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Impedancia Constante. ....</b>	<b>142</b>
<b>Tabla B.1 Resumen de Flujos de Potencia Óptimos del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado. ....</b>	<b>143</b>
<b>Tabla B.2 Flujos de Potencia Parcial de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado. ....</b>	<b>144</b>
<b>Tabla B.3 Perfil de Voltaje de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado. ....</b>	<b>144</b>
<b>Tabla B.4 Perfil de Voltaje de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado. ....</b>	<b>148</b>
<b>Tabla B.5 Información de los Reguladores de Voltaje del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado. ....</b>	<b>151</b>
<b>Tabla B.6 Resumen de Flujos de Potencia Óptimos del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado. ....</b>	<b>152</b>
<b>Tabla B.7 Resumen de la Reducción de Carga del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado. ....</b>	<b>153</b>
<b>Tabla B.8 Reducción de Carga del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado. ....</b>	<b>153</b>
<b>Tabla B.9 Resultados de los Límites de Corriente del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado. ....</b>	<b>155</b>

# Índice de Figuras

Figura 1.1 Sistema avanzado para el manejo de redes de distribución activas (adaptada de [2]). .....	15
Figura 2.1 Mayoría de los componentes del sistema de potencia [1]. .....	22
Figura 2.2 Subestación de distribución simple [1]. .....	23
Figura 2.3 Alimentador de distribución simple [1]. .....	25
Figura 2.4 Conductores y sus imágenes [1]. .....	26
Figura 2.5 Segmento de línea de cuatro hilos con neutro aterrizado [1]. .....	28
Figura 2.6 Modelo de segmento de línea [1]. .....	30
Figura 2.7 Campo eléctrico de un conductor redondo cargado [1]. .....	31
Figura 2.8 Arreglo de conductores redondos [1]. .....	31
Figura 2.9 Conductores y sus imágenes [1]. .....	32
Figura 2.10 Disposición trifásica subterránea con neutro adicional [1]. .....	35
Figura 2.11 Cable con neutro concéntrico [1]. .....	36
Figura 2.12 Espaciamiento de una disposición trifásica de cables con neutro concéntrico [1]. ....	37
Figura 2.13 Cable con cinta bloqueadora [1]. .....	38
Figura 2.14 Cable con neutro concéntrico básico [1]. .....	39
Figura 2.15 Cable con cinta bloqueadora [1]. .....	42
Figura 2.16 Modelo del segmento de línea trifásico [1]. .....	42
Figura 2.17 Regulador de Voltaje a Pasos tipo B [1]. .....	48
Figura 2.18 Circuito de Control del SRV [1]. .....	48
Figura 2.19 Reguladores tipo B conectados en estrella [1]. .....	49
Figura 2.20 Banco de transformadores trifásico general [1]. .....	51
Figura 2.21 Conexión estándar delta-estrella aterrizada con voltajes [1]. .....	52
Figura 2.22 Conexión estándar delta-estrella aterrizada con corrientes [1]. .....	53
Figura 2.23 Conexión estándar estrella no aterrizada – delta con fasores de voltaje y corriente de secuencia positiva [1]. .....	54
Figura 2.24 Conexión estrella aterrizada – estrella aterrizada [1]. .....	55
Figura 2.25 Conexión delta – delta [1]. .....	56
Figura 2.26 Conexión estrella abierta – delta abierta usando las fases A y B del lado primario [1]. .....	57
Figura 2.27 Carga conectada en estrella [1]. .....	59
Figura 2.28 Carga conectada en delta [1]. .....	61
Figura 2.29 Banco de capacitores conectados en estrella [1]. .....	64
Figura 2.30 Banco de capacitores conectados en delta [1]. .....	65
Figura 2.31 Redes de secuencia de las redes de secuencia [27]. .....	65
Figura 2.32 Diagrama de flujo para encontrar la corriente de carga del motor al conocer la potencia mecánica del eje y desconocer el deslizamiento. ....	69
Figura 2.33 Modelo del Aerogenerador [27]. .....	70
Figura 2.34 Diagrama de flujo para encontrar la corriente de generación del aerogenerador. ....	72

<b>Figura 2.35 Diagrama de bloques del Modelo del Elemento PVSystem de OpenDSS. ....</b>	<b>73</b>
<b>Figura 2.36 Forma típica de las curvas i-v para valores diferentes de irradiación para una temperatura constante, con los puntos de máxima potencia indicados. ....</b>	<b>74</b>
<b>Figura 2.37 Ejemplo de variación Potencia-Temperatura para una irradiación de 1 kW/m<sup>2</sup>. ....</b>	<b>75</b>
<b>Figura 2.38 Eficiencia vs Potencia Entrante al Inversor en p.u. ....</b>	<b>76</b>
<b>Figura 2.39 Diagrama de flujo del método de barrido hacia adelante – hacia atrás ....</b>	<b>78</b>
<b>Figura 2.40 Diagrama de Flujo de los Flujos de Potencia Óptimos [28]. ....</b>	<b>87</b>
<b>Figura 2.41 Diagrama de flujo del proceso realizado por el algoritmo de solución. ....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 2.42 Diagrama de flujo del proceso realizado por la herramienta computacional. ....</b>	<b>91</b>
<b>Figura 3.1 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos. ....</b>	<b>93</b>
<b>Figura 3.2 Perfil de Voltaje para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos. ....</b>	<b>94</b>
<b>Figura 3.3 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos. ....</b>	<b>97</b>
<b>Figura 3.4 Perfil de Voltaje para el Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos. ....</b>	<b>98</b>
<b>Figura 3.5 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos. ....</b>	<b>100</b>
<b>Figura 3.6 Diagrama Unifilar del Caso de Prueba de la Máquina de Inducción. ....</b>	<b>100</b>
<b>Figura 3.7 Perfil de Voltaje para el Caso de Prueba de la Máquina de Inducción. ....</b>	<b>101</b>
<b>Figura 3.8 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 nodos con dos aerogeneradores [27]. ....</b>	<b>102</b>
<b>Figura 3.9 Potencia Real Inyectada por los Aerogeneradores. ....</b>	<b>104</b>
<b>Figura 3.10 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos con dos arreglos de Paneles Solares. ....</b>	<b>105</b>
<b>Figura 3.11 Alimentador del IEEE de 13 nodos modificado. ....</b>	<b>108</b>
<b>Figura 3.12 Diagrama Unifilar del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado. ....</b>	<b>115</b>
<b>Figura C.1 Alimentador simple. ....</b>	<b>156</b>
<b>Figura C.2 Niveles del Alimentador Simple. ....</b>	<b>156</b>
<b>Figura C.3 Nomenclatura del ramal al analizar un nodo. ....</b>	<b>157</b>

# Capítulo 1: Introducción

## 1.1 Antecedentes

Desde un punto de vista tradicional las redes eléctricas de distribución son las encargadas de transportar y suministrar la energía eléctrica a los consumidores finales. En este sentido, las redes de distribución se encuentran en la penúltima etapa del proceso de generación, transmisión, distribución y consumo de la energía eléctrica. A pesar de su importancia en dicho proceso, su análisis, operación y control han sido estandarizados y efectuados por medio de sistemas para el manejo de sistemas de distribución (DMS por sus siglas en inglés) que dependen fuertemente de la gran experiencia, práctica común e intervención manual de los operadores [1]. No obstante a la gran intervención de los operadores (factor humano), los DMS se pueden considerar como el cerebro de los sistemas de distribución y en la actualidad algunas de las funciones (aplicaciones) que efectúan son las siguientes [2],

- Detección de fallas, aislamiento y restauración del sistema (Fault Detection, Isolation, and Service Restoration, FDIR). Esta función está diseñada para mejorar la confiabilidad del sistema.
- Control integrado de voltaje/potencia reactiva (Integrated Voltage/Var Control, IVVC). Esta función tiene tres objetivos básicos: reducir las pérdidas en los alimentadores mediante la (des-)energización de bancos de capacitores, control de la posición de taps de los reguladores y transformadores. Lo cual pretende mantener un perfil de voltaje adecuado (dentro de límites).
- El procesador de topología (Topology Processor, TP). Esta función se ejecuta fuera de línea (offline) y determina la topología de la red y conectividad, lo cual es útil para para otras aplicaciones de la DMS.
- Análisis de flujos de potencia (Distribution Power Flow, DPF). Esta función evalúa la condición de operación de estado estacionario para diferentes escenarios de operación. Es una función medular del DMS, sus resultados son utilizados por otras funciones del DMS.
- Modelado de carga/estimación de carga (Load Modeling/Load Estimation, LM/LE) El LM/LE utiliza toda la información disponible de la red de distribución para estimar de manera precisa la energía demandada (carga) en los puntos de consumo. La efectividad de la entera DMS reside en la exactitud de los datos proveídos por el LM/LE.

- Reconfiguración óptima de la red (Optimal Network Reconfiguration, ONR). Determina la reconfiguración óptima de la red de distribución para minimizar las pérdidas de energía, mantener perfiles de voltaje óptimos, etc.

- Análisis de contingencia (Contingency Analysis, CA). Su objetivo es determinar las condiciones de operación de pos-contingencia para un conjunto hipotético de contingencias. A partir de sus resultados los operadores diseñan y ejecuta acciones de control preventivas para reducir los efectos adversos.

- Análisis de corto circuito (Short-Circuit Analysis, SCA). Esta función se ejecuta fuera de línea para calcular la corriente de corto circuito para condiciones de falla hipotética con la finalidad de evaluar los posibles impactos de una falla en la red. El SCA después verifica las características de protección y operación de los relevadores, y recomiendan características de relevadores más exactas o configuración de la red.

- Colocación óptima de capacitores/colocación óptima de reguladores de voltaje (Optimal Capacitor Placement/Optimal Voltage Regulator Placement, OCP/OVP). Es una función fuera de línea que determina la localización óptima de bancos de capacitores y reguladores de voltaje para un control efectivo de potencia reactiva y del perfil de voltaje.

Sin embargo, en la actualidad los sistemas de distribución tienden a operar en un contexto de redes eléctricas inteligentes, las cuales se caracterizan por atributos tales como la disposición de mediciones eléctricas a partir de infraestructuras de medición avanzadas (AMI), penetración de tecnologías avanzadas para la comunicación de datos, automatización de sistemas de protección adaptivos, estrategias automatizadas para la operación y control, integración de fuentes de generación distribuida (DG), integración de sistemas para el almacenamiento de la energía, entre otros [3]. Es importante notar que la integración de fuentes de generación distribuida implica una transformación de los sistemas de distribución tradicionales a redes de distribución activas, en las que el flujo energético puede ser bidireccional; de la fuente hacia la carga y viceversa. En congruencia con esta modernización, se identifica la necesidad de desarrollar sistemas avanzados para el manejo de sistemas de distribución que integran en su infraestructura nuevas tecnologías, como se ilustra en la Figura 1.1 [2]. La Figura 1.1 muestra que los DMS convencionales deben adoptar un gran número de nuevas funciones que permitan operar dichos sistemas de distribución modernos.

Las nuevas funciones que se espera desempeñen los DMS son el manejo de los datos de medición, control de generadores distribuidos, manejo de sistemas de almacenamiento, etc. Se hace notar que una de las nuevas funciones es la optimización de la demanda. Esto se debe a que en un contexto de redes inteligentes las redes de distribución activas integran generación distribuida, pero además abastecen consumidores cuya demanda de potencia puede ser regulada por el DMS con la finalidad de cumplir alguno de los siguientes dos objetivos; 1) mitigar problemas operativos o 2) lograr el aprovechamiento óptimo de la energía. Desde el punto de vista del primer

objetivo, la función de optimización de la demanda del DMS debe determinar la regulación óptima de la demanda con la finalidad de mitigar problemas operativos. Este es el aspecto en que se enfoca el presente trabajo.

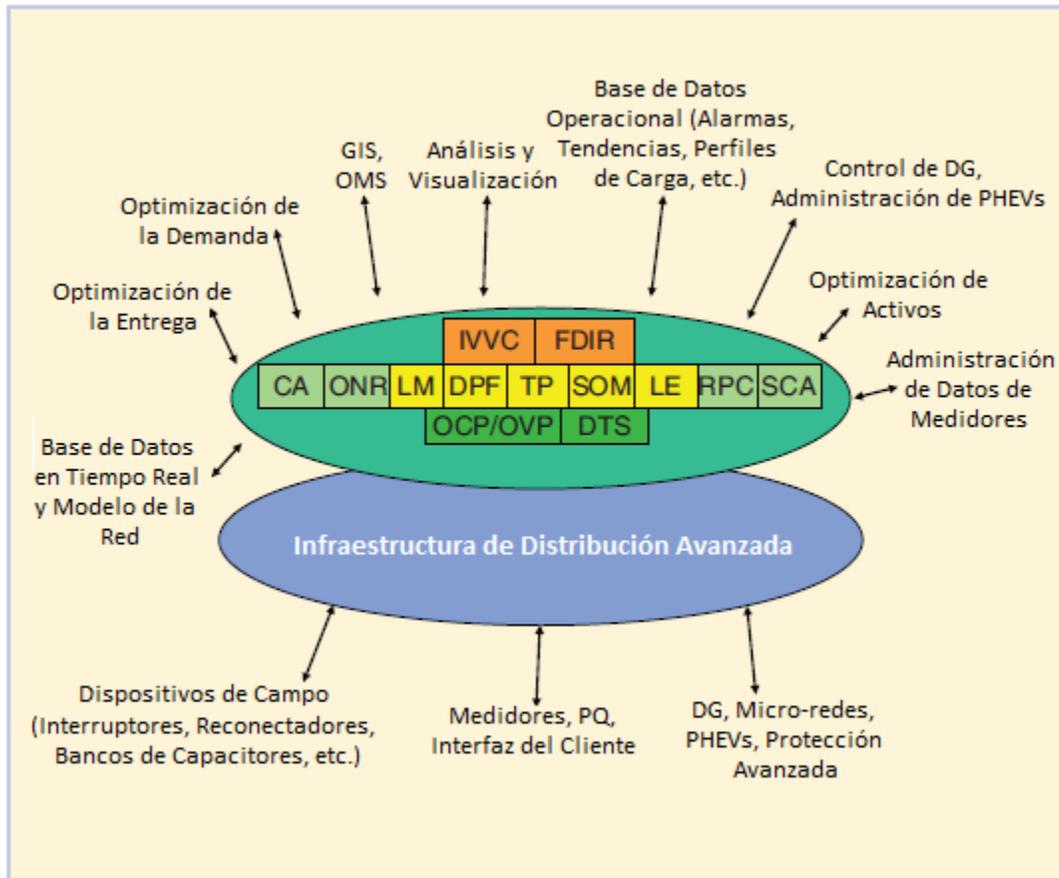


Figura 1.1 Sistema avanzado para el manejo de redes de distribución activas (adaptada de [2]).

## 1.2 Optimización de la operación de redes de distribución

La modernización de las redes de distribución motiva el presente trabajo, el cual incide directamente en la función del DMS encargada de la optimización de la demanda para mitigar problemas operativos. Desde esta perspectiva, la optimización de la operación de estado estacionario de redes de distribución activas consiste en determinar la condición de operación óptima que minimiza la reducción de la demanda y mitiga sobrecargas en los componentes del sistema. Consecuentemente, el problema abordado se enmarca en el concepto de flujos de potencia óptimos (optimal power flow, OPF)[4].

El concepto de OPF fue introducido en los 1960's y fue enfocado principalmente a optimizar la operación de sistemas de potencia [4]. Es importante mencionar que el problema de OPF para sistemas de potencia considera condiciones de perfecto balance en las fases. Tal que el sistema de potencia se representa por medio de un modelo de secuencia positiva y frecuencia fundamental [5]. Sin embargo, a diferencia de los sistemas

de transmisión, la mayoría de las redes de distribución son de topología radial, no contienen una gran diversidad de fuentes de energía despachables (con capacidad de regular la generación de potencia eléctrica), contemplan diversidad en cuanto a la cantidad de fases, omiten la transposición de líneas de transmisión y operan predominantemente bajo condiciones de substancial desbalance [1], [6]–[8]. Por lo tanto, si se desea determinar con precisión su condición de operación óptima, el sistema de distribución debe representarse por medio de un modelo en el dominio de las fases. A continuación se describen trabajos representativos en los que se aborda la optimización de la operación de sistemas de distribución desde varias perspectivas.

En [9] se presenta una metodología de OPF trifásicos (TOPF o Three Phase Optimal Power Flow) desbalanceados para DMS en una red inteligente. En esta propuesta, las variables de control del problema de optimización son la demanda de potencia activa. La metodología está basada en el método Quasi-Newton y se acopla la herramienta OpenDSS para realizar el análisis de flujo de carga trifásico desbalanceado [10]. La herramienta OpenDSS es de código abierto y realiza la solución de flujos por medio de una formulación en inyecciones de corriente. La estrategia se implementó en MATLAB®, el acoplamiento del método Quasi-Newton y OpenDSS se hace a través de la interfaz Component Object Model (COM) proporcionada por OpenDSS.

En [11] se presenta una metodología para la reconfiguración de una red de distribución por medio de una metodología de OPF basado en un enfoque Descomposición de Bender. El objetivo del trabajo es minimizar las pérdidas de potencia, balanceando la carga de los alimentadores y sujeta a las restricciones: límite de la capacidad en las líneas, límites mínimo y máximo de la subestación o generador, mínima desviación de los voltajes nodales y la operación radial de la red. Se utiliza una variante del algoritmo de la descomposición de Bender para resolver el problema, tal que se formula un problema maestro y problema esclavo. El problema maestro es formulado como una programación cuadrática entera mixta para tener la posibilidad de representar el estado de los interruptores por medio de variables binarias. El problema esclavo se formula y resuelve como un problema de FPO, mediante el cual se determina la factibilidad y optimalidad de cada combinación de los estados de los interruptores determinada por el problema maestro.

En [12] se enfatiza el gran interés que ha surgido en la introducción de un gran número de fuentes pequeñas de distribución y almacenamiento a nivel de distribución y en manejo óptimo de éstas, ya que es un tópico que no se ha abordado suficientemente. Proponen una estrategia de manejo óptimo para sistemas de distribución con unidades de DG. Para este fin, utilizan un algoritmo que descompone el problema en dos componentes: 1) despacho económico de la energía y sistemas auxiliares basados en precios del mercado y 2) minimización de pérdidas considerando el impacto de bancos de capacitores. Utilizan un algoritmo combinando programación cuadrática y seccionada para encontrar la solución.

En [13] se discuten las propiedades de la herramienta OPF y cómo estas propiedades pueden ser adaptadas y aplicadas en un ambiente en tiempo real para resolver problemas de control de flujo de potencia en redes de distribución activas. En este caso, el problema de optimización también se realiza de manera secuencial; iterando la solución de flujos de potencia con un método de optimización lineal. En particular, resuelven un problema de OPF considerando generación distribuida, donde asignan prioridades a las unidades DG para aportar o dejar de aportar energía cuando una línea está sobrecargada. Aunque el trabajo lo enfocan a ser aplicado en tiempo real, los autores destacan que hay muchas consideraciones que no se abordaron y que deben considerarse para lograrlo.

En [14] se propone una formulación para análisis de flujos de potencia óptimos flexibles en una red de distribución, basado en una técnica capaz de determinar la máxima capacidad conectable de generación renovable (variable) bajo un esquema de administración de redes activas (ANM o Active Network Management). Se incluye el control coordinado de voltaje, control de factor de potencia adaptativo, y corte de energía. Enfatizan que en la mayoría de los casos, el factor limitante para lograr la maximización de la integración de la energía renovable fue el límite térmico de los transformadores en los nodos de conexión de los generadores distribuidos.

En [15] se presenta una solución de OPF enfocado en maximizar la salida de potencia real de las fuentes de generación distribuida, considerando a la vez restricciones de pérdidas en redes de distribución radiales y malladas. El problema OPF se considera como un problema de programación no lineal multi-objetivo, donde se pondera mediante pesos la salida de potencia activa de las unidades de generación distribuida. Las pérdidas son representadas mediante aproximaciones lineales y resueltas por el método de punto interior. El trabajo se enfoca en mantener la velocidad de convergencia y exactitud. Evalúan el método en dos redes de distribución, una en malla y otra radial. El trabajo agrega penalizaciones para la DG por pérdidas de energía, y así prueban tres casos distintos, maximizando generación, minimizando pérdidas y la dual que maximiza generación y minimiza pérdidas al mismo tiempo.

En [16] se utiliza un OPF multi-periodo (o despacho de un día en adelante) para determinar el manejo óptimo de la energía proveniente de unidades de generación distribuida. En dicho trabajo, se busca minimizar las pérdidas de energía del sistema. En adición, incluyen control coordinado de voltaje y el control del factor de potencia de las unidades de generación distribuida. Investigan la relación entre pérdidas de energía y mayor capacidad de generación. Se demuestra que si solamente se enfoca en minimizar las pérdidas de energía se tiende a comprometer la capacidad de generación que puede ser conectada a las redes de distribución. En este trabajo y en [14], los autores consideran únicamente la integración de energía eólica.

En [17] se emplea un método híbrido de algoritmos genéticos y OPF que pretende enfocarse en la capacidad para colocar y dimensionar eficientemente un número predefinido de unidades de generación distribuida. Esto con la finalidad de recomendar a los operadores del sistema de distribución el mejor sitio, y capacidades disponibles, para

conectar estratégicamente un número definido de unidades de generación distribuida. La estrategia OPF maximiza la ganancia, beneficio o incentivo. Sus resultados demuestran que a mayor número de unidades de generación mayor energía puede ser aprovechada, pero también a mayor número de unidades habrá muchas más pérdidas. El algoritmo inserta el número de unidades de DG que se quieran y puede ser utilizado para una buena planificación por parte de los operadores del sistema de distribución.

En [18] se propone una estrategia para resolver el problema de OPF para sistemas trifásicos desbalanceados. En esta estrategia, el problema de optimización se formula en inyecciones de potencia y resuelve de manera unificada: es decir, para cada nodo del sistema se plantean tres ecuaciones de balance de potencia activa y tres ecuaciones de balance de potencia reactiva (una por cada fase).

Es importante mencionar que las propuestas reportadas en [11]–[17] contemplan únicamente modelos monofásicos de las redes de distribución, lo cual dista de la diversidad de fases y desbalance existente en sistemas de distribución reales. Por otra parte, los trabajos reportados en [9], [18] consideran modelos que tienen la capacidad de representar redes eléctricas con diversidad en la cantidad de fases y condiciones de desbalance. La propuesta reportada en [9], sin embargo, se limita a mitigar la sobrecarga del alimentador principal del sistema de distribución. En esta propuesta el proceso de optimización para mitigar la sobrecarga del alimentador principal se realiza de manera secuencial de acuerdo a una estrategia de búsqueda lineal (muy parecida al algoritmo de máximo descenso [19]). En este proceso de optimización secuencial, por cada variable de decisión de problema de optimización se debe ejecutar una simulación completa de flujos de potencia utilizando la herramienta denominada OpenDSS. Esto último con la finalidad de evaluar por medio de diferencias finitas el gradiente de la función objetivo a optimizar. En este sentido, manipular la sobrecarga de varios elementos del sistema de distribución a la vez por medio de dicha propuesta podría resultar ineficiente o no factible. Además, debido al proceso secuencial, su extensión para la solución del problema del manejo de la energía en un contexto de “look ahead [20]” podría resultar considerablemente complicada. En [18], el problema de optimización se resuelve mediante el método de Newton, pero utilizan una estrategia heurística para manipular las restricciones de desigualdad. En adición, la dimensión del problema de optimización se incrementa drásticamente por la consideración del modelo trifásico.

En este trabajo se propone desarrollar una herramienta que permita optimizar la operación de la red de distribución en base a una estrategia de optimización unificada en la que se acoplan el método de punto interior (Interior Point Method, IPM) [21] y el algoritmo de barrido hacia adelante y hacia atrás (Forward-Backward Sweep algorithm, FBS) [1]. Por un lado, es importante destacar que el método de punto interior ha probado ser robusto y eficiente en la solución de modelos de optimización asociados a problemas en el contexto de OPF. Por otro lado, en contraste a los métodos clásicos para el análisis de estado estacionario de redes eléctricas, el algoritmo FBS no requiere de la evaluación de un Jacobiano; cuya singularidad y dominancia diagonal son afectadas por la elevada relación R/X y por la topología radial de los sistemas de distribución [8]. En este contexto,

el método FBS es generalmente más robusto y rápido (eficiente) en la determinación de la condición de estado estacionario de sistemas de distribución que incluso el tradicional método de Newton-Raphson [22], [23]. En adición, el método FBS está diseñado para el análisis de sistemas de distribución estrictamente radiales. Sin embargo, utilizando los métodos de compensación propuestos en [6], [24], [25] también puede utilizarse para analizar sistemas de distribución ligeramente mallados. Por último, el método de FBS ha demostrado su robustez para el análisis de sistemas de distribución que contienen una gran diversidad en cuanto a la cantidad de fases, sin transposición de líneas de transmisión y que operan predominantemente bajo condiciones de sustancial desbalance. Debido a estas características, los métodos IPM y FBS son acoplados para desarrollar la herramienta objeto de este trabajo.

Por último, debido a las características predominantes de las redes de distribución reales, el trabajo contempla abordar un modelo de red de distribución con diversidad en la cantidad de fases y condiciones de operación desbalanceadas. Los componentes del sistema de distribución a considerar son líneas de transmisión (aéreas y subterráneas no transpuestas), transformadores convencionales, transformadores con tap variante bajo carga, reguladores de voltaje y fuentes de generación distribuida (paneles solares y generadores eólicos).

### **1.3 Objetivos**

Objetivo General:

Desarrollar una herramienta computacional flexible en Matlab® que asista en la optimización de la operación de estado estacionario de redes de distribución activas para mitigar problemas de sobre carga de alimentadores, sobre voltajes y bajos voltajes nodales de dichas redes de distribución.

Objetivos Específicos:

- Formular modelos matemáticos de componentes para el análisis de estado estacionario de redes de distribución activas.
- Implementar en un programa computacional el algoritmo de barrido hacia adelante y atrás para el análisis de estado estacionario de redes de distribución activas.
- Formular el modelo matemático para la optimización de redes de distribución activas.
- Implementar computacionalmente el modelo asociado a la optimización de redes de distribución activas para su solución por medio del método de punto interior.
- Desarrollar un manual de usuario para describir la estructura, flexibilidad y estrategia de uso de la herramienta computacional desarrollada.

## **1.4 Justificación**

Desde sus inicios las redes de distribución de energía eléctrica han operado en un contexto de redes pasivas, es decir, bajo la consideración de que el flujo energético tiene un sentido unidireccional; desde el sistema (fuente) hacia el punto de consumo (carga). Sin embargo, la integración de fuentes de generación distribuida implica una transformación de los sistemas de distribución tradicionales a redes de distribución activas, en las que el flujo energético es bidireccional. En adición, los sistemas de distribución modernos contemplan la inclusión de nueva infraestructura y su operación y control debe realizarse en un contexto de redes inteligentes. Consecuentemente, el sistema para el manejo de la red de distribución (DMS) debe actualizarse para desarrollar nuevas funciones. Una de las nuevas funciones que el DMS debe efectuar es la optimización de la demanda. Esta función del DMS debe regular la demanda con la finalidad de mitigar problemas operativos o para lograr el aprovechamiento óptimo de la energía. Desde el punto de vista de la mitigación de problemas operativos, la función de optimización de la demanda del DMS debe determinar la regulación óptima de la demanda con la finalidad de mitigar problemas que afectan la adecuada operación de los componentes de la red de distribución. Esta función está enfocada entonces a la optimización de la operación de estado estacionario de la red eléctrica de distribución.

Teniendo en mente lo anterior, en este trabajo se formula e implementa una herramienta que determina (diseña) la condición óptima de operación de estado estacionario de redes de distribución activas. Esta condición óptima minimiza la reducción de la potencia entregada a los usuarios (optimiza la demanda), pero a la vez garantiza que los componentes del sistema operan con un perfil de voltaje adecuado y dentro de sus límites admisibles de corriente. Debido a su robustez, el IPM y el algoritmo de barrido hacia adelante y hacia atrás FBS se acoplan para resolver el modelo de optimización asociado al problema abordado en este trabajo.

## **1.5 Estructura del trabajo**

El presente trabajo de tesis se encuentra organizado en cuatro capítulos, los cuales se describen brevemente a continuación:

Capítulo I. En el primer capítulo se proporciona la introducción del trabajo presentado. Se exponen los objetivos planteados para el trabajo, así como los motivos y justificación del mismo.

Capítulo II. El segundo capítulo describe el modelado matemático de los componentes de redes de distribución activas, así como la formulación del problema de optimización y la estrategia utilizada para su solución. Así mismo, se describe la implementación computacional de la herramienta desarrollada.

Capítulo III. El tercer capítulo presenta los resultados numéricos obtenidos de la aplicación de la herramienta desarrollada para el estudio de casos que contemplan sistemas de distribución estandarizados por el IEEE, así como modificaciones de dichos sistemas para incluir generación distribuida.

Capítulo IV. Finalmente, se presentan las conclusiones resultantes del trabajo de investigación realizado en este trabajo de tesis.

# Capítulo 2: Formulación para la Optimización de Redes de Distribución

## 2.1 Introducción

El presente capítulo inicia describiendo los componentes de un sistema de distribución clásico. Posteriormente, se presentan los modelos en el dominio de las fases de las líneas de transmisión (segmentos de alimentador), reguladores de voltaje, transformadores y cargas. Enseguida, se proporcionan los modelos de fuentes renovables de generación distribuida; aerogenerador y del panel solar. Estos modelos son expresados en tal forma que su incorporación en el algoritmo de barrido hacia adelante y hacia atrás (FBS) es directa. Se presenta entonces el algoritmo FBS para la solución de flujos de potencia de sistemas de distribución. Esto último permite establecer restricciones a ser consideradas en el modelo de optimización. Finalmente, se describe el método de punto interior para fines de establecer la estrategia de solución del modelo de optimización a través de la herramienta computacional desarrollada.

## 2.2 Conceptos básicos de sistemas de distribución

La mayoría de los sistemas eléctricos de potencia se dividen en tres secciones: la generación, transmisión y distribución, en ocasiones algunos sistemas cuentan con una cuarta sección que es la subtransmisión, la cual se podría considerar como una subsección de la transmisión, debido a que tienen una operación y control muy similar, este esquema del sistema eléctrico de potencia se muestra en la Figura 2.1. El sistema de distribución inicia con la subestación de distribución que es alimentada por una o más líneas de subtransmisión, o en algunos casos es alimentada directamente por una línea de transmisión en alto voltaje. Cada subestación de distribución alimenta a uno o varios alimentadores primarios los cuales son radiales, es decir, que solo existe un camino para el flujo de potencia desde la compañía suministradora hasta el usuario final [1].

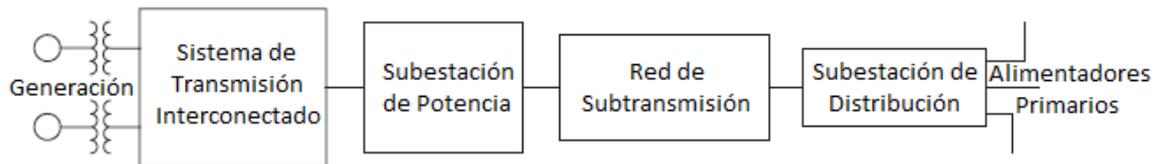


Figura 2.1 Mayoría de los componentes del sistema de potencia [1].

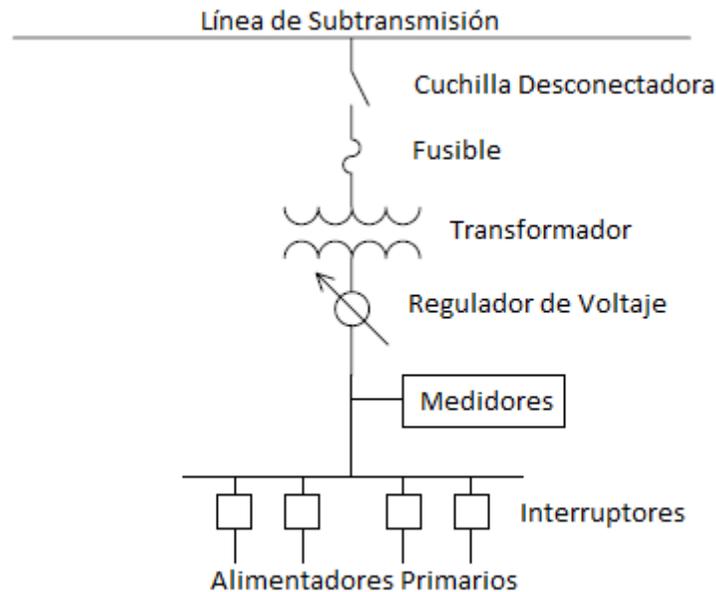


Figura 2.2 Subestación de distribución simple [1].

## 2.3 Subestaciones de Distribución

Un diagrama unifilar muy simple de una subestación de distribución se muestra en la Figura 2.2, el cual contiene la mayoría de los componentes encontrados en toda subestación [1].

1. Interrupción del lado de alta y del lado de baja tensión: En la Figura 2.2 la interrupción del lado de alta tensión se realiza con una simple cuchilla. Las subestaciones más grandes pueden utilizar interruptores de alto voltaje en diferentes diseños de bus. La interrupción del lado de baja tensión en la figura es llevado a cabo con interruptores controlados por relevador. En muchos casos los reconectores serán usados en lugar de una combinación interruptor/relevador. Algunos diseños de subestación incluirán un interruptor del bus de bajo voltaje en adición a los interruptores de cada alimentador. Como es el caso con el bus de alto voltaje, el bus de bajo voltaje puede tener diferentes diseños.

2. Transformación de voltaje: La función primaria de la subestación de distribución es reducir el voltaje a un nivel de voltaje de distribución. En la Figura 2.2 solo se muestra un transformador. Otros diseños de subestación contendrán dos o más transformadores trifásicos. Los transformadores de la subestación pueden ser unidades trifásicas o unidades monofásicas conectadas en una conexión estándar. Hay distintos niveles de voltaje de distribución, algunos de los más comunes son 34.5 kV, 23.9 kV, 14.4 kV, 13.2 kV, 12.47 kV.

3. Regulación de voltaje: Ya que la carga en los alimentadores varía, la caída de voltaje entre la subestación y el usuario también lo hará. Para mantener los voltajes del usuario dentro de un rango aceptable, el voltaje en la subestación necesita cambiar

cuando la carga cambie. En la Figura 2.2 el voltaje es regulado por un regulador a pasos que modificará el voltaje  $\pm 10\%$  en el bus del lado de bajo voltaje. Algunas veces esta función es llevada a cabo con un transformador de taps con carga (LTC – Load Tap Changing). Los LTC cambian los taps en los devanados de bajo voltaje del transformador cuando la carga varía. Muchos transformadores de la subestación tendrán taps fijos en los devanados del lado de alto voltaje. Estos son utilizados cuando el voltaje de la fuente está por arriba o por debajo del voltaje nominal. Los ajustes del tap fijo pueden modificar el voltaje  $\pm 5\%$ . Muchas veces, en lugar de un regulador de bus, cada alimentador tendrá su propio regulador. Este puede estar en forma de un regulador trifásico o de reguladores monofásicos que operan independientemente.

4. Protección: La subestación debe estar protegida contra la ocurrencia de un corto circuito. En el diseño simple de la Figura 2.2, la protección automática contra cortos circuitos dentro de la subestación se realiza con fusibles en el lado de alto voltaje del transformador. Ya que los diseños de las subestaciones son cada vez más complejos, esquemas de protección más extensos serán empleados para proteger el transformador, los buses de alto y bajo voltaje, y cualquier otro equipo. Los interruptores y reconectores de los alimentadores individuales son utilizados para proveer interrupción de corto circuitos que ocurran fuera de la subestación.

5. Medición: Cada subestación tiene alguna forma de medición. Ésta puede ser tan simple como un amperímetro analógico desplegando el valor actual de la corriente de la subestación, tanto como las corrientes mínima y máxima que han ocurrido en un periodo de tiempo específico. Los medidores digitales se han vuelto muy comunes. Éstos medidores registran los valores mínimo, máximo y promedio de corriente, voltaje, potencia, factor de potencia, etc. Para un rango de tiempo especificado. Típicamente los rangos de tiempo son de 15 minutos, 30 minutos y 1 hora. Los medidores digitales pueden monitorear la salida de cada transformador de la subestación y/o la salida de cada alimentador.

## 2.4 Alimentadores Radiales

Los alimentadores de distribución radial se caracterizan por tener solo un camino para el flujo de potencia desde la fuente (subestación de distribución) a cada cliente. Un sistema de distribución típico estará compuesto por una o más subestaciones de distribución compuestas a su vez por uno o más alimentadores. Los componentes del alimentador pueden constituirse de lo siguiente [1]:

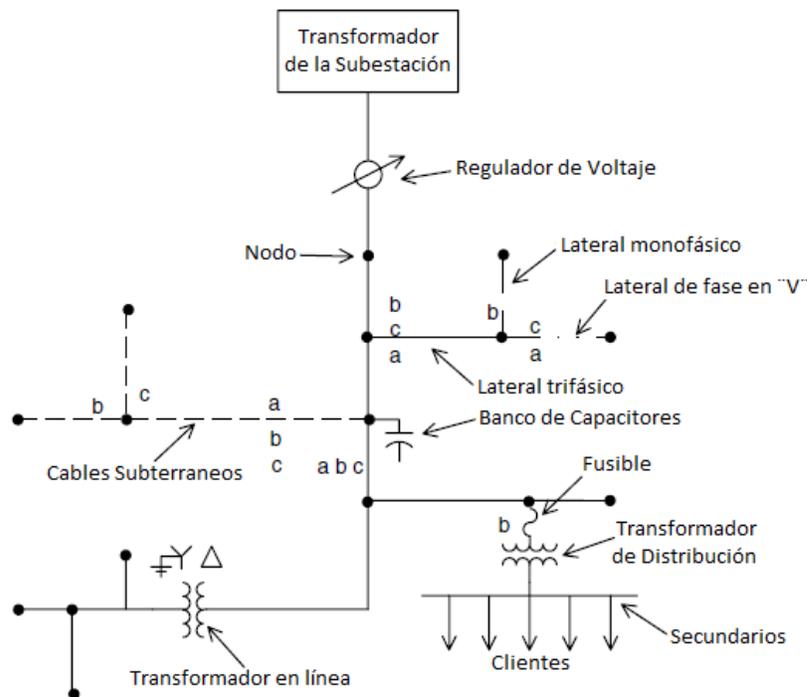
1. Alimentador "principal primario" trifásico
2. Laterales trifásicos, bifásicos (fase "V") y monofásicos.
3. Reguladores de voltaje a pasos.
4. Transformadores en línea.
5. Bancos de capacitores en derivación.

6. Transformadores de distribución.
7. Secundarios
8. Cargas trifásicas, bifásicas y monofásicas.

La carga de un alimentador de distribución es típicamente desbalanceado debido a la gran cantidad de cargas monofásicas que deben ser alimentadas. Un desbalance adicional es agregado por los espaciamientos inequitativos entre los conductores de los segmentos de línea trifásica aérea y subterránea [1].

Debido a la naturaleza de los sistemas de distribución, los programas convencionales de flujos de potencia y corto circuito utilizados para los estudios de sistemas de transmisión no son adecuados. Tales programas despliegan pobres características de convergencia para sistemas radiales, además los programas asumen un sistema perfectamente balanceado para que un sistema monofásico equivalente pueda ser utilizado. Para realizar estudios precisos de flujos de potencia y corto circuito, los modelos trifásicos de la mayoría de los componentes deben ser utilizados. Los modelos utilizados serán descritos más adelante [1].

La Figura 2.3 muestra un diagrama unifilar simple de un alimentador trifásico, el cual contiene la mayoría de los componentes de un sistema de distribución. Los puntos de conexión serán referidos como "nodos". Note que se muestra la fase de los segmentos de línea. Esto es importante si se van a desarrollar modelos muy precisos.



**Figura 2.3 Alimentador de distribución simple [1].**

## 2.5 Modelos de los Componentes del Sistema de Distribución

A continuación se muestran los modelos de los componentes que se encuentran en la mayoría de los sistemas de distribución presentados en [26]. Estos modelos son trifásicos ya que son necesarios para modelar de manera precisa un sistema de distribución. Los modelos funcionan tanto para líneas monofásicas, bifásicas (fase “V”) como trifásicas, por lo que nos ayudan a representar de manera precisa los desbalances del sistema de distribución. Cabe aclarar que los cálculos para obtener la matriz de impedancia tanto de líneas aéreas como subterráneas, como los modelos de segmento de línea, reguladores de voltaje a pasos, transformadores, cargas, motor de inducción y banco de capacitores se tomaron de [1], y por tanto son su propiedad intelectual. Los cálculos y modelos de [1] se resumen en esta sección.

### 2.5.1 Impedancia Serie de Líneas Aéreas

La determinación de la impedancia serie de líneas aéreas es un paso crítico antes de iniciar el análisis de un alimentador de distribución. La impedancia serie de líneas de distribución monofásicas, bifásicas (fase “V”) o trifásicas consiste de la resistencia de los conductores y de la inductancia propia y mutua resultantes de los campos magnéticos alrededor de los conductores. La resistencia de los conductores típicamente proviene de una tabla de datos de conductores como la proporcionada en [1]. En cambio la componente de reactancia inductiva (propia y mutua) es una función de los campos magnéticos alrededor de los conductores.

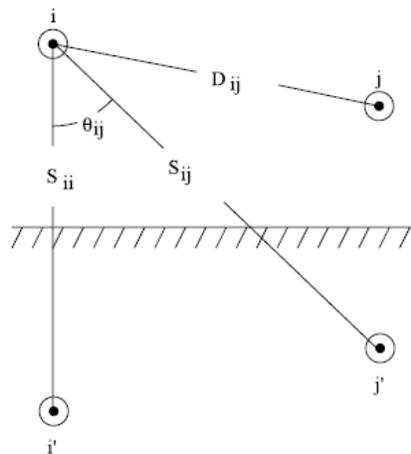


Figura 2.4 Conductores y sus imágenes [1].

Carson en uno de sus artículos de 1926 desarrolló una técnica que determina la impedancia propia y mutua para un número arbitrario de conductores aéreas. Las ecuaciones también pueden ser aplicadas a cables subterráneos. Carson asume que la tierra es infinita, sólida, uniforme con una superficie superior plana uniforme y una resistividad constante. Carson hizo uso de imágenes de conductores: esto es, que cada conductor a una distancia dada por encima de la tierra tiene un conductor imagen a la

misma distancia por debajo de la tierra como se ilustra en la Figura 2.4. Tomando en cuenta algunas consideraciones surgieron las ecuaciones modificadas de Carson. Refiriéndose a la Figura 2.4, las ecuaciones modificadas de Carson están dadas en las Ecuaciones 2.1 y 2.2, las cuales serán utilizadas para calcular la impedancia primitiva propia y mutua de líneas aéreas.

**Impedancia Propia del conductor i:**

$$\hat{z}_{ii} = r_i + 0.09530 + j0.12134 \left( \ln \frac{1}{GMR_i} + 7.6786 + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f} \right) \frac{\Omega}{milla} \quad (2.1)$$

**Impedancia Mutua entre el conductor i y j:**

$$\hat{z}_{ij} = 0.09530 + j0.12134 \left( \ln \frac{1}{D_{ij}} + \frac{1}{2} \ln \frac{\rho}{f} \right) \Omega/milla \quad (2.2)$$

donde

$\hat{z}_{ii}$  = impedancia mutua del conductor  $i$  en  $\Omega/milla$

$\hat{z}_{ij}$  = impedancia mutua entre el conductor  $i$  y  $j$  en  $\Omega/milla$

$r_i$  = resistencia del conductor  $i$  en  $\Omega/milla$

$GMR_i$  = Radio Geométrico Medio del conductor  $i$  en pies

$f$  = Frecuencia = 60 Hertz

$\rho$  = Resistividad de la tierra = 100  $\Omega$ -metro

$D_{ij}$  = distancia entre los conductores  $i$  y  $j$  en pies (ver Figura 2.4)

Un segmento de línea de distribución aérea estrella aterrizada de 4 hilos resultará en una matriz de  $4 \times 4$ . La matriz de impedancia para una línea trifásica con neutro tendrá la forma:

$$[\hat{z}_{primitiva}] = \begin{bmatrix} \hat{z}_{aa} & \hat{z}_{ab} & \hat{z}_{ac} & \hat{z}_{an} \\ \hat{z}_{ba} & \hat{z}_{bb} & \hat{z}_{bc} & \hat{z}_{bn} \\ \hat{z}_{ca} & \hat{z}_{cb} & \hat{z}_{cc} & \hat{z}_{cn} \\ \hat{z}_{na} & \hat{z}_{nb} & \hat{z}_{na} & \hat{z}_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

En forma particionada, la ecuación 2.3 toma la forma

$$[\hat{z}_{primitiva}] = \begin{bmatrix} [\hat{z}_{ij}] & [\hat{z}_{in}] \\ [\hat{z}_{nj}] & [\hat{z}_{nn}] \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Para la mayoría de las aplicaciones la matriz de impedancia primitiva necesita ser reducida a una matriz en el marco de fase  $3 \times 3$  que consiste del equivalente de impedancias propia y mutua para las tres fases. La Figura 2.5 muestra un segmento de línea de cuatro hilos con neutro aterrizado. Un método estándar de reducción es la reducción de Kron. Se supone que la línea tiene un neutro multi-aterrizado como lo

muestra la Figura 2.5. El método de reducción de Kron aplica la ley de voltajes de Kirchoff al circuito.

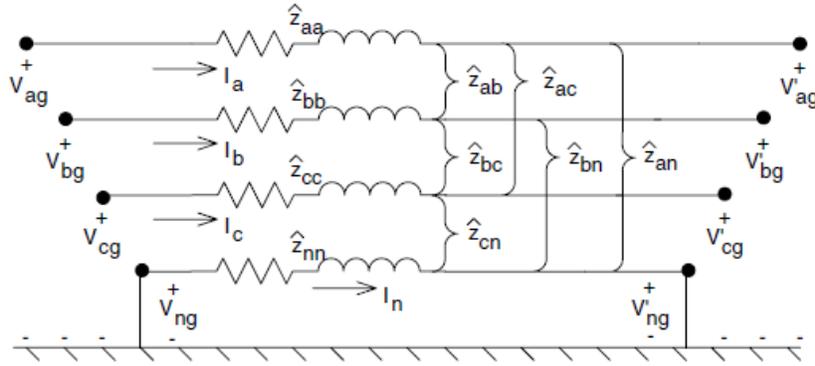


Figura 2.5 Segmento de línea de cuatro hilos con neutro aterrizado [1].

$$\begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \\ V_{ng} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_{ag} \\ V'_{bg} \\ V'_{cg} \\ V'_{ng} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{Z}_{aa} & \hat{Z}_{ab} & \hat{Z}_{ac} & \hat{Z}_{an} \\ \hat{Z}_{ba} & \hat{Z}_{bb} & \hat{Z}_{bc} & \hat{Z}_{bn} \\ \hat{Z}_{ca} & \hat{Z}_{cb} & \hat{Z}_{cc} & \hat{Z}_{cn} \\ \hat{Z}_{na} & \hat{Z}_{nb} & \hat{Z}_{na} & \hat{Z}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

En la forma particionada la Ecuación 2.5 toma la forma

$$\begin{bmatrix} [V_{abc}] \\ [V_{ng}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V'_{abc}] \\ [V'_{ng}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\hat{Z}_{ij}] & [\hat{Z}_{in}] \\ [\hat{Z}_{nj}] & [\hat{Z}_{nn}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_{abc}] \\ [I_n] \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Ya que le neutro está aterrizado, los voltajes  $V_{ng}$  y  $V'_{ng}$  son igual a cero. Sustituyendo los valores en la Ecuación (2.6) y expandiendo resulta en:

$$[V_{abc}] = [V'_{abc}] + [\hat{Z}_{ij}][I_{abc}] + [\hat{Z}_{in}][I_n] \quad (2.7)$$

$$[0] = [0] + [\hat{Z}_{nj}][I_{abc}] + [\hat{Z}_{nn}][I_n] \quad (2.8)$$

Se despeja  $[I_n]$  de la Ecuación 2.8:

$$[I_n] = -[\hat{Z}_{nn}]^{-1} [\hat{Z}_{nj}][I_{abc}] \quad (2.9)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.9 en la ecuación 2.7:

$$[V_{abc}] = [V'_{abc}] + ([\hat{Z}_{ij}] - [\hat{Z}_{in}][\hat{Z}_{nn}]^{-1} [\hat{Z}_{nj}])[I_{abc}] \quad (2.10)$$

$$[V_{abc}] = [V'_{abc}] + [z_{abc}][I_{abc}]$$

donde

$$[z_{abc}] = [\hat{z}_{ij}] - [\hat{z}_{in}][\hat{z}_{nn}]^{-1} [\hat{z}_{nj}] \quad (2.11)$$

La Ecuación 2.11 es la forma final de la técnica de reducción de Kron. La matriz de impedancia de fase final es:

$$[z_{abc}] = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix} \Omega/milla \quad (2.12)$$

Para una línea de distribución que en la cual no se realizó ninguna transposición, los términos de la diagonal de la Ecuación 2.12 no serán iguales el uno del otro, y los elementos fuera de la diagonal tampoco serán iguales a los demás. Sin embargo, la matriz siempre será simétrica.

Para líneas bifásicas (fase "V") y monofásicas en sistemas estrella aterrizada, las ecuaciones modificadas de Carson pueden ser aplicadas las cuales darán matrices de impedancia primitiva iniciales 3×3 y 2×2. La reducción de Kron reducirá las matrices a 2×2 y a un único elemento respectivamente. Estas matrices pueden ser extendidas a un marco de matrices 3×3 con la adición de filas y columnas con elementos cero para las fases faltantes. Por ejemplo, una línea fase "V" entre las fases *a* y *c*, la matriz de impedancia de fase sería

$$[z_{abc}] = \begin{bmatrix} z_{aa} & 0 & z_{ac} \\ 0 & 0 & 0 \\ z_{ca} & 0 & z_{cc} \end{bmatrix} \Omega/milla \quad (2.13)$$

La matriz de impedancia de fase para una línea monofásica de la fase *b* sería

$$[z_{abc}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Omega/milla \quad (2.14)$$

La matriz de impedancia de fase para una línea delta de 3 hilos es determinada por la aplicación de las ecuaciones modificadas de Carson sin realizar la reducción de Kron. La matriz de impedancia de fase puede ser utilizada para determinar de forma precisa las caídas de voltaje en los segmentos de línea de un alimentador una vez que las corrientes han sido determinadas. Ya que no se han hecho aproximaciones considerando el espaciamiento entre conductores, el efecto del acoplamiento mutuo entre fases es tomado en cuenta de forma precisa. La aplicación de las ecuaciones modificadas de Carson y la matriz en el marco de fase nos lleva al modelo de un segmento de línea más preciso.

La Figura 2.6 muestra el modelo trifásico general de segmento de línea presentado en [1].

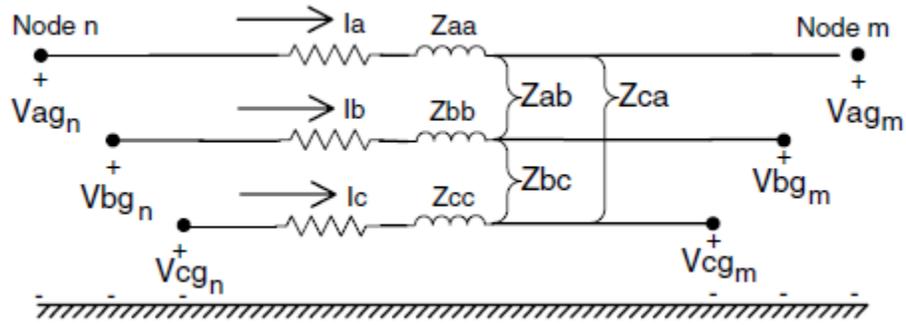


Figura 2.6 Modelo de segmento de línea [1].

Se debe tener en cuenta que para líneas fase “V” y monofásicas algunos de los valores de impedancia serán cero. La ecuación del voltaje para el segmento de línea en su forma matricial se muestra en la Ecuación 2.15.

$$\begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix}_m + \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

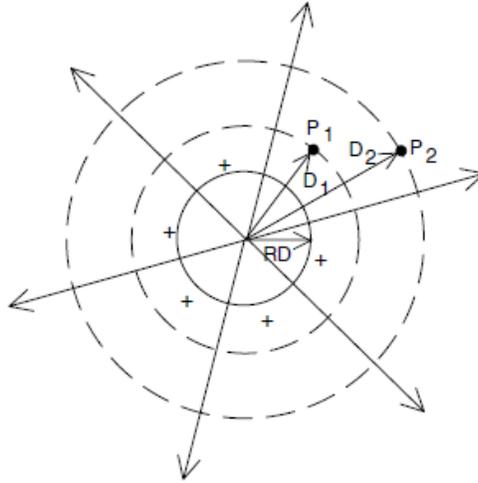
Donde  $Z_{ij} = z_{ij} \cdot \text{longitud de línea (millas)}$ ,  $i = a, b, c$ ;  $j = a, b, c$ .

La ecuación 2.15 puede ser escrita en forma condensada como:

$$[VLG_{abc}]_n = [VLG_{abc}]_m + [Z_{abc}][I_{abc}] \quad (2.16)$$

### 2.5.2 Admitancia en Derivación de Líneas Aéreas

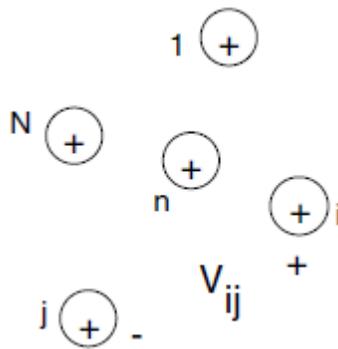
La admitancia en derivación de una línea es la conductancia y susceptancia capacitiva. La conductancia es usualmente ignorada debido a que es muy pequeña comparada a la susceptancia capacitiva. La capacitancia de una línea es el resultado de la diferencia de potencial entre conductores. Un conductor cargado crea un campo eléctrico que emana hacia fuera desde el centro. Líneas equipotenciales son creadas las cuales son concéntricas al conductor cargado, como lo ilustra la Figura 2.7.



**Figura 2.7 Campo eléctrico de un conductor redondo cargado [1].**

En la Figura 2.7 se muestra una diferencia de potencial entre dos puntos ( $P_1$  y  $P_2$ ) que es resultado del campo eléctrico del conductor cargado. Cuando se conoce la diferencia de potencial entre los dos puntos, se puede calcular la capacitancia entre los dos puntos. Si hay otros conductores cargados cerca, la diferencia de potencial entre los dos puntos será una función de la distancia a los otros conductores y la carga en cada conductor. Se utiliza el principio de superposición para calcular la caída de voltaje total entre los dos puntos, y por lo tanto la capacitancia entre ellos. Los puntos pueden ser puntos en el espacio, la superficie de dos conductores, o la superficie de un conductor y tierra.

La Figura 2.8 muestra un arreglo de  $N$  conductores redondos, sólidos cargados positivamente. Cada conductor tiene una densidad de carga uniforme única de  $q$  C/metro.



**Figura 2.8 Arreglo de conductores redondos [1].**

La caída de voltaje entre el conductor  $i$  y el conductor  $j$  como resultado de todos los conductores cargados está dada por

$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_1 \ln \frac{D_{1j}}{D_{1i}} + \dots + q_i \ln \frac{D_{ij}}{RD_i} + \dots + q_j \ln \frac{RD_j}{D_{ij}} + \dots + q_N \ln \frac{D_{Nj}}{D_{Ni}} \right) \quad (2.17)$$

La Ecuación 2.17 puede ser escrita en forma general como:

$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{n=1}^N q_n \ln \frac{D_{nj}}{D_{ni}} \quad (2.18)$$

donde:

$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  = permitividad del medio

$\epsilon_0$  = permitividad del vacío =  $8.85 \times 10^{-12}$   $\mu\text{F}/\text{metro}$

$\epsilon_r$  = permitividad relativa del medio

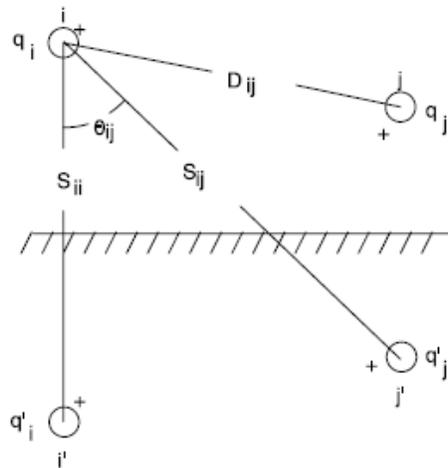
$q_n$  = densidad de carga en el conductor  $n$  C/metro

$D_{ni}$  = distancia entre el conductor  $n$  y el conductor  $i$  (pies)

$D_{nj}$  = distancia entre el conductor  $n$  y el conductor  $j$  (pies)

$RD_n$  = radio del conductor  $n$

Empleamos el método de conductores y sus imágenes en el cálculo de la capacitancia en derivación de líneas aéreas. Este es el mismo concepto utilizado en la aplicación de las ecuaciones de Carson. La Figura 2.9 muestra los conductores y sus imágenes, y será utilizada para desarrollar una ecuación de caída de voltaje general para líneas aéreas. En la Figura 2.9 se supone que:  $q'_i = -q_i$ ,  $q'_j = -q_j$ .



**Figura 2.9 Conductores y sus imágenes [1].**

Aplicando la Ecuación 2.18 a la Figura 2.9:

$$V_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_i \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + q'_i \ln \frac{RD_i}{S_{ii}} + q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + q'_j \ln \frac{D_{ij}}{S_{ij}} \right) \quad (2.19)$$

Debido a las suposiciones realizadas en la Figura 2.9, podemos simplificar la Ecuación 2.19:

$$V_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_i \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} - q_i \ln \frac{RD_i}{S_{ii}} + q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} - q_j \ln \frac{D_{ij}}{S_{ij}} \right)$$

$$V_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_i \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + q_i \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \right)$$

$$V_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( 2q_i \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + 2q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \right) \quad (2.20)$$

donde

$S_{ii}$  = distancia del conductor  $i$  a su imagen  $i'$  en pies

$S_{ij}$  = distancia del conductor  $i$  a la imagen del conductor  $j$  en pies

$D_{ij}$  = distancia entre los conductores  $i$  y  $j$  en pies

$RD_i$  = radio del conductor  $i$  en pies

La Ecuación 2.20 calcula la caída de voltaje total entre el conductor  $i$  y su imagen. La caída de voltaje entre el conductor  $i$  y tierra será la mitad de lo calculado en la Ecuación 2.20:

$$V_{ig} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_i \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \right) \quad (2.21)$$

La Ecuación 2.21 puede ser escrita en forma general como:

$$V_{ig} = \hat{P}_{ii}q_i + \hat{P}_{ij}q_j \quad (2.22)$$

donde  $\hat{P}_{ii}$  y  $\hat{P}_{ij}$  son los coeficientes de potencial propio y mutuo. Para líneas aéreas la permitividad relativa del aire se asume como 1.0 por lo que:

$$\epsilon_{air} = 1.0 \times 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/metro}$$

$$\epsilon_{air} = 1.4240 \times 10^{-2} \text{ } \mu\text{F/milla} \quad (2.23)$$

Usando el valor de permitividad en  $\mu\text{F/milla}$ , los coeficientes de potencial propio y mutuo se definen como:

$$\hat{P}_{ii} = 11.17689 \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} \text{ milla}/\mu\text{F} \quad (2.24)$$

$$\hat{P}_{ij} = 11.17689 \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \text{ milla}/\mu\text{F} \quad (2.25)$$

En la aplicación de las Ecuaciones 2.24 y 2.25, los valores de  $RD_i$ ,  $S_{ii}$ ,  $S_{ij}$  y  $D_{ij}$  deben estar en las mismas unidades. Para líneas aéreas la distancia entre conductores está

típicamente especificadas en pies, mientras que el valor del diámetro de los conductores en una tabla estará comúnmente en pulgadas. Se debe asegurar que los radios estén en pies para la aplicación de ambas ecuaciones.

Para una línea de  $n_{cond}$  conductores, se puede construir la matriz de coeficientes de potencial primitiva  $[\hat{P}_{primitiva}]$ . La matriz de coeficientes de potencial primitiva será una matriz de  $n_{cond} \times n_{cond}$ . Para una línea de cuatro hilos estrella aterrizada, la matriz de coeficiente de potencial primitivo tendrá la forma:

$$[\hat{P}_{primitiva}] = \begin{bmatrix} \hat{P}_{aa} & \hat{P}_{ab} & \hat{P}_{ac} & \cdot & \hat{P}_{an} \\ \hat{P}_{ba} & \hat{P}_{bb} & \hat{P}_{bc} & \cdot & \hat{P}_{bn} \\ \hat{P}_{ca} & \hat{P}_{cb} & \hat{P}_{cc} & \cdot & \hat{P}_{cn} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hat{P}_{na} & \hat{P}_{nb} & \hat{P}_{nc} & \cdot & \hat{P}_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Los puntos ( $\cdot$ ) en la Ecuación 2.26 están particionando la matriz entre la tercera y cuarta filas y columnas. En la forma particionada, la ecuación (2.26) se convierte:

$$[\hat{P}_{primitiva}] = \begin{bmatrix} [\hat{P}_{ij}] & [\hat{P}_{in}] \\ [\hat{P}_{nj}] & [\hat{P}_{nn}] \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Debido a que el conductor neutro está aterrizado, la matriz puede ser reducida utilizando el método de reducción de Kron para una matriz de coeficientes de potencial de fase de  $n_{cond} \times n_{cond}$   $[P_{abc}]$ :

$$[P_{abc}] = [\hat{P}_{ij}] - [\hat{P}_{in}][\hat{P}_{nn}]^{-1}[\hat{P}_{nj}] \quad (2.28)$$

La inversa de la matriz de coeficiente de potencial dará una matriz de capacitancia  $n_{cond} \times n_{cond}$   $[C_{abc}]$ :

$$[C_{abc}] = [P_{abc}]^{-1} \quad (2.29)$$

Para una línea de dos fases, la matriz de capacitancia de la Ecuación 2.29 será  $2 \times 2$ , se debe insertar una fila y una columna de ceros para la fase faltante. Para una línea monofásica, la Ecuación 2.29 resultará en un único elemento. De nuevo, se deben insertar filas y columnas de cero para las fases faltantes. En el caso de la línea monofásica, el único elemento diferente de cero será el de la fase en uso.

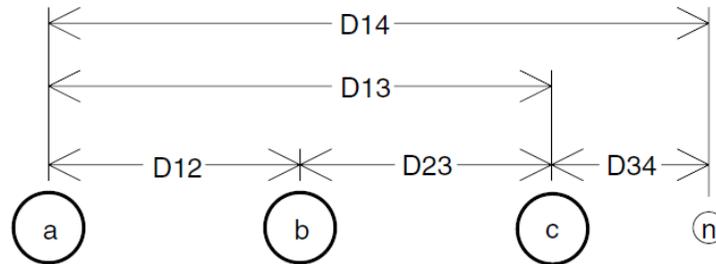
Despreciando la conductancia en derivación, la matriz de admitancia en derivación por fase está dada por:

$$[y_{abc}] = j\omega[C_{abc}] \mu\text{F/milla} \quad (2.30)$$

donde  $\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 60 = 367.9911$

## 2.5.3 Impedancia Serie de Líneas Subterráneas

La Figura 2.10 muestra la configuración general de tres cables subterráneos (neutro concéntrico o con cinta bloqueadora) con un conductor neutro adicional. Las ecuaciones modificadas de Carson pueden ser aplicadas a cables subterráneos de la misma manera que para líneas aéreas. El circuito de la Figura 2.10 resultará en una matriz de impedancia primitiva de  $7 \times 7$ . Para circuitos subterráneos que no tengan un conductor neutro adicional, la matriz de impedancia primitiva será de  $6 \times 6$ .



**Figura 2.10 Disposición trifásica subterránea con neutro adicional [1].**

Los cables subterráneos más utilizados son los cables con neutro concéntrico y los cables con cinta bloqueadora. Para aplicar las ecuaciones de Carson, deben conocerse la resistencia y el radio geométrico medio (GMR) del conductor de fase y el equivalente del neutro.

### 2.5.3.1 Cable con neutro concéntrico

La Figura 2.11 muestra un detalle simple de un cable con neutro concéntrico. El cable consiste de un conductor de fase central cubierto por una delgada capa de pantalla no metálica semiconductor, la cual es rodeada por el material aislante. Después el aislamiento es cubierto por una pantalla de aislamiento semiconductor. El neutro concéntrico son hilos sólidos que cubren en forma de espiral la pantalla semiconductor manteniendo un espaciado uniforme entre hilos. Además algunos cables tienen una chaqueta de aislamiento que rodea los hilos del neutro. Para aplicar las ecuaciones de Carson a este cable, se deben extraer los siguientes datos de una tabla de cables subterráneos:

$d_c$  = diámetro en conductor por fase (pulgadas)

$d_{od}$  = diámetro nominal sobre los neutros concéntricos del cable (pulgadas)

$d_s$  = diámetro de un hilo del neutro concéntrico (pulgadas)

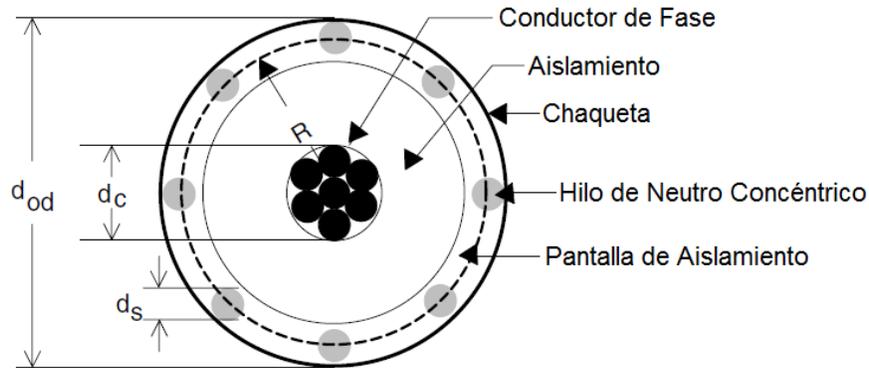
$GMR_c$  = radio geométrico medio del conductor de fase (pies)

$GMR_s$  = radio geométrico medio un hilo del neutro (pies)

$r_c$  = resistencia del conductor de fase ( $\Omega$ /milla)

$r_s$  = resistencia del un hilo solido del neutro ( $\Omega$ /milla)

$k$  = número de hilos del neutro concéntrico



**Figura 2.11 Cable con neutro concéntrico [1].**

El radio geométrico medio equivalente del neutro concéntrico se calcula usando la ecuación para el radio geométrico medio de un grupo de conductores usado en líneas de transmisión de alta tensión.

$$GMR_{cn} = \sqrt[k]{GMR_s \cdot k \cdot R^{k-1}} \text{ pies} \quad (2.31)$$

donde

$R$  = radio de un círculo que pasa a través del centro de los hilos del neutro concéntrico

$$R = \frac{d_{od} - d_s}{24} \text{ pies} \quad (2.32)$$

La resistencia equivalente del neutro concéntrico es

$$r_{cn} = \frac{r_s}{k} \Omega/\text{milla} \quad (2.33)$$

Los distintos espaciamientos entre un neutro concéntrico y los conductores de fase y otros neutros concéntricos son:

Neutro concéntrico a su propio conductor de fase

$$D_{ij} = R \text{ (Ecuación 2.32 de arriba, en pies)}$$

Neutro concéntrico a un neutro concéntrico adyacente

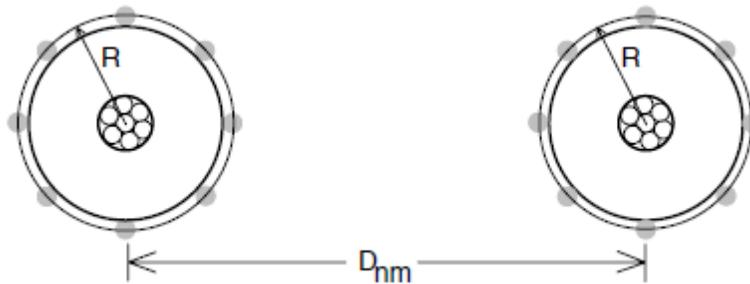
$$D_{ij} = \text{distancia centro a centro de los conductores de fase (pies)}$$

Neutro concéntrico a un conductor de fase adyacente

La Figura 2.12 muestra la relación entre la distancia entre los centros de cables neutros concéntricos y el radio de un círculo que pasa a través de los centros de los hilos del neutro. La distancia media geométrica entre un neutro concéntrico y un conductor de fase adyacente está dada por:

$$D_{ij} = \sqrt[k]{D_{nm}^k - R^k} \text{ pies} \quad (2.34)$$

donde  $D_{nm}$  = distancia centro a centro entre conductores de fase. La distancia entre cables cuando están enterrados en una zanja será mucho más grande que  $R$ , de esta forma, se puede considerar que  $D_{ij}$  en la Ecuación 2.34 es igual a  $D_{nm}$ . Para cables en tubo conduit la consideración no es válida.



**Figura 2.12 Espaciamento de una disposición trifásica de cables con neutro concéntrico [1].**

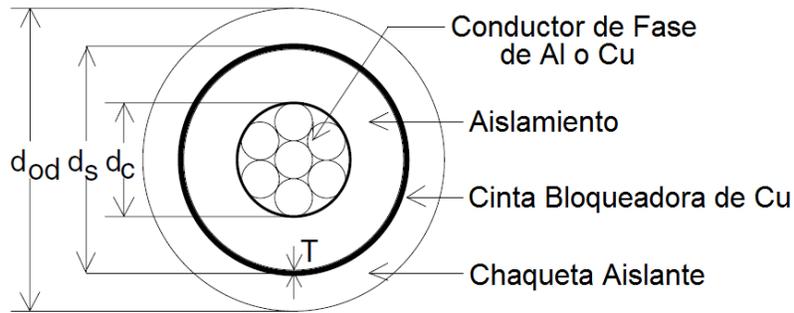
Al aplicar las ecuaciones modificadas de Carson, el número de conductores y neutros es importante. Por ejemplo, un circuito subterráneo trifásico con un cable neutro adicional debe ser numerado como:

- 1 = conductor de fase # 1
- 2 = conductor de fase # 2
- 3 = conductor de fase # 3
- 4 = neutro del conductor de fase # 1
- 5 = neutro del conductor de fase # 2
- 6 = neutro del conductor de fase # 3
- 7 = conductor neutro adicional (si presenta)

### 2.5.3.2 Cable con cinta bloqueadora

La Figura 2.13 muestra un detalle simple de un cable con cinta bloqueadora. El cable consiste de un conductor de fase central cubierto por una capa delgada de pantalla no metálica semiconductor, la cual es rodeada por el material aislante. El aislamiento está cubierto por una pantalla de aislamiento semiconductor. El bloqueador o blindaje es una cinta de cobre desnudo aplicada helicoidalmente alrededor de la pantalla de aislamiento. Una chaqueta aislante rodea la cinta bloqueadora. Los parámetros del cable con cinta bloqueadora son

- $d_c$  = diámetro en conductor por fase (pulgadas)
- $d_s$  = diámetro exterior de la cinta bloqueadora (pulgadas)
- $d_{od}$  = diámetro exterior sobre la chaqueta aislante (pulgadas)
- $T$  = grosor de la cinta bloqueadora de cobre (mils)



**Figura 2.13 Cable con cinta bloqueadora [1].**

Una vez más, se aplican las ecuaciones de Carson para calcular la auto impedancia de los conductores de fase y la cinta bloqueadora, así como la impedancia mutua entre el conductor de fase y la cinta bloqueadora. La resistencia y el GMR del conductor de fase se encuentran en una tabla de datos de conductores.

La resistencia de la cinta bloqueadora está dada por:

$$r_{blindaje} = 7.9385 \times 10^8 \frac{\rho}{d_s \cdot T} \Omega/milla \quad (2.35)$$

La resistividad ( $\rho$ ) en la Ecuación 2.35 debe ser expresada en  $\Omega \cdot \text{metro}$  a 50 °C. El diámetro exterior de la cinta bloqueadora ( $d_s$ ) está dado en pulgadas y el grosor de la cinta bloqueadora ( $T$ ) en mils.

El GMR de la cinta bloqueadora es el radio de un círculo que pasa a través de la mitad del blindaje o bloqueador y está dado por:

$$GMR_{blindaje} = \frac{d_s - \frac{T}{1000}}{24} \text{ pies} \quad (2.36)$$

Los distintos espaciamientos entre una cinta bloqueadora y los conductores y otras cintas bloqueadoras son:

Cinta bloqueadora a su propio conductor de fase

$$D_{ij} = GMR_{blindaje} = \text{radio a punto medio del blindaje (pies)}$$

Cinta bloqueadora a una cinta bloqueadora adyacente

$$D_{ij} = \text{distancia centro a centro de los conductores de fase (pies)}$$

Cinta bloqueadora a un conductor de fase o neutro adyacente

$$D_{ij} = \text{distancia centro a centro entre los conductores (pies)}$$

## 2.5.4 Admitancia en Derivación de Líneas Subterráneas

### 2.5.4.1 Cable con neutro concéntrico

La mayoría de las líneas subterráneas de distribución consisten de uno o más cables con neutro concéntrico. La Figura 2.14 ilustra un cable con neutro concéntrico con conductor central (negro) siendo el conductor de fase y los hilos del neutro concéntrico (gris) dispuestos igualmente alrededor de un círculo de radio  $R_b$ . Refiriéndose a la Figura 2.14 se aplican las siguientes definiciones:

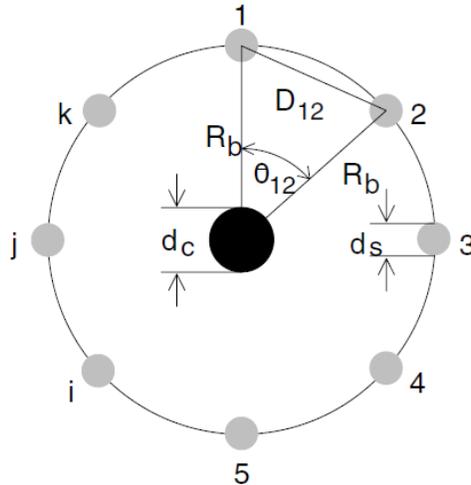


Figura 2.14 Cable con neutro concéntrico básico [1].

$R_b$  = radio de un círculo que pasa a través de los centros de los hilos del neutro

$d_c$  = diámetro del conductor de fase

$d_s$  = diámetro de un hilo del neutro

$k$  = número total de los hilos del neutro

Los hilos del neutro concéntrico están aterrizados por lo que todos ellos están al mismo potencial. Debido al hilado, se asume que el campo eléctrico creado por la carga en el conductor de fase será confinado a la frontera de los hilos del neutro concéntrico. Para calcular la capacitancia entre el conductor de fase y tierra, se aplica la caída de voltaje general de la Ecuación 2.18. Ya que todos los hilos del neutro están al mismo potencial, solo es necesario determinar la diferencia de potencial entre el conductor de fase  $p$  y el hilo 1.

$$V_{p1} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_p \ln \frac{R_b}{RD_c} + q_1 \ln \frac{RD_s}{R_b} + q_2 \ln \frac{D_{12}}{R_b} + \dots + q_i \ln \frac{D_{1i}}{R_b} + \dots + q_k \ln \frac{D_{1k}}{R_b} \right) \quad (2.37)$$

donde

$$RD_c = \frac{d_c}{2} \quad RD_s = \frac{d_s}{2}$$

Considerando que cada hilo del neutro tiene la misma carga tal que:

$$q_1 = q_2 = q_i = q_k = -\frac{q_p}{k}$$

Se puede simplificar la Ecuación 2.37:

$$V_{p1} = \frac{q_p}{2\pi\epsilon} \left[ \ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \left( \ln \frac{RD_s \cdot D_{12} \cdot D_{1i} \cdot \dots \cdot D_{1k}}{R_b^k} \right) \right] \quad (2.38)$$

Se necesita expandir el numerador del segundo  $\ln$  en la Ecuación 2.38. El numerador representa el producto del radio y las distancias entre el *hilo i* y todos los otros hilos. Refiriéndonos a la Figura 2.14, el ángulo entre el *hilo 1* y cualquier otro *hilo i* está dado por:

$$\theta_{1i} = \frac{(i-1) \cdot 2\pi}{k} \quad (2.39)$$

La distancia entre el *hilo 1* y cualquier otro *hilo i* está dado por:

$$D_{1i} = 2 \cdot R_b \cdot \sin\left(\frac{\theta_{1i}}{2}\right) = 2 \cdot R_b \cdot \sin\left(\frac{(i-1) \cdot \pi}{k}\right) \quad (2.40)$$

Se usa la Ecuación 2.40 para expandir el numerador del segundo  $\ln$  de la Ecuación 2.38:

$$\begin{aligned} & RD_s \cdot D_{12} \cdot D_{1i} \cdot \dots \cdot D_{1k} \\ &= RD_s \cdot R_b^{k-1} \left[ 2 \sin\left(\frac{\pi}{k}\right) \cdot 2 \sin\left(\frac{2\pi}{k}\right) \cdot \dots \cdot 2 \sin\left\{\frac{(i-1)\pi}{k}\right\} \cdot \dots \cdot 2 \sin\left\{\frac{(k-1)\pi}{k}\right\} \right] \end{aligned} \quad (2.41)$$

El término dentro del paréntesis en la Ecuación 2.41 es una identidad trigonométrica que es meramente igual al número de hilos  $k$  [1]. Usando esta identidad, la Ecuación 2.38 se convierte en:

$$V_{p1} = \frac{q_p}{2\pi\epsilon} \left[ \ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \left( \ln \frac{k \cdot RD_s \cdot R_b^{k-1}}{R_b^k} \right) \right] = \frac{q_p}{2\pi\epsilon} \left[ \ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \left( \ln \frac{k \cdot RD_s}{R_b} \right) \right] \quad (2.42)$$

La Ecuación 2.42 da la caída de voltaje entre el conductor de fase al *hilo 1* del neutro. Típicamente, los espaciamentos subterráneos están en pulgadas, por lo que los radios del conductor de fase ( $RD_s$ ) y los hilos del neutro ( $RD_s$ ) deben ser especificados en pulgadas.

Ya que todos los neutros están aterrizados, la Ecuación 2.42 da la caída de voltaje entre el conductor de fase y tierra. De esta manera, la capacitancia de fase a tierra para un cable con neutro concéntrico está dado por:

$$C_{pg} = \frac{q_p}{V_{p1}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \ln \frac{k \cdot RD_s}{R_b}} \quad (2.43)$$

donde

$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  = permitividad del medio

$\epsilon_0$  = permitividad del espacio libre =  $0.01420 \mu F/milla$

$\epsilon_r$  = permitividad relativa del medio

El campo eléctrico del cable está confinado al material aislante. Se utilizan distintos tipos de materiales aislantes y cada uno tendrá un rango de valores para la permitividad relativa. El polietileno de enlace cruzado es un material aislante muy popular. Si se considera el valor mínimo de la permitividad (2.3), la ecuación para la admitancia en derivación del cable con neutro concéntrico está dada por:

$$y_{ag} = j \frac{77.3619}{\ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \ln \frac{k \cdot RD_s}{R_b}} \mu S/milla \quad (2.44)$$

#### 2.5.4.2 Cable con cinta bloqueadora

Un cable con cinta bloqueadora es mostrado en la Figura 2.15. Refiriéndonos a ésta,  $R_b$  es el radio de un círculo que pasa a través del centro de la cinta bloqueadora. Como con el cable con neutro concéntrico, el campo eléctrico es confinado al aislamiento por lo que también se aplica la permitividad relativa.

El conductor de cinta bloqueadora se puede visualizar como un cable con neutro concéntrico donde el número de hilos  $k$  es infinito. Cuando  $k$  se aproxima a infinito en la Ecuación 2.44, el segundo término en el denominador se aproxima a cero. De esta manera, la ecuación para la admitancia en derivación de un conductor con cinta bloqueadora es:

$$y_{ag} = j \frac{77.3619}{\ln \frac{R_b}{RD_c}} \mu S/milla \quad (2.45)$$

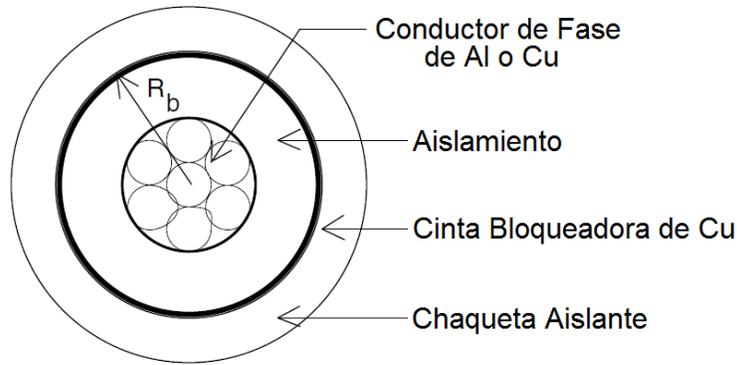


Figura 2.15 Cable con cinta bloqueadora [1].

## 2.5.5 Modelo de Línea del Sistema de Distribución

El modelado de segmentos de línea aérea y subterránea de distribución es un paso crítico en el análisis de un alimentador de distribución. Es importante incluir la disposición de las fases de la línea y el correcto espaciamiento entre conductores. Anteriormente se desarrolló el método de cálculo de la matriz de impedancia de fase y de admitancia de fase sin asumir transposición de líneas. Estas matrices serán usadas en los modelos de segmentos de línea aérea y subterránea [1].

### 2.5.5.1 Modelo Exacto del Segmento de Línea

El modelo exacto de una línea aérea o subterránea trifásica, bifásica, o monofásica se muestra en la Figura 2.16. Cuando un segmento de línea es bifásico (fase "V") o monofásico, algunos valores de la impedancia y admitancia serán cero. En todos los casos tanto la matriz de impedancia como de admitancia son matrices  $3 \times 3$ . Las filas y columnas de ceros para las fases faltantes representan líneas bifásicas y monofásicas. Por lo tanto, un conjunto de ecuaciones puede ser desarrollado para modelar todos los segmentos de línea aérea y subterránea. Los valores de impedancia y admitancia en la Figura 2.16 representan la impedancia y admitancia totales para la línea. Es decir, las matrices de impedancia y de admitancia han sido multiplicadas por la longitud del segmento de línea.

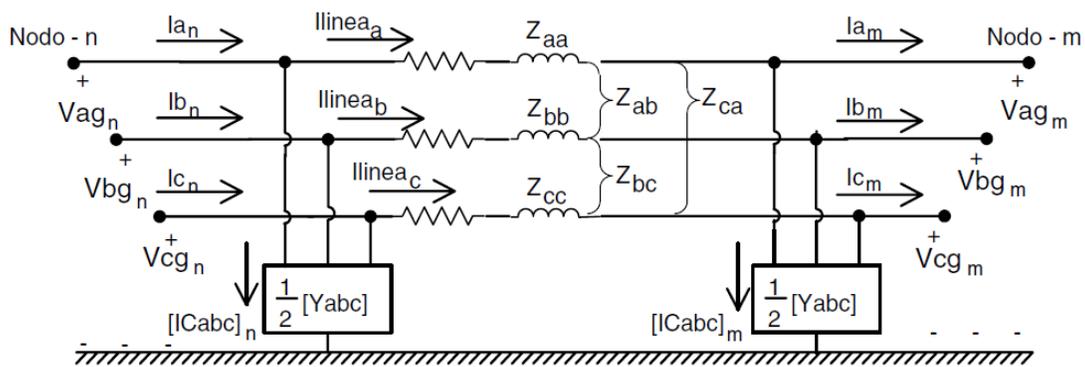


Figura 2.16 Modelo del segmento de línea trifásica [1].

Para el segmento de línea de la Figura 2.16, las ecuaciones que relacionan los voltajes y corrientes de entrada (*Nodo n*) con los voltajes y corrientes de salida (*Nodo m*) son:

Ley de corrientes de Kirchhoff aplicada al *Nodo m*:

$$\begin{bmatrix} I_{linea_a} \\ I_{linea_b} \\ I_{linea_c} \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}_m + \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix}_m \quad (2.46)$$

En forma condensada la Ecuación 2.46 se puede escribir como:

$$[I_{linea_{abc}}]_n = [I_{abc}]_m + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \cdot [VLG_{abc}]_m \quad (2.47)$$

Aplicando ley de voltajes de Kirchhoff:

$$\begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix}_m + \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{linea_a} \\ I_{linea_b} \\ I_{linea_c} \end{bmatrix}_m \quad (2.48)$$

En forma condensada la Ecuación 2.48 se puede escribir como:

$$[VLG_{abc}]_n = [VLG_{abc}]_m + [Z_{abc}] \cdot [I_{linea_{abc}}]_m \quad (2.49)$$

Sustituyendo la ecuación 2.47 en la Ecuación 2.49:

$$[VLG_{abc}]_n = [VLG_{abc}]_m + [Z_{abc}] \cdot \left\{ [I_{abc}]_m + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \cdot [VLG_{abc}]_m \right\} \quad (2.50)$$

Agrupando términos:

$$[VLG_{abc}]_n = \left\{ [U] + \frac{1}{2} \cdot [Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}] \right\} \cdot [VLG_{abc}]_m + [Z_{abc}] \cdot [I_{abc}]_m \quad (2.51)$$

donde  $[U] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

La Ecuación 2.51 es de la forma general:

$$[VLG_{abc}]_n = [a] \cdot [VLG_{abc}]_m + [b] \cdot [I_{abc}]_m \quad (2.52)$$

donde

$$[\mathbf{a}] = [\mathbf{U}] + \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{Z}_{abc}] \cdot [\mathbf{Y}_{abc}]$$

$$[\mathbf{b}] = [\mathbf{Z}_{abc}]$$

La corriente que entra al segmento de línea en el *Nodo n* es

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} I_{linea_a} \\ I_{linea_b} \\ I_{linea_c} \end{bmatrix}_m + \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \end{bmatrix}_n \quad (2.53)$$

En forma condensada la Ecuación 2.53 se puede escribir como:

$$[I_{abc}]_n = [I_{linea_{abc}}]_m + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \cdot [VLG_{abc}]_n \quad (2.54)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.47 en la Ecuación 2.54:

$$[I_{abc}]_n = [I_{abc}]_m + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \cdot [VLG_{abc}]_m + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \cdot [VLG_{abc}]_n \quad (2.55)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.51 en la Ecuación 2.55:

$$\begin{aligned} [I_{abc}]_n &= [I_{abc}]_m + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \cdot [VLG_{abc}]_m + \frac{1}{2} \cdot [Y_{abc}] \\ &\cdot \left( \left\{ [U] + \frac{1}{2} \cdot [Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}] \right\} \cdot [VLG_{abc}]_m + [Z_{abc}] \cdot [I_{abc}]_m \right) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Agrupando términos en la Ecuación 2.56:

$$\begin{aligned} [I_{abc}]_n &= \left\{ [Y_{abc}] + \frac{1}{4} \cdot [Y_{abc}] \cdot [Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}] \right\} \cdot [VLG_{abc}]_m \\ &+ \left\{ [U] + \frac{1}{2} \cdot [Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}] \right\} [I_{abc}]_m \end{aligned} \quad (2.57)$$

La Ecuación 2.57 es de la forma:

$$[I_{abc}]_n = [c] \cdot [VLG_{abc}]_m + [d] \cdot [I_{abc}]_m \quad (2.58)$$

donde

$$[c] = [Y_{abc}] + \frac{1}{4} \cdot [Y_{abc}] \cdot [Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}]$$

$$[d] = [U] + \frac{1}{2} \cdot [Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}]$$

Las Ecuaciones 2.52 y 2.58 pueden ponerse en una matriz particionada:

$$\begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [c] & [d] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

La Ecuación 2.59 es muy similar a la ecuación utilizada en análisis de líneas de transmisión donde se definen los parámetros ABCD. En este caso, los parámetros abcd son matrices de 3×3 en lugar de variables únicas y serán referidas como las “matrices de línea generalizadas”.

La Ecuación 2.59 puede cambiarse para resolver los voltajes y las corrientes en el *Nodo m* en términos de los voltajes y corrientes del *Nodo n*:

$$\begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [c] & [d] \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

La inversa de la matriz abcd es simple ya que el determinante es  $[a][d] - [b][c] = [U]$ , por lo que la Ecuación 2.60 se convierte en:

$$\begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [d] & -[b] \\ -[c] & [a] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [VLG_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Ya que la matriz  $[a]$  es igual a la matriz  $[d]$ , la Ecuación 2.61 se puede expandir como:

$$[VLG_{abc}]_m = [a] \cdot [VLG_{abc}]_n - [b] \cdot [I_{abc}]_n \quad (2.62)$$

$$[I_{abc}]_m = -[c] \cdot [VLG_{abc}]_n + [d] \cdot [I_{abc}]_n \quad (2.63)$$

Algunas veces es necesario calcular el voltaje en el *Nodo m* como una función del voltaje en el *Nodo n* y las corrientes que entran al *Nodo m*. Esta ecuación se utiliza en el algoritmo de barrido hacia adelante y hacia atrás.

Resolviendo la Ecuación 2.52 para el *Nodo m* los voltajes dan:

$$[VLG_{abc}]_m = [a]^{-1} \cdot [VLG_{abc}]_n - [a]^{-1} \cdot [b] \cdot [I_{abc}]_m \quad (2.64)$$

La Ecuación 2.64 es de la forma:

$$[VLG_{abc}]_m = [A] \cdot [VLG_{abc}]_n - [B] \cdot [I_{abc}]_m \quad (2.65)$$

donde

$$[A] = [a]^{-1}$$

$$[B] = [a]^{-1} \cdot [b]$$

Debido a que los acoplamientos entre fases del segmento de línea no son iguales, los valores de caídas de voltaje en cada una de las tres fases serán diferentes. Como resultado, los voltajes en un alimentador de distribución serán desbalanceados incluso cuando las cargas sean balanceadas.

Los interruptores se modelarán solamente cuando estén cerrados por medio del modelo de segmento de línea siendo la impedancia por fase de  $0.0001 \Omega$ . Cuando el interruptor esté abierto se considerará como si no hubiera conexión alguna entre líneas, es decir, como si no existiera. Las matrices generalizadas para el interruptor en estado cerrado son:

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, [b] = \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \times 10^{-4} \end{bmatrix}, \quad (2.66)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [d] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \times 10^{-4} \end{bmatrix}.$$

## 2.5.6 Modelo del Regulador de Voltaje a Pasos

La regulación de voltaje es una importante función en un alimentador de distribución. Ya que las cargas en los alimentadores varían constantemente, se debe regular el voltaje para que cada voltaje en el punto de conexión de los clientes permanezca dentro de un nivel aceptable. Los métodos comunes de regulación de voltaje son la aplicación de reguladores de voltaje a pasos, transformadores con cambiador de taps con carga (LTC), y bancos de capacitores en derivación [1].

Un regulador de voltaje a pasos (SVR o Step Voltage Regulator) esta formado por la combinación de un autotransformador y un mecanismo para cambiar los taps con carga. El cambio de voltaje se obtiene al cambiar los taps del devanado serie del autotransformador, el cual se determina con un circuito de control (Compensador de caída de la línea). Los SVR regulan el voltaje comúnmente entre  $\pm 10\%$ , divididos en 32 pasos, o un  $0.625\%$  de cambio por paso ( $0.75 \text{ V}$  de cambio por paso, en una base de  $120 \text{ V}$ ). Los SVR pueden ser conectados en conexión tipo A o tipo B de acuerdo al estándar

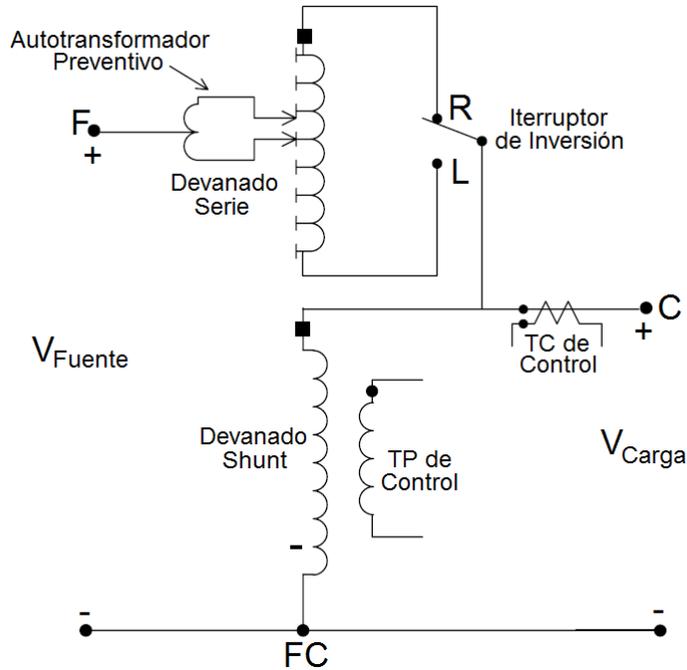
ANSI/IEEE C57.15-1986 [1]. La conexión más común tipo B se muestra en la Figura 2.17. El diagrama de bloques del circuito mostrado en la Figura 2.18 controla el cambio de taps en el SVR. El circuito de control de un SVR requiere las siguientes características [1]:

1. Nivel de Tensión: el voltaje deseado (en una base de 120 V) a ser mantenido en el centro de carga. El centro de carga puede ser la terminal de salida del regulador o un nodo remoto en el alimentador.
2. Ancho de banda: la variación permitida del voltaje en el centro de carga con el nivel de ajuste de voltaje. El voltaje mantenido en el centro de carga será más/menos la mitad del ancho de banda. Por ejemplo, si el voltaje es ajustado a 122 V y el ancho de banda es ajustado a 2 V, el regulador cambiará taps hasta que el voltaje en el centro de carga permanezca entre 121 y 123 V.
3. Retardo: duración para que una operación de aumento o disminución sea ejecutada ante la ejecución del comando. Esto previene el cambio de taps durante el cambio en la corriente en un transitorio o en un corto periodo de tiempo.
4. Compensador de caída de línea: conjunto para compensar la caída de voltaje (caída de línea) entre el regulador y el centro de carga. La configuración consiste en los valores de R y X en volts equivalentes a la impedancia entre el regulador y el centro de carga. Este valor puede ser cero si las terminales de salida del regulador son el centro de carga.

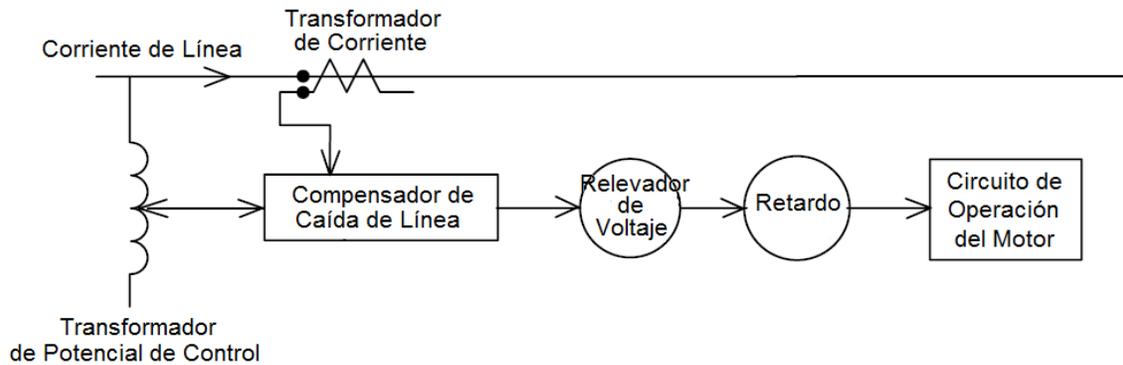
Debido a que los valores de impedancia en serie y admitancia en derivación del SVR son tan pequeños, serán despreciados en los modelos y circuitos equivalentes. Sin embargo, éstos pueden ser incorporados en los circuitos equivalentes de los autotransformadores del banco.

Tres reguladores de voltaje a pasos monofásicos pueden ser conectados externamente para formar un regulador trifásico. Cuando tres reguladores monofásicos están conectados juntos, cada regulador tiene su propio circuito compensador y, así, los taps en cada regulador pueden cambiar conjuntamente o separadamente. Las conexiones típicas para reguladores monofásicos son [1]

1. Monofásico
2. Dos reguladores conectados en “estrella abierta” (algunas veces referido como fase “V”)
3. Tres reguladores conectados en estrella aterrizada
4. Dos reguladores conectados en delta abierta
5. Tres reguladores conectados en delta cerrada



**Figura 2.17 Regulador de Voltaje a Pasos tipo B [1].**



**Figura 2.18 Circuito de Control del SRV [1].**

En esta sección se analiza solamente el regulador de voltaje conectado en estrella tipo B ya que es el más utilizado. Tres reguladores de voltaje monofásicos tipo B se conectan en estrella como se muestra en la Figura 2.19, donde las terminales A, B, C indican el primario del regulador y a, b, c las terminales del secundario (lado donde se regula la tensión o del devanado serie del regulador). Sin importar si el voltaje aumenta o disminuye, las siguientes ecuaciones se aplican:

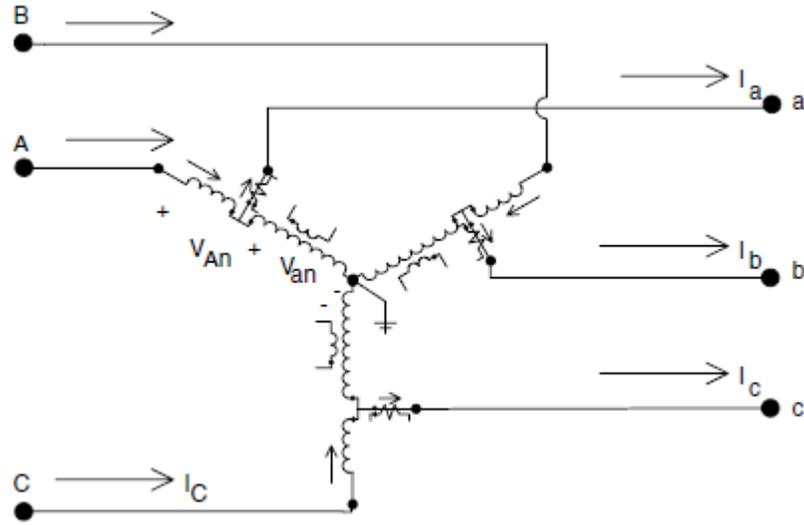


Figura 2.19 Reguladores tipo B conectados en estrella [1].

$$\begin{bmatrix} V_{An} \\ V_{Bn} \\ V_{Cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{Ra}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{Rb}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_{Rc}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{Ra} & 0 & 0 \\ 0 & a_{Rb} & 0 \\ 0 & 0 & a_{Rc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{Ra} & 0 & 0 \\ 0 & a_{Rb} & 0 \\ 0 & 0 & a_{Rc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{An} \\ V_{Bn} \\ V_{Cn} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

donde  $a_{Ra} = 1 + 0.00625 \cdot tap_a$ ,  $a_{Rb} = 1 + 0.00625 \cdot tap_b$ ,  $a_{Rc} = 1 + 0.00625 \cdot tap_c$ , para  $tap_{abc} \in [-16,16]$  y representan la relación de vueltas para los tres reguladores de voltaje. Las ecuaciones 2.67 -2.69 son de la forma:

$$[VLN_{ABC}] = [a] \cdot [VLN_{abc}] + [b] \cdot [I_{abc}] \quad (2.70)$$

$$[I_{ABC}] = [c] \cdot [VLN_{abc}] + [d] \cdot [I_{abc}] \quad (2.71)$$

$$[VLN_{abc}] = [A] \cdot [VLN_{ABC}] - [B] \cdot [I_{abc}] \quad (2.72)$$

Las Ecuaciones 2.70 – 2.72 son de la misma forma que las ecuaciones generalizadas que fueron desarrolladas para el segmento de línea de la sección 2.5.5. Para los reguladores de voltaje a pasos trifásico conectado en estrella, despreciando la impedancia

en serie y la admitancia en derivación, las matrices generalizadas se muestran en el grupo de Ecuaciones 2.73:

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{a}] &= \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{Ra}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{Rb}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a_{Rc}} \end{bmatrix}, [\mathbf{b}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 [\mathbf{c}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [\mathbf{d}] = \begin{bmatrix} a_{Ra} & 0 & 0 \\ 0 & a_{Rb} & 0 \\ 0 & 0 & a_{Rc} \end{bmatrix}, \\
 [\mathbf{A}] &= \begin{bmatrix} a_{Ra} & 0 & 0 \\ 0 & a_{Rb} & 0 \\ 0 & 0 & a_{Rc} \end{bmatrix}, [\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.73}$$

En las matrices generalizadas  $[\mathbf{a}]$ ,  $[\mathbf{d}]$ , y  $[\mathbf{A}]$  la relación de vueltas efectiva para cada regulador debe satisfacer que:  $0.9 < a_{Rabc} < 1.1$  en 32 pasos de 0.00625/paso (0.75 V/paso para una base de 120 V). La relaciones de vueltas ( $a_{Ra}$ ,  $a_{Rb}$  y  $a_{Rc}$ ) pueden tomar diferentes valores cuando los reguladores monofásicos están conectados en estrella, es decir, son independientes. Es posible tener un regulador trifásico conectado en estrella donde el voltaje y la corriente se miden en una sola fase, para que después las tres fases sean cambiadas al mismo número de tap. Con este mismo principio se puede tener un regulador monofásico, bifásico o trifásico.

## 2.5.7 Modelo de Transformador

Los bancos de transformadores trifásicos son utilizados en la subestación de distribución donde el voltaje es transformado de un nivel de transmisión o subtransmisión al nivel del alimentador de distribución. En la mayoría de los casos el transformador será una unidad trifásica, quizás con cambiadores de taps sin carga en el lado de alto voltaje, y quizás, con cambiadores de taps con carga en el lado de bajo voltaje (LTC). Para un alimentador de cuatro hilos en estrella, la conexión del transformador de la subestación más común es la delta – estrella aterrizada. Un alimentador de tres hilos en delta típicamente tendrá transformador con conexión delta-delta en la subestación. Los transformadores fuera de la subestación transformarán el voltaje final para las cargas de los clientes. Hay una gran variedad de conexiones que se pueden aplicar en las redes de distribución. En los análisis de un alimentador de distribución es importante modelar las distintas conexiones de los transformadores.

Los modelos de las conexiones de transformador que se presentan son:

- Delta – Estrella Aterrizada
- Estrella No Aterrizada – Delta
- Estrella Aterrizada – Estrella Aterrizada
- Delta – Delta
- Estrella Abierta – Delta Abierta

La Figura 2.20 define los distintos voltajes y corrientes para los bancos de transformadores conectados entre el lado de la fuente *Nodo n* y el lado de carga *Nodo m*. Además los modelos se pueden presentar como un banco de transformadores reductor o elevador. La notación es tal que las letras mayúsculas *A, B, C, N* siempre se referirán al lado de la fuente (*Nodo n*) del banco y las letras minúsculas *a, b, c, n* siempre se referirán al lado de carga (*Nodo m*) del banco. Se asume que todas las variaciones de las conexiones estrella – delta están conectados en la conexión del “Estándar Americano de 30°”. Con esto el estándar de desfase para voltajes y corrientes son

**Conexión Reductora:**  $V_{AB}$  adelanta  $V_{ab}$  30°,  $I_A$  adelanta  $I_a$  30°

**Conexión Elevadora:**  $V_{ab}$  adelanta  $V_{AB}$  30°,  $I_a$  adelanta  $I_A$  30°

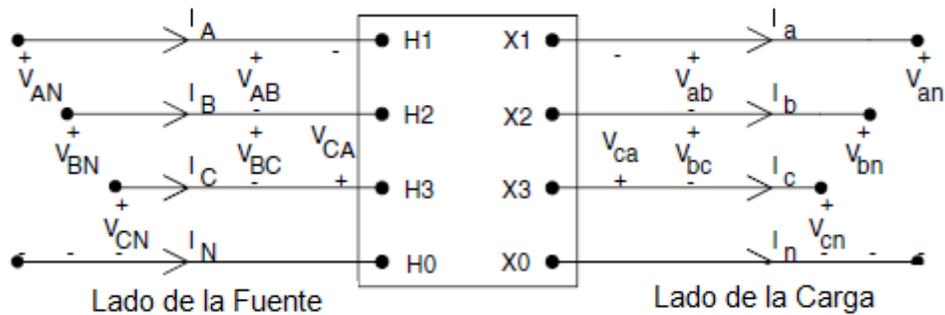


Figura 2.20 Banco de transformadores trifásico general [1].

Las ecuaciones matriciales para calcular el voltaje y las corrientes en el *Nodo n* como una función del voltaje y las corrientes de los voltajes y corrientes del *Nodo m* están dados por:

$$[VLN_{ABC}] = [a_t] \cdot [VLN_{abc}] + [b_t] \cdot [I_{abc}] \quad (2.74)$$

$$[I_{ABC}] = [c_t] \cdot [VLN_{abc}] + [d_t] \cdot [I_{abc}] \quad (2.75)$$

Los voltajes en el *Nodo m* como función de los voltajes en el *Nodo n* y las Corrientes en el *Nodo m* están dadas por:

$$[VLN_{abc}] = [A_t] \cdot [VLN_{ABC}] - [B_t] \cdot [I_{abc}] \quad (2.76)$$

En las Ecuaciones 2.74 – 2.76, los vectores  $[VLN_{ABC}]$  y  $[VLN_{abc}]$  representan los voltajes línea a neutro para una conexión estrella no aterrizada, o voltajes línea a tierra para una conexión estrella aterrizada. Para la conexión delta las matrices de voltajes representan los voltajes equivalentes línea a neutro. Los vectores de corrientes  $[I_{abc}]$  representan las corrientes de línea sin importar la conexión del devanado del transformador.

### 2.5.7.1 Conexión Delta – Estrella Aterrizada

La conexión reductora delta – estrella aterrizada es una conexión popular que es típicamente utilizada en una subestación de distribución para suministrar servicio a un alimentador en estrella de 4 hilos. Otra aplicación de la conexión es proveer servicio a cargas monofásicas. Debido a la conexión estrella, tres circuitos monofásicos están disponibles, haciendo posible el balanceo de cargas monofásicas en el banco de transformadores [1]. Tres transformadores monofásicos se conectan en conexión reductora delta – estrella aterrizada en un estándar de  $30^\circ$  como lo muestra la Figura 2.21 y 2.22.

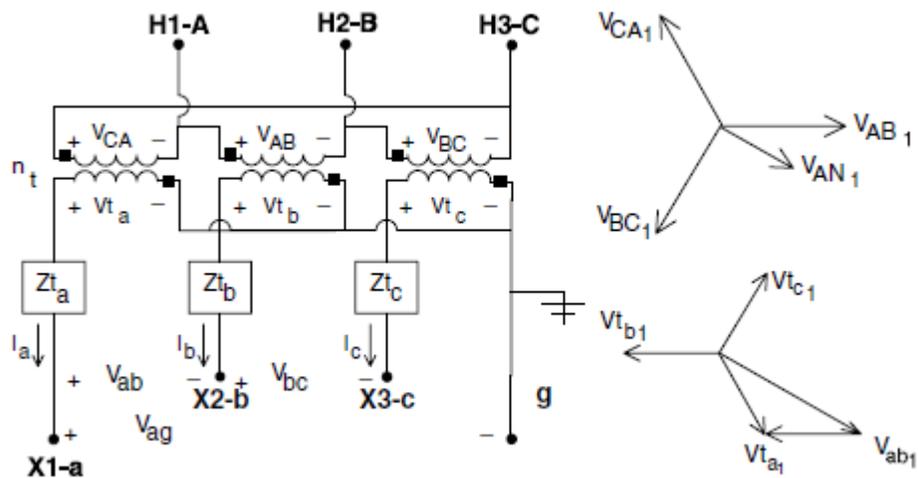


Figura 2.21 Conexión estándar delta-estrella aterrizada con voltajes [1].

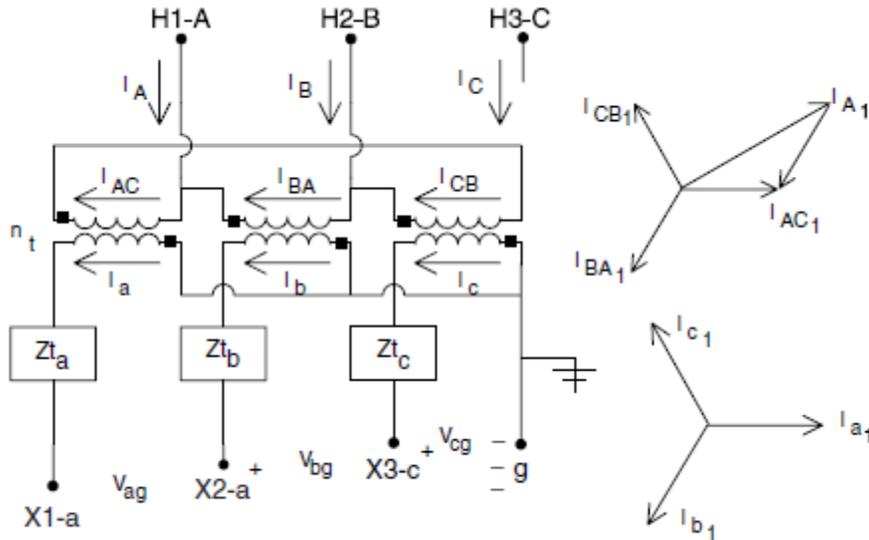


Figura 2.22 Conexión estándar delta-estrella aterrizada con corrientes [1].

En esta conexión se tiene una relación de vueltas  $n_t = \frac{V_{LL\text{LADO DE ALTA NOMINAL}}}{V_{LN\text{LADO DE ALTA NOMINAL}}}$ .

Las matrices generalizadas para la conexión delta – estrella aterrizada son:

$$[a_t] = -\frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, [b_t] = -\frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 0 & 2 \cdot Z_{t_b} & Z_{t_c} \\ Z_{t_a} & 0 & 2 \cdot Z_{t_c} \\ 2 \cdot Z_{t_a} & Z_{t_b} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.77)$$

$$[c_t] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [d_t] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A_t] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, [B_t] = \begin{bmatrix} Z_{t_a} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{t_b} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{t_c} \end{bmatrix}.$$

### 2.5.7.2 Conexión Estrella No Aterrizada – Delta

Tres transformadores monofásicos se conectan en conexión reductora estrella aterrizada – delta. El neutro de la estrella puede estar aterrizado o no aterrizado. La conexión estrella aterrizada se utiliza raramente porque [1]:

- La estrella aterrizada provee un camino para la corriente a tierra en fallas línea a tierra hacia el lado de la fuente desde el banco de transformadores. Esto causa que los transformadores sean susceptibles a quemarse en fallas del lado de la fuente.

- Si se abre una fase del circuito del lado primario, el banco de transformadores continuará suministrando un servicio trifásico al operar como un banco estrella abierta – delta abierta. Sin embargo, los dos transformadores restantes pueden ser sujetos a una condición de sobrecarga que conducirá a que se quemen.

La conexión más común es la estrella no aterrizada – delta. Esta conexión es típicamente utilizada para proveer servicio a una combinación de cargas de iluminación monofásicas y cargas de potencia trifásicas tales como un motor de inducción [1]. También se utiliza para interconectar al sistema unidades de generación distribuida. Tres transformadores monofásicos se conectan en conexión estrella no aterrizada – delta estándar de 30° como se muestra en la Figura 2.23.

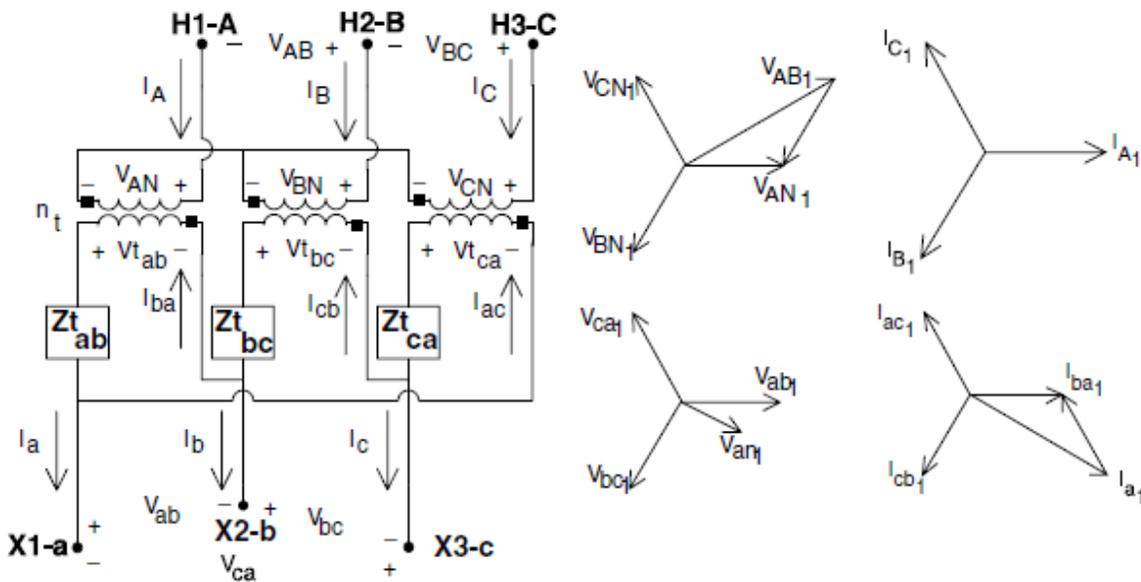


Figura 2.23 Conexión estándar estrella no aterrizada – delta con fasores de voltaje y corriente de secuencia positiva [1].

En esta conexión se tiene una relación de vueltas  $n_t = \frac{V_{LN\text{LADO DE ALTA NOMINAL}}}{V_{LL\text{LADO DE ALTA NOMINAL}}}$ .

Las matrices generalizadas para la conexión estrella no aterrizada – delta son:

$$[\mathbf{a}_t] = n_t \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, [\mathbf{b}_t] = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} Z_{t_{ab}} & -Z_{t_{ab}} & 0 \\ Z_{t_{bc}} & 2 \cdot Z_{t_{bc}} & 0 \\ -2 \cdot Z_{t_{ca}} & -Z_{t_{ca}} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.78)$$

$$[\mathbf{c}_t] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [\mathbf{d}_t] = \frac{1}{3 \cdot n_t} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[A_t] = \frac{1}{3 \cdot n_t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, [B_t] = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 2 \cdot Z_{tab} + Z_{tbc} & 2 \cdot Z_{tbc} - 2 \cdot Z_{tab} & 0 \\ 2 \cdot Z_{tbc} - 2 \cdot Z_{tca} & 4 \cdot Z_{tbc} - Z_{tca} & 0 \\ Z_{tab} - 4 \cdot Z_{tca} & -Z_{tab} - 2 \cdot Z_{tca} & 0 \end{bmatrix}.$$

### 2.5.7.3 Conexión Estrella Aterrizada – Estrella Aterrizada

La conexión estrella aterrizada – estrella aterrizada es principalmente utilizada para cargas monofásicas y trifásicas en sistemas multi-aterizados de 4 hilos [1]. También se utiliza para interconectar unidades de generación distribuida al sistema. La conexión estrella aterrizada – estrella aterrizada se muestra en la Figura 2.24. A diferencia de las conexiones delta – estrella y estrella – delta, aquí no existe desfaseamiento entre voltajes y corrientes de ambos lados del banco de transformadores.

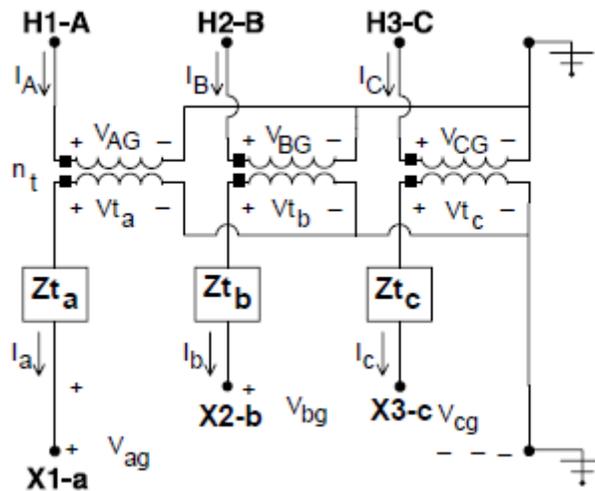


Figura 2.24 Conexión estrella aterrizada –estrella aterrizada [1].

En esta conexión se tiene una relación de vueltas  $n_t = \frac{VLN_{LADO DE ALTA NOMINAL}}{VLN_{LADO DE ALTA NOMINAL}}$ .

Las matrices generalizadas para la conexión estrella aterrizada – estrella aterrizada son:

$$[a_t] = n_t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, [b_t] = n_t \begin{bmatrix} Z_{t_a} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{t_b} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{t_c} \end{bmatrix}, \quad (2.79)$$

$$[c_t] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [d_t] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[A_t] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, [B_t] = \begin{bmatrix} Z_{t_a} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{t_b} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{t_c} \end{bmatrix}.$$

### 2.5.7.4 Conexión Delta – Delta

La conexión delta – delta se utiliza principalmente en sistemas delta de 3 hilos para proveer servicio a cargas trifásicas o una combinación de cargas trifásicas y cargas monofásicas [1]. Los transformadores monofásicos conectados en delta – delta se muestra en la Figura 2.25.

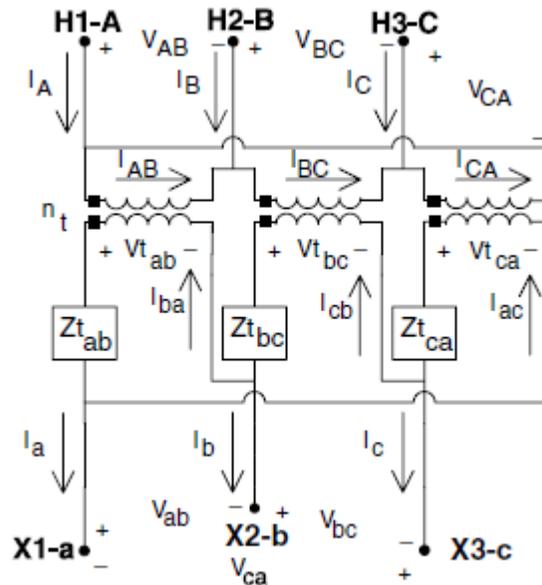


Figura 2.25 Conexión delta – delta [1].

En esta conexión se tiene una relación de vueltas  $n_t = \frac{V_{LL\text{LADO DE ALTA NOMINAL}}}{V_{LL\text{LADO DE ALTA NOMINAL}}}$ .

Las matrices generalizadas para la conexión delta – delta son:

$$[W] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, [G1] = \frac{1}{Zt_{ab} + Zt_{bc} + Zt_{ca}} \begin{bmatrix} Zt_{ca} & -Zt_{bc} & 0 \\ Zt_{ca} & Zt_{ab} + Zt_{ca} & 0 \\ -Zt_{ab} - Zt_{bc} & -Zt_{bc} & 0 \end{bmatrix}, (2.80)$$

$$[Zt_{abc}] = \begin{bmatrix} Zt_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & Zt_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Zt_{ca} \end{bmatrix}, [AV] = n_t \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[a_t] = \frac{n_t}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, [b_t] = [W][AV][Zt_{abc}][G1],$$

$$[c_t] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [d_t] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[A_t] = \frac{1}{3 \cdot n_t} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, [B_t] = [W][Zt_{abc}][G1].$$

### 2.5.7.5 Conexión Estrella Abierta – Delta Abierta

Una carga común que es servida en un alimentador de distribución es una combinación de una carga de iluminación monofásica y una carga de potencia trifásica. Muchas veces la potencia de carga trifásica será un motor de inducción. Esta combinación de cargas puede ser servida por una conexión estrella no aterrizada – delta o por una conexión estrella abierta – delta abierta. La conexión estrella abierta – delta abierta es comúnmente utilizada cuando la carga trifásica es pequeña comparada a la carga monofásica. La conexión estrella abierta – delta abierta requiere solo dos transformadores, pero la conexión suministrará voltajes trifásicos línea a línea para la combinación de cargas [1]. La Figura 2.26 la conexión estrella abierta – delta abierta.

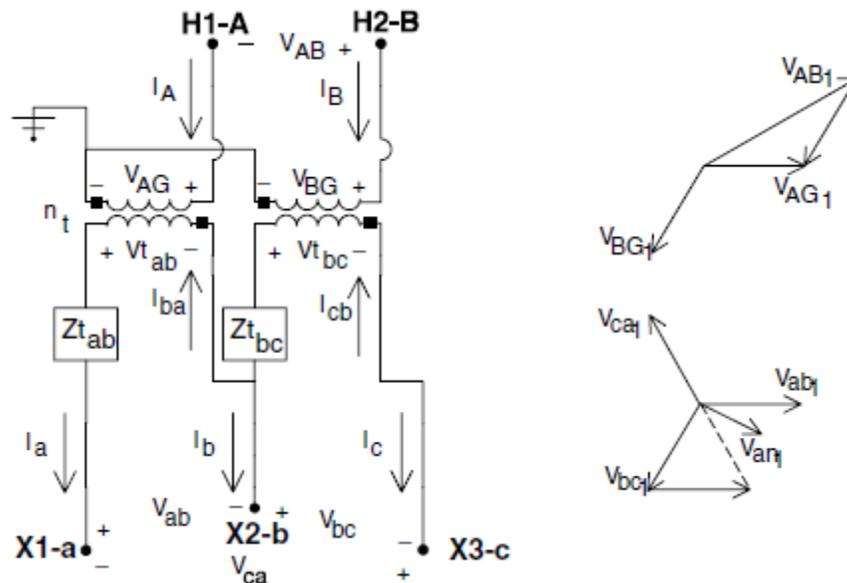


Figura 2.26 Conexión estrella abierta – delta abierta usando las fases A y B del lado primario [1].

En esta conexión se tiene una relación de vueltas  $n_t = \frac{VLL_{LADO DE ALTA NOMINAL}}{VLL_{LADO DE ALTA NOMINAL}}$ .

Las matrices generalizadas para la conexión estrella abierta – delta abierta para las fases A y B del lado primario son:

$$[a_t] = n_t \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [b_t] = n_t \begin{bmatrix} Zt_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Zt_{bc} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.81)$$

$$[c_t] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [d_t] = \frac{1}{n_t} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$[A_t] = \frac{1}{3 \cdot n_t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}, [B_t] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \cdot Z_{t_{ab}} & 0 & -Z_{t_{bc}} \\ -Z_{t_{ab}} & 0 & -Z_{t_{bc}} \\ -Z_{t_{ab}} & 0 & 2 \cdot Z_{t_{bc}} \end{bmatrix}.$$

La conexión estrella abierta – delta abierta descrita arriba utiliza las fases A y B en el primario, la cual es una de tres posibles conexiones. Las otras dos posibles conexiones usan las fases B y C, y las fases C y A. Estas pueden ser deducidas de la misma manera que lo hacen para las fases A y B en [1].

## 2.5.8 Modelo de Carga

Las cargas en los sistemas de distribución típicamente se especifican en potencia aparente consumida. La carga especificada será la demanda diversificada máxima. Esta demanda puede especificarse como kVA y factor de potencia, kW y factor de potencia, o kW y kVar. El voltaje especificado será siempre el voltaje en las terminales de bajo voltaje de la subestación de distribución. Esto crea un problema debido a que las corrientes de las cargas no pueden ser determinadas sin conocer el voltaje. Por esta razón, se debe emplear alguna técnica iterativa para conocer dichos voltajes [1].

Las cargas en los alimentadores de distribución se pueden modelar como si estuvieran conectadas en conexión delta o estrella y éstas pueden ser monofásicas, bifásicas o trifásicas con cualquier grado de desbalance, y pueden ser modeladas como:

- Potencia real y reactiva constante (Potencia Compleja Constante)
- Corriente constante
- Impedancia constante
- Cualquier combinación de las de arriba

Los modelos de carga desarrollados son utilizados en procesos iterativos de un programa de flujos de potencia donde se suponen los voltajes de carga inicialmente. Todos los modelos están inicialmente definidos por una potencia aparente por fase y un voltaje línea a neutro supuesto (carga en estrella) o un voltaje línea a línea supuesto (carga en delta). Las unidades de la potencia aparente pueden ser Volts-Ampere y Volts, o Volts-Ampere por unidad y Volts por unidad. Para todas las cargas se requieren las corrientes de línea que entran a la carga para realizar el análisis de flujos de potencia [1].

### 2.5.8.1 Cargas conectadas en Estrella

La Figura 2.27 muestra el modelo de una carga conectada en estrella. La notación para las potencias aparentes y voltajes modificados son:

**Fase a:**  $|S_a| \angle \theta_a = P_a + jQ_a$  y  $|V_{an}| \angle \delta_a$

**Fase b:**  $|S_b| \angle \theta_b = P_b + jQ_b$  y  $|V_{bn}| \angle \delta_b$

**Fase c:**  $|S_c| \angle \theta_c = P_c + jQ_c$  y  $|V_{cn}| \angle \delta_c$

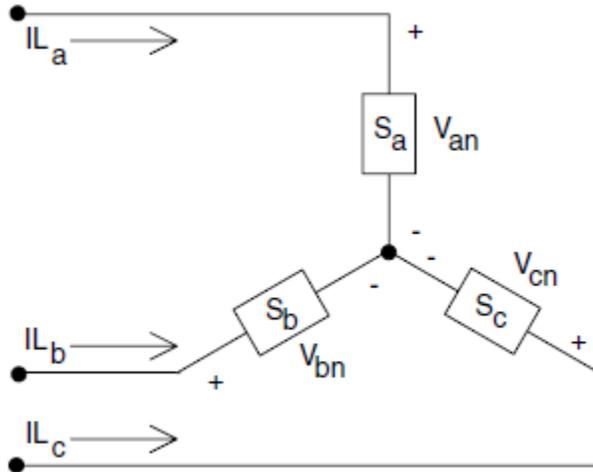


Figura 2.27 Carga conectada en estrella [1].

**Cargas de Potencia Real y Reactiva Constante (Potencia Compleja Constante).** Las corrientes de línea para cargas de potencia aparente constante están dadas por:

$$\begin{aligned}
 IL_a &= \left( \frac{S_a}{V_{an}} \right)^* = \frac{|S_a|}{|V_{an}|} \angle \delta_a - \theta_a = |IL_a| \angle \alpha_a \\
 IL_b &= \left( \frac{S_b}{V_{bn}} \right)^* = \frac{|S_b|}{|V_{bn}|} \angle \delta_b - \theta_b = |IL_b| \angle \alpha_b \\
 IL_c &= \left( \frac{S_c}{V_{cn}} \right)^* = \frac{|S_c|}{|V_{cn}|} \angle \delta_c - \theta_c = |IL_c| \angle \alpha_c
 \end{aligned} \tag{2.82}$$

En este modelo los voltajes línea a neutro cambiarán durante cada iteración hasta que se logre la convergencia.

**Cargas de Impedancia Constante.** Las cargas de impedancia constante se determinan primero con la potencia compleja especificada y los voltajes línea a neutro supuestos:

$$\begin{aligned}
Z_a &= \frac{|V_{an}|^2}{S_a^*} = \frac{|V_{an}|^2}{|S_a|} \angle \theta_a = |Z_a| \angle \theta_a \\
Z_b &= \frac{|V_{bn}|^2}{S_b^*} = \frac{|V_{bn}|^2}{|S_b|} \angle \theta_b = |Z_b| \angle \theta_b \\
Z_c &= \frac{|V_{cn}|^2}{S_c^*} = \frac{|V_{cn}|^2}{|S_c|} \angle \theta_c = |Z_c| \angle \theta_c
\end{aligned} \tag{2.83}$$

Las corrientes de carga como función de la impedancia de carga constante están dadas por:

$$\begin{aligned}
IL_a &= \frac{V_{an}}{Z_a} = \frac{|V_{an}|}{|Z_a|} \angle \delta_a - \theta_a = |IL_a| \angle \alpha_a \\
IL_b &= \frac{V_{bn}}{Z_b} = \frac{|V_{bn}|}{|Z_b|} \angle \delta_b - \theta_b = |IL_b| \angle \alpha_b \\
IL_c &= \frac{V_{cn}}{Z_c} = \frac{|V_{cn}|}{|Z_c|} \angle \delta_c - \theta_c = |IL_c| \angle \alpha_c
\end{aligned} \tag{2.84}$$

En este modelo los voltajes línea a neutro cambiarán durante cada iteración, pero la impedancia calculada en el grupo de Ecuaciones 2.83 permanecerá constante.

**Cargas de Corriente Constantes.** En este modelo las magnitudes de las corrientes se calculan de acuerdo a la Ecuación 2.82 y estas se mantienen constantes mientras que el ángulo del voltaje ( $\delta$ ) cambia, resultando en un ángulo de la corriente cambiante por lo que el factor de potencia de la carga permanece constante:

$$\begin{aligned}
IL_a &= |IL_a| \angle \delta_a - \theta_a \\
IL_b &= |IL_b| \angle \delta_b - \theta_b \\
IL_c &= |IL_c| \angle \delta_c - \theta_c
\end{aligned} \tag{2.85}$$

donde  $\delta_{abc}$  = Ángulos del voltaje línea a neutro y  $\theta_{abc}$  = Ángulos del factor de potencia.

### 2.5.8.2 Cargas conectadas en Delta

El modelo para la carga conectada en delta se muestra en la Figura 2.28. La notación para las potencias aparentes especificadas y los voltajes son:

**Fase ab:**  $|S_{ab}| \angle \theta_{ab} = P_{ab} + jQ_{ab}$  y  $|V_{ab}| \angle \delta_{ab}$

**Fase bc:**  $|S_{bc}| \angle \theta_{bc} = P_{bc} + jQ_{bc}$  y  $|V_{bc}| \angle \delta_{bc}$

**Fase ca:**  $|S_{ca}| \angle \theta_{ca} = P_{ca} + jQ_{ca}$  y  $|V_{ca}| \angle \delta_{ca}$

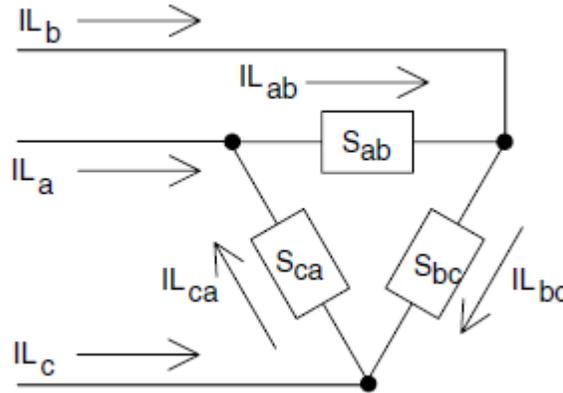


Figura 2.28 Carga conectada en delta [1].

**Cargas de Potencia Real y Reactiva Constante (Potencia Compleja Constante).** Las corrientes en las cargas conectadas en delta son:

$$\begin{aligned}
 IL_{ab} &= \left( \frac{S_{ab}}{V_{ab}} \right)^* = \frac{|S_{ab}|}{|V_{ab}|} \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} = |IL_{ab}| \angle \alpha_{ab} \\
 IL_{bc} &= \left( \frac{S_{bc}}{V_{bc}} \right)^* = \frac{|S_{bc}|}{|V_{bc}|} \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} = |IL_{bc}| \angle \alpha_{bc} \\
 IL_{ca} &= \left( \frac{S_{ca}}{V_{ca}} \right)^* = \frac{|S_{ca}|}{|V_{ca}|} \angle \delta_{ca} - \theta_{ca} = |IL_{ca}| \angle \alpha_{ca}
 \end{aligned} \tag{2.86}$$

En este modelo los voltajes línea a línea cambiarán durante cada iteración resultando en nuevas magnitudes de corriente y ángulos al inicio de cada iteración.

**Cargas de Impedancia Constante.** Primero se determina la impedancia de carga constante con la potencia compleja especificada y los voltajes línea a línea:

$$\begin{aligned}
Z_{ab} &= \frac{|V_{ab}|^2}{S_{ab}^*} = \frac{|V_{ab}|^2}{|S_{ab}|} \angle \theta_{ab} = |Z_{ab}| \angle \theta_{ab} \\
Z_{bc} &= \frac{|V_{bc}|^2}{S_{bc}^*} = \frac{|V_{bc}|^2}{|S_{bc}|} \angle \theta_{bc} = |Z_{bc}| \angle \theta_{bc} \\
Z_{ca} &= \frac{|V_{ca}|^2}{S_{ca}^*} = \frac{|V_{ca}|^2}{|S_{ca}|} \angle \theta_{ca} = |Z_{ca}| \angle \theta_{ca}
\end{aligned} \tag{2.87}$$

Las corrientes de la delta como función de las impedancias de carga constante son

$$\begin{aligned}
IL_{ab} &= \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{|V_{ab}|}{|Z_{ab}|} \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} = |IL_{ab}| \angle \alpha_{ab} \\
IL_{bc} &= \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{|V_{bc}|}{|Z_{bc}|} \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} = |IL_{bc}| \angle \alpha_{bc} \\
IL_{ca} &= \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{|V_{ca}|}{|Z_{ca}|} \angle \delta_{ca} - \theta_{ca} = |IL_{ca}| \angle \alpha_{ca}
\end{aligned} \tag{2.88}$$

En este modelo los voltajes línea a línea cambiarán durante cada iteración hasta que se logre la convergencia.

**Cargas de Corriente Constante.** En este modelo las magnitudes de las corrientes se calculan de acuerdo a la Ecuación 2.86 y se mantienen constantes mientras el ángulo de voltaje ( $\delta$ ) cambia durante cada iteración. Esto mantiene constante el factor de potencia de la carga:

$$\begin{aligned}
IL_{ab} &= |IL_{ab}| \angle \delta_{ab} - \theta_{ab} \\
IL_{bc} &= |IL_{bc}| \angle \delta_{bc} - \theta_{bc} \\
IL_{ca} &= |IL_{ca}| \angle \delta_{ca} - \theta_{ca}
\end{aligned} \tag{2.89}$$

Las corrientes de línea entrantes a la carga conectada en delta se determinan al aplicar la ley de corrientes de Kirchhoff en cada nodo de la delta. En forma matricial las ecuaciones son

$$\begin{bmatrix} IL_a \\ IL_b \\ IL_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IL_{ab} \\ IL_{bc} \\ IL_{ca} \end{bmatrix} \tag{2.90}$$

La combinación de cargas puede modelarse al asignar un porcentaje de la carga total a cada uno de los tres modelos de carga. La corriente de carga total es la suma de las corrientes de carga de cada modelo. Tanto en las cargas conectadas en estrella como en las cargas conectadas en delta, las cargas monofásicas y bifásicas son modeladas al poner las corrientes de las fases faltantes en cero. Las corrientes en las fases presentes son calculadas al usar las ecuaciones apropiadas para la potencia compleja constante, impedancia constante y corriente constante.

### 2.5.8.3 Capacitores en Derivación

Los bancos de capacitores en derivación son comúnmente utilizados en sistemas de distribución para ayudar en la regulación de voltaje y proveer potencia reactiva. Los bancos de capacitores son modelados como susceptancias constantes conectadas o en estrella o en delta. Similar al modelo de carga, todos los bancos de capacitores están modelados como bancos trifásicos. Poniendo en cero la corriente de las fases faltantes pueden modelarse bancos monofásicos y bifásicos.

**Banco de Capacitores Conectado en Estrella.** El modelo del banco de capacitores en derivación trifásico se muestra en la Figura 2.29 las unidades de capacitor por fase se especifican en kVar y kV. La susceptancia constante para cada unidad puede calcularse en Siemens la cual es calculada con:

$$B_C = \frac{kvar}{1000 \cdot kV_{LN}^2} S \quad (2.91)$$

Con la susceptancia calculada, las corrientes de línea del banco de capacitores están dadas por:

$$\begin{aligned} I_{C_a} &= jB_{C_a} \cdot V_{an} \\ I_{C_b} &= jB_{C_b} \cdot V_{bn} \\ I_{C_c} &= jB_{C_c} \cdot V_{cn} \end{aligned} \quad (2.92)$$

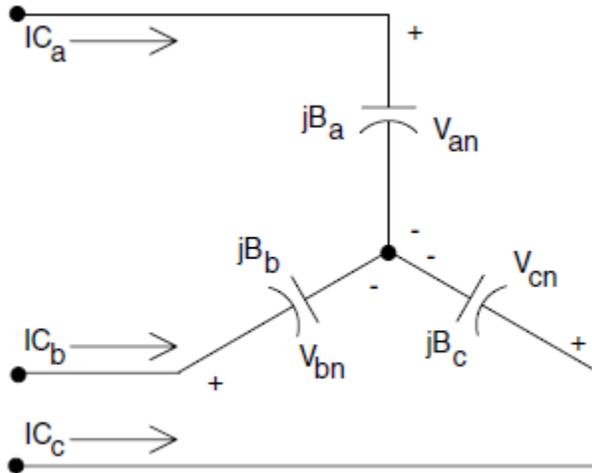


Figura 2.29 Banco de capacitores conectados en estrella [1].

**Banco de Capacitores Conectado en Delta.** El modelo para el banco de capacitores en derivación conectados en delta se muestra en la Figura 2.30. Las unidades de capacitor por fase se especifican en kVar y kV. Para los capacitores conectados en delta los kV deben ser los voltajes línea a línea. La susceptancia constante para cada unidad se calcula en Siemens, la cual se calcula con

$$B_C = \frac{kvar}{1000 \cdot kV_{LL}^2} S \quad (2.93)$$

Con la susceptancia calculada, las corrientes de la delta del banco de capacitores están dadas por:

$$\begin{aligned} IC_{ab} &= jB_{Cab} \cdot V_{ab} \\ IC_{bc} &= jB_{Cbc} \cdot V_{bc} \\ IC_{ca} &= jB_{Cca} \cdot V_{ca} \end{aligned} \quad (2.94)$$

Las corrientes de línea que fluyen dentro de los capacitores conectados en delta se calculan aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en cada nodo. En forma de matriz las ecuaciones son:

$$\begin{bmatrix} IC_a \\ IC_b \\ IC_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IC_{ab} \\ IC_{bc} \\ IC_{ca} \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

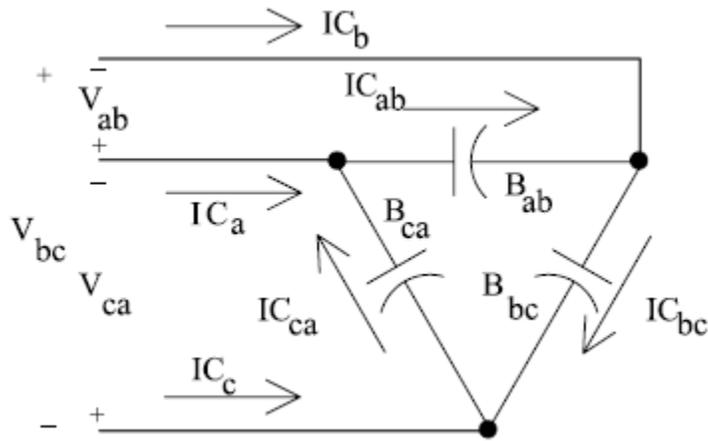


Figura 2.30 Banco de capacitores conectados en delta [1].

#### 2.5.8.4 Motor de Inducción Trifásico

El análisis de un motor de inducción que opera bajo condiciones de desbalance se realiza utilizando el método de componentes simétricas, en el cual se desarrollan los circuitos equivalentes de la máquina de secuencia positiva y negativa para calcular las corrientes de secuencia utilizando los voltajes línea a neutro. La red de secuencia cero no existe ya que las máquinas están típicamente conectadas en delta o estrella no aterrizada, lo que significa que no habrá corrientes y voltajes de secuencia cero. Las condiciones de operación interna se determinan con el análisis completo de redes de secuencia [1].

El circuito equivalente de secuencia línea a neutro de una máquina de inducción trifásica conectada en estrella se muestra en la Figura 2.31.

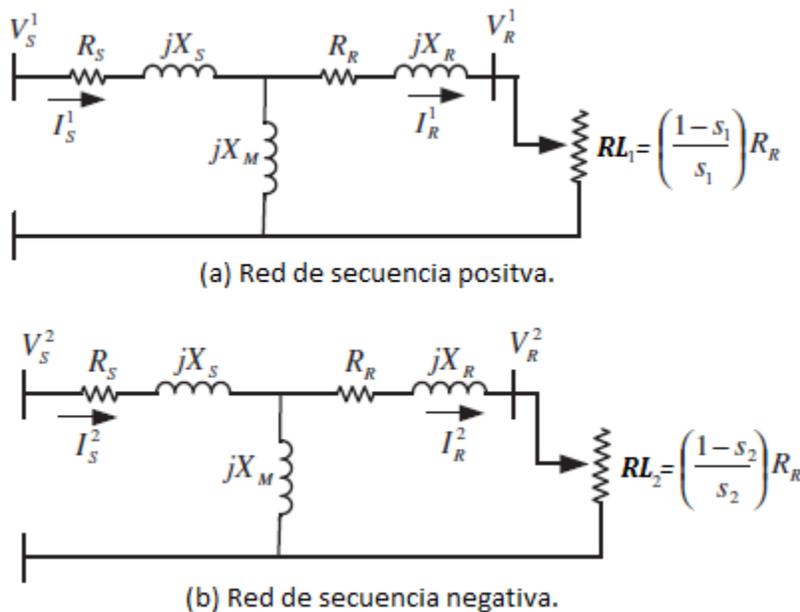


Figura 2.31 Redes de secuencia de las redes de secuencia [27].

La resistencia de carga **RL** está definida por:

$$RL_i = \frac{1 - s_i}{s_i} R_R \quad (2.96)$$

donde  $i = 1$  para la secuencia positiva e  $i = 2$  para la secuencia negativa.

**Deslizamiento de la secuencia positiva:**  $s_1 = \frac{n_s - n_r}{n_s}$

**Deslizamiento de la secuencia negativa:**  $s_2 = 2 - s_1$

donde  $n_s$  es la velocidad síncrona y  $n_r$  es la velocidad del rotor.

La resistencia de carga de secuencia negativa **RL<sub>2</sub>** tendrá un valor negativo. Esto conduce a una potencia negativa en el eje en la secuencia negativa. Las corrientes de secuencia negativa intentan hacer girar al motor en dirección reversa. Esta potencia negativa resulta en pérdidas de potencia y calentamiento en el motor.

Conociendo el deslizamiento de la máquina, las corrientes de secuencia positiva y negativa en el estator están dadas por:

$$I_S^1 = \frac{V_S^1 \left( j(X_R + X_M) + \frac{R_R}{s_1} \right)}{jX_M \left( jX_R + \frac{R_R}{s_1} \right) + (R_S + jX_S) \left( j(X_R + X_M) + \frac{R_R}{s_1} \right)} \quad (2.97)$$

$$I_S^2 = \frac{V_S^2 \left( j(X_R + X_M) + \frac{R_R}{s_2} \right)}{jX_M \left( jX_R + \frac{R_R}{s_2} \right) + (R_S + jX_S) \left( j(X_R + X_M) + \frac{R_R}{s_2} \right)} \quad (2.98)$$

Los voltajes de secuencia en el estator se pueden obtener con la siguiente expresión

$$[V_S^{012}] = \begin{bmatrix} V_S^0 \\ V_S^1 \\ V_S^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a_s & a_s^2 \\ 1 & a_s^2 & a_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

donde  $V_{an}$ ,  $V_{bn}$  y  $V_{cn}$  son los voltajes línea a neutro en las terminales de la máquina de inducción y  $a_s = e^{j2\pi/3}$ .

Con las corrientes de secuencia se encuentra la corriente que entra a la máquina de inducción:

$$\begin{bmatrix} IM_a \\ IM_b \\ IM_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a_s^2 & a_s \\ 1 & a_s & a_s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_S^1 \\ I_S^2 \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

Este modelo permite modelar al motor bajo todas las condiciones de carga desde el inicio (deslizamiento = 1) hasta a plena carga (deslizamiento  $\approx 0.03$ ). En este modelo los voltajes línea a neutro cambiarán durante cada iteración hasta que se logre la convergencia.

En el caso donde no se conozca el deslizamiento pero si la potencia mecánica en el eje, la máquina de inducción también puede ser modelada. Para ello se realiza un balance de energía en el rotor entre la potencia eléctrica y la potencia mecánica en el eje. La potencia eléctrica total consumida por el rotor de la máquina de inducción puede calcularse usando las redes de secuencia del modelo mostrado en la Figura 2.31, despreciando las pérdidas por fricción y devanados.

$$P_R = P_R^1 + P_R^2 = 3|I_R^1|^2 \left( \frac{1-s_1}{s_1} \right) R_R + 3|I_R^2|^2 \left( \frac{1-s_2}{s_2} \right) R_R \quad (2.101)$$

Las corrientes de secuencia en el rotor están dadas por

$$I_R^1 = \frac{jX_M}{j(X_R + X_M) + \frac{R_R}{s_1}} I_S^1$$

$$I_R^2 = \frac{jX_M}{j(X_R + X_M) + \frac{R_R}{s_2}} I_S^2 \quad (2.102)$$

La potencia eléctrica consumida por el rotor  $P_R$  es igualada a la potencia mecánica en el eje  $P_M$ , de esta manera, se define una diferencia de potencia:

$$\Delta P_{eje} = P_M - P_R \quad (2.103)$$

La Ecuación 2.103 está en función del deslizamiento y los voltajes de secuencia en las terminales de la máquina de inducción. La ecuación de diferencia de potencia en el eje de la máquina es no lineal y puede ser resuelta numéricamente. Bajo operación de estado estacionario, los voltajes trifásicos en las terminales del motor son constantes, así, el deslizamiento puede ser considerado como la única variable de estado en la Ecuación 2.103. Entonces se utiliza el método Newton-Raphson para resolver la Ecuación 2.103 y encontrar el deslizamiento de operación bajo dichos voltajes en terminales de un estado estacionario específico:

$$s_1^{new} = s_1^{old} + \frac{\Delta P_{eje}}{\frac{d(\Delta P_{eje})}{ds_1}} \quad (2.104)$$

$$\frac{d(\Delta P_{eje})}{ds_1} = -\frac{dP_R}{ds_1} = -\frac{dP_R^1}{ds_1} - \frac{dP_R^2}{ds_1} \quad (2.105)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_R^1}{ds_1} &= Re \left( 3R_R |jX_M V_S^1|^2 \left( \frac{2(b - bs_1)}{(as_1 + b)^3} - \frac{|s_1|^2}{s_1^2 |as_1 + b|^2} \right) \right) \\ \frac{dP_R^2}{ds_1} &= Re \left( 3R_R |jX_M V_S^2|^2 \left( \frac{2(b - bs_2)}{(as_2 + b)^3} - \frac{|s_2|^2}{s_2^2 |as_2 + b|^2} \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.106)$$

donde

$$\begin{aligned} a &= jX_M(R_S + jX_S) + jX_M(R_R + jX_R) + (R_S + jX_S)(R_R + jX_R) - R_R(R_S + jX_S + jX_M) \\ b &= R_R(R_S + jX_S + jX_M) \end{aligned}$$

El proceso de solución del Newton-Raphson iterativo continúa hasta que la diferencia de potencias de la Ecuación 2.103 que alcanza un criterio de convergencia permisible. En este proceso de solución, el valor del deslizamiento inicial se calcula al ignorar la red de secuencia negativa como en [27]:

$$s_{1,0} = \frac{R_R P_T^2}{P_T |V_R^1|^2 + R_R P_T^2} \quad (2.107)$$

donde

$$V_R^1 = \frac{V_S^1 - P_T \left( R_R + jX_R + R_S + jX_S + \frac{(R_R + jX_R)(R_S + jX_S)}{jX_M} \right) / V_S^1}{\left( 1 + \frac{R_S + jX_S}{jX_M} \right)} \quad (2.108)$$

Una vez que el método Newton-Raphson converge y se encuentra el valor del deslizamiento, las corrientes que entran al motor de inducción pueden ser calculadas con la Ecuación 2.100. Nótese que la ecuación 2.104 tiene un signo “+” en lugar del signo “-” que normalmente se utiliza en el método de Newton-Raphson, este signo se modificó debido a que no se obtenía convergencia alguna, y que experimentalmente se llegó a la conclusión que al cambiar el signo a “+” el algoritmo convergía rápidamente. Este comportamiento se atribuye a que sólo se utilizó la parte real de  $\frac{dP_R^1}{ds_1}$  y  $\frac{dP_R^2}{ds_1}$ . El diagrama de flujo que muestra el proceso de solución se muestra en la Figura 2.32.

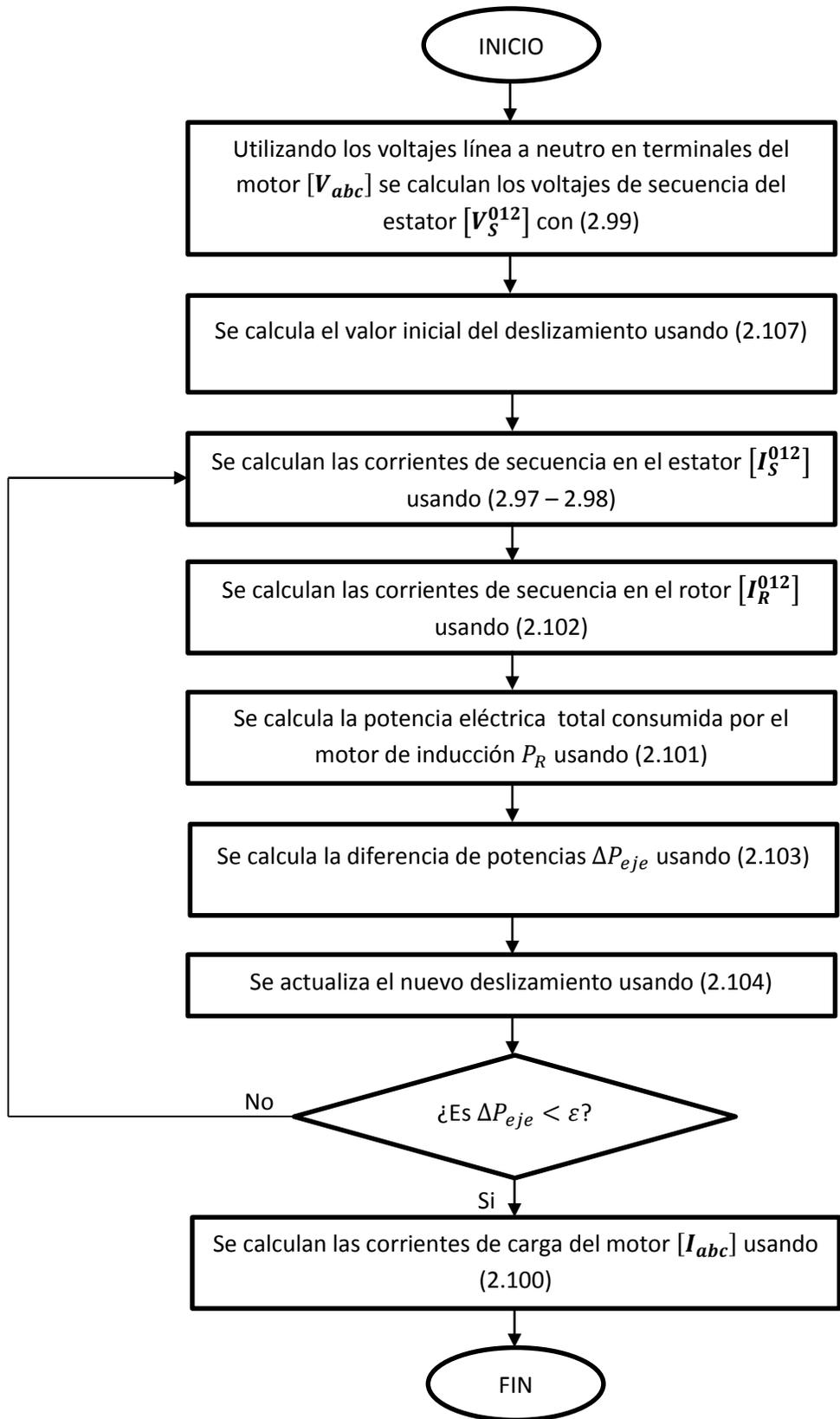


Figura 2.32 Diagrama de flujo para encontrar la corriente de carga del motor al conocer la potencia mecánica del eje y desconocer el deslizamiento.

## 2.6 Generación Distribuida

En esta sección se presentan los modelos de generación distribuida que se implementaron tanto en el algoritmo de solución como en el optimizador. Se introdujeron dos tipos de unidades de generación distribuida de energías renovables: el aerogenerador y el arreglo de paneles solares, que al ser integrados a la red conforman una red de distribución activa. El optimizador también maneja unidades de generación distribuida convencional o de combustibles fósiles modelados como nodos PV, en el cual se fija la potencia real de generación y un rango de voltaje de operación, ya que al incluirse en un sistema de distribución que por naturaleza es desbalanceado no puede regular las fases de manera independiente debido a que la generación de potencia reactiva utilizada como variable de control es la misma en las tres fases.

### 2.6.1 Modelo del Aerogenerador

El modelo del aerogenerador comprime la turbina de viento y el generador de inducción que está directamente conectado a la red de distribución como se muestra en la Figura 2.33.

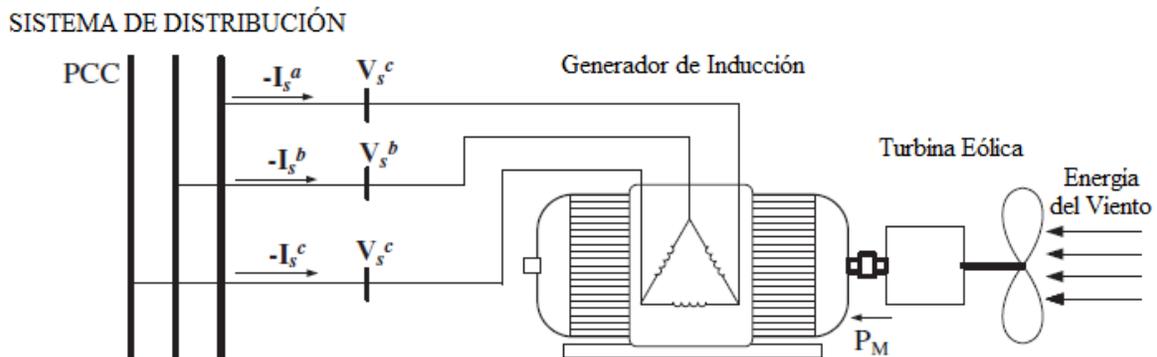


Figura 2.33 Modelo del Aerogenerador [27].

El modelo del aerogenerador puede considerar varias unidades para formar un parque de generación eólica. A continuación se detallan cada uno de los componentes del modelo del aerogenerador.

#### 2.6.1.1 Turbina Eólica

Se utiliza el modelo aerodinámico para representar la turbina eólica. En este modelo, el coeficiente de potencia depende de la relación de velocidad de la punta la cual es la relación entre la velocidad de la punta del asa y la velocidad del viento. La potencia aerodinámica es calculada como:

$$P_T = \frac{1}{2} \rho A v^3 C_p(\lambda) \quad (2.109)$$

donde  $\lambda = \omega R/v$ ,  $\rho$  es la densidad del aire ( $1.225 \text{ kg/m}^3$ ),  $A$  es el área del círculo que abarcan las aspas al girar en  $m^2$ ,  $v$  es la velocidad del viento en  $m/s$ ,  $R$  es el radio de las aspas medido del centro del aerogenerador a la punta del aspa en  $m$ ,  $C_p$  es el coeficiente de potencia,  $\lambda$  es la relación de velocidad de la punta,  $\omega$  es la velocidad angular de las aspas en  $rad/s$ .

La relación de  $C_p$  y  $\lambda$  es obtenida de los datos experimentales dados por el fabricante de la turbina eólica.

### 2.6.1.2 Generador de Inducción

Anteriormente se revisó el modelo de la máquina síncrona en la sección 2.5.8 como motor de inducción. Para éste caso simplemente se harán algunas consideraciones para su implementación como generador de inducción. Como sabemos ahora el eje de la máquina de inducción será movido por la energía del viento mediante la turbina eólica. La potencia de la turbina eólica se calcula con la Ecuación 2.109, y cuando el generador se conecte al sistema de distribución se conocerán los voltajes en terminales. Con esto el modelo se enfoca en calcular solamente el deslizamiento para que la máquina produzca energía en lugar de consumirla.

La turbina eólica hará girar el rotor en la misma dirección que si se tratase de un motor, la diferencia radica en que hay un cambio en la dirección de la corriente, ya que ahora en vez de consumirse se está generando, por lo que la diferencia de potencias de la Ecuación 2.103 cambia a:

$$\Delta P_{eje} = P_T - (-P_R) = P_T + P_R \quad (2.110)$$

donde  $\Delta P_{eje}$  es la diferencia de potencias mecánica y eléctrica en el rotor al realizar un balance de energía despreciando pérdidas de potencia y devanados,  $P_T$  es la potencia aerodinámica producida por la turbina de viento y  $P_R$  es la potencia eléctrica generada en el rotor.

Dados estos cambios las ecuaciones para la resolución de Newton-Raphson cambian a:

$$s_1^{new} = s_1^{old} + \frac{\Delta P_{eje}}{\frac{d(\Delta P_{eje})}{ds_1}} \quad (2.111)$$

$$\frac{d(\Delta P_{eje})}{ds_1} = \frac{dP_R}{ds_1} = \frac{dP_R^1}{ds_1} + \frac{dP_R^2}{ds_1} \quad (2.112)$$

El diagrama de flujo del cálculo de la corriente de generación se muestra en la Figura 2.34.

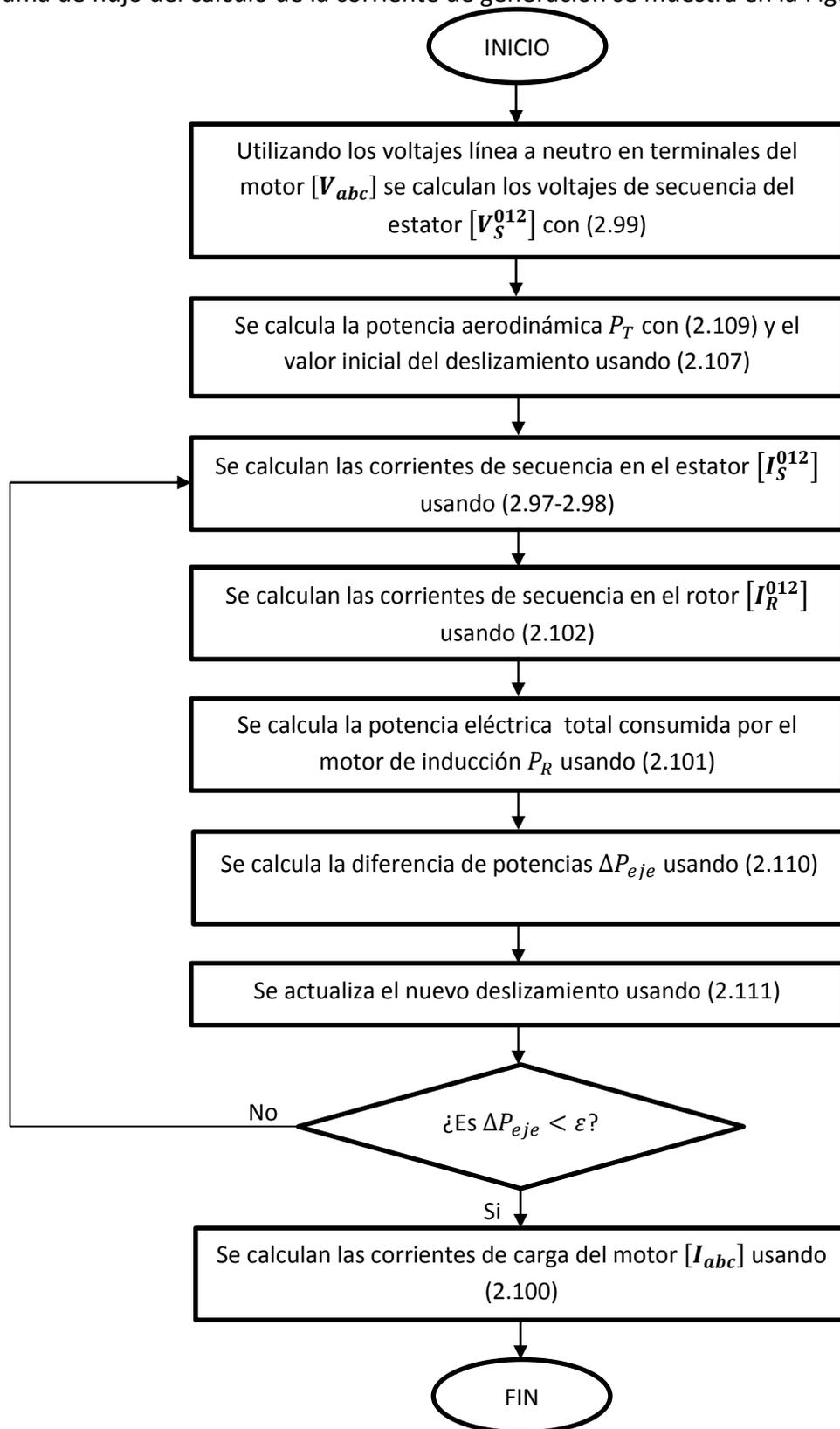


Figura 2.34 Diagrama de flujo para encontrar la corriente de generación del aerogenerador.

## 2.6.2 Modelo del Panel Solar

El modelo del panel fotovoltaico que se implementó en la herramienta computacional fue replicado del modelo contenido en el programa OpenDSS [10]. La Figura 2.35 muestra un diagrama del modelo del PVSystem (Sistema Fotovoltaico) implementado en OpenDSS en la versión 7.4.1. El modelo combina un modelo de arreglo de paneles solares y del inversor para el sistema fotovoltaico que es un convertidor c.d./c.a. en un solo modelo para realizar estudios de impacto en sistemas de distribución.

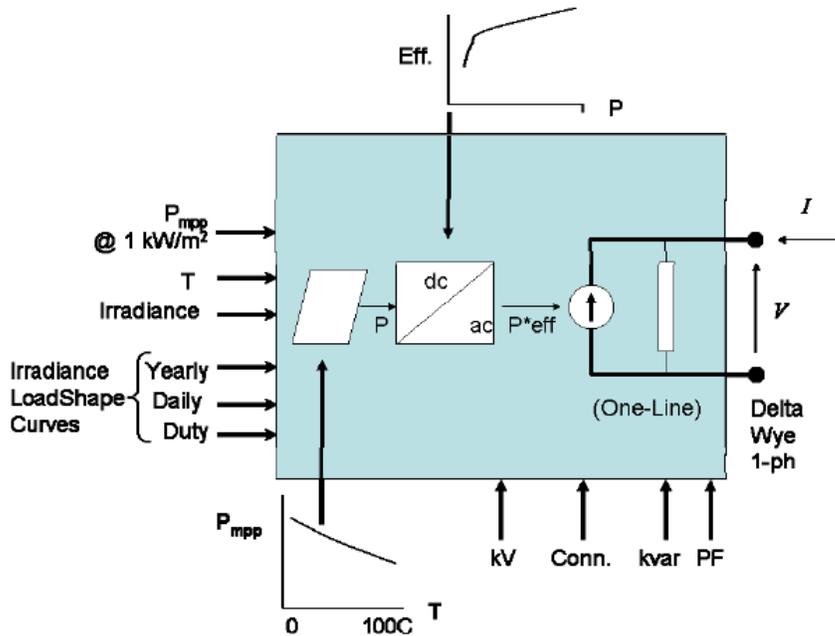


Figura 2.35 Diagrama de bloques del Modelo del Elemento PVSystem de OpenDSS.

El modelo asume que el inversor es capaz de encontrar el punto de máxima potencia (mpp) del panel rápidamente. Esta característica simplifica el modelado de los componentes individuales (panel fotovoltaico e inversor) y debería adecuarse para la mayoría de los estudios de impacto en la interconexión.

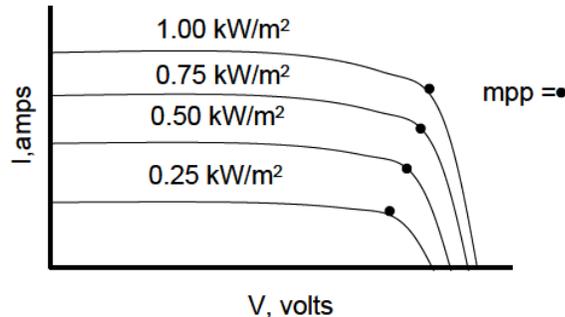
El modelo básicamente aparece de la misma manera que un modelo de circuito tal como el generador, una carga o un dispositivo de almacenamiento, produciendo o consumiendo potencia de acuerdo a alguna función. En este caso, la potencia activa,  $P$ , es una función de la irradiación, temperatura ( $T$ ), y de la potencia nominal en el mpp ( $P_{mpp}$ ), a una temperatura seleccionada y una irradiación de 1.0 kW/m<sup>2</sup>. En adición, la eficiencia del inversor en el voltaje y potencia de operación es aplicada.

Los datos básicos para el modelo son:

- Una  $P_{mpp}$  promedio para el panel a una irradiación de 1.0 kW/m<sup>2</sup> a una temperatura constante del panel tal como 25 °C o 50 °C.

- La variación en p.u. de  $P_{mpp}$  vs Temperatura a una irradiación de  $1.0 \text{ kW/m}^2$ .
- Una curva representativa de la eficiencia del inversor, eficiencia en p.u. vs potencia que entra al inversor en p.u.

La Figura 2.36 muestra la forma general de las curvas i-v para un panel fotovoltaico a una temperatura constante. La relación de  $P_{mpp}$  con la irradiación a una temperatura constante varía muy poco para un rango práctico, pero por lo general está lo suficientemente cercano a ser constante para estudios de impacto en sistemas de distribución.



**Figura 2.36** Forma típica de las curvas i-v para valores diferentes de irradiación para una temperatura constante, con los puntos de máxima potencia indicados.

Los parámetros del modelo son especificados para un valor de irradiación relativamente alto de  $1000 \text{ W/m}^2$  por lo que se espera que el modelo sea más exacto en salidas de potencia más grandes donde cuestiones como el incremento de voltaje sería lo más importante.

Dado un valor de irradiación, la potencia de salida del panel es multiplicada por un factor que depende de la temperatura del panel. Por ejemplo, si la  $P_{mpp}$  es producida para una temperatura del panel de  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ , la curva de potencia vs temperatura podría ser similar a la curva mostrada en la Figura 2.37. Cuando la temperatura del panel incrementa de  $25$  a  $75 \text{ }^\circ\text{C}$ , la potencia cae alrededor de un  $22\%$ . Por lo tanto, la potencia máxima de salida del panel es estimada por

$$P_{panel,kW} = P_{mpp} \cdot Irradiancia \cdot F_T \quad (2.113)$$

donde la potencia en el punto de máxima potencia ( $P_{mpp}$ ) es medida en  $kW$  a una irradiación de  $1 \text{ kW/m}^2$  y una temperatura de  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ , la Irradiación en  $kW/m^2$  y el factor de temperatura  $F_T$  es debido a la temperatura del panel al momento de la medición.

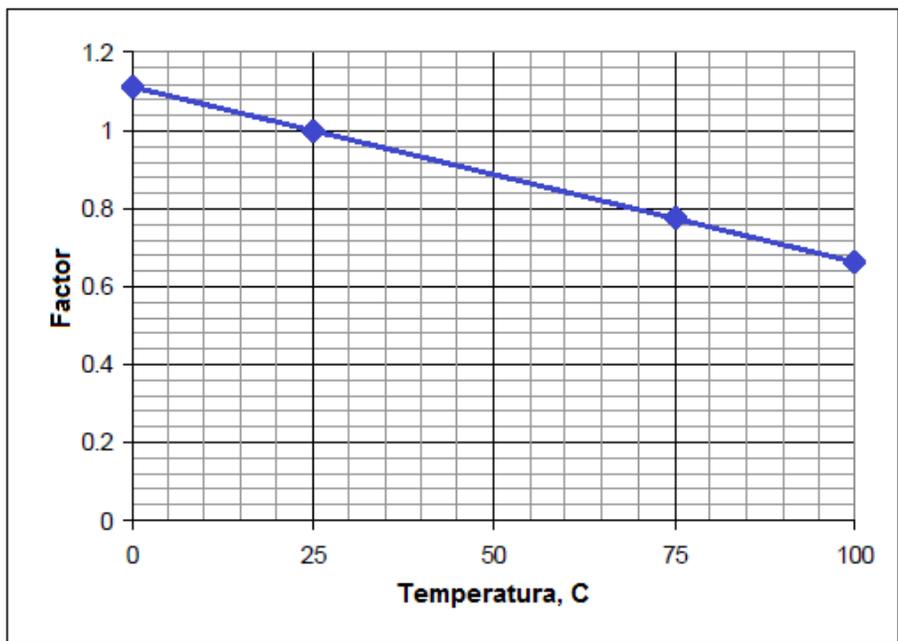


Figura 2.37 Ejemplo de variación Potencia-Temperatura para una irradiación de 1 kW/m<sup>2</sup>.

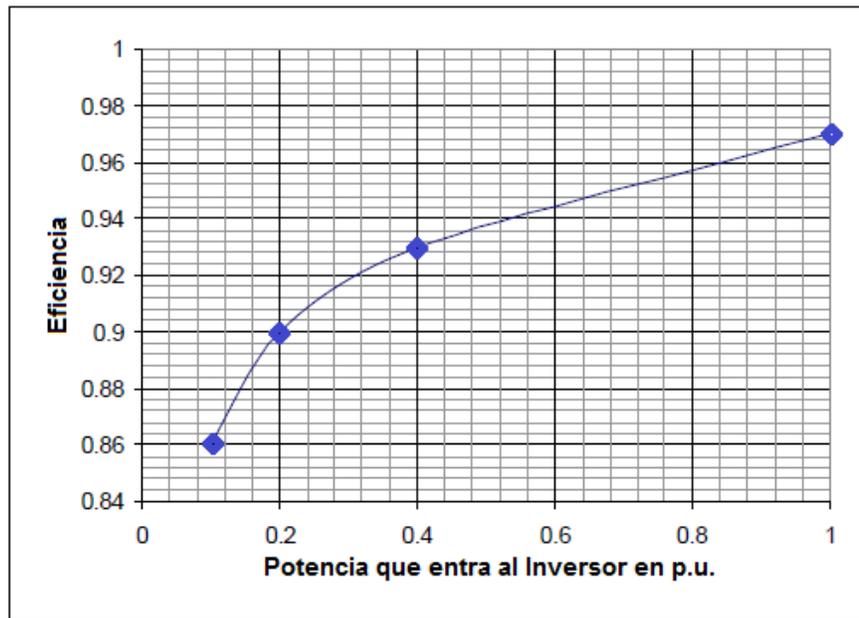
El modelo solo utiliza 4 puntos de la curva de la variación de potencia-temperatura mostrada en la Figura 2.37, en donde para un punto de temperatura intermedio se interpola encontrando así el factor de temperatura. Usualmente es suficiente introducir solo 4 o 5 puntos debido a que las curvas son relativamente suaves y monótonas.

Finalmente el modelo asume que el inversor es capaz de encontrar el mpp dentro de un paso de tiempo de simulación. La potencia de salida del inversor es determinada al aplicar la eficiencia de una curva como la de la Figura 2.38. Ésta es una curva típica del voltaje de operación de cd esperado a altos valores de irradiación.

$$P_{inversor,kW} = P_{panel,kW} \cdot E_{inversor} \tag{2.114}$$

donde  $P_{inversor,kW}$  es la potencia que proporciona por el inversor en kW, y  $E_{inversor}$  es la eficiencia del inversor obtenida por la curva eficiencia vs potencia entrante al inversor.

Al igual que para la curva de variación potencia-temperatura, el modelo utiliza sólo 4 puntos de la curva de eficiencia vs la potencia entrante al inversor mostrada en la Figura 2.38, y para puntos intermedios se interpola la eficiencia dada.



**Figura 2.38 Eficiencia vs Potencia Entrante al Inversor en p.u.**

Una vez encontrada la potencia que sale del inversor  $P_{inversor,kW}$ , se divide entre tres para asignar una misma potencia a cada una de las fases. La potencia asignada a cada fase es la potencia especificada, y con ella el arreglo de paneles solares se puede modelar como una carga de potencia aparente constante o una carga de impedancia constante, conectadas en estrella o en delta. El modelado de una carga de potencia aparente constante y de impedancia constante se encuentra en la sección 2.5.8. Cabe mencionar que dicha potencia se debe introducir con signo negativo a los modelos de carga para que proporcione una corriente de generación y no de carga.

OpenDSS tiene dos tipos de soluciones, la solución estática y la solución de tiempo secuencial. De acuerdo al algoritmo de solución que se está utilizando, la forma que nos interesa es la simulación estática, pero es posible realizar una solución de tiempo secuencial simplemente corriendo el programa una vez para cada valor de irradiación y temperatura correspondiente.

## 2.7 Algoritmo de Barrido Hacia Adelante–Hacia Atrás

Este trabajo se centra en la optimización de la operación de redes de distribución activas. Sin embargo, para dicho fin en este trabajo se propone que las restricciones que representan el estado estacionario del sistema de distribución se planteen en base a los principios establecidos por el Algoritmo de Barrido Hacia Adelante–Hacia Atrás (FBS). En este sentido, el algoritmo se describe de manera general enseguida y se ilustra mediante la Figura 2.39 (una descripción detallada se ilustra en el Apéndice C).

El algoritmo FBS se compone de la ejecución subsecuente de dos pasos principales: el barrido hacia adelante y el barrido hacia atrás [1]. Para realizar ambos barridos se requiere primeramente ordenar en forma ascendente todos los nodos del sistema en función de su distancia respecto al nodo fuente. Esto se realiza representando el sistema por medio de un diagrama de árbol. En este diagrama el nodo raíz es el nodo fuente (subestación de distribución), tal que el ordenamiento de los nodos del sistema de distribución queda definido por los niveles del árbol. Se procede entonces a identificar los nodos terminales. Estos se definen como aquellos nodos en los que incide un solo elemento de dos terminales. Como entrada del proceso de barrido hacia adelante se requiere proporcionar la condición inicial al vector de variables  $V_{T in}$  que representa el conjunto de voltajes asociados a todos los nodos terminales. Es decir,  $V_{T in} = [V_{1 in}, V_{2 in}, \dots, V_{n in}]$ , donde el subíndice  $T=1,2,\dots,n$  denota el número de los nodos terminales.

Considerando el vector de voltajes  $V_{T in}$ , el barrido hacia adelante inicia calculando las corrientes demandadas en los nodos terminales. Posteriormente, siguiendo el ordenamiento de los nodos y utilizando los modelos descritos en las Secciones 2.5 y 2.6, este barrido procede a calcular voltajes y corrientes en el resto de nodos y componentes del sistema, respectivamente. Tal que el barrido hacia adelante termina con el cálculo del voltaje  $V_f$  y la corriente  $I_f$  en el nodo fuente (subestación de distribución). Si la diferencia de este voltaje  $V_f$  con respecto a voltaje medido en la subestación  $V_m$  es menor que una tolerancia especificada, entonces se cumple este criterio de convergencia y el algoritmo FBS termina. La condición de estado estacionario queda entonces definida por los vectores de voltajes nodales y de corrientes en los elementos  $V_{nod}$  y  $I_{elem}$ , respectivamente, calculados durante el barrido hacia adelante. Es importante mencionar que  $V_{T in}, V_f \in V_{nod} \vee I_f \in I_{elem}$ . En caso de no cumplirse el criterio de convergencia, se procede a realizar el barrido hacia atrás.

El proceso de barrido hacia atrás inicia asignando el voltaje del nodo fuente  $V_f$  como el valor del voltaje medido  $V_m$ , es decir  $V_f \leftarrow V_m$ . Después, siguiendo en sentido inverso el ordenamiento de los nodos y utilizando los modelos descritos en las Secciones 2.5 y 2.6, el barrido hacia atrás procede a recalcularse el voltaje de todos los nodos del sistema (incluyendo los voltajes en los nodos terminales). Los valores de los voltajes resultantes en los nodos terminales se representan por el vector de voltajes  $V_{T out} = [V_{1 out}, V_{2 out}, \dots, V_{n out}]$ . El vector de voltajes  $V_{T out}$  es considerado como  $V_{T in}$  ( $V_{T in} \leftarrow V_{T out}$ ) y el algoritmo regresa al barrido hacia adelante mientras el contador de iteraciones denominado por  $j$  no exceda la cantidad permisible  $Iter_{max}$ .

El algoritmo FBS antes descrito ha sido propuesto en [1] y utilizado ampliamente con la finalidad de determinar la condición de estado estacionario de sistemas de distribución. A diferencia, en este trabajo se propone utilizar únicamente los procesos de barrido hacia adelante y hacia atrás para formular restricciones que representan el estado estacionario de redes de distribución activas; tal como se describe en la Sección 2.8. En este sentido, se vuelve esencial validar el código generado (función de MatLab®) que realiza los procesos

de barrido hacia adelante y hacia atrás. Para este fin, se implementó el algoritmo FBS antes descrito, tal que la validación se realiza comparando los resultados obtenidos para los alimentadores de prueba de la IEEE, como se ilustra en el capítulo de resultados.

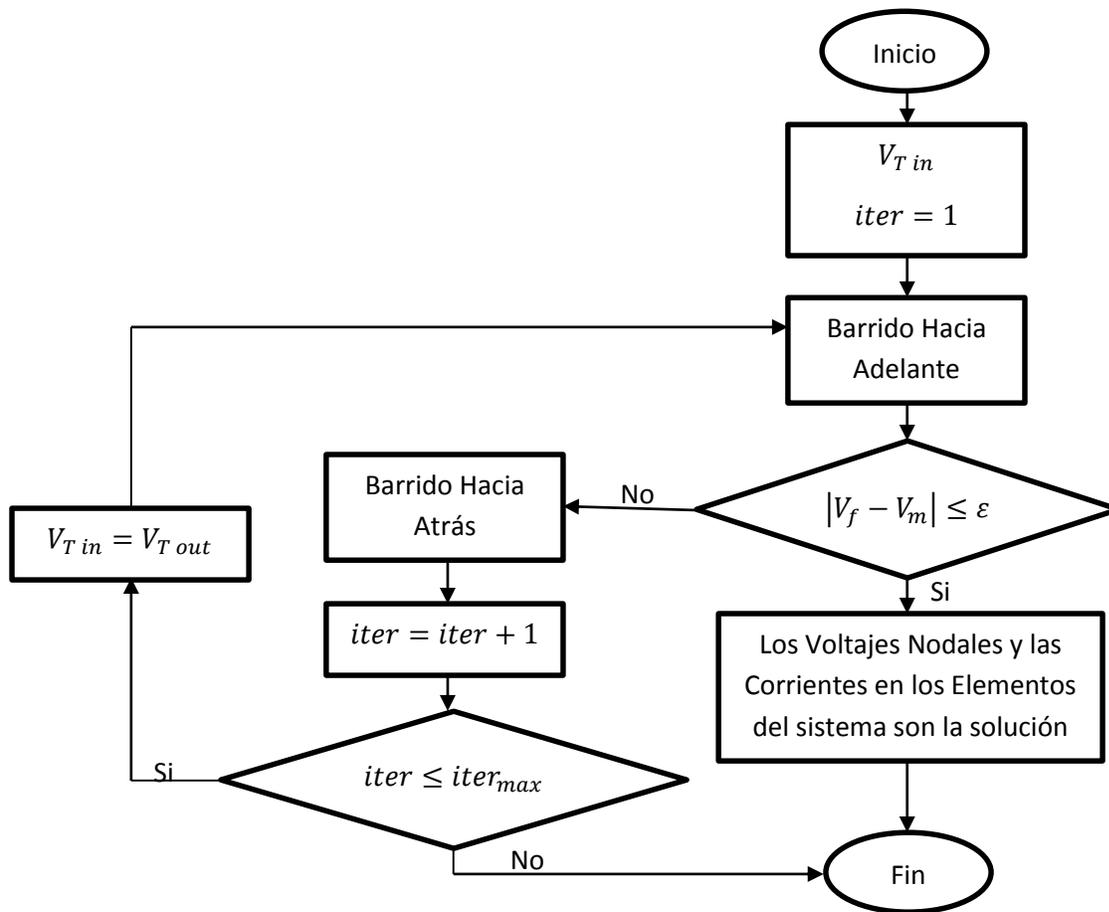


Figura 2.39 Diagrama de flujo del método de barrido hacia adelante – hacia atrás

## 2.8 Formulación de restricciones de estado estacionario

La formulación de las restricciones que representan el estado estacionario de la red de distribución se puede expresar en base a la siguiente implicación que se obtiene del principio general del algoritmo FBS descrito anteriormente. Considere que el algoritmo FBS ilustrado en la Figura 2.39 converge en la  $j$ -ésima iteración, tal que a partir del vector de voltajes  $\mathbf{V}_{T in}^j$  el barrido hacia adelante obtuvo el estado estacionario del sistema definido por los vectores  $\mathbf{V}_{nod}^j$  y  $\mathbf{I}_{elem}^j$ . Suponga que a pesar de cumplirse el criterio de convergencia, se procede a realizar el barrido hacia atrás. Tal que en la iteración  $j+1$  se obtiene el vector de voltajes  $\mathbf{V}_{T out}^{j+1}$ . Considere además que este vector de voltajes  $\mathbf{V}_{T out}^{j+1}$  es substancialmente distinto a  $\mathbf{V}_{T in}^j$ . Dado que el vector  $\mathbf{V}_{T out}^{j+1}$  será considerado como el nuevo vector  $\mathbf{V}_{T in}^{j+1}$ , entonces en la iteración  $j+1$  se determinará una condición de estado estacionario representada por  $\mathbf{V}_{nod}^{j+1}$  y  $\mathbf{I}_{elem}^{j+1}$  que también deberá ser substancialmente

distinta a la determinada en la  $j$ -ésima iteración. Note que esto contradice la satisfacción de la prueba de convergencia realizada en la  $j$ -ésima iteración. Tal que por contradicción, se debe aceptar que  $\mathbf{V}_{T in}^j$  y  $\mathbf{V}_{T out}^{j+1}$  deben ser prácticamente iguales cuando se ha determinado la condición de estado estacionario del sistema definida por  $\mathbf{V}_{nod}^j$  y  $\mathbf{I}_{elem}^j$ . Esta implicación natural permite establecer que el estado estacionario se logra cuando se cumplen las condiciones de las Ecuaciones 2.115 y 2.116. Donde  $Re$  e  $Im$  representan el operador de parte real e imaginaria, respectivamente.

$$Re\{\mathbf{V}_{T in}\} - Re\{\mathbf{V}_{T out}\} = 0 \quad (2.115)$$

$$Im\{\mathbf{V}_{T in}\} - Im\{\mathbf{V}_{T out}\} = 0 \quad (2.116)$$

También es importante notar que en el algoritmo FBS los voltajes representados por el vector  $\mathbf{V}_{T out}$  se obtienen a partir de los voltajes representados por  $\mathbf{V}_{T in}$ . Tal que es posible considerar que los voltajes representados por el vector  $\mathbf{V}_{T out}$  son función de los voltajes representados por  $\mathbf{V}_{T in}$ , es decir,

$$Re\{\mathbf{V}_{T out\_k}\} = f_k(Re\{\mathbf{V}_{T in}\}, Im\{\mathbf{V}_{T in}\}) \quad (2.117)$$

$$Imag\{\mathbf{V}_{T out\_k}\} = g_k(Re\{\mathbf{V}_{T in}\}, Im\{\mathbf{V}_{T in}\}) \quad (2.118)$$

donde el subíndice  $k$  representa el  $k$ -ésimo elemento de  $\mathbf{V}_{T out}$ .  $f_k(\cdot)$  y  $g_k(\cdot)$  representan las funciones que relacionan las partes real e imaginaria de  $\mathbf{V}_{T out\_k}$  y  $\mathbf{V}_{T in}$ . Desde esta perspectiva, la determinación de la condición de estado estacionario se transforma a determinar la parte real e imaginaria de los voltajes representados por el vector  $\mathbf{V}_{T in}$  que hacen se cumplan las condiciones 2.115 y 2.116. La solución de estas condiciones, sin embargo, no se puede realizar mediante manipulación algebraica porque no se conocen las funciones explicitas  $f_k$  y  $g_k$ . Pero es evidente que el barrido hacia adelante y el barrido hacia atrás proporcionan una alternativa numérica directa para establecer la dependencia que los voltajes  $\mathbf{V}_{T out}$  tienen de los voltajes  $\mathbf{V}_{T in}$ , es decir, el barrido hacia adelante y el barrido hacia atrás reemplazan las funciones explicitas  $f_k(\cdot)$  y  $g_k(\cdot)$ , como sigue: Sabemos que  $\mathbf{V}_{T out}$  es resultado de evaluar los procesos de barrido hacia adelante y hacia atrás considerando como entrada los voltajes  $\mathbf{V}_{T in}$ , tal que,  $\mathbf{V}_{T out} = FBS(\mathbf{V}_{T in})$ . Donde  $FBS(\cdot)$  representa la función en la que se codifica el proceso de barrido hacia adelante y hacia atrás. De esta forma, las condiciones (Ecuaciones 2.115 y 2.116) que representan el estado estacionario del sistema de distribución se pueden expresar ahora por medio de las Ecuaciones 2.119 y 2.120, respectivamente. En este contexto, la condición de estado estacionario se puede determinar resolviendo las Ecuaciones 2.119 y 2.120 haciendo uso de diferenciación numérica. Esta característica resulta especialmente útil para de determinar la condición óptima de operación de estado estacionario de redes de distribución activas, como se propone más adelante.

$$Re\{\mathbf{V}_{T in}\} - Re\{FBS(\mathbf{V}_{T in})\} = 0 \quad (2.119)$$

$$Imag\{\mathbf{V}_{T in}\} - Imag\{FBS(\mathbf{V}_{T in})\} = 0 \quad (2.120)$$

## 2.9 Modelo de Optimización

El objetivo de la optimización de la herramienta computacional desarrollada consiste en garantizar la correcta operación de una red de distribución activa evitando sobre voltajes, bajos voltajes y sobrecarga en los elementos de la red. Para ello se debe minimizar la reducción de carga o en casos extremos el tirado de carga (debido a sobrecarga de un componente en serie del alimentador), mediante la manipulación de taps de los reguladores de voltaje y la reducción de carga a factor de potencia constante. Las cargas “flexibles” son las únicas que se pueden reducir, dando la posibilidad al usuario de mantener cargas “no flexibles” que es importante no reducir. El modelo de optimización se muestra a continuación:

$$\text{Minimizar } f(P_{load,i}^r) = \sum_{i=1}^n (P_{load0,i}^r - P_{load,i}^r)^2 \quad (2.121)$$

Sujeto a

$$\text{Re}(V_{j,en}^r) - \text{Re}\left(FBS(V_{j,en}^r, P_{load,i}^r, tap_j^r)\right) = 0 \quad (2.122)$$

$$\text{Im}(V_{j,en}^r) - \text{Im}\left(FBS(V_{j,en}^r, P_{load,i}^r, tap_j^r)\right) = 0 \quad (2.123)$$

$$0 \leq P_{load,i}^r \leq P_{load0,i}^r \quad (2.124)$$

$$|V_{j,FBS(min)}^r| \leq |V_{j,FBS}^r| \leq |V_{j,FBS(max)}^r| \quad (2.125)$$

$$|I_{jk,FBS}^r| \leq |I_{jk,FBS(max)}^r| \quad (2.126)$$

$$-16 \leq tap_j^r \leq 16 \quad (2.127)$$

donde  $r$  es la fase  $r = a, b, c$ ,  $i$  es el número de carga de  $n$  cargas flexibles totales del sistema ( $i = 1 \dots n$ ), cada carga pertenece a una sola fase,  $P_{load0,i}^r$  es la potencia real de la carga flexible original  $i$  antes de la reducción de carga en la fase  $r$ ,  $P_{load,i}^r$  es la potencia real de la carga flexible  $i$  después de la reducción de carga en la fase  $r$ .  $V_{j,en}^r$  es el voltaje en el nodo terminal  $j$ , en la fase  $r$ ,  $V_{j,en,FBS}^r$  es el voltaje en el nodo terminal  $j$  calculado por el proceso de barrido hacia adelante-hacia atrás, en la fase  $r$ .  $|V_{j,FBS}^r|$  es la magnitud del voltaje calculado por el algoritmo de solución en el nodo  $j$  en la fase  $r$ ,  $|V_{j,FBS(min)}^r|$  es el límite inferior de la magnitud de voltaje en el nodo  $j$  en la fase  $r$ ,  $|V_{j,FBS(max)}^r|$  es el límite superior de la magnitud de voltaje en el nodo  $j$  y fase  $r$ ,  $tap_j^r$  es el valor del tap fraccionario del regulador de voltaje en el nodo  $j$  y fase  $r$ ,  $|I_{jk,FBS}^r|$  es la magnitud de la corriente del ramal calculada por el algoritmo de solución entre el nodo emisor  $j$  y el nodo receptor  $k$  en la fase  $r$ ,  $|I_{jk,FBS(max)}^r|$  es el límite superior de la magnitud de la corriente del ramal entre el nodo emisor  $j$  y el nodo receptor  $k$  en la fase  $r$ . Las variables de decisión en este modelo son los voltajes nodales en los nodos terminales  $V_{j,en}^r$ , la potencia real de las cargas flexibles del sistema  $P_{load,i}^r$  y los taps de los reguladores de voltaje  $tap_j^r$ .

Note que en la función objetivo (Ecuación 2.121) considera la minimización de la reducción de la demanda. Esto sujeto a que se satisfagan las restricciones (Ecuación 2.122) y (Ecuación 2.123), las cuales representan la condición de estado estacionario del sistema. Estas restricciones corresponden a las condiciones (Ecuación 2.119) y (Ecuación 2.120), planteadas en la Sección 2.8. Se hace notar que el voltaje calculado mediante el proceso de barrido hacia adelante y hacia atrás mediante la función  $FBS(\cdot)$ , sin embargo, es considerado dependiente de la potencia real de las cargas flexibles del sistema  $P_{load,i}^r$  y los taps de los reguladores de voltaje  $tap_j^r$ , en adición a los voltajes de los nodos terminales. Ya que la adecuada operación del sistema (representada por las restricciones de desigualdad), se pretende lograr a través de modular dichas variables de decisión. La solución del modelo (Ecuaciones 2.121-2.127) se realiza mediante el método de punto interior a través de la función `fmincon` de Matlab.

### 2.9.1 Método de Optimización: Algoritmo de Punto Interior

El desarrollo de los flujos de potencia ha estado siguiendo de manera muy cerca el progreso de las técnicas de optimización numérica y de la tecnología computacional. Demasiados enfoques se han propuesto para resolver el problema de flujos de potencia. Estas técnicas incluyen programación no lineal (Nonlinear Programming o NLP), programación cuadrática (Quadratic Programming o QP), programación lineal (Linear Programming o LP), programación mixta (Mixed Programming o MP), así como algoritmos de punto interior e inteligencia artificial [28].

La programación lineal es una de las técnicas matemáticas más ampliamente aplicadas. Hasta hace poco, el método estándar para la solución de problemas de LP fue el método simplex, propuesto por Dantzig. Desde entonces, ha sido comúnmente utilizado en problemas de negocios, logística, economía, e ingeniería. Todas las formas del método simplex alcanzan el óptimo al atravesar una serie de soluciones básicas. Cada solución básica representa un punto extremo de la región factible, la trayectoria seguida por el algoritmo se mueve alrededor de la frontera de la región factible. En el peor de los casos, la trayectoria podría examinar la mayoría si no es que todos los puntos extremos. Esto podría ser muy ineficiente dado que el número de puntos extremos crece exponencialmente con el número de restricciones y variables del problema. Afortunadamente, el comportamiento del peor de los casos no ha sido experimentado para problemas prácticos [28].

Desde entonces muchos investigadores se enfocaron en crear un algoritmo para la resolución de problemas de LP que siga una trayectoria a través del politopo de la región factible en lugar de alrededor de su perímetro. Los algoritmos de punto interior lograron esto, e incluso pueden aplicarse tanto a problemas de LP como de QP, y más generalmente de NLP. Los algoritmos de punto interior más exitosos están basados en usar una formulación prima-dual y aplicando el método de Newton al sistema de ecuaciones que surge del método de barrera, o en otras palabras, que surge por la perturbación de las condiciones de optimalidad. Este método ha sido ampliamente

utilizado en problemas de optimización de sistemas de potencia debido a su favorable convergencia, robustez, e insensibilidad a puntos de inicio no factibles [28].

La idea principal del método de punto interior es aproximarse a la solución óptima estrictamente desde el interior de la región factible. Dos condiciones deben tomarse en cuenta: (1) iniciar desde un punto factible y (2) construir una barrera que prevenga que cualquier variable alcance la frontera. Pero es muy difícil encontrar un punto de inicio factible para problemas prácticos de gran escala. El método de punto interior siguiendo la trayectoria central (center path following interior-point method) reemplaza la condición del punto inicial factible por unas simples restricciones de desigualdad que buscan variables de holgura no nulas y multiplicadores de Lagrange [28]. Refiriéndonos al problema de optimización generalizado como un modelo óptimo no lineal expresado por las Ecuaciones 2.128 – 2.130,

$$\text{obj min } f(x), \quad (2.128)$$

Sujeto a

$$h(x) = \mathbf{0}, \quad (2.129)$$

$$\underline{g} \leq g(x) \leq \bar{g} \quad (2.130)$$

Donde la función objetivo 2.128, corresponde a la función objetivo de la formulación de flujos de potencia, que es una función no lineal, 2.129 son las restricciones de igualdad y 2.130 las restricciones de desigualdad con límites superiores  $\bar{g} = [\bar{g}_1, \dots, \bar{g}_r]^T$  y límites inferiores  $\underline{g} = [\underline{g}_1, \dots, \underline{g}_r]^T$ . Se asume que hay  $n$  variables,  $m$  restricciones de igualdad y  $r$  restricciones de desigualdad en esta formulación.

Primero las restricciones de desigualdad 2.130 son transformadas a restricciones de igualdad introduciendo variables de holgura:

$$g(x) + u = \bar{g}, \quad (2.131)$$

$$g(x) - l = \underline{g}, \quad (2.132)$$

Donde las variables de holgura  $l = [l_1, \dots, l_r]^T$ ,  $u = [u_1, \dots, u_r]^T$  deben ser positivas:

$$u > 0, \quad l > 0, \quad (2.133)$$

Así el problema original se convierte en el problema de optimización A:

$$\text{obj min } f(x),$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} h(x) &= \mathbf{0}, \\ g(x) + u &= \bar{g}, \\ g(x) - l &= \underline{g}, \\ u > 0, \quad l > 0, \end{aligned}$$

Entonces el “ $\log(l_j)$ ” y el “ $\log(u_j)$ ” son agregados a la función objetivo del problema A para construir una función objetivo de barrera la cual es equivalente a  $f(\mathbf{x})$  cuando  $l_j$  y  $u_j$  ( $j = 1, \dots, r$ ) son mayores a cero. La función objetivo de barrera se volverá muy grande si cualquiera de  $l_j$  o  $u_j$  ( $j = 1, \dots, r$ ) se aproximan a cero. La función objetivo de barrera del problema B es

$$\text{obj min } f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{j=1}^r \log(l_j) - \mu \sum_{j=1}^r \log(u_j),$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{u} &= \underline{\mathbf{g}}, \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{l} &= \underline{\mathbf{g}}, \end{aligned}$$

Donde el factor (o parámetro de barrera)  $\mu$  debe satisfacer  $\mu > 0$ . Un problema de optimización A con restricciones de desigualdad es transformado a un problema B con restricciones de igualdad al incorporar restricciones de igualdad en una función de barrera logarítmica que impone una restricción de penalización se aproxima a la frontera ( $u_j = 0$ ,  $l_j = 0$  para toda  $j$ ). De esta manera el método de multiplicadores de Lagrange de los cálculos clásicos puede ser utilizado para resolver el problema B.

La función de Lagrange del problema B es

$$\begin{aligned} L = f(\mathbf{x}) - \mathbf{y}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) - \mathbf{z}^T [\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{l} - \underline{\mathbf{g}}] - \mathbf{w}^T [\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{u} - \underline{\mathbf{g}}] - \mu \sum_{j=1}^r \log(l_j) \\ - \mu \sum_{j=1}^r \log(u_j) \end{aligned} \quad (2.134)$$

donde  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_m]^T$ ,  $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_r]^T$ ,  $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_r]^T$  son los multiplicadores de Lagrange.

Las condiciones necesarias para un punto estacionario del problema restringido B son que las derivadas parciales de la función de Lagrange (Ecuación 2.134) con respecto a cada variable deben ser igual a cero.

$$\mathbf{L}_x = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} \equiv \nabla_x f(\mathbf{x}) - \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) \mathbf{y} - \nabla_x \mathbf{g}(\mathbf{x}) (\mathbf{z} + \mathbf{w}) = 0, \quad (2.135)$$

$$\mathbf{L}_y = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{y}} \equiv \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0, \quad (2.136)$$

$$\mathbf{L}_z = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{z}} \equiv \mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{l} - \underline{\mathbf{g}} = 0, \quad (2.137)$$

$$\mathbf{L}_w = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} \equiv \mathbf{g}(x) + \mathbf{u} - \bar{\mathbf{g}} = 0, \quad (2.138)$$

$$\mathbf{L}_l = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{l}} = \mathbf{z} - \mu \mathbf{L}^{-1} \mathbf{e} \Rightarrow \mathbf{L}_l^\mu = \mathbf{L} \mathbf{Z} \mathbf{e} - \mu \mathbf{e} = 0, \quad (2.139)$$

$$\mathbf{L}_u = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}} = -\mathbf{w} - \mu \mathbf{U}^{-1} \mathbf{e} \Rightarrow \mathbf{L}_u^\mu = \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{e} + \mu \mathbf{e} = 0, \quad (2.140)$$

donde  $\mathbf{L} = \text{diag}(l_1, \dots, l_r)$ ,  $\mathbf{U} = \text{diag}(u_1, \dots, u_r)$ ,  $\mathbf{Z} = \text{diag}(z_1, \dots, z_r)$ ,  $\mathbf{W} = \text{diag}(w_1, \dots, w_r)$ . Con las Ecuaciones 3.149 y 3.150 se obtiene

$$\mu = \frac{\mathbf{l}^T \mathbf{z} - \mathbf{u}^T \mathbf{w}}{2r} \quad (2.141)$$

Se define una brecha (Gap) dualidad como:  $\text{Gap} = \mathbf{l}^T \mathbf{z} - \mathbf{u}^T \mathbf{w}$ , entonces se tiene

$$\mu = \frac{\text{Gap}}{2r} \quad (2.142)$$

Fiaccio y McCormick probaron que bajo ciertas condiciones, si  $\mathbf{x}^*$  es la solución óptima del problema A,  $x(\mu)$  es la solución óptima del problema B mientras que  $\mu$  es fijo y la secuencia  $\{x(\mu)\}$  se acerca lo suficiente a  $\mathbf{x}^*$  cuando  $\text{Gap} \rightarrow 0$  o cuando  $\mu \rightarrow 0$ . Cuando se resuelve la secuencia del problema B, a medida que disminuye la fuerza de la función de barrera, el óptimo sigue una trayectoria bien definida (de ahí el término "siguiendo la trayectoria") que termina con la solución óptima del problema original. Cuando se pone  $\mu$  de acuerdo a la Ecuación 3.152, la convergencia del algoritmo es algunas veces muy lenta, por lo que se sugiere la siguiente modificación:

$$\mu = \sigma \frac{\text{Gap}}{2r} \quad (2.143)$$

donde  $\sigma \in (0,1)$  es llamado parametro central, usualmente se puede conseguir una convergencia satisfactoria al poner  $\sigma$  alrededor de 0.1. Debido a que  $\mu > 0$ ,  $\mathbf{l} > 0$  y  $\mathbf{u} > 0$ , de las Ecuaciones 2.139 y 2.140 se deduce que se debe satisfacer que  $\mathbf{z} > 0$  y  $\mathbf{w} < 0$ .

Las condiciones para la optimalidad de las Ecuaciones 2.135 – 2.140, pueden ser resueltas por el método Newton. La dirección de la actualización de Newton se obtiene al resolver las siguientes ecuaciones linealizadas:

$$-\left[\nabla_x^2 f(x) - \nabla_x^2 \mathbf{h}(x) \mathbf{y} - \nabla_x^2 \mathbf{g}(x)(\mathbf{z} + \mathbf{w})\right] \Delta \mathbf{x} + \nabla_x \mathbf{h}(x) \Delta \mathbf{y} + \nabla_x \mathbf{g}(x)(\Delta \mathbf{z} + \Delta \mathbf{w}) = \mathbf{L}_x, \quad (2.144)$$

$$\nabla_x \mathbf{h}(x)^T \Delta \mathbf{x} = -\mathbf{L}_y, \quad (2.145)$$

$$\nabla_x \mathbf{g}(x)^T \Delta \mathbf{x} - \Delta \mathbf{l} = -\mathbf{L}_z, \quad (2.146)$$

$$\nabla_x \mathbf{g}(x)^T \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{u} = -\mathbf{L}_w, \quad (2.147)$$

$$\mathbf{Z}\Delta l + \mathbf{L}\Delta z = -\mathbf{L}_l^\mu, \quad (2.148)$$

$$\mathbf{W}\Delta u + \mathbf{U}\Delta w = -\mathbf{L}_u^\mu, \quad (2.149)$$

Las ecuaciones pueden ser reescritas en forma de matriz:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \nabla_x \mathbf{h}(x) & \nabla_x \mathbf{g}(x) & \nabla_x \mathbf{g}(x) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \nabla_x \mathbf{h}(x)^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \nabla_x \mathbf{g}(x)^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \nabla_x \mathbf{g}(x)^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L} & \mathbf{0} & \mathbf{Z} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} & \mathbf{0} & \mathbf{W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta w \\ \Delta l \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_x \\ -\mathbf{L}_y \\ -\mathbf{L}_z \\ -\mathbf{L}_w \\ -\mathbf{L}_l^\mu \\ -\mathbf{L}_u^\mu \end{bmatrix}, \quad (2.150)$$

donde  $\mathbf{H} = -[\nabla_x^2 f(x) - \nabla_x^2 \mathbf{h}(x)\mathbf{y} - \nabla_x^2 \mathbf{g}(x)(\mathbf{z} + \mathbf{w})]$ .

El orden de la matriz de arriba es  $(4r + m + n) \times (4r + m + n)$ . La tarea más intensa computacionalmente se enfoca en formar la matriz de coeficientes del lado izquierdo de la Ecuación 2.150 y después resolver la ecuación. Para reducir el esfuerzo de cálculo, la Ecuación 2.150 se puede reescribir de la siguiente forma al cambiar algunas de las filas y columnas:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{Z} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{g}(x)^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} & \mathbf{W} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \nabla_x \mathbf{g}(x)^T & \mathbf{0} \\ \nabla_x \mathbf{g}(x) & \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{g}(x) & \mathbf{0} & \mathbf{H} & \nabla_x \mathbf{g}(x) \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{h}(x)^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta l \\ \Delta w \\ \Delta u \\ \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{L}_l^\mu \\ -\mathbf{L}_z \\ -\mathbf{L}_u^\mu \\ -\mathbf{L}_w \\ \mathbf{L}_x \\ -\mathbf{L}_y \end{bmatrix}.$$

Con una simple manipulación matemática alrededor de las filas y columnas, la ecuación de arriba puede ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{L}^{-1}\mathbf{Z} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\nabla_x \mathbf{g}(x)^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{U}^{-1}\mathbf{W} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \nabla_x \mathbf{g}(x)^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}' & \nabla_x \mathbf{h}(x) \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \nabla_x \mathbf{h}(x)^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta w \\ \Delta l \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{L}^{-1}\mathbf{L}_l^\mu \\ -\mathbf{L}_z \\ -\mathbf{U}^{-1}\mathbf{L}_u^\mu \\ -\mathbf{L}_w \\ \mathbf{L}'_x \\ -\mathbf{L}_y \end{bmatrix} \quad (2.151)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{L}'_x &= \mathbf{L}_x + \nabla_x \mathbf{g}(x)[\mathbf{L}^{-1}(\mathbf{L}_l^\mu + \mathbf{Z}\mathbf{L}_z) + \mathbf{U}^{-1}(\mathbf{L}_u^\mu - \mathbf{W}\mathbf{L}_w)]\mathbf{H}' \\ \mathbf{H}' &= \mathbf{H} - \nabla_x \mathbf{g}(x)[\mathbf{L}^{-1}\mathbf{Z} - \mathbf{U}^{-1}\mathbf{W}]\nabla_x \mathbf{g}(x)^T, \end{aligned}$$

En este escenario, el mayor esfuerzo de cálculo para resolver la Ecuación 2.151 es la descomposición  $LDL^T$  de la matriz  $\begin{bmatrix} \mathbf{H}' & \nabla_x \mathbf{h}(x) \\ \nabla_x \mathbf{h}(x)^T & 0 \end{bmatrix}$  la cual es de orden  $(m+n) \times (m+n)$ , y es mucho más pequeña que la matriz de coeficientes del lado izquierdo de la Ecuación 2.150. Las variables se pueden obtener fácilmente con sustitución hacia atrás. Este enfoque se puede implementar de una manera muy eficiente porque  $\begin{bmatrix} \mathbf{H}' & \nabla_x \mathbf{h}(x) \\ \nabla_x \mathbf{h}(x)^T & 0 \end{bmatrix}$  es una matriz con muy pocos valores. La dirección de Newton para la  $k$ -ésima iteración se obtiene al resolver la Ecuación 2.151, y las nuevas aproximaciones para la solución óptima son

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \alpha_p \Delta \mathbf{x}, \quad (2.152)$$

$$\mathbf{l}^{(k+1)} = \mathbf{l}^{(k)} + \alpha_p \Delta \mathbf{l}, \quad (2.153)$$

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathbf{u}^{(k)} + \alpha_p \Delta \mathbf{u}, \quad (2.154)$$

$$\mathbf{y}^{(k+1)} = \mathbf{y}^{(k)} + \alpha_d \Delta \mathbf{y}, \quad (2.155)$$

$$\mathbf{z}^{(k+1)} = \mathbf{z}^{(k)} + \alpha_d \Delta \mathbf{z}, \quad (2.156)$$

$$\mathbf{w}^{(k+1)} = \mathbf{w}^{(k)} + \alpha_d \Delta \mathbf{w}, \quad (2.157)$$

donde  $\alpha_p$  y  $\alpha_d$  la longitud de paso prima y la longitud de paso dual respectivamente, estas se pueden obtener por las siguientes ecuaciones para asegurar que  $\mathbf{l} > \mathbf{0}$  y  $\mathbf{u} > \mathbf{0}$ :

$$\alpha_p = 0.9995 \min \left\{ \min_i \left( \frac{-l_i}{\Delta l_i}, \Delta l_i < 0, \frac{-u_i}{\Delta u_i}, \Delta u_i < 0 \right), 1 \right\} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.158)$$

$$\alpha_d = 0.9995 \min \left\{ \min_i \left( \frac{-z_i}{\Delta z_i}, \Delta z_i < 0, \frac{-w_i}{\Delta w_i}, \Delta w_i > 0 \right), 1 \right\}$$

El diagrama de flujo para el método de punto interior se muestra en la Figura 2.40, con la inicialización que incluye:

1. Poner  $\mathbf{l}, \mathbf{u}$  cuidando que  $[\mathbf{l}, \mathbf{u}]^T > \mathbf{0}$
2. Poner los multiplicadores de Lagrange  $\mathbf{z}, \mathbf{w}$ , y cuidando que  $[\mathbf{z} > \mathbf{0}, \mathbf{w} < \mathbf{0}, \mathbf{y} \neq \mathbf{0}]^T$
3. Poner el valor inicial de las variables de los flujos de potencia óptimos original.
4. Poner  $\sigma \in (0,1)$ , precisión de cálculo  $\varepsilon = 10^{-6}$ , número de iteraciones  $k = 0$ , y el número máximo de iteraciones  $k_{max} = 50$ .

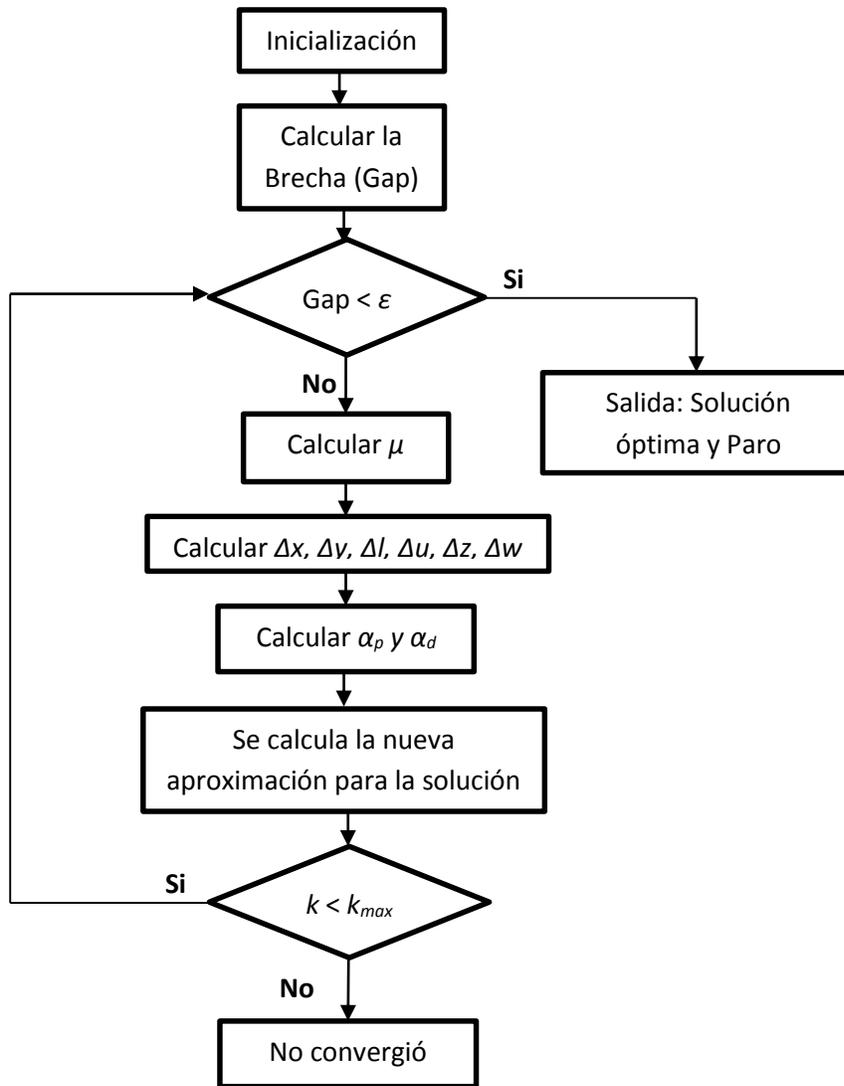


Figura 2.40 Diagrama de Flujo de los Flujos de Potencia Óptimos [28].

La *fmincon* es una función de optimización de MatLab® que utiliza el método de punto interior antes descrito para determinar la solución óptima del modelo especificado por:

$$\min_x f(x) \text{ tal que } \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ c_{eq}(x) = 0 \\ A \cdot x \leq b \\ A_{eq} \cdot x \leq b_{eq} \\ lb \leq x \leq ub \end{cases}$$

$x$ ,  $b$ ,  $b_{eq}$ ,  $lb$ , y  $ub$  son vectores,  $A$  y  $A_{eq}$  son matrices,  $c(x)$  y  $c_{eq}(x)$  son funciones que regresan vectores, y  $f(x)$  es una función que retorna un escalar.  $f(x)$ ,  $c(x)$  y  $c_{eq}(x)$  pueden ser no-lineales.

La sintaxis de la función **fmincon** es:  $[x, fval, exitflag, output, lambda, grad, hessian] = fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlcon, options)$

*fmincon* inicia en  $x0$  e intenta encontrar un conjunto de variables de control  $x$  que minimice la función objetivo descrita en *fun*, sujeta a las desigualdades lineales  $A*x \leq b$  y a las igualdades lineales  $Aeq*x \leq beq$ . También está sujeta a las desigualdades no lineales  $c(x) \leq 0$  y a las igualdades no lineales  $ceq(x) = 0$  definidas en *nonlcon*. Define un conjunto de límites superiores e inferiores en las variables de control  $x$  para que la solución siempre se encuentre en el rango definido  $lb \leq x \leq ub$ . Todo esto utilizando las opciones de optimización especificadas en la estructura *options*.

$x0$  puede ser un escalar, vector o matriz. Sino existen desigualdades lineales se pone  $A = []$  y  $b = []$ . Sino existen igualdades lineales se pone  $Aeq = []$  y  $beq = []$ . Si no existen desigualdades e igualdades no lineales, se pone  $nonlcon = []$ . Si  $x$  no tiene un límite inferior, se pone  $lb = -Inf$ , y si  $x$  no tiene un límite superior, se pone  $ub = Inf$ . Sino existen límites, pones  $lb = []$  y/o  $ub = []$ .

La estructura de opciones de optimización *options* de *fmincon* utiliza uno de cinco algoritmos: *interior-point* (default), *active-set*, *sqp*, *sqp-legacy* o *trust-region-reflexive*. En nuestro caso se utiliza el método de punto interior:  $options = optimset('Algorithm', 'interior-point')$ .

*fmincon* regresa el valor de la función objetivo *fun* en la solución  $x$ , con un valor en *exitflag* que define la condición de salida de *fmincon*, una estructura *output* con información sobre la optimización, una estructura *lambda* la cual contiene los multiplicadores de Lagrange de la solución  $x$ , el valor del gradiente *grad* de la función objetivo *fun* en la solución  $x$  y el valor del Hessiano *hessian* en la solución  $x$ . Para información más detallada se puede consultar la función *fmincon* en ayuda de MatLab®.

## 2.10 Descripción de la herramienta computacional

La herramienta computacional se desarrolla en MatLab® para optimizar la operación de redes de distribución activas, es decir, mantener un perfil de voltaje dentro de los límites reglamentarios así como el evitar sobrecarga en líneas, interruptores y/o transformadores. Para ello el optimizador maneja la reducción o tirado de cargas “flexibles” y el valor de los taps en cantidades fraccionarias de los reguladores de voltaje.

Los modelos que maneja la herramienta computacional son:

### Componentes de redes de distribución convencionales

1. Segmentos de línea aéreas y subterráneas multi-fase (una, dos o tres fases) en conexión delta (3 hilos) y estrella (4 hilos).
2. Transformadores monofásicos, bifásicos y trifásicos en conexiones delta-estrella aterrizada, estrella no aterrizada – delta, estrella aterrizada – estrella aterrizada, delta – delta y estrella abierta – delta abierta.

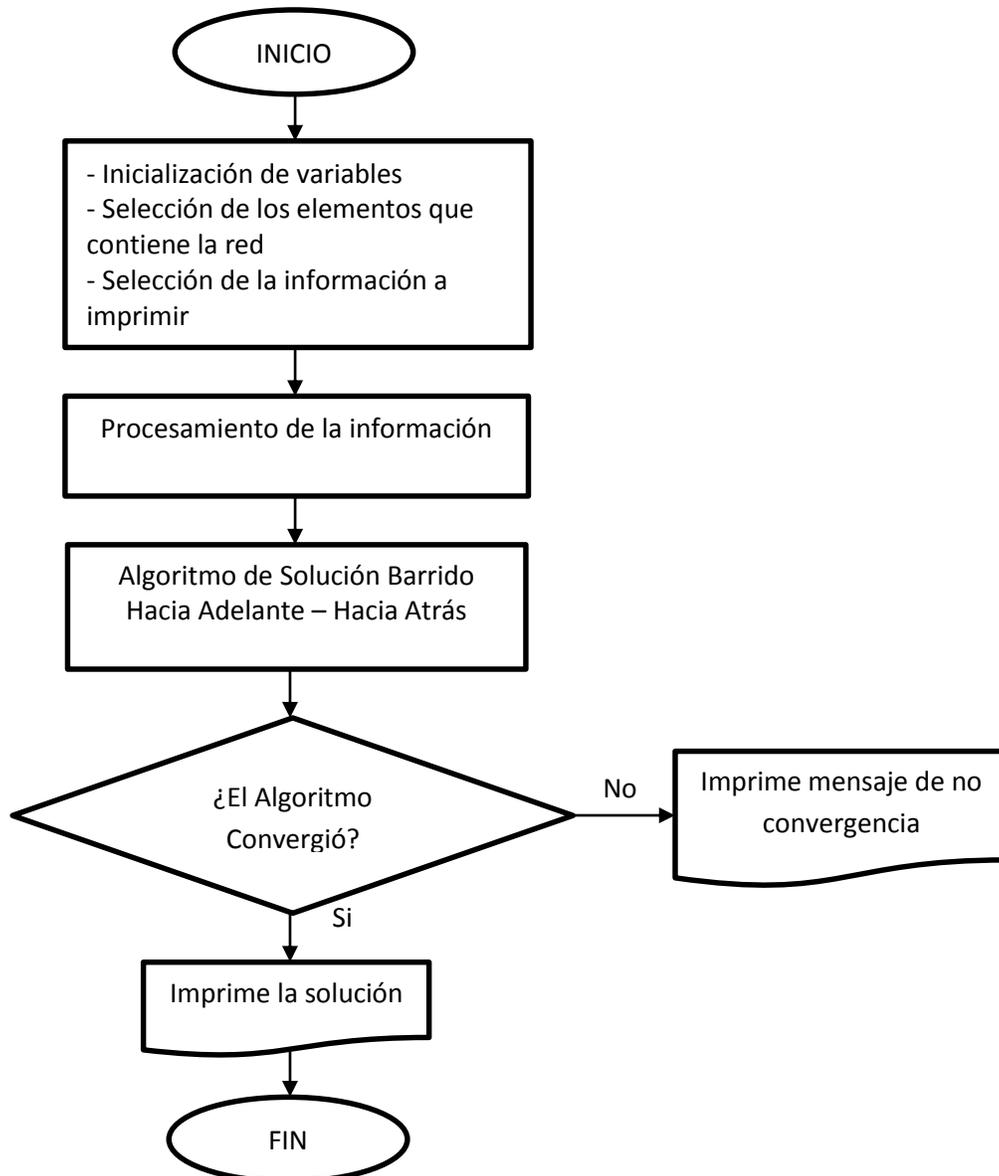
3. Reguladores de voltaje en conexión estrella mediante bancos, para poderse utilizar en una fase, dos fases o tres fases, independientes o anclados (solo trifásicos).
4. Interruptores para una, dos o tres fases.
5. Bancos de capacitores monofásicos, bifásicos y trifásicos en conexión delta y estrella.
6. Cargas de potencia aparente constantes, de impedancia constantes y de corriente constante de una, dos o tres fases en conexión delta y estrella.
7. Máquinas de Inducción (Motor jaula de ardilla) en conexión delta.
8. Generadores convencionales (de combustibles fósiles) manejados como nodos PV.

### **Componentes adicionales de redes de distribución activas**

1. Aerogeneradores.
2. Arreglos de parques fotovoltaicos.

Para realizar la herramienta se tuvo que implementar primeramente el algoritmo de solución de flujos de potencia que es la base para el optimizador propuesto. Este algoritmo en sí, es una herramienta para realizar análisis de flujos de potencia de redes de distribución activas y maneja los mismos modelos que el optimizador (a excepción por los generadores convencionales), y que se puede tomar como base para la realización de optimizadores con otras aplicaciones en redes de distribución activas.

El algoritmo de solución toma las características de los componentes de la red de distribución de archivos con extensión .xls, el cual procesa para generar el resultado. Se manejaron archivos de Excel de manera separada ya que facilita la utilización a usuarios que no tengan idea de cómo programar, así como hace más rápida la formación de la red. Se utilizó MatLab® ya que es una plataforma con un “lenguaje de programación” de muy alto nivel que facilitará la modificación y mejoramiento del algoritmo, además de que al ser un sistema multi-fase facilita los algoritmos debido al sencillo manejo de vectores y matrices. El diagrama de flujo de la utilización del algoritmo de solución se presenta en la Figura 2.41.



**Figura 2.41 Diagrama de flujo del proceso realizado por el algoritmo de solución.**

La herramienta computacional de optimización trabaja de la misma manera que el algoritmo de solución. Se utilizó el optimizador por método de punto interior de la función *fmincon* de MatLab® en conjunto con el algoritmo de solución para realizar la herramienta. El diagrama de flujo de la utilización de la herramienta computacional se presenta en la Figura 2.42. Tanto el algoritmo de solución como la herramienta computacional muestran como resultado el perfil de voltajes, un resumen de flujos de potencia, flujos de potencia detallados e información de los reguladores de voltaje, además de que la herramienta computacional también muestra los límites de corriente y la reducción de carga, pudiendo seleccionar solamente la información que se desee visualizar. La herramienta computacional se programó en MatLab® versión R2015a de 64 bits.

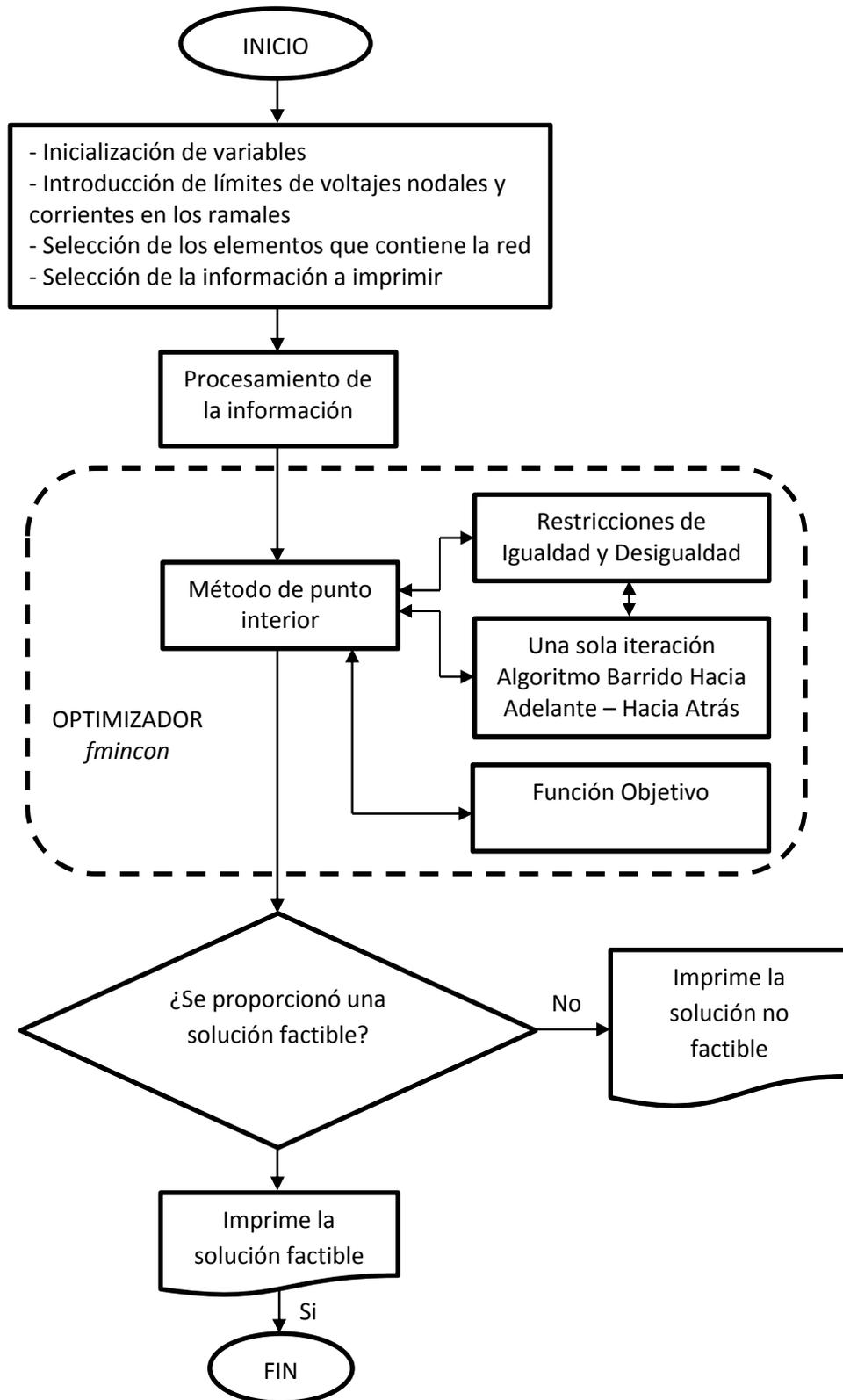


Figura 2.42 Diagrama de flujo del proceso realizado por la herramienta computacional.

# Capítulo 3: Resultados

A continuación se muestran los resultados obtenidos tanto del algoritmo de solución de flujos de potencia en redes de distribución activas como de la herramienta computacional para el análisis de flujos de potencia óptimos mediante reducción de carga para evitar una sobrecarga o mantener un perfil de voltaje correcto en el sistema.

Los resultados y tiempos de ejecución se obtuvieron corriendo el algoritmo de solución y la herramienta computacional en MatLab® versión R2015a de 64 bits, en una PC con Sistema Operativo Windows 7 de 64 bits, Procesador intel® Core™ i5-4570R CPU @ 2.70 GHz, 8.00 GB de RAM.

## 3.1 Algoritmo de Solución de flujos de potencia

Para validar el algoritmo de solución de flujos de potencia, se simularon los alimentadores de prueba del IEEE y se compararon los resultados para comprobar su confiabilidad y efectividad. Los alimentadores de prueba del IEEE y todas sus características se pueden encontrar en [26].

Para ello se utilizó el error relativo porcentual (Ecuación 3.1) en las tensiones de cada una de las fases de los sistemas de distribución probados, y se presentan tanto el error promedio, como el error máximo y mínimo.

$$error\ relativo\ \% = \left| \frac{V_i^r - \overline{V}_i^r}{\overline{V}_i^r} \right| \times 100 \quad (3.1)$$

donde

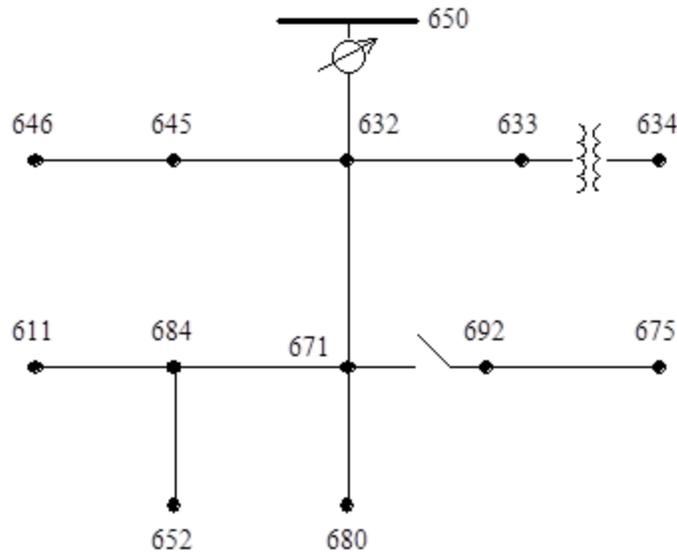
$V_i^r$  es la tensión del nodo  $i$  en la fase  $r = a, b$  o  $c$  obtenido con la herramienta desarrollada.  $\overline{V}_i^r$  es la tensión del nodo  $i$  en la fase  $r = a, b$  o  $c$  proporcionada como resultado por el documento de los alimentadores de prueba del IEEE.

### 3.1.1 Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos

El alimentador de prueba del IEEE de 13 nodos (Figura 3.1) es muy pequeño, pero tiene algunas características interesantes [29]:

1. Pequeño y relativamente muy cargado para un alimentador de 4.16 kV.
2. Un regulador de voltaje en la subestación que consiste de tres unidades monofásicas conectadas en estrella.
3. Líneas aéreas y subterráneas con variedad de fases.
4. Bancos de capacitores en derivación.
5. Un transformador.
6. Cargas nodales y distribuidas desbalanceadas.

Para un alimentador pequeño, éste proveerá una buena prueba para la mayoría de las características más comunes de software para análisis de sistemas de distribución.



**Figura 3.1 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.**

La Tabla 3.1 muestra el perfil de voltaje obtenido para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos con el algoritmo de solución (AS) y la Tabla 3.2 los resultados proporcionados por el documento del IEEE. La Figura 3.2 muestra un gráfico del perfil de voltaje de ambos para una mejor comparación.

**Tabla 3.1 Perfil de Voltaje obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.**

PERFIL DE VOLTAJE						
SUBESTACIÓN: IEEE 13 NODES			ALIMENTADOR: IEEE 13 NODES			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
611					0.9738	115.78
632	1.0209	-2.49	1.0421	-121.72	1.0174	117.83
633	1.0179	-2.56	1.0402	-121.77	1.0148	117.83
634	0.9939	-3.23	1.0218	-122.22	0.9960	117.35
645			1.0329	-121.90	1.0155	117.86
646			1.0312	-121.98	1.0134	117.90
650	1.0000	0.00	1.0000	-120.00	1.0000	120.00
652	0.9823	-5.25				
671	0.9898	-5.30	1.0530	-122.35	0.9778	116.03
675	0.9804	-5.59	1.0552	-122.58	0.9741	116.04
680	0.9898	-5.30	1.0530	-122.35	0.9778	116.03
684	0.9878	-5.33			0.9758	115.93
692	0.9898	-5.30	1.0530	-122.35	0.9778	116.03
RG60	1.0625	0.00	1.0500	-120.00	1.0688	120.00

Tabla 3.2 Perfil de Voltaje del Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.

PERFIL DE VOLTAJE								
SUBESTACIÓN: IEEE 13 NODES				ALIMENTADOR: IEEE 13 NODES				
NODO	MAGNITUD		ÁNGULO		MAGNITUD		ÁNGULO	
	A-N		B-N		C-N			
611					0.9750		115.80	
632	1.0208	-2.50	1.0418	-121.70	1.0175		117.80	
633	1.0178	-2.60	1.0399	-121.80	1.0149		117.80	
634	0.9938	-3.20	1.0216	-122.20	0.9961		117.30	
645			1.0326	-121.90	1.0155		117.80	
646			1.0309	-122.00	1.0135		117.90	
650	0.9999	0.00	1.0000	-120.00	0.9999		120.00	
652	0.9819	-5.30						
671	0.9894	-5.30	1.0533	-122.40	0.9790		116.10	
675	0.9829	-5.50	1.0556	-122.50	0.9771		116.10	
680	0.9894	-5.30	1.0533	-122.40	0.9790		116.10	
684	0.9874	-5.30			0.9770		116.00	
692	0.9894	-5.30	1.0533	-122.40	0.9790		116.10	
RG60	1.0623	0.00	1.0499	-120.00	1.0685		120.00	

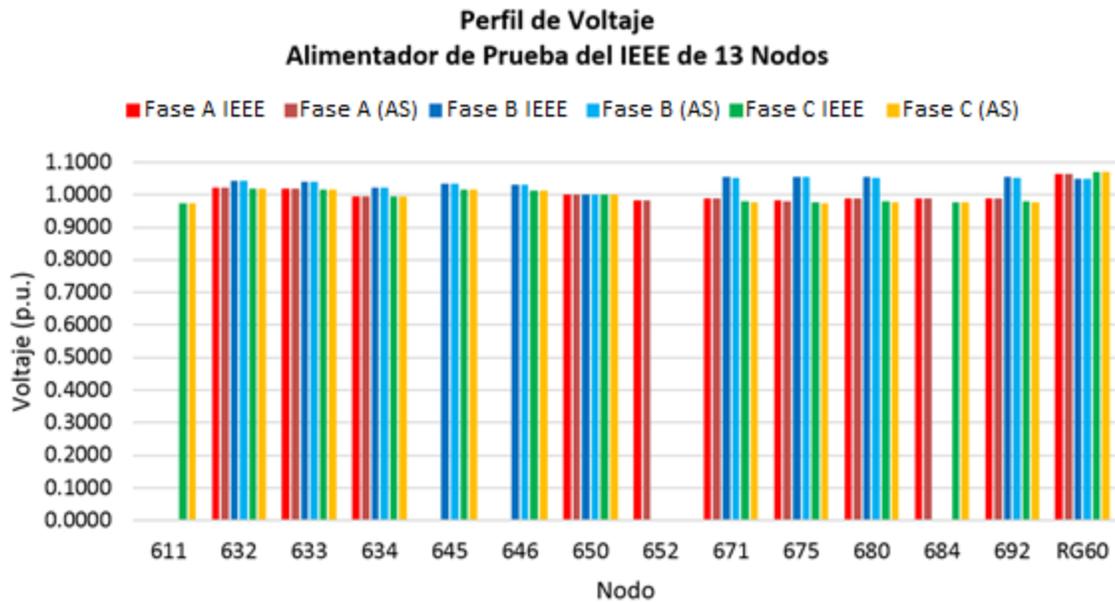


Figura 3.2 Perfil de Voltaje para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.

La Tabla 3.3 y 3.4 muestran el resumen de flujos de potencia para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos obtenido con el AS y el proporcionado por el documento del IEEE respectivamente.

**Tabla 3.3 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.**

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>								
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>								
<b>Nodo: 650</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	1252.893		977.483		1349.067		3579.444	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	683.371		373.54		670.586		1727.497	
POTENCIA APARENTE (kVA)	1427.143		1046.425		1506.542		3974.502	
FACTOR DE POTENCIA	0.8779		0.9341		0.8955		0.9006	
<b>CARGAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA ACTIVA (kW)	1170.501		1049.658		1245.906		3466.064	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	785.5	385.0	424.0	625.7	692.5	553.4	1902.0	1564.0
POTENCIA APARENTE (kVA)	1321.293		1245.865		1490.134		4053.403	
FACTOR DE POTENCIA	0.8859		0.8425		0.8361		0.8551	
	0.8943	0.8682	0.8045	0.8679	0.8397	0.8316	0.855	0.8553
<b>PÉRDIDAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	40.746		-4.623		77.257		113.38	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	153.294		42.279		129.913		325.485	
POTENCIA APARENTE (kVA)	158.616		42.53		151.149		344.667	
<b>BANCOS DE CAPACITORES</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	200.000		200.000		300.000		700.000	
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	200.0	0.0	200.0	0.0	300.0	0.0	700.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	192.220		222.692		284.616		699.529	
	192.2	0.0	222.7	0.0	284.6	0.0	699.5	0.0

**Tabla 3.4 Resumen de Flujos de Potencia del Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.**

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>								
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>								
<b>Nodo: 650</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	1251.398		977.332		1348.461		3577.191	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	681.570		373.418		669.784		1724.772	
POTENCIA APARENTE (kVA)	1424.968		1046.241		1505.642		3971.289	
FACTOR DE POTENCIA	0.8782		0.9341		0.8956		0.9008	
<b>CARGAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA ACTIVA (kW)	1170.563		1049.658		1245.907		3466.128	
	785.6	385.0	424.0	625.7	692.5	553.4	1902.1	1564.0
POTENCIA REACTIVA (kVar)	613.019		671.117		817.450		2101.586	
	393.0	220.0	313.0	358.1	447.9	369.5	1153.9	947.7
POTENCIA APARENTE (kVA)	1321.367		1245.865		1490.137		4053.481	
	878.4	443.4	527.0	720.9	824.8	665.4	2224.8	1828.7
FACTOR DE POTENCIA	0.8859		0.8425		0.8361		0.8551	
	0.8943	0.8682	0.8045	0.8679	0.8397	0.8316	0.8550	0.8553
<b>PÉRDIDAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	39.107		-4.697		76.653		111.063	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	152.585		42.217		129.850		324.653	
POTENCIA APARENTE (kVA)	157.517		42.478		150.787		343.124	
<b>BANCOS DE CAPACITORES</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	200.000		200.000		300.000		700.000	
	200.0	0.0	200.0	0.0	300.0	0.0	700.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	193.443		222.747		285.276		701.466	
	193.4	0.0	222.7	0.0	285.3	0.0	701.5	0.0

Los errores relativos porcentuales y características de convergencia para este sistema se muestran en la Tabla 3.5:

**Tabla 3.5 Error relativo porcentual y características de convergencia para el Alimentador de Prueba del IEEE de 13 Nodos.**

<b>Sistema de Prueba</b>	<b>Error relativo porcentual (%)</b>			<b>Iteraciones</b>	<b>Tiempo (s)</b>	<b>Tolerancia (p.u.)</b>
	<b>Promedio</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>			
IEEE de 13 Nodos	0.03	0.00	0.51	5	0.40	$1 \times 10^{-5}$

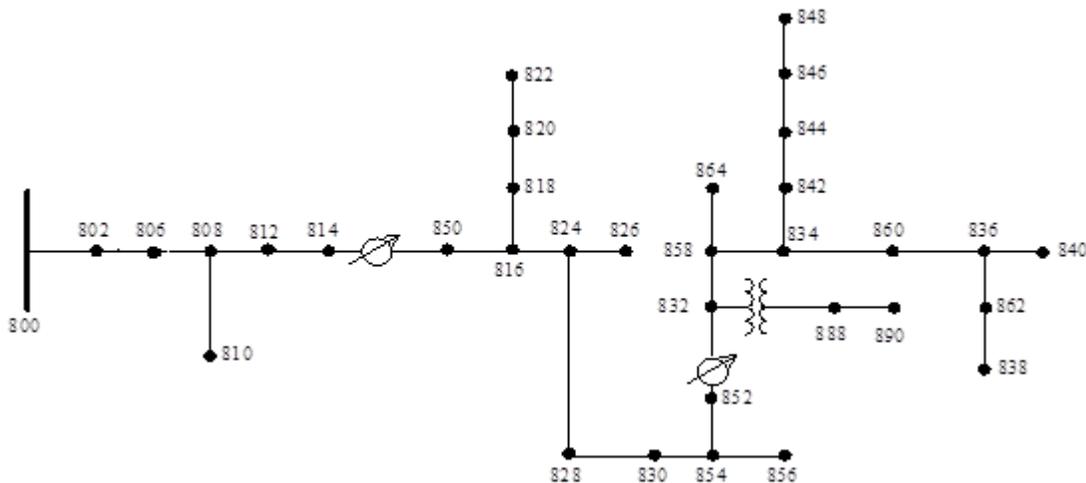
Cabe aclarar que los taps de los reguladores de voltaje se fijaron a los mismos del alimentador de prueba, ya que a pesar que la tensión se regulaba correctamente para el voltaje en los nodos deseados, los taps calculados eran diferentes, por lo cual el perfil de voltaje también lo era. De esta manera se comprueba que en las mismas condiciones el algoritmo trabaja correctamente. Esta misma consideración se realiza para los sistemas de los Alimentadores de Prueba del IEEE de 34 y 123 Nodos.

### 3.1.2 Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos

El alimentador de prueba del IEEE de 34 nodos (Figura 3.3) es un alimentador real localizado en Arizona. La tensión nominal del alimentador es de 24.9 kV y se caracteriza por [29]:

1. Muy grande y ligeramente cargado.
2. Dos reguladores requeridos para mantener un buen perfil de voltaje.
3. Un transformador que reduce la tensión a 4.16 kV en una pequeña sección del alimentador.
4. Cargas desbalanceadas tanto con cargas “nodales” como con cargas “distribuidas”. Las cargas distribuidas se consideran conectadas en el centro del segmento de línea.
5. Bancos de capacitores en derivación.

Debido a la longitud del alimentador y a la carga desbalanceada, éste puede tener problemas de convergencia.



**Figura 3.3 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.**

Debido a la dimensión del alimentador de prueba del IEEE de 34 nodos los resultados del perfil de voltaje y del resumen de flujos de potencia tanto los obtenidos con el algoritmo de solución como los del documento del IEEE se muestra en el Apéndice A, sección A.1.

La Figura 3.4 muestra la comparación del perfil de voltaje del alimentador de prueba del IEEE de 34 nodos entre el obtenido con el AS y el proporcionado por el documento.

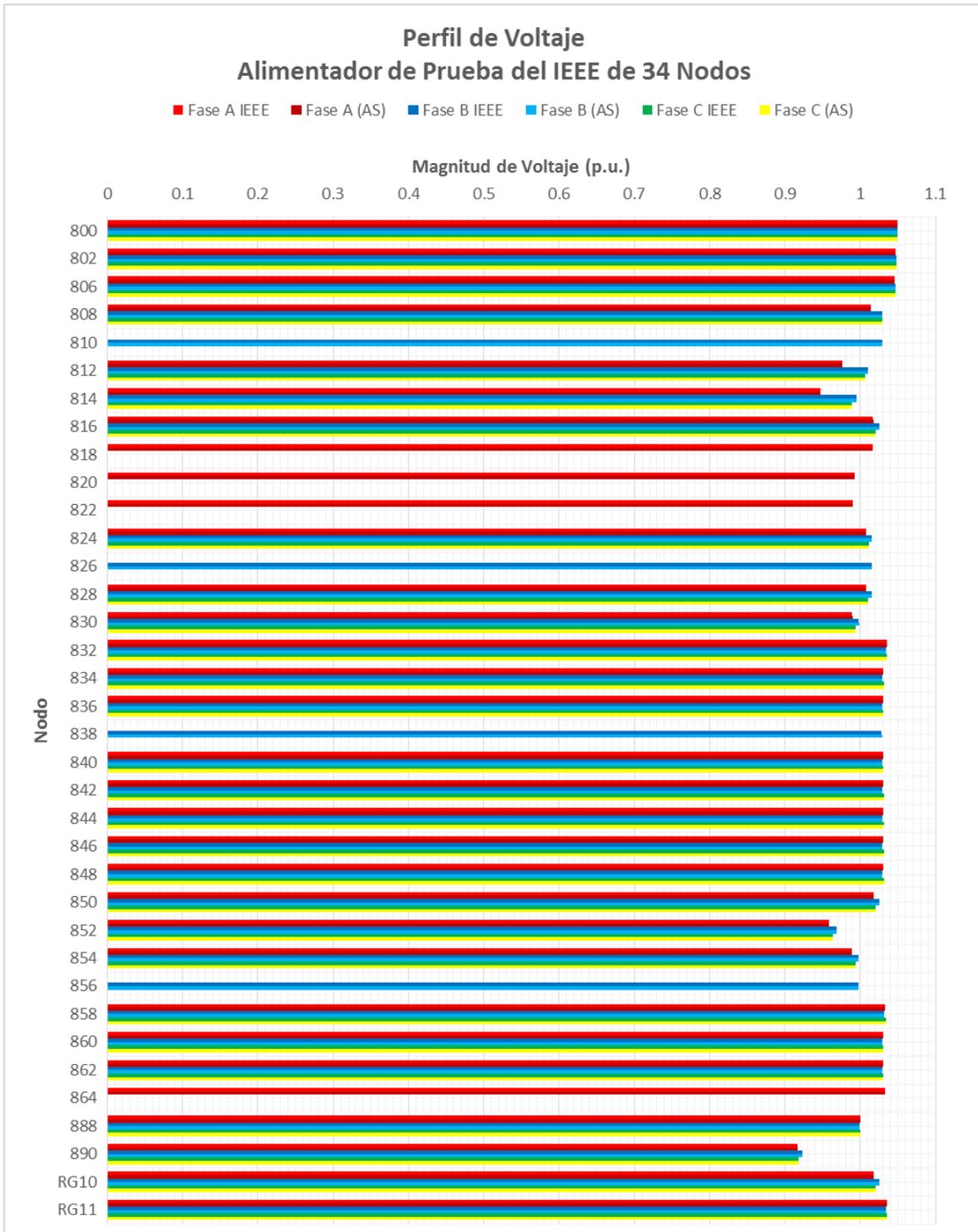


Figura 3.4 Perfil de Voltaje para el Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.

Los errores relativos porcentuales y las características de convergencia para este sistema se muestran en la Tabla 3.6:

**Tabla 3.6 Error relativo porcentual y características de convergencia para el Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.**

Sistema de Prueba	Error relativo porcentual (%)			Iteraciones	Tiempo (s)	Tolerancia (p.u.)
	Promedio	Mínimo	Máximo			
IEEE de 34 Nodos	0.02	0.00	0.06	7	0.50	$1 \times 10^{-5}$

### 3.1.3 Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos

El alimentador de prueba del IEEE de 123 Nodos (Figura 3.5) opera a una tensión nominal de 4.16 kV. A pesar de que éste no es un nivel común de tensión provee problemas de caída de tensión que deben ser resueltos con la aplicación de reguladores de voltaje y bancos de capacitores en derivación. Para programas que pueden “asignar” carga, éste será un buen alimentador de prueba. Hay suficientes interruptores para que se puedan probar procedimientos de configuración óptima. Este alimentador está caracterizado por [26]:

1. Segmentos de línea aéreos y subterráneos con distintas fases.
2. Carga desbalanceada con todas las combinaciones de tipos de carga (Potencia constante, corriente constante e impedancia constante).
3. Todas las cargas son “cargas puntuales” localizadas en los nodos.
4. Cuatro reguladores de voltaje tipo a pasos.
5. Bancos de capacitores en derivación.
6. Interruptores que proveen caminos alternos del flujo de potencia.

Este alimentador se comporta bien y no tiene problemas de convergencia. Éste provee una prueba del modelado de las fases de la línea. Los cuatro reguladores de voltaje proveen una buena prueba para asegurar que el cambio de taps de los reguladores individuales está coordinado con los otros reguladores.

Debido a que el alimentador de prueba de 123 nodos tiene una gran dimensión, el perfil de voltaje y el resumen de flujos de potencia tanto los obtenidos con el algoritmo de solución como los proporcionados por el documento del IEEE se muestran en el Apéndice A, sección A.2. En la Tabla 3.7 se muestran los errores relativos porcentuales y las características de convergencia obtenidos para este sistema:

**Tabla 3.7 Error relativo porcentual y características de convergencia para el Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.**

Sistema de Prueba	Error relativo porcentual (%)			Iteraciones	Tiempo (s)	Tolerancia (p.u.)
	Promedio	Mínimo	Máximo			
IEEE de 123 Nodos	0.08	0.00	1.68	5	0.70	$1 \times 10^{-5}$

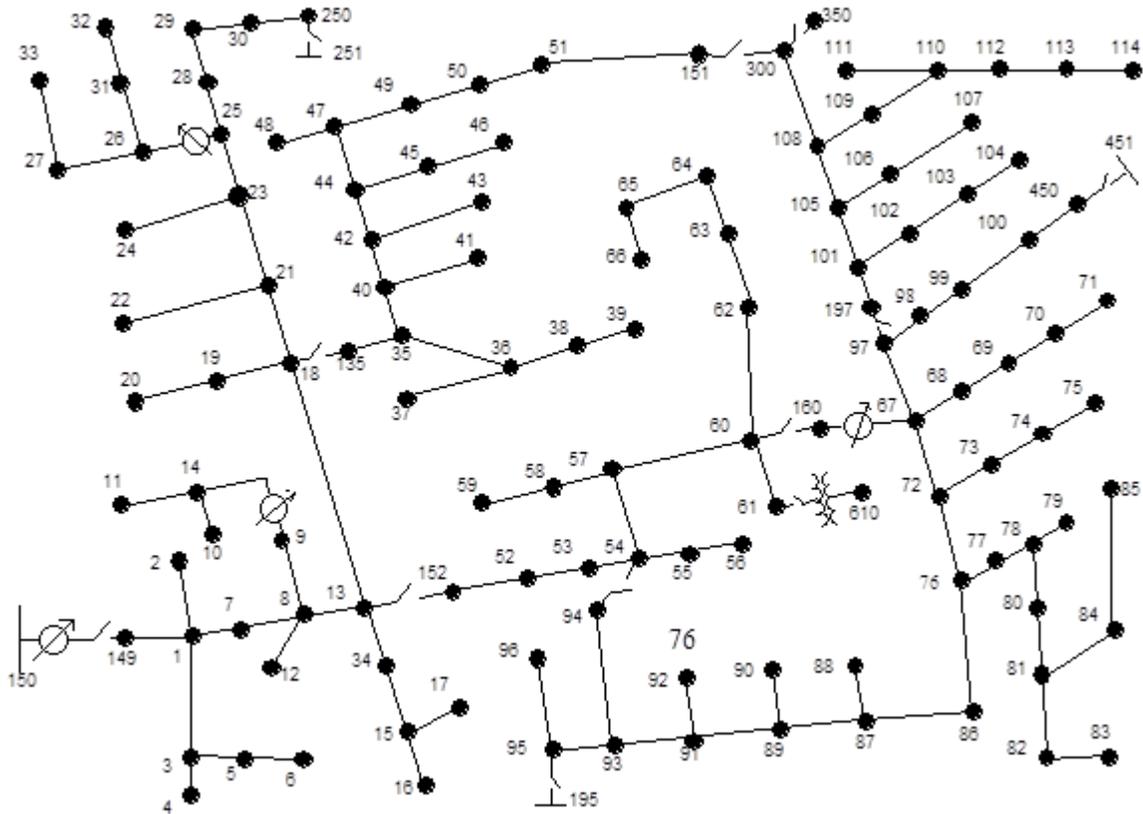


Figura 3.5 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.

### 3.1.4 Prueba de la Máquina de Inducción

El caso de prueba de la máquina de inducción [30] es la primera versión de un caso de prueba de una máquina de inducción para software de análisis de flujos de potencia en sistemas de distribución. Este caso de prueba fue desarrollado por el Subcomité de Análisis de Sistemas de Distribución de la IEEE con objeto de proveer una referencia a los desarrolladores para simular sus modelos de máquinas de inducción bajo condiciones de desbalance. En la Figura 3.6 podemos ver el diagrama unifilar del sistema de prueba. En [30] se pueden encontrar las características de todos los elementos del sistema.

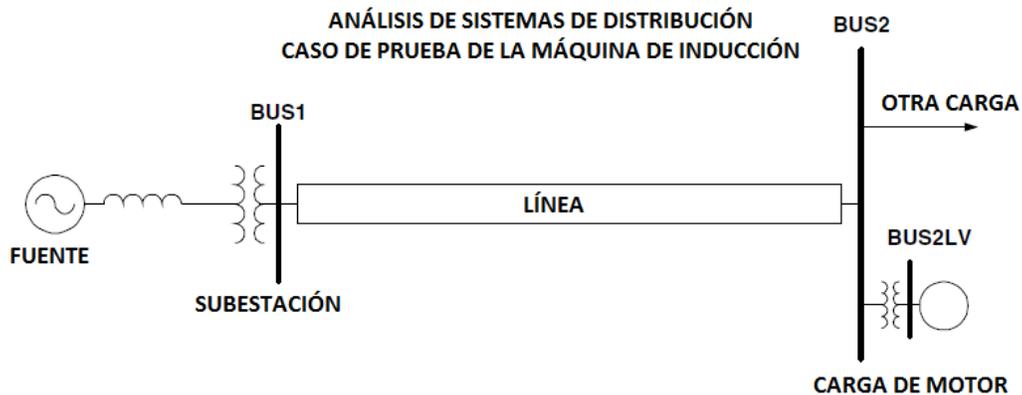


Figura 3.6 Diagrama Unifilar del Caso de Prueba de la Máquina de Inducción.

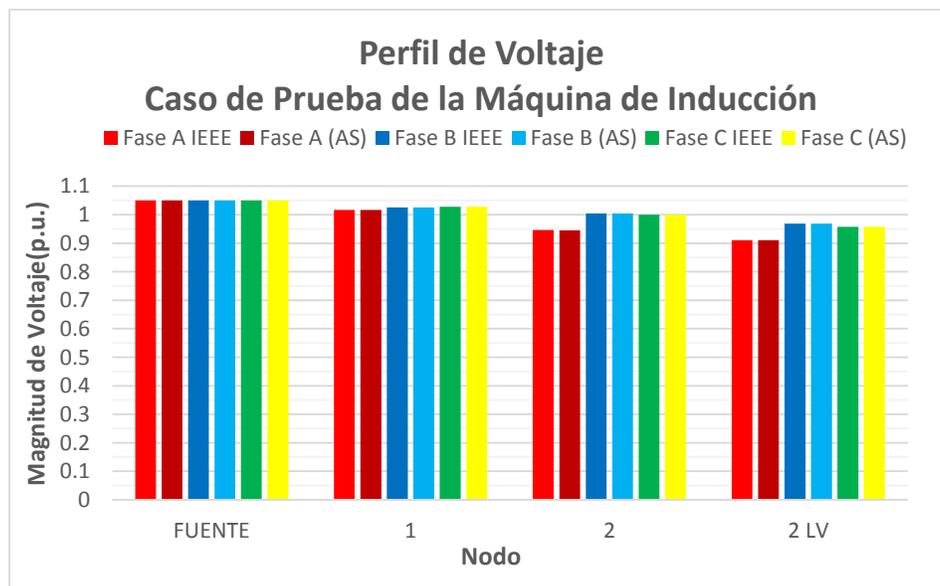
En las Tablas 3.8 y 3.9 se muestran el perfil de voltaje del caso de prueba de la máquina de inducción obtenido por el algoritmo de solución y el proporcionado por [30] respectivamente. La Figura 3.7 muestra la comparación de los perfiles de voltaje.

**Tabla 3.8 Perfil de Voltaje obtenido con el algoritmo de solución para el Caso de Prueba de la máquina de inducción.**

PERFIL DE VOLTAJE						
SUBESTACIÓN: Induction Machine			ALIMENTADOR: Induction Machine			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
FUENTE	1.0498	0.00	1.0498	-120.00	1.0498	120.00
1	1.0171	-33.12	1.0258	-152.39	1.0279	88.28
2	0.9457	-36.43	1.0041	-154.85	1.0000	87.70
2 LV	0.9112	-39.21	0.9686	-157.75	0.9572	85.05

**Tabla 3.9 Perfil de Voltaje proporcionado por [30] para el Caso de Prueba de la máquina de inducción.**

PERFIL DE VOLTAJE						
SUBESTACIÓN: Induction Machine			ALIMENTADOR: Induction Machine			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
FUENTE	1.0498	0.00	1.0498	-120.00	1.0498	120.00
1	1.0170	-33.10	1.0260	-152.40	1.0280	88.30
2	0.9460	-36.40	1.0040	-154.90	1.0000	87.70
2 LV	0.9110	-39.20	0.9690	-157.80	0.9570	85.00



**Figura 3.7 Perfil de Voltaje para el Caso de Prueba de la Máquina de Inducción.**

En la Tabla 3.10 se muestran los errores relativos porcentuales y las características de convergencia obtenidos para este caso de prueba:

**Tabla 3.10 Error relativo porcentual y características de convergencia para el Caso de Prueba de la Máquina de Inducción.**

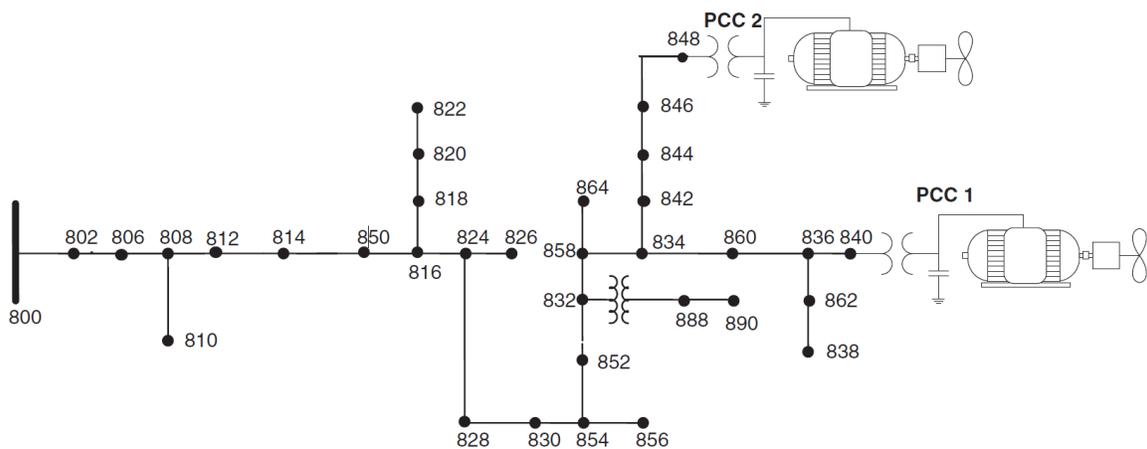
Sistema de Prueba	Error relativo porcentual (%)			Iteraciones	Tiempo (s)	Tolerancia (p.u.)
	Promedio	Mínimo	Máximo			
Máquina de Inducción	0.04	0.00	0.09	14	0.40	$1 \times 10^{-6}$

La herramienta computacional calcula internamente el deslizamiento de la máquina al proporcionar el par del motor (986.6 kW) y el voltaje en terminales de la misma. El deslizamiento calculado por el AS es  $slip = 0.00727754$  que es aproximadamente igual al deslizamiento proporcionado en [30]  $slip = 0.00727714$ .

El resumen de flujos de potencia para el Caso de Prueba de la Máquina de Inducción obtenido con el algoritmo computacional y el proporcionado por [30] se pueden consultar en el Apéndice A, sección A.3.

### 3.1.5 Prueba del Aerogenerador

Para probar el aerogenerador se utiliza el mismo caso de estudio de [27], en el cual toma el alimentador de prueba del IEEE de 34 nodos y se le conectan dos unidades de generación de turbina eólica o aerogeneradores. Los aerogeneradores están conectados al sistema mediante transformadores trifásicos en conexión Estrella No Aterrizada – Delta. Los transformadores están conectados a los nodos 840 y 848. El diagrama unifilar del sistema se muestra en la Figura 3.8.



**Figura 3.8 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 nodos con dos aerogeneradores [27].**

Para cada aerogenerador, la velocidad del viento es de 12.8 m/s, lo cual equivale a una potencia mecánica de la turbina de viento (potencia en el eje) de 300 kW para cada uno. También se fijan todos los taps de los reguladores de voltaje a cero. Lamentablemente en [27] no indican las características tanto de los transformadores que interconectan los aerogeneradores al sistema como de las máquinas de inducción de los aerogeneradores.

Otra característica que se visualiza en la Figura 3.8 es que se compensan los aerogeneradores con potencia reactiva mediante bancos de capacitores en derivación. Debido a que en [27] no mencionan ninguna compensación de potencia reactiva a pesar de que en su diagrama se indica claramente, para el caso de prueba no se ha realizado compensación alguna de potencia reactiva. Las características de la máquina de inducción que se utilizan en el caso de prueba se muestran en [31] que es donde [27] obtiene los datos para la turbina de viento, y las características de los transformadores se eligieron acorde al alimentador de prueba del IEEE de 34 nodos. Las características de ambos equipos se muestran a continuación:

#### ***Máquina de inducción***

$$R_s = 0.00708 \Omega$$

$$X_s = 0.07620 \Omega$$

$$X_m = 3.44979 \Omega$$

$$R_r = 0.00759 \Omega$$

$$X_r = 0.23289 \Omega$$

$$V = 480 V$$

$$S = 400 kVA$$

$$P = 330 kW$$

#### ***Transformador***

Conexión Y/ $\Delta$

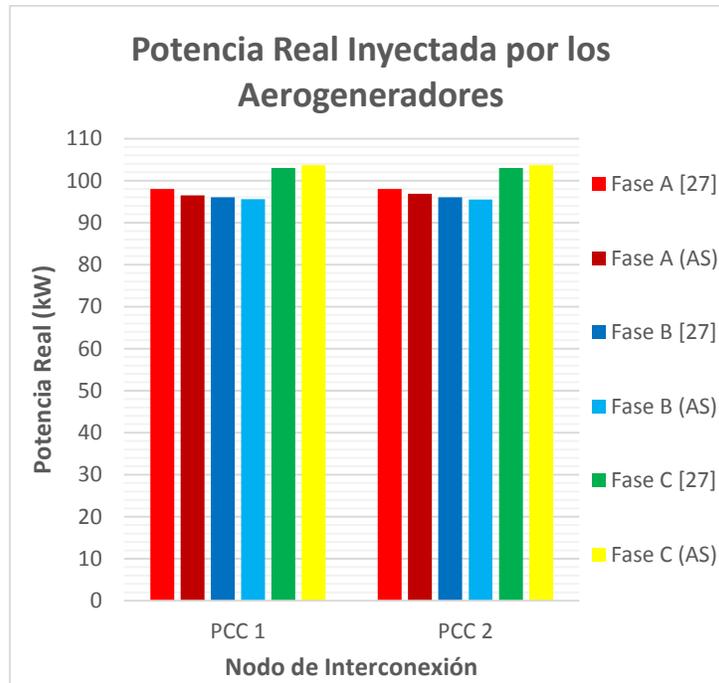
$$24.9 - 14.37kV/480 V$$

$$\%R = 1.11 \%$$

$$\%X = 4.36 \%$$

$$S = 500 kVA$$

La Figura 3.9 muestra la potencia real inyectada por los aerogeneradores en los puntos de acoplamiento común (PCC 1 y PCC 2).



**Figura 3.9 Potencia Real Inyectada por los Aerogeneradores.**

Como se observa en la Figura 3.9, la potencia real inyectada obtenida con la herramienta computacional y las mostradas en [27] varían ligeramente debido a que no se indican las características de las máquinas de inducción y de los transformadores, además no se especifica si realmente hubo alguna compensación de potencia reactiva con bancos de capacitores en derivación, y que en nuestro caso no se realiza compensación alguna. Lo importante es que el comportamiento de la potencia real que inyectan los aerogeneradores debido al desbalance en las tensiones es el mismo en ambos casos.

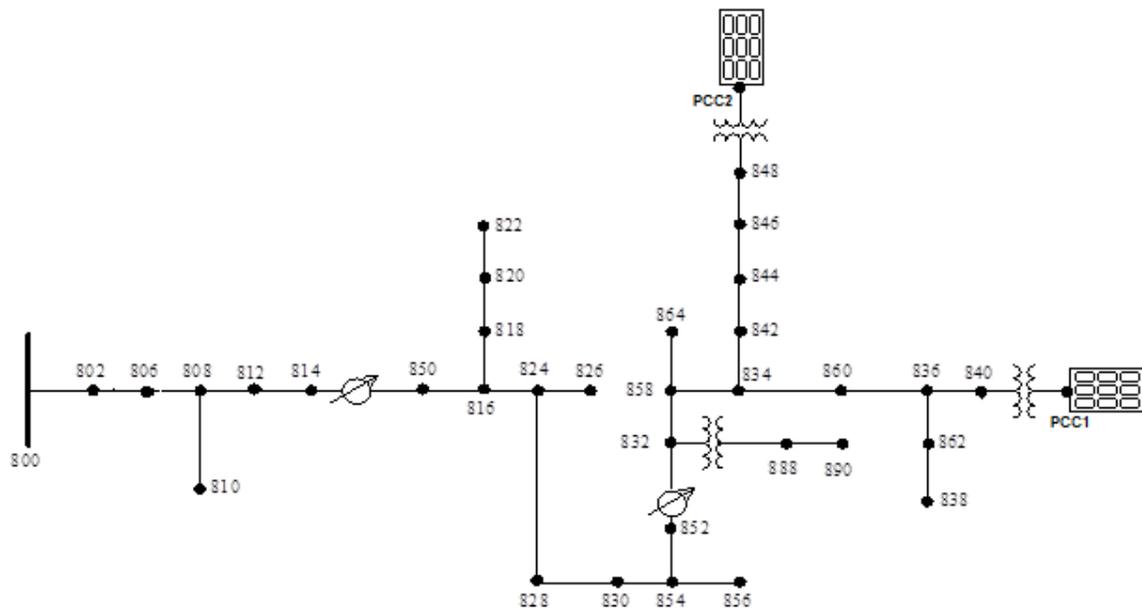
El resumen de flujos de potencia y el perfil de voltajes para el Caso de Prueba del Aerogenerador obtenidos con el algoritmo de solución se encuentran en el Apéndice A, sección A.4. No se puede realizar comparación ya que [27] no ofrece información alguna sobre el perfil de voltaje y el flujos de potencia. La Tabla 2.11 muestra las características de convergencia para el Caso Prueba del Aerogenerador.

**Tabla 3.11 Características de convergencia del Caso de Prueba del Aerogenerador.**

Sistema de Prueba	Error relativo porcentual (%)			Iteraciones	Tiempo (s)	Tolerancia (p.u.)
	Promedio	Mínimo	Máximo			
Aerogeneradores	-	-	-	9	0.60	$1 \times 10^{-5}$

### 3.1.6 Prueba del Arreglo de Paneles Solares

Para probar el modelo del Arreglo de Paneles Solares se utiliza el alimentador de prueba del IEEE de 34 nodos, al igual que en la prueba del aerogenerador. Para la interconexión se introduce un transformador en cada nodo de conexión, los cuales son los nodos 840 y 848, los nodos de lado de baja tensión de los transformadores se nombran como nodo PCC1 y PCC2 respectivamente, que son el punto de acoplamiento común con los arreglos de paneles solares (Figura 3.10). Se utiliza una temperatura ambiente de 55 °C y un multiplicador de forma de carga de irradiación de 0.99. Los transformadores son iguales a los utilizados en la prueba de los aerogeneradores pero con una conexión estrella aterrizada-estrella aterrizada y de la misma manera los taps de los reguladores son puestos en cero. Las características del arreglo de paneles solares y del inversor se muestran a continuación:



**Figura 3.10 Diagrama Unifilar del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos con dos arreglos de Paneles Solares.**

Cada arreglo consta de 2000 paneles solares tipo monocristalino de 250 W a 24 V. El controlador del sistema fotovoltaico obtiene una potencia máxima ( $P_{mpp}$ ) del arreglo de paneles de 500 kW a una irradiación de  $1 \text{ kW/m}^2$  y una temperatura de panel de 25 °C. Se asume un factor de potencia de 1.0 y la irradiación es de  $0.8 \text{ kW/m}^2$ . El inversor es de conexión estrella y su voltaje de 480 V, con una potencia nominal de 500 kVA. La curva de Potencia vs Temperatura del arreglo de paneles se muestra en la Tabla 3.12 y la curva de Eficiencia vs Potencia Entrante en p.u. del Inversor en la Tabla 3.13.

**Tabla 3.12 Curva Potencia VS Temperatura del Arreglo de Paneles Solares.**

Potencia p.u.	1.2	1.0	0.8	0.6
Temperatura (°C)	0	25	75	100

**Tabla 3.13 Curva Eficiencia VS Potencia Entrante del Inversor.**

Eficiencia	0.86	0.90	0.93	0.97
Potencia entrante al inversor en p.u.	0.1	0.2	0.4	1.0

Ya que el modelo se obtuvo del software de simulación de sistemas eléctricos de distribución OpenDSS, la comparación se realiza con los resultados obtenidos de este software. El modelo del arreglo de paneles que se utiliza se modela tanto como potencia aparente constante (modelo 1 en OpenDSS) como impedancia constante (modelo 2 en OpenDSS). Esto con el objeto de validar el modelo completo.

En las Tablas 3.14 y 3.15 se muestran los errores relativos porcentuales y las características de convergencia obtenidos para este caso de prueba:

**Tabla 3.14 Error relativo porcentual para el Caso de Prueba de los Arreglos de Paneles Solares como Potencia Aparente Constante.**

Sistema de Prueba	Error relativo porcentual (%)			Iteraciones	Tiempo (s)	Tolerancia (p.u.)
	Promedio	Mínimo	Máximo			
Arreglo de Paneles Solares con Potencia Aparente Constante	0.04	0.00	0.09	7	0.50	$1 \times 10^{-5}$

**Tabla 3.15 Error relativo porcentual para el Caso de Prueba de los Arreglos de Paneles Solares como Impedancia Constante.**

Sistema de Prueba	Error relativo porcentual (%)			Iteraciones	Tiempo (s)	Tolerancia (p.u.)
	Promedio	Mínimo	Máximo			
Arreglo de Paneles Solares con Impedancia Constante	0.05	0.00	0.09	7	0.50	$1 \times 10^{-5}$

Los perfiles de voltaje y resúmenes de flujos de potencia obtenidos con el algoritmo de solución y los obtenidos con OpenDSS se pueden consultar en el Apéndice A, sección A.5.

Las seis pruebas anteriores muestran la validez y confiabilidad tanto del algoritmo de solución (barrido hacia adelante y hacia atrás) así como de los modelos de los principales componentes de una red de distribución activa.

## 3.2 Herramienta computacional para el análisis de flujos de potencia óptimos en una red de distribución activa

La herramienta de flujos de potencia óptimos también funciona para análisis simple de flujos de potencia, para ello deben desactivarse tanto los límites de voltaje en los nodos como los límites de corriente en cualquier componente (línea, interruptor o transformador), además se deben fijar los taps de los reguladores de voltaje. No es necesario poner las cargas (tanto nodales como distribuidas) como cargas no flexibles para obtener el resultado de flujos de potencia, pero si se ponen el resultado convergirá en menos iteraciones ya que el optimizador no las maneja como variables de control. En la Tabla 3.16 se muestran el número de iteraciones del optimizador, el tiempo de convergencia y los errores relativos porcentuales de las seis pruebas realizadas en la sección 3.1, cabe aclarar que todas las cargas se clasificaron como no flexibles.

**Tabla 3.16 Resultados de las pruebas de la sección 3.1.**

Sistema de Prueba	Error relativo porcentual (%)			Iteraciones	Tiempo (s)
	Promedio	Mínimo	Máximo		
IEEE de 13 Nodos	0.03	0.00	0.51	2	1.03
IEEE de 34 Nodos	0.01	0.00	0.03	2	2.13
IEEE de 123 Nodos	0.07	0.00	1.68	3	19.21
Máquina de Inducción	0.04	0.00	0.09	2	0.88
Aerogeneradores	-	-	-	2	2.43
Arreglo de Paneles Solares Potencia Aparente Constante	0.04	0.00	0.09	2	2.28
Arreglo de Paneles Solares Impedancia Constante	0.04	0.00	0.08	2	2.30

Como se puede ver en la Tabla 3.16, se obtiene un error menor o igual al proporcionado por la herramienta de flujos de potencia, pero el tiempo de computo incrementa dependiendo de la dimensión del sistema, ya que es un optimizador que maneja variables de control, y debido a su diseño entre más nodos terminales tenga el sistema, más variables de control manipulará y como consecuencia más tiempo de computo se necesitará para obtener el resultado.

A continuación se presentan dos sistemas que prueban la efectividad de la herramienta en flujos de potencia óptimos. Como primera parte se presentará el sistema sin ninguna optimización y con problemas en su operación, para después llevar el sistema a un punto de operación dentro de límites establecidos, minimizando la reducción de carga del sistema.

### 3.2.1 Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado

El primer caso de estudio a analizar consiste en una modificación del alimentador del IEEE de 13 nodos, en la cual a los nodos 675 y 680 se conecta un transformador trifásico idéntico al conectado entre los nodos 633 y 634, los nodos del secundario de los transformadores se nombraron como 693 y 694 respectivamente. En el nodo 693 se conecta un arreglo de paneles solares idéntico a los utilizados en la prueba de los arreglos de los paneles solares del capítulo 3.1.6 con las mismas condiciones de irradiación y temperatura y utilizando un modelo de impedancia constante. Del mismo modo en el nodo 694 se conecta un aerogenerador idéntico al utilizado en la sección 3.1.5 con la misma velocidad del viento, pero compensado con un banco de capacitores en conexión estrella de 100 kVar/fase. Además se desactivan los reguladores de voltaje (fijamos los taps a 0) para obtener voltajes por de bajo de los permitidos por norma (0.95 p.u.). El diagrama unifilar del sistema se muestra en la Figura 3.11.

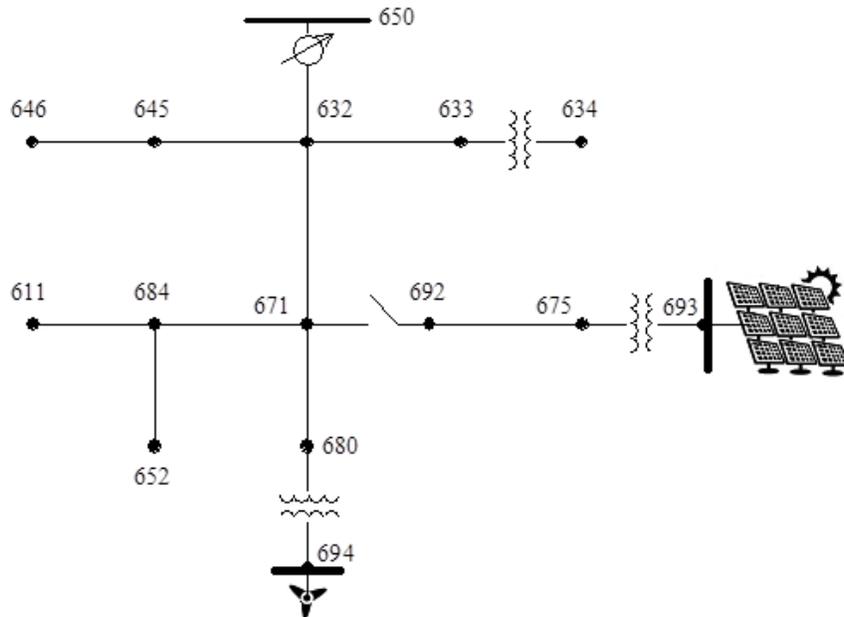


Figura 3.11 Alimentador del IEEE de 13 nodos modificado.

Los resultados de la condición inicial del sistema se muestran a continuación.

**Tabla 3.17 Resumen de Flujos de Potencia de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.**

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>								
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>								
<b>Nodo: 650</b>								
	<b>FASE A</b>	<b>FASE B</b>	<b>FASE C</b>	<b>TOTAL</b>				
POTENCIA ACTIVA (kW)	1041.507	752.650	1109.502	2903.659				
POTENCIA REACTIVA (kVar)	630.987	353.395	638.035	1622.417				
POTENCIA APARENTE (kVA)	1217.736	831.487	1279.876	3326.179				
FACTOR DE POTENCIA	0.8553	0.9052	0.8669	0.8730				
<b>GENERACIÓN DISTRIBUIDA</b>								
<b>Nodo: 694 SISTEMA DE GENERACIÓN DE TURBINA EÓLICA</b>								
	<b>FASE A</b>	<b>FASE B</b>	<b>FASE C</b>	<b>TOTAL</b>				
POTENCIA ACTIVA (kW)	89.973	102.161	103.822	295.956				
POTENCIA REACTIVA (kVar)	32.116	30.675	24.690	87.481				
POTENCIA APARENTE (kVA)	95.533	106.667	106.717	308.615				
FACTOR DE POTENCIA	0.9418	0.9578	0.9729	0.9590				
<b>Nodo: 693 SISTEMA FOTOVOLTAICO</b>								
	<b>FASE A</b>	<b>FASE B</b>	<b>FASE C</b>	<b>TOTAL</b>				
POTENCIA ACTIVA (kW)	95.973	114.444	91.853	302.271				
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000	0.000	0.000	0.000				
POTENCIA APARENTE (kVA)	95.973	114.444	91.853	302.271				
FACTOR DE POTENCIA	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000				
<b>CARGAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA ACTIVA (kW)	1157.134		1023.409		1223.889		3404.432	
	772.1	385.0	424.0	599.4	680.8	543.1	1876.9	1527.5
POTENCIA REACTIVA (kVar)	603.996		656.052		802.801		2062.849	
	384.0	220.0	313.0	343.0	442.4	360.4	1139.4	923.5
POTENCIA APARENTE (kVA)	1305.286		1215.635		1463.691		3980.641	
	862.3	443.4	527.0	690.6	811.9	651.8	2195.7	1785.0
FACTOR DE POTENCIA	0.8865		0.8419		0.8362		0.8552	
	0.8954	0.8682	0.8045	0.8679	0.8385	0.8332	0.8548	0.8558
<b>PÉRDIDAS</b>								
	<b>FASE A</b>	<b>FASE B</b>	<b>FASE C</b>	<b>TOTAL</b>				
POTENCIA ACTIVA (kW)	28.312	-0.568	69.710	97.454				
POTENCIA REACTIVA (kVar)	220.675	131.594	194.769	547.038				
POTENCIA APARENTE (kVA)	222.484	131.595	206.868	555.651				
<b>BANCOS DE CAPACITORES</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	300.000		300.000		400.000		1000.000	
	300.0	0.0	300.0	0.0	400.0	0.0	1000.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	261.035		308.241		330.713		899.989	
	261.0	0.0	308.2	0.0	330.7	0.0	900.0	0.0

**Tabla 3.18 Perfil de Voltaje de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.**

<b>PERFIL DE VOLTAJE IEEE 13 N MOD</b>						
<b>SUBESTACIÓN: IEEE 13N MOD</b>			<b>ALIMENTADOR: IEEE 13N MOD</b>			
<b>NODO</b>	<b>MAGNITUD A-N</b>	<b>ÁNGULO</b>	<b>MAGNITUD B-N</b>	<b>ÁNGULO</b>	<b>MAGNITUD C-N</b>	<b>ÁNGULO</b>
611					0.9046	116.33
632	0.9620	-2.45	0.9940	-121.31	0.9487	118.07
633	0.9587	-2.52	0.9921	-121.36	0.9459	118.07
634	0.9332	-3.29	0.9728	-121.87	0.9256	117.52
645			0.9847	-121.50	0.9470	118.10
646			0.9831	-121.57	0.9451	118.14
650	1.0000	0.00	1.0000	-120.00	1.0000	120.00
652	0.9276	-5.16				
671	0.9346	-5.21	1.0074	-121.47	0.9088	116.59
675	0.9260	-5.46	1.0112	-121.66	0.9059	116.68
680	0.9360	-5.13	1.0084	-121.35	0.9100	116.74
684	0.9329	-5.23			0.9067	116.49
692	0.9346	-5.21	1.0074	-121.47	0.9088	116.59
693	0.9327	-4.70	1.0185	-120.89	0.9124	117.44
694	0.9463	-4.57	1.0186	-120.78	0.9206	117.48
RG1	1.0000	0.00	1.0000	-120.00	1.0000	120.00

**Tabla 3.19 Flujos de Potencia Parcial de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.**

<b>NODO 650 - NODO 632</b>				<b>NODO 632 - NODO 650</b>			
<b>FASE A:</b>	507.01	-31.21	AMP/GD	<b>FASE A:</b>	507.02	-31.21	AMP/GD
<b>FASE B:</b>	346.20	-145.15	AMP/GD	<b>FASE B:</b>	346.20	-145.15	AMP/GD
<b>FASE C:</b>	532.89	90.10	AMP/GD	<b>FASE C:</b>	532.89	90.10	AMP/GD
<b>NODO 632 - NODO 645</b>				<b>NODO 645 - NODO 632</b>			
<b>FASE A:</b>	0.00	0.00	AMP/GD	<b>FASE A:</b>	0.00	0.00	AMP/GD
<b>FASE B:</b>	143.79	-143.39	AMP/GD	<b>FASE B:</b>	143.79	-143.39	AMP/GD
<b>FASE C:</b>	61.55	57.79	AMP/GD	<b>FASE C:</b>	61.55	57.79	AMP/GD
<b>NODO 632 - NODO 633</b>				<b>NODO 633 - NODO 632</b>			
<b>FASE A:</b>	86.63	-37.80	AMP/GD	<b>FASE A:</b>	86.63	-37.80	AMP/GD
<b>FASE B:</b>	64.20	-158.74	AMP/GD	<b>FASE B:</b>	64.20	-158.74	AMP/GD
<b>FASE C:</b>	67.47	80.65	AMP/GD	<b>FASE C:</b>	67.47	80.65	AMP/GD
<b>NODO 632 - NODO 671</b>				<b>NODO 671 - NODO 632</b>			
<b>FASE A:</b>	421.08	-29.86	AMP/GD	<b>FASE A:</b>	412.45	-29.77	AMP/GD
<b>FASE B:</b>	140.47	-140.80	AMP/GD	<b>FASE B:</b>	109.44	-137.77	AMP/GD
<b>FASE C:</b>	416.65	96.16	AMP/GD	<b>FASE C:</b>	356.77	97.70	AMP/GD

**Tabla 3.20 Valores de Convergencia para la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.**

Sistema de Prueba	Iteraciones	Tiempo (s)
IEEE de 13 Nodos Modificado	2	1.10

Todas las cargas tanto distribuidas como nodales se especificaron como cargas no flexibles.

Analizando los resultados vemos que la mayoría de los voltajes nodales en las fases A y C están por debajo de los permitidos por norma (0.95 p.u.), y que las corrientes de la línea comprendida entre los nodos 632 y 633 están por encima de los 60 A. En el optimizador fijaremos como límite de los voltajes nodales un valor comprendido entre 0.95 p.u. – 1.05 p.u., y como límite de corriente en la línea (622-633) 50 A para cada fase. Las cargas de los nodos 675 y 692 serán cargas no flexibles por lo cual no se les podrá reducir la carga. Los reguladores de voltaje estarán activos. Los resultados del análisis de flujos de potencia óptimos se muestran a continuación.

**Tabla 3.21 Información de los Reguladores de Voltaje del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.**

[NODO]--[VREG]--[SEG]--[NODO]				MODELO	OPCIÓN	ANCHO DE BANDA
650	RG1	632	632	FASE, A & B & C, Estrella	RX	24
FASE	VOLTAJE DESEADO (Base 120V)		TAP	VOLTAJE RESULTANTE (p.u.)	VOLTAJE RESULTANTE (Base 120V)	
1	120.00		12.90	1.0500	126.00	
2	120.00		4.97	1.0245	122.94	
3	120.00		14.88	1.0500	126.00	

**Tabla 3.22 Resultados de los Límites de Corriente del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.**

NODO A	NODO B	LÍMITE DE CORRIENTE (AMP)			CORRIENTE RESULTANTE (AMP)		
		LÍNEA A	LÍNEA B	LÍNEA C	LÍNEA A	LÍNEA B	LÍNEA C
632	633	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000

**Tabla 3.23 Resumen de Flujos de Potencia Óptimos del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado.**

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>									
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>									
<b>Nodo: 650</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	975.362		728.049		1113.570		2816.981		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	542.873		288.234		565.843		1396.951		
POTENCIA APARENTE (kVA)	1116.263		783.028		1249.086		3144.336		
FACTOR DE POTENCIA	0.8738		0.9298		0.8915		0.8959		
<b>GENERACIÓN DISTRIBUIDA</b>									
<b>Nodo: 694 SISTEMA DE GENERACIÓN DE TURBINA EÓLICA</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	100.479		96.185		99.861		296.525		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	44.041		46.619		35.552		126.213		
POTENCIA APARENTE (kVA)	109.707		106.887		106.001		322.269		
FACTOR DE POTENCIA	0.9159		0.8999		0.9421		0.9201		
<b>Nodo: 693 SISTEMA FOTOVOLTAICO</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	116.053		121.328		115.255		352.636		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000		
POTENCIA APARENTE (kVA)	116.053		121.328		115.255		352.636		
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000		
<b>CARGAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELL A</b>	<b>DELT A</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	1121.707		1030.194		1237.947		3389.848		
	736.7	385.0	400.8	629.4	678.4	559.5	1815.9	1573.9	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	579.296		655.863		810.481		2045.640		
	359.3	220.0	295.6	360.3	435.5	375.0	1090.4	955.3	
POTENCIA APARENTE (kVA)	1262.462		1221.251		1479.660		3959.256		
	819.7	443.4	498.0	725.2	806.1	673.6	2118.1	1841.1	
FACTOR DE POTENCIA	0.8885		0.8436		0.8366		0.8562		
	0.898	0.868	0.804	0.867	0.841	0.830			
	8	2	8	9	6	7	0.8573	0.8549	
<b>PÉRDIDAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	21.652		1.432		53.210		76.294		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	204.598		135.518		193.954		534.071		
POTENCIA APARENTE (kVA)	205.741		135.526		201.121		539.493		
<b>BANCOS DE CAPACITORES</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELL A</b>	<b>DELT A</b>	
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	300.000		300.000		400.000		1000.000		
	300.0	0.0	300.0	0.0	400.0	0.0	1000.0	0.0	
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	315.208		327.037		414.301		1056.547		
	315.2	0.0	327.0	0.0	414.3	0.0	1056.5	0.0	

Tabla 3.24 Perfil de Voltaje del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.

PERFIL DE VOLTAJE IEEE 13 N MOD						
SUBESTACIÓN: IEEE 13N MOD			ALIMENTADOR: IEEE 13N MOD			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
611					1.0128	116.70
632	1.0500	-1.89	1.0245	-121.23	1.0500	118.24
633	1.0483	-1.92	1.0227	-121.26	1.0480	118.22
634	1.0336	-2.32	1.0077	-121.64	1.0330	117.85
645			1.0152	-121.41	1.0480	118.26
646			1.0135	-121.49	1.0459	118.31
650	1.0000	0.00	1.0000	-120.00	1.0000	120.00
652	1.0177	-4.11				
671	1.0255	-4.16	1.0375	-121.39	1.0167	116.94
675	1.0182	-4.39	1.0411	-121.57	1.0147	116.98
680	1.0271	-4.09	1.0387	-121.30	1.0180	117.04
684	1.0234	-4.18			1.0147	116.84
692	1.0255	-4.16	1.0375	-121.39	1.0167	116.94
693	1.0256	-3.62	1.0487	-120.80	1.0221	117.75
694	1.0385	-3.59	1.0500	-120.85	1.0285	117.57
RG1	1.0806	0.00	1.0311	-120.00	1.0930	120.00

Tabla 3.25 Resumen de la Reducción de Carga del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.

	CARGA TRAS LA							
	CARGA ORIGINAL		REDUCCIÓN		REDUCCIÓN DE CARGA			
	P/kW	Q/kVar	P/kW	Q/kVar	P/kW	(P/%)	Q/kVar	(Q/%)
<b>FASE A:</b>	1175.000	616.000	1117.149	576.223	57.851	(4.92)	39.767	(6.46)
<b>FASE B:</b>	1039.000	665.000	1015.811	647.608	23.189	(2.23)	17.392	(2.62)
<b>FASE C:</b>	1252.000	821.000	1231.232	805.425	20.768	(1.66)	15.575	(1.90)
<b>TOTAL:</b>	<b>3466.000</b>	<b>2102.000</b>	<b>3364.192</b>	<b>2029.267</b>	<b>101.808</b>	<b>(2.94)</b>	<b>72.733</b>	<b>(3.46)</b>

Tabla 3.26 Reducción de Carga del Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.

NODO	P/kW	(P/%)	Q/kVar	(Q/%)	P/kW	(P/%)	Q/kVar	(Q/%)	P/kW	(P/%)	Q/kVar	(Q/%)
	A-N				B-N				C-N			
634	57.712	(36.07)	39.677	(36.07)	23.188	(19.32)	17.391	(19.32)	20.760	(17.30)	15.570	(17.30)
645					0.000	(0.00)	0.000	(0.00)				
646					0.000	(0.00)	0.000	(0.00)				
652	0.093	(0.07)	0.062	(0.08)								
671	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.008	(0.00)	0.004	(0.00)
675	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
692									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
611									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
695	0.046	(0.27)	0.027	(0.27)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)

**Tabla 3.27 Valores de Convergencia para el Alimentador del IEEE de 13 Nodos Modificado y Optimizado.**

Sistema de Prueba	Iteraciones	Tiempo (s)
IEEE de 13 Nodos Modificado	70	16.80

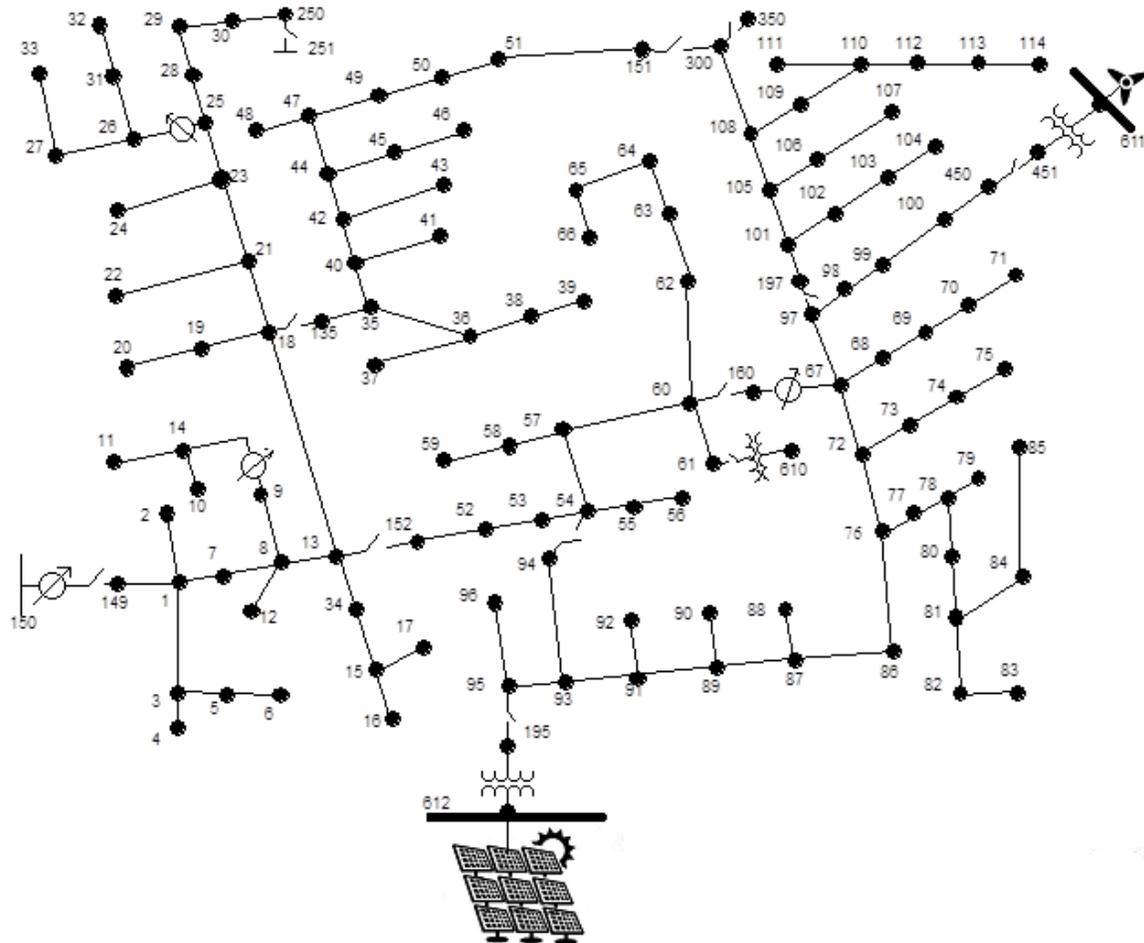
Revisando los resultados podemos ver que el perfil de voltaje del sistema (Tabla 3.24) se encuentra dentro de los límites 0.95 p.u. y 1.05 p.u. a excepción del regulador de voltaje que esta libre de dicha restricción. Al elevar los voltajes nodales la generación distribuida crece, para el arreglo de paneles solares aumentó de 302.271 kW a 352.636 kW, y para el aerogenerador aumentó de 295.956 kW y 87.481 kVar a 296.525 kW y 126.613 kVar, por lo cual la energía suministrada por el sistema se verá reducida. La Tabla 3.22 muestra que la corriente en la línea comprendida entre los nodos 632 y 633 está dentro de los límites especificados, para ello tuvo que reducir carga en el nodo 634 como se visualiza en la Tabla 3.26. Para conseguir esta operación el sistema redujo la carga 101.808 kW y 72.733 kVar lo cual representa un 2.94% y un 3.46% de la carga total respectivamente y los taps del regulador de voltaje se posicionaron en A = 12.90, B = 4.97 y C = 14.88.

A excepción por la carga del nodo 634 que se redujo en gran cantidad para limitar la corriente, todas las demás cargas están por debajo de los 100 W, lo que equivale a apagar 5 lámparas fluorescentes ahorradoras de 20W. Este tipo de acciones se pueden realizar fácilmente sí existiera un sistema de información y comunicación desde la subestación al cliente indicando que apague dispositivos que no necesita en ese momento, y que se le pueda retribuir de alguna manera por su acción. Como se observa también en la Tabla 3.26, las cargas de los nodos 675 y 692 no redujeron carga alguna debido a que son cargas no flexibles, esto es importante ya que podría decidirse no reducir carga a un cliente determinado, y esta opción facilitaría aplicar dicha condición.

### 3.2.2 Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado

Para el segundo caso de estudio se modifica el alimentador del IEEE de 123 nodos, en el cual al nodo 195 se conecta un transformador trifásico estrella aterrizada - estrella aterrizada de 500 kVA, 4.16 kV/2.40 kV - 480 V/277 V, con un %R = 1.11 y un %X = 4.36, el nodo del lado de baja es nombrado como 612 en el cual se interconecta un arreglo de paneles solares idéntico al utilizado en el caso de estudio anterior y con las mismas características de irradiación y temperatura. En el nodo 451 se interconecta otro transformador trifásico en conexión estrella no aterrizada - delta de 500 kVA, 4.16 kV/2.40 kV - 480 V, con un %R = 1.11 y un %X = 4.36, el nodo del lado de baja es nombrado como 611 al cual se conecta un aerogenerador idéntico al utilizado en el caso de estudio anterior pero con una velocidad del viento de  $v = 12$  m/s y un  $C_p = 0.363$ , se compensará con un banco de capacitores trifásico en conexión delta de 100 kVar/fase.

Del mismo modo se desactivan los reguladores de voltaje (fijamos los taps a 0) para obtener voltajes por de bajo de los permitidos por norma (0.95 p.u.). Los interruptores comprendidos entre los nodos 95 – 195 y 450 – 451 se cierran. El diagrama unifilar del sistema se muestra en la Figura 3.12



**Figura 3.12 Diagrama Unifilar del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado.**

Las cargas se especifican como no flexibles para calcular la condición inicial. Los resultados de la condición inicial del sistema se pueden consultar en el Apéndice B, sección B.1. La Tabla 3.28 muestra las características de convergencia de la condición inicial.

**Tabla 3.28 Valores de Convergencia para el Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado.**

Sistema de Prueba	Iteraciones	Tiempo (s)
IEEE de 123 Nodos Modificado	2	23.00

Observando el perfil de voltaje (Tabla B.3) vemos que algunos voltajes nodales en la fase A están por debajo de los permitidos por norma (0.95 p.u.), y que las corrientes de la línea comprendida entre los nodos 13 y 18 están por encima de los 150 A y dos fases de la línea comprendida entre los nodos 60 y 62 por encima de los 50 A (Tabla B.2). En el optimizador fijaremos como límite de los voltajes nodales un valor comprendido entre 0.96 p.u. – 1.04 p.u. , y un límite de corriente en la línea 13-18 de 150 A para cada fase y de 50 A para la línea 60 - 62. Las cargas de los nodos 19, 20, 22, 24, 28, 29, 30, 62, 76, 77, 79, 80, 82 y 83 serán cargas no flexibles por lo cual no se les podrá reducir carga. Los reguladores de voltaje estarán activos. Los resultados del análisis de flujos de potencia óptimos pueden ser consultados en el Apéndice B, sección B.2. Las características de convergencia se muestran en la Tabla 3.29.

**Tabla 3.29 Valores de Convergencia para el Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado.**

<b>Sistema de Prueba</b>	<b>Iteraciones</b>	<b>Tiempo (s)</b>
IEEE de 123 Nodos Modificado	76	930.00

Al igual que en el caso de estudio anterior todas las restricciones se han cumplido y el sistema está dentro de una operación adecuada y dentro de los límites deseados. Revisando los resultados podemos ver que el perfil de voltaje del sistema (Tabla B.4) se encuentra dentro de los límites propuestos de 0.96 p.u. y 1.04 p.u. La Tabla B.9 muestra que la corriente en las líneas comprendidas entre los nodos 13 y 18 y los nodos 60 y 62 están dentro de los límites especificados. Para conseguir esta operación el sistema redujo la carga 271.908 kW y 157.131 kVar lo cual representa un 7.79% y un 8.18% de la carga total respectivamente y los taps del regulador de voltaje se posicionaron en: RG1 [A = 0.16, B = 0.16 y C = 0.16], RG2 [A = -2.94], RG3 [A = -1.65 y C = -1.22], y RG4 [A = 8.33, B = -3.75 y C = -1.21]. Como se observa también en la Tabla B.8, las cargas no flexibles no redujeron carga alguna, a pesar de que son muy importantes en la reducción de la corriente de las líneas limitadas, como lo son las cargas no flexibles de los nodos 19, 20, 22, 24, 28, 29 y 30 para la línea 13 - 18, y de la carga no flexible 62 para la línea 60 - 62.

# Capítulo 4: Conclusiones

En el presente trabajo de tesis se desarrolló una herramienta computacional con el fin de optimizar la operación de redes de distribución activas. La herramienta mantiene los voltajes nodales dentro de límites establecidos por el usuario para evitar sobre voltajes y bajos voltajes, además de poder limitar la corriente en interruptores, líneas y transformadores y así evitar sobrecarga en dichos elementos. La manera en la que la herramienta mantiene a la red de distribución activa en un punto de operación estable es reduciendo la carga y manipulando los taps de los reguladores de voltaje. La herramienta minimiza la reducción de carga ya que lo más importante es mantener un servicio confiable y de calidad para los clientes. Para ello la herramienta da la posibilidad de clasificar a los clientes como cargas flexibles o no flexibles, los clientes clasificados como carga flexibles dan la posibilidad de reducir la carga ya que son clientes donde una reducción de carga o pérdida del suministro de energía no afectará de manera crítica sus labores, actividades o procesos diarios tales como tiendas departamentales, escuelas, sectores residenciales, o comunidades, etc. Mientras que una reducción o pérdida de energía en los clientes clasificados como no flexibles significaría pérdidas económicas significativas como grades empresas o incluso pérdida de vidas humanas como hospitales, constructoras, empresas con procesos peligrosos, unidades de rescate, etc.

La herramienta computacional utiliza el método de punto interior, ya que se ha demostrado una rápida convergencia y buen comportamiento al manejarse en flujos de potencia óptimos, en conjunto con el algoritmo de solución método de barrido hacia adelante – hacia atrás que es fácil de comprender e implementar, y por ser un algoritmo de solución con una buena convergencia. Esta característica de la herramienta es muy importante ya que anteriormente no se había realizado esta combinación, y que como se mostró anteriormente ofrece buenos resultados en la minimización de la carga flexible. La herramienta implementa una gran cantidad de modelos para poder simular el comportamiento de una gran cantidad de redes de distribución, y que con la implementación de aerogeneradores y arreglos de paneles solares dan la posibilidad de hacer estudios de impacto en la red al incremento de penetración de energías renovables.

Para validar el algoritmo de solución de barrido hacia adelante – hacia atrás implementado en la herramienta computacional se implementaron cuatro alimentadores de prueba del IEEE y se obtuvieron resultados con errores similares a los obtenidos con el programa OpenDSS que comenzó su desarrollo en 1997 y es una herramienta muy confiable. La ventaja que se obtuvo con la herramienta desarrollada ante software especializado como OpenDSS es la sencillez en su programación, esto facilitará el uso en instituciones académicas para aquellos que no tienen grandes habilidades en programación, pero que MatLab® al ser un software con un “lenguaje de programación” de alto nivel da una mayor accesibilidad que software especializado en el cual se programa con lenguajes más complicados como Python, C, etc.

Para corroborar el funcionamiento de la herramienta computacional al combinar el optimizador con el algoritmo de solución se simularon nuevamente los alimentadores de prueba del IEEE sin aplicar ninguna restricción de voltaje y corriente pero manipulando las cargas como cargas flexibles, donde se obtuvieron los mismos resultados que al usar solo el algoritmo de solución. Esto comprueba que el funcionamiento de la herramienta computacional es correcto y da la confiabilidad y seguridad de que los resultados simulan de manera precisa la red que se está analizando.

## **Trabajos Futuros**

Con respecto a las mejoras que se podrían implementar en la herramienta computacional se propone lo siguiente:

- La manipulación de las variables en un sistema por unidad que facilitaría los cálculos y mejoraría el rendimiento de la herramienta computacional.
- La implementación de nuevos y mejores modelos como líneas en CD, aerogenerador con motor de doble alimentación y unidades de almacenamiento de energía específicamente baterías, entre otros.
- Utilizar un método de optimización que maneje variables mixtas, esto daría la posibilidad de manejar variables continuas como tensiones y corrientes y variables discretas como los taps de transformadores, taps de reguladores de voltaje a pasos, activación o desactivación de bancos de capacitores, apertura o cierre de interruptores.
- Implementación de otras aplicaciones de optimización tales como despacho económico de carga, reconfiguración de la red, localización óptima de bancos de capacitores y unidades de generación distribuida.
- Realizar una interfaz gráfica de usuario para así simplificar su uso.

# Apéndice A: Resultados del Algoritmo de Solución

## A.1 Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos

Tabla A.1 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.

RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA								
ENTRADA DEL SISTEMA								
Nodo: 800								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	759.080		666.668		617.050		2042.798	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	171.847		90.155		28.585		290.587	
POTENCIA APARENTE (kVA)	778.289		672.736		617.712		2063.362	
FACTOR DE POTENCIA	0.9753		0.9910		0.9989		0.9900	
CARGAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA ACTIVA (kW)	606.323		582.730		580.764		1769.817	
	359.9	246.4	339.3	243.4	221.8	359.0	921.0	848.8
POTENCIA REACTIVA (kVar)	359.533		345.649		346.362		1051.545	
	230.9	128.7	217.0	128.7	161.8	184.5	609.6	441.9
POTENCIA APARENTE (kVA)	704.905		677.531		676.205		2058.640	
	427.6	278.0	402.8	275.3	274.5	403.7	1104.5	956.9
FACTOR DE POTENCIA	0.8601		0.8601		0.8589		0.8597	
	0.8417	0.8864	0.8425	0.8840	0.8078	0.8894	0.8339	0.8870
PÉRDIDAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	114.800		80.354		77.827		272.981	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	14.346		10.950		10.042		35.338	
POTENCIA APARENTE (kVA)	115.693		81.097		78.472		275.259	
BANCOS DE CAPACITORES								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	250.000		250.000		250.000		750.000	
	250.0	0.0	250.0	0.0	250.0	0.0	750.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	265.670		264.801		265.825		796.296	
	265.7	0.0	264.8	0.0	265.8	0.0	796.3	0.0

**Tabla A.2 Resumen de Flujos de Potencia del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.**

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>								
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>								
<b>Nodo: 800</b>	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	759.136		666.663		617.072		2042.872	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	171.727		90.137		28.394		290.258	
POTENCIA APARENTE (kVA)	778.318		672.729		617.725		2063.389	
FACTOR DE POTENCIA	0.9754		0.9910		0.9989		0.9901	
<b>CARGAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA ACTIVA (kW)	606.322		582.662		580.840		1769.824	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	359.9	246.4	339.3	243.3	221.8	359.0	921.0	848.8
POTENCIA APARENTE (kVA)	704.903		677.452		676.293		2058.647	
FACTOR DE POTENCIA	0.8601		0.8601		0.8589		0.8597	
	0.8417	0.8864	0.8425	0.8840	0.8078	0.8894	0.8339	0.8870
<b>PÉRDIDAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	114.836		80.389		77.824		273.049	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	14.200		10.989		9.810		34.999	
POTENCIA APARENTE (kVA)	115.711		81.137		78.440		275.283	
<b>BANCOS DE CAPACITORES</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	250.000		250.000		250.000		750.000	
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	250.0	0.0	250.0	0.0	250.0	0.0	750.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	265.658		264.760		265.869		796.287	
	265.7	0.0	264.8	0.0	265.9	0.0	796.3	0.0

Tabla A.3 Perfil de Voltaje obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.

PERFIL DE VOLTAJE						
SUBESTACIÓN: IEEE 34 NODES			ALIMENTADOR: IEEE 34 NODES			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
800	1.0500	0.00	1.0500	-120.00	1.0500	120.00
802	1.0475	-0.05	1.0484	-120.07	1.0484	119.95
806	1.0457	-0.08	1.0474	-120.11	1.0474	119.92
808	1.0136	-0.75	1.0296	-120.95	1.0288	119.30
810			1.0295	-120.95		
812	0.9763	-1.58	1.0100	-121.92	1.0068	118.58
814	0.9467	-2.26	0.9945	-122.70	0.9893	118.00
816	1.0173	-2.27	1.0253	-122.71	1.0200	117.99
818	1.0163	-2.27				
820	0.9926	-2.33				
822	0.9895	-2.34				
824	1.0082	-2.38	1.0159	-122.93	1.0115	117.74
826			1.0157	-122.93		
828	1.0074	-2.39	1.0152	-122.95	1.0108	117.72
830	0.9895	-2.65	0.9983	-123.39	0.9937	117.23
832	1.0359	-3.13	1.0346	-124.18	1.0359	116.31
834	1.0309	-3.26	1.0296	-124.38	1.0312	116.07
836	1.0303	-3.25	1.0288	-124.38	1.0307	116.06
838			1.0286	-124.39		
840	1.0303	-3.25	1.0287	-124.38	1.0307	116.06
842	1.0309	-3.26	1.0295	-124.39	1.0312	116.06
844	1.0307	-3.29	1.0292	-124.41	1.0310	116.03
846	1.0309	-3.33	1.0292	-124.46	1.0312	115.98
848	1.0310	-3.34	1.0292	-124.47	1.0313	115.98
850	1.0177	-2.26	1.0256	-122.70	1.0202	118.00
852	0.9581	-3.13	0.9681	-124.18	0.9637	116.31
854	0.9890	-2.66	0.9978	-123.40	0.9933	117.21
856			0.9978	-123.41		
858	1.0336	-3.19	1.0323	-124.27	1.0337	116.20
860	1.0305	-3.25	1.0291	-124.38	1.0309	116.06
862	1.0303	-3.25	1.0287	-124.38	1.0307	116.06
864	1.0336	-3.19				
888	0.9996	-4.65	0.9984	-125.73	0.9999	114.78
890	0.9167	-5.21	0.9237	-126.77	0.9176	113.95
RG10	1.0177	-2.26	1.0256	-122.70	1.0202	118.00
RG11	1.0360	-3.13	1.0346	-124.18	1.0359	116.31

Tabla A.4 Perfil de Voltaje del Alimentador de Prueba del IEEE de 34 Nodos.

PERFIL DE VOLTAJE						
SUBESTACIÓN: IEEE 34 NODES			ALIMENTADOR: IEEE 34 NODES			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
800	1.0500	0.00	1.0500	-120.00	1.0500	120.00
802	1.0475	-0.05	1.0484	-120.07	1.0484	119.95
806	1.0457	-0.08	1.0474	-120.11	1.0474	119.92
808	1.0136	-0.75	1.0296	-120.95	1.0289	119.30
810			1.0294	-120.95		
812	0.9763	-1.57	1.0100	-121.92	1.0069	118.59
814	0.9467	-2.26	0.9945	-122.70	0.9893	118.01
816	1.0172	-2.26	1.0253	-122.71	1.0200	118.01
818	1.0163	-2.27				
820	0.9926	-2.32				
822	0.9895	-2.33				
824	1.0082	-2.37	1.0158	-122.94	1.0116	117.76
826			1.0156	-122.94		
828	1.0074	-2.38	1.0151	-122.95	1.0109	117.75
830	0.9894	-2.63	0.9982	-123.39	0.9938	117.25
832	1.0359	-3.11	1.0345	-124.18	1.0360	116.33
834	1.0309	-3.24	1.0295	-124.39	1.0313	116.09
836	1.0303	-3.23	1.0287	-124.39	1.0308	116.09
838			1.0285	-124.39		
840	1.0303	-3.23	1.0287	-124.39	1.0308	116.09
842	1.0309	-3.25	1.0294	-124.39	1.0313	116.09
844	1.0307	-3.27	1.0291	-124.42	1.0311	116.06
846	1.0309	-3.32	1.0291	-124.46	1.0313	116.01
848	1.0310	-3.32	1.0291	-124.47	1.0314	116.00
850	1.0176	-2.26	1.0255	-122.70	1.0203	118.01
852	0.9581	-3.11	0.9680	-124.18	0.9637	116.33
854	0.9890	-2.64	0.9978	-123.40	0.9934	117.24
856			0.9977	-123.41		
858	1.0336	-3.17	1.0322	-124.28	1.0338	116.22
860	1.0305	-3.24	1.0291	-124.39	1.0310	116.09
862	1.0303	-3.23	1.0287	-124.39	1.0308	116.09
864	1.0336	-3.17				
888	0.9996	-4.64	0.9983	-125.73	1.0000	114.82
890	0.9167	-5.19	0.9235	-126.78	0.9177	113.98
RG10	1.0177	-2.26	1.0255	-122.70	1.0203	118.01
RG11	1.0359	-3.11	1.0345	-124.18	1.0360	116.33

## A.2 Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos

Tabla A.5 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.

RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA								
ENTRADA DEL SISTEMA								
Nodo: 150								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	1464.033		963.610		1193.182		3620.825	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	581.143		343.278		398.407		1322.829	
POTENCIA APARENTE (kVA)	1575.157		1022.929		1257.940		3854.900	
FACTOR DE POTENCIA	0.9295		0.9420		0.9485		0.9393	
CARGAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA ACTIVA (kW)	1425.276		931.145		1169.135		3525.556	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	1242.9	182.3	822.9	108.2	1026.4	142.7	3092.3	433.2
POTENCIA APARENTE (kVA)	1623.752		1068.781		1331.851		4024.312	
FACTOR DE POTENCIA	0.8778	0.8712	0.8778	0.8761	0.8858	0.8210	0.8786	0.8137
	0.8858	0.8210	0.8786	0.8137	0.8864	0.8137	0.8841	0.8168
PÉRDIDAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	50.461		10.084		34.725		95.269	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	101.642		38.372		51.606		191.620	
POTENCIA APARENTE (kVA)	113.478		39.675		62.201		213.997	
BANCOS DE CAPACITORES								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	250.000		250.000		250.000		750.000	
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	250.0	0.0	250.0	0.0	250.0	0.0	750.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - B (kVar)	271.444		268.058		269.790		809.292	
POTENCIA REACTIVA - C (kVar)	271.4	0.0	268.1	0.0	269.8	0.0	809.3	0.0

Tabla A.6 Resumen de Flujos de Potencia del Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>								
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>								
<b>Nodo: 150</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	1463.861		963.484		1193.153		3620.498	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	582.101		343.687		398.976		1324.765	
POTENCIA APARENTE (kVA)	1575.351		1022.947		1258.092		3855.257	
FACTOR DE POTENCIA	0.9292		0.9419		0.9484		0.9391	
<b>CARGAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA ACTIVA (kW)	1425.022		930.965		1168.900		3524.887	
	1242.8	182.3	822.8	108.1	1026.3	142.6	3091.9	433.0
POTENCIA REACTIVA (kVar)	777.767		524.544		637.773		1940.083	
	651.0	126.7	447.3	77.2	535.9	101.8	1634.3	305.8
POTENCIA APARENTE (kVA)	1623.455		1068.570		1331.571		4023.524	
	1403.0	222.0	936.6	132.9	1157.8	175.2	3497.3	530.1
FACTOR DE POTENCIA	0.8778		0.8712		0.8778		0.8761	
	0.8858	0.8210	0.8786	0.8137	0.8864	0.8137	0.8841	0.8168
<b>PÉRDIDAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	50.540		10.134		34.937		95.611	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	102.653		38.837		52.237		193.727	
POTENCIA APARENTE (kVA)	114.420		40.137		62.844		216.036	
<b>BANCOS DE CAPACITORES</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	250.000		250.000		250.000		750.000	
	250.0	0.0	250.0	0.0	250.0	0.0	750.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	271.290		268.023		269.733		809.046	
	271.3	0.0	268.0	0.0	269.7	0.0	809.0	0.0

Tabla A.7 Perfil de Voltaje obtenido con el algoritmo de solución para el Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.

PERFIL DE VOLTAJE						
SUBESTACIÓN: IEEE 123 NODES			ALIMENTADOR: IEEE 123 NODES			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
1	1.0313	-0.64	1.0413	-120.31	1.0349	119.62
2			1.0411	-120.31		
3					1.0332	119.59
4					1.0327	119.58
5					1.0319	119.57
6					1.0313	119.55
7	1.0220	-1.10	1.0396	-120.56	1.0292	119.37
8	1.0160	-1.41	1.0383	-120.72	1.0254	119.20
9	1.0145	-1.44				
10	1.0062	-1.48				
11	1.0059	-1.49				
12			1.0380	-120.73		
13	1.0080	-1.84	1.0361	-120.96	1.0198	118.92
14	1.0065	-1.47				
15					1.0184	118.89
16					1.0174	118.87
17					1.0179	118.88
18	0.9990	-2.27	1.0320	-121.21	1.0124	118.85
19	0.9977	-2.29				
20	0.9968	-2.31				
21	0.9985	-2.32	1.0321	-121.20	1.0112	118.83
22			1.0306	-121.23		
23	0.9981	-2.37	1.0324	-121.19	1.0101	118.81
24					1.0086	118.79
25	0.9974	-2.43	1.0329	-121.18	1.0092	118.81
26	0.9971	-2.45			1.0024	118.80
27	0.9968	-2.47			1.0024	118.81
28	0.9970	-2.45	1.0331	-121.18	1.0089	118.82
29	0.9969	-2.48	1.0333	-121.17	1.0084	118.81
30	0.9971	-2.48	1.0332	-121.16	1.0080	118.79
31					1.0018	118.79
32					1.0014	118.78
33	0.9955	-2.50				
34					1.0188	118.90
35	0.9962	-2.35	1.0295	-121.29	1.0113	118.79
36	0.9953	-2.37	1.0290	-121.34		
37	0.9945	-2.39				
38			1.0283	-121.35		
39			1.0279	-121.36		

40	0.9947	-2.39	1.0283	-121.34	1.0103	118.74
41					1.0098	118.74
42	0.9931	-2.42	1.0272	-121.39	1.0094	118.71
43			1.0258	-121.41		
44	0.9920	-2.45	1.0265	-121.41	1.0086	118.68
45	0.9915	-2.46				
46	0.9911	-2.47				
47	0.9910	-2.47	1.0254	-121.45	1.0076	118.63
48	0.9907	-2.48	1.0251	-121.45	1.0073	118.62
49	0.9907	-2.48	1.0248	-121.45	1.0072	118.61
50	0.9907	-2.49	1.0249	-121.45	1.0069	118.59
51	0.9905	-2.50	1.0250	-121.45	1.0069	118.60
52	1.0021	-2.22	1.0349	-121.20	1.0165	118.67
53	0.9994	-2.40	1.0341	-121.31	1.0149	118.54
54	0.9978	-2.50	1.0335	-121.39	1.0140	118.46
55	0.9976	-2.50	1.0335	-121.40	1.0140	118.46
56	0.9976	-2.50	1.0333	-121.40	1.0141	118.46
57	0.9947	-2.80	1.0307	-121.59	1.0114	118.24
58			1.0301	-121.60		
59			1.0298	-121.61		
60	0.9882	-3.47	1.0257	-121.98	1.0054	117.79
61	0.9960	-2.67	1.0098	-121.97	1.0134	117.01
62	0.9876	-3.47	1.0247	-121.96	1.0036	117.77
63	0.9871	-3.47	1.0240	-121.95	1.0027	117.75
64	0.9869	-3.45	1.0224	-121.93	1.0009	117.71
65	0.9863	-3.47	1.0221	-121.89	0.9983	117.69
66	0.9865	-3.50	1.0224	-121.86	0.9969	117.69
67	1.0358	-3.72	1.0312	-122.15	1.0346	117.65
68	1.0342	-3.75				
69	1.0325	-3.78				
70	1.0312	-3.80				
71	1.0305	-3.82				
72	1.0362	-3.81	1.0303	-122.25	1.0344	117.53
73					1.0323	117.49
74					1.0304	117.46
75					1.0294	117.44
76	1.0361	-3.88	1.0298	-122.35	1.0350	117.48
77	1.0372	-3.94	1.0309	-122.43	1.0359	117.41
78	1.0375	-3.96	1.0313	-122.44	1.0361	117.39
79	1.0372	-3.97	1.0314	-122.45	1.0360	117.40
80	1.0396	-4.02	1.0330	-122.50	1.0370	117.28
81	1.0418	-4.10	1.0353	-122.54	1.0375	117.18
82	1.0427	-4.13	1.0365	-122.57	1.0383	117.15
83	1.0438	-4.15	1.0376	-122.59	1.0391	117.11
84					1.0350	117.13
85					1.0338	117.11
86	1.0352	-3.91	1.0280	-122.51	1.0365	117.45

87	1.0347	-3.93	1.0272	-122.60	1.0370	117.43
88	1.0346	-3.96				
89	1.0342	-3.92	1.0269	-122.65	1.0374	117.42
90			1.0268	-122.69		
91	1.0340	-3.92	1.0266	-122.66	1.0376	117.41
92					1.0376	117.35
93	1.0337	-3.93	1.0264	-122.68	1.0377	117.41
94	1.0330	-3.94				
95	1.0337	-3.92	1.0260	-122.70	1.0379	117.41
96			1.0258	-122.70		
97	1.0348	-3.77	1.0307	-122.18	1.0339	117.63
98	1.0345	-3.78	1.0304	-122.18	1.0337	117.62
99	1.0348	-3.77	1.0296	-122.19	1.0334	117.58
100	1.0350	-3.77	1.0295	-122.18	1.0329	117.57
101	1.0339	-3.81	1.0304	-122.19	1.0334	117.62
102					1.0319	117.60
103					1.0303	117.57
104					1.0285	117.53
105	1.0326	-3.85	1.0302	-122.23	1.0336	117.65
106			1.0291	-122.26		
107			1.0276	-122.28		
108	1.0311	-3.92	1.0309	-122.25	1.0335	117.69
109	1.0270	-4.00				
110	1.0250	-4.04				
111	1.0243	-4.05				
112	1.0244	-4.05				
113	1.0223	-4.09				
114	1.0219	-4.10				
135	0.9990	-2.27	1.0320	-121.20	1.0124	118.85
150	1.0000	0.00	1.0000	-120.00	1.0000	120.00
151	0.9905	-2.50	1.0250	-121.45	1.0069	118.60
152	1.0080	-1.84	1.0361	-120.96	1.0198	118.92
160	0.9882	-3.47	1.0257	-121.98	1.0053	117.79
197	1.0347	-3.77	1.0307	-122.18	1.0339	117.63
250	0.9971	-2.48	1.0332	-121.16	1.0080	118.79
300	1.0311	-3.92	1.0309	-122.25	1.0335	117.69
450	1.0350	-3.77	1.0295	-122.18	1.0329	117.57
610	0.9960	-2.67	1.0098	-121.97	1.0134	117.01
RG1	1.0437	0.00	1.0438	-120.00	1.0437	120.00
RG2	1.0082	-1.44				
RG3	0.9974	-2.43			1.0029	118.81
RG4	1.0376	-3.47	1.0321	-121.98	1.0368	117.79

Tabla A.8 Perfil de Voltaje del Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos.

PERFIL DE VOLTAJE						
SUBESTACIÓN: IEEE 123 NODES			ALIMENTADOR: IEEE 123 NODES			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
1	1.0311	-0.66	1.0412	-120.33	1.0348	119.60
2			1.0410	-120.33		
3					1.0331	119.57
4					1.0326	119.56
5					1.0318	119.55
6					1.0311	119.53
7	1.0218	-1.13	1.0395	-120.57	1.0291	119.35
8	1.0158	-1.44	1.0382	-120.74	1.0253	119.18
9	1.0144	-1.47				
10	1.0060	-1.50				
11	1.0057	-1.51				
12			1.0379	-120.74		
13	1.0079	-1.87	1.0360	-120.97	1.0196	118.90
14	1.0063	-1.50				
15					1.0183	118.87
16					1.0173	118.85
17					1.0178	118.86
18	0.9988	-2.29	1.0319	-121.22	1.0122	118.83
19	0.9975	-2.31				
20	0.9967	-2.33				
21	0.9983	-2.34	1.0320	-121.22	1.0111	118.81
22			1.0305	-121.25		
23	0.9979	-2.39	1.0323	-121.20	1.0100	118.79
24					1.0085	118.77
25	0.9972	-2.45	1.0328	-121.20	1.0091	118.80
26	0.9970	-2.48			1.0023	118.79
27	0.9966	-2.49			1.0022	118.79
28	0.9968	-2.48	1.0330	-121.19	1.0087	118.80
29	0.9967	-2.50	1.0332	-121.19	1.0083	118.79
30	0.9969	-2.50	1.0331	-121.18	1.0078	118.77
31					1.0017	118.77
32					1.0013	118.77
33	0.9953	-2.52				
34					1.0187	118.88
35	0.9960	-2.38	1.0293	-121.31	1.0112	118.77
36	0.9951	-2.40	1.0288	-121.36		
37	0.9943	-2.41				
38			1.0282	-121.37		
39			1.0278	-121.38		

40	0.9945	-2.42	1.0282	-121.36	1.0101	118.72
41					1.0097	118.71
42	0.9929	-2.45	1.0270	-121.41	1.0092	118.68
43			1.0257	-121.43		
44	0.9918	-2.48	1.0263	-121.44	1.0084	118.65
45	0.9913	-2.49				
46	0.9909	-2.50				
47	0.9908	-2.50	1.0253	-121.47	1.0074	118.61
48	0.9905	-2.51	1.0250	-121.47	1.0072	118.60
49	0.9905	-2.51	1.0247	-121.48	1.0071	118.58
50	0.9905	-2.52	1.0247	-121.47	1.0067	118.57
51	0.9903	-2.53	1.0248	-121.47	1.0067	118.58
52	1.0018	-2.26	1.0348	-121.22	1.0164	118.64
53	0.9991	-2.43	1.0340	-121.34	1.0148	118.51
54	0.9976	-2.53	1.0334	-121.41	1.0138	118.43
55	0.9974	-2.54	1.0334	-121.42	1.0139	118.43
56	0.9974	-2.53	1.0332	-121.43	1.0140	118.43
57	0.9945	-2.83	1.0306	-121.61	1.0113	118.21
58			1.0300	-121.63		
59			1.0296	-121.63		
60	0.9880	-3.51	1.0256	-122.00	1.0052	117.76
61	0.9880	-3.51	1.0256	-122.00	1.0052	117.76
62	0.9872	-3.50	1.0245	-121.98	1.0032	117.75
63	0.9866	-3.49	1.0236	-121.97	1.0022	117.74
64	0.9863	-3.47	1.0217	-121.93	1.0000	117.70
65	0.9856	-3.48	1.0214	-121.89	0.9970	117.70
66	0.9858	-3.51	1.0216	-121.87	0.9955	117.70
67	1.0355	-3.77	1.0311	-122.19	1.0345	117.61
68	1.0340	-3.79				
69	1.0322	-3.83				
70	1.0310	-3.85				
71	1.0303	-3.86				
72	1.0359	-3.86	1.0302	-122.29	1.0343	117.50
73					1.0321	117.46
74					1.0303	117.42
75	1.0359	-3.86	1.0302	-122.29	1.0293	117.40
76	1.0358	-3.92	1.0297	-122.38	1.0349	117.45
77	1.0370	-3.99	1.0308	-122.46	1.0358	117.37
78	1.0373	-4.01	1.0312	-122.48	1.0360	117.35
79	1.0370	-4.02	1.0313	-122.48	1.0359	117.36
80	1.0394	-4.07	1.0329	-122.54	1.0368	117.24
81	1.0415	-4.14	1.0352	-122.57	1.0374	117.14
82	1.0424	-4.18	1.0364	-122.60	1.0382	117.11
83	1.0436	-4.20	1.0375	-122.63	1.0390	117.07
84					1.0348	117.09
85					1.0336	117.07
86	1.0349	-3.95	1.0279	-122.55	1.0364	117.42

87	1.0342	-3.97	1.0272	-122.63	1.0369	117.39
88	1.0342	-4.00				
89	1.0338	-3.96	1.0270	-122.68	1.0373	117.38
90			1.0269	-122.72		
91	1.0336	-3.96	1.0266	-122.69	1.0376	117.36
92					1.0375	117.31
93	1.0333	-3.97	1.0265	-122.71	1.0377	117.37
94	1.0326	-3.98				
95	1.0332	-3.96	1.0261	-122.73	1.0378	117.37
96			1.0258	-122.73		
97	1.0345	-3.82	1.0306	-122.21	1.0338	117.60
98	1.0343	-3.83	1.0303	-122.22	1.0336	117.59
99	1.0346	-3.82	1.0295	-122.23	1.0332	117.55
100	1.0348	-3.82	1.0294	-122.21	1.0328	117.53
101	1.0337	-3.86	1.0303	-122.22	1.0332	117.59
102					1.0318	117.56
103					1.0301	117.53
104					1.0283	117.49
105	1.0323	-3.90	1.0301	-122.27	1.0335	117.61
106			1.0290	-122.29		
107			1.0275	-122.32		
108	1.0309	-3.97	1.0308	-122.28	1.0334	117.65
109	1.0267	-4.05				
110	1.0248	-4.09				
111	1.0240	-4.10				
112	1.0241	-4.10				
113	1.0220	-4.14				
114	1.0216	-4.15				
135	0.9988	-2.29	1.0318	-121.23	1.0122	118.83
150	1.0000	0.00	1.0000	-120.00	1.0000	120.00
151	0.9903	-2.53	1.0248	-121.47	1.0067	118.58
152	1.0078	-1.88	1.0360	-120.98	1.0196	118.89
160	0.9880	-3.52	1.0256	-122.01	1.0052	117.75
197	1.0345	-3.82	1.0306	-122.21	1.0338	117.59
250	0.9969	-2.50	1.0331	-121.18	1.0078	118.77
300	1.0309	-3.97	1.0308	-122.28	1.0334	117.65
450	1.0348	-3.82	1.0294	-122.21	1.0328	117.53
610	0.9880	-3.51	1.0256	-122.00	1.0052	117.76
RG1	1.0437	0.00	1.0438	-120.00	1.0438	120.00
RG2	1.0080	-1.47				
RG3	0.9972	-2.45			1.0028	118.80
RG4	1.0374	-3.52	1.0320	-122.01	1.0366	117.75

### A.3 Caso de Prueba de la Máquina de Inducción

Tabla A.9 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Caso de Prueba de la Máquina de Inducción.

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>									
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>									
<b>Nodo: Source</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	2068.459		1612.023		2024.512		5704.994		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	1187.316		974.543		685.641		2847.500		
POTENCIA APARENTE (kVA)	2385.003		1883.708		2137.464		6376.144		
FACTOR DE POTENCIA	0.8673		0.8558		0.9472		0.8947		
<b>CARGAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	2306.667		1858.204		1335.132		5500.004		
	2306.7	0.0	1858.2	0.0	1335.1	0.0	5500.0	0.0	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	798.934		641.969		683.866		2124.769		
	798.9	0.0	642.0	0.0	683.9	0.0	2124.8	0.0	
POTENCIA APARENTE (kVA)	2441.108		1965.972		1500.084		5896.158		
	2441.1	0.0	1966.0	0.0	1500.1	0.0	5896.2	0.0	
FACTOR DE POTENCIA	0.9449		0.9452		0.8900		0.9328		
	0.9449	1.0000	0.9452	1.0000	0.8900	1.0000	0.9328	1.0000	
<b>PÉRDIDAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	-238.208		-246.181		689.380		204.991		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	388.382		332.575		1.775		722.731		
POTENCIA APARENTE (kVA)	455.613		413.777		689.382		751.240		

**Tabla A.10 Resumen de Flujos de Potencia proporcionado por [30] para el Caso de Prueba de la Máquina de Inducción.**

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>									
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>									
<b>Nodo: Source</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	2068.400		1612.100		2024.600		5705.000		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	1187.300		974.700		685.700		2847.700		
POTENCIA APARENTE (kVA)	2384.900		1883.800		2137.500		6376.200		
FACTOR DE POTENCIA	0.8673		0.8557		0.9471		0.8947		
<b>CARGAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	2306.600		1858.200		1335.200		5500.000		
	2306.6	0.0	1858.2	0.0	1335.2	0.0	5500.0	0.0	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	799.000		641.900		683.900		2124.800		
	799.0	0.0	641.9	0.0	683.9	0.0	2124.8	0.0	
POTENCIA APARENTE (kVA)	2441.066		1965.945		1500.159		5896.166		
	2441.1	0.0	1965.9	0.0	1500.2	0.0	5896.2	0.0	
FACTOR DE POTENCIA	0.9449		0.9452		0.8900		0.9328		
	0.9449	1.0000	0.9452	1.0000	0.8900	1.0000	0.9328	1.0000	
<b>PÉRDIDAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	-238.200		-246.200		689.400		205.000		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	388.300		332.800		1.800		722.900		
POTENCIA APARENTE (kVA)	455.539		413.969		689.402		751.405		

## A.4 Caso de Prueba del Aerogenerador

Tabla A.11 Perfil de Voltaje obtenido con el AS para el Caso de Prueba del Aerogenerador.

PERFIL DE VOLTAJE IEEE 34 N						
SUBESTACIÓN: IEEE 34N WTGU			ALIMENTADOR: IEEE 34N WTGU			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
800	1.0500	0.00	1.0500	-120.00	1.0500	120.00
802	1.0481	-0.01	1.0488	-120.03	1.0489	119.99
806	1.0468	-0.01	1.0480	-120.04	1.0482	119.99
808	1.0225	-0.10	1.0341	-120.35	1.0359	119.96
810			1.0340	-120.36		
812	0.9941	-0.21	1.0189	-120.68	1.0209	119.95
814	0.9713	-0.29	1.0067	-120.94	1.0088	119.96
816	0.9710	-0.29	1.0066	-120.94	1.0086	119.96
818	0.9701	-0.29				
820	0.9453	-0.35				
822	0.9421	-0.36				
824	0.9649	-0.18	0.9994	-120.95	1.0031	119.95
826			0.9992	-120.95		
828	0.9644	-0.17	0.9989	-120.95	1.0027	119.95
830	0.9524	0.03	0.9864	-120.95	0.9914	119.95
832	0.9318	0.43	0.9643	-120.9	0.9718	119.99
834	0.9780	-0.81	0.9930	-120.65	0.9876	118.55
836	0.9291	0.60	0.9606	-120.83	0.9695	120.05
838			0.9604	-120.84		
840	0.9430	0.00	0.9569	-119.86	0.9521	119.34
842	0.9780	-0.81	0.9930	-120.66	0.9876	118.55
844	0.9780	-0.82	0.9927	-120.67	0.9875	118.54
846	0.9786	-0.83	0.9930	-120.68	0.9881	118.53
848	0.9787	-0.83	0.9931	-120.68	0.9882	118.53
850	0.9713	-0.29	1.0067	-120.94	1.0088	119.96
852	0.9318	0.43	0.9643	-120.9	0.9718	119.99
854	0.9521	0.04	0.9861	-120.95	0.9912	119.96
856			0.9860	-120.96		
858	0.9794	-0.86	0.9948	-120.66	0.9888	118.55
860	0.929	0.56	0.9607	-120.86	0.9693	120.02
862	0.9291	0.60	0.9605	-120.83	0.9695	120.05
864	0.9306	0.48				
888	0.8956	-1.25	0.9282	-122.59	0.9353	118.38
890	0.8131	-1.86	0.8534	-123.76	0.8526	117.53
PCC 1	0.9027	-28.61	0.9552	-149.42	0.9614	93.25
PCC 2	0.9390	-29.59	0.9916	-150.30	0.9975	92.25
RG10	0.9713	-0.29	1.0067	-120.94	1.0088	119.96
RG11	0.9318	0.43	0.9643	-120.90	0.9718	119.99

Tabla A.12 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el AS para la Prueba del Aerogenerador.

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>									
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>									
<b>Nodo: 800</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	464.869		410.275		336.224		1211.368		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	265.713		206.742		151.672		624.127		
POTENCIA APARENTE (kVA)	535.450		459.421		368.851		1362.698		
FACTOR DE POTENCIA	0.8682		0.8930		0.9115		0.8889		
<b>GENERACIÓN DISTRIBUIDA</b>									
<b>Nodo: PCC1 SISTEMA DE GENERACIÓN DE TURBINA EÓLICA</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	96.486		95.602		103.703		295.792		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	-58.652		-65.244		-64.921		-188.817		
POTENCIA APARENTE (kVA)	112.914		115.744		122.348		350.920		
FACTOR DE POTENCIA	0.8545		0.8260		0.8476		0.8429		
<b>Nodo: PCC2 SISTEMA DE GENERACIÓN DE TURBINA EÓLICA</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	96.892		95.491		103.713		296.096		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	-59.352		-65.756		-65.969		-191.077		
POTENCIA APARENTE (kVA)	113.625		115.941		122.916		352.396		
FACTOR DE POTENCIA	0.8527		0.8236		0.8438		0.8402		
<b>CARGAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	569.774		556.497		536.727		1662.998		
	341.7	228.1	328.2	228.3	209.2	327.5	879.1	783.9	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	337.123		329.599		320.951		987.673		
	217.6	119.5	208.4	121.2	152.1	168.9	578.1	409.6	
POTENCIA APARENTE (kVA)	662.038		646.780		625.368		1934.182		
	405.1	257.5	388.8	258.5	258.6	368.5	1052.1	884.5	
FACTOR DE POTENCIA	0.8606		0.8604		0.8583		0.8598		
	0.8435	0.8857	0.8441	0.8833	0.8089	0.8888	0.8355	0.8863	
<b>PÉRDIDAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	61.666		40.338		38.254		140.258		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	-2.606		-5.238		-5.791		-13.636		
POTENCIA APARENTE (kVA)	61.721		40.676		38.690		140.919		
<b>BANCOS DE CAPACITORES</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>	
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	250.000		250.000		250.000		750.000		
	250.0	0.0	250.0	0.0	250.0	0.0	750.0	0.0	
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	239.317		246.487		244.001		729.804		
	239.3	0.0	246.5	0.0	244.0	0.0	729.8	0.0	

## A.5 Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares

Tabla A.13 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Potencia Aparente Constante.

RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA								
ENTRADA DEL SISTEMA								
Nodo: 800								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	424.370		382.631		324.395		1131.396	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	145.373		68.923		13.772		228.068	
POTENCIA APARENTE (kVA)	448.579		388.789		324.688		1154.154	
FACTOR DE POTENCIA	0.9460		0.9842		0.9991		0.9803	
GENERACIÓN DISTRIBUIDA								
Nodo: PCC1 SISTEMA FOTOVOLTAICO								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	110.328		110.328		110.328		330.985	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000	
POTENCIA APARENTE (kVA)	110.328		110.328		110.328		330.985	
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	
Nodo: PCC2 SISTEMA FOTOVOLTAICO								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	110.328		110.328		110.328		330.985	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000	
POTENCIA APARENTE (kVA)	110.328		110.328		110.328		330.985	
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	
CARGAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA ACTIVA (kW)	569.503		560.582		546.941		1677.026	
	336.4	233.1	326.7	233.8	211.1	335.8	874.3	802.7
POTENCIA REACTIVA (kVar)	335.291		331.065		326.510		992.867	
	213.2	122.1	207.2	123.9	153.5	173.0	573.9	418.9
POTENCIA APARENTE (kVA)	660.873		651.043		636.988		1948.897	
	398.3	263.1	386.9	264.6	261.0	377.8	1045.9	905.5
FACTOR DE POTENCIA	0.8617		0.8611		0.8586		0.8605	
	0.8446	0.8859	0.8446	0.8836	0.8087	0.8890	0.8360	0.8865
PÉRDIDAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	48.892		38.024		29.425		116.341	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	-17.648		-16.487		-13.589		-47.723	
POTENCIA APARENTE (kVA)	51.980		41.444		32.411		125.749	
BANCOS DE CAPACITORES								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	250.000		250.000		250.000		750.000	
	250.0	0.0	250.0	0.0	250.0	0.0	750.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	227.829		242.319		246.927		717.075	
	227.8	0.0	242.3	0.0	246.9	0.0	717.1	0.0

Tabla A.14 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con OpenDSS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Potencia Aparente Constante.

RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA								
ENTRADA DEL SISTEMA								
Nodo: 800								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	424.353		382.612		324.395		1131.360	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	145.389		68.947		13.790		228.126	
POTENCIA APARENTE (kVA)	448.568		388.774		324.688		1154.130	
FACTOR DE POTENCIA	0.9460		0.9841		0.9991		0.9803	
GENERACIÓN DISTRIBUIDA								
Nodo: PCC1 SISTEMA FOTOVOLTAICO								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	110.327		110.327		110.327		330.981	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000	
POTENCIA APARENTE (kVA)	110.327		110.327		110.327		330.981	
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	
Nodo: PCC2 SISTEMA FOTOVOLTAICO								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	110.327		110.327		110.327		330.981	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000	
POTENCIA APARENTE (kVA)	110.327		110.327		110.327		330.981	
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	
CARGAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA ACTIVA (kW)	562.992		563.641		550.380		1677.013	
	336.4	226.5	326.7	236.9	211.1	339.3	874.3	802.7
POTENCIA REACTIVA (kVar)	334.553		329.081		329.227		992.861	
	213.2	121.3	207.1	121.9	153.5	175.7	573.9	418.9
POTENCIA APARENTE (kVA)	654.894		652.676		641.333		1948.883	
	398.3	257.0	386.9	266.4	261.0	382.0	1045.8	905.5
FACTOR DE POTENCIA	0.8596		0.8635		0.8581		0.8605	
	0.8446	0.8815	0.8446	0.8891	0.8087	0.8880	0.8360	0.8865
PÉRDIDAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	-		-		-		116.337	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	-		-		-		-47.652	
POTENCIA APARENTE (kVA)	-		-		-		125.717	
BANCOS DE CAPACITORES								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	250.000		250.000		250.000		750.000	
	250.0	0.0	250.0	0.0	250.0	0.0	750.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	227.822		242.317		246.923		717.062	
	227.8	0.0	242.3	0.0	246.9	0.0	717.0	0.0

Tabla A.15 Perfil de Voltaje obtenido con el AS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Potencia Aparente Constante.

PERFIL DE VOLTAJE IEEE 34 N						
SUBESTACIÓN: IEEE 34N PV			ALIMENTADOR: IEEE 34N PV			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
800	1.0500	0.00	1.0500	-120.00	1.0500	120.00
802	1.0484	-0.02	1.0491	-120.04	1.0493	119.98
806	1.0473	-0.03	1.0485	-120.07	1.0488	119.96
808	1.0271	-0.28	1.0384	-120.57	1.0404	119.69
810			1.0383	-120.57		
812	1.0035	-0.58	1.0277	-121.12	1.0301	119.39
814	0.9846	-0.82	1.0191	-121.55	1.0218	119.16
816	0.9843	-0.82	1.0189	-121.55	1.0216	119.16
818	0.9834	-0.82				
820	0.9589	-0.88				
822	0.9558	-0.89				
824	0.9797	-0.80	1.0131	-121.67	1.0175	119.03
826			1.0129	-121.67		
828	0.9793	-0.80	1.0127	-121.68	1.0171	119.02
830	0.9702	-0.79	1.0031	-121.88	1.0086	118.78
832	0.9550	-0.75	0.9861	-122.23	0.9941	118.36
834	0.9540	-0.75	0.9843	-122.32	0.9932	118.23
836	0.9542	-0.71	0.9842	-122.30	0.9935	118.25
838			0.9840	-122.30		
840	0.9543	-0.71	0.9843	-122.30	0.9936	118.26
842	0.9540	-0.75	0.9843	-122.33	0.9932	118.23
844	0.9540	-0.77	0.9841	-122.35	0.9932	118.21
846	0.9549	-0.79	0.9847	-122.37	0.9941	118.18
848	0.9550	-0.79	0.9848	-122.38	0.9942	118.17
850	0.9846	-0.82	1.0191	-121.55	1.0217	119.16
852	0.9551	-0.75	0.9861	-122.23	0.9941	118.36
854	0.9700	-0.79	1.0029	-121.89	1.0084	118.77
856			1.0028	-121.89		
858	0.9545	-0.75	0.9852	-122.27	0.9936	118.30
860	0.9539	-0.73	0.9842	-122.31	0.9932	118.24
862	0.9542	-0.71	0.9842	-122.30	0.9935	118.25
864	0.9545	-0.75				
888	0.9187	-2.38	0.9500	-123.87	0.9577	116.78
890	0.8363	-2.95	0.8751	-125.02	0.8751	115.92
PCC 1	0.9615	1.09	0.9913	-120.60	1.0005	119.92
PCC 2	0.9622	1.00	0.9917	-120.68	1.0012	119.83
RG10	0.9846	-0.82	1.0191	-121.55	1.0218	119.16
RG11	0.9551	-0.75	0.9861	-122.23	0.9941	118.36

Tabla A.16 Perfil de Voltaje obtenido con OpenDSS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Potencia Aparente Constante.

PERFIL DE VOLTAJE IEEE 34 N						
SUBESTACIÓN: IEEE 34N PV			ALIMENTADOR: IEEE 34N PV			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
800	1.0500	0.00	1.0500	-120.00	1.0500	120.00
802	1.0484	0.00	1.0491	-120.00	1.0493	120.00
806	1.0473	0.00	1.0485	-120.10	1.0488	120.00
808	1.0271	-0.30	1.0384	-120.60	1.0404	119.70
810			1.0383	-120.60		
812	1.0035	-0.60	1.0277	-121.10	1.0301	119.40
814	0.9846	-0.80	1.0191	-121.50	1.0217	119.20
816	0.9843	-0.80	1.0189	-121.60	1.0216	119.20
818	0.9833	-0.80				
820	0.9589	-0.90				
822	0.9558	-0.90				
824	0.9797	-0.80	1.0131	-121.70	1.0175	119.00
826			1.0129	-121.70		
828	0.9793	-0.80	1.0127	-121.70	1.0171	119.00
830	0.9702	-0.80	1.0031	-121.90	1.0086	118.80
832	0.9550	-0.80	0.9861	-122.20	0.9941	118.40
834	0.9540	-0.80	0.9843	-122.30	0.9932	118.20
836	0.9542	-0.70	0.9842	-122.30	0.9935	118.30
838			0.9840	-122.30		
840	0.9543	-0.70	0.9843	-122.30	0.9936	118.30
842	0.9540	-0.80	0.9843	-122.30	0.9932	118.20
844	0.9540	-0.80	0.9841	-122.30	0.9932	118.20
846	0.9549	-0.80	0.9847	-122.40	0.9941	118.20
848	0.9550	-0.80	0.9848	-122.40	0.9942	118.20
850	0.9846	-0.80	1.0190	-121.50	1.0217	119.20
852	0.9550	-0.80	0.9861	-122.20	0.9941	118.40
854	0.9700	-0.80	1.0029	-121.90	1.0084	118.80
856			1.0028	-121.90		
858	0.9545	-0.80	0.9852	-122.30	0.9936	118.30
860	0.9539	-0.70	0.9842	-122.30	0.9932	118.20
862	0.9542	-0.70	0.9842	-122.30	0.9935	118.30
864	0.9545	-0.80				
888	0.9187	-2.40	0.9500	-123.90	0.9577	116.80
890	0.8363	-3.00	0.8751	-125.00	0.8751	115.90
PCC 1	0.9615	1.10	0.9913	-120.60	1.0005	119.90
PCC 2	0.9622	1.00	0.9917	-120.70	1.0012	119.80
RG10	0.9846	-0.80	1.0191	-121.50	1.0217	119.20
RG11	0.9550	-0.80	0.9861	-122.20	0.9941	118.40

Tabla A.17 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con el algoritmo de solución para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Impedancia Constante.

RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA								
ENTRADA DEL SISTEMA								
Nodo: 800								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	443.359		386.383		323.861		1153.603	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	146.318		68.742		14.606		229.666	
POTENCIA APARENTE (kVA)	466.879		392.451		324.190		1176.242	
FACTOR DE POTENCIA	0.9496		0.9845		0.9990		0.9808	
GENERACIÓN DISTRIBUIDA								
Nodo: PCC1 SISTEMA FOTOVOLTAICO								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	100.755		108.644		110.271		319.669	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000	
POTENCIA APARENTE (kVA)	100.755		108.644		110.271		319.669	
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	
Nodo: PCC2 SISTEMA FOTOVOLTAICO								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	100.903		108.745		110.411		320.059	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000	
POTENCIA APARENTE (kVA)	100.903		108.745		110.411		320.059	
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	
CARGAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELT
							A	A
POTENCIA ACTIVA (kW)	567.300		560.801		546.202		1674.303	
	334.9	232.4	327.1	233.7	210.9	335.3	872.9	801.4
POTENCIA REACTIVA (kVar)	333.804		331.262		326.084		991.150	
	212.1	121.7	207.4	123.8	153.4	172.7	572.8	418.3
POTENCIA APARENTE (kVA)	658.221		651.331		636.135		1945.680	
	396.4	262.4	387.3	264.5	260.8	377.2	1044.1	904.0
FACTOR DE POTENCIA	0.8619		0.8610		0.8586		0.8605	
	0.844	0.885	0.844	0.883	0.808	0.889	0.8360	0.8865
	8	8	5	6	8	0		
PÉRDIDAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	51.543		37.837		29.648		119.028	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	-16.322		-16.467		-13.973		-46.762	
POTENCIA APARENTE (kVA)	54.065		41.265		32.776		127.884	
BANCOS DE CAPACITORES								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELT
							A	A
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	250.000		250.000		250.000		750.000	
	250.0	0.0	250.0	0.0	250.0	0.0	750.0	0.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	225.309		242.884		246.529		714.723	
	225.3	0.0	242.9	0.0	246.5	0.0	714.7	0.0

**Tabla A.18 Resumen de Flujos de Potencia obtenido con OpenDSS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Impedancia Constante.**

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>									
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>									
<b>Nodo: 800</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	443.324		386.349		323.849		1153.522		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	146.321		68.756		14.616		229.693		
POTENCIA APARENTE (kVA)	466.847		392.419		324.179		1176.168		
FACTOR DE POTENCIA	0.9496		0.9845		0.9990		0.9807		
<b>GENERACIÓN DISTRIBUIDA</b>									
<b>Nodo: PCC1 SISTEMA FOTOVOLTAICO</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	100.758		108.647		110.273		319.678		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000		
POTENCIA APARENTE (kVA)	100.758		108.647		110.273		319.678		
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000		
<b>Nodo: PCC2 SISTEMA FOTOVOLTAICO</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	100.906		108.748		110.414		320.068		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000		
POTENCIA APARENTE (kVA)	100.906		108.748		110.414		320.068		
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000		
<b>CARGAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELL A</b>	<b>DELT A</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	560.592		564.168		549.542		1674.302		
	334.9	225.7	327.1	237.0	210.9	338.6	872.9	801.4	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	332.386		329.401		329.356		991.143		
	212.1	120.3	207.4	122.0	153.4	176.0	572.8	418.3	
POTENCIA APARENTE (kVA)	651.723		653.292		640.681		1945.675		
	396.4	255.8	387.3	266.6	260.8	381.6	1043.9	904.0	
FACTOR DE POTENCIA	0.8602		0.8636		0.8577		0.8605		
	0.844	0.882	0.844	0.889	0.808	0.887			
	8	4	5	2	8	3	0.8360	0.8865	
<b>PÉRDIDAS</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
POTENCIA ACTIVA (kW)	-		-		-		119.016		
POTENCIA REACTIVA (kVar)	-		-		-		-46.699		
POTENCIA APARENTE (kVA)	-		-		-		127.850		
<b>BANCOS DE CAPACITORES</b>									
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>		
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELL A</b>	<b>DELT A</b>	
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	250.000		250.000		250.000		750.000		
	250.0	0.0	250.0	0.0	250.0	0.0	750.0	0.0	
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	225.304		242.883		246.527		714.714		
	225.3	0.0	242.9	0.0	246.5	0.0	714.7	0.0	

Tabla A.19 Perfil de Voltaje obtenido con el AS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Impedancia Constante.

PERFIL DE VOLTAJE IEEE 34 N						
SUBESTACIÓN: IEEE 34N PV			ALIMENTADOR: IEEE 34N PV			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
800	1.0500	0.00	1.0500	-120.00	1.0500	120.00
802	1.0483	-0.02	1.0491	-120.04	1.0492	119.98
806	1.0472	-0.04	1.0485	-120.07	1.0488	119.96
808	1.0262	-0.32	1.0387	-120.57	1.0402	119.71
810			1.0385	-120.57		
812	1.0017	-0.67	1.0281	-121.13	1.0298	119.43
814	0.9820	-0.94	1.0197	-121.56	1.0213	119.22
816	0.9817	-0.94	1.0196	-121.57	1.0212	119.21
818	0.9808	-0.95				
820	0.9563	-1.01				
822	0.9531	-1.01				
824	0.9768	-0.94	1.0139	-121.69	1.0170	119.09
826			1.0137	-121.69		
828	0.9764	-0.94	1.0135	-121.70	1.0167	119.08
830	0.9666	-0.95	1.0040	-121.91	1.0081	118.85
832	0.9502	-0.97	0.9872	-122.26	0.9933	118.45
834	0.9488	-0.98	0.9854	-122.36	0.9924	118.33
836	0.9489	-0.95	0.9854	-122.33	0.9927	118.36
838			0.9852	-122.34		
840	0.9490	-0.95	0.9855	-122.33	0.9928	118.36
842	0.9488	-0.99	0.9854	-122.36	0.9924	118.33
844	0.9488	-1.00	0.9853	-122.38	0.9924	118.31
846	0.9496	-1.03	0.9858	-122.41	0.9933	118.28
848	0.9497	-1.03	0.9859	-122.41	0.9934	118.28
850	0.9820	-0.94	1.0197	-121.56	1.0213	119.22
852	0.9502	-0.97	0.9872	-122.26	0.9933	118.45
854	0.9664	-0.95	1.0037	-121.91	1.0079	118.85
856			1.0036	-121.92		
858	0.9495	-0.98	0.9863	-122.30	0.9929	118.40
860	0.9487	-0.97	0.9853	-122.35	0.9924	118.34
862	0.9489	-0.95	0.9853	-122.33	0.9927	118.36
864	0.9495	-0.98				
888	0.9140	-2.61	0.9511	-123.90	0.9569	116.88
890	0.8316	-3.20	0.8762	-125.05	0.8742	116.04
PCC 1	0.9556	0.72	0.9923	-120.66	0.9997	120.03
PCC 2	0.9563	0.63	0.9928	-120.74	1.0004	119.94
RG10	0.9820	-0.94	1.0197	-121.56	1.0213	119.22
RG11	0.9502	-0.97	0.9872	-122.26	0.9933	118.45

Tabla A.20 Perfil de Voltaje obtenido con OpenDSS para el Caso de Prueba del Arreglo de Paneles Solares modelado como Impedancia Constante.

PERFIL DE VOLTAJE IEEE 34 N						
SUBESTACIÓN: IEEE 34N PV			ALIMENTADOR: IEEE 34N PV			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
800	1.0500	0.00	1.0500	-120.00	1.0500	120.00
802	1.0483	0.00	1.0491	-120.00	1.0492	120.00
806	1.0472	0.00	1.0485	-120.10	1.0488	120.00
808	1.0262	-0.30	1.0387	-120.60	1.0402	119.70
810			1.0385	-120.60		
812	1.0017	-0.70	1.0282	-121.10	1.0298	119.40
814	0.9820	-0.90	1.0197	-121.60	1.0213	119.20
816	0.9817	-0.90	1.0196	-121.60	1.0212	119.20
818	0.9808	-0.90				
820	0.9563	-1.00				
822	0.9531	-1.00				
824	0.9768	-0.90	1.0139	-121.70	1.0170	119.10
826			1.0137	-121.70		
828	0.9764	-0.90	1.0135	-121.70	1.0167	119.10
830	0.9666	-1.00	1.0040	-121.90	1.0081	118.90
832	0.9502	-1.00	0.9872	-122.30	0.9933	118.50
834	0.9488	-1.00	0.9854	-122.40	0.9924	118.30
836	0.9489	-1.00	0.9854	-122.30	0.9927	118.40
838			0.9852	-122.30		
840	0.9490	-0.90	0.9855	-122.30	0.9928	118.40
842	0.9488	-1.00	0.9854	-122.40	0.9924	118.30
844	0.9488	-1.00	0.9853	-122.40	0.9924	118.30
846	0.9496	-1.00	0.9858	-122.40	0.9933	118.30
848	0.9497	-1.00	0.9859	-122.40	0.9934	118.30
850	0.9820	-0.90	1.0197	-121.60	1.0213	119.20
852	0.9502	-1.00	0.9872	-122.30	0.9933	118.50
854	0.9664	-1.00	1.0037	-121.90	1.0079	118.80
856			1.0036	-121.90		
858	0.9495	-1.00	0.9864	-122.30	0.9929	118.40
860	0.9487	-1.00	0.9853	-122.30	0.9924	118.30
862	0.9489	-1.00	0.9853	-122.30	0.9927	118.40
864	0.9495	-1.00				
888	0.9140	-2.60	0.9511	-123.90	0.9569	116.90
890	0.8316	-3.20	0.8762	-125.10	0.8742	116.00
PCC 1	0.9556	0.70	0.9923	-120.70	0.9997	120.00
PCC 2	0.9563	0.60	0.9928	-120.70	1.0004	119.90
RG10	0.9820	-0.90	1.0197	-121.60	1.0213	119.20
RG11	0.9502	-1.00	0.9872	-122.30	0.9933	118.50

# Apéndice B: Resultados de la Herramienta Computacional

## B.1 Condición Inicial del Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos Modificado

Tabla B.1 Resumen de Flujos de Potencia Óptimos del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado.

RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA								
ENTRADA DEL SISTEMA								
<b>Nodo: 150</b>								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	1211.439		738.463		950.406		2900.308	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	534.700		300.549		364.029		1199.277	
POTENCIA APARENTE (kVA)	1324.193		797.281		1017.737		3138.479	
FACTOR DE POTENCIA	0.9149		0.9262		0.9338		0.9241	
GENERACIÓN DISTRIBUIDA								
<b>Nodo: 611 SISTEMA DE GENERACIÓN DE TURBINA EÓLICA</b>								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	93.704		87.945		86.770		268.419	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	35.239		42.662		35.464		113.365	
POTENCIA APARENTE (kVA)	100.111		97.747		93.737		291.377	
FACTOR DE POTENCIA	0.9360		0.8997		0.9257		0.9212	
<b>Nodo: 612 SISTEMA FOTOVOLTAICO</b>								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	100.836		109.060		105.675		315.571	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000	
POTENCIA APARENTE (kVA)	100.836		109.060		105.675		315.571	
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	
CARGAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA ACTIVA (kW)	1377.295		904.834		1130.223		3412.352	
	1204.0	173.3	803.1	101.7	998.0	132.3	3005.1	407.3
POTENCIA REACTIVA (kVar)	750.208		508.643		614.694		1873.546	
	630.2	120.0	436.0	72.6	520.2	94.5	1586.4	287.1
POTENCIA APARENTE (kVA)	1568.360		1037.999		1286.566		3892.855	
	1358.9	210.8	913.9	124.9	1125.4	162.5	3398.1	498.3
FACTOR DE POTENCIA	0.8782		0.8717		0.8785		0.8766	
	0.8860	0.8221	0.8788	0.8137	0.8868	0.8137	0.8843	0.8173
PÉRDIDAS								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
POTENCIA ACTIVA (kW)	45.868		5.155		20.923		71.946	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	173.840		132.710		135.619		442.168	
POTENCIA APARENTE (kVA)	179.789		132.810		137.223		447.983	

BANCOS DE CAPACITORES								
	FASE A		FASE B		FASE C		TOTAL	
	A-N	A-B	B-N	B-C	C-N	C-A	ESTRELLA	DELTA
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	350.000		350.000		350.000		1050.000	
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	250.0	100.0	250.0	100.0	250.0	100.0	750.0	300.0
	324.107		345.138		333.827		1003.072	
	228.4	95.7	247.1	98.0	235.4	98.4	711.0	292.1

Tabla B.2 Flujos de Potencia Parcial de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado.

NODO 150 - NODO 1				NODO 1 - NODO 150			
<b>FASE A:</b>	551.34	-23.82	AMP/GD	<b>FASE A:</b>	551.34	-23.82	AMP/GD
<b>FASE B:</b>	331.95	-142.15	AMP/GD	<b>FASE B:</b>	331.96	-142.15	AMP/GD
<b>FASE C:</b>	423.74	99.04	AMP/GD	<b>FASE C:</b>	423.74	99.04	AMP/GD
NODO 13 - NODO 18				NODO 18 - NODO 13			
<b>FASE A:</b>	229.04	-30.16	AMP/GD	<b>FASE A:</b>	229.04	-30.16	AMP/GD
<b>FASE B:</b>	154.82	-155.03	AMP/GD	<b>FASE B:</b>	154.82	-155.03	AMP/GD
<b>FASE C:</b>	156.15	88.99	AMP/GD	<b>FASE C:</b>	156.16	88.99	AMP/GD
NODO 60 - NODO 62				NODO 62 - NODO 60			
<b>FASE A:</b>	45.12	-40.40	AMP/GD	<b>FASE A:</b>	45.12	-40.41	AMP/GD
<b>FASE B:</b>	51.61	-149.95	AMP/GD	<b>FASE B:</b>	51.61	-149.95	AMP/GD
<b>FASE C:</b>	80.35	92.86	AMP/GD	<b>FASE C:</b>	80.35	92.86	AMP/GD

Tabla B.3 Perfil de Voltaje de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado.

PERFIL DE VOLTAJE IEEE 13 N MOD						
SUBESTACIÓN: IEEE 13N MOD			ALIMENTADOR: IEEE 13N MOD			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
1	0.9887	-0.58	0.9984	-120.25	0.9920	119.70
2			0.9982	-120.25		
3					0.9903	119.67
4					0.9898	119.66
5					0.9891	119.65
6					0.9884	119.63
7	0.9802	-1.00	0.9973	-120.45	0.9869	119.52
8	0.9748	-1.28	0.9965	-120.59	0.9835	119.39
9	0.9733	-1.31				
10	0.9713	-1.35				
11	0.9710	-1.36				
12			0.9962	-120.59		
13	0.9676	-1.66	0.9949	-120.77	0.9785	119.17
14	0.9716	-1.34				

15					0.9771	119.14
16					0.9761	119.12
17					0.9766	119.13
18	0.9587	-2.10	0.9908	-121.02	0.9709	119.09
19	0.9574	-2.13				
20	0.9565	-2.15				
21	0.9582	-2.16	0.9908	-121.02	0.9697	119.06
22			0.9894	-121.05		
23	0.9578	-2.21	0.9912	-121.00	0.9685	119.04
24					0.9670	119.01
25	0.9572	-2.27	0.9916	-120.99	0.9676	119.04
26	0.9570	-2.30			0.9671	119.03
27	0.9566	-2.32			0.9671	119.04
28	0.9569	-2.30	0.9918	-120.99	0.9673	119.05
29	0.9567	-2.32	0.9920	-120.99	0.9668	119.04
30	0.9570	-2.32	0.9919	-120.97	0.9663	119.01
31					0.9665	119.02
32					0.9661	119.01
33	0.9553	-2.34				
34					0.9775	119.15
35	0.9560	-2.19	0.9882	-121.11	0.9698	119.02
36	0.9551	-2.21	0.9877	-121.16		
37	0.9543	-2.23				
38			0.9870	-121.17		
39			0.9866	-121.18		
40	0.9544	-2.23	0.9871	-121.16	0.9688	118.98
41					0.9683	118.97
42	0.9528	-2.27	0.9860	-121.21	0.9679	118.94
43			0.9847	-121.24		
44	0.9518	-2.30	0.9853	-121.24	0.9671	118.90
45	0.9512	-2.31				
46	0.9508	-2.32				
47	0.9507	-2.32	0.9842	-121.27	0.9661	118.86
48	0.9505	-2.33	0.9839	-121.28	0.9659	118.85
49	0.9504	-2.33	0.9836	-121.28	0.9657	118.83
50	0.9504	-2.34	0.9836	-121.27	0.9654	118.82
51	0.9502	-2.35	0.9837	-121.27	0.9654	118.82
52	0.9627	-1.96	0.9944	-120.95	0.9761	119.02
53	0.9605	-2.09	0.9940	-121.04	0.9750	118.93
54	0.9593	-2.17	0.9937	-121.09	0.9743	118.88
55	0.9591	-2.17	0.9936	-121.10	0.9744	118.88
56	0.9591	-2.17	0.9934	-121.11	0.9745	118.88
57	0.9569	-2.39	0.9920	-121.23	0.9724	118.74
58			0.9913	-121.24		
59			0.9910	-121.25		
60	0.9517	-2.90	0.9892	-121.48	0.9678	118.44
61	0.9517	-2.90	0.9892	-121.48	0.9678	118.44
62	0.9511	-2.90	0.9883	-121.46	0.9660	118.42

63	0.9505	-2.89	0.9876	-121.46	0.9652	118.41
64	0.9504	-2.88	0.9860	-121.43	0.9633	118.36
65	0.9498	-2.90	0.9857	-121.39	0.9606	118.34
66	0.9501	-2.93	0.9860	-121.36	0.9592	118.34
67	0.9501	-3.09	0.9892	-121.59	0.9665	118.38
68	0.9485	-3.13				
69	0.9466	-3.17				
70	0.9452	-3.20				
71	0.9444	-3.21				
72	0.9506	-3.16	0.9887	-121.66	0.9663	118.29
73					0.9641	118.24
74					0.9623	118.21
75					0.9612	118.18
76	0.9506	-3.20	0.9884	-121.73	0.9670	118.26
77	0.9516	-3.27	0.9894	-121.82	0.9677	118.18
78	0.9518	-3.29	0.9898	-121.83	0.9679	118.16
79	0.9516	-3.30	0.9899	-121.83	0.9678	118.17
80	0.9537	-3.35	0.9914	-121.89	0.9685	118.05
81	0.9556	-3.44	0.9937	-121.92	0.9689	117.95
82	0.9564	-3.48	0.9949	-121.95	0.9696	117.92
83	0.9574	-3.50	0.9960	-121.98	0.9704	117.88
84					0.9662	117.89
85					0.9649	117.87
86	0.9501	-3.14	0.9876	-121.81	0.9688	118.32
87	0.9497	-3.11	0.9873	-121.84	0.9699	118.35
88	0.9496	-3.14				
89	0.9495	-3.07	0.9873	-121.85	0.9705	118.38
90			0.9872	-121.89		
91	0.9494	-3.04	0.9873	-121.83	0.9710	118.39
92					0.9708	118.33
93	0.9492	-3.02	0.9874	-121.82	0.9714	118.42
94	0.9485	-3.04				
95	0.9494	-2.97	0.9873	-121.79	0.9719	118.46
96			0.9871	-121.80		
97	0.9495	-3.13	0.9892	-121.60	0.9661	118.38
98	0.9497	-3.11	0.9895	-121.59	0.9663	118.40
99	0.9509	-3.04	0.9897	-121.56	0.9668	118.41
100	0.9516	-3.02	0.9902	-121.52	0.9668	118.42
101	0.9487	-3.18	0.9889	-121.61	0.9655	118.37
102					0.9639	118.34
103					0.9622	118.30
104					0.9602	118.26
105	0.9473	-3.22	0.9887	-121.66	0.9658	118.40
106			0.9875	-121.68		
107			0.9860	-121.71		
108	0.9458	-3.30	0.9894	-121.67	0.9656	118.44
109	0.9416	-3.38				
110	0.9396	-3.42				

111	0.9388	-3.44				
112	0.9390	-3.44				
113	0.9369	-3.48				
114	0.9365	-3.49				
135	0.9587	-2.10	0.9908	-121.02	0.9709	119.09
150	1.0000	0.00	1.0000	-120.00	1.0000	120.00
151	0.9502	-2.35	0.9837	-121.27	0.9654	118.82
152	0.9676	-1.66	0.9949	-120.77	0.9785	119.17
160	0.9517	-2.90	0.9892	-121.48	0.9678	118.44
195	0.9494	-2.97	0.9873	-121.79	0.9719	118.46
197	0.9495	-3.13	0.9892	-121.60	0.9661	118.38
250	0.9570	-2.32	0.9919	-120.97	0.9663	119.01
300	0.9458	-3.30	0.9894	-121.67	0.9656	118.44
450	0.9529	-2.93	0.9918	-121.46	0.9680	118.49
451	0.9529	-2.93	0.9918	-121.46	0.9680	118.49
610	0.9601	-2.06	0.9729	-121.45	0.9755	117.60
611	0.9834	-32.92	1.0080	-149.51	0.9696	90.28
612	0.9560	-1.31	0.9942	-120.13	0.9787	120.12
RG1	1.0000	0.00	1.0000	-120.00	1.0000	120.00
RG2	0.9733	-1.31				
RG3	0.9572	-2.27			0.9676	119.04
RG4	0.9517	-2.90	0.9892	-121.48	0.9678	118.44

## B.2 Alimentador de Prueba del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado

Tabla B.4 Perfil de Voltaje de la Condición Inicial del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado.

PERFIL DE VOLTAJE IEEE 13 N MOD						
SUBESTACIÓN: IEEE 13N MOD			ALIMENTADOR: IEEE 13N MOD			
NODO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO	MAGNITUD	ÁNGULO
	A-N		B-N		C-N	
1	0.9923	-0.48	0.9983	-120.22	0.9939	119.67
2			0.9980	-120.23		
3					0.9923	119.64
4					0.9917	119.63
5					0.9910	119.62
6					0.9903	119.60
7	0.9859	-0.82	0.9963	-120.41	0.9896	119.46
8	0.9817	-1.05	0.9949	-120.53	0.9867	119.32
9	0.9803	-1.08				
10	0.9603	-1.11				
11	0.9600	-1.12				
12			0.9946	-120.54		
13	0.9765	-1.35	0.9925	-120.70	0.9823	119.08
14	0.9606	-1.11				
15					0.9809	119.05
16					0.9799	119.03
17					0.9805	119.04
18	0.9722	-1.58	0.9866	-120.90	0.9755	118.87
19	0.9708	-1.61				
20	0.9700	-1.63				
21	0.9718	-1.63	0.9866	-120.90	0.9744	118.84
22			0.9852	-120.92		
23	0.9715	-1.68	0.9869	-120.88	0.9732	118.82
24					0.9718	118.79
25	0.9710	-1.73	0.9873	-120.87	0.9724	118.81
26	0.9610	-1.75	0.9615	118.80		
27	0.9608	-1.76	0.9614	118.80		
28	0.9707	-1.76	0.9875	-120.87	0.9720	118.82
29	0.9705	-1.78	0.9877	-120.86	0.9716	118.81
30	0.9708	-1.78	0.9876	-120.85	0.9711	118.78
31					0.9609	118.79
32					0.9605	118.78
33	0.9600	-1.77				
34					0.9813	119.06
35	0.9713	-1.59	0.9834	-120.97	0.9746	118.76
36	0.9707	-1.59	0.9827	-121.01		

37	0.9703	-1.60				
38			0.9821	-121.03		
39			0.9817	-121.04		
40	0.9709	-1.58	0.9817	-121.01	0.9737	118.69
41					0.9733	118.68
42	0.9704	-1.57	0.9800	-121.05	0.9729	118.62
43			0.9787	-121.07		
44	0.9701	-1.56	0.9789	-121.07	0.9721	118.57
45	0.9701	-1.56				
46	0.9700	-1.57				
47	0.9698	-1.56	0.9775	-121.09	0.9712	118.51
48	0.9696	-1.56	0.9772	-121.10	0.9710	118.50
49	0.9698	-1.55	0.9768	-121.10	0.9709	118.48
50	0.9700	-1.56	0.9768	-121.09	0.9706	118.46
51	0.9699	-1.56	0.9768	-121.09	0.9706	118.46
52	0.9719	-1.63	0.9920	-120.87	0.9807	118.95
53	0.9699	-1.76	0.9916	-120.96	0.9799	118.87
54	0.9688	-1.83	0.9912	-121.01	0.9794	118.82
55	0.9686	-1.84	0.9911	-121.02	0.9795	118.82
56	0.9686	-1.83	0.9909	-121.03	0.9796	118.82
57	0.9665	-2.05	0.9895	-121.15	0.9781	118.70
58			0.9888	-121.17		
59			0.9885	-121.17		
60	0.9618	-2.53	0.9867	-121.41	0.9748	118.44
61	0.9618	-2.53	0.9867	-121.41	0.9748	118.44
62	0.9612	-2.53	0.9858	-121.40	0.9739	118.42
63	0.9607	-2.52	0.9850	-121.40	0.9736	118.41
64	0.9605	-2.50	0.9834	-121.39	0.9728	118.37
65	0.9600	-2.51	0.9832	-121.37	0.9715	118.36
66	0.9601	-2.52	0.9833	-121.35	0.9709	118.35
67	1.0107	-2.70	0.9634	-121.52	0.9662	118.35
68	1.0092	-2.73				
69	1.0074	-2.77				
70	1.0061	-2.79				
71	1.0054	-2.81				
72	1.0114	-2.76	0.9626	-121.58	0.9661	118.25
73					0.9639	118.21
74					0.9620	118.17
75					0.9609	118.15
76	1.0115	-2.79	0.9622	-121.66	0.9668	118.22
77	1.0127	-2.86	0.9631	-121.74	0.9675	118.13
78	1.0131	-2.88	0.9635	-121.75	0.9676	118.11
79	1.0128	-2.89	0.9636	-121.76	0.9675	118.12
80	1.0152	-2.94	0.9650	-121.81	0.9682	118.00
81	1.0174	-3.02	0.9671	-121.83	0.9685	117.88
82	1.0183	-3.06	0.9683	-121.86	0.9692	117.85
83	1.0195	-3.08	0.9693	-121.89	0.9699	117.80
84					0.9657	117.83

85					0.9645	117.80
86	1.0113	-2.72	0.9611	-121.74	0.9687	118.27
87	1.0111	-2.68	0.9607	-121.78	0.9698	118.30
88	1.0111	-2.71				
89	1.0109	-2.64	0.9607	-121.79	0.9706	118.32
90			0.9606	-121.83		
91	1.0109	-2.61	0.9606	-121.77	0.9710	118.33
92					0.9709	118.27
93	1.0107	-2.58	0.9606	-121.76	0.9714	118.36
94	1.0100	-2.59				
95	1.0109	-2.53	0.9606	-121.74	0.9720	118.40
96			0.9603	-121.74		
97	1.0101	-2.73	0.9633	-121.52	0.9658	118.35
98	1.0103	-2.71	0.9636	-121.51	0.9660	118.36
99	1.0114	-2.64	0.9639	-121.48	0.9665	118.36
100	1.0120	-2.62	0.9645	-121.44	0.9666	118.36
101	1.0093	-2.77	0.9630	-121.54	0.9652	118.33
102					0.9637	118.30
103					0.9619	118.27
104					0.9600	118.23
105	1.0080	-2.81	0.9628	-121.59	0.9655	118.36
106			0.9616	-121.61		
107			0.9600	-121.65		
108	1.0065	-2.88	0.9635	-121.60	0.9654	118.41
109	1.0024	-2.96				
110	1.0004	-3.00				
111	0.9997	-3.02				
112	0.9998	-3.01				
113	0.9977	-3.05				
114	0.9973	-3.06				
135	0.9722	-1.58	0.9866	-120.90	0.9755	118.87
150	1.0000	0.00	1.0000	-120.00	1.0000	120.00
151	0.9699	-1.56	0.9768	-121.09	0.9706	118.46
152	0.9765	-1.34	0.9925	-120.70	0.9823	119.08
160	0.9618	-2.53	0.9867	-121.41	0.9748	118.44
195	1.0109	-2.53	0.9606	-121.74	0.9720	118.40
197	1.0101	-2.73	0.9633	-121.52	0.9658	118.35
250	0.9708	-1.78	0.9876	-120.85	0.9711	118.78
300	1.0065	-2.88	0.9635	-121.60	0.9654	118.41
450	1.0133	-2.54	0.9662	-121.37	0.9677	118.43
451	1.0133	-2.54	0.9662	-121.37	0.9677	118.43
610	0.9673	-1.98	0.9759	-121.40	0.9801	117.88
611	1.0400	-29.89	0.9807	-150.11	0.9751	88.07
612	1.0180	-0.86	0.9673	-120.07	0.9788	120.06
RG1	1.0010	0.00	1.0010	-120.00	1.0010	120.00
RG2	0.9623	-1.08				
RG3	0.9610	-1.73			0.9619	118.81
RG4	1.0119	-2.53	0.9636	-121.41	0.9675	118.44

Tabla B.5 Información de los Reguladores de Voltaje del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado.

[NODO]	[VREG]	[SEG]	[NODO]	MODELO	OPCIÓN	ANCHO DE BANDA
150	RG1	1	1	FASE A & B & C, Estrella Anclada	RX	24
	<b>VOLTAJE DESEADO</b>	<b>TAP</b>		<b>VOLTAJE RESULTANTE</b>		<b>VOLTAJE RESULTANTE (Base 120V)</b>
<b>FASE</b>	<b>(Base 120V)</b>			<b>(p.u.)</b>		
1	120.00	0.16		0.9923		119.08
2	120.00	0.16		0.9983		119.79
3	120.00	0.16		0.9939		119.27

[NODO]	[VREG]	[SEG]	[NODO]	MODELO	OPCIÓN	ANCHO DE BANDA
9	RG2	14	14	FASE A, Estrella	RX	24
	<b>VOLTAJE DESEADO</b>	<b>TAP</b>		<b>VOLTAJE RESULTANTE</b>		<b>VOLTAJE RESULTANTE (Base 120V)</b>
<b>FASE</b>	<b>(Base 120V)</b>			<b>(p.u.)</b>		
1	120.00	-2.94		0.9606		115.28

[NODO]	[VREG]	[SEG]	[NODO]	MODELO	OPCIÓN	ANCHO DE BANDA
25	RG3	26	26	FASE A & C, Estrella	RX	24
	<b>VOLTAJE DESEADO</b>	<b>TAP</b>		<b>VOLTAJE RESULTANTE</b>		<b>VOLTAJE RESULTANTE (Base 120V)</b>
<b>FASE</b>	<b>(Base 120V)</b>			<b>(p.u.)</b>		
1	120.00	-1.65		0.9610		115.32
3	120.00	-1.72		0.9615		115.38

[NODO]	[VREG]	[SEG]	[NODO]	MODELO	OPCIÓN	ANCHO DE BANDA
160	RG4	67	67	FASE A & B & C, Estrella	RX	24
	<b>VOLTAJE DESEADO</b>	<b>TAP</b>		<b>VOLTAJE RESULTANTE</b>		<b>VOLTAJE RESULTANTE (Base 120V)</b>
<b>FASE</b>	<b>(Base 120V)</b>			<b>(p.u.)</b>		
1	120.00	8.33		1.0107		121.29
2	120.00	-3.75		0.9634		115.61
3	120.00	-1.21		0.9662		115.94

**Tabla B.6 Resumen de Flujos de Potencia Óptimos del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado.**

<b>RESUMEN DE FLUJOS DE POTENCIA</b>								
<b>ENTRADA DEL SISTEMA</b>								
<b>Nodo: 150</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	1036.149		715.678		882.426		2634.254	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	396.469		294.543		317.047		1008.059	
POTENCIA APARENTE (kVA)	1109.411		773.919		937.654		2820.543	
FACTOR DE POTENCIA	0.9340		0.9247		0.9411		0.9340	
<b>GENERACIÓN DISTRIBUIDA</b>								
<b>Nodo: 611 SISTEMA DE GENERACIÓN DE TURBINA EÓLICA</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	89.134		93.045		86.301		268.479	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	37.828		39.061		41.905		118.794	
POTENCIA APARENTE (kVA)	96.829		100.911		95.936		293.586	
FACTOR DE POTENCIA	0.9205		0.9220		0.8996		0.9145	
<b>Nodo: 612 SISTEMA FOTOVOLTAICO</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	114.325		103.223		105.701		323.249	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	0.000		0.000		0.000		0.000	
POTENCIA APARENTE (kVA)	114.325		103.223		105.701		323.249	
FACTOR DE POTENCIA	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	
<b>CARGAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA ACTIVA (kW)	1229.967		877.911		1059.590		3167.468	
	1063.4	166.6	795.0	82.9	946.7	112.9	2805.1	362.4
POTENCIA REACTIVA (kVar)	666.244		490.397		575.953		1732.595	
	549.0	117.3	431.2	59.2	495.3	80.6	1475.5	257.1
POTENCIA APARENTE (kVA)	1398.821		1005.593		1206.007		3610.366	
	1196.7	203.7	904.4	101.9	1068.4	138.7	3169.5	444.3
FACTOR DE POTENCIA	0.8793		0.8730		0.8786		0.8773	
	0.8886	0.8177	0.8790	0.8137	0.8861	0.8137	0.8850	0.8156
<b>PÉRDIDAS</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
POTENCIA ACTIVA (kW)	22.050		8.817		27.646		58.513	
POTENCIA REACTIVA (kVar)	165.837		122.169		133.706		421.711	
POTENCIA APARENTE (kVA)	167.296		122.487		136.534		425.751	
<b>BANCOS DE CAPACITORES</b>								
	<b>FASE A</b>		<b>FASE B</b>		<b>FASE C</b>		<b>TOTAL</b>	
	<b>A-N</b>	<b>A-B</b>	<b>B-N</b>	<b>B-C</b>	<b>C-N</b>	<b>C-A</b>	<b>ESTRELLA</b>	<b>DELTA</b>
POTENCIA REACTIVA - R (kVar)	350.000		350.000		350.000		1050.000	
	250.0	100.0	250.0	100.0	250.0	100.0	750.0	300.0
POTENCIA REACTIVA - A (kVar)	361.312		331.420		334.721		1027.453	
	259.0	102.3	234.0	97.4	235.3	99.4	728.3	299.1

**Tabla B.7 Resumen de la Reducción de Carga del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado.**

	CARGA ORIGINAL		CARGA TRAS LA REDUCCIÓN		REDUCCIÓN DE CARGA			
	P/kW	Q/kVar	P/kW	Q/kVar	P/kW	(P/%)	Q/kVar	(Q/%)
<b>FASE A:</b>	1420.000	775.000	1249.276	677.688	170.724	(12.02)	97.312	(12.56)
<b>FASE B:</b>	915.000	515.000	891.133	498.469	23.867	(2.61)	16.531	(3.21)
<b>FASE C:</b>	1155.000	630.000	1077.685	586.713	77.315	(6.69)	43.287	(6.87)
<b>TOTAL:</b>	<b>3490.000</b>	<b>1920.000</b>	<b>3218.095</b>	<b>1762.870</b>	<b>271.905</b>	<b>(7.79)</b>	<b>157.130</b>	<b>(8.18)</b>

**Tabla B.8 Reducción de Carga del Alimentador del IEEE de 123 Nodos Modificado y Optimizado.**

NODO	P/kW	(P/%)	Q/kVar	(Q/%)	P/kW	(P/%)	Q/kVar	(Q/%)	P/kW	(P/%)	Q/kVar	(Q/%)
	A-N				B-N				C-N			
1	0.017	(0.04)	0.008	(0.04)								
2					0.002	(0.01)	0.001	(0.01)				
4									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
5									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
6									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
7	0.029	(0.15)	0.015	(0.15)								
9	0.038	(0.10)	0.019	(0.10)								
10	0.036	(0.18)	0.018	(0.18)								
11	0.035	(0.09)	0.017	(0.09)								
12					0.004	(0.02)	0.002	(0.02)				
16									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
17									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
19	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)								
20	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)								
22					0.000	(0.00)	0.000	(0.00)				
24									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
28	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)								
29	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)								
30									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
31									1.668	(8.34)	0.834	(8.34)
32									1.669	(8.34)	0.835	(8.35)
33	16.924	(42.31)	8.462	(42.31)								
34									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
35	9.042	(22.61)	4.521	(22.61)								
37	16.550	(41.38)	8.275	(41.38)								
38					0.750	(3.75)	0.375	(3.75)				
39					0.764	(3.82)	0.382	(3.82)				
41									1.663	(8.31)	0.832	(8.32)
42	17.579	(87.89)	8.790	(87.90)								
43					0.733	(1.83)	0.367	(1.83)				
45	17.056	(85.28)	8.528	(85.28)								
46	17.584	(87.92)	8.792	(87.92)								
47	18.558	(53.02)	13.256	(53.02)	0.831	(2.37)	0.594	(2.38)	1.777	(5.08)	1.269	(5.08)
48	17.989	(25.70)	12.849	(25.70)	0.812	(1.16)	0.580	(1.16)	1.727	(2.47)	1.233	(2.47)

49	19.137	(54.68)	13.670	(54.68)	0.851	(1.22)	0.608	(1.22)	1.724	(4.93)	0.985	(4.92)
50									1.673	(4.18)	0.836	(4.18)
51	17.580	(87.90)	8.790	(87.90)								
52	0.073	(0.18)	0.037	(0.19)								
53	0.085	(0.21)	0.042	(0.21)								
55	0.086	(0.43)	0.043	(0.43)								
56					0.008	(0.04)	0.004	(0.04)				
58					0.011	(0.05)	0.005	(0.05)				
59					0.011	(0.05)	0.006	(0.06)				
60	0.155	(0.78)	0.078	(0.78)								
62									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
63	0.187	(0.47)	0.093	(0.46)								
64					0.000	(0.00)	0.000	(0.00)				
65	0.082	(0.23)	0.059	(0.24)	18.963	(54.18)	13.545	(54.18)	23.973	(34.25)	17.124	(34.25)
66									41.441	(55.25)	19.339	(55.25)
68	0.157	(0.78)	0.079	(0.79)								
69	0.158	(0.40)	0.079	(0.40)								
70	0.158	(0.79)	0.079	(0.79)								
71	0.158	(0.40)	0.079	(0.40)								
73									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
74									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
75									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
76	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
77					0.000	(0.00)	0.000	(0.00)				
79	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)								
80					0.000	(0.00)	0.000	(0.00)				
82	0.000	(0.00)	0.000	(0.00)								
83									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
84									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
85									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
86					0.016	(0.08)	0.008	(0.08)				
87					0.016	(0.04)	0.008	(0.04)				
88	0.159	(0.40)	0.079	(0.40)								
90					0.016	(0.04)	0.008	(0.04)				
92									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
94	0.159	(0.40)	0.079	(0.40)								
95					0.017	(0.09)	0.009	(0.09)				
96					0.017	(0.09)	0.009	(0.09)				
98	0.158	(0.40)	0.079	(0.40)								
99					0.012	(0.03)	0.006	(0.03)				
100									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
102									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
103									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
104									0.000	(0.00)	0.000	(0.00)
106					0.015	(0.04)	0.008	(0.04)				
107					0.016	(0.04)	0.008	(0.04)				
109	0.158	(0.40)	0.079	(0.40)								
111	0.159	(0.80)	0.079	(0.79)								
112	0.159	(0.80)	0.079	(0.79)								
113	0.158	(0.40)	0.079	(0.40)								
114	0.159	(0.80)	0.080	(0.80)								

**Tabla B.9 Resultados de los Límites de Corriente del Alimentador del IEEE de 123 Nodos  
Modificado y Optimizado.**

NODO A	NODO B	LÍMITE DE CORRIENTE (AMP)			CORRIENTE RESULTANTE (AMP)		
		LÍNEA A	LÍNEA B	LÍNEA C	LÍNEA A	LÍNEA B	LÍNEA C
13	18	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000	150.000
60	62	50.000	50.000	50.000	39.057	46.641	50.000

# Apéndice C: Descripción Detallada del Algoritmo de Barrido Hacia Adelante – Hacia Atrás

El método de solución para el análisis de flujos de potencia se llama Algoritmo de Barrido Hacia Adelante – Hacia Atrás (Forward-Backward Sweep Algorithm) que consiste en una iteración sucesiva de dos pasos. Estos procedimientos de barrido actualizan las corrientes de los ramales y los voltajes en los nodos aprovechando la estructura radial de los alimentadores en los sistemas de distribución. Para describir el proceso nos referiremos al alimentador de la Figura C.1, el alimentador tiene cinco nodos, cuatro componentes en serie (en este caso segmentos de línea) y cuatro cargas.

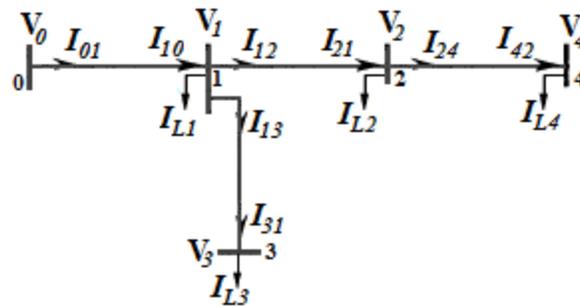


Figura C.1 Alimentador simple.

El algoritmo de barrido hacia adelante – hacia atrás funciona de la siguiente manera: Primero se obtienen los niveles que tiene el alimentador, iniciando con el nodo fuente o nodo de la subestación como nivel 1, y terminando al final de los ramales más largos. El alimentador simple que se está analizando tiene cuatro niveles como se muestra en la Figura C.2.

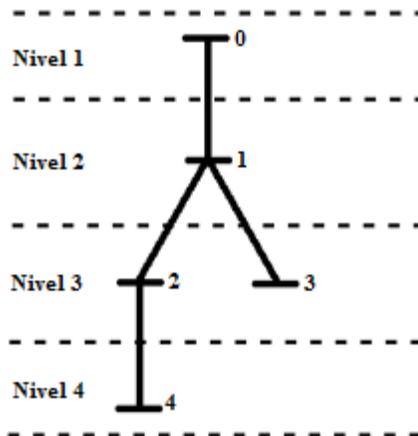


Figura C.2 Niveles del Alimentador Simple

Una vez obtenidos los niveles se inicia con el barrido hacia adelante.

**Barrido Hacia Adelante:** Actualiza las Corrientes de los Ramales y los Voltajes Nodales. Primero se calculan las corrientes de carga, utilizando los voltajes nodales  $[V_{abc}]_i$ ,  $i = 0 \dots 4$ . Al inicio del algoritmo los voltajes nodales son los voltajes nodales nominales ( $[1.0\angle 0^\circ, 1.0\angle -120^\circ, 1.0\angle 120^\circ]^T$ ).

Las corrientes de carga pueden provenir de cargas de potencia aparente constante, de cargas de impedancia constante, de cargas de corriente constante, de una máquina de inducción e incluso de una combinación de ellas. También pueden provenir de bancos de capacitores e incluso de unidades de generación distribuida. El cálculo de las corrientes de carga para estos elementos se puede consultar en las Secciones 2.5.8 y 2.6.

Las corrientes de los ramales son actualizadas usando las corrientes de carga y las corrientes de los ramales que salen del nodo que se está analizando. Esto se realiza iniciando en el extremo final de los ramales moviéndose hacia la subestación (o nodo fuente). En este instante el nodo que se analiza se nombra como nodo receptor  $m$ , y el nodo que está en un nivel inferior conectado por medio del ramal se nombra como nodo emisor  $n$  como se muestra en la Figura C.3.



Figura C.3 Nomenclatura del ramal al analizar un nodo.

Ya que se considera que la corriente fluye desde la subestación hasta las cargas, la corriente total de un ramal es la suma de las corrientes de los ramales que salen del nodo receptor  $m$  más la corriente de carga neta en el nodo receptor  $m$  como se muestra en la Ecuación C.1.

$$[I_{abc}]_{mn} = \sum_{i=r}^s [I_{abc}]_{mi} + [I_{abc}]_{Lm} \quad (C.1)$$

donde  $[I_{abc}]_{Lm}$  es la corriente de carga neta en el nodo receptor  $m$ ,  $[I_{abc}]_{mi}$  son las corrientes de los ramales que tienen como nodo emisor el nodo  $m$ ,  $i = r \dots s$  son los nodos receptores de los ramales que tienen como nodo emisor el nodo  $m$ ,  $[I_{abc}]_{mn}$  es la corriente total del ramal que entra al nodo  $m$ .

Una vez calculada la corriente total del ramal que entra al nodo receptor  $m$   $[I_{abc}]_{mn}$ , debemos calcular la corriente total del ramal que sale del nodo emisor  $n$   $[I_{abc}]_{nm}$  y el voltaje nodal en el nodo emisor  $n$   $[V_{abc}]_n$ . Para ello se utilizan las Ecuaciones C.2 y C.3.

$$[V_{abc}]_n = [a][V_{abc}]_m + [b][I_{abc}]_{mn} \quad (C.2)$$

$$[I_{abc}]_{nm} = [c][V_{abc}]_m + [d][I_{abc}]_{mn} \quad (C.3)$$

donde  $[V_{abc}]$  es un vector de dimensión  $[3 \times 1]$  que contiene el voltaje línea a neutro (LN) de cada fase,  $[I_{abc}]$  es también un vector de dimensión  $[3 \times 1]$  que contiene la corriente de línea de cada fase, y las matrices  $[a]$ ,  $[b]$ ,  $[c]$  y  $[d]$  son de dimensión  $[3 \times 3]$  y describen el comportamiento de cada componente en serie. En la Figura C.1 los componentes en serie son solo segmentos de línea, pero pueden ser reguladores de voltaje, transformadores, segmentos de línea o interruptores, las ecuaciones para calcular dichas matrices se encuentran en las Sección 2.5.5 – 2.5.7.

Una vez calculados la corriente total del ramal que sale del nodo emisor  $n$   $[I_{abc}]_{nm}$  y el voltaje nodal en el nodo emisor  $n$   $[V_{abc}]_n$  podemos seguir analizando los nodos restantes del mismo nivel. Al terminar de analizar todos los nodos del nivel actual, se puede proseguir al nivel superior. Cuando en el barrido hacia adelante existen varios ramales que tienen el mismo nodo emisor  $n$ , se calcula un voltaje nodal para el nodo emisor  $n$  por cada ramal, en esta situación y a pesar de que los voltajes son distintos, se puede utilizar cualquiera, ya que cuando el sistema se acerque a la solución los voltajes nodales calculados por cada ramal tenderán a ser el mismo. En los algoritmos de cómputo se utiliza el último voltaje que se analizó, simplemente porque se están sobrescribiendo los valores y no es necesario realizar ajuste alguno al algoritmo.

Las corrientes en los ramales y los voltajes nodales se actualizan hasta llegar al nodo fuente, en donde se compara el voltaje línea a línea (LL) del nodo fuente calculado con el voltaje LL real del nodo fuente (ya que es el único voltaje que se conoce). Si la diferencia de voltajes es menor que una tolerancia especificada (generalmente 0.001 p.u.) el algoritmo concluye y los voltajes y corrientes actualizados en este barrido hacia adelante son la solución del sistema, de no ser así se prosigue con el barrido hacia atrás.

**Barrido Hacia Atrás:** Actualiza los Voltajes Nodales. Dadas las corrientes de los ramales calculadas en el barrido hacia adelante, los voltajes nodales son actualizados en este paso. La actualización inicia desde la subestación o nodo fuente ya que es el único voltaje conocido del alimentador. El voltaje real del nodo fuente  $[V_{abc}]_{0,real}$  se mueve hasta el final de los ramales, actualizando los voltajes nodales usando la Ecuación C.4.

$$[V_{abc}]_m = [A][V_{abc}]_n - [B][I_{abc}]_{mn} \quad (C.4)$$

Al igual que las constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ , las constantes  $A$  y  $B$  dependen del elemento en serie al que se refieran, también son de una dimensión  $[3 \times 3]$  y los cálculos para obtenerlas pueden ser consultados en las Secciones 2.5.5 – 2.5.7.

Durante el barrido hacia atrás, el valor del voltaje nodal  $[V_{abc}]_n$  es utilizado en la Ecuación C.4 para actualizar el voltaje  $[V_{abc}]_m$ . Una vez que se han actualizado todos los voltajes nodales llegando al final de los ramales termina el barrido.

En la siguiente iteración del barrido hacia adelante ya no se utilizaran los voltajes nodales nominales sino los voltajes nodales actualizados que se acaban de calcular en el barrido hacia atrás. Pero para comenzar el barrido hacia atrás siempre se tomará el valor del voltaje real en el nodo fuente.

Para ejemplificar el algoritmo de barrido hacia adelante - hacia atrás se realizará una iteración utilizando el alimentador de la Figura C.1.

### Barrido Hacia Adelante

Iniciamos con el último nivel del alimentador que es el nivel 4. Este nivel solo cuenta con un nodo, el nodo 4.

1. Primero calculamos la corriente de carga  $[I_{abc}]_{L4}$  utilizando el voltaje nodal  $[V_{abc}]_4$  el cual es igual al voltaje nominal ( $[1.0\angle 0^\circ, 1.0\angle -120^\circ, 1.0\angle 120^\circ]^T$ ) por ser la primera iteración.
2. Calculamos la corriente del ramal que entra al nodo 4,  $[I_{abc}]_{42}$ :  $[I_{abc}]_{42} = [I_{abc}]_{L4}$ .
3. Calculamos la corriente del ramal que sale del nodo 2,  $[I_{abc}]_{24}$  y el voltaje del nodo 2,  $[V_{abc}]_2$ :  $[V_{abc}]_2 = [a_{24}][V_{abc}]_4 + [b_{24}][I_{abc}]_{42}$ ,  $[I_{abc}]_{24} = [c_{24}][V_{abc}]_4 + [d_{24}][I_{abc}]_{42}$ .

Pasamos al siguiente nivel, que es el nivel 3, donde se encuentran dos nodos, el nodo 2 y el nodo 3. Comenzamos analizando el nodo 2.

4. Calculamos la corriente de carga  $[I_{abc}]_{L2}$  utilizando el voltaje nodal  $[V_{abc}]_2$  que ya se actualizó en el paso 3.
5. Calculamos la corriente del ramal que entra al nodo 2,  $[I_{abc}]_{21}$ :  
 $[I_{abc}]_{21} = [I_{abc}]_{24} + [I_{abc}]_{L2}$ .
6. Calculamos la corriente del ramal que sale del nodo 1,  $[I_{abc}]_{12}$  y el voltaje del nodo 1,  $[V_{abc}]_1$ :  $[V_{abc}]_1 = [a_{12}][V_{abc}]_2 + [b_{12}][I_{abc}]_{21}$ ,  $[I_{abc}]_{12} = [c_{12}][V_{abc}]_2 + [d_{12}][I_{abc}]_{21}$ .

Una vez terminado con el nodo 2, proseguimos con el nodo 3.

7. Calculamos la corriente de carga  $[I_{abc}]_{L3}$  utilizando el voltaje nodal  $[V_{abc}]_3$  el cual es el voltaje nominal ( $[1.0\angle 0^\circ, 1.0\angle -120^\circ, 1.0\angle 120^\circ]^T$ ) por ser la primera iteración.
8. Calculamos la corriente del ramal que entra al nodo 3,  $[I_{abc}]_{31}$ :  $[I_{abc}]_{31} = [I_{abc}]_{L3}$ .
9. Calculamos la corriente del ramal que sale del nodo 1,  $[I_{abc}]_{13}$  y el voltaje del nodo 1,  $[V_{abc}]_1$ :  $[V_{abc}]_1 = [a_{13}][V_{abc}]_3 + [b_{13}][I_{abc}]_{31}$ ,  $[I_{abc}]_{12} = [a_{13}][V_{abc}]_3 + [b_{13}][I_{abc}]_{31}$ .

Como se puede notar en el paso 6 y en el paso 9 se ha calculado el voltaje nodal  $[V_{abc}]_1$  por dos ramales diferentes, como se mencionó anteriormente se puede utilizar cualquier voltaje, ya que conforme el sistema se acerque a la solución el voltaje nodal  $[V_{abc}]_1$  calculado por cualquier ramal tenderá a ser el mismo. Ya que terminamos con el nivel 3, pasamos al nivel 2 que contiene solo un nodo, el nodo 1.

10. Calculamos la corriente de carga  $[I_{abc}]_{L1}$  utilizando el voltaje nodal  $[V_{abc}]_1$  que ya se actualizó en el paso 9.

11. Calculamos la corriente del ramal que entra al nodo 1,  $[I_{abc}]_{10}$ :  

$$[I_{abc}]_{10} = [I_{abc}]_{12} + [I_{abc}]_{13} + [I_{abc}]_{L1}.$$
12. Calculamos la corriente del ramal que sale del nodo 0,  $[I_{abc}]_{01}$  y el voltaje del nodo 0,  $[V_{abc}]_0$ :  $[V_{abc}]_0 = [a_{01}][V_{abc}]_1 + [b_{01}][I_{abc}]_{10}$ ,  $[I_{abc}]_{01} = [a_{01}][V_{abc}]_1 + [b_{01}][I_{abc}]_{10}$ .

Terminado con los nodos del nivel 2, pasamos al último nivel del barrido hacia adelante que es el nivel 1 donde se encuentra el nodo 0 (nodo fuente). En este nivel se realiza la comparación del voltaje nodal actualizado  $[V_{abc}]_0$  con el voltaje nodal real de la subestación  $[V_{abc}]_{0,real}$ .

13. Transformamos el voltaje nodal LN actualizado  $[V_{abc}]_0$  al voltaje nodal LL actualizado

$$[V_{LL}]_0: [V_{LL}]_0 = D[V_{abc}]_0, \text{ donde } D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

14. Se evalúa si la diferencia es menor que la tolerancia (generalmente tiene un valor de 0.001 p.u.).  $|[V_{LL}]_{0,real} - [V_{LL}]_0| \leq 0.001 \text{ p.u.}$ . Si el resultado es menor que la tolerancia los voltajes nodales y las corrientes de los ramales actualizados en el barrido hacia adelante corresponden a la solución del sistema. De no ser así, se prosigue con el barrido hacia atrás.

### Barrido Hacia Atrás

Iniciamos con el segundo nivel del alimentador que es el nivel 2, ya que el voltaje real del nodo fuente  $[V_{abc}]_{0,real}$  localizado en el nivel 1 es conocido. El nivel 2 solo cuenta con el nodo 1.

1. Calculamos el voltaje del nodo 1,  $[V_{abc}]_1$ :

$$[V_{abc}]_1 = [A_{01}][V_{abc}]_{0,real} - [B_{01}][I_{abc}]_{10}.$$

Pasamos al nivel 3, donde se encuentran los nodos 2 y 3.

2. Calculamos el voltaje nodal del nodo 2,  $[V_{abc}]_2$ :

$$[V_{abc}]_2 = [A_{12}][V_{abc}]_1 - [B_{12}][I_{abc}]_{21}.$$

3. Calculamos el voltaje nodal del nodo 3,  $[V_{abc}]_3$ :

$$[V_{abc}]_3 = [A_{13}][V_{abc}]_1 - [B_{13}][I_{abc}]_{31}.$$

Continuamos con el último nivel del barrido hacia atrás, que es el nivel 4 y cuenta con solo un nodo, el nodo 4.

4. Calculamos el voltaje nodal del nodo 4,  $[V_{abc}]_4$ :

$$[V_{abc}]_4 = [A_{24}][V_{abc}]_2 - [B_{24}][I_{abc}]_{42}.$$

Con esto termina el barrido hacia atrás. Para la siguiente iteración, cuando se inicie el barrido hacia adelante se deben utilizar estos nuevos voltajes nodales actualizados para calcular las corrientes de carga, las corrientes de los ramales y los voltajes nodales.

# REFERENCIAS

- [1] W. H. Kersting, *Distribution system modelling and analysis*. 2013.
- [2] J. Fan and S. Borlase, "The evolution of distribution," *IEEE Power Energy Mag.*, vol. 7, no. 2, pp. 63–68, 2009.
- [3] "Energy independence and security act of 2007," *EISA*, 2007. [Online]. Available: <https://www.congress.gov/bill/110thcongress/house-bill/6>.
- [4] M. A. Abdel-Moamen and N. P. Padhy, "Power Flow Control and Transmission Loss Minimization Model with TCSC for Practical Power Networks," in *Power Engineering Society General Meeting*, 2003, pp. 880–884.
- [5] A. Pizano-Martinez, C. R. Fuerte-Esquivel, H. Ambriz-Pérez, and E. Acha, "Modeling of VSC-Based HVDC Systems for a Newton-Raphson OPF Algorithm," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 4, pp. 1794–1803, 2007.
- [6] D. Shirmohammadi, H. Hong, A. Semlyen, and G. Luo, "A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 3, no. 2, pp. 753–762, 1988.
- [7] Y. Zhu and K. Tomsovic, "Adaptive power flow method for distribution systems with dispersed generation," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 17, no. 3, pp. 822–827, 2002.
- [8] G. Díaz, J. Gómez-Aleixandre, and J. Coto, "Direct Backward/Forward Sweep Algorithm for Solving Load Power Flows in AC Droop-Regulated Microgrids," *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 7, no. 5, pp. 2208–2217, 2015.
- [9] S. Bruno, S. Lamonaca, G. Rotondo, U. Stecchi, and M. La Scala, "Unbalanced three-phase optimal power flow for smart grids," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 10, pp. 4504–4513, 2011.
- [10] R. C. Dugan and T. E. McDermott, "An open source platform for collaborating on smart grid research," *IEEE Power Energy Soc. Gen. Meet.*, no. Ivvc, pp. 1–7, 2011.
- [11] H. Khodr, M. Matos, and J. Pereira, "Distribution optimal power flow," *2007 IEEE LausannePower Tech*, pp. 1441–1446, 2007.
- [12] Y. Zhu and K. Tomsovic, "Optimal distribution power flow for systems with distributed energy resources," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 29, no. 3, pp. 260–267, 2007.
- [13] M. J. Dolan, E. M. Davidson, G. W. Ault, F. Coffele, I. Kockar, and J. R. McDonald, "Using optimal power flow for management of power flows in active distribution networks within thermal constraints," *Univ. Power Eng. Conf. (UPEC), 2009 Proc. 44th Int.*, pp. 1–5, 2009.
- [14] L. F. Ochoa, C. J. Dent, and G. P. Harrison, "Distribution Network Capacity Assessment: Variable DG and Active Networks," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 25, no. 1, pp. 87–95, 2010.
- [15] A. R. Ahmadi and T. C. Green, "Optimal power flow for autonomous regional active network management system," *Power Energy Soc. Gen. Meet. 2009. PES '09. IEEE*, pp. 1–7, 2009.
- [16] L. F. Ochoa and G. P. Harrison, "Minimizing energy losses: Optimal accommodation and smart operation of renewable distributed generation," *IEEE Trans. Power Syst.*,

- vol. 26, no. 1, pp. 198–205, 2011.
- [17] G. P. Harrison, A. Piccolo, P. Siano, and A. R. Wallace, “Hybrid GA and OPF evaluation of network capacity for distributed generation connections,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 78, no. 3, pp. 392–398, 2008.
  - [18] H. Ying-Yi and W. Fu-Ming, “Development of three-phase Newton optimal power flow for studying imbalance/security in transmission systems,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 55, no. 1, pp. 39–48, 2000.
  - [19] J. Nocedal and S. J. Wright, *Numerical Optimization*. Springer, 1999.
  - [20] C. A. Carreño-Meneses, L. O. Polanco-Vásquez, H. J. Estrada-García, J. M. Lozano-García, E. A. Zamora-Cárdenas, and A. Pizano-Martínez, “Flujos óptimos de Potencia en Microredes Eléctricas No Autónomas,” *REVISTA DE CIENCIA E INGENIERÍA DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DE COATZACOALCOS*, pp. 80–85, Dec-2015.
  - [21] The MathWorks Inc., “Matlab® Optimization Toolbox.” Users Guide Version 2.
  - [22] U. Eminoglu and M. H. Hocaoglu, “Distribution systems forward/backward sweep-based power flow algorithms: A review and comparison study,” *Elect. Power Compon. Syst.*, vol. 37, no. 1, pp. 91–110, 2008.
  - [23] A. Lisboa, L. Guedes, D. Vieira, and R. Saldanha, “A fast power flow method for radial networks with linear storage and no matrix inversions,” *Int. J. Elect. Power Energy Syst.*, vol. 63, pp. 901–907, 2014.
  - [24] G. Luo and A. Semlyen, “Efficient load flow for large weakly meshed networks,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 5, no. 4, pp. 1309–1316, 1990.
  - [25] C. S. Cheng and D. Shirmohammadi, “A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 2, pp. 671–679, 1995.
  - [26] “Distribution Test Feeders.” [Online]. Available: <https://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders/>.
  - [27] M. Abdel-Akher and K. Mahmoud, “Unbalanced distribution power-flow model and analysis of wind turbine generating systems,” *Int. Trans. Electr. Energy Syst.*, vol. 23, no. 5, pp. 689–700, Jul. 2013.
  - [28] M. I. Xi-Fan Wang, Yonghua Song, *Modern Power Systems Analysis*, vol. 7, no. 11. 2015.
  - [29] W. H. Kersting, “Radial Distribution Test Feeders.” Distribution System Analysis Subcommittee Report, 2000.
  - [30] R. C. Dugan, “Induction Machine Modeling for Distribution System Analysis – Test Case Description,” pp. 1–5.
  - [31] A. E. Feijoo and J. Cidras, “Modeling of wind farms in the load flow analysis,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 15, no. 1, pp. 110–115, 2000.

Salamanca, Gto., a 24 de Julio del 2017

**M.I. HERIBERTO GUTIERREZ MARTÍN**  
**COORDINADOR DE ASUNTOS ESCOLARES**  
**P R E S E N T E.-**

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno **José Antonio Santacruz Granados** del **Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica (Instrumentación y Sistemas Digitales)** y cuyo número de **NUA** es: **143764** del cual soy director. El título de la tesis es: **Desarrollo de una herramienta computacional para optimizar la operación de redes de distribución activas.**

Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.

**A T E N T A M E N T E**



**ALEJANDRO PIZANO MARTÍNEZ**  
**DIRECTOR DE TESIS**  
**SECRETARIO**



**IVÁN ABEL HERNÁNDEZ ROBLES**  
**DIRECTOR DE TESIS**



**MIGUEL ÁNGEL GÓMEZ MARTÍNEZ**  
**PRESIDENTE**



**DORA LUZ ALMANZA OJEDA**  
**VOCAL**