



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

Campus Irapuato-Salamanca
División de Ingenierías

Diseño y Simulación de un Tanque Tipo II Revestido con Alambre de Acero SA-905

TESIS:

Que para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería Mecánica

Presenta:

Hugo Alexander Bohorquez Rico

Asesores:

Dr. Elías Rigoberto Ledesma Orozco

Dr. Miguel Ernesto Gutiérrez Rivera

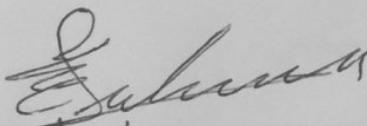
Sukumanca, Gto., a 15 de Mayo del 2018.

M. en I. HERIBERTO GUTIÉRREZ MARTÍN
JEFE DE LA UNIDAD DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
PRESENTE.-

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno(a) Hugo Alexander Bohorquez Rizo del Programa de Maestría en Ingeniería Mecánica y cuyo número de NUA es: 145743 del cual soy director. El título de la tesis es: Diseño y Simulación de un Tanque Tipo II Revestido con Alambre de Acero SA-905.

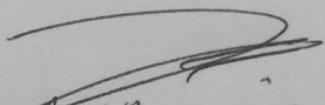
Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.

ATENTAMENTE


Elias Tadasma
NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS
SECRETARIO


Miguel E. Gutiérrez Rivera
NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS


Eduardo Amador Gomez
NOMBRE Y FIRMA
PRESIDENTE


José Ángel Nuñez de la Cruz
NOMBRE Y FIRMA
VOCAL

Índice general

Agradecimientos	VIII
Introducción	IX
Justificación	X
1. MATERIALES COMPUESTOS	1
1.1. Introducción	1
1.2. Fibras y matrices	2
1.2.1. Tipos de fibras	2
1.2.2. Matrices	3
1.3. Formas de los materiales compuestos	3
1.3.1. Compuestos reforzados por partículas	4
1.3.2. Compuestos reforzados por fibras	4
1.3.3. Compuestos estructurales	6
1.4. Fracciones volumétrica y másica de compuestos reforzados con fibras largas	7
1.4.1. Fracción volumétrica	7
1.4.2. Fracción másica	8
1.4.3. Relación entre fracción volumétrica y másica	8
1.5. Manufactura de materiales compuestos	9
1.5.1. Moldeo por contacto	9
1.5.2. Moldeo con Spray	10
1.5.3. Moldeo por vacío	10
1.5.4. Moldeo por compresión	10
1.5.5. Devanado de filamentos	11
1.5.6. Pre-impregnado	12

2. MECÁNICA DE LOS MATERIALES COMPUESTOS	13
2.1. Tensores	13
2.2. Deformación	15
2.2.1. Deformación plana	17
2.3. Esfuerzo	17
2.3.1. Esfuerzo plano	18
2.4. Ecuaciones constitutivas	19
2.4.1. Material anisótropo	20
2.4.2. Material monoclinico	20
2.4.3. Material ortotrópico	21
2.4.4. Material transversalmente isotrópico	22
2.4.5. Material isotrópico	22
2.4.6. Constantes de ingeniería	23
2.5. Transformación de coordenadas	24
2.5.1. Transformación de componentes de esfuerzo	24
2.5.2. Transformación de componentes de deformación	25
2.5.3. Transformación de coeficientes elásticos	26
3. TEORÍA DE PLACAS LAMINADAS	28
3.1. Relación esfuerzo-deformación para una lámina ortotrópica	28
3.1.1. Propiedades de lámina ortotrópica	28
3.1.2. Propiedades ortotrópicas de esfuerzo plano	30
3.1.3. Transformación de dos dimensiones sobre un eje	31
3.1.4. Relación esfuerzo-deformación de una lámina en coordenadas globales	32
3.2. Deformación provocada en una lámina bajo tensión y flexión	33
3.3. Fuerza y momento resultante	35
3.4. Matrices A , B y D	37
3.5. Constantes de ingeniería	38
3.5.1. Modulo axial	38
3.5.2. Coeficiente de Poisson	39
3.5.3. Modulo transversal	39
3.5.4. Modulo cortante	39
3.6. Criterios de falla	39
3.6.1. Mecanismos de falla	40
3.6.1.1. Fuerza del esfuerzo axial	40

3.6.2.	Criterio de falla independiente	42
3.7.	Micromecánica	42
3.7.1.	Método de celdas para materiales reforzados con fibra	44
3.7.1.1.	Relaciones básicas y geometría	44
3.7.1.2.	Condición interfacial de desplazamiento	45
3.7.1.3.	Relación constitutiva compuesto - simetría cuadrada	47
4.	ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE TANQUES BAJO PRESIÓN INTERNA	49
4.1.	Tipos de tanques	49
4.2.	Distinción entre recipientes de pared delgada y pared gruesa	50
4.3.	Esfuerzos principales en recipiente de pared delgada	51
4.3.1.	Recipiente esférico bajo presión	52
4.3.2.	Recipiente cilíndrico bajo presión	52
4.4.	Pandeo por presión externa	53
4.5.	<i>Autofrettage</i>	53
4.6.	Efecto Bauschinger	56
4.7.	Teorías de falla	56
4.7.1.	Teoría del esfuerzo cortante máximo para materiales dúctiles	57
4.7.2.	Teoría de la energía de la distorsión para materiales dúctiles	57
4.8.	Espesor de revestimiento	58
4.8.1.	Revestimiento cilíndrico	58
4.8.2.	Revestimiento esférico	59
5.	CÁLCULOS Y SIMULACIÓN DE TANQUE	60
5.1.	Introducción	60
5.2.	Propiedades de los materiales	61
5.2.1.	Material de revestimiento	61
5.2.2.	Material de refuerzo	62
5.3.	Análisis y diseño del revestimiento y del refuerzo	65
5.3.1.	Estudio del comportamiento elástico	65
5.3.2.	Cálculo de la fluencia inicial del revestimiento	66
5.3.3.	Fluencia posterior a la sobre-presión	66
5.3.4.	Presión de falla	67
5.3.5.	Esfuerzos residuales	68
5.3.6.	Estudio de pandeo por presión externa	69

5.4.	Modelo y simulación de tanque en elemento finito	69
5.4.1.	Tipo de elemento	69
5.4.2.	Adquisición de datos	70
6.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	73
6.1.	Resultados del estudio de fluencia inicial en el revestimiento	74
6.2.	Resultados del análisis de la presión de falla	74
6.3.	Resultados del comportamiento de los esfuerzos residuales	75
6.4.	Resultados del análisis por elemento finito	75
6.4.1.	Primer paso de carga	76
6.4.2.	Segundo paso de carga	77
6.4.3.	Tercer paso de carga	78
6.5.	Comparación de tipo de tanque	79
7.	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	82
7.1.	Conclusiones	82
7.2.	Trabajo futuro	84

Índice de figuras

1.1. Formas de refuerzo en materiales compuestos [1].	4
1.2. Efecto de la orientación de las fibras en la resistencia del esfuerzo de compuestos epóxicos reforzados con fibras de vidrio [2].	5
1.3. Compuesto laminar [2].	6
1.4. Compuesto tipo sándwich [3].	7
1.5. Moldeo por contacto [4].	10
1.6. Moldeo con Spray [4].	10
1.7. Proceso de infusión al vacío [5].	11
1.8. Proceso de moldeo por compresión [6].	11
1.9. Proceso de bobinado de filamentos húmedos [7].	11
1.10. Proceso de producción de fibras y resinas pre-impregnadas[7].	12
2.1. Coordenadas cartesianas rectangulares.	14
2.2. Rotación alrededor de un eje.	14
2.3. Notación para componentes de desplazamiento.	15
2.4. Deformación normal.	16
2.5. Deformación cortante de ingeniería.	16
2.6. Componentes del esfuerzo.	17
2.7. Esfuerzo plano en el plano $x - y$	18
2.8. Material monoclinico	20
2.9. Plano de simetría en material ortotrópico.	21
2.10. Material transversalmente ortotrópico [3].	22
3.1. Laminas unidireccionales con un sistema de coordenadas de fibras local 1,2 y un sistema de coordenadas global x, y [8].	29
3.2. Representación de flexión y tensión en una lámina[8].	34
3.3. Relación entre los gradientes de deformación y desplazamiento: (a) Deformación normal y (b) Deformación cortante [8].	35

3.4.	Notación para localización de interfaz de laminado [8].	36
3.5.	Lámina fuera de eje bajo un esfuerzo de tensión [9].	39
3.6.	Mecanismos de falla en láminas[9]: a)Fractura de fibras, b)Desprendimiento, c)Grieta en matriz, d)Separación fibra/matriz, e)Pandeo y f)Grietas en la interface.	40
3.7.	Esfuerzos del compuesto y fracción de volumen de la fibra [9].	41
3.8.	Geometría del método de celdas: a)Composición con doble formación periódica de fibra extendida en la dirección x_1 [10] y b)Representación de celda con cuatro subceldas [10].	44
4.1.	Representación de tipo de tanque I, II, III y IV [11].	50
4.2.	Definición de radios y espesor de pared.	51
4.3.	Representación general de un recipiente de pared delgada [12].	51
4.4.	Recipiente a presión esférico.	52
4.5.	Recipiente a presión cilíndrico.	53
4.6.	Cilindro con presión lateral uniforme [12].	53
4.7.	Diagrama Esfuerzo-Deformación de un tanque metálico reforzado con fibras [13].	54
4.8.	Modelo de material bilineal simplificado [14].	56
4.9.	Modelo de material bilineal generalizado [14].	57
5.1.	Gráfica esfuerzo-deformación de acero SA-372 [15].	62
5.2.	Gráfica esfuerzo-deformación alambre de acero SA-905 [15].	63
5.3.	Dimensiones del perfil del tanque tipo II.	65
5.4.	Geometría del elemento SHELL181 [16].	70
5.5.	Ventana para ingreso de propiedades de material.	70
5.6.	Ventana para ingreso de características del laminado.	71
5.7.	Perfil de modelo de tanque: a)Elementos planos y b)Espesor de elementos.	71
5.8.	Restricciones del modelo y carga aplicada.	72
6.1.	Esfuerzos circunferenciales en compuesto con p_{aut}	77
6.2.	Esfuerzos residuales en dirección circunferenciales para el compuesto.	78
6.3.	Esfuerzos circunferenciales en compuesto con p_w	80
7.1.	Esfuerzos de von Mises en el revestimiento.	83
7.2.	Esfuerzos de von Mises bajo condiciones de pre-carga.	84

Índice de tablas

1.1. Características típicas de las fibras [9]	2
2.1. Cosenos directores.	14
2.2. Cosenos directores para rotación sobre un eje	24
5.1. Requerimientos químicos, acero SA-372	61
5.2. Requerimientos mecánicos de acero SA-372 [17].	62
5.3. Composición química de acero SA-905[17].	63
5.4. Requerimientos mecánicos, alambre de acero SA-905 [17]	63
5.5. Propiedades equivalente, material de refuerzo	64
5.6. Opciones de tipo de elemento activadas [16].	70
5.7. Presiones de carga	72
6.1. Espesores de lámina t_c	74
6.2. Características de la fluencia inicial	74
6.3. Propiedades de falla en el material compuesto	75
6.4. Características de los esfuerzos residuales en el revestimiento del tanque.	75
6.5. Esfuerzos en el revestimiento para el primer paso de carga	76
6.6. Esfuerzos en el compuesto para el primer paso de carga	77
6.7. Esfuerzos en el revestimiento para el segundo paso de carga	78
6.8. Esfuerzos en el compuesto para el segundo paso de carga	79
6.9. Esfuerzos en el revestimiento para el tercer paso de carga	79
6.10. Esfuerzos en el compuesto para el tercer paso de carga	80
6.11. Comparación de peso	80
7.1. Esfuerzos de von Mises en el revestimiento cuando se aplica la sobre-presión	84
7.2. Esfuerzos de compresión inducida en el revestimiento para la descarga	85

Agradecimientos

A mis padres por su infinito amor.

A mis hermanos Juan Pablo y Jeymmi por su constante inspiración.

A Jessica que me enseñó a valorar la expresión ¡Gracias México!

A la familia Mora Ramírez por su calurosa acogida en México.

A mi familia conformada en México "New Family".

Al Dr. Elías Rigoberto Ledesma Orozco por su invaluable asesoramiento y apoyo.

Al Dr. Miguel Ernesto Gutiérrez Rivera por sus valiosas observaciones.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y a la Universidad de Guanajuato por su apoyo y patrocinio.

Introducción

Un alto módulo de elasticidad y una buena ductilidad plástica forman parte de las características principales presentes en un alambre metálico. Estas propiedades son la razón de su uso desde hace ya varios años como material de refuerzo en diferentes elementos como mangueras, cintas transportadoras y llantas de vehículos. Es por ello que en la actualidad se ha implementado como refuerzo de recipientes a presión, puesto que un alambre de alta resistencia embobinado en la pared cilíndrica exterior de un tanque, aumenta su capacidad para soportar presión interna; ya que en un recipiente cilíndrico de pared delgada, los esfuerzos circunferenciales son exactamente el doble de los longitudinales [18].

El desarrollo de recipientes a presión metálicos surgió a finales del siglo XIX, por la necesidad de almacenar dióxido de carbono para bebidas. En aplicaciones comerciales fueron implementados para equipos de buceo, almacenamiento de combustible, etc. En la actualidad las principales demandas de diseño en tanques metálicos son soportar altas presiones y bajas temperaturas; para el cumplimiento de estos requerimientos se ha implementado la utilización de materiales compuestos, los cuales, además de satisfacer las demandas de presión y temperatura, son de bajo peso [1].

La utilización de materiales compuestos para la creación de tanques reforzados ha venido en aumento, ya que presentan ventajas tales como la resistencia y rigidez con un bajo peso. Las propiedades físicas, mecánicas y la geometría estructural del tanque están relacionadas para el diseño de recipientes a presión creados con materiales compuestos. La presión de falla del tanque es el factor más importante, pues determina la seguridad y confiabilidad del recipiente.

Esta tesis presenta una contribución en el estudio de los recipientes a presión reforzados con material compuesto, con la diferencia de que se caracterizará y estudiará el comportamiento del compuesto formado con alambre de acero. La finalidad es aportar una alternativa que satisfaga los requerimientos actuales de tanques bajo presión y, a su vez, tenga mayor viabilidad económica.

Justificación

La generación de energía eléctrica y calor a partir de la reacción química entre el hidrógeno y el oxígeno, es obtenida a través de la explotación directa de la energía solar por medio de celdas de combustible [19]. De acuerdo con la U.S. DRIVE Partnership, en asociación con U.S. Department of Energy (DOE) y the Office of Energy Efficiency and Renewable Energy, el punto de rendimiento mínimo en vehículos con celda de combustible para lograr viabilidad en el mercado automotriz es de 300 millas; lo cual implica almacenar suficiente combustible de hidrógeno a bordo del vehículo en un sistema compacto, liviano, de rápida reposición y rentable.

El almacenamiento de suficiente hidrógeno en vehículos ligeros, para cumplir los anteriores requerimientos, representa un desafío significativo puesto que en base al peso el hidrógeno posee casi tres veces el contenido energético de la gasolina cuando se comparan los valores de calentamiento más bajos (33 kWh/kg para H₂ contra 12kWh/kg para la gasolina). Sin embargo, en términos de volumen, la situación se invierte (aproximadamente 1.3kWh/L para H₂ a 700 bar y 15°C en comparación con 8.8kWh/L para la gasolina) [20].

En la actualidad los métodos convencionales existentes para el almacenamiento de hidrógeno son:

- Absorción de hidrógeno a baja presión en sólidos porosos.

En términos de eficiencia los materiales para absorber hidrógeno presentan un problema puesto que agregan peso, costo y complejidad térmica significativos a los sistemas de almacenamiento [21].

- Líquido criogénico a temperaturas cercanas al punto de ebullición.

El uso de almacenamiento criogénico de hidrógeno representa una reducción en la masa y el volumen del tanque; puesto que las propiedades del hidrógeno líquido permiten un aumento significativo en la densidad, así como la reducción de la masa del tanque debido a presiones de operación más bajas; el almacenamiento criogénico maximiza la densidad del hidrógeno pero impone algunas limitaciones operativas significativas en el sistema: (1) Requiere un

sistema de aislamiento hermético para reducir la evaporación del hidrógeno líquido y mantenerlo a temperaturas criogénicas; (2) Requiere equipos y procedimientos especializados; (3) Demanda mantener una presión constante, por lo general alrededor de 21 psi para minimizar la evaporación; y (4) Los tanques y líneas de hidrógeno líquido deben estar sellados de la atmósfera. Los anteriores requerimientos implican mayores costos y complejidad en la utilización de sistema de almacenamiento de hidrógeno líquido [22].

- Gas comprimido a altas presiones.

El almacenamiento de hidrógeno como gas comprimido a alta presión es el tipo más convencional de almacenamiento de hidrógeno; sin embargo, a mayores presiones, la masa del tanque aumenta. Esto se debe a los efectos de compresibilidad del gas de hidrógeno y al grosor de la pared del tanque que soportará las presiones circunferenciales.

Por lo tanto, en el desarrollo del presente trabajo se busca incursionar en el análisis de refuerzo con alambre de acero en recipientes a altas presiones, para caracterizar el comportamiento y disminuir el peso generado por los requerimientos en el espesor de dichos tanques. De esta forma, se busca aportar alternativas de solución al proceso de contención de hidrógeno a elevadas presiones.

Capítulo 1

MATERIALES COMPUESTOS

Se hace necesario el estudio, análisis y clasificación de los materiales compuestos; por lo cual se destinó este capítulo para una mayor comprensión e interpretación de la nomenclatura, definiciones y teorías que rigen a los materiales compuestos.

1.1. Introducción

La palabra compuesto que proviene del latín *compositus* hace referencia al elemento creado a partir de la suma de distintas partes; por tanto, una característica esencial de un material compuesto es que en una escala microscópica está formado por dos o más materiales que están en contacto, además que presenta varias fases químicamente diferentes y sus propiedades mecánicas son superiores a la simple suma de las propiedades de sus componentes. Sin embargo, macroscópicamente puede considerarse como un material homogéneo en el sentido de que cualquier parte de él siempre tiene las mismas propiedades físicas [23].

Los materiales son elementos utilizados en la fabricación de dispositivos, componentes, maquinarias y otros productos que son la base para la supervivencia y el desarrollo de humano; un ejemplo del uso de ingeniería de materiales compuestos se remonta a los egipcios quienes utilizaron paja y arcilla como material de construcción. Es por ello que la introducción de nuevos materiales y aplicaciones juegan un papel importante en el progreso y desarrollo de la humanidad.

Los componentes de un material compuesto están organizados para que una o más fases discontinuas estén inmersas dentro de una fase continua. La fase discontinua se le llama refuerzo y la fase continua se le llama matriz. El material de refuerzo es más fuerte y rígido que la matriz. El refuerzo mejora las características mecánicas del compuesto, como es la resistencia, rigidez, disminución del peso, entre otros; las fibras más utilizadas son: grafito-carbono, boro, vidrio y aramida

(kevlar). La matriz es la responsable de mantener unido el material de refuerzo y, al mismo tiempo, de protegerlo del ambiente externo. Entre las matrices más usadas destacan: las resinas (poliéster y epóxica), las minerales (carbono) y las metálicas (aleaciones de aluminio) [9].

1.2. Fibras y matrices

La selección de la fibra y matriz en un material compuesto no es arbitraria. Las dos (o más) fases deben elegirse cuidadosamente para que el material compuesto sea estructuralmente eficiente. Es por ello que se hace apropiado estudiar los diferentes tipos de fibras y matriz existentes.

1.2.1. Tipos de fibras

En la Tabla 1.1 se muestran diferentes tipos de fibras, su morfología, tamaño y forma, los cuales pueden ser empleados para la fabricación de materiales compuestos de acuerdo a los requerimientos que sean establecidos.

Tabla 1.1. Características típicas de las fibras [9]

Tipo de fibra	Nombre	Origen	Método de fabricación	Tamaño de filamento, μm (μin)	cant./ filamentos
Vidrio	S-2 glass	Vidrio fundido	Fibra estirada	6-14 (230-550)	200
Orgánico	Kevlar 49	Cristal líquido	Hilado	12 (472)	1000
Carbón	AS4	PAN	Calor y esfuerzo	8 (315)	12,000
	P-100S	Brea	Calor	10 (393)	2000
	IM8	PAN	Calor y esfuerzo	5 (197)	12,000
Cerámico	Boro	Núcleo de tungsteno	CVD	142 (5600)	1
	Nicalon (SiC)	Precursor de polímero	Pirólisis	15 (600)	500
	SCS-6 (SiC)	Núcleo de carbón	CVD	127(5000)	1
	Alúmina	Mezcla de lodo	Giro y calor	20 (800)	1

- **Fibra de vidrio:** El vidrio es muy utilizado en los compuestos gracias a su bajo costo y alta resistencia a la corrosión. Las fibras de vidrio se producen al estirar vidrio fundido a través de numerosos orificios diminutos en un tanque alimentado por gravedad para formar filamentos continuos que se juntan en una hebra o estopa [8].
- **Aramida:** Fibra orgánica hilada a partir de una solución de polímero líquido. Ofrecen una mayor resistencia y rigidez en comparación con la fibra de vidrio, junto con un peso ligero, alta resistencia a la tracción, pero menor resistencia a la compresión. Posee una morfología de arreglos cristalinos de hojas radiales, lo cual le hace exhibir propiedades anisotrópicas [9].

- **Fibra de carbón:** Posee alta rigidez y resistencia, además de baja densidad y un costo intermedio. Existen varios tipos, de acuerdo a la fuerza o a la rigidez. Las fibras de carbono suelen tener un diámetro del orden de 5 a 8 μm , que es mucho más pequeño que un cabello humano típico. Su fabricación se realiza mediante un proceso llamado pirolización o carbonización [10].
- **Boro:** Es una fibra cerámica de monofilamento fabricada por deposición de vapor químico (CVD) de boro en un núcleo de tungsteno (normalmente). Posee una gama de diámetros de fibra relativamente grande lo cual reduce la flexibilidad, en particular porque es un material muy frágil [8].

1.2.2. Matrices

La matriz juega un papel importante en el funcionamiento general del compuesto, algunas de sus funciones principales implican el soporte y la transferencia del esfuerzo de las fibras, protección de la fibra al medio ambiente y daños físicos, reducción de la propagación de las grietas en el compuesto y a su vez brindarle ductilidad y tenacidad al material. Actualmente, en la mayoría de aplicaciones se utilizan matrices poliméricas, las cuales se pueden clasificar en:

- **Termoestables:** Se caracterizan por estar formadas de cadenas reticuladas que hacen adquirir a la estructura una disposición permanente, provocando que la reacción sea irreversible y el polímero no pueda reciclarse. Algunos polímeros termoestables como las resinas poliéster, epóxicas y poliamidas poseen un proceso de fabricación con mayor complejidad y sin irreversibilidad.
- **Termoplásticas:** Polímeros los cuales al aplicarles calor y presión pueden cambiar de forma, poseen elevado potencial por su alta tenacidad y gran volumen de producción a bajo costo [2].

1.3. Formas de los materiales compuestos

Los materiales compuestos vienen en una amplia variedad de formas. En la Figura 1.1 se presenta una clasificación de acuerdo al tipo de refuerzo empleado, misma que se discutirá en la siguiente sección.

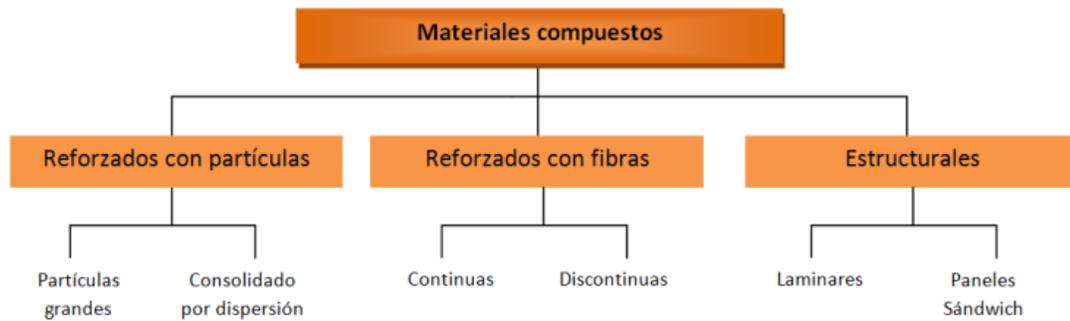


Figura 1.1. Formas de refuerzo en materiales compuestos [1].

1.3.1. Compuestos reforzados por partículas

Su composición cuenta con partículas de un material duro y frágil, dispersas discreta y uniformemente, rodeadas por una matriz más blanda y dúctil. Dependiendo del tamaño y la naturaleza de las partículas se pueden clasificar en:

- **Reforzados por Dispersión:** Son un tipo especial de materiales que contienen un tamaño de partículas de 10 – 250nm de diámetro. Debido a que estas partículas dificultan el movimiento de las dislocaciones, se produce un efecto de endurecimiento notable en el material en pequeñas cantidades.
- **Reforzados con Partículas:** Contienen grandes cantidades de partículas gruesas que no bloquean el desplazamiento de las dislocaciones. El objetivo de éstos radica en producir combinaciones de propiedades poco frecuentes y no en mejorar la resistencia [24].

1.3.2. Compuestos reforzados por fibras

Este tipo de material tiene como objetivo elevar la resistencia a la fatiga y la rigidez, a bajas y altas temperaturas, y a su vez disminuir la densidad. Al diseñar un compuesto reforzado con fibras es necesario tomar en consideración factores como:

- **Longitud y diámetro de las fibras:** Sus dimensiones se caracterizan mediante la relación l/d , donde l es la longitud de la fibra y d su diámetro. Las fibras pueden ser cortas, largas o continuas, la mayoría de sus diámetros varían desde 0.010mm hasta 0.150mm. En un material compuesto reforzado con fibra, al incrementar la longitud de la fibra en una matriz la resistencia del compuesto lo hace también, puesto que los extremos de la fibra soportan menos carga que el resto; por tanto, a menos extremos, mayor capacidad de las fibras para soportar carga [25].

- **Cantidad de fibra:** Incrementar el porcentaje volumétrico de la fibra en un material compuesto, aumenta la resistencia del esfuerzo y la rigidez del compuesto. Sin embargo, el porcentaje volumétrico máximo de fibra es de aproximadamente 80 %; más allá de este valor las fibras ya no quedan totalmente rodeadas por la matriz.
- **Orientación de la fibra:** Los compuestos reforzados con fibra poseen la característica particular de soportar cargas en diferentes direcciones, de acuerdo al tipo de orientación dado, como se muestra en la Figura 1.2. En la matriz se pueden introducir fibras largas y continuas en varias direcciones, mediante arreglos ortogonales (capas de $0^\circ/90^\circ$) con lo cual se obtiene buena resistencia en las dos direcciones perpendiculares. Disposiciones más complejas (como capas de $0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ$) proporcionan refuerzo en varias direcciones. Los arreglos unidireccionales con fibras largas e incluso continuas producen propiedades anisotrópicas, con resistencia y rigidez paralelas a las fibras. Su denominación frecuentemente se hace como capas de 0° , indicando que todas las fibras están alineadas en la dirección del esfuerzo aplicado [2].

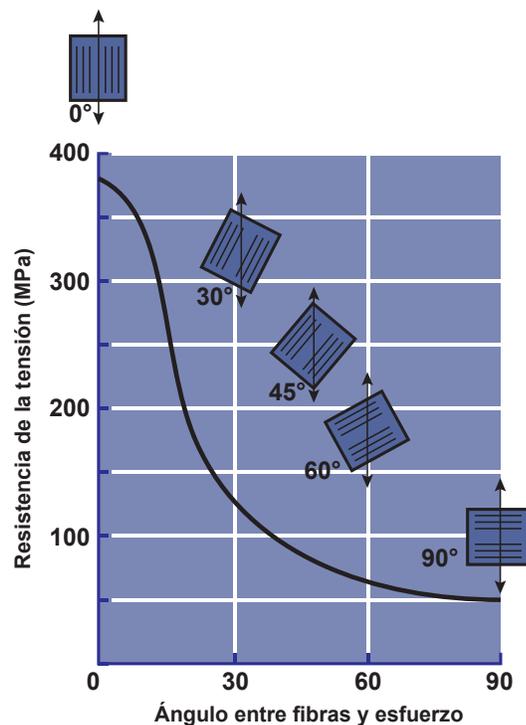


Figura 1.2. Efecto de la orientación de las fibras en la resistencia del esfuerzo de compuestos epóxicos reforzados con fibras de vidrio [2].

1.3.3. Compuestos estructurales

Están formados tanto por materiales compuestos como por materiales homogéneos y sus propiedades no sólo dependen de los materiales constituyentes sino de la geometría del diseño de los elementos estructurales. Los compuestos usados en aplicaciones estructurales se clasifican como de alto rendimiento. Por lo general, son hechos de materiales sintéticos, teniendo una alta razón de fuerza-peso, y requieren ambientes de manufactura controlados para un funcionamiento óptimo. En esta clase destacan los siguientes materiales:

- **Lámina unidireccional:** Posee una forma básica de compuesto de fibra continua. Dicha lámina puede estar compuesta de una o más capas del material, con la particularidad de que todas las fibras están orientadas en la misma dirección. Pueden ser fabricadas con varios procesos de manufactura, tales como cintas preimpregnadas, devanado de filamentos, pultrusión o moldeo por transferencia de resina (RTM). La rigidez y la resistencia en la dirección de la fibra son típicamente mucho mayores que en las direcciones transversales, dependiendo del material de la matriz y la calidad de la relación *fibra/matriz*. Las propiedades de una lámina unidireccional son ortotrópicas, con diferentes propiedades en las direcciones principales del material. Los compuestos de matriz metálica exhiben un espaciamiento de fibra mucho más uniforme y, por lo tanto, un porcentaje de volumen de fibra mejor definido [9].
- **Compuesto laminar:** Está formado por un conjunto de láminas tal como se muestra en la Figura 1.3, orientadas de manera específica para obtener propiedades deseadas. El comportamiento de un compuesto laminar depende de las propiedades de cada lámina así como de su orientación.

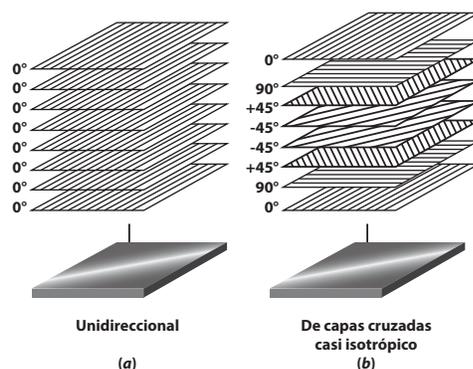


Figura 1.3. Compuesto laminar [2].

- **Compuesto tipo sándwich:** Un material tipo sándwich está constituido básicamente por dos caras externas, un núcleo central y dos capas de adhesivo; mostrados en la Figura 1.4.

Posee dos pliegos o láminas delgadas y resistentes, que pueden ser de distintos espesores y materiales; en la parte central contiene un núcleo grueso y ligero que separa los pliegos, a la vez que les confiere estabilidad y cuya función es la de transmitir, mediante esfuerzo cortante, acciones mecánicas de un pliegue a otro. Los anteriores componentes están unidos mediante un adhesivo, el cual es capaz de transmitir cargas axiales y de cortante entre las partes adheridas [26].

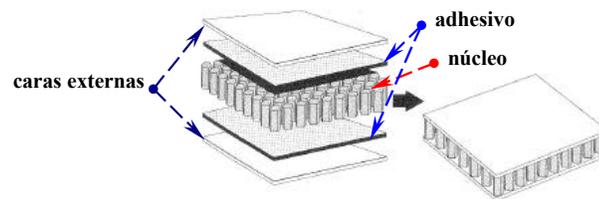


Figura 1.4. Compuesto tipo sándwich [3].

1.4. Fracciones volumétrica y másica de compuestos reforzados con fibras largas

El concepto de fracción volumétrica y másica es fundamental para encontrar las fórmulas teóricas de rigidez y resistencia de una lámina unidireccional, puesto que son función de la fracción volumétrica de la fibra. Las mediciones de los componentes se basan generalmente en su masa, por lo que también se puede definir la fracción másica de las fibras. Por otra parte, la definición de la densidad de un material compuesto también es necesaria, debido a que su valor se utiliza en la determinación experimental del volumen de fibras y de huecos en un material compuesto [27]. Las anteriores expresiones serán establecidas para un material de dos fases, en los siguientes apartados.

1.4.1. Fracción volumétrica

Consideremos el volumen de un material compuesto como v_c hecho de una fracción de volumen de fibras v_f y una fracción de volumen de matriz v_m . Los subíndices c , f y m se usan para el material compuesto, las fibras y la matriz, respectivamente. De esta forma la fracción de volumen de las fibras es:

$$V_f = \frac{v_f}{v_c} \quad (1.1)$$

La fracción volumétrica de la matriz se define como:

$$V_m = \frac{v_m}{v_c} \quad (1.2)$$

Debido a que la suma de las fracciones volumétricas del compuesto es $v_c = v_f + v_m$, se tiene que:

$$V_m = 1 - V_f \quad (1.3)$$

1.4.2. Fracción másica

Se definen, de forma similar a la fracción volumétrica, las respectivas fracciones másicas para el material compuesto, las fibras y la matriz (w_c, w_f, w_m), las cuales se definen como:

$$W_f = \frac{w_f}{w_c}, \quad W_m = \frac{w_m}{w_c} \quad (1.4)$$

Manteniendo la relación:

$$W_m = 1 - W_f \quad (1.5)$$

1.4.3. Relación entre fracción volumétrica y másica

La densidad del material permite obtener una relación directa entre el volumen y la masa del material compuesto como se muestra a continuación:

$$w_c = \rho_c v_c, \quad w_f = \rho_f v_f, \quad w_m = \rho_m v_m \quad (1.6)$$

Sabiendo que el peso total del material compuesto es $w_c + w_f + w_m$ se puede expresar la totalidad de la masa en función de la densidad como:

$$\rho_c v = \rho_f v_f + \rho_m v_m \quad (1.7)$$

Por lo tanto, la densidad del material compuesto es escrita como una función de las fracciones del volumen utilizando en las ecuaciones (1.1), (1.2) y (1.3):

$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m (1 - V_f) \quad (1.8)$$

De forma similar, se sabe que el volumen total del compuesto es $v_c = v_f + v_m$, con lo cual se obtiene:

$$\frac{w_c}{\rho_c} = \frac{w_f}{\rho_f} + \frac{w_m}{\rho_m} \quad (1.9)$$

Con la anterior expresión se puede calcular la densidad total de compuesto en función de las densidades de la fibra y matriz como:

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{W_f}{\rho_f} + \frac{W_m}{\rho_m}} \quad (1.10)$$

Se pueden restablecer las relaciones entre las fracciones de volumen y peso por las definiciones:

$$W_f = \frac{w_f}{w_c} = \frac{\rho_f v_f}{\rho_c v_c} = \frac{\rho_f}{\rho_c} V_f \quad (1.11)$$

con lo cual se puede obtener

$$W_f = \frac{\rho_f}{\rho_c} V_f, \quad W_m = \frac{\rho_m}{\rho_c} V_m \quad (1.12)$$

Donde la densidad del material compuesto está determinada por la ecuación (1.8). Las relaciones inversas son obtenidas de la misma manera, las cuales conducen a:

$$V_f = \frac{\rho_c}{\rho_f} W_f, \quad V_m = \frac{\rho_c}{\rho_m} W_m \quad (1.13)$$

Para este caso, la densidad del material compuesto está determinada por la ecuación (1.10).

1.5. Manufactura de materiales compuestos

En la actualidad, se utilizan gran variedad de métodos para la fabricación de materiales compuestos, dependiendo del tipo de material, forma de la pieza a producir y su aplicación. A continuación, se describen algunos de los procesos de manufactura de materiales compuestos.

1.5.1. Moldeo por contacto

Es denominado así debido a las bajas o nulas presiones que necesita para su conformación. Se cuenta con un solo molde, donde las capas de fibras impregnadas con resina son colocadas sobre el molde, como se ilustra en la Figura 1.5. La etapa de colocación manual de las láminas consume aproximadamente la mitad del tiempo total del proceso. Las técnicas de moldeo por contacto utilizan sistemas de resinas que curan a temperatura ambiente. Es la técnica más sencilla y económica para manufacturar materiales compuestos [28].

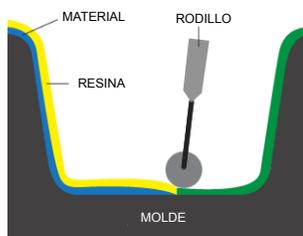


Figura 1.5. Moldeo por contacto [4].

1.5.2. Moldeo con Spray

El proceso consiste en cubrir el molde con una cubierta de gel. La fabricación se realiza con fibras cortas y resina, las cuales se rocían sobre el molde. Cada lámina debe ser cuidadosamente compactada con un rodillo para asegurar que las capas están libres de burbujas de aire, ver Figura 1.6.

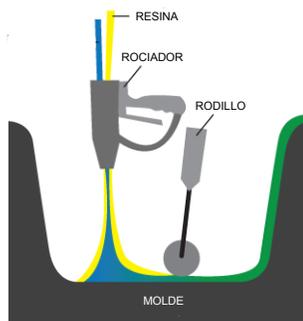


Figura 1.6. Moldeo con Spray [4].

1.5.3. Moldeo por vacío

La técnica de moldeo asistido por vacío consiste en la creación de vacío sobre un laminado durante un ciclo de curado. El vacío es aplicado colocando una bolsa plástica sobre el laminado, donde el aire del interior de la bolsa es extraído mediante un sistema de vacío, consiguiendo así presión de vacío de hasta una atmósfera para la consolidación del laminado [29]. La Figura 1.7 muestra el proceso de manera esquemática.

1.5.4. Moldeo por compresión

El moldeo por compresión es un método en el que el material, generalmente pre-calentado, se coloca primero en un molde abierto y caliente. El molde se cierra con una gran fuerza, lo que aplica presión para forzar que el material esté en contacto con todas las áreas del molde, mientras que el

calor y la presión se mantienen hasta que el material de moldeo se haya curado [6] (ver Figura 1.8).

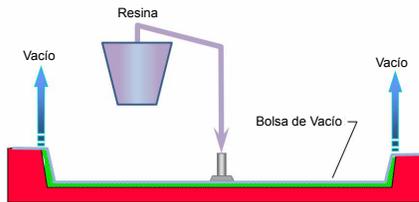


Figura 1.7. Proceso de infusión al vacío [5].

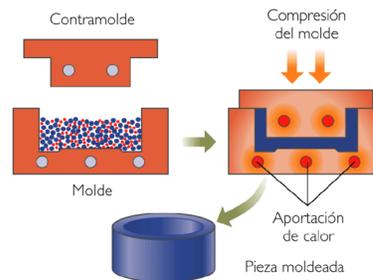


Figura 1.8. Proceso de moldeo por compresión [6].

1.5.5. Devanado de filamentos

Es un proceso automatizado usado en la fabricación de componentes o estructuras hechas con fibras flexibles. El proceso consiste en enrollar fibras continuas alrededor de un mandril, con lo cual se formará la estructura. Los carretes de fibras individuales son mojados con resina líquida y enrollados sobre el mandril, como se muestra en la Figura 1.9. El devanado de filamentos se ha utilizado ampliamente para fabricar tubos de fibra de vidrio, cajas de motores de cohetes y otros productos similares, como mástiles de velas [7].

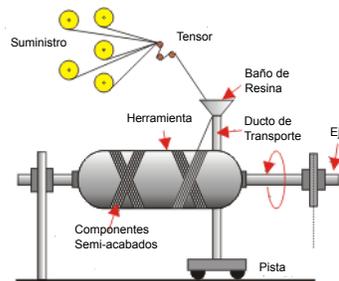


Figura 1.9. Proceso de bobinado de filamentos húmedos [7].

1.5.6. Pre-impregnado

La palabra pre-impregnado hace referencia a una mezcla parcialmente curada de fibra y resina. La fibra se seca y combina con la resina, como se muestra en la Figura 1.10. Este proceso hace que el producto esté disponible en forma de cinta de pre-impregnación unidireccional, parcialmente curada hasta el punto de poder manipularse y enrollarse carretes con un soporte de papel extraíble.

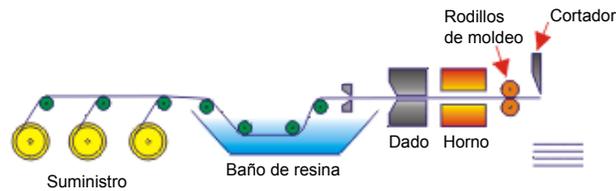


Figura 1.10. Proceso de producción de fibras y resinas pre-impregnadas[7].

Como se pudo observar a lo largo del presente capítulo, existen diversas formas, métodos de fabricación, clasificaciones y composiciones de los materiales compuestos. Esto permite tener una visión general de este tipo de materiales. En la siguiente sección se realizará un análisis más específico, enfocado al comportamiento de los materiales compuestos.

Capítulo 2

MECÁNICA DE LOS MATERIALES COMPUESTOS

En este capítulo, la mecánica de sólidos clásica es adaptada a los materiales compuestos para explicar el comportamiento de su deformación y esfuerzo. Es requerido realizar una transformación de coordenadas para expresar las cantidades del esfuerzo, deformación y rigidez del material compuesto en el sistema de coordenadas global. Cabe resaltar que se realiza la consideración de continuidad en el material compuesto, lo cual considera al material lo suficientemente grande como para ignorar la estructura más fina. Por lo cual, las fibras individuales y la matriz de un compuesto son continuas.

2.1. Tensores

Los tensores permiten expresar gran cantidad de fenómenos físicos mediante las expresiones matemáticas que los involucran. Para su representación se hace necesario definir un sistema de referencia y de este modo surge el concepto de componentes del tensor. Si bien los tensores son independientes del sistema de referencia, las componentes serán dependientes y varían con éste. Generalmente los tensores son escritos con subíndices, el orden del tensor está descrito por el número de subíndices no repetidos.

Las ecuaciones para transformar una cantidad tensorial de un sistema de coordenadas a otro se escriben en términos de los cosenos directores a_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) de los ángulos medidos de los ejes X_1, X_2, X_3 a los ejes X'_1, X'_2, X'_3 por ejemplo, $a_{13} = \cos\theta_{13}$, en la Figura 2.1.

En el caso tridimensional, los cosenos directores para la transformación de coordenadas pueden

ser representados de forma conveniente como se indica en la Tabla 2.1.

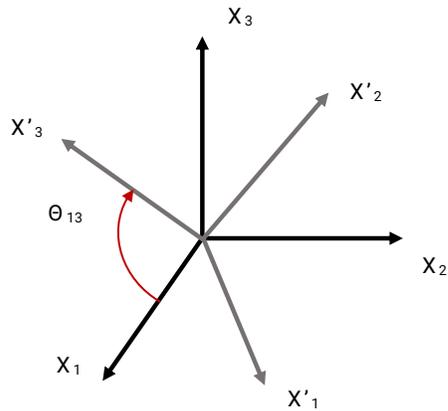


Figura 2.1. Coordenadas cartesianas rectangulares.

Tabla 2.1. Cosenos directores.

	X'_1	X'_2	X'_3
X_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
X_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}
X_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}

Los cosenos directores para la transformación de un plano (rotación de coordenadas a través de un ángulo θ sobre un eje normal plano) está representado en la Figura 2.2.

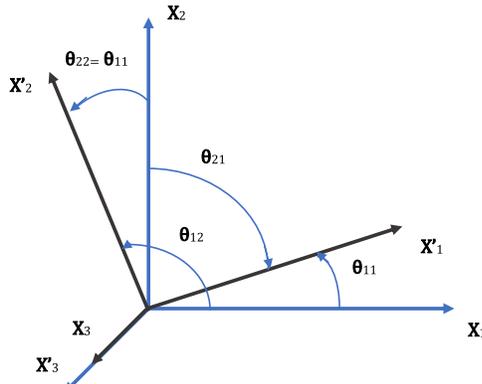


Figura 2.2. Rotación alrededor de un eje.

De forma matricial, los coeficientes de transformación a_{ij} que rotan alrededor del eje Z son:

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Se hace práctico definir $m = \cos \theta$ y $n = \sin \theta$, reescribiendo la ecuación (2.1) como sigue:

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} m & -n & 0 \\ n & m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Usando la definición de a_{ij} , la ecuación de transformación para un vector V'_i (en un sistema coordenado rotado) en términos de las componentes del sistema coordenado no rotado V_i es

$$V'_i = a_{ij}V_j \quad (2.3)$$

La relación inversa para la ecuación anterior es

$$V_i = a_{ij}V'_j \quad (2.4)$$

En el caso especial de la transformación alrededor de un eje, la matriz de rotación definida en la ecuación (2.1) es

$$a_{ij} = a_{ji}^{-1} = (a_{ji})^T \quad (2.5)$$

Por lo tanto, la inversa de la matriz es igual a la transpuesta de la matriz.

2.2. Deformación

Para conocer los esfuerzos internos presentes en un cuerpo sometido a fuerzas externas es requerido encontrar las deformaciones. En la Figura 2.3 se pueden observar los desplazamientos u_i del punto P y definirlos en términos de los tres componentes principales del vector como $u_i = (u_1, u_2, u_3)$.

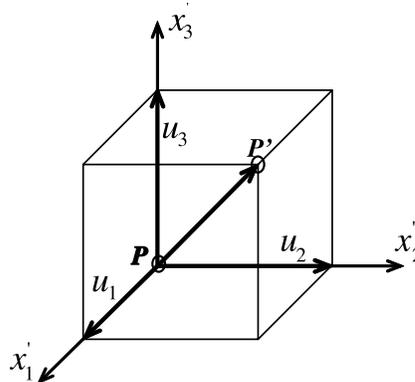


Figura 2.3. Notación para componentes de desplazamiento.

Si los gradientes de los desplazamientos son tan pequeños que los productos de las derivadas parciales de u_i son insignificantes en comparación con los términos derivados de primer orden, entonces el tensor de esfuerzo (infinitesimal) ε_{ij} viene dado por:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.6)$$

en donde la notación $u_{i,j}$ se define

$$u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.7)$$

Los componentes normales de la deformación ($i = j$) hacen representación al cambio en la longitud por unidad de longitud, como se muestra en la Figura 2.4.

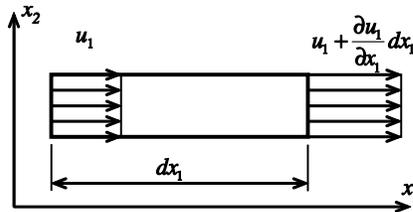


Figura 2.4. Deformación normal.

Los componentes de la deformación por cortante ($i \neq j$) representan la mitad del cambio en un ángulo recto original, vea Figura 2.5. Se observa que es común en el estudio de la mecánica de materiales utilizar la deformación cortante de ingeniería $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$, para ($i \neq j$).

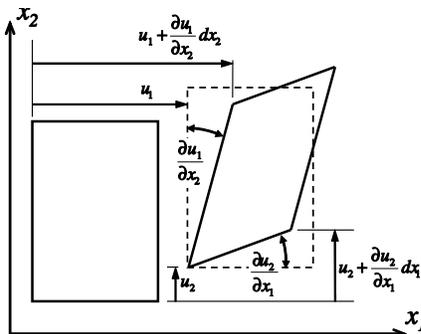


Figura 2.5. Deformación cortante de ingeniería.

El tensor de deformación, siendo un tensor de segundo orden, puede ser mostrado como una matriz [30].

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.2.1. Deformación plana

El caso de deformación plana hace referencia a la condición particular en la cual los tres componentes de la deformación fuera del plano ($\varepsilon_{zz}, \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{zy}$) son cero. Para este caso, la ecuación de equilibrio en términos de coordenadas globales y despreciando las fuerzas de cuerpo se reduce a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} &= 0 \\ \sigma_{zz} &= f(x, y) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Con la condición de deformación plana y sabiendo que las tensiones son independientes de z la ecuación de compatibilidad puede ser reducida en la forma:

$$2\varepsilon_{xy,yy} = \varepsilon_{xx,yy} + \varepsilon_{yy,xx} \quad (2.10)$$

2.3. Esfuerzo

El esfuerzo asociado a un plano que pasa por un punto es descrito por un vector, el cual relaciona la fuerza por unidad de área que actúa sobre el plano que pasa por el punto. El tensor de tensiones para este caso sería un tensor de segundo orden, que se encarga de describir por completo el estado de esfuerzo en un punto. Dicho tensor puede ser expresado en términos de componentes que actúan en tres planos mutuamente perpendiculares alineados con las direcciones ortogonales, como se muestra en la Figura 2.6. El esfuerzo denotado de forma tensorial es σ_{ij} con $(i, j = 1, 2, 3)$, en el cual el primer subíndice hace referencia a la dirección de la normal del plano de interés y el segundo subíndice corresponde a la dirección del esfuerzo.

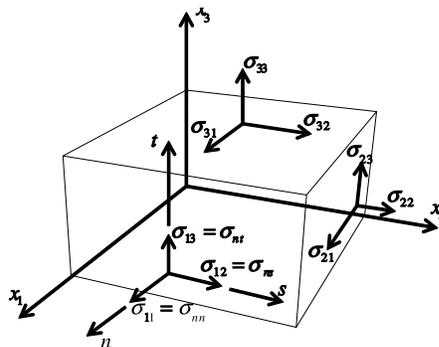


Figura 2.6. Componentes del esfuerzo.

El tensor de tensiones, puede ser representado de forma matricial como se indica a continuación:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

De forma práctica, estas cantidades pueden ser expresadas en términos del sistema de coordenadas globales $x - y - z$. Además es común usar la notación τ_{ij} para el esfuerzo cortante. De esta forma el tensor de esfuerzo puede ser escrito como

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

2.3.1. Esfuerzo plano

Sistema de esfuerzo en el cual sólo están presentes dos esfuerzos normales σ_x y σ_y y un cortante τ_{xy} , los cuales son función de x y y . Para el caso mostrado en la Figura 2.7, el esfuerzo normal σ_{zz} y las otras dos componentes cortantes fuera del plano τ_{xz} y τ_{yz} son cero para el esfuerzo plano en el plano $x - y$.

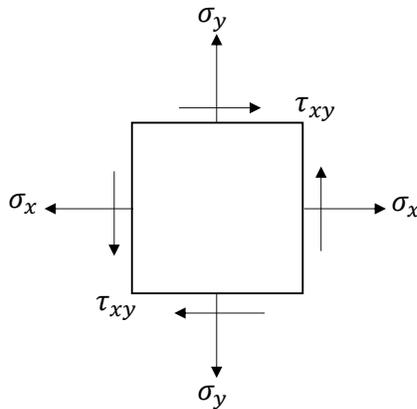


Figura 2.7. Esfuerzo plano en el plano $x - y$.

Las magnitudes de los componentes del esfuerzo en z dependen de las ecuaciones constitutivas. Para el caso del esfuerzo plano representado en la Figura 2.7, la ecuación de equilibrio se reduce a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial \sigma_x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial \sigma_y} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial \sigma_x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial \sigma_y} &= 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

y la ecuación de compatibilidad es reducida a una única expresión:

$$2\varepsilon_{xy,yx} = \varepsilon_{xx,yy} + \varepsilon_{yy,xx} \quad (2.14)$$

Por lo tanto, se observa que la ecuación de compatibilidad es la misma para el esfuerzo plano y la deformación plana.

2.4. Ecuaciones constitutivas

Para la mecánica de sólidos, las ecuaciones constitutivas representan igualdades que relacionan el campo de tensiones con la deformación. Para un material elástico lineal, las ecuaciones constitutivas son llamadas ley de Hooke.

La ley de Hook generalizada considera una relación lineal de esfuerzo-deformación para un material anisótropo. Su representación toma la forma mostrada a continuación:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (2.15)$$

El tensor de rigidez, C_{ijkl} , es un tensor de cuarto orden con 81 constantes elásticas. Sin embargo, debido a la simetría tanto de σ_{ij} como de ε_{kl} se tiene que:

$$C_{ijkl} = C_{jikl}, C_{ijkl} = C_{ijlk} \quad (2.16)$$

con lo cual se obtienen sólo 36 coeficientes elásticos independientes. Así la ecuación (2.15) se reescribe como:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Todo referenciado al sistema de coordenadas ortogonales representado previamente en la Figura 2.6.

2.4.1. Material anisótropo

La ecuación (2.17) hace representación a un material completamente anisótropo, el cual tiene propiedades que varían de acuerdo a la orientación. Como se había mencionado anteriormente; debido a la simetría del tensor de esfuerzo, el número de constantes se reduce a 54. Considerando la simetría del tensor de deformación, dicho número se reduce a 36. Y, finalmente, debido a la existencia de una función de energía de deformación se tienen 21 constantes elásticas [31]. Dichas constantes son requeridas para describir esta clase de material. La inversa de la matriz de rigidez es la matriz de compatibilidad, denotada por $[S] = [C]^{-1}$. Las ecuaciones constitutivas son escritas en términos de esta matriz como

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

La matriz $[S]$ también es simétrica, por lo tanto, también posee 21 constantes independientes.

2.4.2. Material monoclinico

Un material monoclinico hace referencia a un material que posee un plano de simetría, en el cuál las propiedades son las mismas en puntos simétricos (ver Figura 2.8). El número de coeficientes independientes elásticos para describirlos son 13.

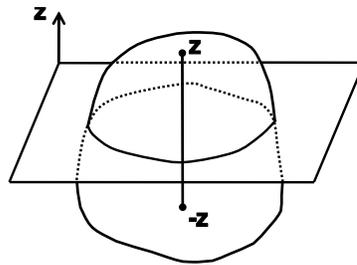


Figura 2.8. Material monoclinico

Para materiales con este tipo de características, la ley de Hooke se reduce a

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

2.4.3. Material ortotrópico

Un material se denomina ortotrópico cuando existe simetría en tres planos ortogonales, ver Figura 2.9. El número de constantes independientes requeridas para describir este tipo de material es sólo de 9. Los materiales compuestos reforzados pueden ser considerados ortotrópicos; un plano de simetría es perpendicular a la dirección de las fibras, y los otros dos son paralelos a la dirección de las fibras y ortogonales entre ellos [30].

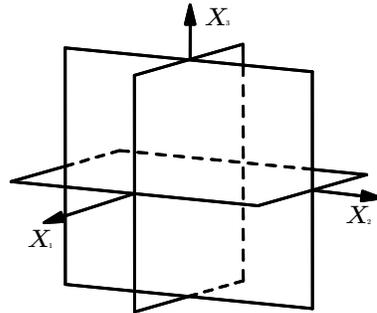


Figura 2.9. Plano de simetría en material ortotrópico.

Si los planos de coordenadas son tomados paralelos a los tres planos ortogonales de simetría, la relación esfuerzo-deformación puede ser escrita como se muestra en la ecuación (2.20).

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

2.4.4. Material transversalmente isotrópico

Un material transversalmente isotrópico es un caso particular de material ortotrópico, en el cual se tiene un eje de simetría. Un ejemplo de ello es la dirección de la fibra en un material compuesto unidireccional reforzado, la cual es el eje de simetría ($X_1 - X_2$) tal como se observa en la Figura 2.10.

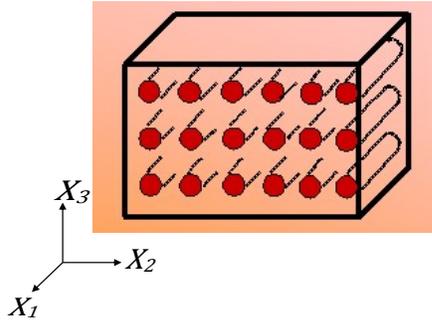


Figura 2.10. Material transversalmente ortotrópico [3].

Este tipo de material se describe mediante cinco constantes de elasticidad. La relación de esfuerzo-deformación para un material transversalmente isotrópico en el plano $x_1 - x_2$ se describe a continuación:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_3 & C_4 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_4 & C_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_3 - C_4}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

2.4.5. Material isotrópico

Los materiales isotrópicos tienen un número infinito de planos de simetría, lo que significa que la orientación del material no influye en sus propiedades. Sólo son necesarias dos constantes para representar las propiedades elásticas, en particular pueden ser el módulo de Young, E , y la relación de Poisson, ν . Pero se hace común el uso de otros pares de constantes siempre que sea conveniente. Sin embargo, cualquier par de propiedades tiene que estar relacionado con el módulo de Young y el de Poisson. Por ejemplo, podría describir los materiales isotrópicos por E y G , pero el módulo

de corte de los materiales isotr3picos est1 relacionado con E y ν por:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.22)$$

Las relaciones esfuerzo-deformaci3n para un material isotr3pico est1n dadas por

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

2.4.6. Constantes de ingenier1a

Los coeficientes de las matrices C_{ij} y S_{ij} son la forma m1s sencilla de representar las ecuaciones constitutivas. Sin embargo, estos coeficientes no pueden ser medidos en el laboratorio, por lo cual se hace pr1ctico utilizar las constantes de ingenier1a [9]. Tomando en consideraci3n un material ortotr3pico, para establecer la relaci3n entre las constantes de ingenier1a y los coeficientes de compatibilidad, se analizar1 un material compuesto unidireccional en el cual los ejes est1n alineados y son perpendiculares en el sentido de la fibra, como se muestra en la Figura 2.10. Referente a las direcciones principales que se encuentran indicadas en la ecuaci3n (2.20), se expresan los coeficientes el1sticos en funci3n de las constantes de ingenier1a como:

$$\begin{aligned} C_{11} &= E_1 \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\Delta}, & C_{12} &= E_1 \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{\Delta} = E_2 \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{\Delta} \\ C_{13} &= E_1 \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{\Delta} = E_3 \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{\Delta}, & C_{22} &= E_2 \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\Delta} \\ C_{23} &= E_2 \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{\Delta} = E_3 \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{\Delta}, & C_{33} &= E_3 \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{\Delta} \\ \Delta &= 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} \end{aligned} \quad (2.24)$$

La relación de esfuerzo-deformación de la ecuación (2.20) para materiales ortotrópicos puede ser expresada en términos de las constantes de ingeniería como

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Debido a que la matriz de compatibilidad $[S]$ es la inversa de la matriz de rigidez $[C]$, la cual es simétrica; por tanto la matriz $[S]$ también es simétrica. Esto implica la siguiente relación

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i \neq j \quad (2.26)$$

2.5. Transformación de coordenadas

De acuerdo a las consideraciones realizadas en la sección 2.1 para la transformación de coordenadas, se tiene que los cosenos directores expresados en términos del ángulo θ son como los representados en la Tabla 2.2

Tabla 2.2. Cosenos directores para rotación sobre un eje

		Hacia		
		x_1	x_2	x_3
Desde	x	$a_{11} = \cos \theta$	$a_{12} = -\sin \theta$	$a_{13} = 0$
	y	$a_{21} = \sin \theta$	$a_{22} = \cos \theta$	$a_{23} = 0$
	z	$a_{31} = 0$	$a_{32} = 0$	$a_{33} = 1$

2.5.1. Transformación de componentes de esfuerzo

El esfuerzo es un tensor de segundo orden; por lo tanto, hay dos vectores base asociados que deben ser transformados usando las ecuaciones (2.3) y (2.4). Con lo cual se obtiene la relación de transformación

$$[\bar{\sigma}_{ij}] = [a_{im}][\sigma_{mn}][a_{jn}]^T \quad (2.27)$$

En la cual $[a_{im}]$ y $[a_{jn}]$ se definen en la ecuación (2.1), mientras que σ_{mn} son las componentes del tensor de esfuerzos en el sistema global (x, y, z) , y $\bar{\sigma}_{ij}$ son las componentes del tensor de esfuerzo en el sistema global (x_1, x_2, x_3) . Desarrollando la ecuación (2.27), se obtiene

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = [T_1] \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

Expresada de forma compacta

$$\{\bar{\sigma}\} = [T_1]\{\sigma\} \quad (2.29)$$

donde $[T_1]$ equivale a:

$$[T_1] = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2m_1n_1 & 2l_1n_1 & 2l_1m_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2m_2n_2 & 2l_2n_2 & 2l_2m_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2m_3n_3 & 2l_3n_3 & 2l_3m_3 \\ l_2l_3 & m_2m_3 & n_2n_3 & m_2n_3 + n_2m_3 & l_2n_3 + n_2l_3 & l_2m_3 + m_2l_3 \\ l_1l_3 & m_1m_3 & n_1n_3 & m_1n_3 + n_1m_3 & l_1n_3 + n_1l_3 & l_1m_3 + m_1l_3 \\ l_1l_2 & m_1m_2 & n_1n_2 & m_1n_2 + n_1m_2 & l_1n_2 + n_1l_2 & l_1m_2 + m_1l_2 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

2.5.2. Transformación de componentes de deformación

Para realizar la transformación de las componentes de deformación se emplean las ecuaciones (2.28) y (2.29) y se efectúa la sustitución de $\bar{\sigma}_{ij}$ y σ_{ij} por $\bar{\varepsilon}_{ij}$ y ε_{ij} , respectivamente. Sin embargo, se emplean las deformaciones de ingeniería en lugar de las deformaciones tensoriales, con lo cual se obtiene

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = [T_2] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

Expresada de forma compacta:

$$\{\bar{\varepsilon}\} = [T_2]\{\varepsilon\} \quad (2.32)$$

en donde $[T_2]$ representa:

$$[T_2] = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2m_1n_1 & 2l_1n_1 & 2l_1m_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & m_2n_2 & l_2n_2 & l_2m_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2m_3n_3 & 2l_3n_3 & 2l_3m_3 \\ 2l_2l_3 & 2m_2m_3 & 2n_2n_3 & m_2n_3 + n_2m_3 & l_2n_3 + n_2l_3 & l_2m_3 + m_2l_3 \\ 2l_1l_3 & 2m_1m_3 & 2n_1n_3 & m_1n_3 + n_1m_3 & l_1n_3 + n_1l_3 & l_1m_3 + m_1l_3 \\ 2l_1l_2 & 2m_1m_2 & 2n_1n_2 & m_1n_2 + n_1m_2 & l_1n_2 + n_1l_2 & l_1m_2 + m_1l_2 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

2.5.3. Transformación de coeficientes elásticos

Las componentes elásticas del tensor de cuarto orden \bar{C}_{ijkl} en el sistema coordenado global pueden ser relacionadas a las componentes C_{mnpq} del sistema coordenado del material. Dicha relación pueden ser obtenida usando la ecuación (2.29), la ley de Hooke en el sistema coordenado del material y la ecuación (2.32):

$$\{\sigma\} = [T_1]^{-1}\{\bar{\sigma}\} = [T_1]^{-1}[C]\{\bar{\varepsilon}\} = [T_1]^{-1}[C][T_2]\{\varepsilon\} \quad (2.34)$$

donde $[C]$ representa las componentes elásticas en el sistema coordenado del material. Utilizando la ley de Hooke en el sistema coordenado global se tiene que:

$$\{\sigma\} = [\bar{C}]\{\varepsilon\} \quad (2.35)$$

En la ecuación anterior $[\bar{C}]$ hace representación de las componentes elásticas en el sistema coordenado global. Con lo cual, de las ecuaciones (2.34) y (2.35) se obtiene

$$[\bar{C}] = [T_1]^{-1}[C][T_2] \quad (2.36)$$

De la expresión anterior se tiene que

$$[C] = [T_1][\bar{C}][T_2]^{-1} \quad (2.37)$$

Finalmente, se observa que $[T_2]^{-1} = [T]^T$, por lo tanto:

$$[C] = [T][\bar{C}][T^T] \quad (2.38)$$

Con las anteriores secciones del presente capítulo se han dejado claros los conceptos para de-

terminar las cantidades de esfuerzo, deformación y rigidez presentes en un material compuesto. Además, se han establecido las ecuaciones que permitirán caracterizar el material bajo estudio en el presente trabajo.

Capítulo 3

TEORÍA DE PLACAS LAMINADAS

El presente capítulo tiene como objetivo estudiar la teoría existente de placas laminadas, y compararla con el comportamiento de los materiales compuestos unidireccionales reforzados con fibra. A lo largo de la sección se hará énfasis en las diversas similitudes que permitirán caracterizar el material compuesto de refuerzo que se empleó en el estudio realizado.

3.1. Relación esfuerzo-deformación para una lámina ortotrópica

Se analizará la relación de esfuerzo-deformación en una capa, o lámina individual, de un material compuesto, puesto que sus propiedades son altamente direccionales. Este análisis expondrá las relaciones básicas que se utilizarán en el diseño y los análisis futuros. Se supondrá que el compuesto analizado es un material ortotrópico. La teoría expuesta hace referencia al esfuerzo bidimensional, puesto que muchas estructuras son delgadas en la dirección del espesor. Se desarrollará la relación entre esfuerzo-deformación para una lámina delgada de fibras alineadas en una matriz. Esta relación es aplicable en todos los compuestos de fibras continuas o cortas.

3.1.1. Propiedades de lámina ortotrópica

En la Figura 3.1 se presenta una lámina unidireccional ubicada en un sistema de coordenadas 1 y 2, las cuales hacen referencia a la dirección paralela y perpendicular de la fibra en la lámina, respectivamente, y la dirección 3 hace referencia al espesor de la lámina. El módulo de Young de la lámina en dirección de las fibras es E_{11} y en dirección transversal es E_{22} . La ecuación de deformación representada a continuación hace referencia a la respuesta del esfuerzo uniaxial en

dirección de la fibra:

$$\varepsilon_1 = \sigma_1/E_{11} \quad (3.1)$$

De igual forma, la ecuación de deformación a la respuesta del esfuerzo uniaxial en la dirección transversal es

$$\varepsilon_2 = \sigma_2/E_{22} \quad (3.2)$$

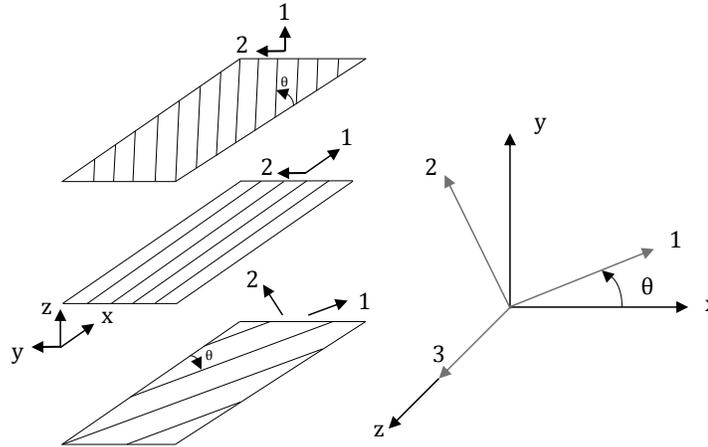


Figura 3.1. Laminas unidireccionales con un sistema de coordenadas de fibras local 1,2 y un sistema de coordenadas global x, y [8].

Se puede definir un módulo a corte en el plano G_{12} de modo que la respuesta a un esfuerzo cortante sea una cizalladura dada por.

$$\gamma_{12} = \tau_{12}/G_{12} \quad (3.3)$$

La relación de Poisson también se pueden expresar de manera similar para las direcciones axiales y transversales como:

$$\varepsilon_2 = -\nu_{12}\varepsilon_1 \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_1 = -\nu_{21}\varepsilon_2 \quad (3.5)$$

La relación de Poisson a través del espesor de la lámina se puede definir como:

$$\varepsilon_1 = -\nu_{31}\varepsilon_3 \quad \text{y} \quad \varepsilon_2 = -\nu_{32}\varepsilon_3 \quad (3.6)$$

en donde ε_3 está dada por

$$\varepsilon_3 = \sigma_3/E_{33} \quad (3.7)$$

Los términos descritos pueden ser organizados en la matriz de compatibilidad indicada en la ecuación (2.25), la cual se representa de forma abreviada como:

$$\{\varepsilon\} = [S]\{\sigma\} \quad (3.8)$$

en donde $[S]$ es obtenida de la matriz de compatibilidad para una lámina. De igual forma se puede demostrar que las matrices empleadas para describir la relación esfuerzo-deformación de un material elástico deben ser simétricas, por tanto se obtienen las relaciones:

$$E_{11}\nu_{21} = E_{22}\nu_{12} \quad \nu_{12}/E_{11} = \nu_{21}/E_{22} \quad (3.9)$$

De esta forma se obtiene una característica general del comportamiento de una lámina ortotrópica, la cual se asemeja al material compuesto estudiado; y a lo largo de esta sección se enfocará en mayor medida a su estudio.

3.1.2. Propiedades ortotrópicas de esfuerzo plano

Realizando una suposición de esfuerzo plano, con lo cual se busca eliminar las componentes en dirección del espesor $\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$, cuando se analiza una lámina delgada es una estrategia utilizada en ingeniería para obtener:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

La matriz de la ecuación (3.10) puede ser invertida para obtener la matriz de rigidez esfuerzo-deformación como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

o en forma abreviada:

$$\{\sigma\} = [Q]\{\varepsilon\} \quad (3.12)$$

donde los términos individuales de la matriz $[Q]$ están dados por

$$Q_{11} = E_{11}/D \quad Q_{12} = \nu_{21}E_{11}/D$$

$$\begin{aligned}
Q_{21} &= \nu_{12}E_{22}/D & Q_{22} &= E_{22}/D \\
Q_{66} &= G_{12} & D &= 1 - \nu_{12}\nu_{21}
\end{aligned}
\tag{3.13}$$

La matriz de compatibilidad y la de rigidez deben ser simétricas por lo cual, empleando la ecuación (3.9), se tendrá el requerimiento de cuatro constantes independientes para describir la respuesta esfuerzo-deformación en la lámina.

3.1.3. Transformación de dos dimensiones sobre un eje

Las ecuaciones de transformación en dos dimensiones para la rotación alrededor de un eje 3 (z) como se ilustra en la Figura (3.1) son simplificaciones directas de las ecuaciones (2.2) y (2.32). Se utilizará la expresión $[T_1]$ y $[T_2]$ como matrices de transformaciones para el esfuerzo y la deformación, respectivamente, dando como resultado:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T_1] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}
\tag{3.14}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [T_2] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}
\tag{3.15}$$

En donde, para problemas de esfuerzo plano con $m = \cos \theta$ y $n = \sin \theta$, $[T_1]$ y $[T_2]$ se define como:

$$[T_1] = \begin{Bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{Bmatrix}
\tag{3.16}$$

$$[T_2] = \begin{Bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{Bmatrix}
\tag{3.17}$$

Los esfuerzos en las coordenadas principales del material se hayan combinando las ecuaciones (3.16) y (3.17) resultando en:

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= m^2\sigma_x + n^2\sigma_y + 2mn\tau_{xy} \\
\sigma_2 &= n^2\sigma_x + m^2\sigma_y - 2mn\tau_{xy}
\end{aligned}
\tag{3.18}$$

$$\tau_{12} = -mn\sigma_x + mn\sigma_y + (m^2 - n^2)\tau_{xy}$$

3.1.4. Relación esfuerzo-deformación de una lámina en coordenadas globales

Combinando la ecuación constitutiva del esfuerzo plano, ecuación (3.12), junto con las ecuaciones de transformación (3.16) y (3.17), se obtiene la relación esfuerzo-deformación de una lámina en coordenadas globales:

$$\{\sigma\}_x = [T_1]^{-1}[Q][T_2]\{\varepsilon\}_x \quad (3.19)$$

ó

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T_1]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} [T_2] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

Ahora se define la matriz de rigidez reducida para la transformación del esfuerzo plano como $[\bar{Q}]$:

$$[\bar{Q}] = [T_1]^{-1}[Q][T_2] \quad (3.21)$$

La ecuación constitutiva del esfuerzo plano para un sistema arbitrario de coordenadas $x - y$ se escribe como:

$$\{\sigma\}_x = [\bar{Q}]\{\varepsilon\}_x \quad (3.22)$$

ó

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

La ecuación constitutiva para la transformación del esfuerzo plano, ecuación (3.22), puede invertirse para obtener la matriz de transformación de compatibilidad $[\bar{S}]$, la cual es la inversa de la matriz de transformación de rigidez $[\bar{S}] = [\bar{Q}]^{-1}$.

$$\{\varepsilon\}_x = [\bar{S}]\{\sigma\}_x \quad (3.24)$$

De forma expandida puede escribirse como:

$$[\bar{S}] = [T_2]^{-1}[Q]^{-1}[T_1] \quad (3.25)$$

Estas ecuaciones puede expresarse en términos de las constantes de ingeniería de un material

empleando las ecuaciones (3.9) y (3.13), con lo que se obtiene:

$$\bar{S}_{11} = \left[m^4 + m^2 n^2 \left(-2\nu_{12} + \frac{E_1}{G_{12}} \right) + n^4 \frac{E_1}{E_2} \right] \left(\frac{1}{E_1} \right) \quad (3.26)$$

$$\bar{S}_{12} = \left[n^2 m^2 \left(1 + \frac{E_1}{E_2} - \frac{E_1}{G_{12}} \right) - (n^4 + m^4) \nu_{12} \right] \left(\frac{1}{E_1} \right) \quad (3.27)$$

$$\bar{S}_{16} = nm \left[m^2 \left(2 + 2\nu_{12} - \frac{E_1}{G_{12}} \right) + n^2 \left(-2\nu_{12} - 2\frac{E_1}{E_2} + \frac{E_1}{G_{12}} \right) \right] \left(\frac{1}{E_1} \right) \quad (3.28)$$

$$\bar{S}_{22} = \left[n^4 + m^2 n^2 \left(-2\nu_{12} + \frac{E_1}{G_{12}} \right) + m^4 \frac{E_1}{E_2} \right] \left(\frac{1}{E_1} \right) \quad (3.29)$$

$$\bar{S}_{26} = nm \left[n^2 \left(2 + 2\nu_{12} - \frac{E_1}{G_{12}} \right) + m^2 \left(-2\nu_{12} - 2\frac{E_1}{E_2} + \frac{E_1}{G_{12}} \right) \right] \left(\frac{1}{E_1} \right) \quad (3.30)$$

$$\bar{S}_{66} = \left[4n^2 m^2 \left(1 + 2\nu_{12} + \frac{E_1}{E_2} \right) + (n^2 - m^2)^2 \frac{E_1}{G_{12}} \right] \left(\frac{1}{E_1} \right) \quad (3.31)$$

3.2. Deformación provocada en una lámina bajo tensión y flexión

Se harán las siguientes consideraciones para analizar una placa plana compuesta por varias placas con un sistema de referencia x, y en el plano de la placa, tal como se muestra en la Figura 3.2:

- El arreglo es un compuesto laminado que se forma de varias capas perfectamente unidas.
- Las propiedades de cada capa son conocidas y se considera un material homogéneo.
- Las capas pueden ser isotrópicas, ortotrópicas o transversalmente isotrópicas.
- Cada una de las capas se encuentra en un estado de esfuerzo plano.
- El laminado se comporta de acuerdo a teoría de Kirchhoff–Love, en la cual se considera que las normales al plano medio permanecen rectas y normales al plano medio después de la deformación y las normales al plano medio no cambian de longitud.

Los desplazamientos en las direcciones x, y y z se simbolizan con las letras u, v y w , respectivamente. Se supondrá que sólo existirán desplazamientos en dirección x debido al movimiento y no se producirá variación de w a través del espesor tal como se representa en la Figura 3.2. Los

desplazamientos en el plano u y v se pueden relacionar con los desplazamientos de la línea central u_0 y v_0 de las pendientes por:

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \quad v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} \quad (3.32)$$

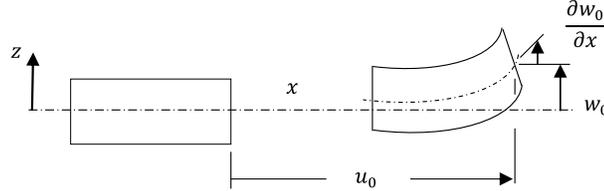


Figura 3.2. Representación de flexión y tensión en una lámina[8].

Los desplazamientos pueden ser relacionados con las deformaciones utilizando la relación deformación-desplazamiento de elasticidad lineal. Su obtención se puede extraer de manera sencilla de la Figura 3.3 empleando la definiciones de deformación; es decir, que la deformación normal es el cambio de longitud por unidad de longitud y la deformación cortante es el cambio en el ángulo entre dos lados inicialmente perpendiculares. Se puede expresar de forma matemática como:

$$\varepsilon_x = \frac{\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} d_x\right) - u}{d_x} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.33)$$

para la deformación normal y para la cortante como:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} d_y + \frac{\partial v}{\partial x} d_x = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.34)$$

De forma similar pueden ser obtenidos todos los desplazamientos en la dirección y . La relación general deformación-desplazamiento se da sustituyendo los desplazamientos dados en la ecuación (3.32), con lo cual se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

y definiendo las deformaciones de líneas centrales $\{\epsilon^0\}$ y curvaturas $\{k\}$, pueden ser expresadas

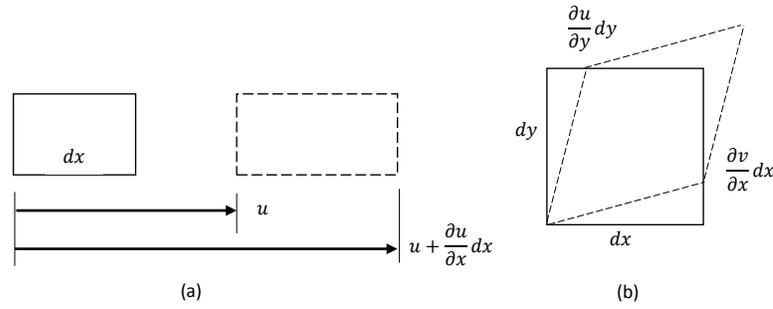


Figura 3.3. Relación entre los gradientes de deformación y desplazamiento: (a) Deformación normal y (b) Deformación cortante [8].

como:

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon^0\} + z\{k\} \quad (3.36)$$

donde las deformaciones de líneas centrales $\{\epsilon^0\}$ y curvaturas $\{k\}$ son:

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

y

$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

3.3. Fuerza y momento resultante

Se procederá a relacionar el esfuerzo interno (en coordenadas generales x, y) con una carga aplicada, representada en términos del esfuerzo resultante $\{N\}$ y el momento resultante $\{M\}$. Donde $\{N\}$ hace referencia al esfuerzo integrado sobre el espesor del laminado, por tanto será la fuerza aplicada por unidad de ancho, y $\{M\}$ es el momento aplicado por unidad de ancho. Usando el equilibrio, se equipara la fuerza y el momento por unidad de ancho con la integral del esfuerzo y

la distancia por el tipo del esfuerzo desde la línea central para obtener:

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \quad (3.39)$$

en forma compacta :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (3.40)$$

y para el momento resultante:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (3.41)$$

Realizando una suma de las integrales sobre el espesor total del laminado, se obtiene la integral:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (3.42)$$

y para el momento resultante:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (3.43)$$

La Figura 3.4 ilustra la posición de los límites de cada capa. Las coordenadas h_k son los valores de z en las interfaces y tienen la convención de signos de la coordenada z .

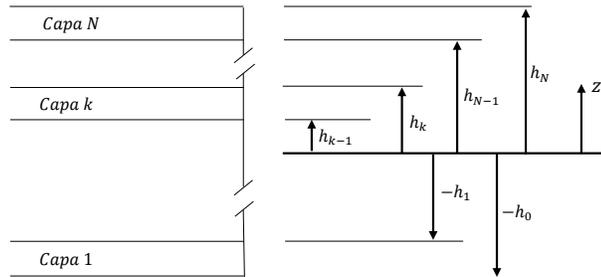


Figura 3.4. Notación para localización de interfaz de laminado [8].

3.4. Matrices A , B y D

Las matrices A , B y D permiten expresar relación de los resultados de fuerza y momento con las deformaciones en el laminado, a través de las propiedades del material. Primeramente se busca relacionar los esfuerzos de cada capa con las deformaciones de capa. Los esfuerzos son dados en términos de la posición z en la ecuación (3.36). Dichas relaciones entre el esfuerzo y la deformación deben darse en coordenadas generales x , y ; puesto que las deformaciones se expresan en términos de x , y . Sin embargo, se puede hacer utilizando las relaciones esfuerzo-deformación para una lámina orientada en un ángulo arbitrario, las cuales se desarrollan en las ecuaciones (3.21) y (3.22).

Realizando la sustitución de las ecuaciones anteriores de esfuerzo-deformación en coordenadas x , y se tiene:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \bar{Q}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \bar{Q}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} dz + \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \bar{Q}_k \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (3.44)$$

y

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \bar{Q}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \bar{Q}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} z dz + \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \bar{Q}_k \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} z^2 dz \quad (3.45)$$

Retomando las consideraciones realizadas al inicio de la sección, en las cuales se consideran las propiedades del material constantes para cada lámina, la única variable en las integrales es z ; de esta forma se tiene:

$$\int_{h_{k-1}}^{h_k} dz = h_k - h_{k-1} \quad (3.46)$$

$$\int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz = \frac{h_k^2 - h_{k-1}^2}{2} \quad (3.47)$$

$$\int_{h_{k-1}}^{h_k} z^2 dz = \frac{h_k^3 - h_{k-1}^3}{3} \quad (3.48)$$

Utilizando las anteriores integrales, las ecuaciones se pueden escribir en la relación clásica entre esfuerzos resultantes, momentos resultantes, deformaciones de la línea central y curvaturas de la

siguiente forma:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} \quad (3.49)$$

en donde A , B y D son matrices de orden 3×3 , definidas como:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \quad (3.50)$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \frac{h_k^2 - h_{k-1}^2}{2} \quad (3.51)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \frac{h_k^3 - h_{k-1}^3}{3} \quad (3.52)$$

En las tres ecuaciones anteriores, la posición de la superficie de la capa es denotada por h_k , el número de capas está representado por N , y \bar{Q} es la matriz de rigidez en las coordenadas del sistema x, y de cada lámina. La ecuación (3.49) es un caso general en el cual existe acoplamiento entre el comportamiento del plano y el comportamiento de flexión, debido a la presencia de la matriz B .

3.5. Constantes de ingeniería

Es posible desarrollar expresiones para las constantes de ingeniería de una lámina en términos de las propiedades del material conocidas y el ángulo de orientación de la fibra θ , considerando una serie de estados de esfuerzo unidimensional aplicados sobre la lámina. La ecuación (3.24) permite obtener las constantes de ingeniería por medio de los estados de esfuerzo dados $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, al determinar las deformaciones, como se describe en las siguientes secciones.

3.5.1. Modulo axial

Considerando una lámina unidireccional rotada un ángulo θ bajo la carga $\sigma_x \neq 0$ con $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$, como se representa en la Figura 3.5, el módulo axial obtenido de la ecuación (3.24) es:

$$\epsilon_x = \bar{S}_{11} \sigma_x \quad (3.53)$$

y para la definición del módulo de Young es:

$$\epsilon_x = \frac{1}{E_x} \sigma_x \quad (3.54)$$

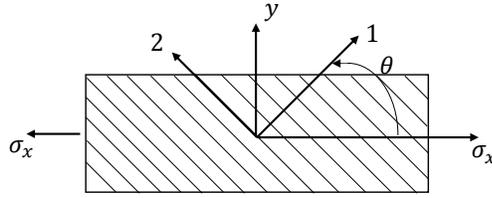


Figura 3.5. Lámina fuera de eje bajo un esfuerzo de tensión [9].

Igualando las ecuaciones (3.53) y (3.54), se expresa el módulo axial E_x en términos de coeficientes de compatibilidad transformados como:

$$E_x = \frac{1}{\bar{S}_{11}} \quad (3.55)$$

3.5.2. Coeficiente de Poisson

Se define como la proporción negativa de la deformación lateral ε_y y la deformación axial ε_x , relacionadas con un esfuerzo aplicado σ_x . Realizando las mismas consideraciones que en el caso anterior se tiene:

$$\nu_{xy} = \frac{-\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{-\bar{S}_{12}}{\bar{S}_{11}} \quad (3.56)$$

3.5.3. Modulo transversal

La expresión del módulo transversal E_y , es determinada por el estado de esfuerzos $\sigma_y \neq 0$, $\sigma_x = \tau_{xy} = 0$ aplicada a la lámina de la Figura 3.5. Empleando la ecuación (3.24), se obtiene la deformación ε_y y combinándola con la ley de Hooke resulta:

$$E_y = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} = \frac{1}{\bar{S}_{22}} \quad (3.57)$$

3.5.4. Modulo cortante

El módulo cortante, G_{xy} , es determinado por el estado de esfuerzo $\tau_{xy} \neq 0$, $\sigma_y = \sigma_x = 0$ en la ecuación (3.24) junto con la ley de Hooke para cortante, lo que resulta en:

$$G_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}} = \frac{1}{\bar{S}_{66}} \quad (3.58)$$

3.6. Criterios de falla

En un compuesto laminado de fibras es importante considerar las propiedades de la matriz, las cuales pueden determinar el valor de la resistencia a la tensión; siempre que no se considere la regla

de diseño que orienta la fibra en dirección para la cual se puedan transportar las cargas principales, de lo contrario en los compuesto de matriz poliméricas la resistencia estará determinada principalmente por la fibra. En un material compuesto el término de falla debe ser reconsiderado, puesto que siempre se presentarán varias fallas locales antes del colapso final del material. La aplicación de un apropiado criterio de falla junto con las características mecánicas de la capa permitirán predecir la primera falla. Los criterios de falla consisten de parámetros que deben ser determinados experimentalmente y a menudo son difíciles de determinar con certeza. A continuación se mostrarán los criterios de falla mayormente considerados en el análisis de materiales compuestos.

3.6.1. Mecanismos de falla

Una representación de los tipos de fallas que pueden ocurrir en un material compuesto unidireccional se ilustran en la Figura 3.6. Los mecanismos de falla a nivel microscópico incluyen fractura, pandeo, división y desprendimiento de fibras, además de la separación de fibra/matriz, grietas en la matriz y grietas circunferenciales.

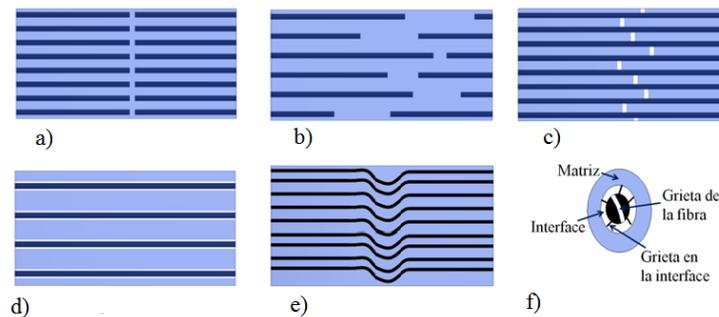


Figura 3.6. Mecanismos de falla en láminas[9]: a)Fractura de fibras, b)Desprendimiento, c)Grieta en matriz, d)Separación fibra/matriz, e)Pandeo y f)Grietas en la interface.

El mecanismo de falla más catastrófico de un material compuesto unidireccional reforzado con fibra se presenta cuando la fibra se fractura de forma transversal, debido a que las fibras soportaran la mayor carga.

3.6.1.1. Fuerza del esfuerzo axial

El esfuerzo máximo soportado por la fibra en una lámina unidireccional representa el valor de la resistencia última. El análisis para predecir la resistencia del esfuerzo axial en función de la resistencia de la fibra y la matriz, y las fracciones de volumen de los constituyentes fueron proporcionadas por Kelly y Davies [32]. Haciendo la consideración que las fibras son idénticas, continuas, se encuentran alineadas y uniformemente espaciadas, el equilibrio en la dirección axial

requiere que el promedio de la resistencia última del compuesto, σ_c^{ult} , se exprese en términos de las componentes del esfuerzo de la matriz y la fibra, σ'_m , y σ'_f , y las respectivas fracciones volumétrica, V_m y V_f , en la forma:

$$\sigma_c^{ult} = \sigma'_f V_f + \sigma'_m V_m \quad (3.59)$$

Existe una fracción de volumen de fibra mínima, V_f^{min} , bajo la cual las fibras no proporcionan ninguna resistencia. También existe una fracción de volumen crítico, V_f^{crit} , bajo la cual las fibras no proporcionan un refuerzo adicional porque $V_m = 1$ y podría soportar más carga.

En un compuesto que falla cuando las fibras alcanzan su resistencia última, σ_f^{ult} , el esfuerzo de falla del compuesto puede escribirse como

$$\sigma_c^{fult} = \sigma_f^{ult} V_f + \sigma'_m (1 - V_f) \quad (3.60)$$

Se designa el esfuerzo de falla de la porción del volumen de la matriz σ_c^{mult} , reemplazando este esfuerzo con el esfuerzo de las fibras igual a cero, con lo que se obtiene

$$\sigma_c^{mult} = \sigma'_m V_m = \sigma'_m (1 - V_f) \quad (3.61)$$

En la Figura 3.7 está representada gráficamente la resistencia última de un compuesto contra la fracción de volumen de fibra. Se puede observar que la fracción de volumen de fibra mínima, V_f^{min} , necesaria para que las fibras representen un esfuerzo, corresponde a la intersección de las dos líneas rectas del dominio de la matriz y de la fibra, también se muestra la fracción de volumen de fibra crítica, V_f^{crit} .

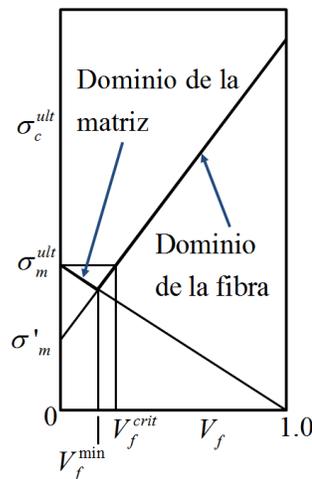


Figura 3.7. Esfuerzos del compuesto y fracción de volumen de la fibra [9].

3.6.2. Criterio de falla independiente

El criterio de máximo esfuerzo y máxima deformación se encuentra dentro de esta categoría. Para que ocurra la falla por el criterio de máximo esfuerzo se debe satisfacer alguna de las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &\geq X_T, & \tau_{23} &\geq R \\ \sigma_2 &\geq Y_T, & \tau_{13} &\geq S \\ \sigma_3 &\geq Z_T, & \tau_{12} &\geq T\end{aligned}\tag{3.62}$$

en donde $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ son las componentes del esfuerzo normal, $(\sigma_4, \sigma_5, \sigma_6)$ son las componentes del esfuerzo cortante, (X_T, Y_T, Z_T) son las fuerzas normales a tensión (T) en la lámina a lo largo de las direcciones $(1, 2, 3)$ y (R, S, T) son los esfuerzos cortantes en los planos $(23, 13, 12)$, respectivamente.

Para el criterio de deformación máxima, la falla sucede cuando ocurre alguna de las siguientes condiciones

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &\geq X_{\varepsilon T}, & \gamma_{23} &\geq R_\varepsilon \\ \varepsilon_2 &\geq Y_{\varepsilon T}, & \gamma_{13} &\geq S_\varepsilon \\ \varepsilon_3 &\geq Z_{\varepsilon T}, & \gamma_{12} &\geq T_\varepsilon\end{aligned}\tag{3.63}$$

en donde $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ representan las componentes de deformación, $(\gamma_{23}, \gamma_{13}, \gamma_{12})$ son los componentes de deformación cortante, $(X_{\varepsilon T}, Y_{\varepsilon T}, Z_{\varepsilon T})$ representan las fuerzas de deformación normal de la lámina a tensión a lo largo de la dirección $(1, 2, 3)$ y $(R_\varepsilon, S_\varepsilon, T_\varepsilon)$ son las fuerzas de deformación debido al cortante en los planos $(23, 13, 12)$, respectivamente.

3.7. Micromecánica

La micromecánica de materiales compuestos tiene como objetivo determinar las propiedades macroscópicas o efectivas como: flexibilidad, resistencia mecánica, coeficiente de expansión térmica, entre otras; a partir de las propiedades conocidas de la fibra y la matriz. Las ecuaciones constitutivas, con bases físicas que se utilizan para simular el comportamiento de elementos estructurales fabricados con materiales compuestos reforzados, son proporcionadas por los modelos micromecánicos. Esta técnica también facilita el estudio de fenómenos locales como la iniciación y acumulación de daño en las fases del material compuesto durante la deformación.

La micromecánica de materiales compuestos presenta una gran complejidad para ser estudiados

y aprobados, por lo que se requiere hacer diversas aproximaciones. Los métodos de micromecánica se pueden dividir dependiendo del tipo de aproximación. A continuación se mencionan algunos de ellos [33]:

- **Promedio volumétrico:** Se basa en el promedio volumétrico del esfuerzo y la deformación del material para hallar las propiedades elásticas efectivas que relacionarán dichas cantidades promediadas.
- **Factor de concentración de Hill:** Método que permite encontrar los módulos elásticos globales de un compuesto de fibras con fases isotrópicas transversales, por medio de relaciones universales simples que son independientes de la geometría. Los valores exactos de los módulos son hallados cuando las fases tienen rigideces transversales iguales [34].
- **Modelo de ensamblaje de cilindro concéntrico:** En este modelo, un compuesto de fibra continuo unidireccional está representado por un conjunto de cilindros concéntricos, cada uno formado por un núcleo de fibra rodeado por un anillo de matriz. De este modo el tamaño de los cilindros varía según sea necesario para llenar todo el volumen, mientras se mantiene constante la fracción de volumen de fibra en todos los cilindros [35].
- **Método de celdas:** Es un método de aproximación analítica para predecir la respuesta elástica e inelástica del material compuesto reforzado por fibras. Este método se explicará con más detalle a lo largo de la sección, puesto que su metodología fue la seleccionada para resolver la problemática tratada en este trabajo, ya que brinda una mejor aproximación.
- **Método auto-consistente:** Se basa en una solución a un problema de inclusión auxiliar, donde una sola inclusión elipsoidal está incrustada en un medio infinito. Se supone que la unión entre la inclusión y el medio infinito es perfecta, lo que resulta en desplazamiento y tracción continua a través de la interfaz entre las fases. Los esfuerzos o deformaciones uniformes se aplican en el infinito con el objetivo de determinar los esfuerzos o deformaciones en la inclusión.
- **Método de Mori-Tanaka:** Se supone que la deformación promedio en una inclusión típica (fibra) está relacionada con la deformación promedio en la matriz por un tensor de cuarto orden, el cual se define para dar la relación entre la deformación uniforme en la inclusión incrustada en toda la matriz del material sometido a una deformación uniforme impuesta en el infinito[36].

3.7.1. Método de celdas para materiales reforzados con fibra

Este método implica: un compuesto reforzado de fibras con una estructura periódica, un elemento de volumen representativo en una región de fibra junto con tres dominios de matriz y el refinamiento inherente implicado en el modelo en el que la región de la matriz se divide en tres subregiones.

3.7.1.1. Relaciones básicas y geometría

El método se basa en la suposición de que existen fibras cuadradas continuas orientadas en la dirección x_1 y doblemente organizadas de forma periódica en las direcciones x_2 y x_3 , constituyendo un material unidireccional reforzado representado en la Figura 3.8 (a). La sección transversal de la fibra cuadrada es h_1^2 , y h_2^2 un espacio de la matriz. Puesto que existe una periodicidad, se hace apropiado analizar una celda representativa como se ilustra en la Figura 3.8 (b).

Dicha celda representativa contiene cuatro subceldas $\beta, \gamma = 1, 2$, con sus respectivos sistemas de coordenadas locales $(x_1, \bar{x}_2^{(\beta)}, \bar{x}_3^{(\gamma)})$. Dado que se busca el comportamiento promedio de la subcelda, se considerará la siguiente expansión de desplazamiento de primer orden en cada subcelda:

$$u_i^{(\beta\gamma)} = w^{(\beta\gamma)} + \bar{x}_2^{(\beta)} \phi_i^{(\beta\gamma)} + \bar{x}_3^{(\gamma)} \psi_i^{(\beta\gamma)} \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.64)$$

Las componentes del tensor de pequeñas deformaciones están dadas por:

$$\varepsilon_{ij}^{(\beta\gamma)} = \frac{1}{2} [\partial_i u_j^{(\beta\gamma)} + \partial_j u_i^{(\beta\gamma)}] \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3.65)$$

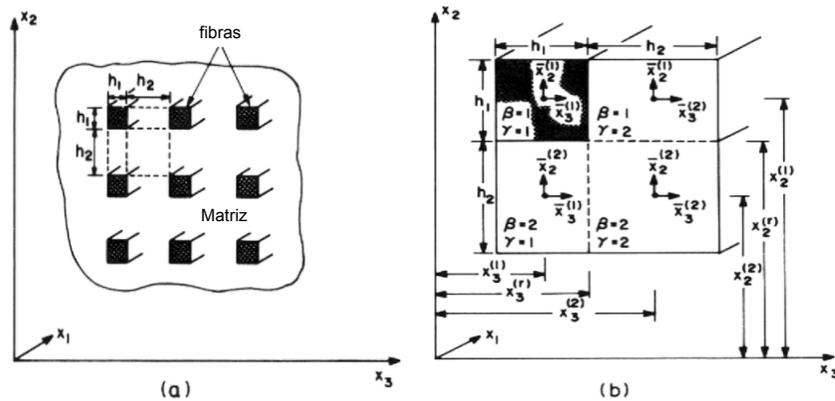


Figura 3.8. Geometría del método de celdas: a) Composición con doble formación periódica de fibra extendida en la dirección x_1 [10] y b) Representación de celda con cuatro subceldas [10].

Bajo la suposición de que los materiales que constituyen la fibra y la matriz son perfectamente elásticos, para un material transversalmente isotrópico, con la dirección anisotrópica en x_1 , los esfuerzos están relacionados con las deformaciones de la forma:

$$\sigma^{(\beta\gamma)} = \mathbf{C}^{(\beta\gamma)} \varepsilon^{(\beta\gamma)} - \mathbf{\Gamma}^{(\beta\gamma)} \Delta \mathbf{T} \quad (3.66)$$

en donde la variable $\mathbf{\Gamma}^{(\beta\gamma)}$ representa los coeficientes de expansión térmica, $\Delta \mathbf{T}$ el cambio de temperatura del material en la subcelda, $\mathbf{C}^{(\beta\gamma)}$ las rigideces elásticas y $\varepsilon^{(\beta\gamma)}$ la deformaciones del material compuesto [10]. Estas variables se encuentran expresadas en forma detallada en el capítulo 1 del libro citado.

El valor del esfuerzos promedio $\bar{\sigma}_{ij}$ en el compuesto es determinado por los esfuerzos promedios de la subcelda, $\bar{\sigma}_{ij}^{(\beta\gamma)}$, de la forma:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{\beta,\gamma=1}^2 V_{\beta\gamma} \bar{\sigma}_{ij}^{(\beta\gamma)} \quad (3.67)$$

en donde $V_{\beta\gamma} = h_\beta h_\gamma$, $V = (h_1 + h_2)^2$, el cual es el área de la celda representativa, y

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(\beta\gamma)} = \frac{1}{V_{\beta\gamma}} \int_{-h_{\beta/2}}^{h_{\beta/2}} \int_{-h_{\gamma/2}}^{h_{\gamma/2}} \sigma_{ij}^{(\beta\gamma)} d\bar{x}_2^{(\beta)} d\bar{x}_3^{(\gamma)} \quad (3.68)$$

3.7.1.2. Condición interfacial de desplazamiento

Las condiciones de continuidad deben garantizar que en cualquier instante, los desplazamientos normal y tangencial sean continuos en las interfaces de la subcelda en la celda representativa de la Figura 3.8(b). Desarrollando esta condición y empleando la ecuación (3.64) se tiene:

$$W_i^{(1\gamma)} \mp \frac{h_1}{2} \phi_i^{(1\gamma)} = W_i^{(2\gamma)} \pm \frac{h_2}{2} \phi_i^{(2\gamma)} \quad (3.69)$$

en donde la ecuación es evaluada en la línea central $X_2^{(\beta)}$.

Derivando un modelo continuo para aplicar la ecuación (3.69), y evaluando en $X_2^{(2)}$ (ubicación de la interfaz dentro de la celda representativa) para todo el medio continuo, se obtiene:

$$W_i^{(1\gamma)} \pm \frac{h_1}{2} \frac{\partial}{\partial x_2} W_i^{(1\gamma)} \mp \frac{h_1}{2} \phi_i^{(1\gamma)} = W_i^{(2\gamma)} \mp \frac{h_2}{2} \frac{\partial}{\partial x_2} W_i^{(2\gamma)} \pm \frac{h_2}{2} \phi_i^{(2\gamma)} \quad (3.70)$$

esta relación nos proporciona $W_i^{(1\gamma)} = W_i^{(2\gamma)}$ y la resta de dicha relación da:

$$h_1\phi_i^{(1\gamma)} + h_2\phi_i^{(2\gamma)} = (h_1 + h_2)\frac{\partial}{\partial x_2}W_i^{(1\gamma)} \quad (3.71)$$

De igual forma evaluando, la otra condición de continuidad de desplazamiento expresada en la ecuación (3.69), se obtiene:

$$h_1\psi_i^{(\beta 1)} + h_2\psi_i^{(\beta 2)} = (h_1 + h_2)\frac{\partial}{\partial x_3}W_i^{(\beta 1)} \quad (3.72)$$

y de la ecuación (3.72) se halla:

$$W_i^{11} = W_i^{12} = W_i^{21}W_i^{22} \equiv W_i \quad (3.73)$$

Las ecuaciones (3.71), (3.72) y (3.73) conforman doce relaciones, las cuales se obtienen de la continuidad del desplazamiento en la interfaz. Las deformaciones promedio en la subcelda se pueden obtener de las relaciones anteriores y a partir de las ecuaciones (3.64) y (3.65) en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{11}^{(\beta\gamma)} &= \frac{\partial}{\partial x_1}W_1 \\ \bar{\varepsilon}_{22}^{(\beta\gamma)} &= \phi_2^{(\beta\gamma)} \\ \bar{\varepsilon}_{33}^{(\beta\gamma)} &= \psi_3^{(\beta\gamma)} \\ 2\bar{\varepsilon}_{12}^{(\beta\gamma)} &= \phi_1^{(\beta\gamma)} + \frac{\partial}{\partial x_1}W_2 \\ 2\bar{\varepsilon}_{13}^{(\beta\gamma)} &= \psi_1^{(\beta\gamma)} + \frac{\partial}{\partial x_1}W_3 \\ 2\bar{\varepsilon}_{23}^{(\beta\gamma)} &= \phi_3^{(\beta\gamma)} + \psi_2^{(\beta\gamma)} \end{aligned} \quad (3.74)$$

La relación general entre el esfuerzo promedio y las microvariables en la subcelda de la celda representativa se obtiene sustituyendo la ecuación (3.66) en la ecuación (3.68) y empleando la ecuación (3.74), con lo que se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{11}^{(\beta\gamma)} &= C_{11}^{(\beta\gamma)}\bar{\varepsilon}_{11} + C_{12}^{(\beta\gamma)}(\phi_2^{(\beta\gamma)} + \psi_3^{(\beta\gamma)}) - \Gamma_1^{(\beta\gamma)}\Delta T \\ \bar{\sigma}_{22}^{(\beta\gamma)} &= C_{12}^{(\beta\gamma)}\bar{\varepsilon}_{11} + C_{22}^{(\beta\gamma)}\phi_2^{(\beta\gamma)} + C_{23}^{(\beta\gamma)}\psi_3^{(\beta\gamma)} - \Gamma_2^{(\beta\gamma)}\Delta T \\ \bar{\sigma}_{33}^{(\beta\gamma)} &= C_{13}^{(\beta\gamma)}\bar{\varepsilon}_{11} + C_{23}^{(\beta\gamma)}\phi_2^{(\beta\gamma)} + C_{22}^{(\beta\gamma)}\psi_3^{(\beta\gamma)} - \Gamma_3^{(\beta\gamma)}\Delta T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}_{12}^{(\beta\gamma)} &= C_{44}^{(\beta\gamma)} \left(\frac{\partial W_2}{\partial x_1} + \phi_1^{(\beta\gamma)} \right) \\
\bar{\sigma}_{13}^{(\beta\gamma)} &= C_{44}^{(\beta\gamma)} \left(\frac{\partial W_3}{\partial x_1} + \psi_1^{(\beta\gamma)} \right) \\
\bar{\sigma}_{23}^{(\beta\gamma)} &= C_{66}^{(\beta\gamma)} (\phi_3^{(\beta\gamma)} + \psi_2^{(\beta\gamma)})
\end{aligned} \tag{3.75}$$

3.7.1.3. Relación constitutiva compuesto - simetría cuadrada

Considerando la importancia de la condición interfacial de desplazamiento, se procederá a expresar las ecuaciones constitutivas del compuesto unidireccional en forma explícita. Los esfuerzos y las tensiones promedio presentes en estas ecuaciones están relacionadas por expresiones de forma cerrada, lo cual se resumirá a continuación:

Relación esfuerzo-deformación normal promedio: Sustituyendo los valores de $i = 2, 3$ en las ecuaciones (3.71) y (3.72), y realizando las respectivas simplificaciones se obtienen las ecuaciones representativas de b_{11}, b_{22}, b_{33} y $\bar{\epsilon}_{11}, \bar{\epsilon}_{22}, \bar{\epsilon}_{33}$, que brindan las relaciones constitutivas requeridas para el esfuerzo y la deformación normal de un compuesto unidireccional, las cuales se expresan a continuación.

$$\bar{\sigma}_{11} = b_{11}\bar{\epsilon}_{11} + b_{12}\bar{\epsilon}_{22} + b_{13}\bar{\epsilon}_{33} - \Gamma_1\Delta T \tag{3.76}$$

$$\bar{\sigma}_{12} = b_{12}\bar{\epsilon}_{11} + b_{22}\bar{\epsilon}_{22} + b_{23}\bar{\epsilon}_{33} - \Gamma_2\Delta T \tag{3.77}$$

$$\bar{\sigma}_{33} = b_{13}\bar{\epsilon}_{11} + b_{23}\bar{\epsilon}_{22} + b_{33}\bar{\epsilon}_{33} - \Gamma_3\Delta T \tag{3.78}$$

Relación esfuerzo-deformación cortante axial promedio: Reemplazando $i = 1$ en la ecuación (3.71) y revisando las ecuaciones anteriormente sustituidas, se encuentran las expresiones de microvariables, las cuales pueden ser combinadas con la ecuación (3.67) para obtener el esfuerzo cortante axial promedio, en la siguiente forma:

$$\bar{\sigma}_{12} = 2b_{44}\bar{\epsilon}_{12} \tag{3.79}$$

$$\bar{\sigma}_{13} = 2b_{44}\bar{\epsilon}_{13} \tag{3.80}$$

Las ecuaciones de $b_{44}, \bar{\epsilon}_{12}$, y $\bar{\epsilon}_{13}$ son dadas en función de variables conocidas.

Relación esfuerzo-deformación cortante transversal promedio: Sustituyendo $i = 3$ en la ecuación (3.71) e $i = 2$ en la ecuación (3.72), se obtienen microvariables que se relacionarán

con la ecuación (3.67), para encontrar la relación del esfuerzo cortante transversal promedio en función de variables conocidas, de la siguiente forma:

$$\bar{\sigma}_{23} = 2b_{66}\bar{\varepsilon}_{23} \quad (3.81)$$

En consecuencia un compuesto unidireccional se caracteriza por seis constantes efectivas b_{11} , b_{22} , b_{33} , b_{44} , b_{55} y b_{66} que conforman en conjunto la matriz de rigidez elástica $B = [b_{ij}]$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & b_{22} & b_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & b_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & \text{Simetría} & & b_{44} & 0 & 0 \\ & & & & b_{44} & 0 \\ & & & & & b_{66} \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Por tanto, la relación constitutiva del compuesto se describe de la forma

$$\bar{\sigma} = B\bar{\varepsilon} - \Gamma\Delta T \quad (3.83)$$

en donde

$$\bar{\sigma} = [\bar{\sigma}_{11}, \bar{\sigma}_{22}, \bar{\sigma}_{33}, \bar{\sigma}_{12}, \bar{\sigma}_{13}, \bar{\sigma}_{23}]$$

$$\bar{\varepsilon} = [\bar{\varepsilon}_{11}, \bar{\varepsilon}_{22}, \bar{\varepsilon}_{33}, 2\bar{\varepsilon}_{12}, 2\bar{\varepsilon}_{13}, 2\bar{\varepsilon}_{23}]$$

y

$$\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_2, 0, 0, 0]$$

Estas propiedades efectivas representan un material ortotrópico con simetría cuadrada. Esto implica que las direcciones x_2 y x_3 son equivalentes, ya que la ecuación (3.83) es insensible a la rotación de 90 de los ejes x_2 y x_3 alrededor del eje en dirección de la fibra x_1 [10].

Se puede observar, que el estudio realizado se enfoca en el análisis del comportamiento de una lamina unidireccional, para finalmente describir el método de celdas que permite caracterizar el comportamiento del material compuesto bajo estudio. Cada una de las ecuaciones ilustradas de la teoría de placas laminadas relaciona el comportamiento del material compuesto unidireccional reforzado. Las ecuaciones halladas simplificarán los cálculos a realizar para el tipo de material compuesto específico que se analizará.

Capítulo 4

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE TANQUES BAJO PRESIÓN INTERNA

En busca de especificar los parámetros e importancia del tipo de tanque a estudiar se destina el actual capítulo. Un recipiente a presión es un contenedor diseñado para albergar líquidos o gases a presiones internas; típicamente son esféricos o cilíndricos con domos en los extremos. Las fallas ocurridas en estos recipientes suceden cuando la presión interna provoca un esfuerzo cortante excesivamente elevado en las paredes del recipiente [37].

Cuando los recipientes a presión poseen paredes delgadas en comparación con sus dimensiones generales, son caracterizados dentro de la categoría de cascarones (shells). Los recipientes a presión cilíndricos son mayormente empleados gracias a que poseen un proceso de manufactura más sencillo. Por otra parte, los recipientes esféricos tienen la ventaja de requerir paredes más delgadas para un diámetro y presión equivalente al tipo cilíndrico.

4.1. Tipos de tanques

Los recipientes cilíndricos a presión se encuentran en diversos lugares como: instalaciones industriales (tanques de aire comprimido), habitaciones de casas (extintores de incendio) y en garajes (tanques de propano). En la Figura 4.1 se ilustra la clasificación de los tipos de tanques descritos a continuación:

- **Tanque tipo I:** Recipiente a presión completamente metálico. Debido al tipo de manufactura para su construcción se considera el más económico, pero a su vez el más pesado.
- **Tanque tipo II:** Este tipo de tanque es similar al tipo I, sólo que emplea un refuerzo unidireccional envuelto en la sección cilíndrica; con lo cual se busca mejorar la eficiencia estructural

de la sección reforzada y una disminución del peso.

- **Tanque tipo III:** Recipiente a presión de revestimiento metálico completamente cubierto con placas de material compuesto. En el material de refuerzo sus filamentos son tejidos sobre el revestimiento usando una combinación de capas en dirección cilíndrica y capas helicoidales. Con este tipo de tanque se busca optimizar tanto el peso como el costo.
- **Tanque tipo IV:** Este tipo de tanque es similar al tipo III, con la diferencia de que el revestimiento es un polímero. La presión de carga es soportada completamente por el compuesto, debido a la baja rigidez y la baja capacidad de carga del polímero.

Los recipientes a presión tipo I y los revestimientos de tipo II y III se pueden fabricar a partir de tres procesos diferentes: mediante conformado de placas, a partir de palanquillas y desde tubos. Para recipientes de material compuesto se obtienen mediante el enrollamiento de filamentos de fibras incrustados en una resina.

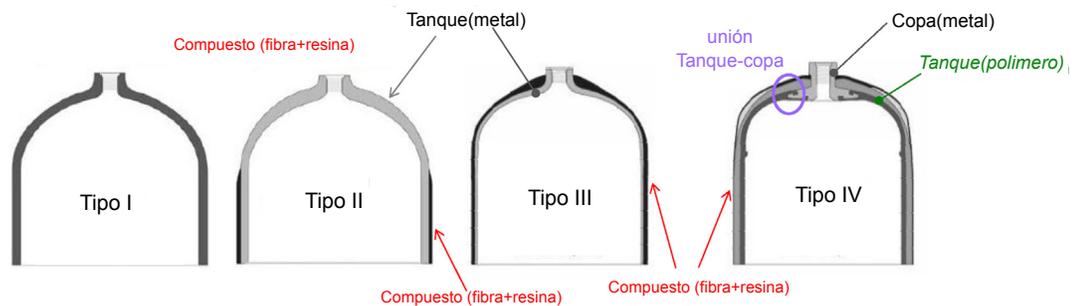


Figura 4.1. Representación de tipo de tanque I, II, III y IV [11].

4.2. Distinción entre recipientes de pared delgada y pared gruesa

En un recipiente a presión, la magnitud del esfuerzo en la pared varía en función de la posición del espesor. La Figura 4.2 muestra la definición de radios y espesor de pared. El radio medio se define como:

$$R_m = \frac{R_o + R_i}{2} \quad (4.1)$$

El criterio para determinar si un recipiente a presión es de pared delgada establece que: si la relación del radio medio a su espesor es de 10 o mayor ec.(4.2), el esfuerzo es casi uniforme y se

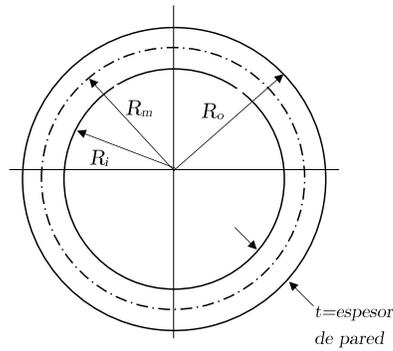


Figura 4.2. Definición de radios y espesor de pared.

puede suponer que todo el material de la pared resiste por igual las fuerzas aplicadas.

$$\frac{R_m}{t} \geq 10 \quad (4.2)$$

En caso de no satisfacer la anterior condición se considerara de pared gruesa.

4.3. Esfuerzos principales en recipiente de pared delgada

En forma ideal, las paredes de un recipiente a presión de pared delgada actúan como una membrana, lo que significa que no existe flexión en las paredes. La Figura 4.3 muestra las condiciones mencionadas, en donde R_1 y R_2 representan los radios de curvaturas principales.

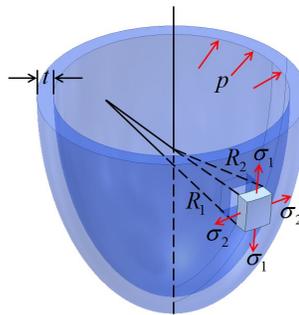


Figura 4.3. Representación general de un recipiente de pared delgada [12].

Realizando un sumatoria de fuerzas en las direcciones radiales, tomando en consideración los diferenciales, y manteniendo el equilibrio se obtiene:

$$- 2\sigma_1 t R_2 d\theta_2 \sin\left(\frac{d\theta_1}{2}\right) - 2\sigma_2 t R_1 d\theta_1 \sin\left(\frac{d\theta_2}{2}\right) + p R_1 d\theta_1 R_2 d\theta_2 = 0 \quad (4.3)$$

Para simplificar la ecuación (4.3) se asume la consideración de ángulos pequeños y se realiza la reducción de términos. La expresión que relaciona en comportamiento de los esfuerzos presentes en las direcciones radiales, con la carga y el espesor es dada por:

$$\frac{\sigma_1}{R_1} + \frac{\sigma_2}{R_2} = \frac{p}{t} \quad (4.4)$$

4.3.1. Recipiente esférico bajo presión

En recipientes esféricos se tiene que $R_1 = R_2$ y $\sigma_1 = \sigma_2$, realizando la sustituciones en la ecuación (4.4) se obtiene:

$$\sigma = \frac{pR}{2t} \quad (4.5)$$

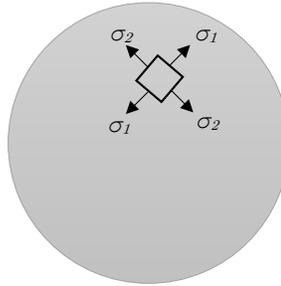


Figura 4.4. Recipiente a presión esférico.

4.3.2. Recipiente cilíndrico bajo presión

En un recipiente cilíndrico, se asume que uno de los dos radios de curvatura es infinito. En este caso, se considera en la ecuación (4.4) que $R_1 = \infty$ y se obtiene la ecuación que representa el esfuerzo circunferencial o de *hoop* [38]:

$$\sigma_2 = \frac{pR}{t} \quad (4.6)$$

Cuando los extremos del recipiente cilíndrico se encuentran cerrados, como se muestra en la Figura 4.5, el esfuerzo longitudinal está dado por:

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2t} \quad (4.7)$$

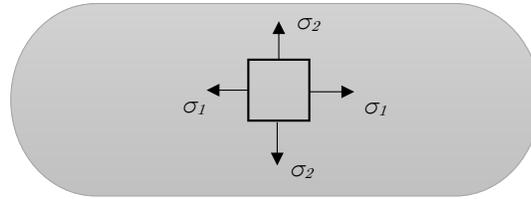


Figura 4.5. Recipiente a presión cilíndrico.

4.4. Pandeo por presión externa

La presión por pandeo crítica para cilindros presurizados externamente es causada generalmente por carga lateral de un fluido (o vacío interior), con lo cual la carga siempre es perpendicular a la superficie deformada [12]. Sin embargo, el análisis realizado se basa en la consideración de que p siempre es radial; es decir, perpendicular al cilindro no deformado, ver Figura 4.6.

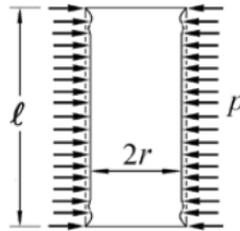


Figura 4.6. Cilindro con presión lateral uniforme [12].

Tomando en consideración el momento de inercia dado por $I = t^3/12$, en donde t es el espesor de la lámina, se tiene que para el caso de esfuerzo combinado en tubos largos bajo presión externa, la presión crítica está dada por.

$$P_{cr} = \frac{Et^3}{4R^3(1 - \nu^2)} \quad (4.8)$$

o, en términos de esfuerzo, si se supone el esfuerzo crítico está definido por el esfuerzo circunferencial $\sigma_2 = pR/t$, se obtiene

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{1 - \nu^2} \left(\frac{t}{2R} \right)^2 \quad (4.9)$$

4.5. Autofrettage

El *autofrettage* es la técnica elasto-plástica implementada para incrementar la capacidad de soportar presiones internas en recipientes. Los recipientes están sujetos a una presión interna, de manera que sus paredes presentan un comportamiento parcialmente plástico. Posteriormente, se libera la presión y los esfuerzos residuales resultantes incrementan la capacidad de soportar presión

en el siguiente paso de carga. En la Figura 4.7, está representado el comportamiento típico de un recipiente metálico reforzado con fibras y sometido *autofrettage*.

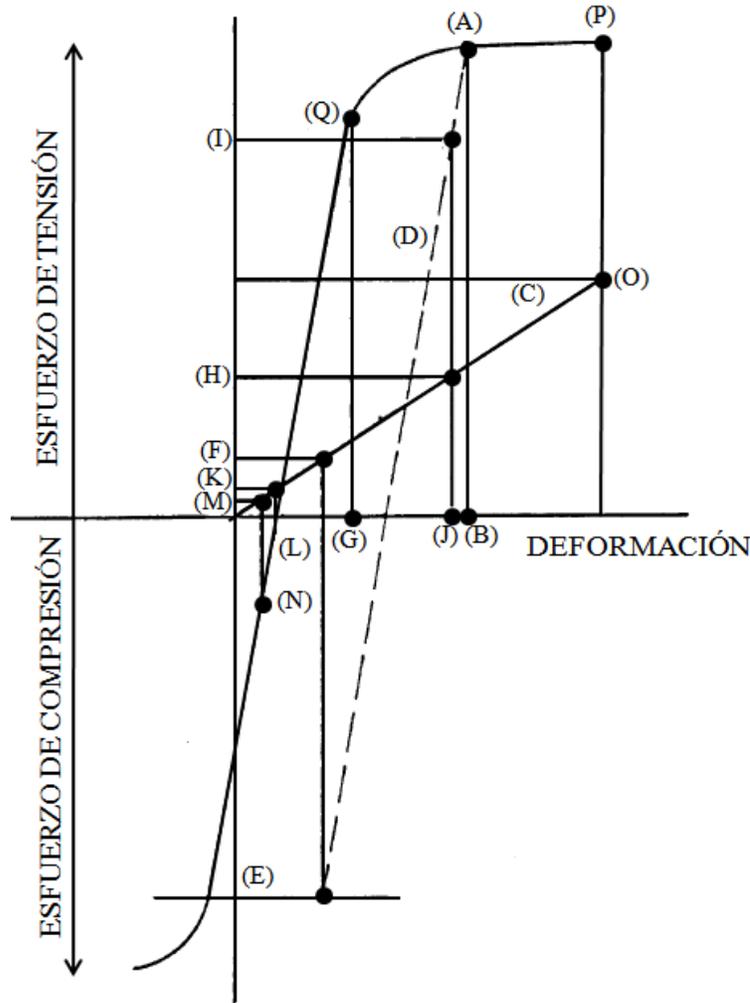


Figura 4.7. Diagrama Esfuerzo-Deformación de un tanque metálico reforzado con fibras [13].

A continuación se realizará la descripción más detallada de los procesos que ocurren en el diagrama anterior:

- (A) Curva Esfuerzo-Deformación para un tanque metálico - Primer ciclo.
- (B) Máxima deformación requerida del tanque - Primer ciclo.
- (C) Curva de Esfuerzo-Deformación para el refuerzo - Todos los ciclos.
- (D) Curva Esfuerzo-Deformación para el tanque metálico sin carga del primer ciclo.
- (E) Esfuerzo de compresión en el tanque metálico cuando la presión del recipiente es cero después de la deformación en (A).
- (F) Esfuerzo de tensión en las fibras que equilibran el esfuerzo de compresión (E) en el *liner*.
- (G) Deformación residual en las fibras y el *liner*, cuando la presión del recipiente es cero des-

pués de la deformación en (A).

(H) Esfuerzo de operación en las fibras – Todos los ciclos subsecuentes al primero.

(I) Esfuerzo de operación en el *liner* – Todos los ciclos subsecuentes al primero.

(J) Deformación de operación en las fibras y *liner* – Todos los ciclos subsecuentes al primero.

(K) Esfuerzo en las fibras debidos al tejido sobre un mandril rígido.

(L) Deformación en las fibras debida al tejido sobre un mandril rígido; punto de deformación cero del *liner* antes del tejido.

(M) Esfuerzo en las fibras después de remover el mandril cuando la presión del recipiente es cero.

(N) Deformación en el *liner* y en las fibras después de remover el mandril cuando la presión del recipiente es cero.

(O) Esfuerzo último o deformación de las fibras.

(P) Esfuerzo último o deformación del *liner* cuando los filamentos se fracturan.

(Q) Punto de deformación arbitraria en el *liner* y las fibras debajo del límite proporcional del *liner*.

La pared del recipiente (*liner*) puede ser tomada en un estado de esfuerzo libre (sin deformación) en un mandril rígido mientras que es envuelto con filamentos tensionados, punto (L). Hasta que el mandril es removido pasará a un estado de compresión debido a la presión del tejido, punto (N).

Cuando la primer carga de presión (p_s) es aplicada, el *liner* es deformado hasta el punto (A), el cual es fijado por las propiedades del material, el espesor y la carga. Debido a que el punto (A) se encuentra más allá del punto de fluencia del *liner*, ocurre una deformación plástica. En general, se puede decir que la deformación biaxial de tensión producida en el *liner* por la magnitud inicial de presión puede sobrepasar el 1 % y puede ser mayor del 2 %.

Cuando la carga inicial es retirada después de la deformación plástica, el *liner* regresará a la curva esfuerzo-deformación (A)-(E) y será empujado a la compresión por la presión externa de los filamentos hasta alcanzar una carga de equilibrio en el punto (E) deformación (G). Este tipo de tanques son diseñados para que el punto (E) no exceda:

a) el nivel de esfuerzo crítico del *liner*.

b) una fracción fija del límite elástico de compresión del *liner*.

El nivel de la presión de operación (p_o) siempre será menor que p_s . Durante la aplicación de los ciclos de operación de las cargas de presión, el rango de deformación del *liner* está entre los puntos (G) y (J).

4.6. Efecto Bauschinger

Las deformaciones plásticas que ha sufrido un material repercuten en las propiedades mecánicas, junto con el estado actual de tensiones que soporta. El ingeniero Johann Bauschinger, observó que en determinados metales sometidos a cargas de compresión precedidas de una deformación plástica aplicada mediante una carga de tracción superior al límite elástico del material, el régimen plástico se iniciaba a tensiones inferiores a las obtenidas durante la aplicación de la tracción; por ejemplo, la deformación plástica producía una reducción del límite elástico de compresión [39].

El modelo bilineal representado en la Figura 4.8, se caracteriza por tres parámetros: módulo de elasticidad E , módulo de la zona plástica E_t y el límite elástico del material σ_{ys} . Por ser un modelo sencillo, el efecto Bauschinger sólo se reproduce cualitativamente en la figura indicada.

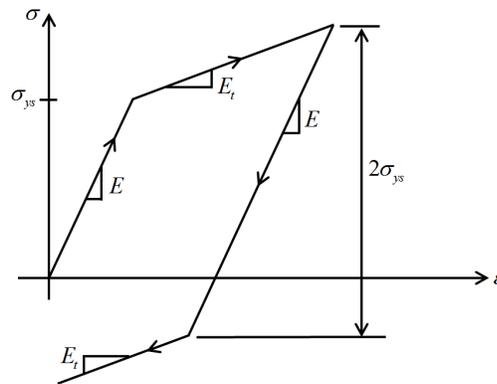


Figura 4.8. Modelo de material bilineal simplificado [14].

Un modelo bilineal generalizado considera un comportamiento diferente en la curva de descarga, incluyendo la variación del límite elástico en compresión σ_{ys}^c y el módulo tangencial E_t' en función de la deformación plástica previa de tracción p (Figura 4.9). El efecto Bauschinger es reproducido con bastante precisión por medio de este modelo, y está caracterizado por tres parámetros (E, E_t, σ_{ys}) y dos funciones de deformación plástica ($E_t'(p), \sigma_{ys}^c(p)$).

4.7. Teorías de falla

La deformación permanente, el agrietamiento y la ruptura se encuentran entre las formas de falla mayormente identificadas en los materiales compuestos. Sin embargo, no existe una teoría universal de falla para un caso general de las propiedades del material y el estado de esfuerzo. Pero, a través de los años, se han formulado y probado varias hipótesis, las cuales conducen a las teorías generalmente aceptadas, y se resumen en los siguientes apartados.

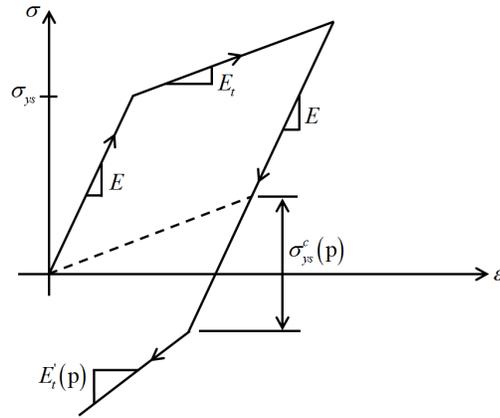


Figura 4.9. Modelo de material bilineal generalizado [14].

4.7.1. Teoría del esfuerzo cortante máximo para materiales dúctiles

Esta teoría estipula que la fluencia comienza cuando el esfuerzo cortante máximo de cualquier elemento iguala a la resistencia al cortante o a la cedencia en una pieza de ensayo a tensión del mismo material cuando esa pieza comienza a fluir [40].

Cuando una sección de un material dúctil es sometida a tensión, se forman líneas de desplazamiento aproximadamente a 45° , que representan el inicio de la fluencia. Para un estado de esfuerzos general, pueden determinarse y ordenarse tres esfuerzos principales, de modo que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, y bajo la consideración del esfuerzo cortante máximo se produce la fluencia cuando:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \geq \frac{S_y}{2} \quad \text{o} \quad \sigma_1 - \sigma_3 \geq S_y \quad (4.10)$$

Incorporando un factor de seguridad se tiene que:

$$\tau_{max} = \frac{S_y}{2n} \quad \text{o} \quad \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{n} \quad (4.11)$$

4.7.2. Teoría de la energía de la distorsión para materiales dúctiles

La teoría de la energía de la distorsión se originó debido a que se demostró que los materiales dúctiles sometidos a esfuerzos hidrostáticos presentan resistencia a la fluencia que excede en gran medida a los valores obtenidos en ensayos. Con lo que se postula que la fluencia no se originaba por un fenómeno de tracción o compresión, si que estaba relacionada con la distorsión angular del elemento esforzado.

En el caso del estado general de esfuerzo, se predice la fluencia cuando:

$$\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2} \geq S_y \quad (4.12)$$

La parte izquierda de la ecuación anterior se considera un esfuerzo efectivo llamado esfuerzo de von Mises. De manera sencilla la fluencia se escribe como:

$$\sigma' \geq S_y \quad (4.13)$$

Para el esfuerzo plano, siendo σ_A y σ_B los esfuerzos principales diferentes de cero. Entonces se obtiene la ecuación de fluencia como

$$\sigma' = (\sigma_A^2 - \sigma_A\sigma_B + \sigma_B^2)^{1/2} \quad (4.14)$$

4.8. Espesor de revestimiento

De acuerdo a las especificaciones dadas en el código ASME, Sección VIII, División 1, Subsección A, Parte UG-27 y UG-32 [41], el espesor mínimo requerido de los revestimientos bajo presión interna no podrá ser menor que el calculado por las fórmulas descritas en los apartados siguientes.

4.8.1. Revestimiento cilíndrico

El espesor mínimo o la presión de trabajo máxima permisible de revestimientos cilíndricos será el mayor grosor la menor presión, según lo indicado a continuación:

- **Esfuerzo circunferencial:** Cuando el espesor " t " no excede la mitad del radio interior " R ", o la presión interna p no exceda $0.385SE$, se empleará la siguiente fórmula.

$$t = \frac{pR}{SE - 0.6p} \quad \text{o} \quad p = \frac{SEt}{R + 0.6t} \quad (4.15)$$

en donde S simboliza el máximo esfuerzo admisible y E representa la eficiencia de junta, la cual está especificada en la Parte "UW - 12" de la sección citada con anterioridad.

- **Esfuerzo longitudinal:** Cuando $t < R/2$ ó, $p < 1.25SE$, se empleará la siguiente fórmula.

$$t = \frac{pR}{2SE + 0.4p} \quad \text{o} \quad p = \frac{2SEt}{R - 0.4t} \quad (4.16)$$

4.8.2. Revestimiento esférico

Cuando el espesor del revestimiento de un recipiente completamente esférico no exceda $0.356R$, o la presión interna p no exceda $0.665SE$, se empleará la siguiente ecuación.

$$t = \frac{pR}{2SE - 0.2p} \quad p = \frac{2SEt}{R + 0.2t} \quad (4.17)$$

Podemos observar a lo largo del actual capítulo los diferentes tipos de tanques, las ventajas específicas que brindan cada uno de ellos y su importancia de selección en trabajos determinados. De igual forma se resaltó la técnica de *autofrettage*, con la cual se mejoran las condiciones operativas del tanque, la cual se empleó con el objetivo de optimizar la cantidad de material en el recipiente diseñado. Hasta el actual capítulo se tienen seleccionadas las teorías y ecuaciones empleadas en la solución del problema; a continuación serán expuestos los cálculos realizados y los resultados obtenidos.

Capítulo 5

CÁLCULOS Y SIMULACIÓN DE TANQUE

En el presente capítulo se expondrán los cálculos realizados para el diseño del tanque tipo II reforzado con alambre de acero. Además, se mostrarán las simulaciones ejecutadas con el modelo de elemento finito realizado.

5.1. Introducción

En el capítulo 3, fue expuso el método de celdas para materiales reforzados con fibra, el cual se implementa con el objetivo de caracterizar el material compuesto que servirá de refuerzo para el tanque tipo II. Dicho método, permite obtener las características mecánicas del material mediante el estudio de la micromecánica del compuesto. Para la solución de las ecuaciones generadas se empleó el programa Mathcad[®], en el cual se validaron las ecuaciones simbólicas representativas de un material compuesto laminado unidireccional. Los resultados obtenidos mediante el programa definen las propiedades equivalentes del material compuesto, el cual presenta las características de un material transversalmente ortotrópico.

Para el modelado del tanque se utilizó el programa de elemento finito ANSYS[®], en el cual se ingresaron las dimensiones, características de los materiales (revestimiento y refuerzo), pasos de carga y restricciones del tanque bajo análisis. A continuación se describirá con más detalle el proceso realizado.

5.2. Propiedades de los materiales

5.2.1. Material de revestimiento

Los aceros estructurales implementados para el almacenamiento de hidrógeno a elevadas presiones, se ven afectados por el fenómeno de fragilización del hidrógeno. Aun así, esto no impide que los materiales sean utilizados en los componentes de contención de hidrógeno. Recientemente se estableció un cálculo de vida de diseño que acomoda la fragilización por hidrógeno para recipientes a alta presión, con lo cual se establece un modo de falla gobernado por el crecimiento de grietas por fatiga acelerada. Este estudio aborda las tasas de crecimiento de grietas por fatiga para tres calores del acero ASME SA-372 Grado J, que contendrán el gas de hidrógeno a 100 MPa en dos relaciones de carga diferentes (R). Los resultados muestran que las tasas de crecimiento de grietas por fatiga son similares para los tres calores de acero y son solo una función suave de R. A pesar de los efectos tan dramáticos del hidrógeno en las tasas de crecimiento de grieta por fatiga, la medición de estas propiedades permite una definición confiable de la vida útil de los recipientes para contención de hidrógeno fabricados con acero [42].

La composición química del acero ASME SA-372 Grado J, está descrita en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Requerimientos químicos, acero SA-372

Elementos	Composición % Grado J
Carbón	0.35-0.50
Magnesio	0.75-1.05
Fósforo, máx	0.025
Sulfuro, máx	0.025
Silicio	0.15-0.35
Cromo	0.80-1.15
Molibdeno	0.15-0.25

Con base en la caracterización establecida en el estudio realizado para las tasas de crecimiento de grietas en el acero SA-372 Grado J, dicho material fue seleccionado como el material del revestimiento, el cual estará en contacto con el hidrógeno y soportará elevadas presiones de trabajo.

Su comportamiento está clasificado como isotrópico bilineal, en la Figura 5.1 se representa gráficamente. La pendiente inicial de la gráfica es tomada como el módulo de elasticidad del material, la cual se extiende hasta llegar al esfuerzo de fluencia y continúa a lo largo de una segunda pendiente definida como el módulo tangente.

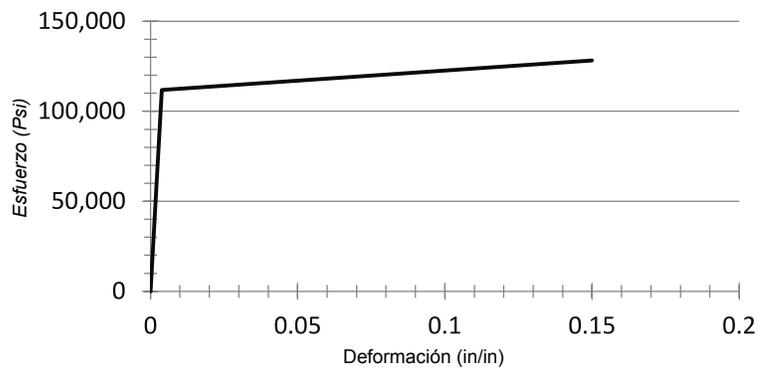


Figura 5.1. Gráfica esfuerzo-deformación de acero SA-372 [15].

En la Tabla 5.2 se representan las propiedades mecánicas del material, las cuales fueron tomadas del código ASME sección II, Parte A, Subsección A [17].

Tabla 5.2. Requerimientos mecánicos de acero SA-372 [17].

Tipo	Resistencia última [MPa]	Resistencia Ksi	Resistencia a la fluencia [MPa], min	Elongación en 2 in.[50 mm] min, %	Dureza HB, min
Grado J	135-160 [930-1100]		110 [760]	15	277

5.2.2. Material de refuerzo

La constitución del refuerzo está sujeta a las propiedades de los materiales seleccionados para la creación del compuesto laminado unidireccional, elaborado con fibra de alambre de acero SA-905 y una matriz epóxica. La utilización de alambre de acero como un material de refuerzo en neumáticos, cintas transportadoras y mangueras durante más de un siglo, es debido a sus buenas propiedades mecánicas. El alambre de acero posee un alto módulo de rigidez y buena ductilidad plástica, lo cual le proporciona mayor tenacidad a menor peso, es por ello que se consideró su implementación para la creación del material compuesto que servirá como refuerzo del tanque tipo II.

Propiedades de fibra. En la Tabla 1 de la sección II, Parte A del código ASME [17] se encuentran especificados los requerimientos químicos del alambre de acero SA-905, los cuales se listan a continuación:

Tabla 5.3. Composición química de acero SA-905[17].

Elemento	Composición %
Carbón	0.80-0.95
Manganeso	0.30-0.60
Fósforo	0.025
Azufre, máx	0.020
Silicio	0.10-0.30

De igual forma las propiedades mecánicas del alambre de acero se obtiene de la Tabla 2 Requerimientos de Tensión del código ASME [17], y se encuentran reproducidas en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4. Requerimientos mecánicos, alambre de acero SA-905 [17]

Espesor in (mm)	Resistencia última Ksi (MPa)		Resistencia a la fluencia Ksi (MPa), mín		Elongación mín, %	
	Clase 1	Clase 2	Clase 1	Clase 2	Clase 1	Clase 2
0.020 (0.51)	296 (2045)	268 (1850)	260 (1795)	232 (1600)	4.0	5.0
0.030 (0.76)	290 (2000)	262 (1810)	255 (1760)	226 (1560)	4.0	5.0
0.040 (1.02)	285 (1965)	256 (1770)	250 (1725)	221 (1525)	4.0	5.0
0.051 (1.30)	280 (1930)	250 (1725)	243 (1680)	214 (1480)	4.0	5.0
0.059 (1.50)	275 (1900)	246 (1700)	239 (1650)	210 (1450)	4.0	5.0

Una representación gráfica del comportamiento en el alambre de acero se muestra en la Figura 5.2.

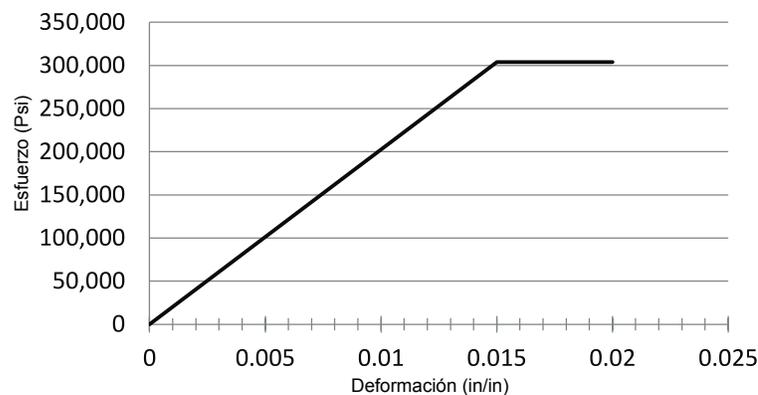


Figura 5.2. Gráfica esfuerzo-deformación alambre de acero SA-905 [15].

Propiedades de la matriz. En la Tabla 2.3 del autor Stephen R. Swanson en su libro denominado “Introduction to Design an Analysis with Advanced Composite Material” [8], se especifican las propiedades de la resina epóxica, en las cuales el módulo de Young equivale a $E = 0.78 \times 10^6$

[psi] (5.378×10^9 [Pa]), el coeficiente de Poisson tiene un valor de $\nu = 0.35$, el módulo cortante equivale a $G = 0.29 \times 10^6$ [psi] (1.99×10^9 [Pa]) y una resistencia a la tracción de $\sigma' = 20 \times 10^3$ [psi] (1.378×10^8 [Pa]).

Teniendo identificadas las propiedades mecánicas de la fibra y de la matriz, especificando la fracción volumétrica de fibra a analizar y tomando en consideración un material compuesto laminado unidireccional, se procede a desarrollar las ecuaciones (3.74) a la (3.81) de forma simbólica. Dichas ecuaciones usan con el método de celdas para obtener un sistema de ecuaciones que se resuelve en el programa Mathcad®, para así obtener las propiedades equivalentes del compuesto laminado. En la Tabla 5.5 se muestran los valores de las propiedades mecánicas del material compuesto estudiado.

Tabla 5.5. Propiedades equivalente, material de refuerzo

V_f %	E_1 ,ksi [MPa]	E_2 ,ksi [MPa]	ν_{12}	ν_{23}	G_{12} ,ksi [MPa]	G_{23} ,ksi [MPa]	X_T ,ksi [MPa]
60	123125.5 [848920.4]	2786.6 [19212.9]	0.3175	0.4	947.6 [6533.5]	994.9 [6859.6]	188 [1296.2]
70	14234.5 [98143.4]	3773.2 [26015.3]	0.3128	0.374	1292.4 [8910.8]	1372.3 [9461.7]	216 [1489.3]
99.99	19998 [137881.4]	$1.7142e^{-8}$ [$1.1819e^{-10}$]	0.2999	0.1428	$9.9993e^{-8}$ [$6.8943e^{-10}$]	$7.4996e^{-8}$ [$5.1708e^{-10}$]	299.9 [2067.4]

En donde:

V_f : Fracción de volumen de fibra.

E_1 : Módulo de elasticidad longitudinal.

E_2 : Módulo de elasticidad transversal.

ν_{12} : Razón de Poisson principal.

ν_{23} : Razón de Poisson a través del espesor.

G_{12} : Módulo cortante en el plano principal.

G_{23} : Módulo cortante transversal en el plano principal.

X_T : Esfuerzo último de tracción en la dirección axial

El primer porcentaje de fracción volumétrica ($V_f = 0.6$) se establece de acuerdo a las recomendaciones encontradas en el libro “Mechanics of Composite Materials” del autor Aboudi Jacob [10]. Los otros dos porcentajes de fracción volumétrica son definidos con el objetivo de estudiar el comportamiento de la fibra (alambre de acero) como material de refuerzo utilizando valores de matriz bajos o casi nulos. Cabe resaltar que el paso diametral entre los alambres se desprecia puesto que se manejará un diámetro de alambre muy pequeño.

5.3. Análisis y diseño del revestimiento y del refuerzo

Las dimensiones generales del tanque tipo II que se analizará están representadas en la Figura 5.3. La presión de trabajo para el tanque se establece en un valor de $p_w = 12700$ psi [87.56 MPa], la cual se aumentará hasta un valor máximo de 38100 psi [262.69 MPa] con el propósito de alcanzar un factor de seguridad de $n = 3$.

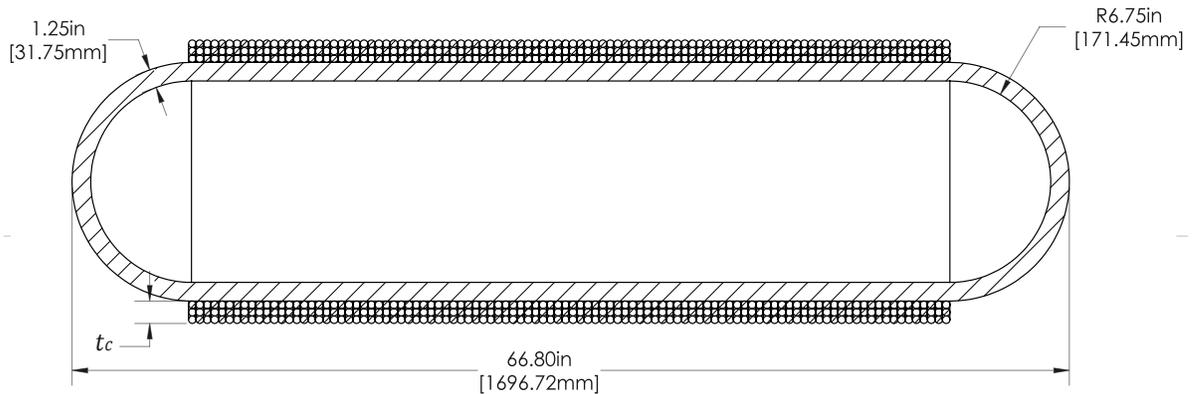


Figura 5.3. Dimensiones del perfil del tanque tipo II.

El símbolo t_c representa el valor del espesor de la lámina del material compuesto, el cual dependerá del volumen de la fibra seleccionado, que garantizará el factor de seguridad ya establecido.

5.3.1. Estudio del comportamiento elástico

La rigidez relativa entre el revestimiento y el refuerzo permite un intercambio entre los esfuerzos medios generales. Dichas rigideces se encuentran bajo la consideración de igualdad en la deformaciones del revestimiento y el refuerzo, con la suposición de pared delgada. La construcción de la matriz A representada en la ecuación (3.50), permite relacionar las deformaciones en el cilindro con la carga de presión, para luego obtener los esfuerzos en el revestimiento y el compuesto de dichas deformaciones.

La matriz de esfuerzo-deformación, $[Q]$, en el revestimiento se obtiene de la ecuación (3.13). Para el material compuesto la matriz $[\bar{Q}]$ expresada en coordenadas generales del sistema es calculada por medio de la ecuación (3.21). Las anteriores matrices son requeridas para cuantificar el valor general de la matriz A , el cual representa el valor de toda la pared del cilindro, combinando el revestimiento y el refuerzo compuesto.

Por medio de la ecuación de equilibrio en el cilindro de pared delgada, son calculadas las

deformaciones iniciales bajo una presión $p = 1$ ejercida en el revestimiento, obteniendo:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [A^{-1}] \begin{Bmatrix} pR/2 \\ pR \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

Los esfuerzos soportados por el revestimiento bajo las deformaciones encontradas se relacionan mediante la ecuación (3.11), de esta forma se caracteriza el comportamiento inicial de los esfuerzos en el cilindro (revestimiento y refuerzo). A continuación se plantea la ecuación mencionada:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

5.3.2. Cálculo de la fluencia inicial del revestimiento

Un factor importante a estudiar implica la cuantificación del valor de la presión que genera la fluencia inicial del revestimiento, puesto que se analizará la técnica de *autofrettage* con el objetivo de incrementar la capacidad de soportar presión interna del recipiente.

La presión para generar la fluencia inicial del revestimiento puede ser encontrada empleando los valores de esfuerzo inicial en la ecuación (5.2) y utilizando el criterio de von Mises, con lo cual se obtiene:

$$p_{f1} = \frac{\sqrt{2} S_{f1}}{\sqrt{(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 + (\sigma_1)^2}} \quad (5.3)$$

en donde S_{f1} equivale al esfuerzo de fluencia del material de revestimiento indicada en la Tabla 5.2. A continuación se expresan de forma matricial las deformaciones y los esfuerzos para el revestimiento, calculados con la presión de fluencia:

$$\{\varepsilon_{f1}\} = [A^{-1}] \begin{Bmatrix} p_{f1}R/2 \\ p_{f1}R \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \{\sigma_{f1}\} = [Q] \{\varepsilon_{f1}\} \quad (5.4)$$

5.3.3. Fluencia posterior a la sobre-presión

La obtención de esfuerzos residuales favorables se puede lograr mediante la técnica de *autofrettage*, que implica someter al recipiente a un ciclo de sobre-presión inicial. Dicha sobre-presión lleva al material de revestimiento hasta la deformación plástica, el cual se asume como perfecta-

mente plástico, de tal forma que los esfuerzos en el revestimiento no cambian más allá de la fluencia inicial y la caída de presión a través del revestimiento tampoco varía.

Analizar el comportamiento del revestimiento, cuando es sometido a un ciclo de sobre-presión, permite calcular la respuesta posterior del material compuesto (refuerzo) como si estuviera actuando solo, con una presión interna dada por la presión interna actual menos la caída de presión constante a través del revestimiento. De tal forma que los esfuerzos en el revestimiento permanecen constantes, y las deformaciones y los esfuerzos totales en el material de refuerzo son la suma de los esfuerzos a la fluencia inicial del revestimiento, que puedan calcularse utilizando la ecuación (5.4), más los esfuerzos producidos por la sobre-presión.

En forma matricial la respuesta adicional del material compuesto a la sobre-presión está dada como:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{x2} \\ \Delta\varepsilon_{y2} \\ \Delta\gamma_{xy2} \end{Bmatrix} = [A_c^{-1}] \begin{Bmatrix} \Delta p R/2 \\ \Delta p R \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

en donde A_c representa la matriz A del material compuesto y Δp se define como la presión interna actual menos la presión de fluencia inicial del revestimiento. La deformación total del recipiente (revestimiento y refuerzo) se genera entonces por la deformación debida a la fluencia inicial más la deformación causada por la sobre-presión.

5.3.4. Presión de falla

La consideración de falla, está dada para valores de sobre-presión, los cuales sobrecargan el material compuesto llevándolo hasta la falla. Es un criterio de falla empleado en recipientes a presión reforzados con material compuesto, en donde se considera el valor máximo de esfuerzo en dirección de la fibra; la ecuación (3.61) plantea dicho criterio.

Se hace necesario cuantificar el valor máximo de sobre-presión, denominándolo presión de ruptura p_{ult} . Su determinación se efectúa relacionando los valores de esfuerzo del material compuesto, ecuación (5.5), con las deformaciones adicionales en la dirección axial y circunferencial del recipiente causadas por la sobre-presión, dando como resultado:

$$\frac{\Delta\varepsilon_{x2}}{\Delta\varepsilon_{y2}} = \frac{A_{c,11}^{-1} + 2A_{c,21}^{-1}}{A_{c,21}^{-1} + 2A_{c,22}^{-1}} \equiv R_{\Delta\varepsilon} \quad (5.6)$$

con lo cual la presión de ruptura o falla, p_{ult} , puede obtenerse de la ecuación (5.6) con:

$$p_{ult} = p_{f1} + \frac{1}{R} [(A_{c,21} R_{\Delta\varepsilon} + A_{c,22})(\varepsilon_{ult} - \varepsilon_{f1,y})] \quad (5.7)$$

donde el subíndice f denota la condición de fluencia inicial, y ε_{yf} se encuentra dado en la ecuación (5.4). Tomando en consideración el valor de sobre-presión que produciría la falla, se establece un factor de seguridad del esfuerzo último del compuesto como:

$$n_f = \frac{p_{ult}}{p_w} \quad (5.8)$$

5.3.5. Esfuerzos residuales

Un estado residual con presión interna cero consiste en la condición de esfuerzo de compresión residual en el revestimiento y esfuerzo de tracción residual en el compuesto. El comportamiento de los esfuerzos a partir del pico de sobre-presión producen una descarga elástica, como se ilustra en la Figura 4.7.

Los esfuerzos de compresión residual en el revestimiento se deben limitar para evitar un estado de fluencia adicional o un posible pandeo durante la descarga del pico de sobre-presión. Para ello, se define el factor que relaciona los esfuerzos de compresión residual, o deformaciones, en el revestimiento como $\beta = 0.6$, dicho valor se puede considerar como un factor de seguridad para la condición de pandeo. Bajo esta consideración se obtiene que el estado de sobre-presión debe ajustarse de la siguiente forma:

$$p_{op} = (1 + \beta)p_{f1} \quad (5.9)$$

donde p_{op} representa el pico de sobre-presión y p_{f1} la presión que produce la fluencia inicial. De esta forma se limita el ciclo de sobre-presión que aumenta la capacidad de presión de trabajo en el cilindro.

Revisando los estados de esfuerzos y deformaciones producidos por la presión de trabajo p_w , luego de haber sometido el recipiente a un ciclo de sobre-presión y tomando en consideración que la caída de presión a través del revestimiento no cambia cuando es llevada a la zona plástica, se obtiene:

$$\{\varepsilon_w\} = [A^{-1}] \left\{ \begin{array}{c} \frac{[p_w - (p_{op} - p_{f1})]R}{2} \\ [p_w - (p_{op} - p_{f1})]R \\ 0 \end{array} \right\}, \quad \{\sigma_w\} = [Q] \{\varepsilon_w\} \quad (5.10)$$

Dicho estado actual de esfuerzos permite establecer un nuevo factor de seguridad, el cual se calcula empleando la teoría de la energía de la distorsión para materiales dúctiles, dando como resultado:

$$n_w = \frac{S_{f1}}{\sqrt{[(\sigma_{wy} - p_w)^2 + (\sigma_{wx} - p_w)^2 + (\sigma_{wy} - \sigma_{wx})^2]0.5}} \quad (5.11)$$

en donde S_{f1} representa el esfuerzo de fluencia del material de revestimiento. De igual forma,

llevando el material de revestimiento al límite crítico se puede establecer un factor de seguridad representado en la siguiente forma:

$$n_{w,u} = \frac{S_{u1}}{\sqrt{[(\sigma_{w,y} - p_w)^2 + (\sigma_{w,x} - p_w)^2 + (\sigma_{w,y} - \sigma_{w,x})^2]0.5}} \quad (5.12)$$

en donde S_{u1} representa el valor de esfuerzo último del material de refuerzo.

5.3.6. Estudio de pandeo por presión externa

Es importante estudiar la condición de pandeo que puede producirse en el revestimiento por el esfuerzo residual del compuesto. Su cálculo se efectúa por medio de la ecuación (4.9). Este cálculo permite establecer un factor de seguridad que toma en consideración los esfuerzos residuales en el revestimiento producidos por la presión inicial que genera la fluencia y la condición de pandeo hallada, dando como resultado:

$$n_{bc} = \frac{\sigma_{cr}}{\beta\sigma_{f1,y}} \quad (5.13)$$

donde n_{bc} simboliza en factor de seguridad bajo la condición de pandeo por presión externa y $\sigma_{f1,y}$ representa el valor del esfuerzo producido por la fluencia inicial en dirección circunferencial.

5.4. Modelo y simulación de tanque en elemento finito

5.4.1. Tipo de elemento

La simulación se realizó empleando el elemento SHELL181, de tipo laminar basado en la teoría de Reissner-Mindlin, el cual está compuesto por cuatro nodos y veinticuatro grados de libertad, seis en cada nodo. La utilización de dicho elemento abarca aplicaciones para modelar revestimientos de material compuesto o para analizar estructuras de revestimiento de espesor delgado, es por ello que se hace adecuado para el análisis del tanque en cuestión. La Figura 5.4 muestra la geometría, la localización de los nodos y el sistema de coordenadas del elemento. El sistema coordinado del elemento sigue la convención de los compuestos laminados donde el eje z es normal a la superficie del laminado.

Este elemento Shell181, posee opciones de configuración, en las cuales incluyen la formulación de la matriz de rigidez, los controles de visualización, la opción del sistema de coordenadas, etc. En la Tabla 5.6 se listan los opciones seleccionadas para este elemento.

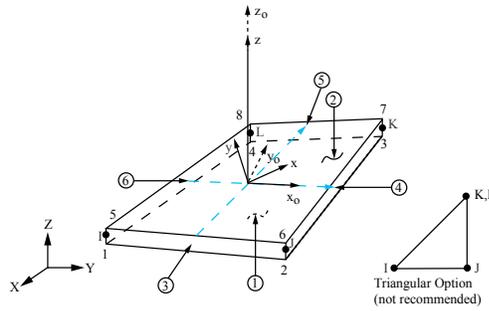


Figura 5.4. Geometría del elemento SHELL181 [16].

Tabla 5.6. Opciones de tipo de elemento activadas [16].

KEYOPT	OPCIÓN	DESCRIPCIÓN
K1	0	Flexión y rigidez de membrana
K3	2	Integración completa con nodos incompatibles
K8	1	Almacenar datos para todas las capas, Superior e Inferior
K9	0	Sin subrutina de usuario para proporcional grosor inicial

5.4.2. Adquisición de datos

Habiendo parametrizado las dimensiones, caracterizado los materiales y estudiado el comportamiento bajo una carga de sobre-presión en el recipiente, se procede a realizar el modelado del tanque en el programa de elemento finito ANSYS®. A continuación, se describe la secuencia realizada en forma más detallada:

- **Ingreso de propiedades del revestimiento y del compuesto:** En la Figura 5.5 se encuentra expuesta la ventana de entorno para el ingreso de datos en el sistema, es importante seleccionar adecuadamente el tipo de modelo de material (isotrópico u ortotrópico).

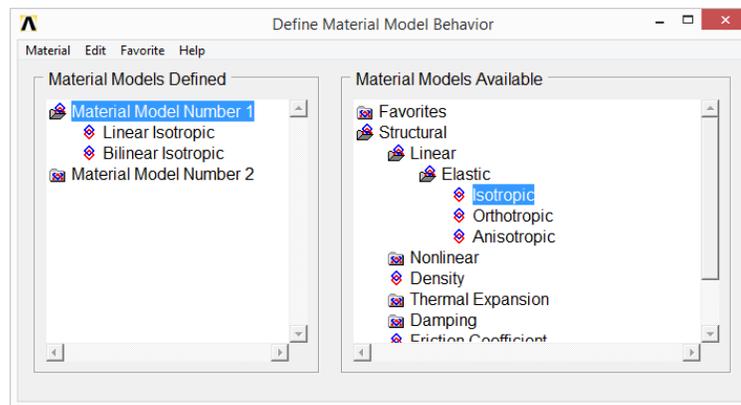


Figura 5.5. Ventana para ingreso de propiedades de material.

- **Especificación del compuesto laminado:** Se procede a ingresar los datos del material compuesto, estos valores son el espesor y la orientación de la lámina, la cual es de tipo radial.

El ángulo de orientación para la capa tipo radial es de 90° . En la Figura 5.6 se exhibe una imagen del entorno en el programa para dar una visualización del ingreso de datos.

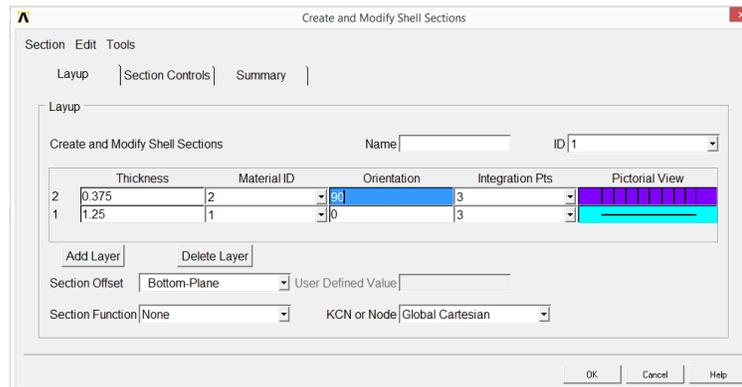


Figura 5.6. Ventana para ingreso de características del laminado.

- Generación de modelo y malla:** Una vez ingresadas las especificaciones de los materiales, se procede a generar un perfil lineal del tanque, el cual se revolucionará alrededor del eje longitudinal para producir el modelo. Posteriormente, se realiza el mallado y orientación de los elementos, los cuales se alinearán a un sistema coordenado cartesiano, en donde el eje z es perpendicular a la superficie del elemento, como se muestra en la Figura 5.7.

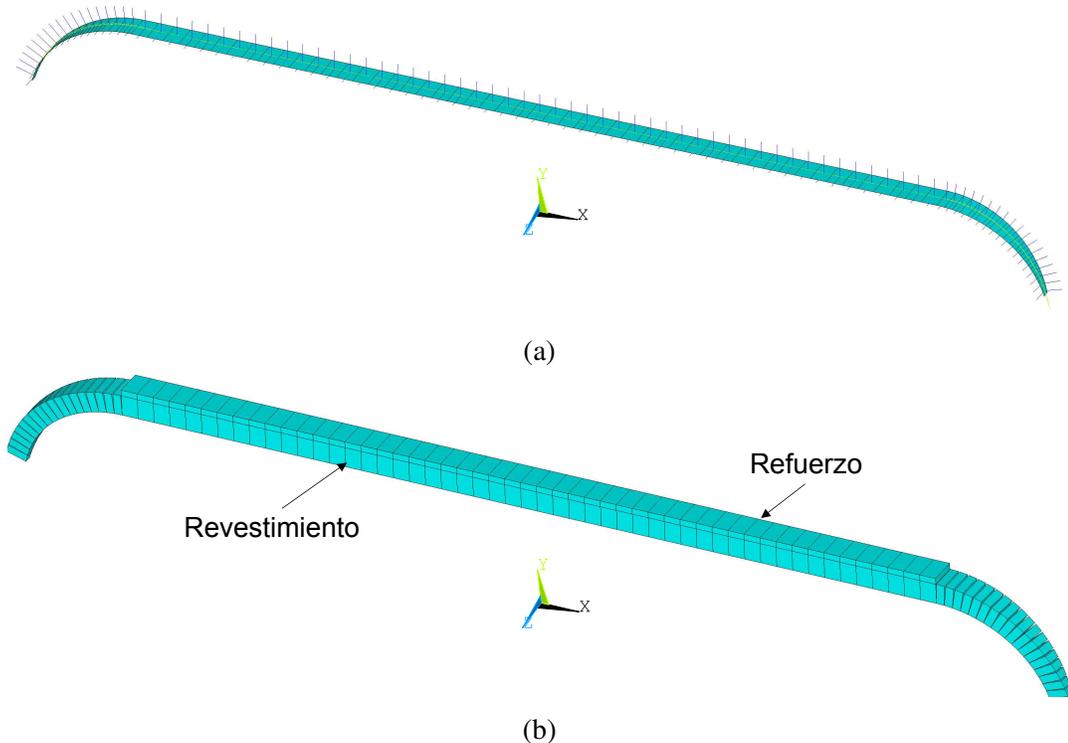


Figura 5.7. Perfil de modelo de tanque: a) Elementos planos y b) Espesor de elementos.

- Restricciones y cargas aplicadas:** Para la solución del modelo creado se restringen los desplazamientos en dirección x, y, z , y se aplica una carga en dirección perpendicular a la superficie del perfil generado. En la Figura 5.8 se muestra 1/4 del modelo, en donde están indicadas dichas restricciones y la carga.

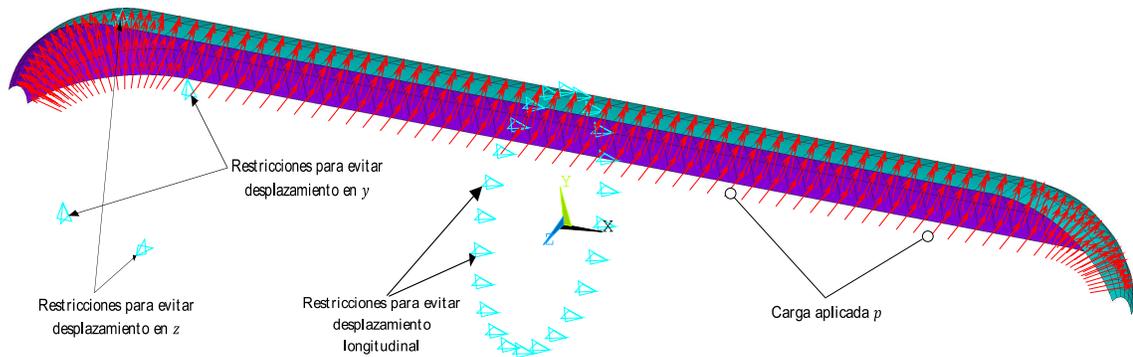


Figura 5.8. Restricciones del modelo y carga aplicada.

De acuerdo con el reporte de las pruebas realizadas por la compañía *Wiretough Cylinders*, en donde se estudió el comportamiento de un tanque tipo II reforzado con alambre de acero [15], se deben aplicar diferentes presiones de carga, las cuales son listadas en la Tabla 5.7.

Tabla 5.7. Presiones de carga

Autofrettage	38000 psi [262 MPa]
Descarga	0,psi [0,MPa]
Presión de trabajo	12700 psi [87.5 MPa]

- Controles de solución:** Habiendo aplicado los pasos de carga se procede a configurar los controles de solución del programa, para establecerlos en la opción de grandes desplazamientos, ya que se espera que el material del revestimiento sufra grandes deformaciones. Para las anteriores condiciones, ANSYS® considera este análisis como no lineal y para esto es requerido un número de sub-pasos dentro de cada paso de carga, de esta manera el programa puede aplicar en forma gradual las cargas especificadas y así obtener una solución más exacta.

En el capítulo actual se dimensionó y caracterizó el tanque tipo II. De igual forma fueron expuestas las ecuaciones que permiten calcular los factores de seguridad y condiciones críticas de operación. Al final de la sección se creó el modelo de análisis en elemento finito, sus resultados son expuestos en el siguiente capítulo.

Capítulo 6

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Este capítulo es destinado para presentar los resultados obtenidos en la caracterización del material de compuesto y del comportamiento del modelo de elemento finito del tanque tipo II generado bajo las condiciones de carga de las pruebas experimentales realizadas por *Wiretough Cylinders*. Se expondrán también los resultados de los esfuerzos en dirección longitudinal y circunferencial para el revestimiento y refuerzo, además de los esfuerzos de von Mises. Cabe resaltar que el material compuesto está alineando en dirección circunferencial, puesto que es la orientación en donde se presentan mayores esfuerzos.

El objetivo principal de las pruebas realizadas por *Wiretough Cylinders* fue desarrollar un recipiente a presión para almacenar con seguridad hidrógeno a 875 bar [87.5 MPa] con un factor de seguridad de 3 o superior y a la vez cumplir con los requerimientos de costo del tanque de almacenamiento establecidos por *Department of Energy*, el cual estableció el costo en menos de 1000 dólares por kilogramo de hidrogeno almacenado ($< \$1,000/\text{Kg de } H_2$). Para cumplir el objetivo desarrollaron un modelo de análisis de elementos finitos elástico-plástico para analizar y evaluar las tensiones ejercidas en el tanque de almacenamiento de alta presión envueltos en alambre para así optimizar las alternativas de diseño.

Wiretough Cylinders ideó un proceso para envolver cilindros comerciales con alambre de acero de alta resistencia con la finalidad de duplicar su capacidad de presión, logrando esto al someter los cilindros de envoltura de alambre a un proceso de *autofrettage*. De igual forma se fabricaron cuatro revestimientos metálicos de 1.9 m de longitud y un bobinado de alambre completo en dos de los cilindros y se realizaron pruebas de ruptura en un cilindro. Los diámetros exteriores de los cilindros fueron de 406 mm (16 pulgadas) con un espesor nominal de pared de 31.75 mm (1.25 pulg) fabricados en acero ASTM SA 372 Grado J.

Uno de los revestimientos metálicos fue envuelto con éxito y enviado a *Authorized Testing Inc* para llevar a cabo la prueba de explosión hidrostática, proceso en el cual se elevó la presión interna a 38100 psi [262.7 MPa] sin signos de falla o evidencia de agrietamiento, indicando el cumplimiento del factor de seguridad de 3 sobre la presión de ruptura [15].

6.1. Resultados del estudio de fluencia inicial en el revestimiento

Retomando la condición establecida anteriormente, que implican el estudio de tres valores de fracción volumétrica para el material compuesto, es necesario establecer diferentes espesores de lámina, t_c , que brinden una adecuada resistencia al material de refuerzo. Además, se debe tomar en cuenta la influencia que poseen estos espesores de lámina sobre la presión de operación, p_{op} , la cual se encarga de limitar el pico de sobre-presión para evitar un estado de fluencia adicional o posible pandeo en el material. Tomando en consideración los anteriores requerimientos se calcularon los espesores de lámina mostrados en la Tabla 6.1, con base en las ecuaciones (5.2), (5.4), (5.5) y (5.8).

Tabla 6.1. Espesores de lámina t_c

V_f %	t_c , in [mm]
60	0.6875 [17.4625]
70	0.5625 [14.2875]
99.99	0.4375 [11.1125]

Obtenidos los espesores de lámina apropiados, se realizan los cálculos para encontrar la presión que genera la fluencia inicial en el revestimiento, p_{f1} . De igual forma, son calculados los esfuerzos generados por dicha presión inicial usando la ecuación (5.4). Todo esto se resume en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2. Características de la fluencia inicial

t_c , in [mm]	p_{f1} , psi [MPa]	σ_{f1} , psi [MPa]	
		circunferencial	axial
0.6875 [17.4625]	24020 [165.6]	126500 [872.2]	72900 [502.6]
0.5625 [14.2875]	23850 [164.4]	126600 [872.9]	71970 [496.2]
0.4375 [11.1125]	23840 [164.4]	126100 [869.4]	76280 [525.9]

6.2. Resultados del análisis de la presión de falla

En la Tabla 6.3 se encuentran los valores de sobre-presión que llevarían al material compuesto hasta la falla. También se hallan los factores de seguridad calculados bajo este criterio de falla, una vez aplicada las ecuaciones (5.5) y (5.8).

Tabla 6.3. Propiedades de falla en el material compuesto

$p_{f1}, \text{psi [MPa]}$	$p_{ult}, \text{psi [MPa]}$	n_f
24020 [165.6]	44360 [305.9]	3.493
23850 [164.4]	43010 [296.5]	3.387
23840 [164.4]	44710 [308.3]	3.52

Se observa en los factores de seguridad calculados que los espesores de lámina cumplen con el factor de seguridad requerido $n = 3$, el cual se planteó para las pruebas experimentales realizadas por *Wiretough Cylinders* [15]. También se aprecia un aumento en el valor de la presión de ruptura, a medida que se disminuye el porcentaje de matriz en el material compuesto, lo cual es de esperar puesto que se está empleando mayor cantidad de fibra (alambre de acero) como refuerzo en el tanque tipo II.

6.3. Resultados del comportamiento de los esfuerzos residuales

Teniendo establecidas las condiciones bajo las cuales el material de revestimiento es llevado hasta la zona plástica, se puede analizar en detalle el comportamiento de los esfuerzos residuales producidos y obtener un límite en la sobre-presión aplicada. Los valores calculados para este límite son mostrados en la Tabla 6.4, en donde también se encuentran expuestos los factor de seguridad obtenidos ($n_w, n_{w,u}$) con la presión de trabajo p_w , obtenidos con las ecuaciones (5.11) y (5.12), considerando que el tanque se someterá a la técnica de *autofrettage*.

Tabla 6.4. Características de los esfuerzos residuales en el revestimiento del tanque.

$p_{f1}, \text{psi [MPa]}$	$p_{op}, \text{psi [MPa]}$	n_w	$n_{w,u}$	n_{bc}
24020 [165.6]	38440 [265.1]	5.4	6.4	2.4
23850 [164.4]	38150 [263.1]	5.5	6.6	2.4
23840 [164.4]	38140 [262.9]	5.5	6.5	2.4

Se observan también los valores del factor de seguridad por pandeo, n_{bc} , los cuales se encuentran dentro de un rango apropiado para garantizar la resistencia de la presión externa. El factor de seguridad por pandeo es el punto crítico para el estudio del tanque realizado.

6.4. Resultados del análisis por elemento finito

Se expondrán a continuación los resultados obtenidos en la simulación del modelo de elemento finito, el cual se sometió a las condiciones establecidas a lo largo del problema estudiado. Principalmente se optó por analizar los resultados hallados bajo cada una de las presiones de carga definidas en el capítulo anterior.

6.4.1. Primer paso de carga

Inicialmente el modelo de tanque tipo II se soluciona con la presión de *autofrettage*, p_{aut} , la cual fue limitada por la presión de operación con el propósito de evitar un estado de sobre-fluencia en el revestimiento y garantizar la generación de esfuerzos residuales favorables. Su valor se encuentra en la Tabla 5.7 y fue hallado para cada uno de los porcentajes de volumen de fibra. En la Tabla 6.5 se muestran los resultados de los esfuerzos presentes en las cabezas y la sección cilíndrica del material de revestimiento, para la presión de *autofrettage*.

Tabla 6.5. Esfuerzos en el revestimiento para el primer paso de carga

V_f %	Esfuerzos en cabeza			Esfuerzo en cilindro		
	S_h , psi [MPa]	S_L , psi [MPa]	von Mises, psi [MPa]	S_h , psi [MPa]	S_L , psi [MPa]	von Mises, psi [MPa]
60	125198 [863.2]	117798 [812.2]	111756 [770.5]	125324 [864.1]	88930 [613.2]	111668 [769.9]
70	125612 [866.1]	117517 [8102.5]	111298 [767.4]	125862 [867.8]	87578 [603.8]	111752 [770.5]
99.99	126168 [869.9]	96879 [667.9]	110597 [762.5]	120225 [828.9]	102179 [704.5]	112296 [774.2]

S_h : Esfuerzo en dirección circunferencial.

S_L : Esfuerzo en dirección longitudinal.

Observando los valores del esfuerzos de von Mises mostrados en la Tabla 6.5, se establece la existencia de deformación permanente en el material, puesto que dichos esfuerzos son superiores al esfuerzo de fluencia del acero al carbono SA-372 grado J ($S_y = 110$ ksi), con el cual se creó la simulación del revestimiento.

Los esfuerzos presentes en el material compuesto para el actual paso de carga se muestran en la Figura 6.1. La imagen contiene los resultados de esfuerzo en la dirección circunferencial del modelo con la mayor fracción de volumen de fibra ($V_f = 0.999$). Esta dirección fue seleccionada puesto que es donde se presentan los mayores esfuerzos en el compuesto. De igual forma podemos observar en la imagen la distribución homogénea de los esfuerzos en dirección circunferencial, presentes en el material compuesto de refuerzo; además dichos valores son elevados como se espera sin llegar a rebasar el esfuerzo de fluencia del material.

En la Tabla 5.5 se encuentra el listado de las propiedades del material compuesto, donde se calculó el esfuerzo último de tracción en dirección axial (X_T), con el cual se aplica el criterio de falla de esfuerzo máximo de la ecuación (3.62). Este criterio se presenta en la Tabla 6.6.

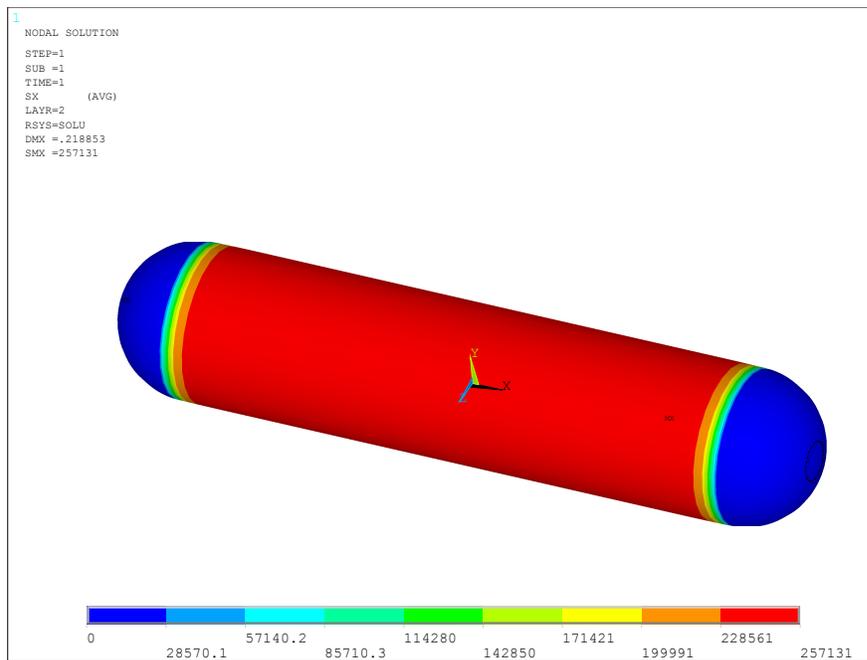


Figura 6.1. Esfuerzos circunferenciales en compuesto con p_{aut} .

Tabla 6.6. Esfuerzos en el compuesto para el primer paso de carga

V_f %	S_h , psi [MPa]	X_T , psi [MPa]
60	150543 [1037.9]	188000 [1296.2]
70	183332 [1264]	216000 [1489.3]
99.99	253319 [1746.6]	299900 [2067.7]

6.4.2. Segundo paso de carga

En este paso de carga el tanque es liberado de la presión interna y se espera que el revestimiento se encuentre a compresión, debido al pico de sobre-presión producido por la presión de *autofrettag*e. En la Tabla 6.7 se presentan los resultados de los esfuerzos para el material de revestimiento en el segundo paso de carga.

Los resultados mostrados en la tabla anterior ratifican el estado de compresión en el revestimiento, demostrando que el modelo en elemento finito presenta el esfuerzo residual generado.

En la Figura 6.2 se encuentran ilustrados los resultados hallados en el material compuesto bajo el segundo paso de carga, en la imagen sólo se presentan los esfuerzos en dirección circunferencial para el modelo con el mayor porcentaje de volumen de fibra ($V_f = 0.999$). En la imagen se puede observar los valores de esfuerzo presentes en el refuerzo debido a la deformación del revestimiento

Tabla 6.7. Esfuerzos en el revestimiento para el segundo paso de carga

V_f %	Esfuerzos en cabeza			Esfuerzo en cilindro		
	S_h , psi [MPa]	S_L , psi [MPa]	von Mi- ses, psi [MPa]	S_h , psi [MPa]	S_L , psi [MPa]	von Mi- ses, psi [MPa]
60	-26685 [-183.9]	-3759.0 [-25.9]	26369 [181.8]	-45854 [-316.1]	-15841 [-109.2]	42582 [293.6]
70	-23282 [-160.5]	-3714.0 [-25.6]	22849 [157.5]	-46871 [-323.2]	-16910 [-116.6]	43482 [299.8]
99.99	-14328 [-98.8]	-2028.0 [-13.9]	14277 [98.4]	-52283 [-360.5]	-8401.0 [-57.9]	52481 [361.8]

del tanque, tras haberse sometido al método de *autofrettage*.

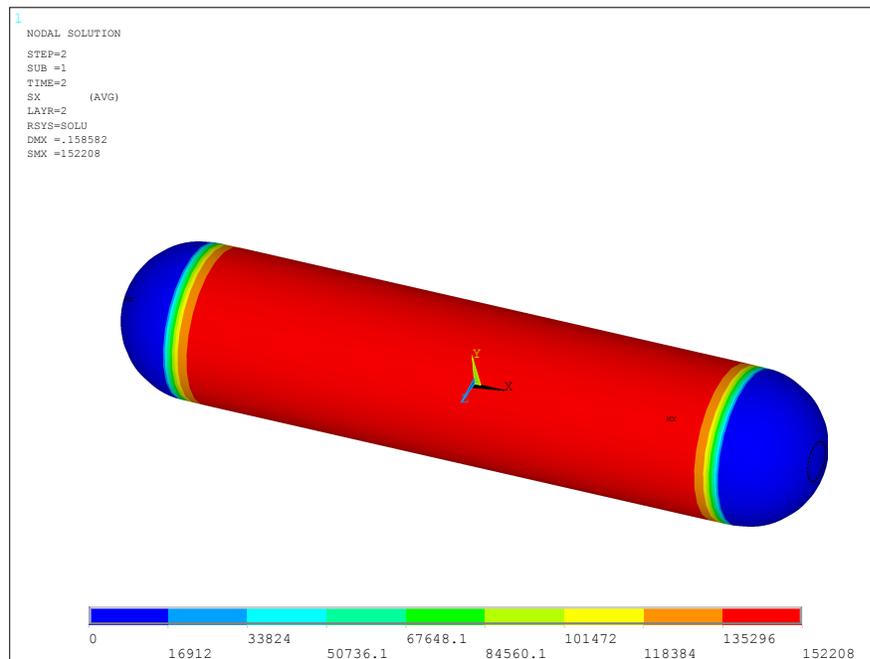


Figura 6.2. Esfuerzos residuales en dirección circunferenciales para el compuesto.

En este paso de carga, el material compuesto se encuentra en un estado de tracción. En la Tabla 6.8 se presentan los valores de esfuerzo hallados con los diferentes volúmenes de fibra. De igual forma, se emplean estos esfuerzos de tracción en la aplicación del criterio de falla de máximo esfuerzo.

6.4.3. Tercer paso de carga

Finalmente, el modelo del tanque es solucionado con la presión normal de trabajo ($p_w = 12700$ psi). Puesto que el tanque fue sometido previamente a la presión de *autofrettage* los esfuerzos resultantes para este paso de carga disminuyen, ya que el recipiente se encuentra pre-esforzado. En

Tabla 6.8. Esfuerzos en el compuesto para el segundo paso de carga

V_f %	S_h , psi [MPa]	X_T , psi [MPa]
60	83392 [574.9]	188000 [1296.2]
70	104217 [718.6]	216000 [1489.3]
99.99	149389 [1030]	299900 [2067.7]

la Tabla 6.9 se indican los esfuerzos en el revestimiento con el actual paso de carga.

Tabla 6.9. Esfuerzos en el revestimiento para el tercer paso de carga

V_f %	Esfuerzos en cabeza			Esfuerzo en cilindro		
	S_h , psi [MPa]	S_L , psi [MPa]	von Mi- ses, psi [MPa]	S_h , psi [MPa]	S_L , psi [MPa]	von Mi- ses, psi [MPa]
60	54600 [376.5]	46384 [319.8]	48311 [333.1]	11043 [76.14]	24485 [168.8]	21260 [146.6]
70	55310 [381.5]	47232 [325.7]	48676 [335.6]	10551 [72.75]	23400 [161.3]	20363 [140.4]
99.99	54269 [374.2]	33520 [231.1]	49485 [341.2]	5109 [35.23]	33950 [234.1]	31766 [219.0]

Los esfuerzos generados con la presión de trabajo en el material compuesto se muestran en la Figura 6.3. La imagen sólo presenta los resultados de esfuerzo en dirección circunferencial para el modelo con la mayor fracción de volumen de fibra ($V_f = 0.999$). De igual forma en la imagen se puede observar el comportamiento uniforme de los esfuerzos generados por la presión de trabajo, los cuales se encuentran por debajo del valor de la resistencia última del material; dichos valores son los máximos esfuerzos que soportara el tanque.

En la Tabla 6.10 se encuentran los esfuerzos hallados con los diferentes volúmenes de fibra, y a su vez se indican los valores del criterio de esfuerzo máximo.

6.5. Comparación de tipo de tanque

Se realizó un estudio de la equivalencia en pesos del tanque tipo II frente a un tanque tipo I, diseñado bajo las mismas condiciones y dimensiones que se emplearon para el problema actual. El cálculo de los espesores para el tanque tipo I se realizó por medio de las ecuaciones (4.15) a la (4.17), obtenidas de la norma ASME [41]. El espesor crítico del recipiente se encontró en la sección cilíndrica del tanque, puesto que es donde se presentan los mayores esfuerzos en dirección

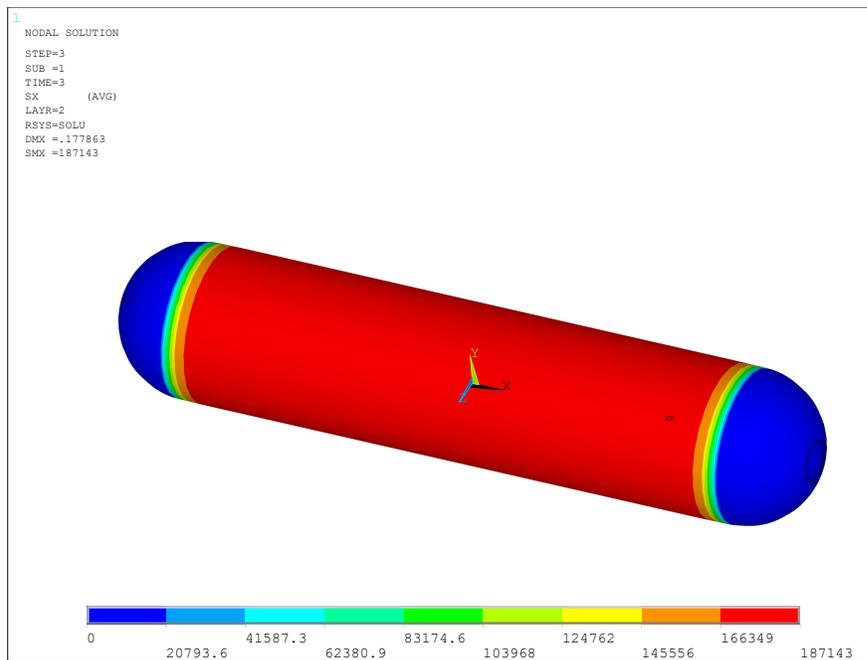


Figura 6.3. Esfuerzos circunferenciales en compuesto con p_w .

Tabla 6.10. Esfuerzos en el compuesto para el tercer paso de carga

V_f %	S_h , psi [MPa]	X_T , psi [MPa]
60	105689 [728.7]	188000 [1296.2]
70	130486 [899.7]	216000 [1489.3]
99.99	183941 [1268.2]	299900 [2067.7]

circunferencial. El espesor sugerido para el diseño del taque tipo I bajo la anterior condición es $t_1 = 2.4in(60.96mm)$.

Puesto que el material de revestimiento y refuerzo es un acero al carbono, se tomó un valor de densidad igual a $\rho = 0.284 \text{ lb/in}^3$ (7861.12 kg/m^3), para los dos materiales. En la Tabla 6.11 se encuentran especificados los pesos calculados para cada tipo de tanque.

Tabla 6.11. Comparación de peso

Tipo de tanque	Peso, lb [Kg]		
	Revestimiento	Refuerzo	Total
I	2275 [1031.9]	—	2275[1031.9]
II	1079 [489.4]	326 [147.9]	1405 [637.3]

De acuerdo a los resultados encontrados, la disminución en peso al utilizar un tanque tipo II es casi la mitad comparada con un tanque tipo I. Lo cual representa un ahorro en material y una mejora dimensional para el recipiente.

A lo largo del presente capítulo se hallaron los resultados obtenidos en la simulación para cada uno de los pasos de carga planteados; lo cual permite estudiar el comportamiento del tanque y su respectivo material de refuerzo. Cada uno de los resultados facilita la caracterización y adecuación del material con el cual se construirá y reforzará el tanque previo a la realización de pruebas. De esta forma se aportó una solución a la problemática del almacenamiento de hidrógeno a altas presiones.

Capítulo 7

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

7.1. Conclusiones

La presente tesis ha desarrollado un modelo en elemento finito con el objetivo de estudiar y caracterizar el comportamiento de un tanque tipo II reforzado con alambre de acero SA-905; en busca de aportar una alternativa de solución a los requerimientos actuales del proceso de contención de hidrógeno a elevadas presiones. Este análisis parte de la generación de tres modelos particulares con diferentes fracciones volumétricas de fibra ($V_f = 60\%$, $V_f = 70\%$ y $V_f = 99.9\%$), cada una de ellas genera diferentes especificaciones para el material compuesto reforzado.

El comportamiento del material compuesto con sus respectivas fracciones volumétricas de fibra, se analiza por medio de la micromecánica, con lo cual se observa que, un mayor porcentaje de volumen de fibra en el material compuesto aumenta las propiedades mecánicas del mismo viéndolo desde un punto ideal. Pero alcanzar esta fracción volumétrica resulta irracional puesto que siempre existirá un factor de empaquetamiento en el material compuesto.

Los diferentes modelos de análisis, con sus respectivas fracciones volumétricas de fibra, son discretizados por medio de elementos finitos, y el comportamiento efectivo del material de refuerzo y de revestimiento se calculó mediante el análisis numérico. Obteniendo para las condiciones de carga los siguientes resultados:

En el primer paso de carga los esfuerzos hallados bajo las tres diferentes condiciones de fracciones volumétricas de fibra superan el esfuerzo de fluencia del material de revestimiento del tanque, lo cual implica que se generará una condición de esfuerzo residual en el material.

La Figura 7.1 muestra gráficamente los valores de los esfuerzos de von Mises en el revestimiento para las diferentes fracciones volumétricas de fibra; observándose que al aumentar la fracción volumétrica de fibra, aumenta el esfuerzo de von Mises; lo cual implica que el tanque presenta una mayor rigidez con dicho aumento.

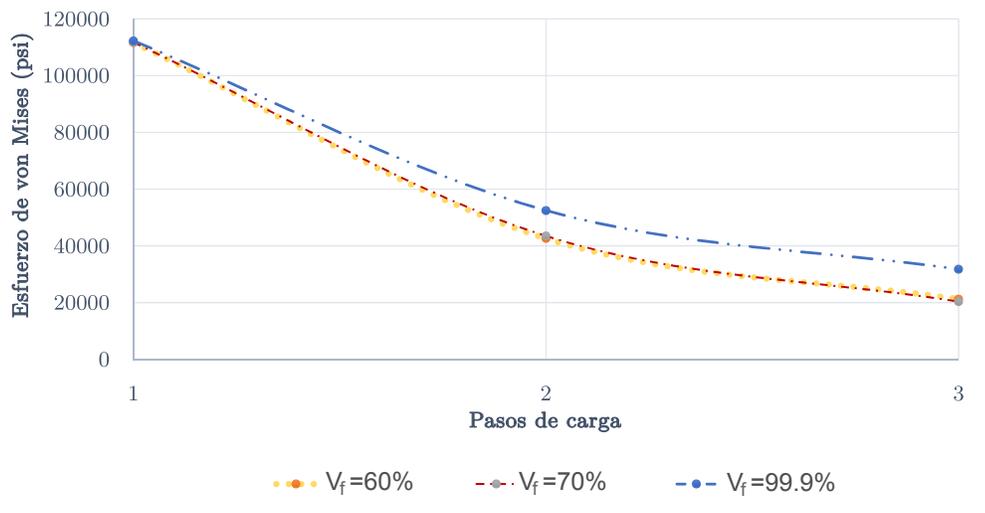


Figura 7.1. Esfuerzos de von Mises en el revestimiento.

Analizando la simulación para el segundo paso de carga se observa en los resultados que se genera un estado de compresión residual, puesto que el pico de sobre-presión aplicado causa una deformación permanente en el material de revestimiento del tanque. De igual forma dicha deformación genera un estado de esfuerzo de tensión residual en el material de refuerzo.

Finalmente, se analiza el tercer paso de carga en el cual se emplea la presión normal de trabajo del tanque, en donde se obtiene una disminución significativa en el esfuerzo de von Mises tras haberse empleado el método de *autofrettage*. De igual forma el aumento en la fracción volumétrica de fibra genera un aumento en el estado de esfuerzo final del recipiente.

A continuación en la Figura 7.2 se realiza una comparación de los esfuerzos en dirección circunferencial, obtenidos con la presión de trabajo habiendo sometido previamente al recipiente en un pico de sobre-presión (condición 1) y sin ningún tipo de pre-carga (condición 2). Lo cual refleja la importancia de aplicar el método de *autofrettage*, puesto que los resultados del esfuerzo de von Mises presentan una disminución, implicando que este método representa una mejora sustancial cuando es empleada en recipientes a presión.

Las Tablas 7.1 y 7.2 muestran la comparación de los esfuerzos de von Mises en el revestimiento cuando es aplicado el pico de sobre-presión y la descarga, respectivamente.

Finalmente, se observa que el comportamiento del tanque tipo II se asemeja en mayor medida a los resultados de las pruebas realizadas por *Wiretough Cylinders* [15], cuando es empleado un mayor porcentaje de fibra en el compuesto, pero el comportamiento de los esfuerzos residuales en la cabeza presenta mayor discrepancia y en gran medida es debido a la concentración de esfuerzos

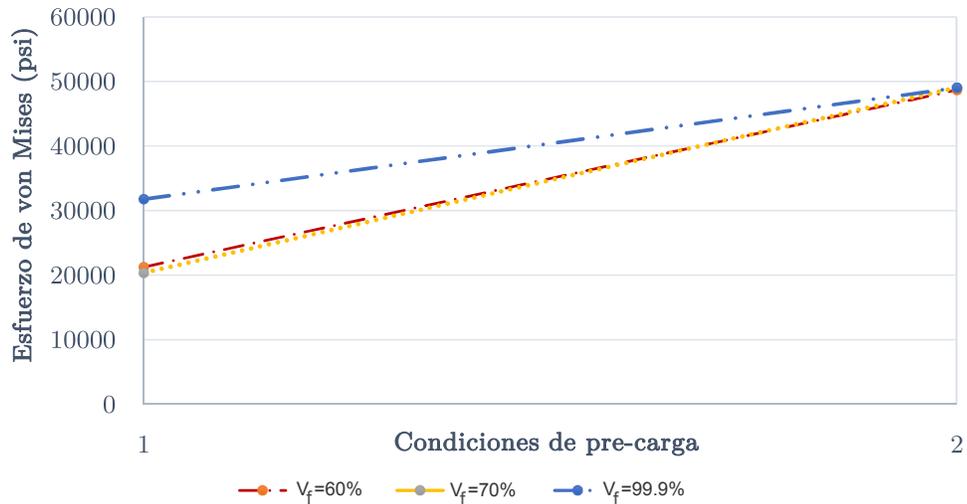


Figura 7.2. Esfuerzos de von Mises bajo condiciones de pre-carga.

Tabla 7.1. Esfuerzos de von Mises en el revestimiento cuando se aplica la sobre-presión

σ , psi [MPa]	Prueba	ANSYS®	diferencia %
Cabeza	113510 [782.6]	110597 [762.5]	2.6
Cilindro	112600 [776.4]	112296 [774.3]	0.27

presentes en el cambio de sección entre el material de refuerzo y las cabezas, puesto que no se modeló una región de transición entre las dos superficies.

7.2. Trabajo futuro

Entre las posibles líneas de trabajo futuro cabe resaltar las siguientes:

- Producir un prototipo que permita corroborar los resultados encontrados junto con las pruebas ya realizadas por la compañía *Wiretough Cylinders*, bajo las presiones de operación y características del tanque establecidas. A su vez, que dicho prototipo permita demostrar el proceso de fabricación y la estimación de costos del cilindro reforzado con alambre de acero.
- Utilizar un modelo de elemento finito que permita estudiar con mayor detalle los esfuerzos en la región de transición entre las cabezas y el cuerpo cilíndrico del material de refuerzo.
- Cuando el alambre de acero es envuelto en el revestimiento cilíndrico, los extremos cortados de los alambres tienen una rigidez significativa y no se ajustan a la curva del recipiente; es

Tabla 7.2. Esfuerzos de compresión inducida en el revestimiento para la descarga

σ , psi [MPa]	Prueba	ANSYS®	diferencia %
Cabeza	13163 [90.8]	14277 [98.4]	8.5
Cilindro	56142 [387.1]	52481 [361.8]	6.5

necesario caracterizar este comportamiento y estudiar la alternativa de solución planteada en la patente *Steel wrapped pressure vessel* [43].

- Se requiere caracterizar el proceso de manufactura en el embobinado de filamentos para minimizar el factor de empaquetamiento y así garantizar mejores propiedades mecánicas en el material de refuerzo.

Bibliografía

- [1] NAVAL COMPOSITES. Materiales compuestos: Conceptos. <http://www.navalcomposites.com/materiales-compuestos/>, 2018.
- [2] Stupenengo Franco. Materiales y materias primas. *Instituto Nacional de Educación Tecnológica. Buenos aires*, 2011.
- [3] E. Donoso. Materiales de ingeniería. 2007.
- [4] Pinsdaddy. Composite layup process. <http://www.pinsdaddy.com/composite-layup-process>., Abril 2018.
- [5] PJ Schubel. Technical cost modelling for a generic 45-m wind turbine blade produced by vacuum infusion (vi). *Renewable energy*, 2010.
- [6] Tec.Pla. Moldeo por compresión. <http://tecnologiadelosplasticos.blogspot.mx>, 2011.
- [7] AZoM. Compuestos termoendurecibles - fibras y matrices. <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=401>, 2001.
- [8] Swanson S.R. Introduction to design an analysis with advanced composite materials. *Prentice-Hall*., New Jersey.
- [9] Herakovich Carl T. Mechanics of fibrous composites. *John Wiley y Sons.Inc*, 1998.
- [10] Aboudi Jacob. *Mechanics of composite materials: a unified micromechanical approach*, volume 29. Elsevier, 1991.
- [11] Barthelemy H., Weber M. and Barbier F. Hydrogen storage: Recent improvements and industrial perspectives. *International Journal of Hydrogen Energy*, 42(11):7254–7262, 2017.
- [12] Faupel Joseph H. *Engineering Design a Synthesis of Stress Analysis and Materials Engineering*. J. Wiley, 1964.

- [13] Landes R. E. *Glass Fiber Reinforced Metal Pressure Vessel Design Guide*. Structural Composites Industries Inc, 1972.
- [14] Alegre J. M., Bravo P. and Preciado M. *Diseño Mediante Autozunchado de una Vasija de altas Presiones para la Industria Alimentaria*. Analisis de Mecánica de la Fractura, 2005.
- [15] Wiretough Cylinders LLC. Target explanation document: Low cost hydrogen storage at 875 bar using steel liner and steel wire wrap. https://www.hydrogen.energy.gov/pdfs/progress15/iii_9_prakash_2015.pdf, 2015.
- [16] Hughes Thomas JR. and Carnoy Eric. Nonlinear finite element shell formulation accounting for large membrane strains. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 39(1):69–82, 1983.
- [17] Code ASME B&PV. Section II, Part a. *Rules for Construction of Pressure Vessels*, 2010.
- [18] S. Timoshenko and J. N. Goodier. Theory of elasticity. *McGraw W-Hill book company*, 1951.
- [19] Rozo Sandra M. y Tibaquirá Juan E. Celdas de combustible tipo membrana de intercambio protónico. *Scientia et technica*, 1(37), 2005.
- [20] U.S. Department of Energy. Target explanation document: Onboard hydrogen storage for light-duty fuel cell vehicles. <https://energy.gov/sites/prod/files/2017/ation.pdf>, 2017.
- [21] Ledesma Orozco E. Aceves Salvador M. y Espinosa Loza F. Development of dual volume cryogenic hydrogen storage system. In *ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pages 797–804. American Society of Mechanical Engineers, 2010.
- [22] Colozza Anthony J. and Kohout Lisa. Hydrogen storage for aircraft applications overview. *NASA Technical Reports Server*, 2002.
- [23] Van Suchtelen J. Product properties: a new application of composite materials. *Philips Res. Rep*, 27(1):28–37, 1972.
- [24] UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA. Compuestos reforzados con partículas. https://www.upv.es/materiales/Fcm/Fcm15/pfcm15_9_1.html, 2018.
- [25] Askeland D. R. Ciencia e ingeniería de los materiales. *International Thomson Editores*, México 1998.

- [26] Castejón L. Miravete A. and Jiménez M.A. Characteristics of sandwich-type structural elements built of advanced composite materials from three dimensional fabrics. *Materiales de Construcción*, 47(247-248):73–81, 1997.
- [27] Universidad de Oviedo. Materiales poliméricos y compuestos. <http://www6.uniovi.es/usr/fblanco/AP.T12.1-MPyC.Tema12.DeformacionElasticaCompuestosFibraLarga.Laminados.pdf>, 2018.
- [28] ST COMPOSITE. Vacuum assisted hand/wet lay-up. <http://www.stcomposite.com/production-capabilities.html>, 2018.
- [29] Besednjak A. Materiales compuestos , Procesos de fabricación de embarcaciones. *Edicions UPC*, 2005.
- [30] Barbero Ever J. *Finite element analysis of composite materials using ANSYS®*. CRC press, 2013.
- [31] Junuthula Narasimha Reddy. *An Introduction to Continuum Mechanics*. Cambridge University Press, New York, second edition, 2013.
- [32] Kelly Anthony and Davies G.J. The principles of the fibre reinforcement of metals. *Metallurgical Reviews*, 10(1):1–77, 1965.
- [33] Segurado E. Javier. *Micromecánica computacional de materiales compuestos reforzados con partículas*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid, 2004.
- [34] Hill R. Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials: I. elastic behaviour. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 12(4):199–212, 1964.
- [35] Hashin Zvi. The elastic moduli of heterogeneous materials. *Journal of Applied Mechanics*, 29(1):143–150, 1962.
- [36] Mori Tanaka and Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta metallurgica*, 21(5):571–574, 1973.
- [37] Mott Robert L. Resistencia de materiales. *Pearson Educación*, page 776, 2009.
- [38] Beer F., Johnston E., Dewolf J. y Mazurek David. Mecánica de materiales. *Mc Graw Hill*, 2010.

- [39] Lorenzo M., González B., Matos J.C., Aguado L., Kharin V. and Toribio J. Análisis del efecto Bauschinger en aceros de alta resistencia. In *Anales de Mecánica de la Fractura*, volume 26, 2009.
- [40] Shigley Joseph Edward. *Shigley's mechanical engineering design*. Tata McGraw-Hill Education, 2011.
- [41] Code ASME B&PV. Section VIII, Division 1. *Rules for Construction of Pressure Vessels*, 2010.
- [42] San Marchi C. Somerday B. and Nibur K. Measurement of fatigue crack growth rates for sa-372 gr. j steel in 100 mpa hydrogen gas following article kd-10. In *ASME 2013 Pressure Vessels and Piping Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2013.
- [43] Deeken Brian T. Head William J. Prakash Amit. Sharp George R. and Thomson William H. Steel wrapped pressure vessel, 2016. US Patent 9,266,642.