

Salamanca, Gto, a 10 de Noviembre del 2016.

M. EN L. J. ANTONIO ALVAREZ JAIME
COORDINADOR DE ASUNTOS ESCOLARES
PRESENTE.

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno (a) Erick Alejandro González Burbosa del Programa de Doctorado en Ingeniería Mecánica y cuyo número de NUA es: 172065 del cual soy director. El título de la tesis es: Control de Manipuladores Seriales 3R con Variaciones en sus Ángulos de Torsión

Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los dos sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.

ATENTAMENTE



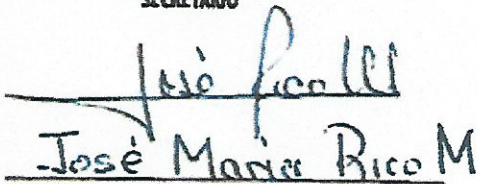
MAX ANTONIO GONZALEZ PALACIOS

NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS
SECRETARIO

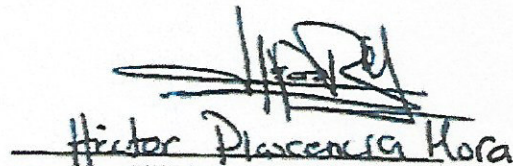


LUZ ANTONIA AGUILERA CORTÉS

NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS



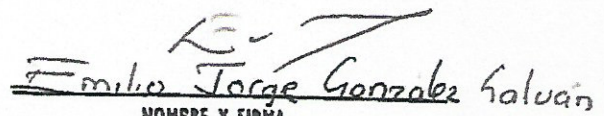
NOMBRE Y FIRMA
PRESIDENTE



NOMBRE Y FIRMA
VOCAL



NOMBRE Y FIRMA
VOCAL



NOMBRE Y FIRMA
VOCAL



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

CAMPUS IRAPUATO-SALAMANCA

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

***“Control de Manipuladores Seriales 3R con
Variaciones en sus Ángulos de Torsión”***

**TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR
EN INGENIERÍA MECÁNICA**

PRESENTA:

M. en I. Erick Alejandro González Barbosa

DIRECTORES:

Dr. MAXIMINO ANTONIO GONZÁLEZ PALACIOS
Dr. LUZ ANTONIO AGUILERA CORTÉS

Salamanca, Gto.

Noviembre 2016

AGRADECIMIENTOS

A Dios padre todopoderoso por darme la fortaleza para afrontar día a día este enorme reto.

A mi familia, por su gran apoyo y amor; además de su comprensión por no dedicarles el tiempo que se merecen.

A mis asesores y sinodales, por guiarme en este proyecto tan importante y tener la paciencia suficiente para llevarlo de la mano juntos.

A mis amigos y compañeros de trabajo por ese apoyo y consejos llenos de sabiduría.

ÍNDICE

TEMA	Página
1. DEFINICIÓN DEL PROYECTO.	
1.1 OBJETIVO.....	1
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	1
1.3 INTRODUCCIÓN.....	2
1.4 ANTECEDENTES.....	3
1.5 CONTENIDO.....	9
2. ANÁLISIS CINEMÁTICO DEL MANIPULADOR 3R CON VARIACIONES EN SUS ÁNGULOS DE TORSIÓN α_1 Y α_2.	
2.1 INTRODUCCIÓN.....	10
2.2 PLANTEAMIENTO.....	11
2.3 IMPLEMENTACIÓN.....	13
2.4 ALGORITMO DE SOLUCIÓN.....	15
2.4.1 Implementación de metodología para definición de algoritmo de solución cinemática inversa.....	15
2.4.2 Solución cinemática inversa de manipulador 3R genérico.....	18
2.4.3 Implementación de la solución cinemática inversa.....	20
2.4.4 Planteamiento de algoritmo para implementación en software SnAM.....	22
3. ANÁLISIS DINÁMICO DE MANIPULADOR 3R CON VARIACIONES EN SUS ÁNGULOS DE TORSIÓN α_1 Y α_2.	
3.1 INTRODUCCIÓN.....	26
3.2 FORMULACIÓN DE LAGRANGE.....	27
3.2.1 Simplificación Dinámica.....	30
3.2.2 Energía potencial y cinética de elementos de manipulador 3R con ángulos α_1 y α_2 variables.....	33

4. INTRODUCCIÓN AL CONTROL DE ROBOTS INDUSTRIALES

4.1 INTRODUCCIÓN.....38

4.2 CONTROL CINEMÁTICO.....38

 4.2.1 Trayectorias

 4.2.1.1 Trayectorias punto a punto.....40

 4.2.1.2 Trayectorias coordinadas o isócronas.....40

 4.2.1.3 Trayectorias continuas.....40

 4.2.2 Interpolación de Trayectorias.....41

4.3 CONTROL DINÁMICO.....42

 4.3.1 Comportamiento del sistema.....44

 4.3.1.1 Función escalón unitario.....45

 4.3.1.2 Función rampa unitaria.....46

 4.3.2 Controladores.

 4.3.2.1 Controlador proporcional derivativo PD.....47

 4.3.2.2 Controlador proporcional integral PI.....48

 4.3.2.3 Proporcional Integral Derivativo PID.....49

4.4 SISTEMA DE CONTROL: ANALÓGICO O DIGITAL.....54

5. DISEÑO Y SISTEMA DE CONTROL DE PROTOTIPO EXPERIMENTAL

5.1 INTRODUCCIÓN.....56

5.2 ANÁLISIS PRELIMINAR.....56

 5.2.1 Análisis estimativo de cargas suscitadas en la base del prototipo.....57

 5.2.2 Análisis estimativo de cargas suscitadas en hombro de prototipo.....59

 5.2.3 Análisis estimativo de cargas suscitadas en codo de prototipo.....60

5.3 SELECCIÓN DE REDUCTORES DE VELOCIDAD Y SERVOMOTORES

 5.3.1 Selección de reductores de velocidad.....61

 5.3.2 Selección de servomotores.....64

5.4 DISEÑO DE PROTOTIPO	
5.4.1 Base.....	67
5.4.2 Eslabones.....	68
5.4.3 Juntas.....	70
5.4.4 Prototipo.....	72
5.5 SISTEMA DE CONTROL.....	75
5.5.1 Controlador digital ACR9640.....	76
5.5.2 Servo-amplificador Aries Ethernet PowerLink AR-08PE 750W.....	78
5.5.3 Activación de prototipo.....	82
5.5.4 Herramientas cinemáticas en software de control ACR-View®	84
6. RESULTADOS	
6.1 INTRODUCCIÓN.....	86
6.2 ENERGÍA CONSUMIDA DURANTE RECORRIDO DE TRAYECTORIA.....	86
6.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	88
6.4 RESULTADOS ANALÍTICOS.....	96
CONCLUSIONES.....	109
TRABAJOS FUTUROS.....	111
REFERENCIAS.....	112
APÉNDICE A: CONSIDERACIONES FUNDAMENTALES PARA GENERACIÓN DE GRÁFICAS EN ANÁLISIS CINEMÁTICO.....	120
APÉNDICE B. ANÁLISIS DEL ESPACIO DE TRABAJO DE UN MANIPULADOR 3R CON VARIACIÓN EN SUS ÁNGULOS DE TORSIÓN α_1 Y α_2.	
B.1 INTRODUCCIÓN.....	123
B.2 ESPACIO DE TRABAJO EN MANIPULADORES 3R DE GEOMETRÍA GENERAL	123

B.2.1 Análisis de espacio de trabajo de forma virtual (software SnAM).....126

B.2.2 Análisis de espacio de trabajo de forma real (software-prototipo SnAM)...127

APÉNDICE C: COMPORTAMIENTO CINEMÁTICO PARA RECORRIDO
DE TRAYECTORIAS CON VARIACIÓN DE α_1 O α_2 129

APÉNDICE D: PROCESO DE OBTENCIÓN DE GRÁFICAS PARA SELECCIÓN DE
ÁNGULOS DE DISEÑO α_1 y α_2 135

APÉNDICE E: DIMENSIONES DE COMPONENTES PRINCIPALES DEL
SISTEMA DE CONTROL.....144

APÉNDICE F: DIAGRAMA DE CONEXIONES PARA ALIMENTACIÓN
DEL SISTEMA DE CONTROL.....148

APÉNDICE G: CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA ACTIVACIÓN,
EJECUCIÓN DE MOVIMIENTO Y RECOLECCIÓN DE DATOS DE
DE PROTOTIPO EXPERIMENTAL.....149

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Parámetros DH - Figura 1.5 a).....	7
Tabla 1.2 Parámetros DH - Figura 1.5 b).....	7
Tabla 1.3 Parámetros DH-robot descrito en Figura 1.6.....	7
Tabla 3.1 Energía potencial <i>EP</i> de elementos definidos en manipulador de Figura 3.3.....	33
Tabla 3.2 Energía cinética “ <i>K</i> ” de componentes de prototipo referentes a Figura 3.3.....	34
Tabla 3.3 Energía cinética de Eslabón 3 referentes a Figura 3.3.....	35
Tabla 3.4 Energía cinética de la Carga concentrada en efector final referente a Figura 3.3.....	36
Tabla 5.1 Carga estática inducida en la base del prototipo.....	58
Tabla 5.2 Carga dinámica inducida en la base del prototipo.....	58
Tabla 5.3 Carga estática inducida en el hombro del prototipo.....	59
Tabla 5.4 Carga dinámica inducida en el hombro del prototipo.....	60
Tabla 5.5 Fuerza radial ejercida sobre juntas de prototipo.....	61
Tabla 5.6 Reductores de velocidad seleccionados.....	61
Tabla 5.7 Reductores de velocidad del tipo planetario, Micron-Nema23, especificaciones.....	62
Tabla 5.8 Datos técnicos: Reductores de velocidad del tipo planetario, Micron-Nema23.....	63
Tabla 5.9 Resumen de datos técnicos: Servomotores sin escobillas, Parker-Nema 23.....	65
Tabla 5.10 Parámetros longitudinales D-H de prototipo.....	73
Tabla 5.11 Potencia de disipación para servo-amplificadores ARIES AR-08PE.....	78
Tabla 5.12 Descripción de pines para la conexión a retroalimentación de servomotores.....	81
Tabla 5.13 Características eléctricas de entradas a encoder.....	81
Tabla 6.1 Valores cinemáticos de entrada para ejecución de movimiento del prototipo.....	90
Tabla 6.2 Energía y potencia consumidas por cada eje del prototipo experimental.....	94
Tabla 6.3 Energía y potencia consumidas por cada ciclo del prototipo experimental.....	95
Tabla 6.4 Valores α utilizados para análisis comparativo de gasto de energía ilustrado en Figuras 6.10 y 6.11.....	101
Tabla 6.5 Valores α utilizados para análisis comparativo de gasto de energía ilustrado en Figuras 6.12 y 6.13.....	104

Tabla B.1 Parámetros D-H adoptados en Software SnAM para análisis de recorrido de L_v126

Tabla B.2 Parámetros D-H adoptados por Prototipo SnAM en Figura B.5.....127

Tabla B.3 Parámetros D-H adoptados por Prototipo SnAM en Figura B.6.....128

Tabla D.1 Rango de variación en ángulos de torsión, utilizado en Figuras D.1-D.4.....138

Tabla D.2 Ángulos de torsión α utilizados para el análisis comparativo de energía empleada para recorrido de trayectoria L_R143

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Errores que intervienen en la exactitud y repetitividad de manipuladores.....3

Figura 1.2 Representación cualitativa del grado de influencia en relación a los parámetros DH del robot PUMA 560.....4

Figura 1.3 Gráficas del comportamiento dinámico del robot PUMA 560 vs tiempo de recorrido vs: a) α_1 (Trayectoria 1), y b) α_1 (Trayectoria).....5

Figura 1.4 Efecto de los ángulos de torsión α_1 y α_2 sobre la sección transversal del espacio de trabajo del robot 3R con variables de diseño $a_1 = 0$ y $a_2 = a_3$ 6

Figura 1.5 Prototipo 3R-SnAM [7], [8]: a) arquitectura ortogonal, b) arquitectura arbitraria.....6

Figura 1.6 Configuración de robot industrial 6R-entorno SnAM.....7

Figura 2.1 Diagrama de relación entre cinemática directa e inversa para manipulador 3R.....11

Figura 2.2 Manipulador serial de posicionamiento 3R de geometría general.....12

Figura 2.3 Diagrama de relación entre la cinemática y la matriz Jacobiana directa e inversa de un manipulador3R.....20

Figura 2.4 Diagrama de flujo de la cinemática inversa para el manipulador serial 3R.23

Figura 2.5 Diagrama de flujo: comparativa entre valores obtenidos de la solución cinemática inversa actual y los adoptados por la configuración previa del manipulador.....24

Figura 3.1 Relación entre dinámica inversa y dinámica directa.....26

Figura 3.2 Sistema eslabón-servo-reductor de la parte del hombro de prototipo experimental: a) Esquema CAD, b) aproximación, c) vista superior, d) vista lateral.31

Figura 3.3 Cadena cinemática de manipulador 3R con variación en ángulos α_1 y α_2	32
Figura 4.1 Relación entre control cinemático y control dinámico.....	39
Figura 4.2 Diferentes trayectorias articulares posibles para un robot SCARA de 2GDL: a) movimiento eje a eje, b) movimiento simultáneo de ejes, c) trayectoria coordinada, d) trayectoria continua rectilínea.....	41
Figura 4.3 Interpolación en tres tramos.....	42
Figura 4.4 Control de movimiento de un brazo articulado.....	43
Figura 4.5 Esquema general de un sistema de control de lazo cerrado.	43
Figura 4.6 Función escalón unitario $x(t)$ vs salida controlada $y(t)$	45
Figura 4.7 Función rampa unitaria $x(t)$ vs salida controlada $y(t)$	46
Figura 4.8 Señales de control tipo Proporcional Derivativo (PD).....	48
Figura 4.9 Señales de control tipo Proporcional Integral (PI).....	48
Figura 4.10 Señal de control tipo PID, ambiente gráfico software ACR-View®.....	49
Figura 4.11 Representación de ganancias en un controlador del tipo PID.....	50
Figura 4.12 Recomendaciones técnicas ilustrativas para la obtención de ganancias proporcional y derivativa para la sintonización de las juntas de un robot industrial.....	51
Figura 4.13 Componentes básicos de un sistema servo controlado tipo P.I.D.....	52
Figura 4.14 Esquema general del sistema de control.....	54
Figura 4.15 Esquema: conversión Analógico-Digital. T representa el periodo de muestreo. Digitalización: a) muestreo y b) cuantización.....	55
Figura 5.1 Dibujo esquemático de prototipo considerando configuración crítica.....	57
Figura 5.2 Curvas de comportamiento de reductores de velocidad NEMA 23, tipo NT y NTP....	62
Figura 5.3 Dimensiones de reductores de velocidad NEMA23.....	63
Figura 5.4 Curvas de comportamiento de servomotores SM231AE y SM232AE.....	64
Figura 5.5 Descripción de términos en serie SM de servomotores Parker NEMA23.....	66
Figura 5.6 Dimensiones de servomotores Parker NEMA23.....	66
Figura 5.7 Base para prototipo: a) diseño CAD, b) pieza real.....	67
Figura 5.8 Diseño preliminar del prototipo manipulador serial 3R.....	67

Figura 5.9 Piezas manufacturadas para ensamble y construcción de prototipo.....	68
Figura 5.10 Diseño CAD de eslabonamientos de prototipo.....	68
Figura 5.11 Diseño CAD de eslabonamientos con maquinado de ranuras para variación en ángulos de torsión α	69
Figura 5.12 Diseño CAD indicando ranuras para variación de ángulos de torsión α , encoder, y arreglo preliminar del sistema servoreductor.....	69
Figura 5.13 Esquema representativo de juntas o uniones entre eslabonamientos: a) ensamble CAD b) Piezas manufacturadas en aluminio.....	70
Figura 5.14 Dispositivos de sujeción entre eslabones y flecha de salida del reductor de velocidad: a) eslabón 1, b) eslabones 2 y 3.....	71
Figura 5.15 Reductores de velocidad planetarios NEMA23: a) ubicado en el hombro, y b) ubicado en la base.....	71
Figura 5.16 Servomotores y reductores de velocidad NEMA 23 adquiridos.....	72
Figura 5.17 Vista lateral de prototipo, diseño CAD.....	72
Figura 5.18 Vista lateral de prototipo, diseño CAD.....	73
Figura 5.19 Prototipo experimental-diseño CAD.....	74
Figura 5.20 Prototipo experimental 3R. a) Arquitectura ortogonal [$\alpha_1 = -90^\circ, \alpha_2 = 180^\circ$], b) Arquitectura arbitraria [$\alpha_1 = -120^\circ, \alpha_2 = 210^\circ$].....	74
Figura 5.21 Diagrama generalizado de la conexión del sistema de control de un servomotor....	75
Figura 5.22 Descripción de términos de controladores con serie ACR9000.....	76
Figura 5.23 Principales componentes del controlador ACR9640.....	77
Figura 5.24 Descripción de terminología de servoamplificadores Aries EPL.....	78
Figura 5.25 Curvas de comportamiento para un motor Parker BE343J en funcionamiento con un servo-amplificador ARIES AR-08PE.....	79
Figura 5.26 Ubicación de los conectores del servo-amplificador ARIES AR-08PE.....	80
Figura 5.27 Conector de retroalimentación del servomotor, pieza hembra.....	80
Figura 5.28 Interruptores de direccionamiento de IP ubicados en servoamplificadores ARIES...82	
Figura 5.29 Ambiente gráfico de software ACR-View versión 6.2.0.....	83

Figura 5.30 Componentes de árbol de trabajo de proyecto en software ACR-View.....	83
Figura 5.31 Diagrama de bloques incluyendo la cinemática inversa de robots dentro de un controlador de la serie ACR.....	84
Figura 6.1 Comportamiento angular de los tres ejes del prototipo experimental durante funcionamiento.....	91
Figura 6.2 Comportamiento del eje “base” de prototipo experimental durante funcionamiento.....	91
Figura 6.3 Comportamiento del eje “hombro” de prototipo experimental durante funcionamiento.....	92
Figura 6.4 Comportamiento del eje “codo” de prototipo experimental durante funcionamiento.....	93
Figura 6.5 Evolución temporal de efector final.....	97
Figura 6.6 Comportamiento analítico y experimental de las velocidad angulares, torque y energía consumida por cada uno de los ejes del prototipo.....	98
Figura 6.7 Comportamiento analítico y experimental de la energía real y la energía absoluta consumida por cada uno de los ejes del prototipo.....	99
Figura 6.8 Comportamiento analítico de consumo de energía en función de ángulos α_1, α_2 ...	100
Figura 6.9 Comportamiento analítico y experimental de velocidad angulares, torque y energía consumida por cada eje del manipulador para valores α descritos en Tabla 6.4...	102
Figura 6.10 Comportamiento analítico y experimental de energía real y energía absoluta consumida por cada eje del manipulador para valores α descritos en Tabla 6.4....	103
Figura 6.11 Comportamiento analítico y experimental de velocidad angulares, torque y energía consumida por cada eje del manipulador para valores α descritos en Tabla 6.5...	105
Figura 6.12 Comportamiento analítico y experimental de energía real y energía absoluta consumida por cada eje del manipulador para valores α descritos en Tabla 6.5...	106
Figura 6.13 Comportamiento de valores absolutos de energía empleada por el manipulador bajo estudio para los casos comparados en el presente capítulo...	107
Figura A.1 Imagen ilustrativa del comportamiento distorsionado de la solución cinemática inversa correspondiente a la variable articular θ_3 , durante un recorrido estipulado...	120

Figura A.2 Imágenes ilustrativas del comportamiento de variables articulares considerando solución múltiple. Manipulador 3R recorriendo trayectoria definida, con variación en ángulo de torsión α_1 : a) Soluciones θ_1, θ_2 , y θ_3 , b) Variable articular θ_2 , y c) Variable articular θ_3 121

Figura B.1 (A) Manipulador ortogonal espacial 2R, y (B) su espacio de trabajo.....123

Figura B.2 (A) Manipulador ortogonal espacial 3R, y (B) su espacio de trabajo.....124

Figura B.3 Esquema del espacio de trabajo para manipuladores 3R de geometría general.125

Figura B.4 Prototipo SnAM y trayectoria recorrida L_R , configuración ortogonal.....127

Figura B.5 Trazo de trayectoria L_R por medio del prototipo SnAM, configuración arbitraria...128

Figura C.1 Sumatoria $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$, empleada por manipulador para realizar recorrido de trayectoria L_V , con valores $[-20.05^\circ \leq \alpha_2 \leq 20.05^\circ]$, y $[\alpha_1 = 90^\circ]$129

Figura C.2 Sumatoria $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$, empleada por manipulador para realizar recorrido de trayectoria L_V , con valores $[69.90 \text{ rad} \leq \alpha_1 \leq 110^\circ]$, y $[\alpha_2 = 0^\circ]$130

Figura C.3 Sumatoria $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$, empleada por manipulador para realizar recorrido de trayectoria L_V , con valores $[76.20^\circ \leq \alpha_1 \leq 104.28^\circ]$, y $[\alpha_2 = 0^\circ]$131

Figura C.4 Solución cinemática inversa correspondiente a recorrido de trayectoria L_V, θ_i vs tiempo-vista lateral 2D; $\alpha_2 = 0^\circ$ y rangos de α_1 : a) $[70^\circ \leq \alpha_1 \leq 110^\circ]$ b) $[76^\circ \leq \alpha_1 \leq 104^\circ]$...132

Figura C.5 Sumatoria $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$, empleada por manipulador para recorrido de trayectoria L_R . Valores: $[55^\circ \leq \alpha_1 \leq 95^\circ]$, y $[\alpha_2 = 0^\circ]$133

Figura C.6 Sumatoria $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$, empleada por manipulador para realizar recorrido de trayectoria L_R . Valores: $[-60.16^\circ \leq \alpha_2 \leq 10.31^\circ]$, y $[\alpha_1 = 90^\circ]$134

Figura D.1 Solución cinemática inversa correspondiente al recorrido de la trayectoria L_R . a) θ_1 vs α_1 vs α_2 , b) θ_2 vs α_1 vs α_2 , c) θ_3 vs α_1 vs α_2 . Rangos de variación: $[72.19^\circ \leq \alpha_1 \leq 97.98^\circ]$, y $[-64.17^\circ \leq \alpha_2 \leq -80.21^\circ]$139

Figura D.2 Velocidades angulares. Articulación 1: a) $\dot{\theta}_1$ vs α_1 vs α_2 , b) $\dot{\theta}_1^2$ vs α_1 vs α_2 . Articulación 2: c) $\dot{\theta}_2$ vs α_1 vs α_2 , d) $\dot{\theta}_2^2$ vs α_1 vs α_2 . Articulación 3: e) $\dot{\theta}_3$ vs α_1 vs α_2 , f) $\dot{\theta}_3^2$ vs α_1 vs α_2 . Rangos de variación $[72.19^\circ \leq \alpha_1 \leq 97.98^\circ]$, y $[-64.17^\circ \leq \alpha_2 \leq -80.21^\circ]$ 140

Figura D.3 Sumatoria $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$, empleada para el recorrido de la trayectoria L_R .
a) Vista lateral-variación α_1 , b) Vista lateral-variación α_2 141

Figura D.4 Comportamiento de la energía consumida estimada para el recorrido de la trayectoria L_R . Rangos de variación $[1.50 \leq \alpha_1 \leq 1.70 \text{ rad}]$ y $[-1.15 \leq \alpha_2 \leq -1.36 \text{ rad}]$ 142

Figura E.1 Dimensiones de controlador ACR 9640..... 144

Figura E.2 Dimensiones sugeridas para montaje de controlador ACR 9640..... 145

Figura E.3 Dimensiones de servoamplificador ARIES AR-08PE..... 146

Figura E.4 Dimensiones sugeridas para montaje de servoamplificador ARIES AR-08PE..... 147

Figura F.1 Diagrama de alimentación para sistema de control de movimiento de prototipo experimental.....148

1. DEFINICIÓN DEL PROYECTO.

1.1 OBJETIVO.

El principal objetivo del presente proyecto de tesis consiste en implementar el sistema de control de movimiento para la automatización y caracterización de un prototipo de manipulador serial tipo 3R. El prototipo, de posicionamiento, será diseñado y construido físicamente de tal forma que cada uno de sus ángulos de torsión α_1 y α_2 , definidos como variables de diseño, logre adoptar valores en un rango de $0\pm 90^\circ$. La caracterización del prototipo permitirá llevar a cabo el análisis completo de su comportamiento enfatizando el efecto de la variación de los ángulos de torsión y con ello obtener su viabilidad para diseños a nivel industrial.

1.2 JUSTIFICACIÓN.

El uso apropiado de manipuladores robóticos cada día llega a ser de mayor trascendencia en el desarrollo de la ciencia y tecnología alrededor del mundo, debido a ello surge la necesidad del estudio e investigación de todo lo que rodea a este tipo de dispositivos.

Una de las tareas primordiales es obtener configuraciones que cumplan diversos criterios de optimización para su diseño. Con esta premisa surge la idea de buscar alternativas que permitan optimizar parámetros de funcionamiento tales como: energía requerida para realización de tareas, tiempo de ejecución, espacio de trabajo, sensibilidad en la matriz de inercia y comportamiento dinámico, entre los más importantes.

En el presente proyecto se ha considerado la variación de los ángulos de eslabón o de torsión " α " como la alternativa más viable, esto debido a que trabajos de investigación muestran su marcada influencia sobre los parámetros de funcionamiento de los manipuladores seriales.

Finalmente, con la construcción y automatización del prototipo 3R se validará la parte analítica con la experimental; y de acuerdo a los resultados obtenidos se definirá la posibilidad de aplicar el presente proyecto a nivel industrial.

1.3 INTRODUCCIÓN

Los manipuladores seriales cada vez son más necesarios en tareas que demandan gran precisión, diversificación de aplicaciones y considerable espacio de trabajo. Lo anterior, aunado a sus costos tanto de adquisición como de operación, justifica la búsqueda de nuevas alternativas de mejora enfocadas en su funcionamiento.

Una de las alternativas de mayor auge se basa en la construcción y análisis de manipuladores adaptivos, esto es, que puedan adoptar diversas arquitecturas al modificar sus parámetros de diseño. Las arquitecturas que puedan adoptar facilitarán su adaptación a procesos industriales semejantes, logrando con ello diferentes alternativas de optimización.

Hoy en día, en la industria no se trabaja con manipuladores del tipo adaptivo, siendo la causa principal la complejidad de los algoritmos de control. En menor proporción, los factores de diseño, manufactura y estabilidad en su funcionamiento son causas que han impedido su desarrollo.

1.4 ANTECEDENTES

Aunque los parámetros de diseño son factores que intervienen de forma directa en el comportamiento global de los manipuladores, éstos no son únicos, ver Figura 1.1.

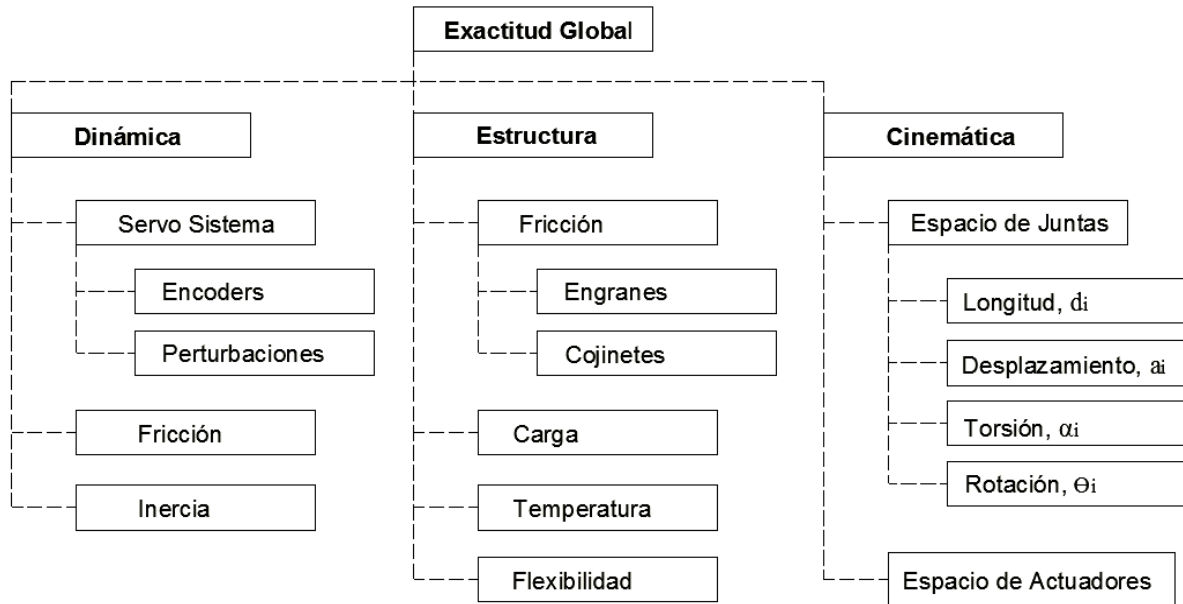


Figura 1.1 Errores que intervienen en la exactitud y repetitividad de manipuladores, [1].

En el diagrama de bloques de la figura anterior se puede incluir el error inducido durante la fabricación por manufactura y ensamble, debido a que hoy en día continúa siendo una fuente de inexactitud en sistemas mecánicos.

De acuerdo a [2] y [3], a los errores de exactitud también se les puede dividir como geométricos y no geométricos. Estos últimos se definen como todos aquéllos que originan errores cuya inexactitud en el posicionamiento no pueden ser caracterizados por parámetros geométricos. En [4], se realizó un análisis de errores inducidos enfocado hacia el robot PUMA; éstos fueron: error de transmisión en engranes, traslape y flexibilidad entre el rotor del motor y la salida real hacia la junta (*joint drive compliance*), el error inducido por el cambio de sentido en el giro (*backlash*), el generado por una base no suficientemente rígida (*base motion*); así como la inexactitud en la manufactura y ensamble de la muñeca (*cross coupling of joints rotations*). Otros errores, tales como los inducidos por variación en la temperatura, inestabilidad en flechas, y pandeo por torsión (*bending torsion*) en eslabones, fueron despreciados por su insignificancia en comparación con el valor de la exactitud de interés de 0.1mm para robots industriales tipo PUMA.

En [4], también se analiza la significancia relativa entre las diversas fuentes de error, algo que no es sencillo definir, y que puede variar de robot a robot. Para ello se debe considerar que no es factible ni equitativo desarrollar mediciones de prueba en diversos robots e intentar compararlas. Por tanto, los autores sugieren analizar un robot genérico (adaptivo o paramétrico) de un modelo particular, para interpretar de manera adecuada la relación entre las diversas fuentes de error inducidas. Con ello se puede estimar el valor de los “parámetros” caracterizando los orígenes de mayor importancia de las diversas arquitecturas que pueda adoptar el robot genérico.

En párrafos anteriores se definieron estudios de factores que afectan el comportamiento de robots de forma global. En los siguientes párrafos se describen proyectos enfocados a la influencia que ejercen los parámetros de diseño sobre su comportamiento.

A. Para el primer caso, desarrollado en [1], el proyecto se centralizó principalmente en el análisis comparativo de las variables de diseño en robots industriales. El análisis contabilizó la contribución que ejercen estas variables sobre la exactitud y la repetitividad. El robot PUMA 560 fue la configuración seleccionada. El estudio y la evaluación se llevaron a cabo de manera analítica en base a la teoría matricial de transformación diferencial. Los resultados obtenidos fueron los siguientes: la longitud de eslabón "a" fue la variable de diseño con mayor influencia, seguida por la distancia entre juntas "d" y finalmente el ángulo de torsión " α ", ver Figura 1.2.

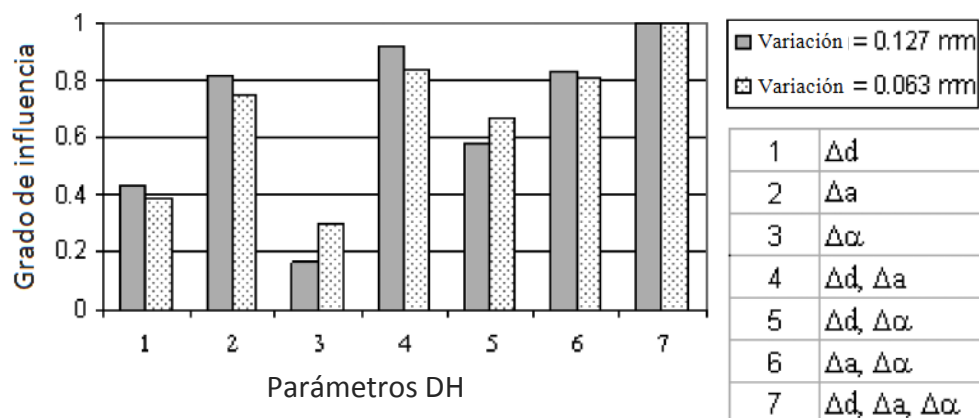


Figura 1.2 Representación cualitativa del grado de influencia en relación a los parámetros DH del robot PUMA 560 [1].

B. En segunda instancia, en [5] y [6], los estudios se enfocaron principalmente a la variación del ángulo de torsión α . Las configuraciones seleccionadas fueron: el manipulador 3R [5], y el robot PUMA 560 [6]. Las herramientas matemáticas y de optimización empleadas para sus análisis fueron: para [5], el indicador del comportamiento dinámico con base en la sensibilidad a los cambios de los parámetros geométricos de su matriz de inercia, en conjunto con su modelo dinámico obtenido a partir de la formulación general de Lagrange; mientras que para [6], fue necesario la división de enfoques operacionales del robot, uno permitiendo el máximo espacio de trabajo del efector final, y el otro proveyendo la máxima capacidad de éste para alcanzar el espacio de trabajo en cualquier dirección.

A diferencia de [1], donde el ángulo de torsión α es el que menos influencia tiene sobre la exactitud y la repetitividad; en [5] y [6] lo consideran fundamental para la definición de su comportamiento dinámico (Figura 1.3) y su espacio de trabajo (Figura 1.4).

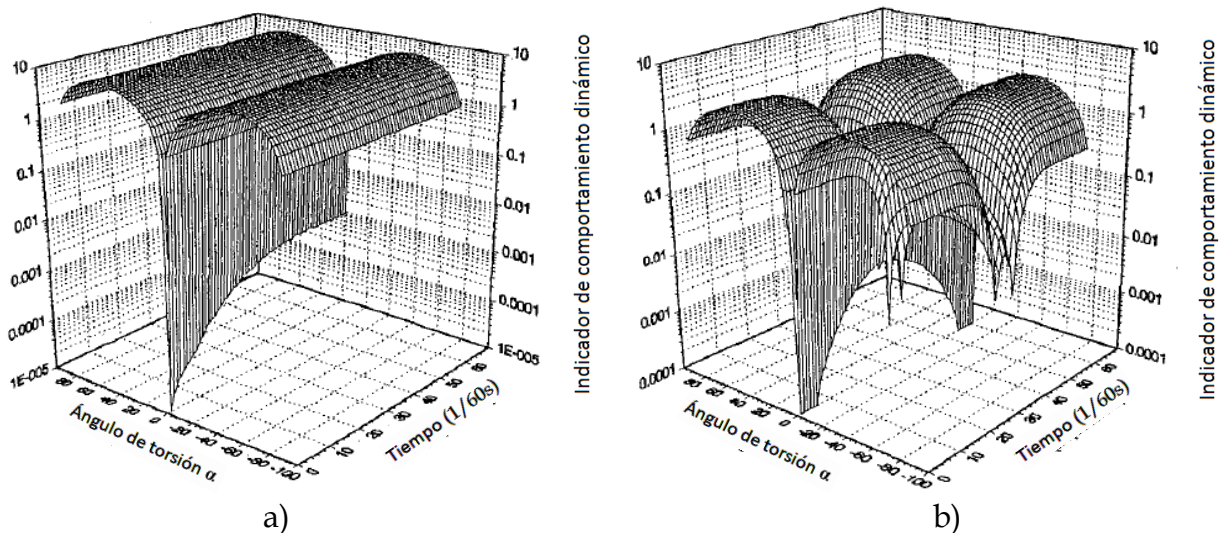


Figura 1.3 Gráficas del comportamiento dinámico del robot PUMA 560 *versus* tiempo de recorrido *versus*: a) α_1 (Trayectoria 1), y b) α_1 (Trayectoria 2) [5].

En la Figura 1.3 se puede apreciar que para el robot PUMA de tipo industrial, el índice de comportamiento dinámico se reduce al máximo para cuando los valores de sus ángulos de torsión α son cero. En [5], también se ha demostrado que una alteración mínima de estos ángulos conlleva cambios significativos en la matriz de inercia para diversas configuraciones.

De acuerdo a la Figura 1.4, para valores de $\alpha_1 = \pm 90^\circ$ y $\alpha_2 = 0, \pm 180^\circ$, el espacio de trabajo para un robot del tipo 3R es máximo comparado con valores diferentes a estos.

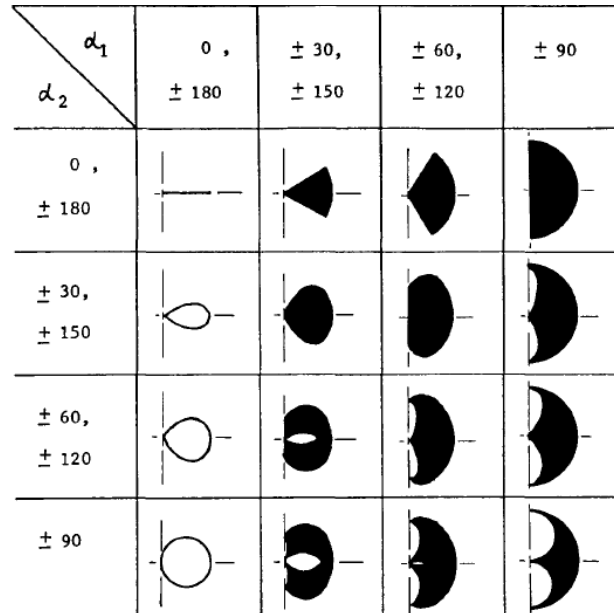


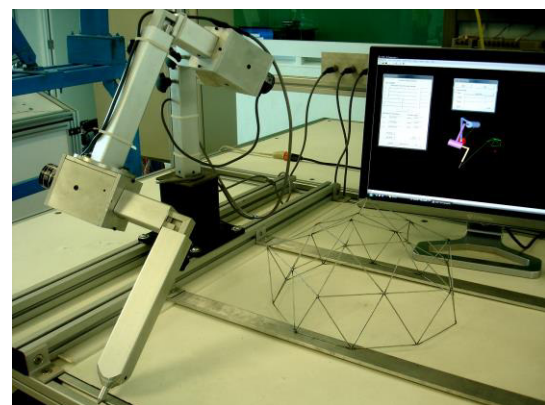
Figura 1.4 Efecto de los ángulos de torsión α_1 y α_2 sobre la sección transversal del espacio de trabajo del robot 3R con variables de diseño $a_1 = 0$ y $a_2 = a_3$ [6].

C. Estudios recientes, incluyen variaciones del ángulo de torsión de manera didáctica.

Como un desarrollo propio, en la Figura 1.5 se muestra un prototipo adaptivo de configuración 3R. El prototipo permite al usuario desarrollar un control interactivo en comunicación con el software SnAM [7]-[8], con lo cual se logra realizar tareas sencillas, tales como generación de trayectorias, evasión de obstáculos y escaneo 3D.



a)



b)

Figura 1.5 Prototipo 3R-SnAM [7]-[8]: a) arquitectura ortogonal, b) arquitectura arbitraria.

Las Tablas 1.1 y 1.2 definen cada uno de los parámetros de diseño del prototipo indicado en la Figura 1.5.

Tabla 1.1 Parámetros DH - Figura 1.5 a)

Eslabón	b_i [m]	a_i [m]	α_i
1	0.425	0.170	-90°
2	0.220	0.280	0°
3	-0.230	0.275	-

Tabla 1.2 Parámetros DH - Figura 1.5 b)

Eslabón	b_i [m]	a_i [m]	α_i
1	0.155	0.170	60°
2	0.145	0.280	60°
3	-0.230	0.275	-

Como otro ejemplo ilustrativo del software SnAM, se muestra la arquitectura de un manipulador similar al robot industrial tipo PUMA. Arquitectura en la cual los ángulos de torsión α toman valores de 0° , -90° y 180° , simplificando con ello las ecuaciones cinemáticas y dinámicas para su control y movimiento, ver Figura 1.6 y Tabla 1.3.

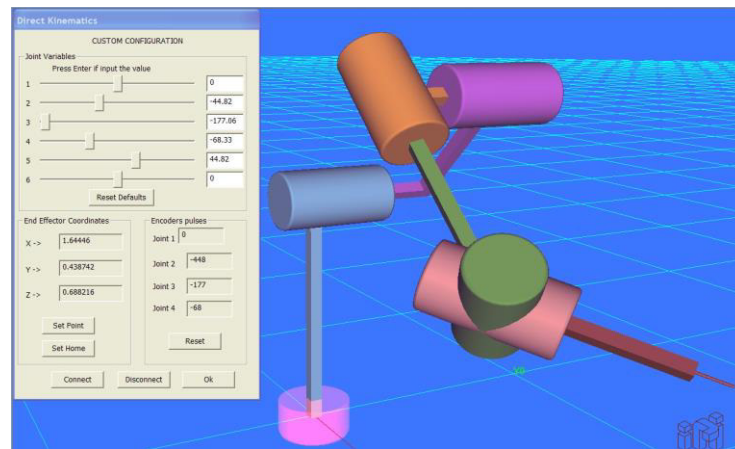


Figura 1.6 Configuración de robot industrial 6R - Entorno SnAM [8].

Tabla 1.3 Parámetros DH-robot descrito en Figura 1.6.

Eslabón	θ_i	b_i	a_i	α_i
1	0.00	0.70	0.2	-90°
2	-1.08	0.40	0.6	180°
3	2.81	0.40	0.0	-90°
4	-1.19	0.81	0.0	180°
5	1.27	0.00	0.0	-90°
6	0.00	0.67	0.0	0°

De los párrafos anteriores se puede apreciar que la aportación principal del prototipo y software SnAM, no solamente radica en el estudio de arquitecturas comerciales de robots industriales, sino que también en considerar aquellas planteadas de “laboratorio”.

En resumen, estudios enfocados en el efecto de la variación de los ángulos de torsión α para manipuladores seriales, hasta el momento son pocos; y éstos han sido aplicados en específico a configuraciones tales como: el manipulador tipo PUMA [1], [5], y el tipo 3R [6]. También, se han publicado artículos en los cuales se comprueba que para algunas configuraciones los valores óptimos de los ángulos α son diferentes a los utilizados en robots industriales [9]-[10].

Aunado a lo anterior, en [2], se concluye que la forma ideal de evaluar los errores de calibración inducidos por diversas fuentes consiste en analizar un robot adaptivo de algún modelo en particular. Con ello se estimarán los valores en algunos “parámetros” caracterizando los orígenes de los errores de mayor importancia en las diversas arquitecturas analizadas para el mismo robot.

Finalmente, como los estudios publicados enfocados en la variación de los ángulos de torsión α en manipuladores seriales son escasos, y éstos se han realizado con un enfoque completamente analítico; se puede considerar el presente proyecto de investigación como un importante complemento. Para ello, no solamente se tiene contemplado incluir un estudio analítico de sus efectos en el comportamiento, sino la caracterización de una configuración paramétrica tipo 3R. Esto es, se pretende validar la parte analítica y de simulación, de forma experimental con el desarrollo de un prototipo 3R automatizado el cual cumpla con una configuración paramétrica o adaptiva en relación a sus ángulos α . El objetivo final del presente proyecto será obtener la viabilidad de aplicarlo a grandes escalas, esto es, en robots industriales.

1.5 CONTENIDO.

En el inicio del presente proyecto de tesis, se describen algunos de los estudios de mayor importancia enfocados en el análisis de la variación de los ángulos de torsión α ; así como su importancia en manipuladores seriales.

En el capítulo 2 se describe el método analítico empleado para la resolución cinemática inversa del manipulador tipo “adaptivo”. El manipulador es del tipo serial 3R y puede adoptar variaciones en sus ángulos de torsión α_1 y α_2 . En el capítulo 3 se aborda el problema dinámico por medio de la formulación de Lagrange.

En el capítulo 4 se incluye una breve introducción al control de manipuladores industriales. El capítulo 5 detalla el diseño, la construcción y el control de movimiento del prototipo experimental 3R, también con variaciones en sus ángulos α_1 y α_2 . En el capítulo 6 se analizan y comparan los resultados obtenidos de las pruebas experimentales realizadas con el prototipo y los resultados obtenidos analíticamente. Ambos resultados se encuentran basados en la energía consumida por el prototipo durante el recorrido de una trayectoria definida. Finalmente, en los apéndices se detallan análisis no incluidos en los capítulos, pero considerados de suma importancia.

2. ANÁLISIS CINEMÁTICO DEL MANIPULADOR 3R CON VARIACIONES EN SUS ÁNGULOS DE TORSIÓN α_1 Y α_2 .

2.1 INTRODUCCIÓN

Los manipuladores seriales del tipo 3R tienen considerables ventajas prácticas respecto a otros manipuladores, inclusive de algunos con mayor número de grados de libertad. El considerar a ambos para adoptar geometrías generales y/o adaptivas se considera su mayor inconveniente. Este tipo de geometrías implica mayor complejidad para la obtención de la solución cinemática inversa, parte fundamental en los algoritmos de control.

La solución cinemática inversa para geometrías generales de manipuladores del tipo 6R no se encuentra de forma cerrada, por tanto se utilizan metodologías alternativas para su resolución [11-27]. Metodologías que incluyen distintas arquitecturas o un menor número de grados de libertad. Para el caso de los manipuladores 3R es común que para diversos análisis se empleen arquitecturas simplificadas, [28-32], esto es con sus ángulos de diseño α constantes y con valores de 0° , $\pm 90^\circ$ ó $\pm 180^\circ$. Estos valores permiten que la resolución cinemática inversa se obtenga de manera eficiente, lo cual se refleja en el tiempo de respuesta de los algoritmos para la simulación y el control.

Algunos autores han comprobado que con los valores antes mencionados de α , los manipuladores logran mejoras en su comportamiento dinámico [5], así como en el aumento de su espacio de trabajo [6].

Aunque lo anterior, justifica de forma concreta los valores α utilizados en robots industriales, se debe resaltar el hecho que para algunas configuraciones, mínimas variaciones en estos ángulos inducen cambios significativos en la inercia del brazo [6]; y que para algunas otras, los valores óptimos difieren de valores como 0° , $\pm 90^\circ$ ó $\pm 180^\circ$ [9]-[10].

Para el presente caso de estudio, un manipulador genérico del tipo 3R con variaciones en sus ángulos α , se ha empleado la metodología desarrollada en [36] y basada en [37], la cual permite la obtención de la cinemática inversa en forma cerrada.

2.2 PLANTEAMIENTO

El manipulador serial 3R, considerado como la configuración seleccionada para el presente caso de estudio, se define como aquel que logra, con limitantes, llevar a cabo la posición de objetos en el espacio, y es una de las arquitecturas más importantes tanto en aplicaciones industriales como en aplicaciones didácticas.

Para un manipulador serial la relación entre las variables de las articulaciones y la pose (posición y orientación) del efector final se define por medio del modelado cinemático. El modelado cinemático se divide en dos tipos de análisis, ver Figura 2.1:

1. La cinemática directa, definida como la transformación del espacio de las juntas al espacio Cartesiano, y
2. La cinemática inversa, definida como la transformación del espacio Cartesiano al espacio de las juntas.

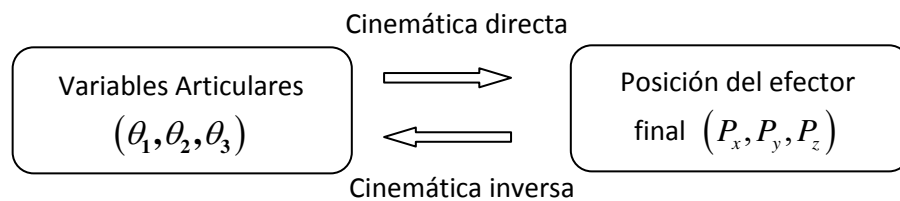


Figura 2.1 Diagrama de relación entre cinemática directa e inversa para manipulador 3R.

En otras palabras, la cinemática directa define la posición del actuador final a partir del conocimiento de los parámetros adoptados por el manipulador, esto es, hasta dónde se puede llegar con una arquitectura ya establecida. Por otro lado, la cinemática inversa define las configuraciones que puede adoptar el manipulador para llegar a una pose deseada. Para un manipulador serial, de cadena cinemática abierta, la solución cinemática directa resulta sencilla, no así la solución cinemática inversa debido a las características de las ecuaciones resultantes a resolver.

Para el presente caso de estudio, el análisis cinemático del manipulador 3R de geometría general, ver Figura 2.2, se basa en la notación distal Denavit-Hartenberg DH para el modelado de manipuladores seriales [33]-[34]. Notación donde se considera que cada junta tiene un sistema coordenado definido mediante dos parámetros angulares: α , θ y dos longitudinales: a , b .

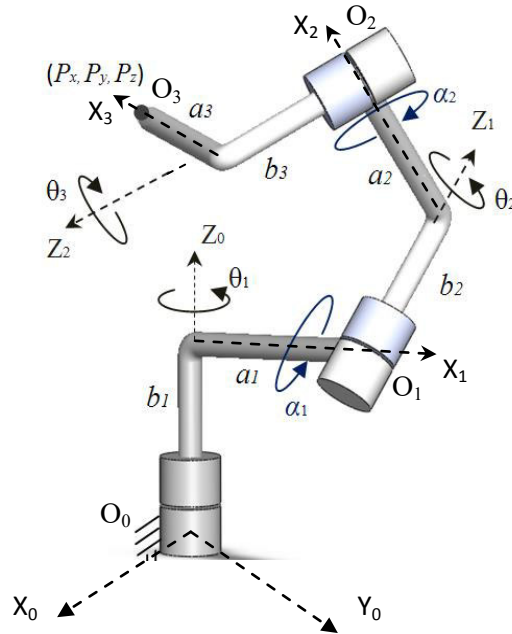


Figura 2.2 Manipulador serial de posicionamiento 3R de geometría general.

La ecuación (2.1) describe la relación de los sistemas coordenados $(i-1)$ -ésimo e i -ésimo por medio de una matriz de transformación homogénea definida como ${}^{i-1}A_i$.

$${}^{i-1}A_i = \begin{pmatrix} c_i & -s_i \lambda_i & s_i \mu_i & a_i c_i \\ s_i & c_i \lambda_i & -c_i \mu_i & a_i s_i \\ 0 & \mu_i & \lambda_i & b_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Donde

θ_i $(i-1)$ -ésimo ángulo de la junta,

α_i i -ésimo ángulo de torsión o eslabón entre los ejes i -ésimo e $(i-1)$ -ésimo,

a_i Longitud del eslabón i ,

b_i Distancia a la junta $i-1$,

$s_i = \text{sen}\theta_i$, $c_i = \text{cos}\theta_i$, $\lambda_i = \text{cos}\alpha_i$, y $\mu_i = \text{sen}\alpha_i$.

Mientras que la ecuación (2.1) describe la relación entre eslabones consecutivos, incluyendo el sistema coordenado fijo, la ecuación (2.2) describe la relación directa entre la pose del efector final y la base.

$${}^0A_p = \begin{pmatrix} R & \mathbf{P} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Donde

0A_p Pose del efector final respecto al sistema coordenado fijo.

R Matriz de rotación del efector final respecto al sistema coordenado fijo, dimensiones 3×3 .

\mathbf{P} Vector posición del efector final, en relación al sistema coordenado fijo, dimensiones 3×1 .

$\mathbf{0}$ Vector cero, dimensiones 1×3 .

Las ecuaciones (2.1) y (2.2) definen el problema cinemático en manipuladores seriales de forma general, esto es, considerando cualquier combinación de juntas variables (prismáticas y/o revolutas), así como n -grados de libertad. La ecuación (2.3) relaciona ambas ecuaciones.

$${}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n = {}^0A_p \quad (2.3)$$

Para juntas tipo revoluta, los términos incluidos en las matrices del lado izquierdo de la ecuación (2.3) incluyen funciones trigonométricas seno y coseno de los ángulos de las juntas, y por tanto son no lineales. Para juntas del tipo prismática, los términos serán lineales.

2.3 IMPLEMENTACIÓN

Para la solución cinemática inversa del manipulador 3R de geometría general, la ecuación (2.3) adopta la siguiente forma,

$${}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 = {}^0A_p \quad (2.4)$$

La ecuación (2.4) también representa el hecho de llegar al mismo punto de posicionamiento en el espacio por dos caminos distintos: el primero a través de cada uno de los eslabones del manipulador (lado izquierdo de ecuación, espacio de las juntas), y el segundo de forma directa (lado derecho de ecuación, espacio Cartesiano), esto es, de la base del manipulador al punto (P_x, P_y, P_z) localizado en el efector final.

Pocos autores han abordado la solución cinemática inversa de un manipulador 3R de geometría general. Entre los principales se tiene a [35-37], donde se parte de una arquitectura 6R con muñeca esférica, esto es, con las últimas tres juntas intersecando sus ejes. Lo anterior permite un desacoplo cinemático dividiendo ambos casos: el de posición y el de orientación. La parte final de la solución al problema de posicionamiento consiste en la resolución de un polinomio de cuarto grado, la cual permite la solución en forma cerrada.

Por otra parte, en [38], los autores abordan una arquitectura 3R general pero solamente para el caso de síntesis o diseño geométrico estando basados en el arreglo de matrices detallado en [11-16].

La solución aquí propuesta, se basa en las tres expresiones a describir en la ecuación (2.5). Estas expresiones surgen de igualar la cuarta columna del lado izquierdo con la cuarta columna del lado derecho del arreglo matricial de la ecuación (2.4). Cada una de estas columnas corresponde al posicionamiento del efector final P_x, P_y, P_z .

$$\begin{aligned}
 P_x &= (s_1\mu_1\mu_2 - c_1s_2\lambda_2 - s_1\lambda_1c_2\lambda_2)a_3s_3 + (c_1s_2\mu_2 + s_1\lambda_1c_2\mu_2 + s_1\mu_1\lambda_2)b_3 + \\
 &(c_1c_2 - s_1\lambda_1s_2)a_3c_3 + c_1a_2c_2 - s_1\lambda_1a_2s_2 + s_1\mu_1b_2 + a_1c_1 \\
 P_y &= (c_1\lambda_1c_2\lambda_2 - s_1s_2\lambda_2 - c_1\mu_1\mu_2)a_3s_3 + (s_1s_2\mu_2 - c_1\lambda_1c_2\mu_2 - c_1\mu_1\lambda_2)b_3 + \\
 &(s_1c_2 + c_1\lambda_1s_2)a_3c_3 + s_1a_2c_2 + c_1\lambda_1a_2s_2 - c_1\mu_1b_2 + a_1s_1 \\
 P_z &= \mu_1s_2a_3c_3 + (\mu_1c_2\lambda_2 + \lambda_1\mu_2)a_3s_3 + (\lambda_1\lambda_2 - \mu_1c_2\mu_2)b_3 + \mu_1a_2s_2 + \lambda_1b_2 + b_1
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Las expresiones indicadas en (2.5) definen un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. Las tres ecuaciones son independientes y no lineales definidas por las funciones trigonométricas seno y coseno. Las tres incógnitas están representadas por las variables articulares $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ incluidas en la funciones seno y coseno definidas en la misma ecuación como $c_1, c_2, c_3, s_1, s_2, s_3$; los demás términos son parámetros de diseño del manipulador ya definidas con anterioridad enseguida de la ecuación (2.1).

Dichas ecuaciones son la base para la resolución de la cinemática inversa del manipulador genérico bajo estudio, de acuerdo a la metodología desarrollada en [36] y basada en [37].

2.4 ALGORITMO DE SOLUCIÓN

La metodología empleada en [37] a finales de los 60's consistió en analizar para un manipulador con seis grados de libertad el caso especial en el cual tres ejes consecutivos se intersecan en un punto. Para el caso en el que los tres últimos ejes se intersequen, permite a la posición ser independiente de la orientación. Siendo la posición definida por el manipulador $3R$.

Con la posición independiente de la orientación se logra la solución cinemática inversa de forma cerrada para el manipulador $3R$, primeramente resolviendo un polinomio de grado 4 para la variable articular θ_3 , y dos cuadráticas para θ_2 y θ_1 . La variable articular θ_2 dependerá del valor encontrado para θ_3 , mientras que la variable articular θ_1 depende de los valores obtenidos anteriormente para θ_3 y θ_2 .

2.4.1 Implementación de metodología para definición de algoritmo de solución cinemática inversa

La metodología de manera resumida parte de la ecuación de posicionamiento (2.5), el primer paso consiste en elevar al cuadrado cada una de las tres ecuaciones aquí definidas y sumarlas, no sin antes recomodar el término b_1 al lado izquierdo de la tercera ecuación definida para P_z . Con este paso se logra eliminar la variable articular θ_1 quedando una función dependiente de θ_2 y θ_3 .

$$P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 = f(\theta_2, \theta_3) \quad (2.6)$$

El segundo y último paso permite obtener la función que definirá el polinomio de grado 4 para la variable articular θ_3 . Este consiste en sumar de nueva cuenta la función resultante anterior elevada al cuadrado con el tercer término de la ecuación (2.5) también elevado al cuadrado.

$$\left(P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 \right)^2 + (P_z - b_1)^2 = f(\theta_3) \quad (2.7)$$

De acuerdo a Craig [36], la metodología de forma detallada comienza por el reacomodo de cada una de las ecuaciones definidas en (2.5) de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z - b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 g_1 - \text{sen} \theta_1 g_2 \\ \text{sen} \theta_1 g_1 + \cos \theta_1 g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Enseguida se elevan al cuadrado y se suman cada uno de los tres términos de ambos lados de la ecuación anterior, eliminando la variable θ_1 . Cabe señalar que en [36] se considera el valor $b_1 = 0$, contrario al presente caso de estudio razón por la cual ha sido agregado.

$$P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 \quad (2.9)$$

Donde

$$g_1 = \cos \theta_2 f_1 - \text{sen} \theta_2 f_2 + a_1$$

$$g_2 = \text{sen} \theta_2 \cos \alpha_1 f_1 + \cos \theta_2 \cos \alpha_1 f_2 - \text{sen} \alpha_1 f_3 - b_2 \text{sen} \alpha_1$$

$$g_3 = \text{sen} \theta_2 \text{sen} \alpha_1 f_1 + \cos \theta_2 \text{sen} \alpha_1 f_2 + \cos \alpha_1 f_3 + b_2 \cos \alpha_1$$

$$f_1 = a_3 \cos \theta_3 + a_2$$

$$f_2 = a_3 \cos \alpha_2 \text{sen} \theta_3 - b_3 \text{sen} \alpha_2$$

$$f_3 = a_3 \text{sen} \alpha_2 \text{sen} \theta_3 + b_3 \cos \alpha_2$$

De lo cual se aprecia que los términos indicados en el lado derecho de la ecuación (2.9) han sido reacomodados para $\text{sen} \theta_2, \cos \theta_2, \text{sen} \theta_3, \cos \theta_3$. A diferencia de [36] y [37], en el manipulador del presente proyecto al valor de los parámetros de diseño α_3 y b_4 se consideran cero.

El siguiente paso consiste en el reacomodo de la ecuación (2.9) junto con el tercer término de la ecuación (2.8).

$$\begin{aligned} P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 &= (k_1 \cos \theta_2 + k_2 \text{sen} \theta_2) 2a_1 + k_3 \\ (P_z - b_1) &= (k_1 \text{sen} \theta_2 - k_2 \cos \theta_2) \text{sen} \alpha_1 + k_4 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Donde

$$k_1 = f_1$$

$$k_2 = -f_2$$

$$k_3 = f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + a_1^2 + b_2^2 + 2b_2f_3$$

$$k_4 = f_3 \cos \alpha_1 + b_2 \cos \alpha_1$$

El paso preliminar al final se basa en la forma que deben adoptar los términos agrupados para $\text{sen}\theta_2$ y $\cos\theta_2$.

$$\frac{P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 - k_3}{2a_1} = k_1 \cos \theta_2 + k_2 \text{sen}\theta_2 \quad (2.11)$$

$$\frac{(P_z - b_1) - k_4}{\text{sen}\alpha_1} = k_1 \text{sen}\theta_2 - k_2 \cos \theta_2$$

Finalmente, al elevar al cuadrado y sumar ambas expresiones, resulta en una función dependiente de la variable articular θ_3 . Función que al momento de sustituir las identidades definidas por la tangente del ángulo medio $x_i = \tan \frac{\theta_i}{2}$, $\text{sen}\theta = \frac{2x_i}{1+x_i^2}$ y $\text{sen}\theta_i = \frac{1-x_i^2}{1+x_i^2}$, se convertirá en un polinomio de grado 4 el cual puede ser resuelto de forma cerrada.

$$\left(\frac{P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 - k_3}{2a_1} \right)^2 + \left(\frac{(P_z - b_1) - k_4}{\text{sen}\alpha_1} \right)^2 = k_1^2 + k_2^2 \quad (2.12)$$

Con el valor conocido para θ_3 junto con las identidades descritas en el párrafo anterior, la variable articular θ_2 se obtendrá de la ecuación definida en (2.10), esto es,

$$P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 = (k_1 \cos \theta_2 + k_2 \text{sen}\theta_2) 2a_1 + k_3 \quad (2.13)$$

La variable articular θ_1 , dependiente de los valores obtenidos para θ_2 y θ_3 , se obtiene en base a cualquiera de los dos primeros términos definidos en la ecuación (2.8). La solución de forma explícita de cada una de las variables articulares se describe en la siguiente sección.

2.4.2 Solución cinemática inversa de manipulador 3R genérico

Para el caso de la variable articular θ_3 , la expresión definida en (2.14) representa un polinomio de grado 4 el cual puede ser resuelto de forma cerrada [39-46].

$$Mx_3^4 + Nx_3^3 + Qx_3^2 + Sx_3 + W = 0 \quad (2.14)$$

Donde

$$\begin{aligned} M &= -4a_2a_3\text{sen}(\alpha_1)^2 \left\{ P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 - 2a_1^2 + a_2 - a_2^2 - a_3^2 - b_2^2 - b_3^2 - 2b_2b_3 \cos \alpha_2 \right\} \\ &\quad + 4a_1^2\text{sen}(\alpha_1)^2 \left\{ b_3^2\text{sen}(\alpha_2)^2 + a_2^2 \boxed{-2a_2a_3} \right\} - 4a_1^2 \left\{ P_z - b_1 - b_3 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - b_2 \cos \alpha_1 \right\}^2 \\ &\quad - \text{sen}(\alpha_1)^2 \left\{ P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 - a_1^2 - a_2^2 - a_3^2 - b_2^2 - b_3^2 - 2b_2b_3 \cos(\alpha_2) \right\}^2 \\ N &= 8a_3b_2\text{sen}(\alpha_1)^2 \text{sen}\alpha_2 \left\{ P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 - a_1^2 - a_2^2 \boxed{+2a_2a_3} - a_3^2 - b_2^2 - b_3^2 - 2b_2b_3 \cos \alpha_2 \right\} \\ &\quad + 16a_1^2a_3 \cos \alpha_1 \text{sen}\alpha_2 \left\{ P_z - b_1 - b_3 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - b_2 \cos \alpha_1 \right\} - 16a_1^2a_3b_3 \cos \alpha_2 \text{sen}(\alpha_1)^2 \text{sen}\alpha_2 \\ Q &= -2\text{sen}(\alpha_1)^2 \left\{ P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 - a_1^2 - a_2^2 - a_3^2 - b_2^2 - b_3^2 - 2b_2b_3 \cos \alpha_2 \right\}^2 \\ &\quad - 8a_1^2 \left\{ P_z - b_1 - b_3 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - b_2 \cos \alpha_1 \right\}^2 + 8a_1^2\text{sen}(\alpha_1)^2 \left\{ b_3^2\text{sen}(\alpha_2)^2 + a_2^2 \right\} \\ &\quad + 8a_3^2\text{sen}(\alpha_1)^2 \left\{ -a_1^2 + a_2^2 - 2b_2^2\text{sen}(\alpha_2)^2 + 2a_1^2 \cos(\alpha_2)^2 \right\} - 16a_1^2a_3^2 \cos(\alpha_1)^2 \text{sen}(\alpha_2)^2 \\ S &= 8a_3b_2\text{sen}(\alpha_1)^2 \text{sen}\alpha_2 \left\{ P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 - a_1^2 - a_2^2 \boxed{-2a_2a_3} - a_3^2 - b_2^2 - b_3^2 - 2b_2b_3 \cos \alpha_2 \right\} \\ &\quad + 16a_1^2a_3 \cos \alpha_1 \text{sen}\alpha_2 \left\{ P_z - b_1 - b_3 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - b_2 \cos \alpha_1 \right\} - 16a_1^2a_3b_3 \cos \alpha_2 \text{sen}(\alpha_1)^2 \text{sen}\alpha_2 \\ W &= -4a_2a_3\text{sen}(\alpha_1)^2 \left\{ P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 - 2a_1^2 + a_2 - a_2^2 - a_3^2 - b_2^2 - b_3^2 - 2b_2b_3 \cos \alpha_2 \right\} \\ &\quad + 4a_1^2\text{sen}(\alpha_1)^2 \left\{ b_3^2\text{sen}(\alpha_2)^2 + a_2^2 \boxed{+2a_2a_3} \right\} - 4a_1^2 \left\{ P_z - b_1 - b_3 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - b_2 \cos \alpha_1 \right\}^2 \\ &\quad - \text{sen}(\alpha_1)^2 \left\{ P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2 - a_1^2 - a_2^2 - a_3^2 - b_2^2 - b_3^2 - 2b_2b_3 \cos(\alpha_2) \right\}^2 \end{aligned}$$

Es importante resaltar que existe una pequeña diferencia entre los coeficientes del polinomio M y W, así como N y S, los cuales varían solamente en un signo para un solo término (marcado en las ecuaciones previas) contenido en éstas. De la tangente del ángulo medio se tendrán las cuatro posible soluciones obtenidas del polinomio definido en la ecuación (2.14).

$$\theta_3 = 2 \arctan x_3 \quad (2.15)$$

Para el caso de la variable articular θ_2 se tiene una expresión definida como

$$\theta_2 = 2 \arctan \left\{ \frac{k_2 \pm \sqrt{k_2^2 + k_1^2 - k_5^2}}{k_1 + k_5} \right\} \quad (2.16)$$

Donde

$$k_5 = \frac{-k_3 + (P_x^2 + P_y^2 + (P_z - b_1)^2)}{2a_1}$$

Las literales k_1, k_2, k_3 ya fueron definidas como elementos componentes de las ecuaciones (2.10) a (2.13).

Finalmente, la variable articular θ_1 se define en la ecuación (2.17)

$$\theta_1 = 2 \arctan \left\{ \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right\} \quad (2.17)$$

Donde

$$A = P_x + g_1$$

$$B = 2g_2$$

$$C = P_x - g_1$$

Las literales g_1, g_2 ya fueron también definidas anteriormente.

2.4.3 Implementación de la solución cinemática inversa

La obtención de la solución cinemática inversa para los valores θ_1, θ_2 y θ_3 es la base para análisis posteriores. Análisis que finalmente convergerán en el estudio del comportamiento del gasto de energía para el recorrido de trayectorias por medio del manipulador considerado.

Las siguientes ecuaciones se basan en las variables articulares $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$, las velocidades articulares $(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3)$, y las aceleraciones articulares $(\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3)$; las cuales describen el problema cinemático inverso para una tarea prescrita o para el recorrido de una trayectoria $P(t) = [P_x \ P_y \ P_z]^T$ definida.

Para el caso de las variables articulares $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$, obtenidas de la solución cinemática inversa, la ecuación (2.18) las representa de manera vectorial:

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

El análisis de velocidad, involucra a la matriz Jacobiana, la cual se encarga de relacionar las velocidades articulares con las velocidades cartesianas, ver Figura 2.3.

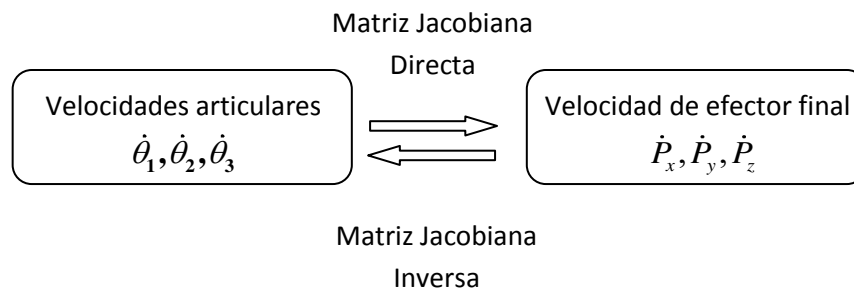


Figura 2.3 Diagrama de relación entre la cinemática y la matriz Jacobiana directa e inversa de un manipulador 3R.

La matriz Jacobiana se define por medio de la siguiente ecuación (2.19).

$$J_P = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_x}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_y}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_z}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Para el presente caso de estudio, cada uno de los términos del vector posición $[P_x \ P_y \ P_z]^T$ del efector final, se encuentran definidas por medio de la ecuación (2.5), expresión que definió la cinemática del manipulador bajo estudio.

La expresión que define las velocidades de las articulaciones del manipulador, en función de la velocidad cartesiana del efector final, se define mediante la ecuación (2.20).

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = [J_P^{-1}] \begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

El comportamiento del vector velocidad cartesiana del efector final $[\dot{P}_x \ \dot{P}_y \ \dot{P}_z]^T$, se define por medio del cambio de su posición a lo largo de la trayectoria recorrida en función del tiempo. La matriz $[J_P^{-1}]$ indica la inversa de la matriz Jacobiana ya definida en la ecuación (2.19).

Para el caso de las aceleraciones articulares, la expresión general la define la ecuación (2.21).

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = [J_P^{-1}] \begin{bmatrix} \ddot{P}_x \\ \ddot{P}_y \\ \ddot{P}_z \end{bmatrix} - [\dot{J}_P] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Donde $[\dot{J}_P]$ representa la derivada en función del tiempo de la matriz Jacobiana. El comportamiento del vector aceleración cartesiana del efector final $[\ddot{P}_x \ \ddot{P}_y \ \ddot{P}_z]^T$, se define por medio del cambio de su velocidad a lo largo de la trayectoria recorrida en función del tiempo.

Es importante señalar que, durante el inicio y el final de cualquier trayectoria, la variabilidad de la velocidad cartesiana es más abrupta debido a que se necesita un proceso de aceleración inicial (para el comienzo del movimiento), y desaceleración final (para la conclusión del movimiento). Durante el intermedio de la trayectoria es deseable que la velocidad cartesiana del efector final cambie en menor proporción, obteniendo con ello un menor gasto de energía, ver Figura 4.3 localizada en **Capítulo 4**.

2.4.4 Planteamiento de algoritmo para implementación en software SnAM

El objetivo de los siguientes párrafos consiste en definir los parámetros adecuados para la implementación del algoritmo de solución cinemática inversa en el software de simulación SnAM [7]-[8].

Iniciando con el diagrama de flujo mostrado en la Figura 2.4, el proceso comienza con la definición de los parámetros de diseño del manipulador y la posición del efector final como datos de entrada.

El siguiente paso consiste en determinar si la trayectoria definida se encuentra dentro del espacio de trabajo del manipulador. El análisis del espacio de trabajo se describe en el **Apéndice B**. En la etapa final, las ecuaciones que describen la solución cinemática inversa, definen los valores de las variables articulares θ_1, θ_2 , y θ_3 , ver Figura 2.4.

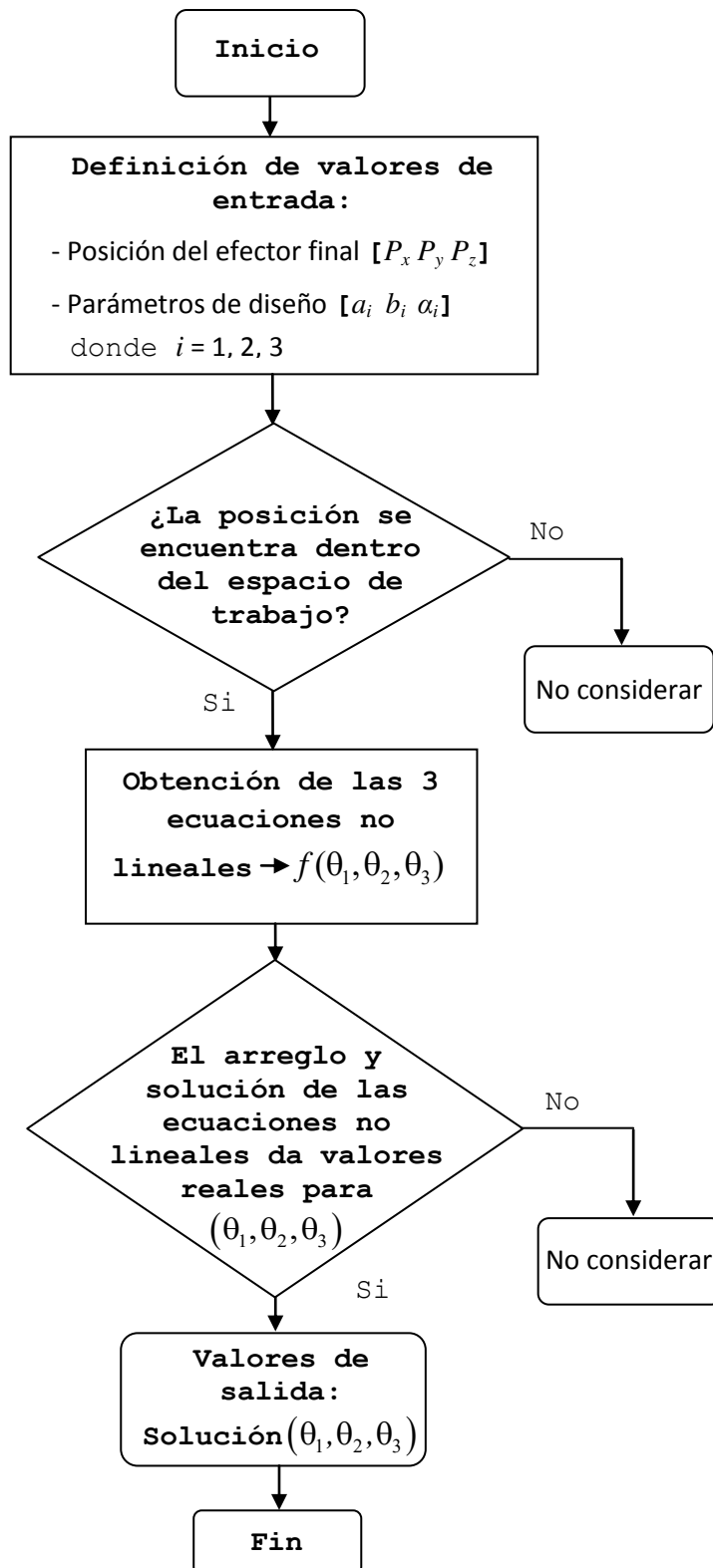


Figura 2.4 Diagrama de flujo de la cinemática inversa para el manipulador serial 3R.

En aplicaciones de trayectorias continuas es necesario un proceso adicional. El proceso consiste en la selección del valor adecuado para cada variable articular. Para el presente caso solamente se consideran soluciones reales. De acuerdo a la configuración 3R analizada, 2 ó 4 posibles soluciones reales son las opciones a seleccionar.

El proceso de selección para una secuencia adecuada de valores, consiste en la aproximación que debe tener la solución actual con la solución previa, ver Figura 2.5. Con esto se pretende restringir a cambios mínimos la arquitectura del manipulador para ir de un punto otro a lo largo de la trayectoria indicada.

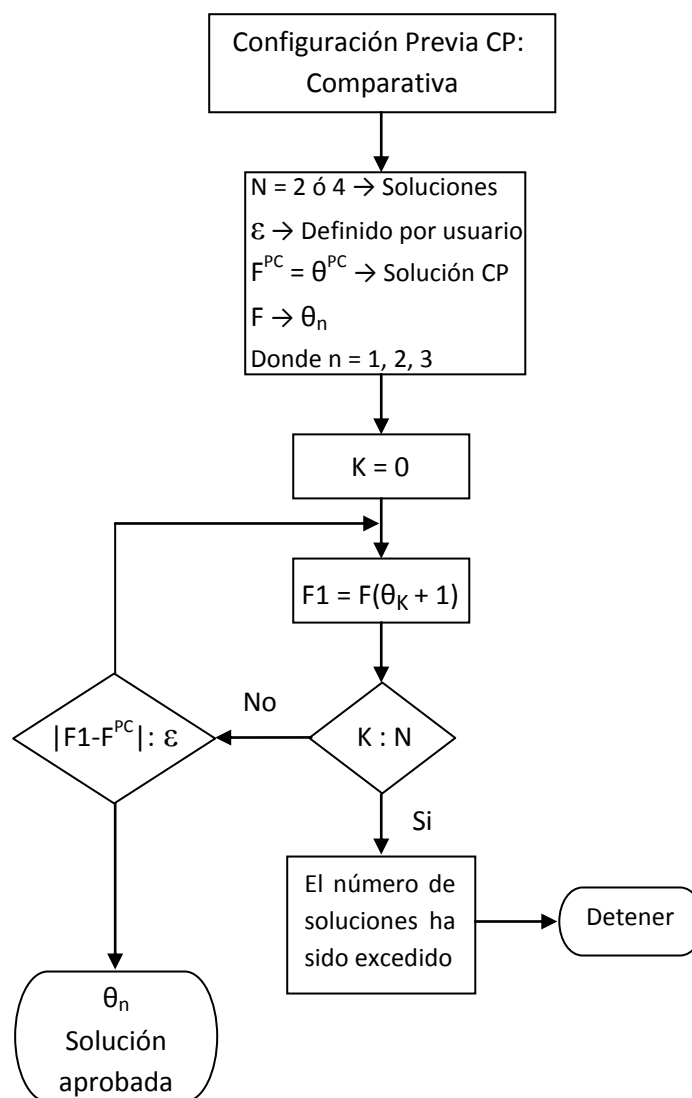


Figura 2.5 Diagrama de flujo: comparativa entre valores obtenidos de la solución cinemática inversa actual y los adoptados por la configuración previa del manipulador.

Del diagrama de flujo anterior, el valor ε depende de la distancia entre punto y punto de la trayectoria definida. Desde otro enfoque, el algoritmo que describe la comparativa entre la solución cinemática inversa a seleccionar y la configuración previa se define a continuación:

Proceso comparativo y selectivo entre solución cinemática inversa actual y la definida en la configuración previa
Entradas: Solución de ecuaciones no lineales $F(\theta_i)$
Salidas: $\theta_1, \theta_2, \theta_3$
Algoritmo: Do $i \leftarrow i + 1$ Do $j \leftarrow j + 1$ $F_1 \leftarrow F(\theta_i^j)$ if $ F_1 - F^{PC} \leq \varepsilon$ $solution \xleftarrow{add} \theta_i^j$ End Until $j \leq 4$ Until $i \leq 3$

Donde i define el total de las tres variables articulares (θ_1, θ_2 , y θ_3), y j el máximo de posibles soluciones (4 para el caso 3R), respectivamente.

La implementación del algoritmo aquí descrito, es la conclusión para la inclusión de una nueva arquitectura en SnAM [7]-[8], software enfocado en el análisis y simulación de manipuladores seriales, ver **sección 1.4-Capítulo 1**.

Mientras que el análisis cinemático es la base para la simulación y el control, el análisis dinámico es el complemento, logrando con ello la caracterización del manipulador bajo estudio. Desde otro enfoque, mientras que la cinemática se encarga del estudio del movimiento en manipuladores, la dinámica tiene como objetivo principal la relación del análisis entre el movimiento y las fuerzas implicadas durante el mismo.

3. ANÁLISIS DINÁMICO DE MANIPULADOR 3R CON VARIACIONES EN SUS ÁNGULOS DE TORSIÓN α_1 y α_2 .

3.1 INTRODUCCIÓN

El análisis dinámico implementado para el manipulador 3R con variaciones en sus ángulos de torsión α_1 y α_2 , se encuentra basado en la formulación de Lagrange. Al igual que el análisis cinemático, el análisis dinámico se define desde dos puntos distintos de evaluación, la dinámica inversa y la dinámica directa. La dinámica inversa expresa las fuerzas y pares que intervienen en función de la evolución temporal de las coordenadas articulares y sus derivadas. La dinámica directa expresa la evolución temporal de las coordenadas articulares y sus derivadas, en función de las fuerzas y/o pares que intervienen, ver Figura 3.1.

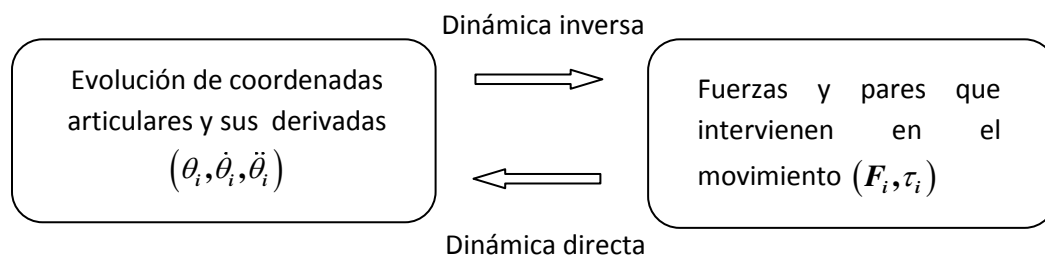


Figura 3.1 Relación entre dinámica inversa y dinámica directa.

El modelo dinámico es uno de los problemas de mayor complejidad en el análisis de robots, esto debido a su no linealidad. Sin embargo, resulta indispensable para análisis de gran trascendencia como lo son:

- La simulación del movimiento del robot
- El diseño y evaluación de la estructura mecánica del robot (caracterización)
- La selección de los actuadores, y
- El diseño y evaluación del control dinámico del robot.

De este último dependen la velocidad y la precisión en los movimientos. A pesar de la complejidad del modelo dinámico, es aceptable realizar simplificaciones durante el desarrollo del mismo. Una simplificación primordial radica en el hecho de considerar a sus elementos como cuerpos rígidos, esto es, sin deformación alguna.

El modelo dinámico de un robot, no solamente incluye la dinámica de sus elementos (barras o eslabones) sino también la propia de sus sistemas de transmisión, de los actuadores y de sus equipos electrónicos encargados del control de movimiento. Lo anterior incrementa de forma relativa el grado de complejidad, esto al incorporar inercias no consideradas en un análisis dinámico preliminar, rozamientos, huelgos, saturaciones de los circuitos electrónicos, etc.

El **modelo dinámico** de un robot tiene como objetivo principal la relación del análisis entre el movimiento del robot y las fuerzas implicadas en el mismo, por tanto, involucra:

- Los parámetros dimensionales del robot, como longitud y ángulos de diseño α , así como las masas e inercias de sus elementos.
- La localización del robot definida por sus variables articulares y/o por las coordenadas cartesianas del efector final, y sus derivadas: velocidad y aceleración.
- Las fuerzas y pares aplicados en las articulaciones (o en el efector final) para la generación del movimiento.

Los modelos dinámicos de manipuladores seriales se requieren principalmente para propósitos de simulación y control. El control involucra la dinámica inversa, mientras la simulación requiere de la dinámica directa.

3.2 FORMULACIÓN DE LAGRANGE

La formulación de Lagrange para el modelo dinámico de los robots se basa en consideraciones energéticas, logrando con ello facilitar su formulación.

El vector de pares generalizados, mediante el cual se manipula el movimiento del robot, comprende pares efectivos tales como pares perturbadores o de rozamiento (viscoso o seco); los cuales se incluyen en la ecuación (3.1).

$$\tau = \tau_{\text{motor}} - \tau_{\text{rozamiento viscoso}} \quad (3.1)$$

El rozamiento considerado en el análisis dinámico de los robots industriales es el de tipo viscoso; por tanto, la ecuación (3.1) no incluye el de tipo seco.

El vector de pares generalizados de acuerdo a Lagrange, se representa por medio de la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

Ecuación aplicada a sistemas **conservativos**, esto es, no incluye fricción. Las coordenadas generalizadas q_i, \dot{q}_i son relativas a las variables articulares $\theta_i, \dot{\theta}_i$ de manera respectiva. El término L indica el “Lagrangiano”, y lo define la ecuación (3.3).

$$L = \sum K_i - \sum P_i = K_b + K_1 + K_2 + K_3 + K_c - (P_b + P_1 + P_2 + P_3 + P_c) \quad (3.3)$$

Los términos K y P representan las energías cinética y potencial, respectivamente. El subíndice b se refiere a la base, la cual es fija, los subíndices 1, 2 y 3, indican los tres eslabones del manipulador; finalmente, c es referente a la carga manipulada por medio del efector final.

La ecuación de Lagrange para sistemas **no conservativos**, esto es, considerando fricción entre componentes del sistema, se representa mediante la ecuación (3.4).

$$\tau = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} + \frac{\partial F_V'}{\partial \dot{q}_j} \quad j = 1, \dots, n \quad (3.4)$$

Donde F_V' representa la función de disipación de Rayleigh, y en base a la ley de Stokes para fricción viscosa, se puede expresar de la siguiente forma:

$$F_V' = -\frac{1}{2} F_V \dot{\theta} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (v_1 \dot{\theta}_1^2 + v_2 \dot{\theta}_2^2 + v_3 \dot{\theta}_3^2) \quad (3.5)$$

El término F_v se define como $F_v = -v_i \dot{\theta}_i$, v_i representa el coeficiente de fricción viscosa. En relación al prototipo a construir en el presente proyecto de tesis, el amortiguamiento viscoso definido como “ B ” en la Tabla 5.10 del **Capítulo 5**, varía en función de la velocidad angular a la cual gire el servomotor, por lo que sus unidades se encuentran designadas en revoluciones por minuto. Para los reductores de velocidad implementados en el prototipo no se tienen datos específicos.

Finalmente, después del desarrollo de cada uno de los términos involucrados en la ecuación (3.4), la forma general de la ecuación de movimiento del manipulador, para sistemas no conservativos, se expresa por medio de la ecuación (3.6).

$$\tau = M(q)\ddot{\mathbf{q}} + V(q, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + G(q) + F_v \dot{\mathbf{q}} \quad (3.6)$$

Donde:

τ	Vector de pares requeridos para el movimiento de juntas articulares
$V(q, \dot{\mathbf{q}})$	Vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis
$G(q), F_v \dot{\mathbf{q}}$	Vector de fuerzas gravitacionales y vector de fuerzas de fricción
$M(q), F_v$	Matriz de inercia y matriz diagonal con términos de fricción
$\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$	Vectores de coordenadas generalizadas representando coordenadas articulares θ , velocidades articulares $\dot{\theta}$, y aceleraciones articulares $\ddot{\theta}$.

De acuerdo a la ecuación (3.6), cada torque requiere del auxilio de la cinemática inversa descrita en el **Capítulo 2**. La ecuación (3.7) define de forma matricial el caso de un sistema de tres grados de libertad.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J \\ K \\ P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M \\ N \\ O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 & 0 & 0 \\ 0 & v_2 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Los términos τ_1, τ_2, τ_3 representan cada uno de los tres pares involucrados en cada junta del manipulador. Los coeficientes de fricción ν_1, ν_2, ν_3 por simplificación se consideran constantes a lo largo del proceso de funcionamiento. Para el análisis dinámico estos deben ser conocidos. Los demás términos involucrados se conforman de los parámetros DH del manipulador así como de las variables articulares incluidas en las funciones trigonométricas $\sin \theta$ y $\cos \theta$.

3.2.1 Simplificación Dinámica

Antes de comenzar el análisis dinámico del manipulador 3R con variación en sus ángulos α_1 y α_2 , se considera adecuado realizar un breve análisis para justificar el hecho de considerar masas puntuales ubicadas en el lugar del sistema servomotor-reductor de velocidad y en la parte media de cada uno de los tres eslabones del manipulador.

La Figura 3.2 se utilizará para realizar un análisis aproximado del momento de inercia de uno de los eslabones del prototipo a construir, incluyendo su sistema de movimiento servomotor-reductor de velocidad. El propósito de este sencillo análisis es justificar el hecho de considerar solo cargas puntuales en el análisis dinámico del manipulador. Lo anterior surge debido a que la variación de estos ángulos complica el análisis dinámico, esto al impactar directamente en las expresiones de inercia de cada uno de los componentes incluidos. Las dimensiones indicadas en los esquemas c) y d) de la Figura 3.2, han sido utilizadas para el análisis.

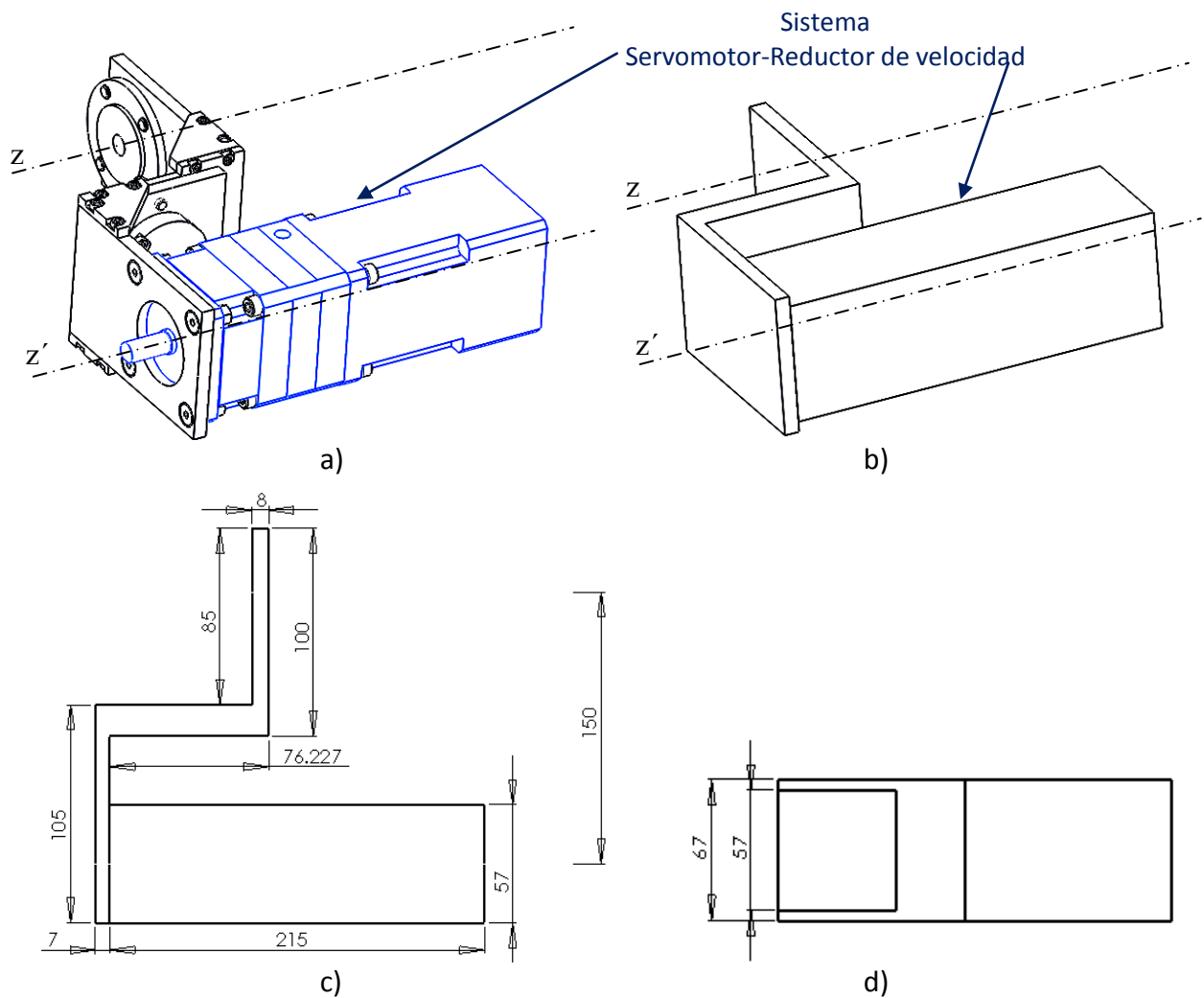


Figura 3.2 Sistema eslabón-servo-reductor de la parte del hombro de prototipo experimental: a) esquema CAD, b) aproximación, c) vista superior, d) vista lateral. Distancia en milímetros.

El momento de inercia respecto al eje “z” de cada elemento de la Figura 3.2 se calculó por medio de la expresión (3.8)

$$I_{zz} = [I_{zz_1}]_1 + [I_{zz_2} + m_2 d_2^2]_2 + [I_{zz_3} + m_3 d_3^2]_3 + [I_{zz_4} + m_4 d_4^2]_4 \quad (3.8)$$

Esto es, el sistema mostrado se ha dividido en cuatro partes, las primeras tres partes se definen al dividir la placa de aluminio en forma de Z en tres placas planas, la cuarta parte se compone del sistema servomotor-reductor de velocidad (prisma rectangular)

con una masa de 2.3kg. La expresión anterior, desarrollada con datos numéricos se describe a continuación:

$$I_{zz} = 0.12 \left[\frac{1}{12} \{67^2 + 4(85)^2\} \right]_1 + 0.2 \left[\frac{1}{12} (8^2 + 67^2) + 55^2 \right]_2 + 0.12 \left[\frac{1}{12} \{67^2 + 4(80)^2\} + 100^2 \right]_3 + 2.3 \left[\frac{1}{12} (57^2 + 57^2) + 150^2 \right]_4 = 2515.66_{1-2-3} + 52955.45_4 = 55471.1 \text{ [kg-mm}^2\text{]}$$

De los datos numéricos indicados en la expresión anterior, el valor de la inercia del eslabón, para este caso dividido en 3 placas planas (2515.66 kg-mm^2), representa el 4.7 % del total de la inercia de movimiento del sistema. En tanto que el valor de la inercia del sistema servomotor-reductor (52955.45 kg-mm^2), comprende el 95.3%. Aunque la diferencia es considerable, no se puede despreciar la inercia del eslabón, esto porque se debe tomar en cuenta que la distancia a la base del prototipo aumentará su valor al momento de su traslación a la misma, ver **sección 5.2.1**.

De lo anterior se cree adecuado considerar masas puntuales en la ubicación del sistema servo-reductor de velocidad así como en la parte media de cada uno de los tres eslabones del manipulador bajo análisis, ver Figura 3.3.

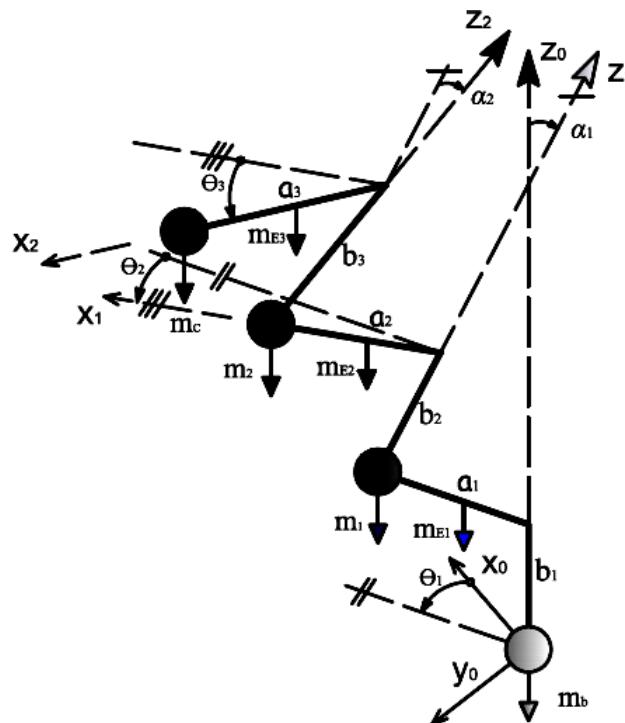


Figura 3.3 Cadena cinemática de manipulador 3R con variación en ángulos α_1 y α_2 .

Finalmente, de acuerdo a las ecuaciones (3.3) y (3.4), es necesario desarrollar cada una de las expresiones que representan tanto la energía cinética como la energía potencial de cada uno de los elementos componentes del manipulador analizado. En la siguiente sub-sección se muestra cada una de estas expresiones.

3.2.2 Energía cinética y potencial de elementos de manipulador 3R con ángulos α variables.

Del concepto de cinética aplicada a cuerpos rígidos, y basados en el reporte realizado por [47] para la caracterización de un manipulador articulado, así como de la Figura 3.3, se obtienen las expresiones de la energía potencial y la energía cinética para cada uno de los elementos del manipulador, ver Tablas 3.1, 3.2 y 3.3.

Tabla 3.1 Energía potencial EP de elementos definidos en manipulador de Figura 3.3.

Elemento	Expresión
<ul style="list-style-type: none"> • Base (m_b) • Eslabón 1 (m_{E1}) • Sistema servo-reductor_1 (m_1) 	$EP_{b-1} = 0 \quad (3.9)$
<ul style="list-style-type: none"> • Eslabón 2 (m_{E2}) • Sistema servo-reductor_2 (m_2) 	$EP_2 = m_{E2}gz_{E2} + m_2gz_2 \quad (3.10)$
<ul style="list-style-type: none"> • Eslabón 3 (m_{E3}) • Sistema servo-reductor_3 (m_3) 	$EP_3 = m_{E3}gz_{E3} + m_Cgz_C \quad (3.11)$

De la Tabla 3.1, la energía potencial indicada como ecuación (3.9) es nula debido a que un posible cambio en θ_1 no altera en altura la expresión. En las ecuaciones anteriores el término “g” representa la constante de gravedad, mientras que z_2, z_3 y z_C serán expresadas en las ecuaciones (3.14d), (3.15d) y (3.16d), respectivamente.

La Tabla 3.2 incluye las expresiones de la energía cinética para los primeros tres elementos del manipulador, base, eslabón 1 y eslabón 2. Las Tabla 3.3 y 3.4 contienen al eslabón 3 y a la carga concentrada en el efector final del manipulador, de manera respectiva.

Tabla 3.2 Energía cinética “K” de componentes de prototipo referentes a Figura 3.3.

Base	$K_b = \frac{1}{2} I_b (\dot{\theta}_1)^2 = \frac{1}{2} m_b r_b^2 (\dot{\theta}_1)^2 \quad (3.12)$	
	Radio de giro $r_b = \sqrt{(\bar{x}_0)^2 + (\bar{y}_0)^2}$	
Eslabón 1	$K_1 = \frac{1}{2} m_{E1} \left(\frac{a_1}{2} \dot{\theta}_1 \right)^2 + \frac{1}{2} m_1 (a_1 \dot{\theta}_1)^2 \quad (3.13)$	
Eslabón 2	$K_2 = \frac{1}{2} (m_{E2} V_{E2}^2 + I_{E2} \dot{\theta}_1^2) + \frac{1}{2} (m_2 V_2^2 + I_2 \dot{\theta}_1^2) \quad (3.14)$	
Inercia	$I_{E2} = m_{E2} x_{E2}^2$	$I_2 = m_2 x_2^2 \quad (3.14a)$
Velocidad	$V_{E2}^2 = \dot{x}_{E2}^2 + \dot{y}_{E2}^2 + \dot{z}_{E2}^2$	$V_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{z}_2^2 \quad (3.14b)$
Posición	$\dot{x}_{E2} = -\frac{a_2}{2} \dot{\theta}_2 \text{sen}\theta_2$	$\dot{x}_2 = -a_2 \dot{\theta}_2 \text{sen}\theta_2$
	$\dot{y}_{E2} = \lambda_1 \frac{a_2}{2} \dot{\theta}_2 \cos\theta_2$	$\dot{y}_2 = \lambda_1 a_2 \dot{\theta}_2 \cos\theta_2 \quad (3.14c)$
	$\dot{z}_{E2} = \mu_1 \frac{a_2}{2} \dot{\theta}_2 \cos\theta_2$	$\dot{z}_2 = \mu_1 a_2 \dot{\theta}_2 \cos\theta_2$
	$x_{E2} = a_1 + \frac{a_2}{2} \cos\theta_2$	$x_2 = a_1 + a_2 \cos\theta_2$
$\lambda_i = \cos\alpha_i$ $\mu_i = \sin\alpha_i$ \Rightarrow	$y_{E2} = \lambda_1 \frac{a_2}{2} \text{sen}\theta_2 - \mu_1 b_2$	$y_2 = \lambda_1 a_2 \text{sen}\theta_2 - \mu_1 b_2 \quad (3.14d)$
	$z_{E2} = \mu_1 \frac{a_2}{2} \text{sen}\theta_2 + \lambda_1 b_2 + b_1$	$z_2 = \mu_1 a_2 \text{sen}\theta_2 + \lambda_1 b_2 + b_1$

De la Tabla 3.2, las velocidades V_{E2} y V_2 se obtienen al considerar un manipulador 2R y aprovechar las expresiones indicadas por su cinemática directa. Para esto, se ha mantenido constante el valor de la primer variable articular, esto es, $\theta_1 = 0^\circ$ tal como se muestra en (3.14d).

Los términos de velocidad incluidos en (3.14c), se representan como las derivadas de la posición respecto al tiempo ($\dot{x} = dx/dt$, $\dot{y} = dy/dt$, $\dot{z} = dz/dt$). Las variantes en el tiempo son las variables articulares θ . Por tanto, cada término incluido en el lado derecho de (3.14b) se representa por las expresiones indicadas en (3.14c) derivadas de (3.14d).

Tabla 3.3 Energía cinética de **Eslabón 3** referentes a Figura 3.3.

	$K_3 = \frac{1}{2} m_{E3} V_{E3}^2 + \frac{1}{2} I_{E3} \dot{\theta}_1^2$	(3.15)
Inercia	$I_{E3} = m_{E3} x_{E3}^2$	(3.15a)
Velocidad	$V_{E3}^2 = \dot{x}_{E3}^2 + \dot{y}_{E3}^2 + \dot{z}_{E3}^2$	(3.15b)
	$\dot{x}_{E3} = \frac{a_3}{2} (-\dot{\theta}_3 \cos \theta_2 \text{sen} \theta_3 - \dot{\theta}_2 \cos \theta_3 \text{sen} \theta_2) - \frac{a_3}{2} \lambda_2 (\dot{\theta}_3 \text{sen} \theta_2 \cos \theta_3 + \dot{\theta}_2 \text{sen} \theta_3 \cos \theta_2) +$ $\dot{\theta}_2 (\mu_2 b_3 \cos \theta_2 - a_2 \text{sen} \theta_2)$	
	$\dot{y}_{E3} = \lambda_1 \frac{a_3}{2} (-\dot{\theta}_3 \text{sen} \theta_2 \text{sen} \theta_3 + \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \cos \theta_3) + \lambda_1 \lambda_2 \frac{a_3}{2} (\dot{\theta}_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \dot{\theta}_2 \text{sen} \theta_2 \text{sen} \theta_3) +$ $\lambda_1 \dot{\theta}_2 (\mu_2 b_3 \text{sen} \theta_2 + a_2 \cos \theta_2)$	
	$\dot{z}_{E3} = \mu_1 \frac{a_3}{2} (-\dot{\theta}_3 \text{sen} \theta_2 \text{sen} \theta_3 + \dot{\theta}_2 \cos \theta_3 \cos \theta_2) + \mu_1 \lambda_2 \frac{a_3}{2} (\dot{\theta}_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \sin \theta_3) +$ $\dot{\theta}_2 \mu_1 (\mu_2 b_3 \text{sen} \theta_3 - a_2 \cos \theta_2)$	(3.15c)
Posición	$x_{E3} = \frac{a_3}{2} \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \frac{a_3}{2} \lambda_2 \text{sen} \theta_2 \text{sen} \theta_3 + \mu_2 b_3 \text{sen} \theta_2 + a_2 \cos \theta_2 + a_1$	
	$y_{E3} = \lambda_1 \frac{a_3}{2} \text{sen} \theta_2 \cos \theta_3 + \lambda_1 \lambda_2 \frac{a_3}{2} \cos \theta_2 \text{sen} \theta_3 - \lambda_1 \mu_2 b_3 \cos \theta_2 - \mu_1 \lambda_2 b_3 +$ $\lambda_1 a_2 \text{sen} \theta_2 - \mu_1 b_2$	
	$z_{E3} = \mu_1 \frac{a_3}{2} \text{sen} \theta_2 \cos \theta_3 + (\mu_1 \lambda_2 \cos \theta_2 + \lambda_1 \mu_2) \frac{a_3}{2} \text{sen} \theta_3 + (\lambda_1 \lambda_2 - \mu_1 \mu_2 \cos \theta_2) b_3 +$ $\mu_1 a_2 \text{sen} \theta_2 + \lambda_1 b_2 + b_1$	(3.15d)

Semejante al caso anterior 2R, en la Tabla 3.3 la velocidad se obtiene considerando a un manipulador 3R y aprovechando las expresiones indicadas por su cinemática directa, ecuación (2.5) para el presente caso. También el valor de la primer variable articular θ_1 se mantiene constante e igual a cero. Cabe recordar que la expresión (3.15c) resulta de derivar respecto al tiempo la ecuación (3.15d).

Tabla 3.4 Energía cinética de la **Carga concentrada en efector final** “ K_C ” referente a Figura 3.3.

	$K_C = \frac{1}{2} m_C V_C^2 + \frac{1}{2} I_C \dot{\theta}_1^2$	(3.16)
Inercia	$I_C = m_C x_C^2$	(3.16a)
Velocidad	$V_C^2 = \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2$	(3.16b)
	$\begin{aligned} \dot{x}_C &= a_3 \left(-\dot{\theta}_3 \cos \theta_2 \text{sen} \theta_3 - \dot{\theta}_2 \cos \theta_3 \text{sen} \theta_2 \right) - a_3 \lambda_2 \left(\dot{\theta}_3 \text{sen} \theta_2 \cos \theta_3 + \dot{\theta}_2 \text{sen} \theta_3 \cos \theta_2 \right) + \\ &\quad \dot{\theta}_2 \left(\mu_2 b_3 \cos \theta_2 - a_2 \text{sen} \theta_2 \right) \\ \dot{y}_C &= \lambda_1 a_3 \left(-\dot{\theta}_3 \text{sen} \theta_2 \text{sen} \theta_3 + \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \right) + \lambda_1 \lambda_2 a_3 \left(\dot{\theta}_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \dot{\theta}_2 \text{sen} \theta_2 \text{sen} \theta_3 \right) + \\ &\quad \lambda_1 \dot{\theta}_2 \left(\mu_2 b_3 \text{sen} \theta_2 + a_2 \cos \theta_2 \right) \\ \dot{z}_C &= \mu_1 a_3 \left(-\dot{\theta}_3 \text{sen} \theta_2 \text{sen} \theta_3 + \dot{\theta}_2 \cos \theta_3 \cos \theta_2 \right) + \mu_1 \lambda_2 a_3 \left(\dot{\theta}_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \right) + \\ &\quad \dot{\theta}_2 \mu_1 \left(\mu_2 b_3 \text{sen} \theta_3 - a_2 \cos \theta_2 \right) \end{aligned}$	(3.16c)
Posición	$\begin{aligned} x_C &= (c_1 c_2 - s_1 \lambda_1 s_2) a_3 c_3 + (s_1 \mu_1 \mu_2 - c_1 s_2 \lambda_2 - s_1 \lambda_1 c_2 \lambda_2) a_3 s_3 + \\ &\quad (c_1 s_2 \mu_2 + s_1 \lambda_1 c_2 \mu_2 + s_1 \mu_1 \lambda_2) d_3 + c_1 a_2 c_2 - s_1 \lambda_1 a_2 s_2 + s_1 \mu_1 d_2 + a_1 c_1 \\ y_C &= (s_1 c_2 + c_1 \lambda_1 s_2) a_3 c_3 + (c_1 \lambda_1 c_2 \lambda_2 - s_1 s_2 \lambda_2 - c_1 \mu_1 \mu_2) a_3 s_3 + \\ &\quad (s_1 s_2 \mu_2 - c_1 \lambda_1 c_2 \mu_2 - c_1 \mu_1 \lambda_2) d_3 + s_1 a_2 c_2 + c_1 \lambda_1 a_2 s_2 - c_1 \mu_1 d_2 + a_1 s_1 \\ z_C &= \mu_1 s_2 a_3 c_3 + (\mu_1 c_2 \lambda_2 + \lambda_1 \mu_2) a_3 s_3 + (\lambda_1 \lambda_2 - \mu_1 c_2 \mu_2) d_3 + \mu_1 a_2 s_2 + \lambda_1 d_2 + d_1 \end{aligned}$	(3.16d)

Las expresiones de Posición (3.16d) y Velocidad (3.16c) para la carga en el efector final son similares a las expresadas para el eslabón 3, a diferencia que la distancia media $\frac{a_3}{2}$ la cual se sustituye por la longitud completa a_3 .

La obtención de los torques desarrollados por el manipulador, se definen por medio de la inclusión de las expresiones obtenidas en las Tablas 3.1-3.4 dentro de las ecuaciones (3.2), (3.3) y/o (3.4). Ésta última considera términos de fricción viscosa F' . Para el presente caso de estudio, manipulador del tipo 3R, los torques desarrollados quedarán representados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\tau_1 &= \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} + \frac{\partial F'}{\partial \dot{\theta}_1} \\ \tau_2 &= \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} + \frac{\partial F'}{\partial \dot{\theta}_2} \\ \tau_3 &= \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_3} - \frac{\partial L}{\partial \theta_3} + \frac{\partial F'}{\partial \dot{\theta}_3}\end{aligned}\tag{3.17}$$

Las expresiones desarrolladas no se incluirán en la redacción del presente proyecto de tesis debido a su tamaño y al no considerarse como uno de los objetivos primordiales. Estas expresiones únicamente se encuentran dentro del algoritmo que define la construcción de las gráficas del comportamiento de torques desarrollados por cada articulación del manipulador bajo estudio; gráficas que se ilustran dentro del **Capítulo 6**. Se recomienda revisar [47], para análisis y comparación de expresiones similares completamente desarrolladas.

4. INTRODUCCIÓN AL CONTROL DE ROBOTS INDUSTRIALES

4.1 INTRODUCCIÓN

Un manipulador robótico puede diseñarse y programarse para diversas aplicaciones; sin embargo, no es una tarea sencilla. La manipulación adecuada de un robot debe iniciar con un análisis teórico de su funcionamiento incluyendo sus características físicas y funcionales. Para ello es necesario el desarrollo de modelos matemáticos que incluyan el comportamiento dinámico y cinemático del robot. El modelo dinámico del manipulador robótico comprende la predicción y el logro del movimiento del mismo. El modelo cinemático resulta fundamental para el control y la manipulación del robot; además, es necesario para la ejecución del modelo dinámico.

4.2 CONTROL CINEMÁTICO

La cinemática como base de los algoritmos de programación para el control de un manipulador se divide en: 1. Cinemática directa, y 2. Cinemática inversa, detallados anteriormente en el **Capítulo 2**.

El control cinemático permite definir la trayectoria que debe seguir cada articulación del robot a lo largo del tiempo para lograr los objetivos fijados por el usuario. Las trayectorias definidas se adecuarán a las restricciones físicas propias del manipulador (espacio de trabajo), y a diversos criterios de calidad tales como suavidad y/o precisión de las mismas [48].

El diagrama de flujo de la Figura 4.1 describe el funcionamiento del control cinemático. El diagrama incluye desde las principales características de las tareas a desarrollar por el manipulador hasta su relación directa con el control dinámico.

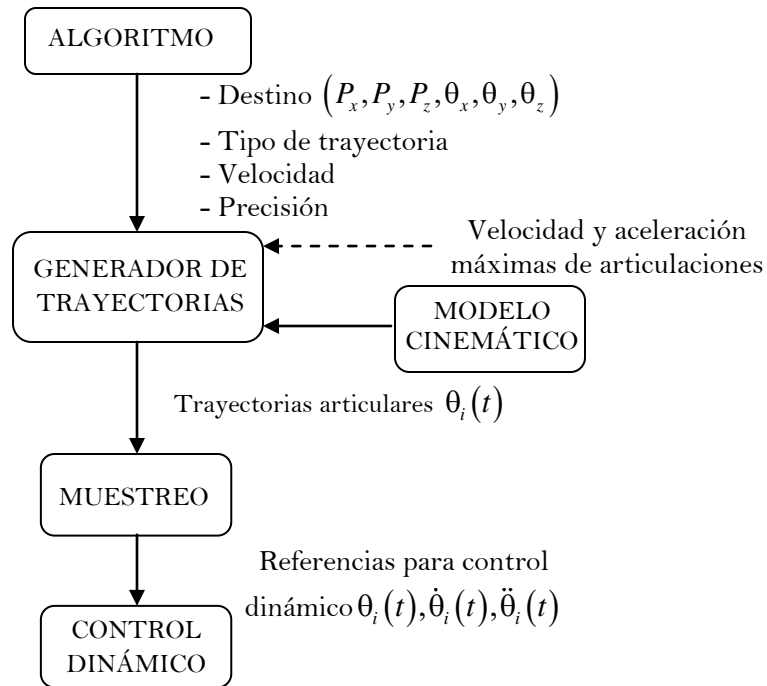


Figura 4.1 Relación entre control cinemático y control dinámico [48].

Los pasos necesarios para un adecuado control cinemático de acuerdo a [48] se enlistan a continuación:

- Planeación y generación de trayectoria analítica (en espacio cartesiano) en función del tiempo.
- Muestreo de la trayectoria en un número finito de puntos cartesianos (x_i, y_i, z_i) .
- Con base en la solución cinemática inversa, convertir cada uno de los puntos cartesianos en sus correspondientes coordenadas articulares $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$. Se deben contemplar soluciones múltiples, ausencia de solución, así como puntos singulares, y a partir de ello establecer la continuidad de la trayectoria, ver **Apéndice A**.
- Interpolación de coordenadas o puntos articulares $(\theta_{1i}, \theta_{2i}, \theta_{3i})$ obtenidos. Esto es, para cada variable articular generar una expresión en función del tiempo que se aproxime o pase por estos puntos articulares obtenidos de modo que, siendo una trayectoria realizable por los actuadores, se transforme en una trayectoria cartesiana lo más próxima a la especificada por el usuario (precisión, velocidad, aceleración, etc.).
- Muestreo de trayectoria articular para obtención de relación directa con el control dinámico.

Los procesos de interpolación de trayectorias que sirven como guía al momento de unir los puntos articulares por los que se desea pasar, se resumen en los párrafos siguientes.

4.2.1 Trayectorias

Para los robots industriales, el tipo de trayectoria necesaria para ir de un punto a otro o realizar alguna tarea continua, depende principalmente de dos consideraciones: 1. La sencillez de los algoritmos de control cinemático, y 2. Su utilidad en diversas tareas.

La generación de trayectorias se puede dividir principalmente en la generación punto a punto, generación coordinada, y generación continua.

4.2.1.1 Trayectorias punto a punto

Para este caso, cada articulación evoluciona desde su posición inicial hasta la final sin consideración alguna sobre el estado o evolución de las demás articulaciones. Generalmente, cada actuador trata de posicionar su articulación al punto de destino en el menor tiempo posible, de lo cual se distinguen dos casos: a) movimiento eje a eje y, b) movimiento simultáneo de ejes, ver Figura 4.2. Debido a las características mencionadas, las trayectorias punto a punto sólo se utilizan en robots sencillos o con unidades de control limitadas [48].

4.2.1.2 Trayectorias coordinadas o isócronas

Para este tipo de trayectorias es necesario sincronizar cada uno de los actuadores para que inicien y terminen en el mismo instante de tiempo, lo que conlleva análisis adicionales de planificación.

4.2.1.3 Trayectorias continuas

Cuando se pretende que la trayectoria que sigue el efector final del robot sea conocida por el usuario (trayectoria en el espacio o de la tarea), es necesario calcular de manera continua las trayectorias articulares. Las trayectorias preferidas para este caso son en línea recta o en arco de círculo.

La Figura 4.2, representa las trayectorias articulares de un robot SCARA correspondientes a los tres tipos de trayectorias indicadas anteriormente.

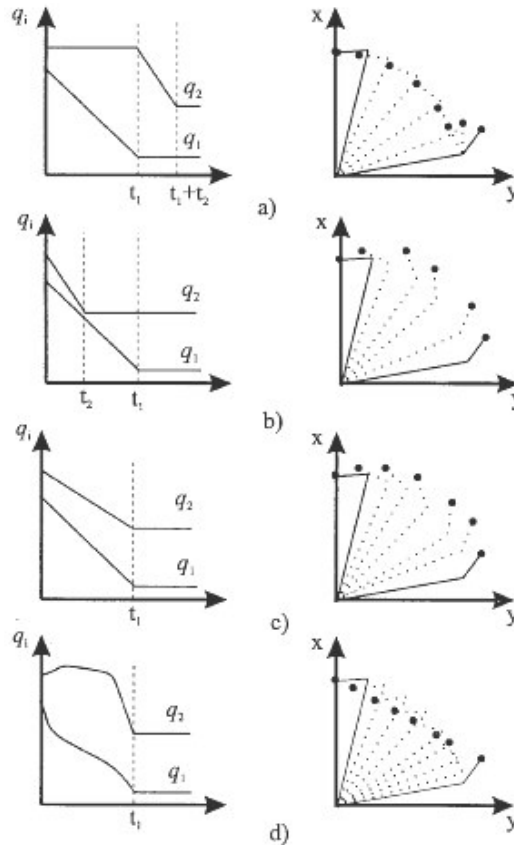


Figura 4.2. Diferentes trayectorias articulares posibles para un robot SCARA de 2GDL: a) movimiento eje a eje, b) movimiento simultáneo de ejes, c) trayectoria coordinada, d) trayectoria continua rectilínea [48].

4.2.2 Interpolación de Trayectorias

La función primordial del control cinemático se basa en la unión de puntos sucesivos en el espacio articular, por los cuales se desea que pasen las articulaciones del robot en un instante determinado. Las restricciones a considerar para el complemento de una ejecución durante el recorrido de estos puntos se resumen en las condiciones posición-tiempo, así como en la búsqueda de suavidad en la trayectoria para los límites de velocidades y aceleraciones máximas.

Las funciones de interpolación comúnmente utilizadas son las obtenidas por: **interpolación lineal**, **interpolación cúbica**, e **interpolación a tramos**. **La interpolación lineal** consiste en mantener la velocidad de movimiento constante entre cada dos valores sucesivos de la articulación. Para **la interpolación cúbica** el polinomio de tercer grado es el empleado para lograr el proceso, y su principal característica consiste en la necesidad de conocer *a priori* el valor de las velocidades para ir de punto a punto. Por otra parte, **la interpolación a tramos** es la más adecuada debido a sus

características. Para este último caso, generalmente la interpolación se divide en tres tramos, los tramos inicial y final que la mayoría de las veces los representa un polinomio de segundo grado; mientras que el tramo central se define por medio de una interpolación lineal. Para los tramos inicial y final se necesita de una aceleración y desaceleración, de manera respectiva, por parte del servomotor. En el tramo central no existe aceleración alguna, esto es, la velocidad se mantiene constante, ver Figura 4.3.

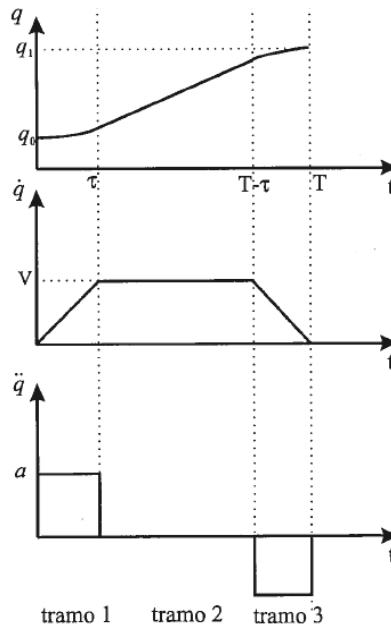


Figura 4.3 Interpolación en tres tramos [48].

Se puede agregar que, lo importante es decidir no sólo cuantos puntos se seleccionan de la trayectoria cartesiana, sino también cuales son estos puntos. De tal forma que, los parámetros a considerar se basan en el número de puntos seleccionados y el error entre la trayectoria resultante y la deseada. Finalmente, se debe considerar que la selección de una función adecuada de interpolación resulta fundamental por ser la fuente de generación de los puntos considerados para el control dinámico; y por tanto, se debe valorar minuciosamente su simplicidad para la consigna de una ejecución en tiempo real.

4.3 CONTROL DINÁMICO

La dinámica del manipulador comprende la predicción y el logro del movimiento del mismo; a diferencia de la cinemática, ésta incluye las causas que lo generan. Al igual que la cinemática, la dinámica puede analizarse desde dos puntos de vista: 1. La dinámica inversa, y 2. La dinámica directa, para mayores detalles consultar **Capítulo 3**.

En el control cinemático el robot deberá ajustarse lo mejor posible a las especificaciones de movimiento dadas por el usuario. En la práctica, este ajuste de movimiento no es del todo posible, debido a que las características dinámicas del robot (inercias, rozamiento, holguras, etc.), la mayoría de las veces desconocidas, impiden en general una coincidencia entre la trayectoria deseada $q_d(t)$ y la real $q(t)$.

Por tanto, el control dinámico tiene por misión procurar que las trayectorias realmente seguidas por el robot $q(t)$ sean lo más parecidas posibles a las propuestas por el control cinemático $q_d(t)$. En la Figura 4.4 se muestra el diagrama de bloques y parámetros representativos del control dinámico para el movimiento de un brazo articulado.

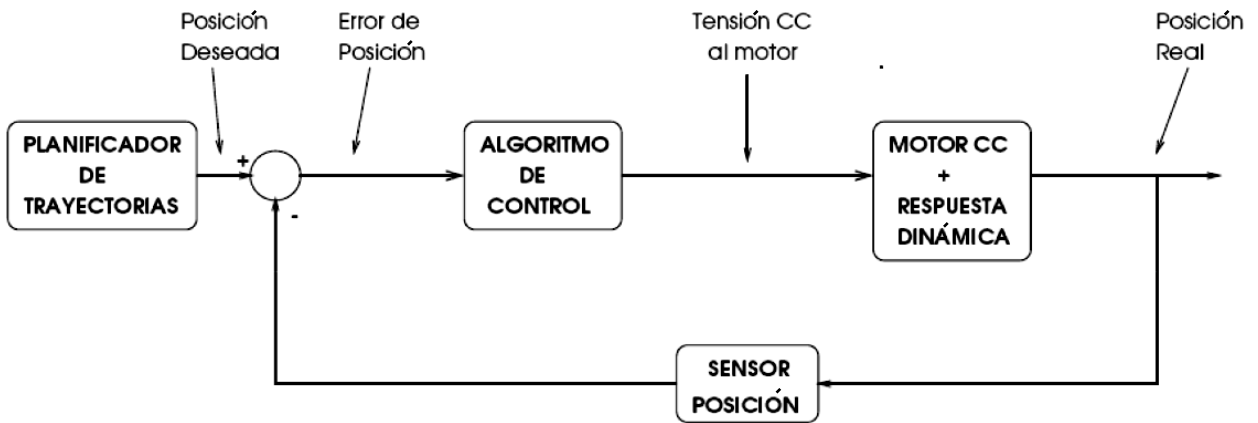


Figura 4.4 Control de movimiento de un brazo articulado [49].

En la Figura 4.4 el sensor de posición se encuentra representado por el encoder contenido en el servomotor destinado para el movimiento. El diagrama de bloques definido en la figura anterior, representado como un sistema de control en lazo cerrado se muestra en la Figura 4.5.

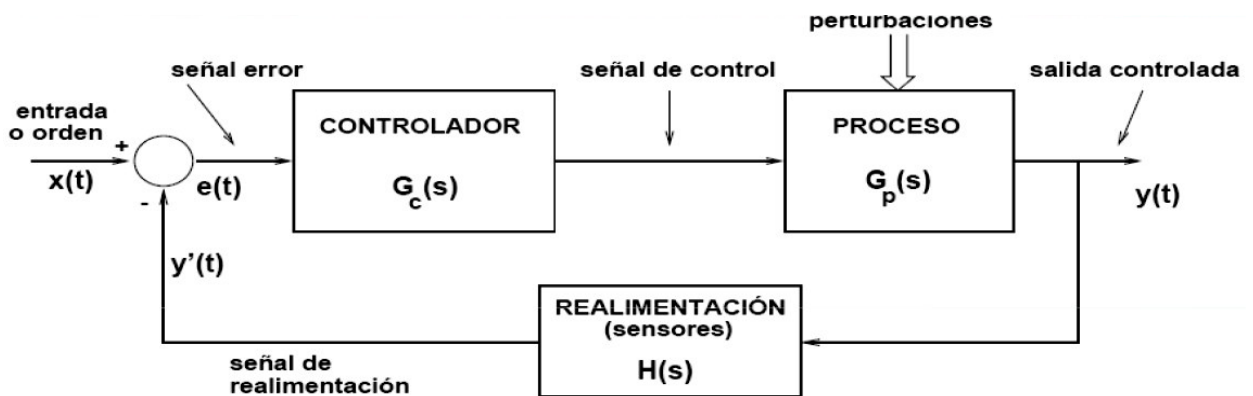


Figura 4.5. Esquema general de un sistema de control de lazo cerrado [49].

A partir del diagrama de bloques indicado en la Figura 4.5, se puede definir una función de transferencia $M(s)$ en lazo cerrado, la cual se indica en la ecuación (4.1).

$$M(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G_C(s)G_P(s)}{1 + G_C(s)G_P(s)H(s)} \quad (4.1)$$

A partir de lo anterior resulta más práctico el control y la manipulación del movimiento del robot, esto debido a que cada uno de los parámetros involucrados se encuentran dentro de una función general definida. El término $X(s)$ describe la entrada al sistema. La salida controlada $Y(s)$ también se representa por medio de la ecuación (4.2).

$$Y(s) = G_C(s)G_P(s)E(s) = G_C(s)G_P(s)[X(s) - H(s)Y(s)] \quad (4.2)$$

En la función de transferencia $M(s)$, definida en la ecuación (4.1), el denominador define gran parte del comportamiento del sistema. Los términos incluidos en éste representan la ecuación característica, la cual al ser igualada a cero define los polos del sistema, esto es, $1 + G_C(s)G_P(s)H(s) = 0$.

4.3.1 Comportamiento del sistema.

Para realizar un análisis estimativo del comportamiento del sistema bajo estudio, es necesario considerar la inclusión de funciones auxiliares como lo son: la función error, la función escalón y la función rampa unitaria como las principalmente utilizadas.

Al tener la función error de forma simplificada, es necesario realizar pruebas adecuadas sobre la misma con el auxilio de entradas o funciones definidas, analizarla y ajustarla de acuerdo a las características deseadas. En la ecuación (4.3) se indica la función error en régimen permanente ($t \rightarrow \infty$), y realimentación unitaria, esto es, $H(s) = 1$.

$$E(s) = H(s) - Y(s) = X(s) - \frac{G(s)}{1 + G(s)} X(s) = \frac{1}{1 + G(s)} X(s) \quad (4.3)$$

La realimentación unitaria, involucra controlador y manipulador. Por tanto, la variable de realimentación se mantiene de forma constante, lo que ayuda a analizar el error o la aproximación del sistema a la posición deseada de una forma práctica y sencilla. La función error también se puede definir por medio de límites, ver ecuación (4.4):

$$e(t = \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+G(s)} X(s) \quad (4.4)$$

Con lo anterior existe la posibilidad de ingresar entradas de excitación, claro no sin antes haber analizado los polos de la función de transferencia, ecuación (4.1). El análisis de la ubicación de los polos permite la predicción y el mejoramiento de la señal de salida.

4.3.1.1 Función escalón unitario, como entrada de excitación.

El concepto de escalón unitario $X(s) = \frac{1}{s}$ como entrada de excitación se muestra en la Figura 4.6. La función escalón unitario se representa en el espacio de estados como $x(t) = 1$, lo cual representa la transformada inversa de Laplace de $X(s) = \frac{1}{s}$, esto es, $\Gamma^{-1}\left(\frac{1}{s}\right) = 1$. La función escalón unitario se considera adecuada en análisis de posición.

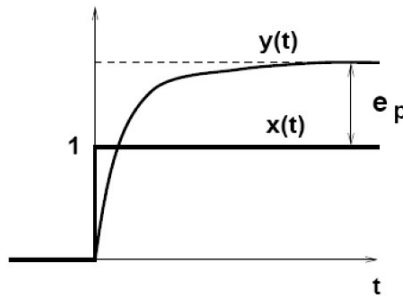


Figura 4.6 Función escalón unitario $x(t)$ vs salida controlada $y(t)$ [49].

El error ilustrado en la Figura 4.6 se define por medio de la ecuación (4.5), la cual no es más que la ecuación (4.4), con la función escalón unitario $\frac{1}{s}$ como entrada de excitación $X(s)$.

$$e_p = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+G(s)} \frac{1}{s} = \frac{1}{1+K_p} \implies K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad (4.5)$$

Existen dos principales casos para los valores que puede tomar el error antes definido:

1. Tipo = 0: K_p finito $\implies e_p$ finito.
Reducción de e_p : aumento de la ganancia K_p de la función de transferencia.
2. Tipo ≥ 1 : $K_p = \infty \implies e_p = 0$.

4.3.1.2 Función rampa unitaria, como entrada de excitación.

El concepto de rampa unitaria $X(s) = \frac{1}{s^2}$ como entrada de excitación se muestra en la Figura 4.7. La función rampa unitaria se representa en el espacio de estados como $x(t) = t$. En la función error para cuando la función rampa unitaria representa su función de excitación, se describe por medio de la ecuación (4.6). La función rampa unitaria se considera adecuada en análisis de velocidad, ver Figura 4.7.

$$e_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+G(s)} \frac{1}{s^2} = \frac{1}{K_v} \implies K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \quad (4.6)$$

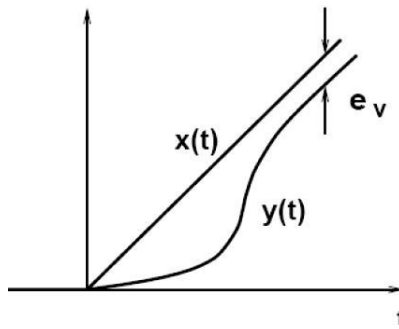


Figura 4.7 Función rampa unitaria $x(t)$ vs salida controlada $y(t)$.

Para la función rampa unitaria existen tres casos principales:

1. Tipo < 1 : $K_v = 0 \implies e_v = \infty$.
2. Tipo = 1: K_v finito $\implies e_v$ finito. Reducción de e_v : aumento de ganancia K_v .
3. Tipo > 1 : $K_v = \infty \implies e_v = 0$.

Los errores en régimen permanente, tal como los descritos anteriormente, se pueden reducir aumentando la ganancia en lazo cerrado del sistema a través del controlador destinado.

4.3.2 Controladores.

De acuerdo al Manual de Instalación de las series ACR9000 [53], el control, de tipo cerrado en manipuladores robóticos, permite:

1. Mejoras en tiempo de respuesta transitoria, originado generalmente de un aumento del ancho de banda del sistema, permitiendo estabilidad inmediata e incrementos de rendimiento.
2. Reducción de errores en estado estable, dependiente de la exactitud del servo sistema.
3. Reducción en la sensibilidad a parámetros de carga, lo cual se refiere a las fluctuaciones de entrada y de salida que puede manipular el servo sistema. El voltaje de alimentación es un ejemplo claro de un parámetro fluctuante de entrada, mientras que un cambio en tiempo real de la inercia o masa del sistema, provocando alteraciones inesperadas en el par de la flecha, ejemplifica fluctuaciones en los parámetros de salida.

Además, se menciona que el servo-control consta principalmente de dos problemas trascendentales. El primer problema se ubica en la ejecución de órdenes, esto es, qué tan bien el movimiento real sigue lo que se está indicando; para ello la realimentación trata de eliminarlo. El segundo problema consta de la adaptación a perturbaciones en el sistema, para este caso un controlador es el encargado.

Existen tres tipos de controladores comúnmente utilizados en el ámbito de los robots industriales, éstos son: proporcional derivativo (PD), proporcional integral (PI), y proporcional integral derivativo (PID). Sus características se describen a continuación:

4.3.2.1 Controlador proporcional derivativo PD.

Las características principales de un controlador PD son:

- Reducción de los errores en régimen permanente, y
- Disminución de las sobre oscilaciones, ver Figura 4.8.

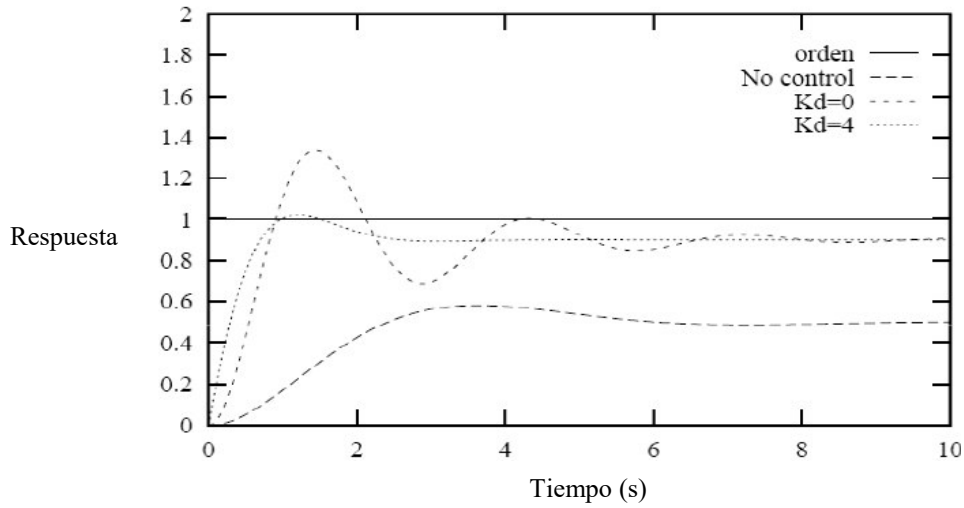


Figura 4.8 Señales de control tipo Proporcional Derivativo (PD) [49].

4.3.2.2 Controlador proporcional integral PI.

Las características principales de un controlador proporcional integral son:

- Elimina los errores en régimen permanente, con un polo en $s=0$.
- Como inconveniente, produce un aumento de sobre oscilaciones, haciendo el sistema más inestable, ver Figura 4.9.

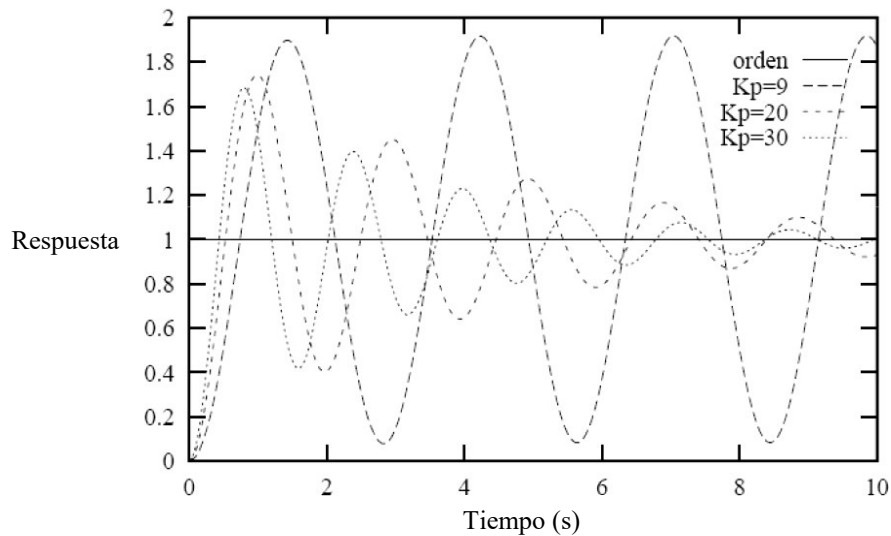


Figura 4.9 Señales de control tipo Proporcional Integral (PI) [49].

4.3.2.3 Controlador Proporcional Integral Derivativo PID.

Las características principales de un controlador proporcional integral derivativo son:

- Sección PI: elimina los errores en régimen permanente.
- Sección PD: elimina las sobre oscilaciones, ver Figura 4.10.

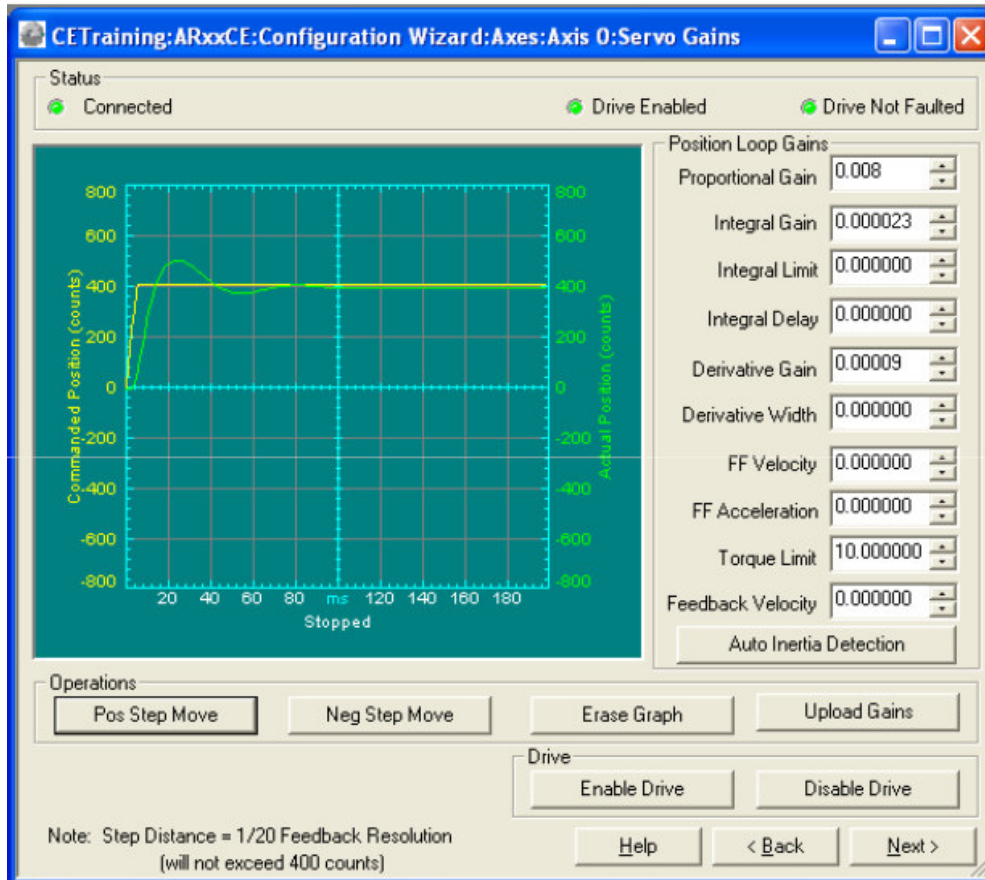


Figura 4.10 Señal de control tipo Proporcional Integral Derivativo, ambiente gráfico software ACR-View®.

Debido a sus características, el controlador proporcional integral derivativo es el más utilizado por los robots industriales. La Figura 4.11 muestra la representación de cada una de las tres ganancias incluidas en este tipo de controlador.

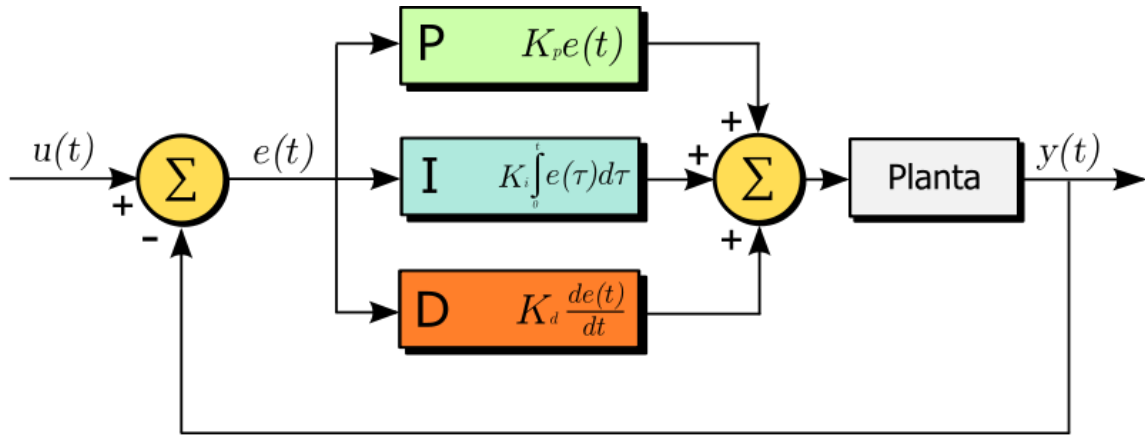


Figura 4.11 Representación de ganancias en un controlador del tipo PID.

De la Figura 4.11, el término K_p representa la ganancia proporcional, el término K_d representa la ganancia derivativa, y el término K_i representa la ganancia integral. La función definida para el controlador $G_C(s)$ con la inclusión de cada una de estas ganancias se representa por medio de la ecuación (4.7).

$$G_C(s) = k_p + k_d s + \frac{k_i}{s} = k_d \frac{s^2 + \frac{k_p}{k_d} s + \frac{k_i}{k_d}}{s} \quad (4.7)$$

Cada una de las tres ganancias antes mencionadas se debe ajustar (sintonizar) de forma adecuada a los requerimientos del manipulador indicado. Estas ganancias actúan directamente en la función error de posicionamiento angular, $error(t) = [\theta^*(t) - \theta(t)]$, donde el término $\theta^*(t)$ indica la posición deseada, mientras que el término $\theta(t)$ indica posición obtenida. La salida del controlador P.I.D. es una señal de torque. Su expresión matemática en el dominio del tiempo está dada por la ecuación (4.8).

$$P.I.D. \text{ salida}(t) = K_p (error(t)) + K_i \int (error(t)) dt + K_d \frac{d}{dt} (error(t)) \quad (4.8)$$

Existen tres principales alternativas para obtener las ganancias adecuadas para la correcta sintonización de los robots industriales: 1. Por medio de una aproximación analítica propuesta por Ziegler y Nichols [50], 2. Por medio de prueba y error, y 3. De forma automática, conocida como “*auto tuning*” o sintonización automática.

La sintonización automática se encuentra incluida en los sistemas de control actuales para robots industriales, y solamente se puede utilizar como una aproximación. Esto es, requerirá finalmente de la segunda alternativa para la calibración o sintonización adecuada. La sintonización adecuada de un robot industrial, consiste en el movimiento suave de cada una de sus juntas durante su funcionamiento.

Como alternativa adicional, en la Figura 4.12 se ilustran recomendaciones técnicas que pueden ser de gran utilidad al momento de la obtención adecuada de ganancias. Las recomendaciones se encuentran basadas en la señal de salida que registra el software ACR-View después de la ejecución del movimiento de cada junta del robot industrial.

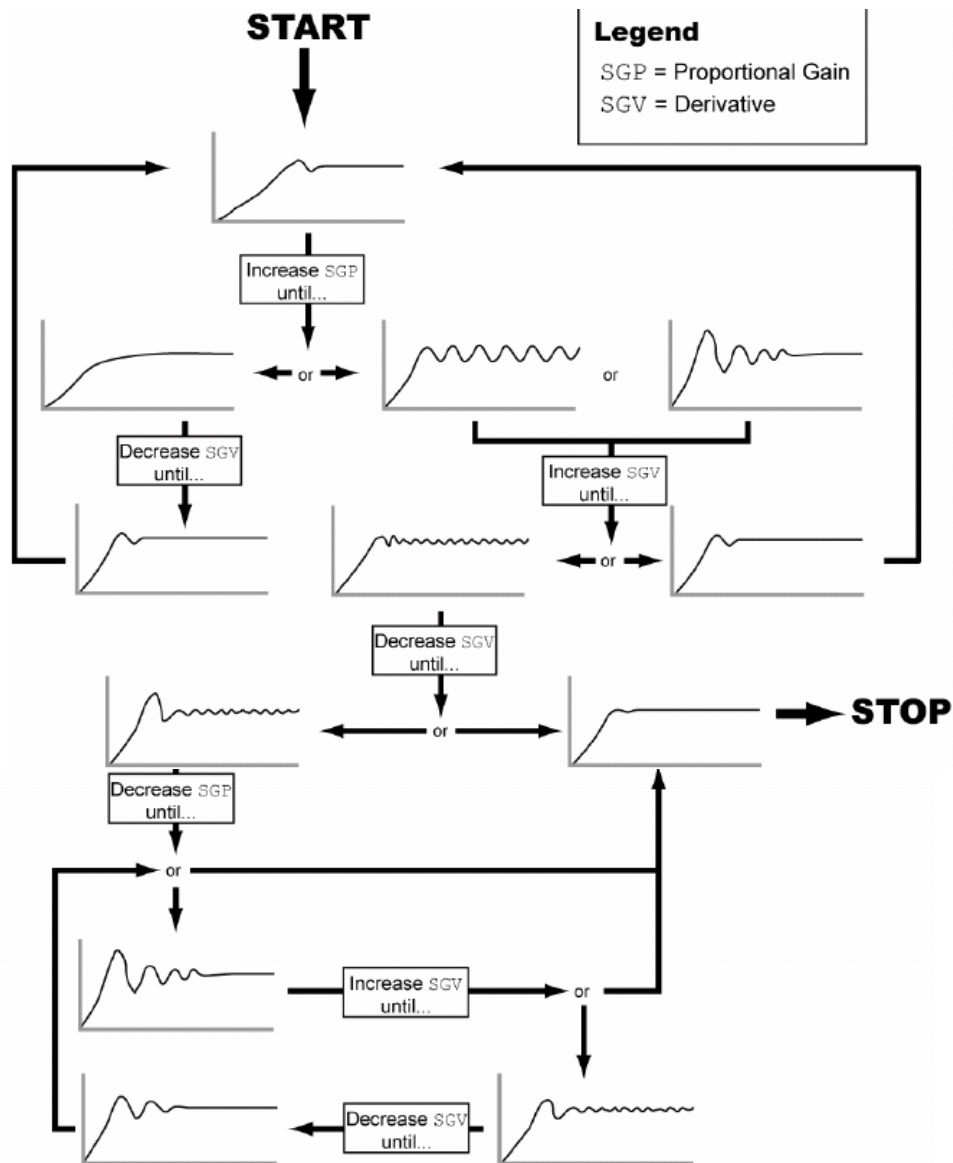


Figura 4.12 Recomendaciones técnicas ilustrativas para la obtención de ganancias proporcional y derivativa para la sintonización de las juntas de un robot industrial [54].

El objetivo final de la metodología ilustrada en la Figura 4.12 anterior radica en que la señal de salida emule una respuesta del tipo PID atenuada. Para poder lograrlo se necesita una serie de pasos basados en la asignación de valores de las ganancias proporcional (SGP) y derivativa (SGV) mediante prueba y error.

Adicional a lo anterior, es importante señalar que para el adecuado control y funcionamiento de un manipulador robótico se requiere de una calibración apropiada, esto es, la compensación necesaria para la precisión requerida en las diversas tareas a ejecutar. Existe un sinnúmero de métodos y estrategias para la calibración de manipuladores robóticos [4, 56-61]. También se tiene la NORMA ISO 9283 [62] basada en los métodos de pruebas de calibración y criterios de comportamiento de los robots industriales.

Finalmente, de acuerdo al Manual de Instalación de las series ACR9000 [53] los componentes principales de un sistema con servo movimiento a través de un controlador tipo P.I.D. se describen en la Figura 4.13. En ésta figura, el servoamplificador (*Servo Drive*) cierra un bucle de corriente y se modela simplemente como función de transferencia lineal $G(s)$. Linealidad que se justifica con el hecho de que solo se altera en los momentos críticos donde ocurren picos de corriente. En su forma más básica, el servoamplificador recibe una señal de voltaje que representa la corriente deseada por el servomotor.

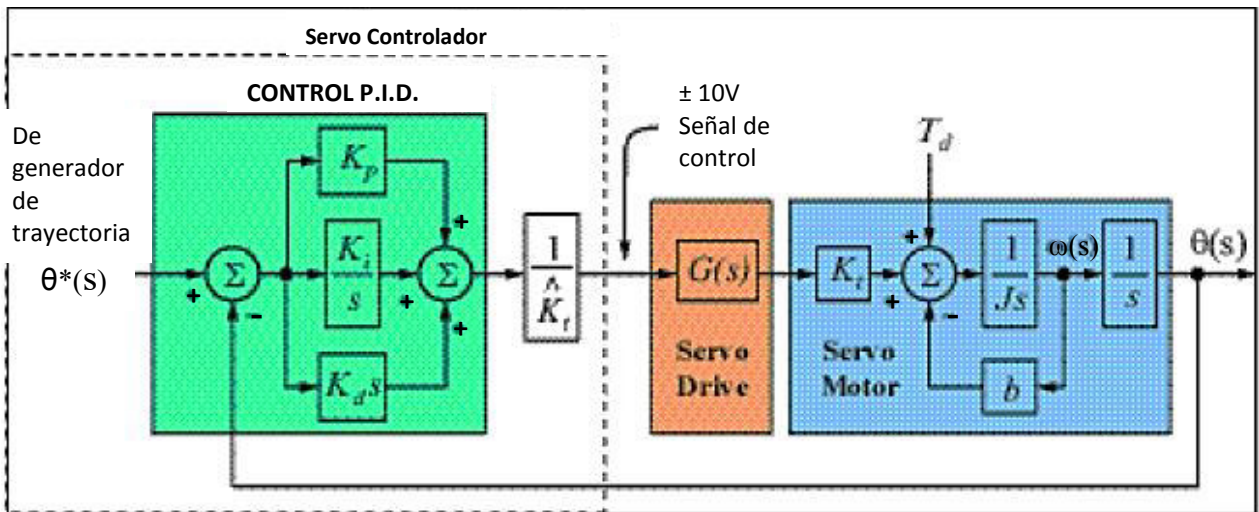


Figura 4.13 Componentes básicos de un sistema servo controlado tipo P.I.D. [53].

El torque de la flecha de servomotor T , se relaciona con la corriente suministrada I por medio la constante de torque K_t , lo cual se describe en la ecuación (4.9).

$$T \approx K_t I \quad (4.9)$$

Para fines prácticos, la función de transferencia del regulador de corriente (regulador de torque) o amplificador se puede aproximar a la unidad, esto es, $G(s) \approx 1$. Lo anterior también se fundamenta en la demanda de frecuencias de movimiento relativamente bajas para este tipo de sistemas.

Por otra parte, el servomotor es modelado como una inercia global J , un término de amortiguamiento viscoso b , y una constante de torque K_t . La inercia global está compuesta por el servomotor y la carga que manipula. El acoplamiento entre servomotor y carga manipulada se considera totalmente rígido lo que evita considerar problemas de resonancia mecánica, concepto fuera del alcance de un controlador común e ignorado por sistemas de medición angular como los sensores ópticos de rotación.

La posición actual del servomotor $\theta(s)$, se mide generalmente por un encoder o un resolver acoplado directamente a la flecha del servomotor. Perturbaciones externas al torque inducido en la flecha T_d , ver Figura 4.13, se añaden al torque generado por la corriente suministrada al servomotor para lograr el movimiento de la inercia global J .

Alrededor del servoamplificador (*Servo Drive*) y el servomotor (*Servo Motor*), está el servo controlador que se encarga de cerrar el lazo de posición. Un servo controlador básico contiene un controlador, tipo P.I.D. para el presente caso, y un generador de trayectoria. El generador de trayectoria usualmente provee comandos de posicionamiento, etiquetados en la Figura 4.13 como $\theta^*(s)$. El controlador P.I.D. opera en el error de posición $[\theta^*(s) - \theta(s)]$ y genera la señal de salida que impacta en el estimado de la constante de torque del servomotor \hat{K}_t . Generalmente, el valor exacto de la constante de torque del servomotor no es conocido, por lo que el símbolo $\hat{}$ representa un estimado; para esto las ganancias del controlador P.I.D. se deben recalcular de nueva cuenta. La relación $\hat{K}_t \approx K_t$ se considera adecuada debido a que la salida del servo controlador, generalmente ± 10 volts, adecuará la cantidad correcta de corriente para el torque requerido.

4.4 SISTEMA DE CONTROL: ANALÓGICO O DIGITAL.

Los dos tipos de controladores utilizados para un sistema de control son: el controlador digital y el controlador analógico. Los controladores digitales son los más utilizados en el ámbito industrial. El diagrama de bloques de la Figura 4.14 representa el esquema general de un sistema de control.

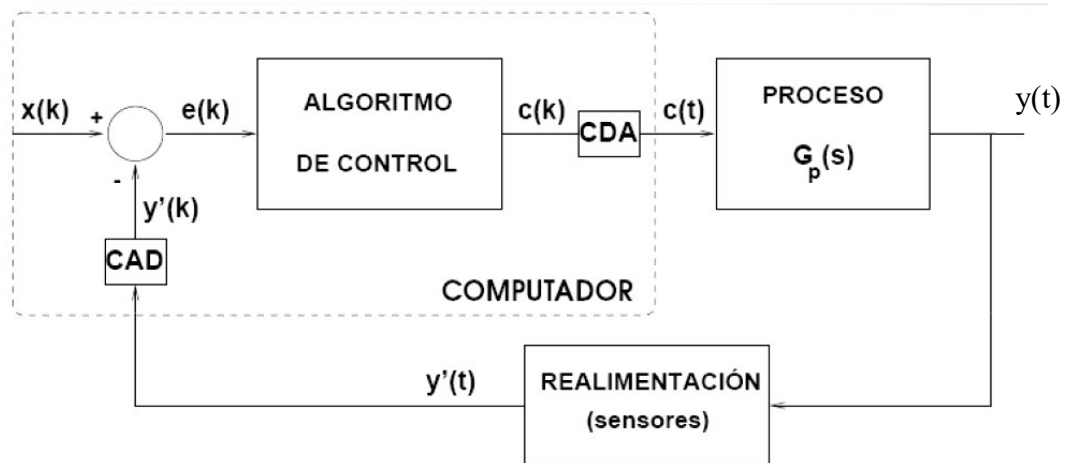


Figura 4.14 Esquema general del sistema de control, con ordenador realizando la acción del control [49].

En caso de tener un controlador del tipo analógico, es altamente recomendable realizar la adaptación a digital; esto a partir del muestreo y la discretización del mismo a través de sus variables definidas en el tipo de control a utilizar.

De manera general, la conversión Analógica-Digital-Analógica existente permite que el ordenador interactúe con el mundo exterior, el cual es analógico. Los dos procesos principales para lograr la conversión analógica-digital son:

1. Muestreo. Se toma una señal analógica, a una velocidad suficiente (frecuencia de muestreo) para que la señal no pierda información, y
2. Cuantización. Se discretiza la amplitud de la señal en cada instante, ver Figura 4.15.

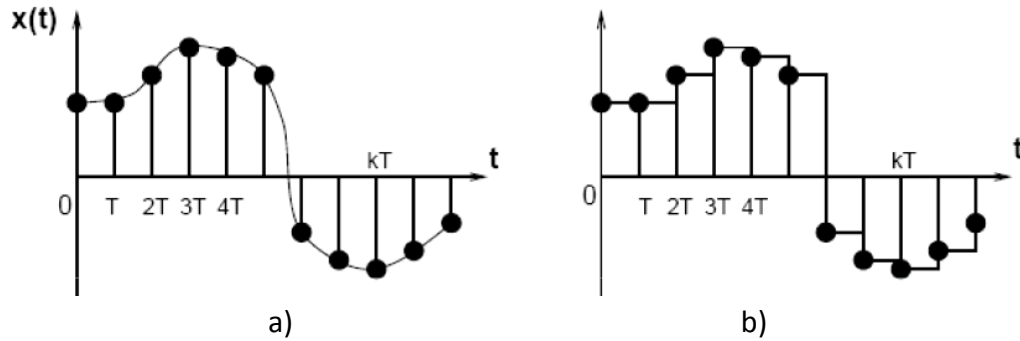


Figura 4.15 Esquema: conversión Analógico-Digital. T representa el periodo de muestreo. Digitalización: a) muestreo y b) cuantización.

Las ventajas de los sistemas de control digitales son:

- Mayor estabilidad y precisión que los sistemas analógicos.
- Posibilitan la generación de algoritmos de control más complejos.
- Facilitan la modificación de los algoritmos de control.
- El ordenador solamente se utiliza para tareas adicionales, tales como: planificación de trayectorias, conversión de coordenadas, reconocimiento de imágenes, etc.

El controlador utilizado para el prototipo desarrollado en el presente proyecto de tesis es del tipo digital, ver **sección 5.5**.

El establecer la relación entre los requerimientos cinemáticos, dinámicos y de control del manipulador bajo estudio ha permitido fundamentar las bases para el diseño y la selección del sistema de control del prototipo a construir; parte fundamental en el presente proyecto de tesis.

5. DISEÑO Y SISTEMA DE CONTROL DE PROTOTIPO EXPERIMENTAL

5.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se sintetiza el proceso de diseño llevado a cabo para la construcción del prototipo experimental, parte fundamental en el presente proyecto de tesis. Aunado a esto, también se enlistan las principales características de los elementos componentes del sistema de control y movimiento.

El diseño, la construcción, el control de movimiento y el monitoreo de datos del prototipo experimental permitirán la validación de los resultados analíticos. El principal objetivo consiste en permitir que el prototipo logre variaciones en sus ángulos de torsión α_1 y α_2 de forma sencilla y precisa, variaciones las cuales permitan evaluar su comportamiento.

El proceso de diseño y control de movimiento del prototipo experimental involucra los siguientes puntos:

- Diseño preliminar y análisis preliminares.
- Selección de dispositivos necesarios para el movimiento.
- Definición de la “estética” del prototipo, incluyendo dimensiones, material y proceso de manufactura.
- Selección de dispositivos y elementos necesarios para el sistema de control y movimiento.

5.2 ANÁLISIS PRELIMINAR

Aunque la base del prototipo a construir se ha definido como la parte crítica del sistema, el análisis estático y dinámico en párrafos posteriores considera cada una de las tres juntas: base, hombro y codo. En la Figura 5.1 se incluye la localización esquemática de los 3 sistemas (juntas) encargados del movimiento: 1. La base, 2. El hombro y, 3. El codo. La configuración crítica es referida al instante en que el brazo (el prototipo) se encuentra totalmente extendido.

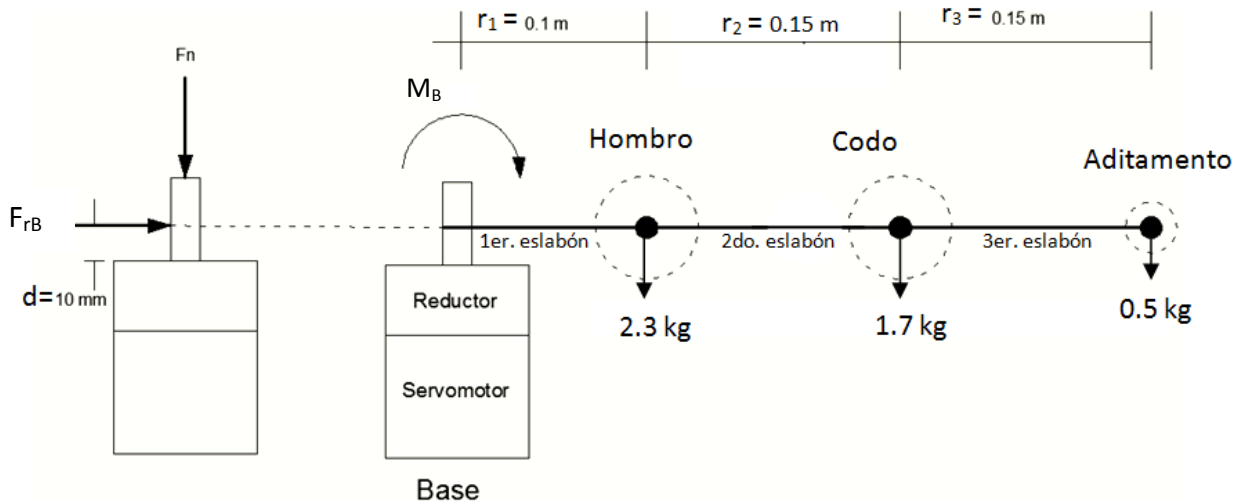


Figura 5.1 Dibujo esquemático de prototipo considerando configuración crítica.

Los dispositivos necesarios para el movimiento giratorio de cada una de las tres juntas del prototipo, son un servomotor y un reductor de velocidad. El servomotor es el encargado del movimiento y el control adecuado del mismo. El reductor de velocidad se encarga del aumento en el torque del movimiento inducido por el servomotor, con ello se logra manipular los elementos de manera adecuada. El reductor de velocidad también soporta las cargas suscitadas sobre cada una de las juntas.

5.2.1 Análisis estimativo de cargas suscitadas en la base del prototipo.

Las principales cargas transmitidas hacia la cada junta del prototipo son del tipo radial (F_r) y normal (F_n), ver Figura 5.1. De acuerdo al diseño y montaje de los baleros ubicados en los reductores de velocidad empleados, las cargas críticas son las del tipo radial, y éstas a su vez se generan de forma estática y de forma dinámica. Los elementos manipulados por medio de la base del prototipo son: el hombro (2.3kg), el codo (1.7kg) y el aditamento (0.5); además, el primero (0.56kg), segundo (0.36kg) y tercer eslabón (0.17kg) complementan el prototipo.

La ecuación (5.1) expresa un estimado de la fuerza radial total ejercida sobre la base.

$$\mathbf{F}_{rB} = F_{rSB} + F_{rDB} \quad (5.1)$$

Los términos F_{rSB} , F_{rDB} representan las fuerzas radiales estática y dinámica inducidas sobre la base del prototipo. Las Tablas 5.1 y 5.2 describen ambas.

Tabla 5.1 Carga estática inducida en la **base** del prototipo

Carga estática	
$M_B = g [(0.56kg)(0.05m) + (2.3)(0.1) + (0.36)(0.175) + (1.7)(0.25) + (0.17)(0.325) + (0.5)(0.4)]$ $M_B = 9.81 \frac{m}{s^2} [0.146 + 0.855] kg \cdot m = 1.43Nm + 8.39Nm$ $M_B = 9.82N \cdot m$	(5.2)
Momento flexionante	
$F_{rSB} = \frac{M_B}{d} = \frac{9.82Nm}{0.01m} = 982N$	(5.3)
Fuerza radial estática	

El momento flexionante definido en la Tabla 5.1 es generado por el peso de los elementos manipulados. Del valor obtenido, el 84% (8.39Nm) se encuentra compuesto por el peso de los reductores de velocidad y servomotores. El peso distribuido de los eslabones representa aproximadamente el 16% (1.43Nm), cantidad no despreciable. La distancia o radio de giro del peso distribuido en cada eslabón se considera a la mitad de su longitud. En la ecuación (5.3) el término “d=10mm=0.01m” indica la distancia de soporte del eslabón a la ubicación del balero del reductor de velocidad ubicado en cada junta del prototipo, Figura 5.1.

Tabla 5.2 Carga dinámica inducida en la **base** del prototipo

Carga dinámica	
$F_{rDB} = ma_N = m\omega^2 r = \omega^2 mr = \omega^2 \sum_{i=1}^6 m_i r_i$	(5.4)
$F_{rDB} = \left(5.236 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 [0.146 + 0.855] kg \cdot m = 4N + 23.44N = 27.44N$	
Fuerza radial dinámica	
<p>Donde:</p> <p>a_N aceleración normal o radial</p> <p>ω velocidad angular</p> <p>r, m radio de giro y masa de cada cuerpo</p>	
<p>Consideraciones</p> <p>Reducción de velocidad 25:1, esto es, de 131 rad/s (1250 rpm) a 5.236 rad/s (50 rpm). El par inducido aumenta con relación 1:25. El valor 131 rad/s (1250 rpm) representa la velocidad promedio de ajuste del servomotor ubicado en la base de prototipo.</p>	

Al igual que en la ecuación (5.2), los términos $[0.146+0.855]$ han sido utilizados como tales en la ecuación (5.4).

5.2.2 Análisis estimativo de cargas suscitadas en hombro de prototipo.

Para el reductor de velocidad ubicado en la “junta hombro” del prototipo, ver Figura 5.1, las cargas radiales suscitadas las inducen el codo (1.7kg), el aditamento ubicado en el efector final (0.5kg), el segundo (0.36kg) y tercer (0.17kg) eslabón.

La ecuación (5.5) expresa un estimado de la fuerza radial total ejercida sobre el hombro del prototipo.

$$F_{rH} = F_{rSH} + F_{rDH} \tag{5.5}$$

Los términos F_{rSH} , F_{rDH} representan las fuerzas radiales estática y dinámica inducidas sobre el “hombro”. Las Tablas 5.3 y 5.4 describen ambas.

Tabla 5.3 Carga estática inducida en el **hombro** del prototipo

Carga estática	
$M_H = g [(0.36)(0.075) + (1.7)(0.15) + (0.17)(0.225) + (0.5)(0.3)] kg \cdot m$ $= g [0.282 + 0.188] kg \cdot m = 9.81 \frac{m}{s^2} [0.470 kg \cdot m] = 4.61 Nm$	(5.6) Momento flexionante
$F_{rSH} = \frac{M_H}{d} = \frac{4.61 Nm}{0.01m} = 461 N$	(5.7) Fuerza radial estática

De la Tabla 5.3 el valor $0.470 kg \cdot m$ es referente al total de elementos manipulados por el hombro. El valor de $0.188 kg \cdot m$ corresponde a los elementos manipulados por el codo.

Tabla 5.4 Carga dinámica inducida en el **hombro** del prototipo

Carga dinámica	
$F_{rDH} = ma_N = m\omega^2 r = \omega^2 mr = \omega_H^2 \sum_{i=1}^4 m_i r_i + \omega_T^2 \sum_{i=3}^4 m_i r_i$	
$F_{rDH} = \left(6.980 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 [0.470] \text{kg} \cdot \text{m} + \left(17.450 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 [0.188] \text{kg} \cdot \text{m} = 80.15 \text{N}$	
(5.8)	
Fuerza radial dinámica	
Consideraciones:	
<p>Reducción de velocidad de 15:1, esto es, de 104.7 rad/s (1000 rpm) a 6.98 rad/s (66.67 rpm). El par inducido aumenta con relación 1:15. El valor 104.7 rad/s (1000 rpm) representa la velocidad promedio de ajuste del servomotor ubicado en el hombro del prototipo.</p>	

En la Tabla 5.4, el caso más crítico tiene lugar cuando los ejes de las juntas del hombro y del codo son paralelos y giran en el mismo sentido, resultando en la velocidad angular como la suma de ambas $\omega_T = \omega_H + \omega_C = 66.67 + 100 \text{ [rpm]} \cong 6.98 + 10.47 \text{ [rad/s]} = 17.45 \text{ [rad/s]}$. Los cuerpos girando a esta velocidad son la masa distribuida del tercer eslabón y la masa del aditamento o efector final, esto es, las manipuladas por el codo, ecuación (5.8).

5.2.3 Análisis estimativo de cargas suscitadas en codo de prototipo.

Para el reductor de velocidad ubicado en la parte del codo del prototipo, ver Figura 5.1, es innecesario realizar el análisis de cargas inducidas. Las cargas inducidas son mínimas debido a la cantidad de peso manipulado (0.5 kg del efector final y 0.17 kg del 3er. eslabón), además del radio de giro (0.15m, y 0.075m) a considerar. Lo importante a resaltar es la relación de reducción de 10:1, para aumento de par inducido y por ende reducción de velocidad angular de salida, de 104.7 rad/s a 10.47 rad/s.

Finalmente, sustituyendo valores de Tablas 5.1-5.4 en ecuaciones (5.1) y (5.5), se tiene la Tabla 5.5 indicando la fuerza radial ejercida sobre cada junta del prototipo.

Tabla 5.5 Fuerza radial ejercida sobre juntas de prototipo

Junta	Fuerza total inducida
Base	$F_{rB} = 982N + 27.44N = \underline{1009.44N}$
Hombro	$F_{rB} = F_{rDH} + F_{rSH} = 461.00N + 80.15N = \underline{542.15N}$
Codo	Análisis no necesario

Valores a relacionar con las curvas de comportamiento incluidas posteriormente en la Figura 5.2 para reductores de velocidad.

5.3 SELECCIÓN DE REDUCTORES DE VELOCIDAD Y SERVOMOTORES.

La selección de los reductores de velocidad para cada una de las juntas del prototipo se basa en los cálculos aproximados desarrollados en la sección anterior con valores resumidos en la Tabla 5.6.

5.3.1 Selección de reductores de velocidad

El análisis del torque aplicado fue realizado para cada junta del prototipo. La Tabla 5.6 indica cada uno de los reductores de velocidad que forman parte del prototipo. El sistema de transmisión de cada uno de estos reductores de velocidad se encuentra conformado por un conjunto de engranes planetarios.

Tabla 5.6 Reductores de velocidad seleccionados

Ubicación en prototipo	Serie NEMA23	Relación de reducción
Base	NTP23-025	25:1
Hombro	NT23-015	15:1
Codo	NT23-010	10:1

En la Tabla 5.7 se muestran algunas de las especificaciones de mayor importancia de los reductores de velocidad.

Tabla 5.7 Reductores de velocidad del tipo planetario, Micron-Nema23 [51], especificaciones.

(TABLE 1) PERFORMANCE SPECIFICATIONS										
Part Number	Ratio ¹	10,000 HOUR LIFE				T _{peak} in-lb (Nm)	J in-lb-sec ² x10 ⁻⁴ (kg-cm ²)	Torsional Stiffness in-lb/arc-min (Nm/arc-min)		
		T _r (1000 rpm) in-lb (Nm)	T _r (2000 rpm) in-lb (Nm)	T _r (3000 rpm) in-lb (Nm)	T _r (4000 rpm) in-lb (Nm)			NT	NTP	
NT23-003	3:1	98 (11.1)	80 (9.0)	70 (7.9)	65 (7.3)	150 (16.9)	.67 (.076)	6.3 (.71)	15.8 (1.8)	
NT23-005	5:1	105 (11.9)	88 (9.9)	78 (8.8)	71 (8.0)	250 (28.2)	.22 (.025)	6.3 (.71)	15.8 (1.8)	
NT23-010	10:1	63 (7.1)	58 (6.6)	54 (6.1)	52 (5.9)	250 (28.2)	.14 (.016)	6.3 (.71)	15.8 (1.8)	
NT23-015	15:1	124 (14.0)	110 (12.4)	105 (11.9)	100 (11.3)	275 (31.1)	.21 (.024)	6.3 (.71)	15.8 (1.8)	
NT23-025	25:1	175 (19.8)	142 (16.0)	125 (14.1)	115 (13.0)	275 (31.1)	.21 (.024)	6.3 (.71)	15.8 (1.8)	
NT23-030	30:1	135 (15.3)	124 (14.0)	115 (13.0)	110 (12.4)	275 (31.1)	.13 (.015)	6.3 (.71)	15.8 (1.8)	
NT23-050	50:1	202 (22.8)	175 (19.8)	152 (17.2)	142 (16.0)	275 (31.1)	.13 (.015)	6.3 (.71)	15.8 (1.8)	
NT23-100	100:1	85 (9.6)	79 (8.9)	74 (8.4)	70 (7.9)	275 (31.1)	.13 (.015)	6.3 (.71)	15.8 (1.8)	

¹ Ratios are exact, higher ratios are also available, consult factory.
 T_r = Rated output torque at rated speed for specified hours of life.
 J = Mass moment of inertia reflected to the input shaft (including pinion assembly).
 See page 11 for gearhead selection criteria

For ordering information see inside back cover

En la Figura 5.2 se muestran las curvas de comportamiento de los reductores de velocidad. Las curvas se encuentran en función de las cargas radiales (*radial loads*) soportadas por los baleros, la velocidad angular [*rpm*], y la distancia longitudinal “d” a la flecha del reductor donde se concentra la carga radial soportada. En la parte superior de las curvas incluidas, también se indican las cargas axiales (*axial loads*) permitidas para cada uno de los dos casos indicados: 1. Reductores con baleros estándar, y 2. Reductores con baleros reforzados para trabajo pesado.

Los reductores de velocidad seleccionados para la parte del hombro y el codo del prototipo contienen baleros del tipo estándar (serie NT23). Para el reductor de velocidad ubicado en la base del prototipo ha sido necesario que los baleros sean reforzados (serie NTP23), ver Figura 5.2.

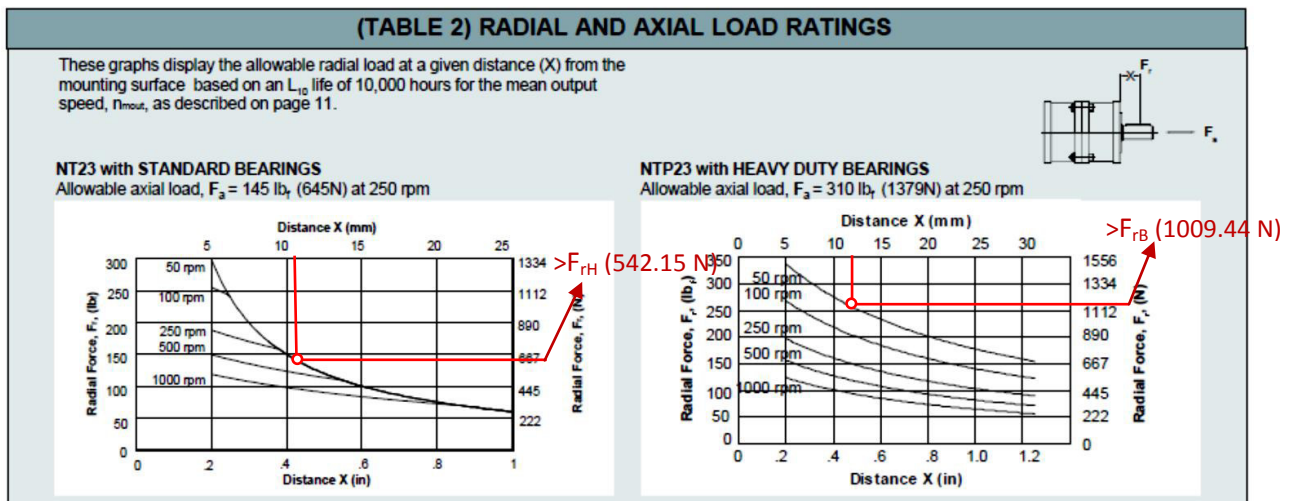


Figura 5.2 Curvas de comportamiento de reductores de velocidad NEMA 23, tipo NT y NTP [51].

La Tabla 5.8 muestra las características adicionales de los reductores de velocidad.

Tabla 5.8 Datos técnicos: Reductores de velocidad del tipo planetario, Micron-Nema23 [51].

Cantidad	Serie	Características principales	Exactitud
1	NTP23-025 Ubicación: BASE	Relación 25:1 Eficiencia: 85 % Peso: 1.9 lb (0.9 kg) Momento de inercia: 24 kg-cm ²	Backlash: 15 [arc-min] \equiv 0.25° (Precisión) 9 [arc-min] \equiv 0.15° (Alta precisión) Rigidez Torsional: 1.8 Nm/arc-min
1	NT23-015 Ubicación: HOMBRO	Relación 15:1 Eficiencia: 85 % Peso: 1.9 lb (0.9 kg) Momento de inercia: 24 kg-cm ²	Backlash [arc-min]: 0.25° (Precisión) 0.15° (Alta precisión) Rigidez Torsional: 0.71 Nm/arc-min
1	NT23-010 Ubicación CODO	Relación 10:1 Eficiencia: 90 % Peso: 1.5 lb (0.7 kg) Momento de inercia: 16 kg-cm ²	Backlash [arc-min]: 0.217° (Precisión) 0.133° (Alta precisión) Rigidez Torsional: 0.71 Nm/arc-min

Finalmente, la Figura 5.3 muestra los planos proporcionados por el fabricante para los reductores de velocidad tipo NEMA23.

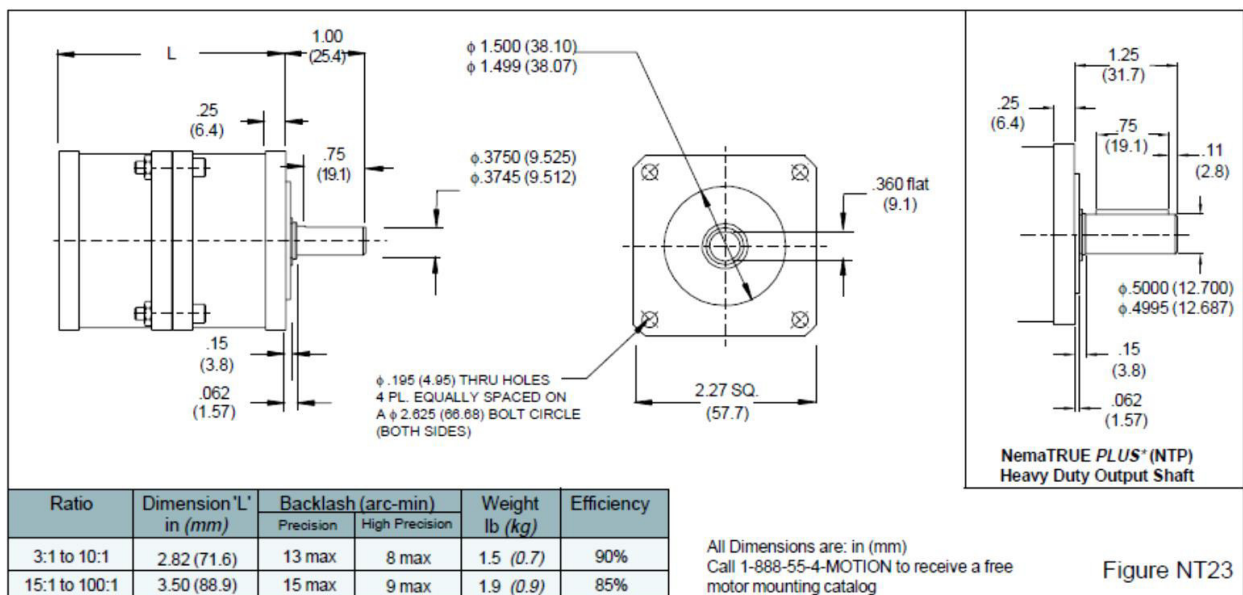


Figura 5.3 Dimensiones de reductores de velocidad NEMA23 [51].

5.3.2 Selección de servomotores.

El sistema de control y movimiento del prototipo a construir se basa en dispositivos definidos como servomotores sin escobillas. Los servomotores sin escobillas han remplazado a los anteriores con escobillas debido a las ventajas ofrecidas como lo son: el soporte de corriente de arranque muy superior a su corriente nominal, bajo mantenimiento debido a que no sufren sobrecalentamiento, mayor eficiencia global y menor tamaño. Este tipo de servomotores cuentan con una pastilla termo-magnética, la cual se encargará de abrir el circuito en caso de que la temperatura en bobinas sobrepase el límite permitido. En la Figura 5.4, se muestran las curvas de comportamiento de los servomotores NEMA 23 seleccionados.

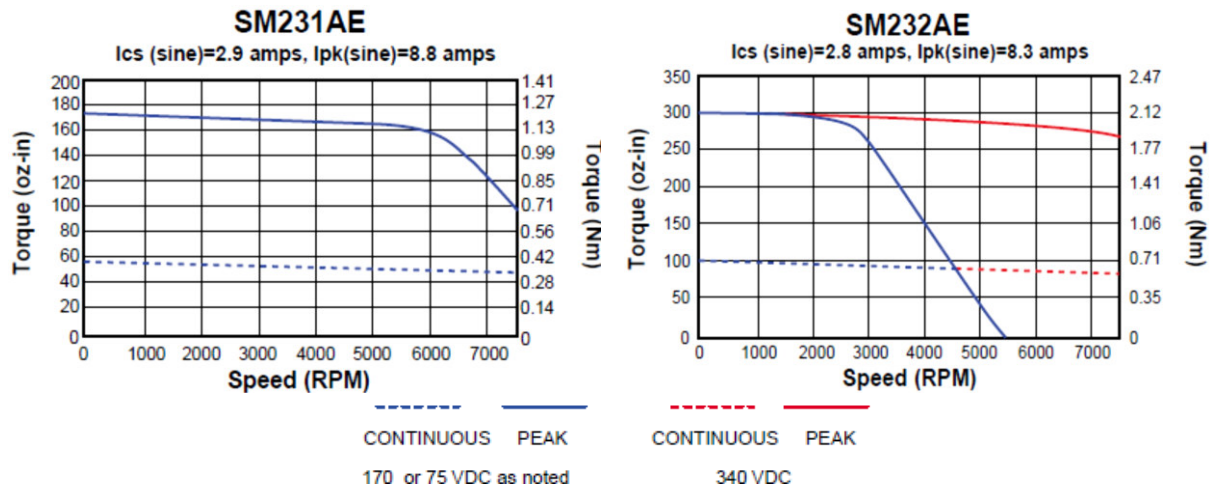


Figura 5.4 Curvas de comportamiento de servomotores SM231AE y SM232AE [52].

Las curvas mostradas en la Figura 5.4, indican que a mayor velocidad angular, el torque desarrollado por los servomotores disminuye. En ambos casos, la pendiente tiene cambios mínimos para cuando el régimen se comporta de forma continua (- - - *continuous*); no así para el caso en que se trabaja con los límites establecidos (—— *peak*). Esto es, cuando el servomotor trabaja en el límite, el aumento en la velocidad angular de operación a partir un rango establecido conlleva una disminución drástica en su torque desarrollado.

Cada una de las tres juntas del prototipo está compuesta por un servomotor sin escobillas y un reductor de velocidad. Al igual que los reductores de velocidad, los servomotores seleccionados son del tipo NEMA23, ver Tabla 5.9. Para fines prácticos se pretende que cada uno de los servomotores seleccionados, opere a velocidades angulares promedio de entre 104.7 rad/s (1000 rpm) y 130.9 rad/s (1250 rpm).

Tabla 5.9 Resumen de datos técnicos: Servomotores sin escobillas, Parker-Nema 23 [52].

Cantidad	Serie	Datos técnicos	Exactitud
1	SM231AE-F10N Ubicación: <u>CODO</u>	Peso: 2.1 lb (1.0 kg)	Realimentación Feedback: 1000 ppr (encoder)
		Inercia del rotor J: $5.2 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	Características del encoder. Precisión: $\pm 2 \text{ min of arc} \equiv \pm 0.033^\circ$ Alimentación: 5 VDC $\pm 5\%$, 135 mA 80 mA para sensor Hall
		Fricción estática T_f: 0.0021 Nm	Torque, voltaje, velocidad angular, potencia, corriente, resistencia.
		Amortiguamiento viscoso B $1.67 \times 10^{-5} \text{ Nms/rad}$ (0.00175 Nm/Krpm)*	Torque máximo T_{pk} : 1.27 Nm Duración de torque pico: 4s Torque continuo T_{cs} : 0.43 Nm Máximo voltaje V_m : 170 V DC Velocidad angular máxima ω_r : 785.4 rad/s (7500 rpm)
		Constante del motor $K_m = 0.073 \text{ Nm/vwatt}$	Potencia de salida a velocidad nominal P_o : 261 watts Corriente pico I: 8.8 Amps Resistencia R: 5.22 Ohms
		Constante de torque $K_t = 0.145 \text{ Nm/Amp pico}$ (sinusoidal) $K_t = 0.168 \text{ Nm/Amp pico}$ (trapezoidal)	
2	SM232AE-F10N Ubicación: <u>1</u> <u>BASE</u> <u>2</u> <u>HOMBRO</u>	Peso: 3.0 lbs (1.4 kg)	Feedback: 1000 ppr (encoder)
		Inercia del rotor J: $9.3 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	Características del encoder. Precisión: $\pm 2 \text{ min of arc} \equiv \pm 0.033^\circ$ Alimentación: 5 VDC $\pm 5\%$, 135 mA 80 mA para sensor Hall
		Fricción estática T_f: 0.0049 Nm	Torque, voltaje, velocidad angular, potencia, corriente, resistencia.
		Amortiguamiento viscoso B $2.41 \times 10^{-5} \text{ Nms/rad}$ (0.00252 Nm/Krpm)*	Torque máximo T_{pk} : 2.21 Nm Duración de torque pico: 6s Torque continuo T_{cs} : 0.74 Nm Máximo voltaje V_m : 340 V DC Velocidad angular máx. ω_r : 785.4 rad/s
		Constante del motor $K_m = 0.112 \text{ Nm/vwatt}$	Potencia de salida a velocidad nominal P_o : 449 watts Corriente pico I: 8.3 Amps Resistencia R: 7.50 Ohms
		Constante de torque $K_t = 0.268 \text{ Nm/Amp pico}$ (sinusoidal) $K_t = 0.307 \text{ Nm/Amp pico}$ (trapezoidal)	* 1 Krpm = $1 \times 10^3 \text{ rpm}$

Los parámetros indicados en las Tablas 5.8 y 5.9 son de gran utilidad en el análisis dinámico del prototipo. La descripción de cada uno de los términos que definen la serie de los servomotores SM Parker, se describen en la Figura 5.5.

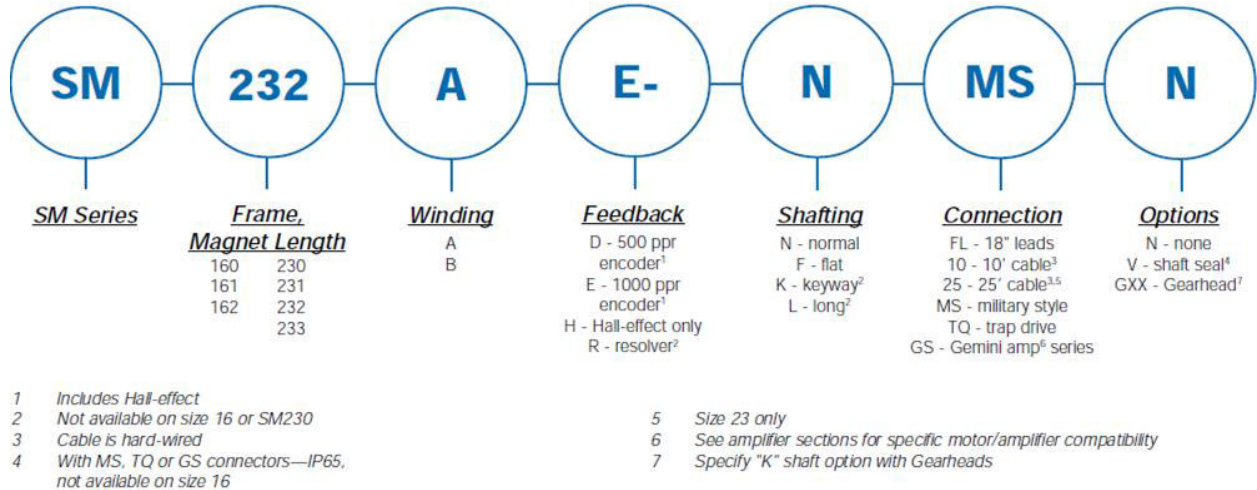


Figura 5.5 Descripción de términos en serie SM de servomotores Parker NEMA23 [52].

Las dimensiones designadas por el fabricante se muestran en la Figura 5.6.

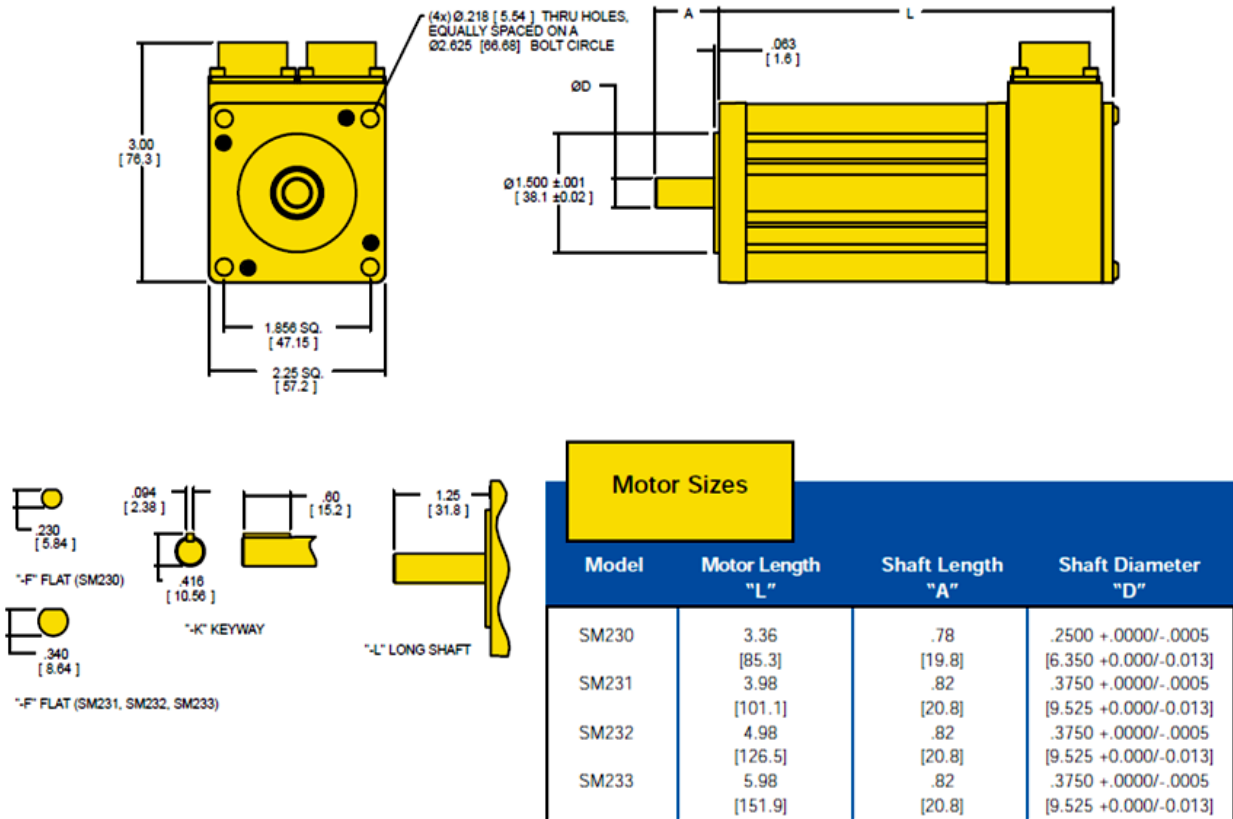


Figura 5.6 Dimensiones de servomotores Parker NEMA23, dimensiones en pulgadas (mm) [52].

5.4 DISEÑO DE PROTOTIPO

Las tres partes mecánicas de mayor importancia en las que se basó el proceso de diseño del prototipo son: 1. La base, 2. Los eslabones, incluyendo manufactura y dispositivos que permitan la variación entre ángulos α , y 3. Las juntas o uniones.

5.4.1 Base

El diseño de la base se sustentó en la estética y la rigidez, ver Figura 5.7.

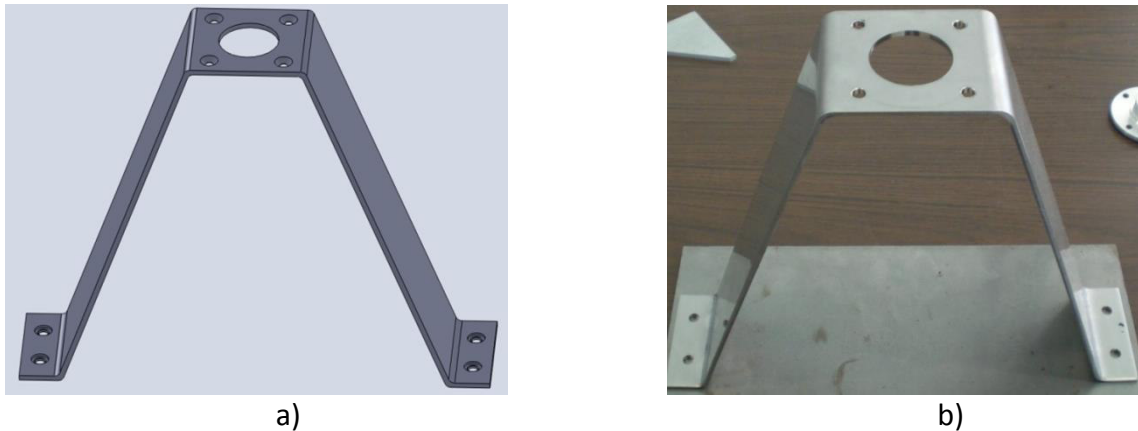


Figura 5.7 Base para prototipo: a) diseño CAD, b) pieza real.

En relación a la estética, se planteó un diseño que permitiera el alojamiento del sistema servo-reductor de forma práctica, sencilla, y uniforme. Esta última característica basada en el diseño de las juntas del hombro y el codo donde el encapsulamiento de cada sistema servo-reductor generaría peso extra, ver Figura 5.8.

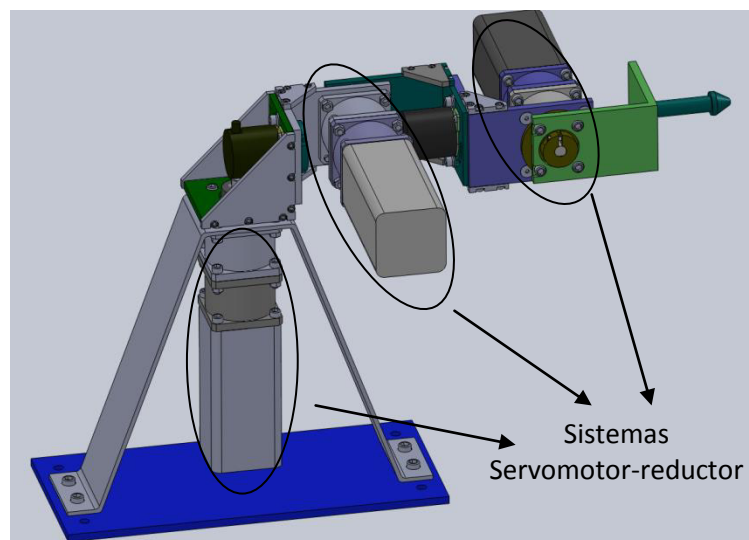


Figura 5.8 Diseño preliminar del prototipo manipulador serial 3R.

Para su construcción una placa de acero inoxidable fue seleccionada, y su rigidez se basó en el espesor de la misma (calibre 10 – 3.4mm). El diseño debió ser tal que permitiera su manufactura. La rigidez también es una característica requerida para la exactitud en este tipo de mecanismos.

5.4.2 Eslabones

El diseño de los eslabones del prototipo, ver Figura 5.9 y Figura 5.10, se basa en ángulos de aluminio de $\frac{1}{4}$ " (6.35mm) de espesor y 4" (101.6mm) de ancho. La idea surgió a partir de la experiencia obtenida en el prototipo construido en [7] y [8], donde los ángulos de aluminio resultaron pieza clave en el diseño.

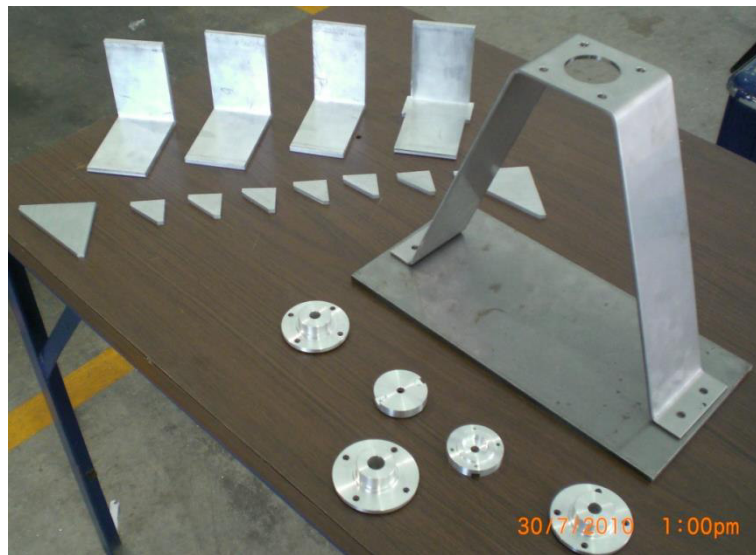


Figura 5.9 Piezas manufacturadas para ensamble y construcción de prototipo.

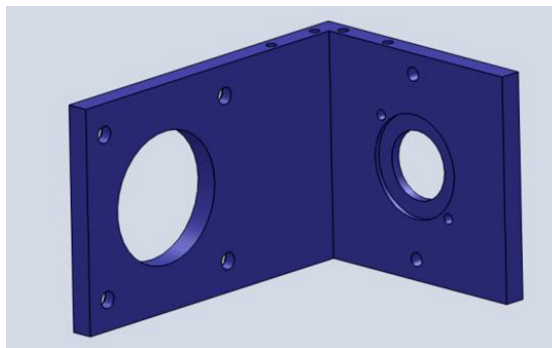


Figura 5.10 Diseño CAD de eslabonamientos de prototipo.

Los eslabones, no solamente son elementales para la unión entre estos y los sistemas servo-reductor; sino también tienen como finalidad posibilitar la variación entre los ángulos de torsión α (ángulos de diseño). La variación es lograda a través de las ranuras maquinadas que se aprecian en las imágenes de la Figura 5.11 y Figura 5.12.

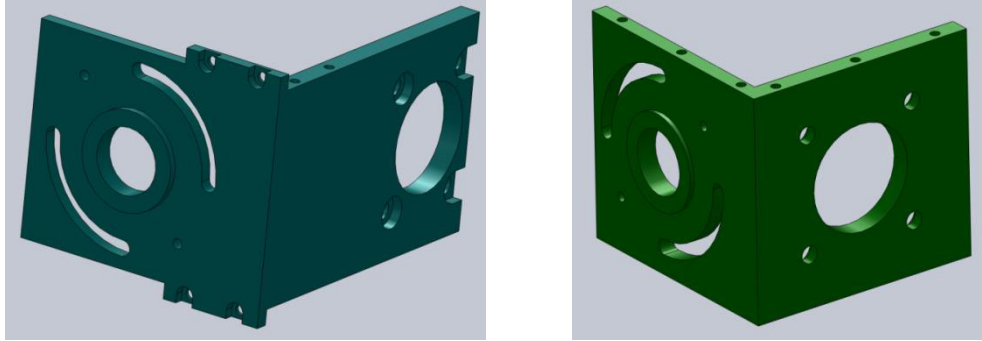


Figura 5.11 Diseño CAD de eslabonamientos con maquinado de ranuras para variación en ángulos de torsión α .

Las ranuras y el maquinado no solamente permiten el giro para la variación de los ángulos de torsión α , sino que además el diseño contempla la adaptación de encoders rotatorios de alta resolución necesarios para un registro preciso, ver Figura 5.12.

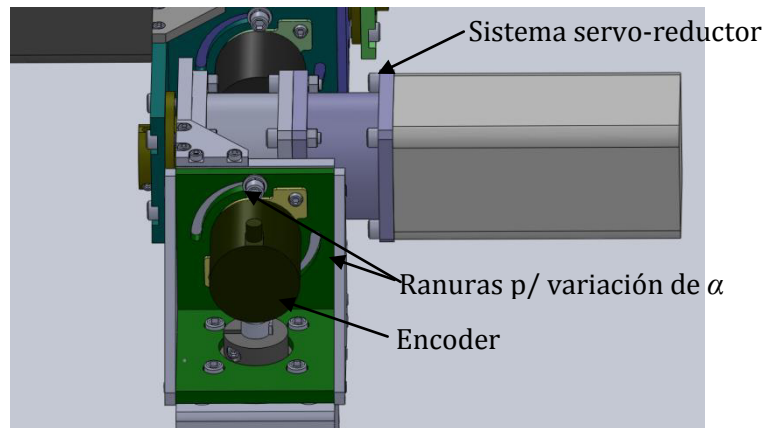


Figura 5.12 Diseño CAD indicando ranuras para variación de ángulos de torsión α , encoder, y arreglo preliminar del sistema servo-reductor.

El encoder utilizado, del tipo rotatorio incremental, tiene una resolución de 2000 pulsos/revolución. Cada cuadratura de pulso se compone por 4 combinaciones de registro de cambios en la señal digital detectada; siendo aún más sensibles al movimiento, y registrando en total una resolución de 8000 pulsos/revolución. El encoder estará conectado al tablero de control para el registro de movimiento.

5.4.3 Juntas

Las juntas o uniones entre eslabonamientos, se encuentran directamente ensambladas con el sistema servo-reductor para cada eslabón, ver Figura 5.13.

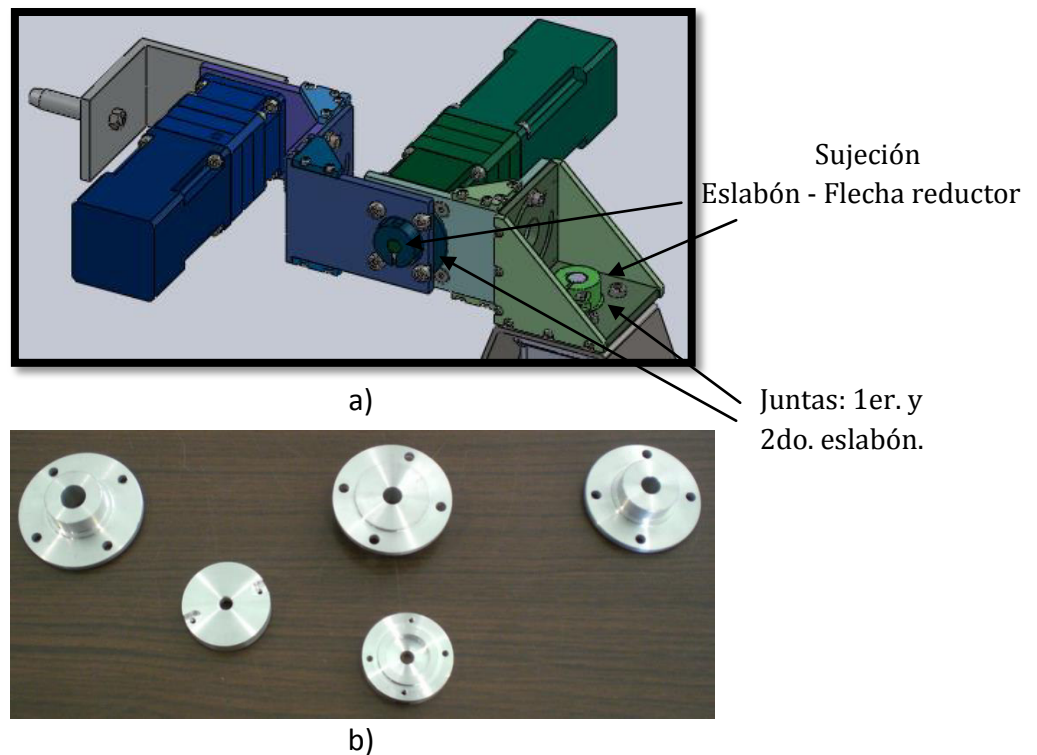


Figura 5.13 Esquema representativo de juntas o uniones entre eslabonamientos: a) ensamble CAD b) Piezas manufacturadas en aluminio.

Cada una de las juntas deberá permitir el libre movimiento entre eslabones, procurando que la sujeción al sistema servo-reductor tenga el menor “patinamiento” o traslape posible al momento del giro. El traslape puede ser generado debido a una sujeción inadecuada entre los eslabones y la flecha de salida del reductor de velocidad, ver Figura 5.13 a).

Los dispositivos de sujeción, se muestran en la Figura 5.14, tanto para el primer eslabón a), como para el segundo y tercero b):

- El primer eslabón se encarga del movimiento del sistema completo debido a que manipula el peso total del prototipo. Por tanto, el reductor de velocidad contenido en el mismo se encuentra reforzado en mayor proporción que los otros dos reductores de velocidad. Además, la flecha de salida tiene un diámetro mayor y un cuñero adicional, ver Figuras 5.14 b) y 5.15 b).
- Para el segundo y tercer eslabón, la sujeción adecuada se logra únicamente con el apriete mediante el concepto mostrado en la Figura 5.14 a).

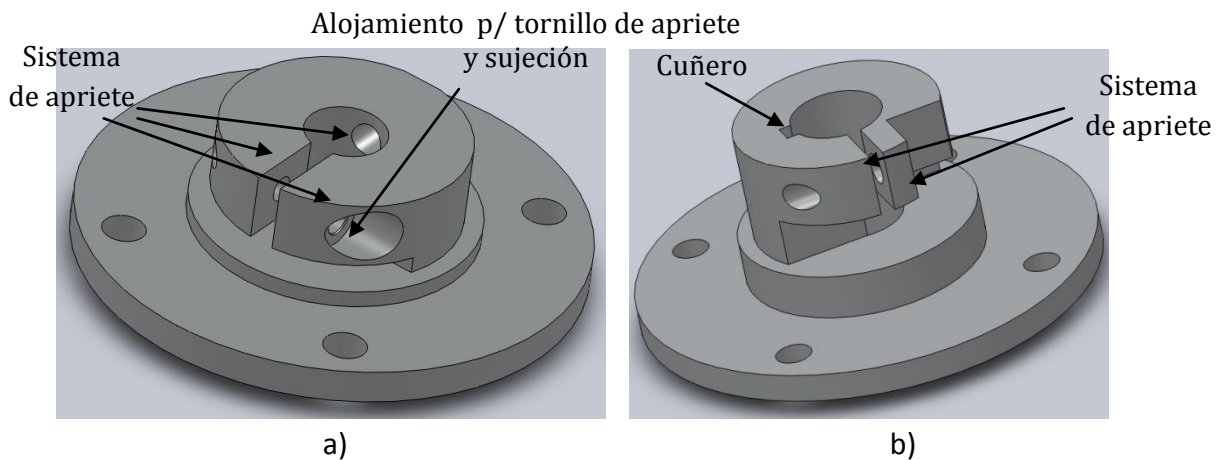


Figura 5.14 Dispositivos de sujeción entre eslabones y flecha de salida del reductor de velocidad: a) eslabones 2 y 3 (Hombro-codo), b) eslabón 1 (base).

Los reductores de velocidad utilizados en la base y el hombro del prototipo se muestran en la Figura 5.15.

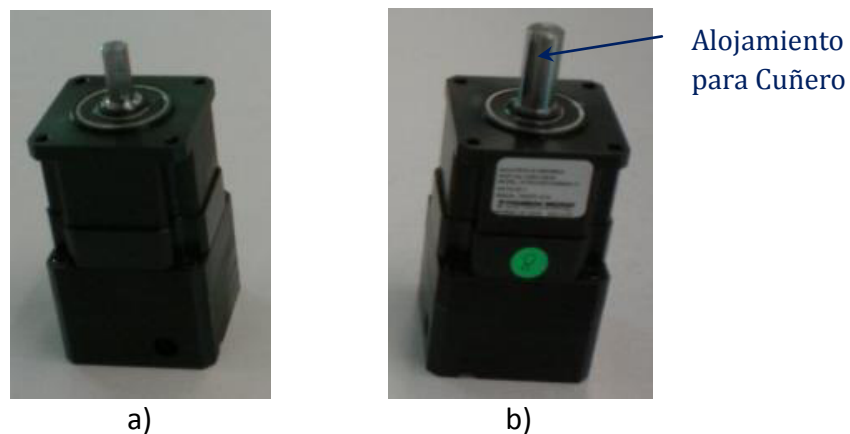


Figura 5.15. Reductores de velocidad planetarios NEMA23: a) ubicado en el hombro, y b) ubicado en la base.

En la Figura 5.16, se muestran dos de los tres servomotores SM23. Además, se incluye su respectivo reductor de velocidad. Las características completas se encuentran ubicadas en las Tablas 5.9 y 5.10.

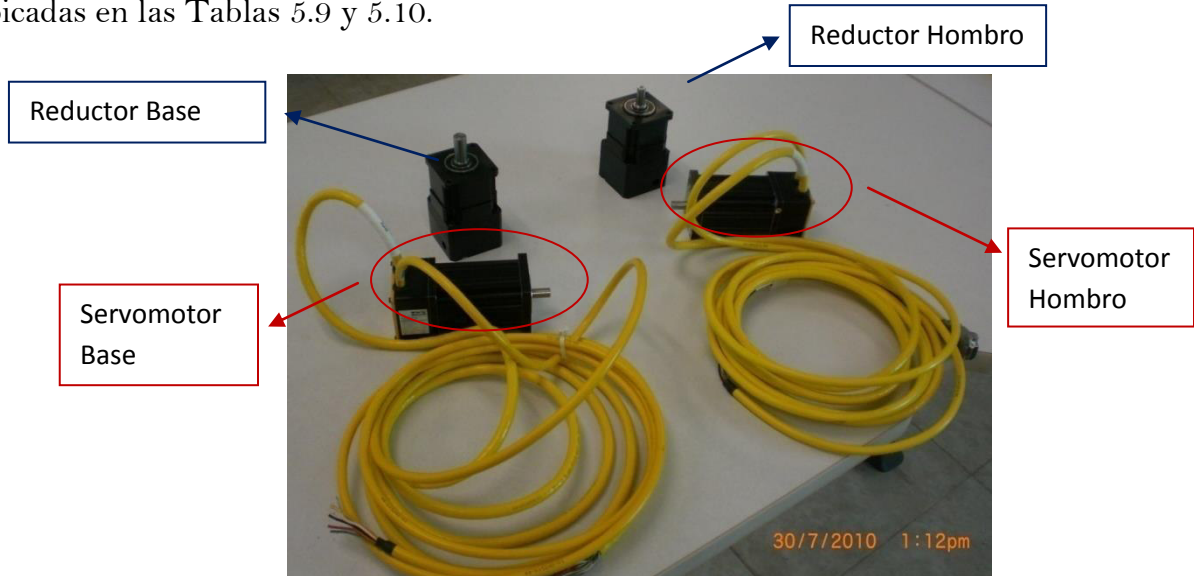


Figura 5.16 Servomotores y reductores de velocidad NEMA 23 adquiridos.

5.4.4 Prototipo

Las Figuras 5.17 y 5.18 muestran la vista lateral y superior del prototipo de manera respectiva. En ambas vistas se ilustran los parámetros DH longitudinales del prototipo. Los valores de cada parámetro se indican en la Tabla 5.5.

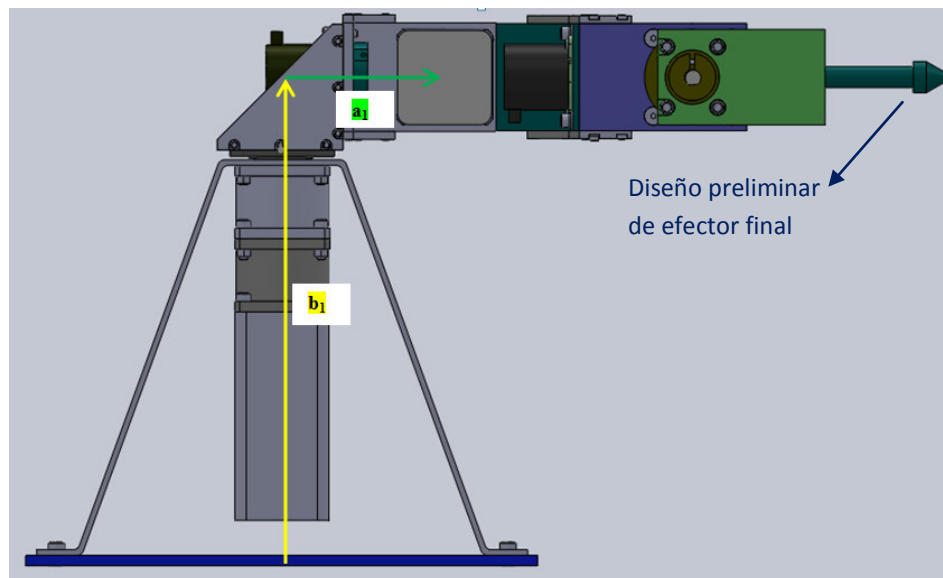


Figura 5.17 Vista lateral de prototipo, diseño CAD.

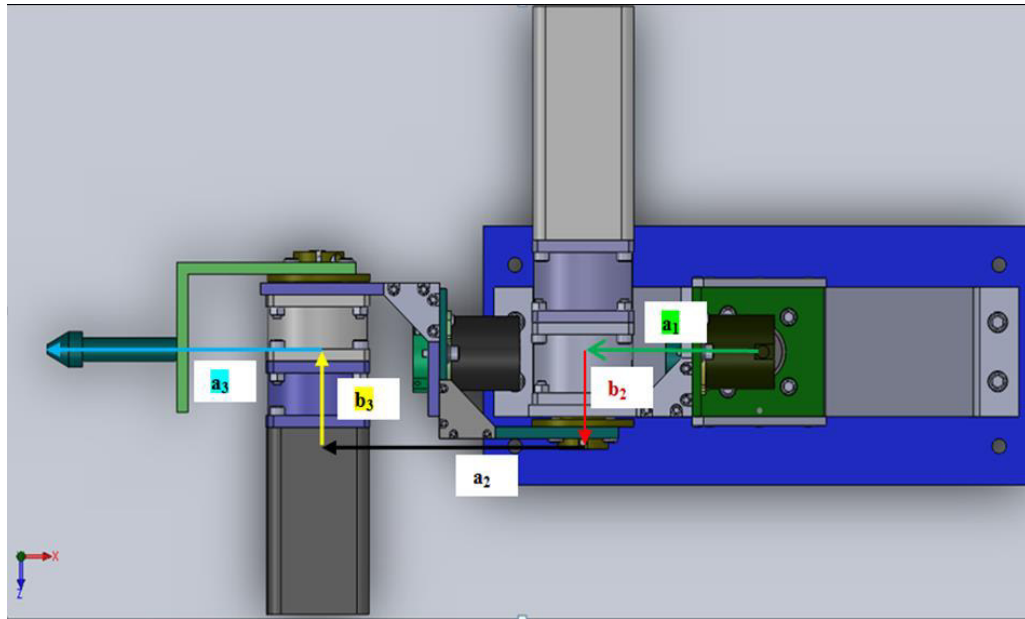


Figura 5.18 Vista superior de prototipo, diseño CAD.

Aunque los valores de los ángulos de torsión para la arquitectura mostrada son: $\alpha_1 = -90^\circ, \alpha_2 = 180^\circ$; no se indican en la Tabla 5.10, esto debido a que pueden variar de acuerdo a los requerimientos.

Tabla 5.10 Parámetros longitudinales D-H de prototipo.

Parámetros Denavit-Hartenberg			
Eslabón	b_i (mm)	a_i (mm)	α_i (°)
1	296.555	100.194	-
2	0	150.050	-
3	0	150.250	-

Finalmente, las Figuras 5.19 y 5.20 muestran el diseño definitivo del prototipo. En la Figura 5.19 se muestra el prototipo obtenido de un paquete CAD de diseño. La Figura 5.20 muestra el prototipo real ya construido. En ésta última se muestra el prototipo en dos arquitecturas, una ortogonal y una arbitraria.

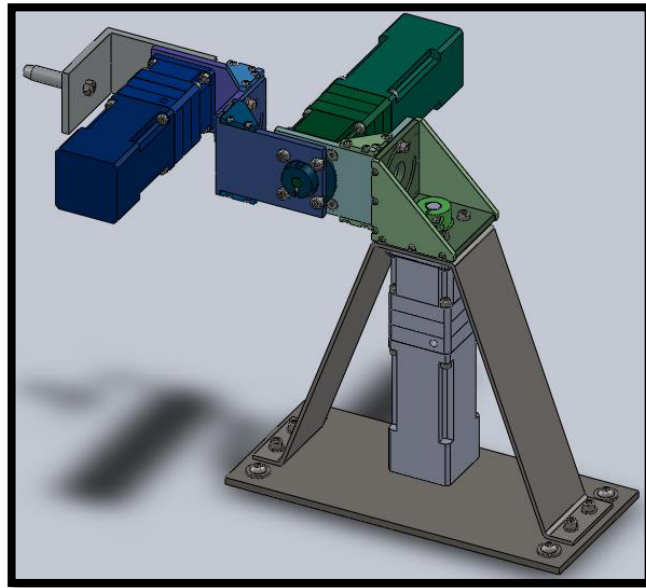


Figura 5.19 Prototipo experimental-diseño CAD.



a)



b)

Figura 5.20 Prototipo experimental 3R. a) Arquitectura ortogonal $[\alpha_1 = -90^\circ, \alpha_2 = 180^\circ]$, b) Arquitectura arbitraria $[\alpha_1 = -120^\circ, \alpha_2 = 210^\circ]$.

En la configuración mostrada en las Figuras 5.19 y 5.20, los ángulos de torsión α se delimitan a: $-90^\circ \leq \alpha_1 \leq -180^\circ$, $180^\circ \leq \alpha_2 \leq 270^\circ$; pero de acuerdo al diseño, se puede cubrir más de un cuadrante.

5.5 SISTEMA DE CONTROL

El sistema de control para cada servomotor está compuesto por: un servoamplificador (*drive*), un controlador (*controller*), el equipo de cómputo (PC) y el software de control, ver esquema de conexión de componentes en Figura 5.21. De estos componentes el único que se requiere de forma individual para cada servomotor es el servoamplificador necesario para la correcta modulación de la señal.

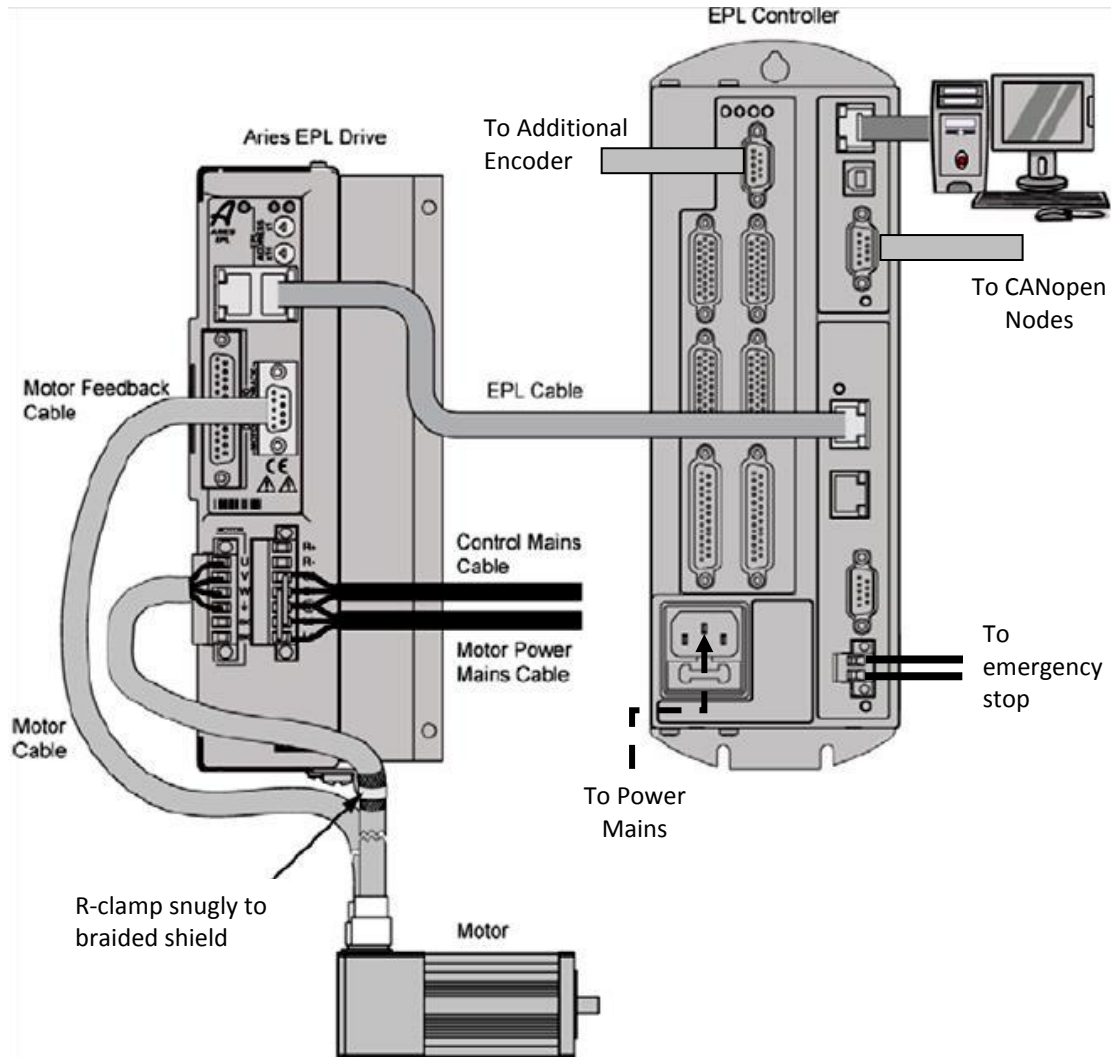


Figura 5.21 Diagrama generalizado de la conexión del sistema de control de un servomotor basado en el sistema Ethernet PowerLink EPL [53].

El equipo adquirido para el funcionamiento del prototipo es el controlador digital ACR9640/P3/U0/B0 DC, así como los tres servo-amplificadores Aries AR-08PE. Las dimensiones del controlador ACR9640 y servoamplificador ARIES AR-08PE utilizadas para su montaje se describen en el **Apéndice E**.

5.5.1 Controlador digital ACR9640

Las características principales del controlador ACR9640, se enlistan a continuación:

- Control vía Ethernet Powerlink EPL de hasta 16 ejes de manera simultánea
- Control simultáneo de hasta ocho ejes (Ocho servomotores)
- Comunicación: Ethernet, Ethernet Powerlink, USB 2.0, CANopen, RS232 y RS245
- Multitareas, 24 programas como límite de ejecución de manera simultánea
- Interpolación de hasta 8 ejes, para cualquier combinación
- Alimentación de 24 Volts de corriente directa (VDC)
- Herramientas de configuración, optimización y diagnóstico ACR *view* SDK, utilizadas para la comunicación entre controlador y amplificadores ARIES vía EPL.

El controlador ACR9640, forma parte de la familia de los controladores ACR9000, por tanto son totalmente compatibles. La Figura 5.22 describe cada uno de los términos utilizados en el serial de la familia de controladores ACR9000.

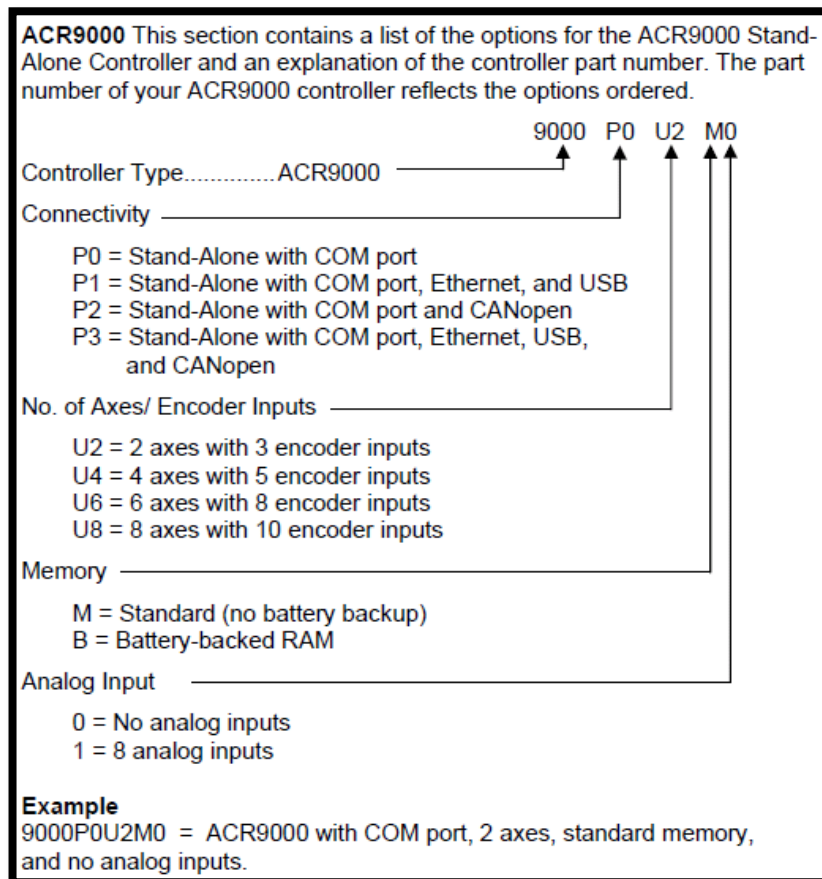


Figura 5.22 Descripción de términos de controladores con serie ACR9000 [53].

En la Figura 5.23 se muestra cada uno de los componentes del controlador serie ACR9640.

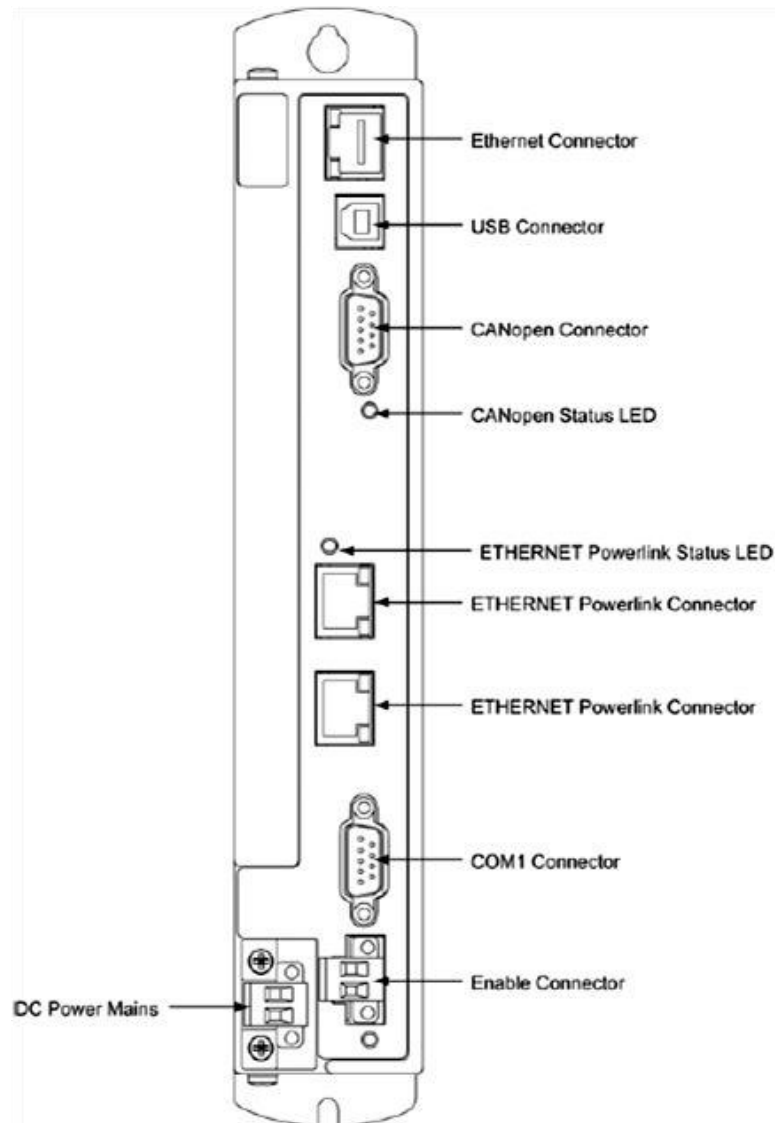


Figura 5.23 Principales componentes del controlador ACR9640.

La comunicación del sistema de control para el presente proyecto de tesis será vía ETHERNET Powerlink.

5.5.2 Servo-amplificadores Aries ETHERNET PowerLink (EPL) AR-08PE de 750W

Los servo-amplificadores Aries EPL son del tipo digital y resultan ser altamente eficientes para aplicaciones de control de movimiento. La Figura 5.24 describe cada uno de los términos utilizados en la serie indicada para los servoamplificadores Aries EPL.

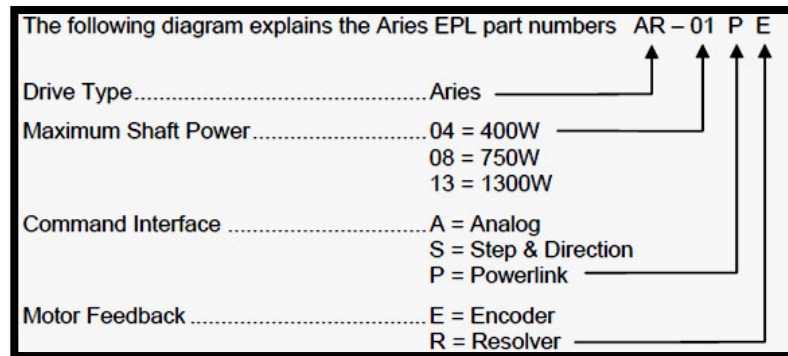


Figura 5.24 Descripción de terminología de servoamplificadores Aries EPL [54].

El suministro de voltaje de los servo-amplificadores ARIES AR-08PE puede ser de 120 ó 240 Volts de corriente alterna (VAC) en fase sencilla. La potencia máxima de salida es de 750W con un suministro de 240 VAC. La corriente continua promedio de salida es de 4.5A, y la corriente pico es de 13.5A. La diferencia entre el suministro de de voltaje 120 VAC ó 240 VAC se muestra en la Tabla 5.11.

Tabla 5.11 Potencia de disipación para servo-amplificadores ARIES AR-08PE [54].

Voltage	Shaft Power		
	0W*	200W	700W
120 VAC	13W	42W	60W
240 VAC	24W	60W	73W

* Drive enabled, zero torque.

En la Figura 5.25 se ilustran las curvas de comportamiento del amplificador ARIES AR-08PE en funcionamiento con un motor marca Parker serie BE343J. Las curvas de comportamiento también ilustran la diferencia entre alimentar los amplificadores mediante 120 ó 240 VAC, y estas se encuentran en relación directa con la potencia suministrada a la flecha del motor y la potencia disipada hacia el medio ambiente.

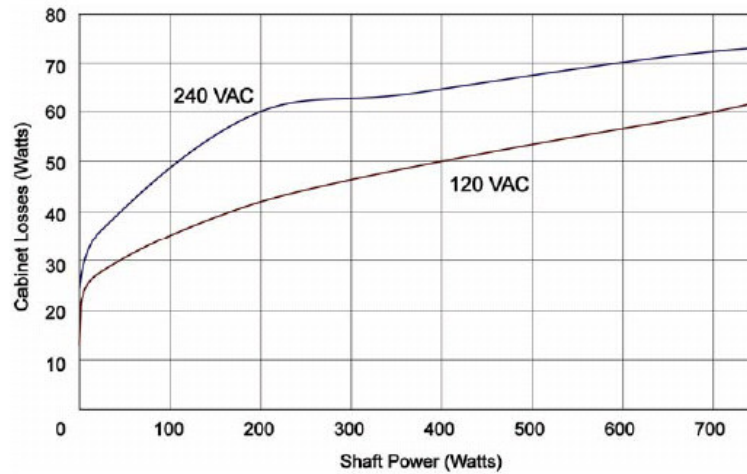


Figura 5.25 Curvas de comportamiento para un motor Parker BE343J en funcionamiento con un servo-amplificador ARIES AR-08PE [54].

De las curvas especificadas por el fabricante se puede apreciar de manera general que cuanto mayor sea la potencia suministrada a la flecha del motor mayor será la potencia disipada hacia el medio ambiente. De acuerdo a [54], el cálculo de la potencia disipada por un amplificador durante el funcionamiento con el servomotor designado se define por medio de la ecuación (5.9).

$$P_{LOSS} = \frac{P_{MOTOR}}{E_{MOTOR}} (1 - E_{DRIVE}) \quad (5.9)$$

Donde

P_{LOSS}	Potencia disipada (Watts)
P_{MOTOR}	Potencia suministrada a flecha de servomotor (Watts)
E_{MOTOR}	Eficiencia del motor ($\approx 0.85 \equiv 85\%$)
E_{DRIVE}	Eficiencia del servoamplificador ($\approx 0.90 \equiv 90\%$)

El fabricante recomienda las curvas de torque *vs* velocidad para determinar el torque del servomotor cuando se encuentra en funcionamiento. Si el torque no es conocido, utilizar la base “*knee*”, esto es, el lugar donde se interceptan las curvas del torque pico y el torque continuo, aunque esto suponga el peor escenario para el movimiento continuo. Para los servomotores utilizados en el presente proyecto de tesis, las curvas de comportamiento fueron mostradas en la Figura 5.4.

En la Figura 5.26 se muestra cada uno de los conectores del amplificador ARIES AR-08PE.

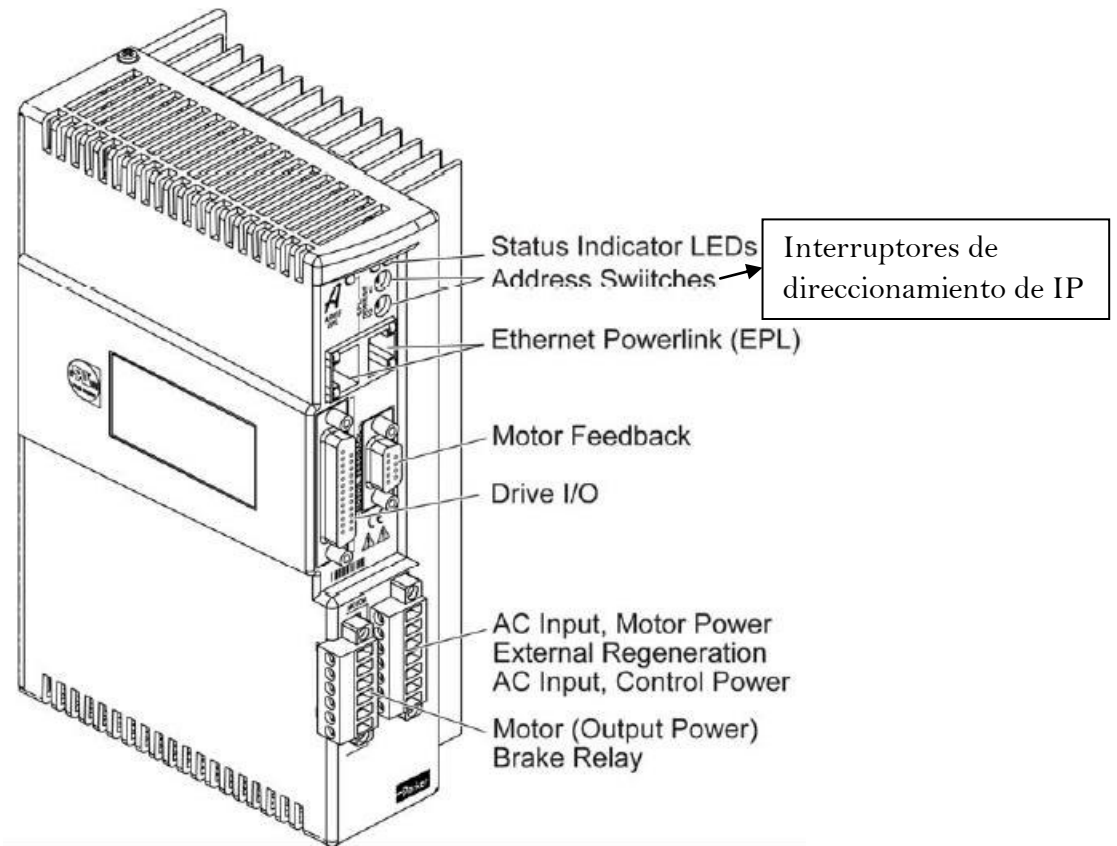


Figura 5.26 Ubicación de los conectores del servo-amplificador ARIES AR-08PE.

En la Figura 5.27 se muestra el conector de retroalimentación del servomotor (ilustrado como *Motor Feedback* en Figura 5.26), éste se encuentra compuesto por 15 pines conectores, incluido las entradas para retroalimentación del encoder, el switch térmico y los sensores de efecto Hall.

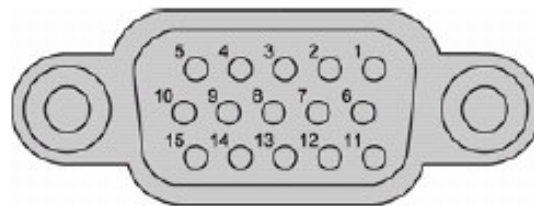


Figura 5.27 Conector de retroalimentación del servomotor, pieza hembra.

Cada uno de los pines conectores ilustrados en la Figura 5.27 se detallan en la Tabla 5.12.

Tabla 5.12 Descripción de pines conectores para la entrada a retroalimentación de los servomotores [54].

Signal	Pin	Description
ENC Z+ / DATA+	1	Encoder Z Channel in
ENC Z- / Data-	2	Encoder Z Channel in
DGND	3	Encoder power return
+5 VDC	4	+5 VDC Encoder power
+5 VDC	5	+5 VDC Hall power
DGND	6	Hall power return
ENC A- / SIN-	7	Encoder A Channel in
ENC A+ / SIN+	8	Encoder A Channel in
Hall 1 / SCLK+ *	9	Hall 1 input
Thermal+	10	Motor thermal switch/thermistor
Thermal-	15	Motor thermal switch/thermistor
ENC B- / COS-	11	Encoder B Channel in
ENC B+ / COS+	12	Encoder B Channel in
Hall 2 / SCLK- *	13	Hall 2 input
Hall 3	14	Hall 3 input
* When using the SinCos protocol, pins 9 and 13 require twisted pair wiring.		

En la Tabla 5.13 se definen las características de mayor importancia de las entradas al encoder ubicado en el servomotor y referenciado como la herramienta que define la exactitud.

Tabla 5.13 Características eléctricas de las entradas a encoder [54].

Description	Min	Typical	Max	Units
Common Mode Range	-7		+7	V
Current—Encoder			250	mA
Current—Hall			250	mA
Differential Threshold Voltage	-200		+200	mV
Differential Termination Impedance		120		ohms
Thermal Switch Current			2	mA
Thermal Switch Voltage Maximum (supplied)			15	V
Input Frequency (pre-quadrature)			2	MHz
Note: All parameters are at the connector pin.				

5.5.3 Activación de Prototipo.

Con las conexiones ya establecidas del sistema de control para el movimiento del prototipo experimental, ver Figuras 5.21 y **Apéndice F**, se procede a lograr la comunicación entre equipo y software.

El primer paso consiste en asignar la dirección de red IP a la computadora con los siguientes dígitos 192.168.10.40, así como una subred definida como 255.255.255.0. Para asignar la dirección de red IP al controlador a través del software se recomienda no asignar la misma dirección que para la computadora sino un número consecutivo para los últimos dos dígitos, por ejemplo 192.168.10.41.

Para el caso de los servoamplificadores se debe indicar un direccionamiento consecutivo de forma manual a través de los interruptores (DIP *switches*) ubicados en estos, ver Figura 5.28.

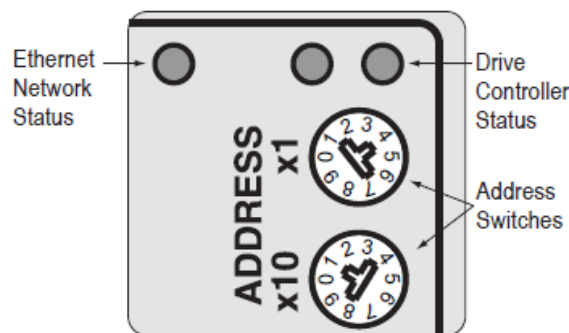


Figura 5.28 Interruptores de direccionamiento de IP ubicados en servoamplificadores ARIES.

Para el presente proyecto los interruptores se ubicaron referenciados de la siguiente forma: x1 en 1 para el primer servoamplificador, x1 en 2 para el segundo y x1 en 3 para el tercero; en tanto que x10 se ubicó en 0 para los tres casos. Este direccionamiento consecutivo también debe ser indicado a través del software junto con la serie de cada servomotor (Tabla 5.9) al momento de dar de alta en el controlador cada uno de los servoamplificadores. La ubicación de los interruptores de direccionamiento de IP (*Address Switches*) en el servoamplificador se puede apreciar en la Figura 5.26.

En la Figura 5.29 se muestra el ambiente gráfico del software utilizado. Para este caso se ha ubicado una aplicación del osciloscopio encargado de la adquisición de datos de salida de los servomotores.

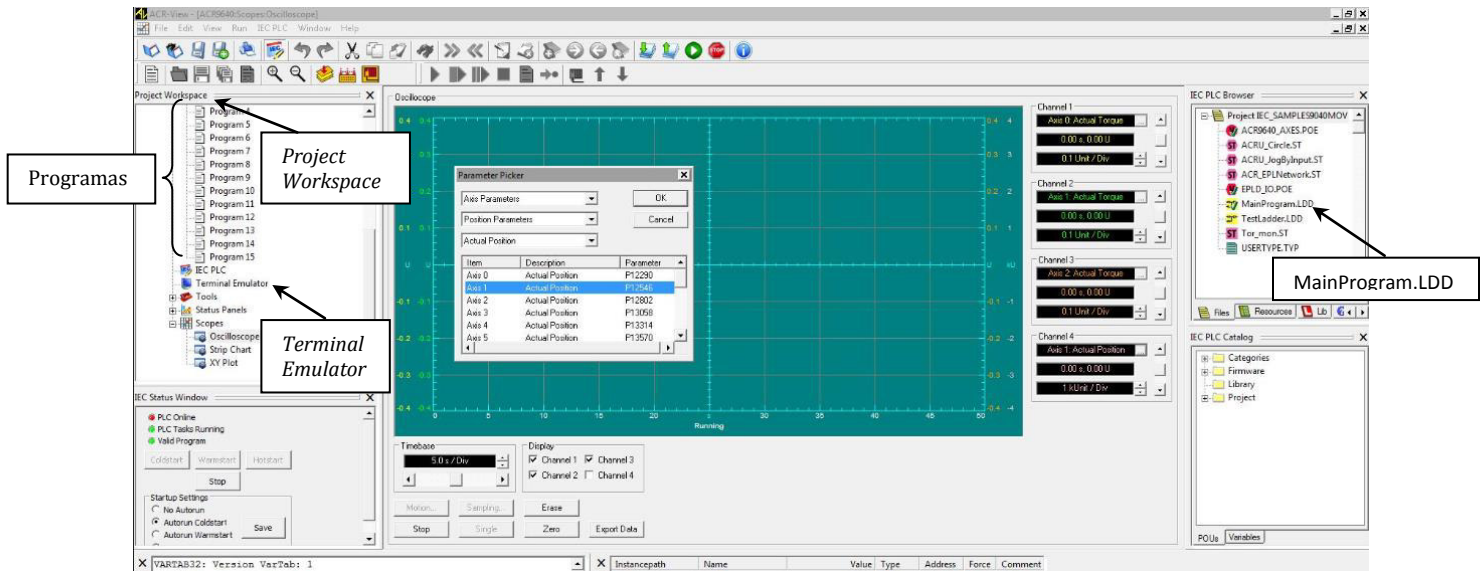


Figura 5.29 Ambiente gráfico de software ACR-View® versión 6.2.0.

La Figura 5.30 describe cada uno de los componentes del árbol del espacio de trabajo del proyecto (*Project Workspace*).

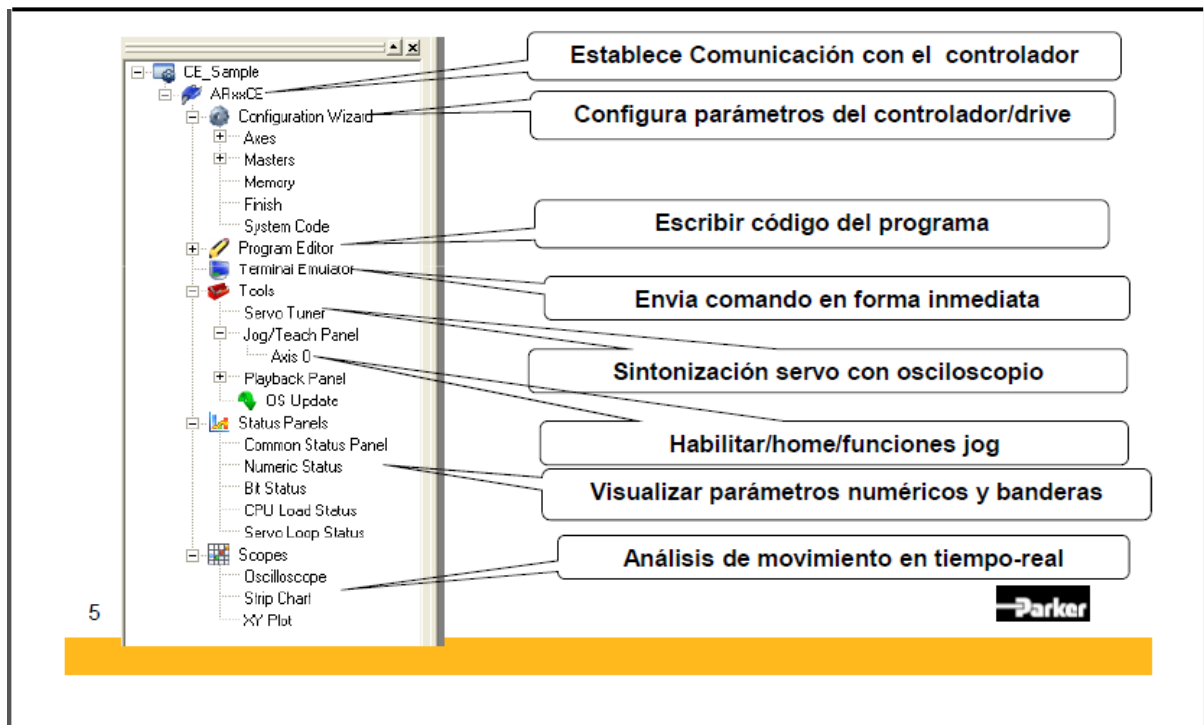


Figura 5.30 Componentes de árbol de trabajo de proyecto en software ACR-View.

Como proceso final de activación de los servomotores, se debe teclear el comando SET 140 en la hoja de programación desplegada por la selección de la opción *Terminal Emulator*, ubicada en el extremo izquierdo (en *Project Workspace*) de la Figura 5.29 y descrita en la Figura 5.30. Antes de ello, se debe comprobar la correcta comunicación al oprimir el botón “conectar” en la ventana inicial desplegada por el software y percibir el texto “*Connected succesfully to controller*” desplegado en la parte inferior. El uso adecuado de los comandos y herramientas de programación se puede indagar en las manuales referenciados en [52]-[55]; el total de manuales de programación se encuentran en la dirección electrónica www.parkermotion.com.

De manera general, en la hoja desplegada por el emulador terminal (*Terminal Emulator*) se pueden activar y desactivar los servomotores, además de la ejecución de los programas definidos por el usuario. Para el presente proyecto fue necesario del auxilio de la estructuración en lenguaje escalera para el programa base de ejecución y monitoreo del funcionamiento del prototipo. Esta herramienta de programación se encuentra ubicada en el extremo derecho del ambiente gráfico del software definida como MainProgram.LDD, ver Figura 5.29.

Es importante señalar que el software ACR-View® soporta librerías y aplicaciones en lenguajes Visual C++, Visual Basic, Visual C#, Microsoft.NET, LabVIEW® y Delphi.

5.5.4 Herramientas cinemáticas en software ACR-View®.

Es importante mencionar que ACR-View® incluye en [55] herramientas como la cinemática inversa para robots, descrita en el diagrama de bloques de la Figura 5.31.

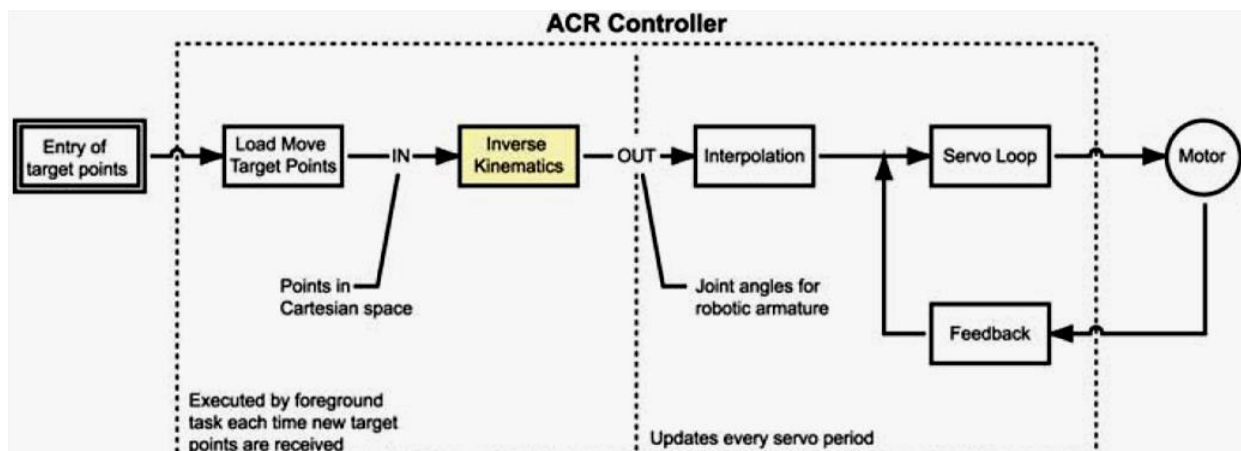


Figura 5.31 Diagrama de bloques incluyendo la cinemática inversa de robots dentro de un controlador de la serie ACR [55].

El diagrama indica la logística del controlador tipo ACR. Para este caso, el controlador junto con los algoritmos ya incluidos de la cinemática inversa, transforma las coordenadas cartesianas (registradas en el primer bloque: *Entry of target points*) a coordenadas rotacionales (de juntas), esto para llegar a la posición requerida. Una vez transformadas, el controlador interpola los datos de entrada (*Entry of target points*) para generar una trayectoria de movimiento. El comando para definir la aplicación de cinemática inversa dentro del lenguaje AcroBASIC, se define como INVK.

La aplicación de la cinemática inversa se encuentra directamente relacionada con la generación de trayectorias. Como ya se mencionó en el capítulo anterior, la generación de trayectorias se divide en tres principales tipos: 1. Generación punto a punto, utilizada en el presente proyecto de tesis, 2. Generación de trayectorias continuas y 3. Generación de trayectorias coordinadas; éstas últimas requieren de procesos de interpolación.

De acuerdo al Manual ACR [55], los procesos de interpolación que pueden ser incluidos en los códigos de programación del software ACR-View® son del tipo: lineal, circular, sinusoidal, helicoidal, elíptico, por *splines*, *nurbs* y arcos tridimensionales.

6. RESULTADOS

6.1 INTRODUCCIÓN

Los resultados reportados en el presente capítulo se concentran en la evaluación de la energía empleada por el manipulador analizado para el recorrido de una trayectoria. Se pretende que el proceso de evaluación de energía se encuentre en función del valor que puedan tomar los ángulos de torsión α_1 y α_2 . Los resultados descritos comprenden datos obtenidos experimentalmente y datos obtenidos a partir de modelos matemáticos.

6.2 ENERGÍA CONSUMIDA DURANTE RECORRIDO DE LA TRAYECTORIA

En los robots industriales la energía empleada durante el recorrido de la trayectoria se define de dos formas: 1. Por medio del monitoreo de la corriente eléctrica consumida por los servomotores durante su funcionamiento, y 2. Mediante el monitoreo del torque y la velocidad angular.

1. Para el primer caso la energía consumida se define mediante la sumatoria de la integral del producto de la corriente eléctrica $I(t)$ y el voltaje $V(t)$ suministrados a cada servomotor del robot; así como del tiempo de recorrido, ecuación (6.1).

$$E(t) = \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^{t_f} V(t)I(t)dt \quad (6.1)$$

Donde n representa el número de servomotores que componen el robot.

Es importante señalar que la cantidad de voltaje $V(t)$ aplicado al servomotor es proporcional a la distancia que necesita viajar. Por tanto, si el eje necesita regresar una distancia considerable, el servomotor regresará a toda velocidad. En cambio si éste necesita regresar solo una pequeña distancia, el servomotor girará a una velocidad más lenta.

En el caso de que los resultados obtenidos experimentalmente, se encuentren fundamentados en la ecuación (6.1), se deben definir algunas relaciones y consideraciones que serán útiles durante el análisis.

Como ejemplo, se tiene la relación entre la constante del servomotor, la corriente eléctrica suministrada y el torque desarrollado, ecuación (6.2).

$$\tau_i = K_i I(t) \quad (6.2)$$

Los valores de la contante “ K_i ” de los servomotores empleados en el presente proyecto se definieron en la Tabla 5.4. El valor de la constante del motor “ K ” no es más que la sensibilidad del torque dividida por la raíz cuadrada de la potencia del embobinado del servomotor [52]. Las siguientes ecuaciones describen la relación que existe entre las características eléctricas y la constante del servomotor.

$$K = \frac{\tau}{\sqrt{P_o - P_i}} \quad (6.3)$$

$$P_i = VI \quad (6.4)$$

$$P_o = \tau \dot{\theta} \quad (6.5)$$

Donde:

τ Torque requerido por la aplicación

P_i Potencia de entrada

P_o Potencia de salida

Mientras que la potencia de “entrada” del servomotor se encuentra en función del voltaje y corriente suministrados, ecuación (6.4), la potencia de “salida” se encuentra en función de la velocidad angular y el torque requerido, ecuación (6.5). Por tanto, la potencia registrada durante el funcionamiento del prototipo desarrollado representa la potencia de “salida”.

2. La segunda forma de evaluar la energía empleada se define como la sumatoria de la integral del torque desarrollado $\tau(t)$ por cada una de las juntas del manipulador multiplicado por su respectiva velocidad angular $\dot{\theta}(t)$ durante el tiempo de recorrido, ecuación (6.6).

$$E(t) = \sum_{i=1}^n \left(\int_{t_0}^{t_f} \tau(t) \dot{\theta}(t) dt \right) \quad (6.6)$$

Ésta última ecuación, será la utilizada para los resultados analíticos y experimentales, descritos en este capítulo.

Para el presente caso de estudio no se definirá de forma concreta una función objetivo y sus restricciones debido a que la solución cinemática inversa, ilustrada en el capítulo 2, no se ha logrado obtener de forma cerrada.

6.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES

De manera experimental con base en lo analítico, en caso de tener la oportunidad de plantear una función objetivo que permita al prototipo experimental el mínimo gasto de energía para el recorrido de una trayectoria, se tiene:

$$\min E_t = \sum_{i=1}^n E_i(x) \quad (6.7)$$

Función que se encontraría sujeta a las restricciones siguientes:

$$\left[\alpha_{1i} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1f} \right], \quad \left[\alpha_{2i} \leq \alpha_2 \leq \alpha_{2f} \right] \text{ límite en ángulos de torsión } \alpha_1 \text{ y } \alpha_2$$

$$q_{il} \leq q_i \leq q_{iu} \text{ límite en juntas } \theta_i$$

$$\left| \dot{q}_i \right| \leq \dot{q}_{i\max} \text{ límite de velocidad angular}$$

$$\left| \ddot{q}_i \right| \leq \ddot{q}_{i\max} \text{ límite de aceleración angular}$$

$$\left| \overset{\dots}{q}_i \right| \leq \overset{\dots}{q}_{i\max} \text{ límite de } \textit{jerk} \text{ o tirón}$$

$$\left| \tau_i \right| \leq \tau_{i\max} \text{ límite de torque}$$

Las primeras dos restricciones dependen principalmente del diseño y arquitectura del prototipo. Las demás restricciones dependen de los parámetros de funcionamiento de los servomotores implementados en el prototipo, no consideradas en un modelo analítico.

De manera general, en los robots industriales las restricciones se dividen en dos tipos: restricciones de montaje y restricciones geométricas. Las restricciones de montaje se utilizan para asegurar que el manipulador será físicamente capaz de alcanzar todos los puntos en la trayectoria definida. Las restricciones geométricas garantizan que la trayectoria se localice dentro del espacio de trabajo del manipulador [67]. También se pueden dividir en restricciones cinemáticas (velocidades, aceleraciones y *jerk* de juntas) y dinámicas (torque, potencia y energía en juntas), [68], las cuales garantizan que el manipulador no pasará por una configuración singular mientras recorre la trayectoria establecida.

6.3.1 Procedimiento

Para el presente caso de estudio, al prototipo experimental se le asignaron valores de entrada por medio del software destinado. Los valores de entrada incluyeron considerar una posición angular inicial de referencia (posición de *home*), posiciones angulares finales para cada servomotor, velocidad angular de movimiento, aceleración y desaceleración, así como el *jerk* o “tirón”. Los valores asignados fueron los mismos para cada servomotor, a excepción de las posiciones angulares, ver Tabla 6.1. Dichas posiciones angulares inicial y final para cada servomotor son las encargadas de definir la trayectoria establecida para el presente análisis. En tanto que los valores de diseño del prototipo utilizados han sido descritos en la Tabla 5.10. Para el caso de los ángulos de torsión se tiene que $\alpha_1 = -90^\circ$ y $\alpha_2 = 180^\circ$, valores comúnmente utilizados en robots industriales.

Con los valores de entrada, la ejecución del movimiento del prototipo se hizo repetitiva para obtener las gráficas y valores de salida definiendo el comportamiento de cada servomotor. Las gráficas y valores de salida seleccionados fueron la evolución de: tiempo, torques suministrados, posiciones y velocidades angulares, ver Figuras 6.1-6.4. En el **Apéndice G** se indica el código desarrollado para la ejecución del movimiento del prototipo y la generación de estas gráficas con base en el software ACR-View® destinado para el proyecto.

Tabla 6.1 Valores cinemáticos de entrada para ejecución de movimiento del prototipo.

ENTRADA	EJE 1	EJE 2	EJE 3	Unidades
Posición angular inicial	0	0	0	[°]
Posición angular final	-75	135	-105	[°]
Velocidad	50	50	50	[°/s]
Aceleración	300	300	300	[°/s ²]
Desaceleración	300	300	300	[°/s ²]
<i>Jerk</i>	300	300	300	[°/s ³]
Relación de reducción	1:25	1:15	1:10	sin unidad
Ajuste de posición angular en valores de salida registrados	277.7778 $1^\circ = \frac{4000 \text{ ppr}(25)}{360^\circ}$ $\equiv 277.7778 \text{ ppr}$	166.6667 $1^\circ = \frac{4000 \text{ ppr}(15)}{360^\circ}$ $\equiv 166.6667 \text{ ppr}$	111.111 $1^\circ = \frac{4000 \text{ ppr}(10)}{360^\circ}$ $\equiv 111.111 \text{ ppr}$	

Los valores 277.7778, 166.6667 y 111.111 descritos en la tabla anterior indican el ajuste que se debe hacer en la posición angular registrada por el software para cada uno de los ejes, y así obtener valores de movimiento en el rango definido de 0 a 360°. Estos ajustes son debido a la resolución de los servomotores utilizados, 4000 pulsos por revolución (*ppr*), indicados en la Tabla 5.9 del capítulo anterior. Aunque en dicha tabla se indican valores de 1000 *ppr*, cada servomotor contiene un encoder del tipo rotatorio incremental, donde cada cuadratura de pulso está compuesta por 4 posibles combinaciones del registro de cambios en la señal digital detectada; haciéndolos aún más sensibles al movimiento, registrando en total una resolución de 4000 *ppr*.

Las primeras señales obtenidas experimentalmente muestran la evolución angular de los tres ejes durante el recorrido del efector final del prototipo por la trayectoria establecida, ver Figura 6.1.

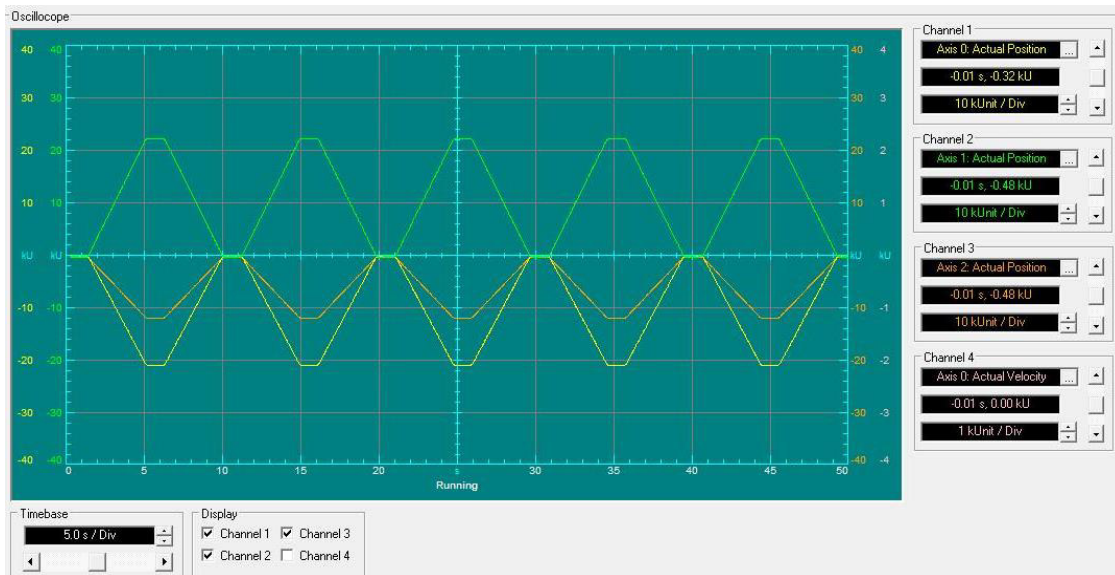


Figura 6.1 Comportamiento angular de los tres ejes del prototipo experimental durante funcionamiento.

La Figura 6.2 muestra el comportamiento del eje base (*Axis 0*).

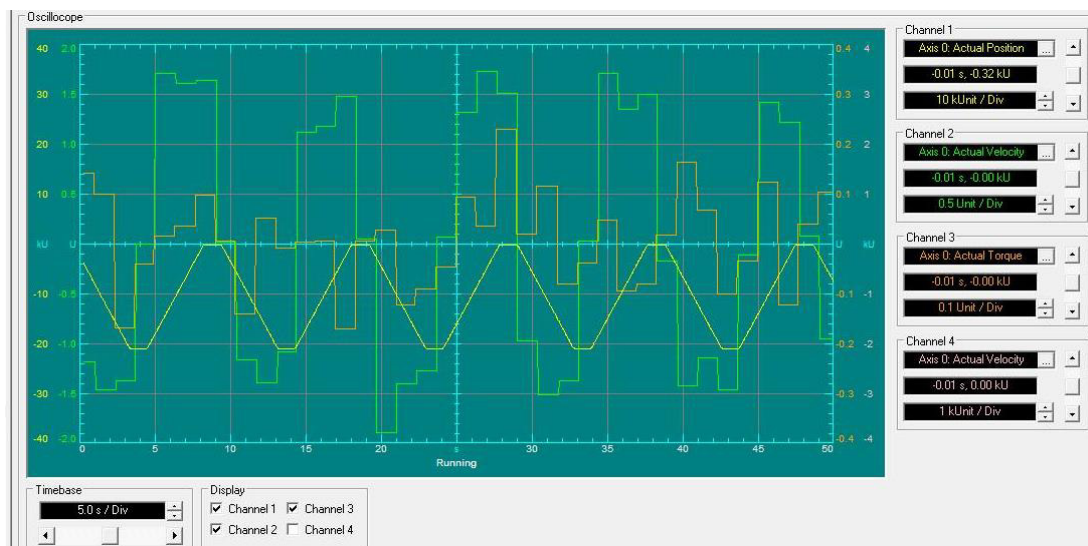


Figura 6.2 Comportamiento del eje “base” de prototipo experimental durante funcionamiento.

Las Figuras 6.2, 6.3 y 6.4 describen el comportamiento angular de cada uno de los tres ejes del prototipo experimental durante la ejecución evaluada. Las gráficas incluyen: posición angular (*Actual Position*-color amarillo), velocidad angular (*Actual velocity*-color verde) y torque (*Actual Torque*- color anaranjado).

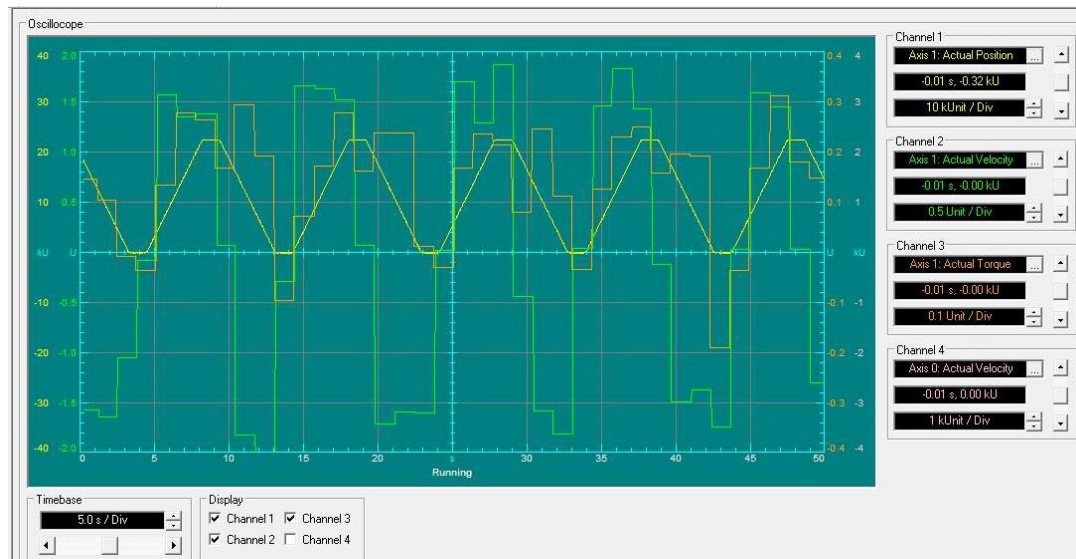


Figura 6.3 Comportamiento de eje “hombro” de prototipo durante funcionamiento.

El osciloscopio utilizado por el software alcanza a cubrir la repetición de cinco ciclos completos de ejecución del prototipo. Para el caso de velocidad angular y torque (formas no trapezoidales), los datos recopilados tienen variaciones pequeñas de ciclo a ciclo, esto se puede apreciar en cada una de las Figuras 6.2, 6.3 y 6.4. Sólo para el caso de posición angular (forma trapezoidal) no existen estas variaciones.

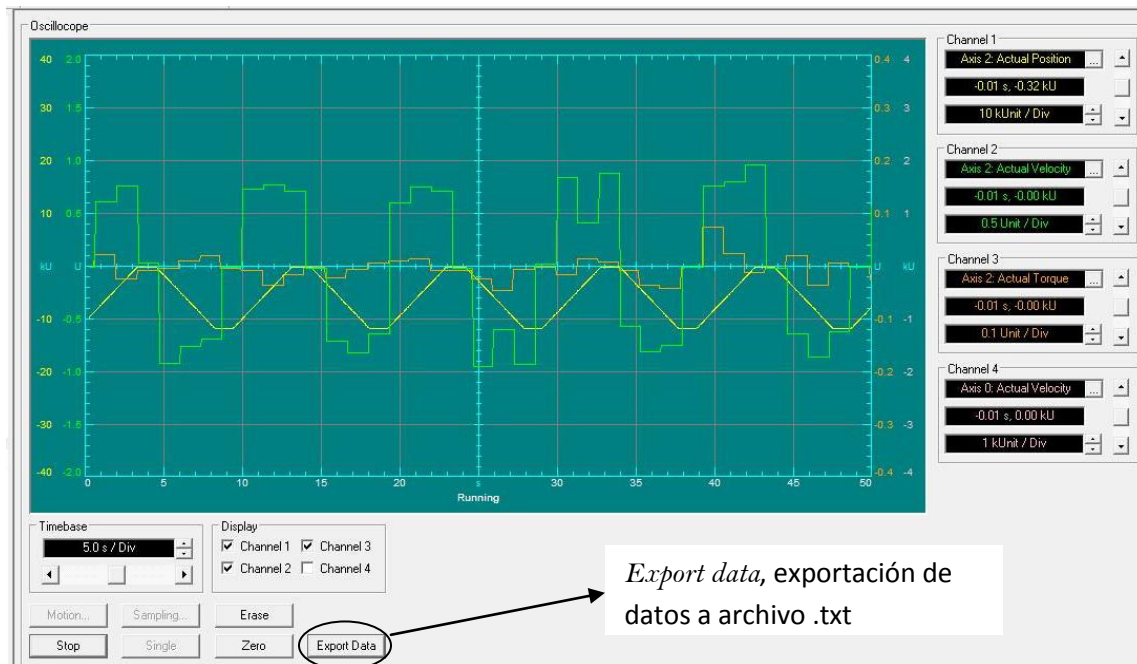


Figura 6.4 Comportamiento del eje “codo” de prototipo experimental durante funcionamiento.

En la parte inferior del entorno gráfico de la Figura 6.4, se muestra la opción de exportar los datos monitoreados a un archivo *.txt* a través del botón *Export Data*.

Con los datos obtenidos de las gráficas anteriores se evaluó la energía consumida para siete ciclos completos de ejecución del prototipo, ver Tablas 6.3 y 6.4. Los códigos y programas empleados se encuentran ubicados como Samples9040Mov archivo localizado en la carpeta de Parker Hannifin® ubicada en la carpeta de documentos de la computadora destinada al proyecto.

En su forma numérica, la Tabla 6.2 muestra la potencia y la energía consumidas por cada eje del prototipo experimental. Estas han sido evaluadas para cada ciclo de los siete registrados durante el recorrido de la misma trayectoria por el efector final. Los valores absolutos indican que el torque y la velocidad angular siempre se toman como positivos.

Tabla 6.2 Energía y potencia consumidas por cada uno de los ejes del prototipo experimental durante la trayectoria establecida.

EJE 1				
CICLO	Potencia [W]	Energía [J]	Potencia, valores absolutos [W]	Energía, valores absolutos ABS [J]
1	4.90677124	0.1498743	29.0439144	0.93011096
2	11.7868221	0.37683575	18.4301792	0.58892292
3	13.5467839	0.42320146	17.4494476	0.54926318
4	2.52075398	0.09875949	25.2306248	0.81231163
5	-3.64083492	-0.17525301	25.1835156	0.83248271
6	31.7346311	0.96116946	42.1297071	1.25500308
7	8.28523244	0.24241662	20.0077532	0.60294436

EJE 2				
CICLO	Potencia [W]	Energía [J]	Potencia, valores absolutos [W]	Energía, valores absolutos ABS [J]
1	15.2668193	0.4456822	47.0122009	1.42020004
2	12.7685548	0.352776111	66.181406	1.88963268
3	19.3210462	0.506550753	64.0746838	1.7955976
4	20.1601249	0.511290653	71.3970199	2.00552719
5	36.5119096	0.993652965	61.844968	1.72220434
6	17.5257063	0.442345143	74.12837545	2.0104597
7	16.3747441	0.45759728	74.8351219	2.07393462

EJE 3				
CICLO	Potencia [W]	Energía [J]	Potencia, valores absolutos [W]	Energía, valores absolutos ABS [J]
1	1.44295742	0.03974961	4.2793605	0.12268619
2	1.8324637	0.06049901	6.2309305	0.1845925
3	3.84761008	0.11052976	4.41316612	0.12874542
4	3.8520505	0.12112805	5.95470201	0.18075507
5	2.18506314	0.06319898	2.93620418	0.0847634
6	5.77939106	0.17259607	5.90064784	0.17601245
7	-2.05170972	-0.05546464	2.6825002	0.07395121

La Tabla 6.3 indica el total de la potencia y la energía consumida por el prototipo durante cada uno de los siete ciclos evaluados.

Tabla 6.3 Energía y potencia total consumidas por cada ciclo del prototipo experimental durante funcionamiento.

CONSUMO TOTAL POR CICLO				
CICLO	Potencia [W]	Energía [J]	Potencia, valores absolutos [W]	Energía, valores absolutos [J]
1	21.61654796	0.635306113	80.3354758	2.47299719
2	26.3878406	0.790110874	90.8425157	2.6631481
3	36.71544018	1.040281972	85.9372975	2.4736062
4	26.53292938	0.73117819	102.582347	2.99859388
5	35.05613782	0.881598935	89.9646878	2.63945045
6	55.03972846	1.576110668	122.15873	3.44147523
7	22.60826682	0.644549265	97.5253753	2.75083019

Los valores de potencia P y energía E consumidas por el prototipo experimental se han obtenido con base en las ecuaciones (6.5) y (6.6) de la siguiente forma:

$$P = \sum_{i=1}^n (\tau_{1t_i} \dot{\theta}_{1t_i} + \tau_{2t_i} \dot{\theta}_{2t_i} + \tau_{3t_i} \dot{\theta}_{3t_i}) \quad (6.8)$$

$$E = \sum_{i=1}^n [\tau_{1t_i} \dot{\theta}_{1t_i} (t_i - t_{i-1}) + \tau_{2t_i} \dot{\theta}_{2t_i} (t_i - t_{i-1}) + \tau_{3t_i} \dot{\theta}_{3t_i} (t_i - t_{i-1})] \quad (6.9)$$

Donde

t Tiempo de registro para cada uno de los datos monitoreados,

n Número de datos registrados durante el monitoreo de cada ciclo.

El tiempo de duración de cada ciclo fue de aproximadamente 9 segundos. Los intervalos de tiempo entre cada registro fueron variables entre un rango de 0.01 a 0.04 segundos, razón por la cual difieren en poco las mediciones de ciclo a ciclo. El total de registros durante cada ciclo fue de alrededor de 300 datos sensados, lo que equivale a un promedio de 33 mediciones por cada segundo que duró el ciclo.

En otras palabras, la repetitividad de los ciclos evaluados experimentalmente mediante el funcionamiento del prototipo muestra cierta discrepancia entre valores obtenidos. La desviación de estos valores puede ser aceptable, considerando la variación de tiempo entre cada registro la cual oscila entre 0.01 a 0.04 segundos. Además, es importante señalar que durante el funcionamiento del prototipo solo se pudo obtener el registro de datos de un solo eje, esto debido a que el software solo permitió la salida de cuatro señales como máximo de manera simultánea. Por ejemplo, en el ciclo 1, primero se tomaron los datos de salida del eje 1, enseguida del eje 2 y finalmente del eje 3, teniendo un desfase de tiempos entre cada registro. De manera ideal, para cada ciclo se debió haber obtenido el total de registro de datos de cada uno de los ejes de manera simultánea. De manera gráfica se puede apreciar que en las Figuras 6.2, 6.3 y 6.4 el perfil tanto de velocidad angular y de torque varían de un ciclo a otro.

De manera analítica, se pretende reproducir el movimiento del prototipo experimental logrando estimar la energía consumida. Siendo ésta comparativa analítico-experimental la determinante para la validación de resultados.

6.4 RESULTADOS ANALÍTICOS

Para los robots industriales, los perfiles de posición, velocidad y aceleración cartesianos del efector final corresponden a los indicadas en la Figura 6.5, figura ya descrita en el capítulo 4. El algoritmo implementado para el análisis del comportamiento del manipulador bajo estudio se basa en lo indicado por estos perfiles.

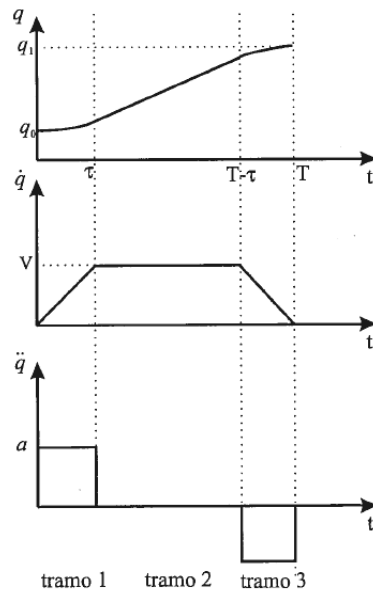


Figura 6.5 Evolución temporal de efector final correspondiente a posición (q), velocidad (\dot{q}), y aceleración (\ddot{q}) cartesianas.

De la Figura 6.5, el tramo 1, corresponde al inicio del movimiento, para este caso la aceleración es máxima y con valor positivo. La velocidad es variable y con pendiente positiva. Para el tramo 2, la velocidad es constante y por tanto la aceleración nula, lo que conlleva un menor gasto de energía durante el mismo. Finalmente, en el tramo 3, correspondiente a la etapa final del movimiento; la aceleración es máxima y con valor negativo (desaceleración). La velocidad es variable y con pendiente negativa.

Con los datos de entrada establecidos en la Tabla 6.1 definiendo una trayectoria en particular, y con los valores de diseño de la Tabla 5.10, donde para el caso de los ángulos de torsión se tiene que $\alpha_1 = -90^\circ$ y $\alpha_2 = 180^\circ$, valores comúnmente utilizados en robots industriales, se han desarrollado de manera simultánea las gráficas que muestran la velocidad angular, el torque desarrollado y la energía consumida por cada eje del prototipo durante un ciclo en específico, ver Figuras 6.6 y 6.7. En estas figuras se muestran las gráficas obtenidas analítica (calculadas) y experimentalmente (sensadas). Estas últimas se comportan generalmente de manera escalonada debido a la discretización en el monitoreo y registro de datos.

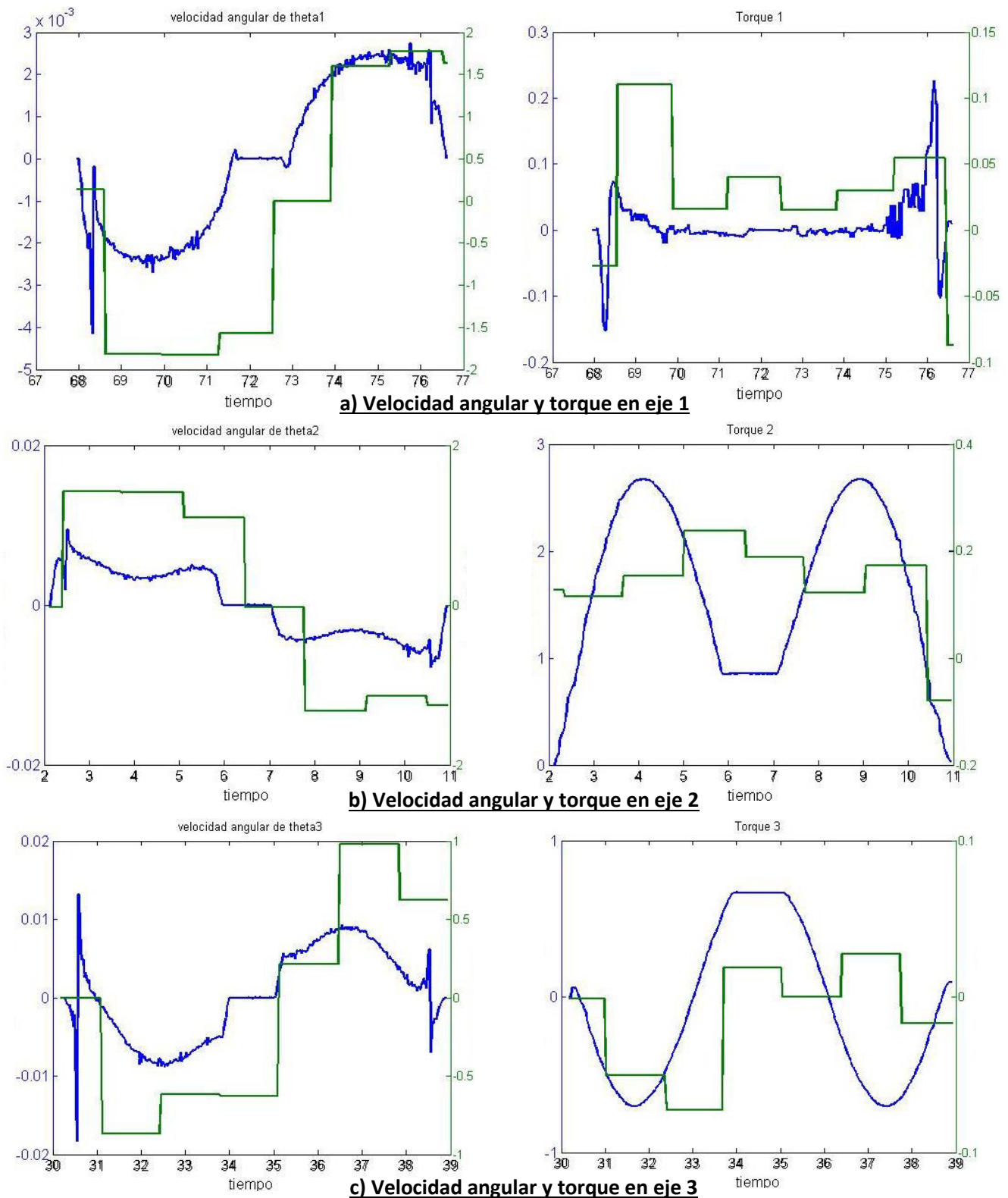


Figura 6.6 Comportamiento analítico (curvas en color azul) y experimental (curvas en color verde) de velocidad angulares y torques de cada uno de los ejes del prototipo.

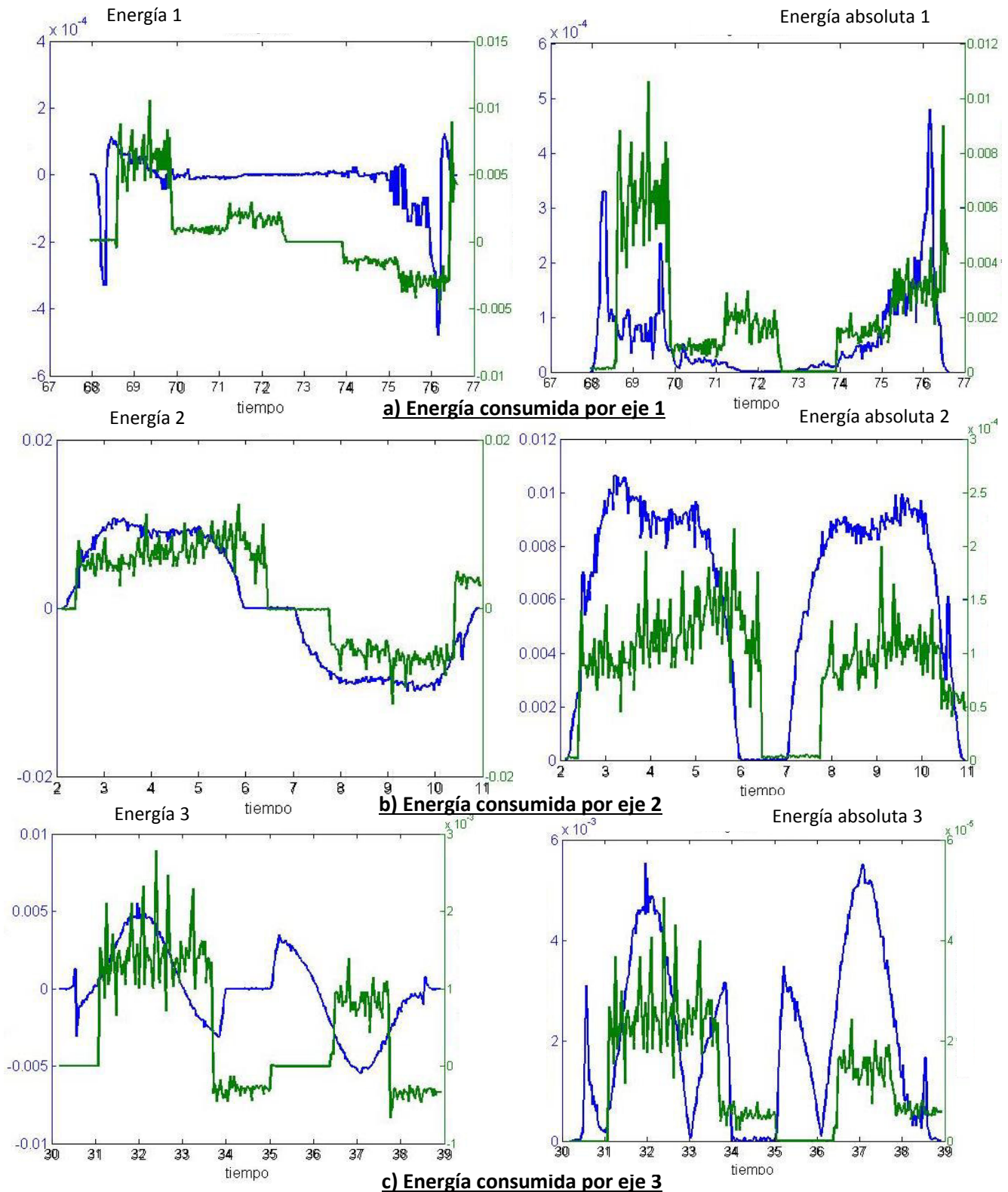


Figura 6.7 Comportamiento analítico (curvas en color azul) y experimental (curvas en color verde) de la energía real y la energía absoluta consumida por cada eje del prototipo.

De la comparativa de valores experimentales y analíticos ilustrados en las Figuras 6.7 y 6.8, se puede apreciar la similitud y la consistencia en el comportamiento, para ello primeramente se obtuvo las gráficas de manera analítica y enseguida se compararon con el ciclo que más se asemejó de los 7 obtenidos de forma experimental. Las diferencias obtenidas son principalmente debido a las características del monitoreo de datos durante el funcionamiento del prototipo y al haber omitido términos de fricción viscosa en cada uno de las juntas para el modelo analítico.

De acuerdo a las Tablas 6.2 y 6.3 así como a las gráficas ilustradas en las Figuras 6.6 y 6.7, basadas en una arquitectura comercial en cuanto a ángulos α_1 y α_2 se refiere; lo siguiente consiste en obtener de forma analítica una arquitectura óptima que recorra la misma trayectoria con un menor consumo de energía. La arquitectura óptima dependerá de los valores α_1 y α_2 que indiquen el menor consumo.

Para esto se ha desarrollado la gráfica ilustrada en la Figura 6.8, donde se muestra el comportamiento analítico del consumo de energía en función de la variación de los ángulos α_1 y α_2 . Para la obtención de esta gráfica es importante definir de forma clara el proceso necesario para la obtención de la misma, y así poder identificar valores óptimos de α_1 y α_2 . La descripción de este procedimiento se detalla en el **Apéndice C**.

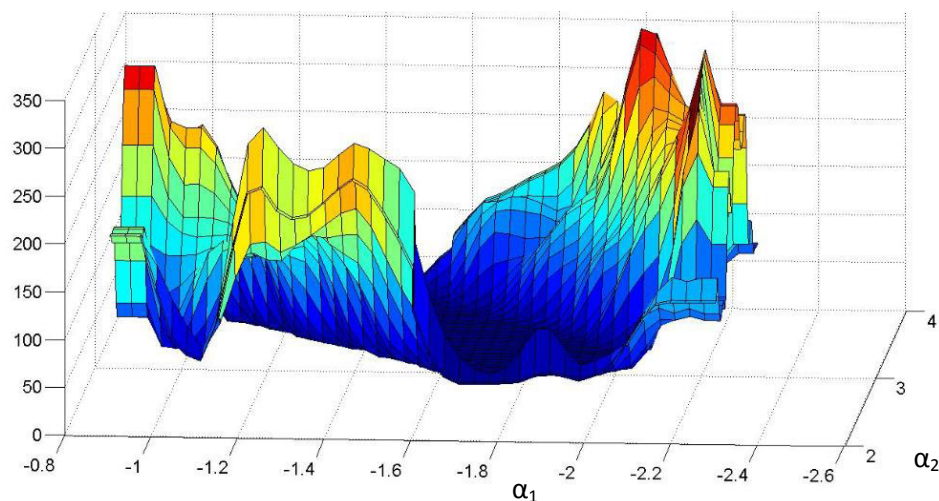


Figura 6.8 Comportamiento analítico del consumo de energía en función de ángulos α_1 y α_2 .

Obteniendo con ello que los valores óptimos α_1 y α_2 para los cuales se tiene un menor consumo de energía son: -1.7802 rad $[-102^\circ]$, y 3.4907 rad $[200^\circ]$, de manera respectiva. La Tabla 6.4 muestra un resumen de los valores alpha utilizados en el presente análisis.

Tabla 6.4 Valores α utilizados para analisis comparativo de gasto de energía ilustrado en las Figuras 6.10 y 6.11.

Valores comerciales α de prototipo experimental	Valores α obtenidos analíticamente
$\alpha_1 = -90^\circ$	$\alpha_1 = -102^\circ$
$\alpha_2 = 180^\circ$	$\alpha_2 = 200^\circ$

Los valores comerciales han sido ya utilizados en ambos casos, analítica y experimental, en las Figuras 6.6 y 6.7. Valores distintos a estos, en el presente proyecto se emplearán para evaluar la energía consumida únicamente por medio de los modelos analíticos obtenidos.

Las Figuras 6.9 y 6.10 muestran las gráficas obtenidas analíticamente para el recorrido de la misma trayectoria a partir de los valores descritos en la Tabla 6.4.

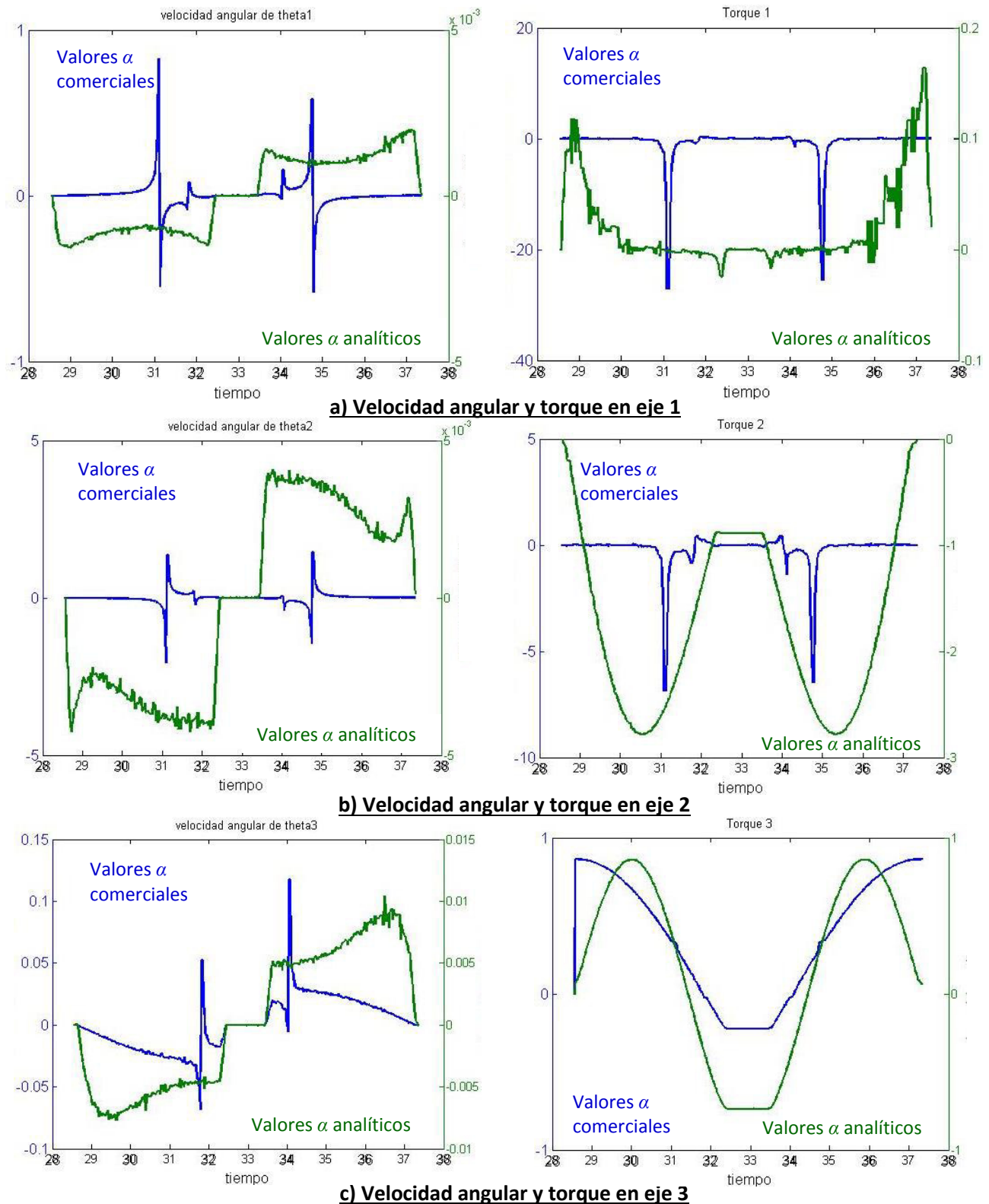


Figura 6.9 Comportamiento analítico de velocidades angulares y torques de cada eje del manipulador para valores α descritos en la Tabla 6.4.

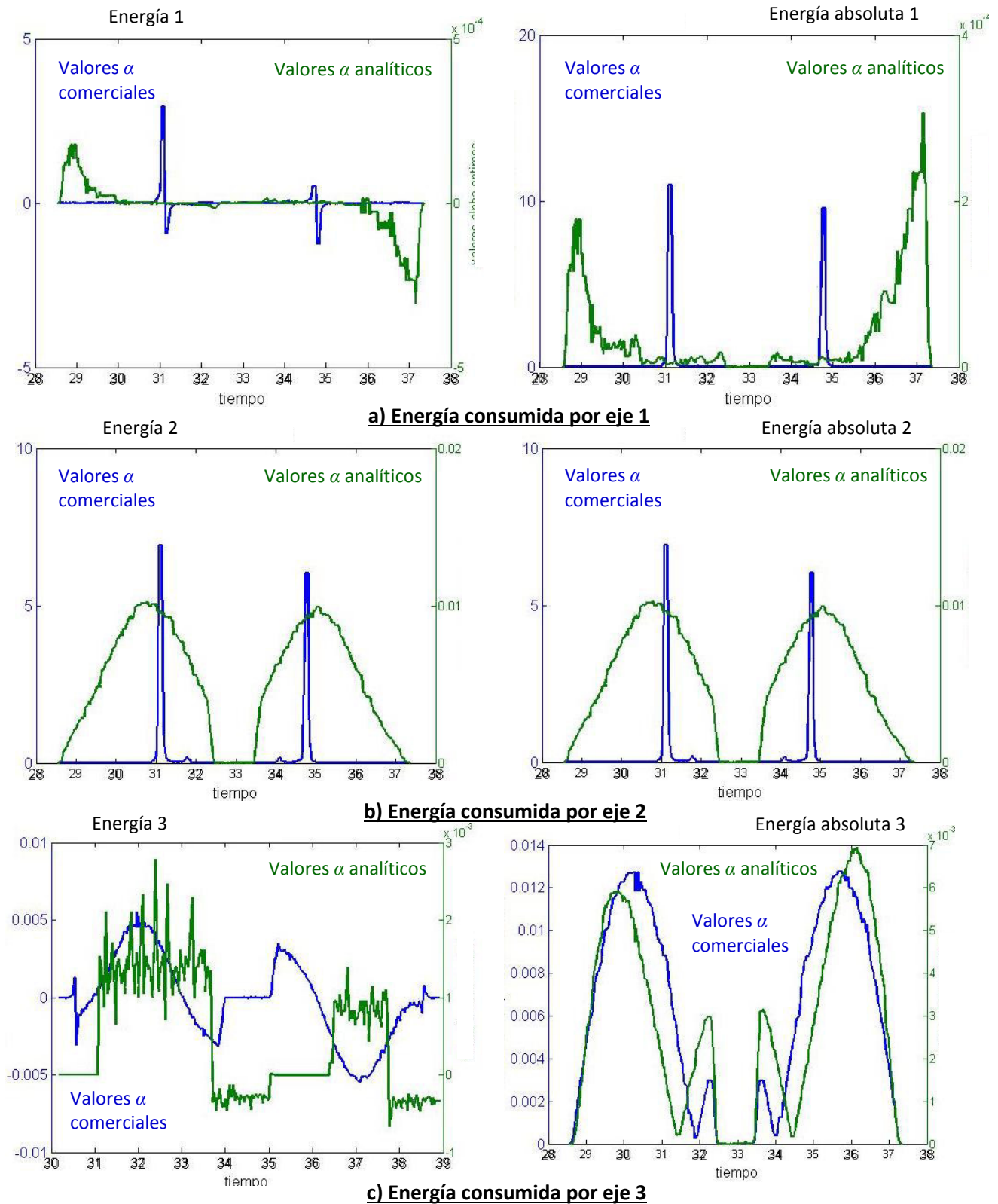


Figura 6.10 Comportamiento analítico de la energía real y la energía absoluta consumida por cada uno de los ejes del manipulador para valores α descritos en la Tabla 6.4.

De la comparativa de las gráficas anteriores, Figuras 6.9 y 6.10, no se puede definir de manera concreta una comparativa entre ambos casos, esto debido a la discrepancia existente las curvas. Curvas que indican de manera analítica el comportamiento dinámico del manipulador para dos arquitecturas, la comercial y la basada en ángulos óptimos de α_1 y α_2 .

De manera adicional incluye un último ejemplo con enfoque comparativo, en este se muestra la comparación en el comportamiento dinámico entre los valores descritos en la Tabla 6.5.

Tabla 6.5 Valores α utilizados para analisis comparativo de gasto de energía ilustrado en las Figuras 6.12 y 6.13.

Valores α obtenidos analíticamente	Valores α alternativos seleccionados de manera aleatoria
$\alpha_1 = -102^\circ$	$\alpha_1 = 200^\circ$
$\alpha_2 = 200^\circ$	$\alpha_2 = -102^\circ$

Este ejemplo se considera importante debido a la similitud en el comportamiento dinámico entre ambas arquitecturas de ángulos α . Finalmente, en la Figura 6.13 se muestran los tres casos analizados esto en función de las energías totales absolutas consumidas para el recorrido de la trayectoria empleada. En resumen, los tres casos analizados son: los obtenidos analítica y experimentalmente con valores α comerciales, y los obtenidos analíticamente basados en los valores α definidos en las Tablas 6.4 y 6.5,

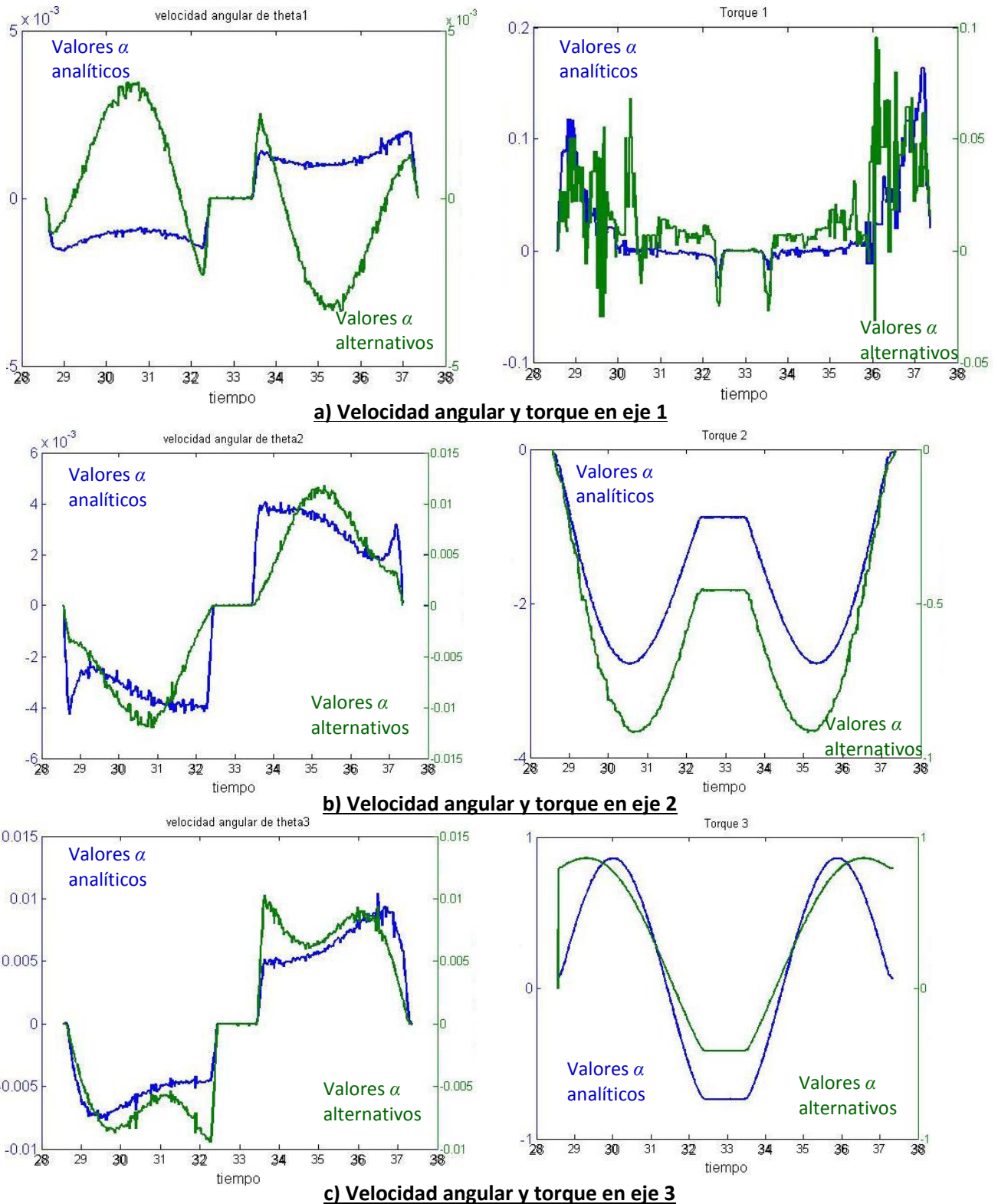


Figura 6.11 Comportamiento analítico de velocidades angulares y torques de cada eje del manipulador para valores α descritos en la Tabla 6.5.

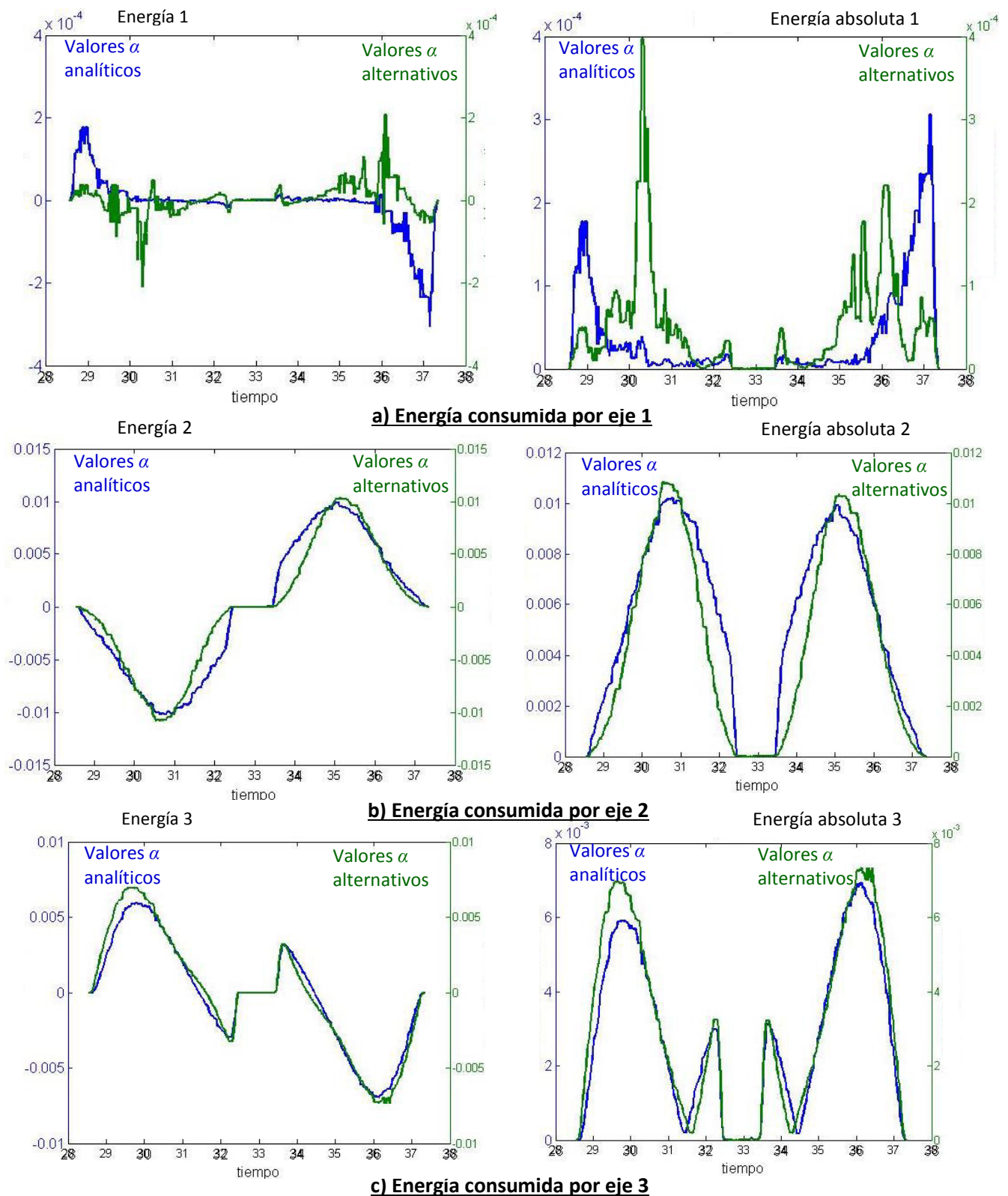


Figura 6.12 Comportamiento analítico de la energía real y la energía absoluta consumida por cada uno de los ejes del manipulador para valores α descritos en la Tabla 6.5.

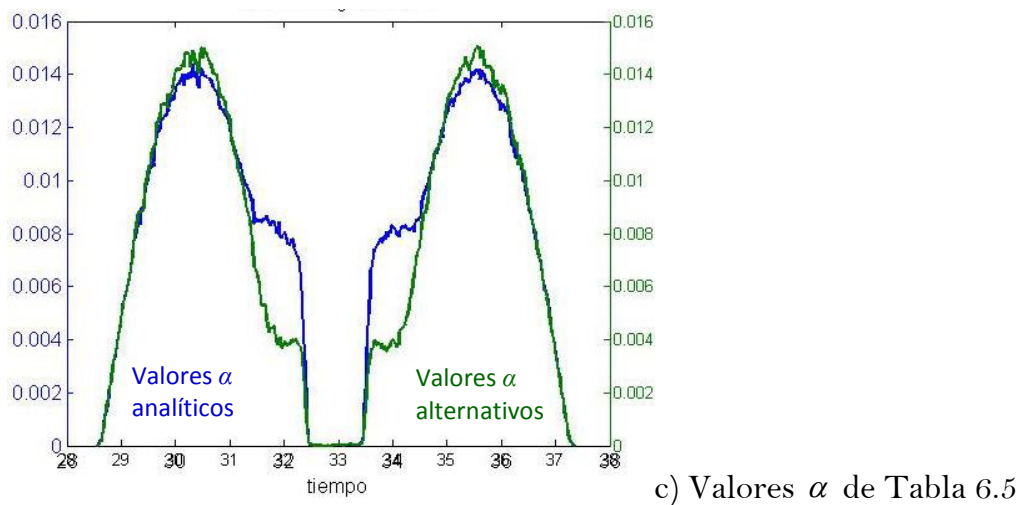
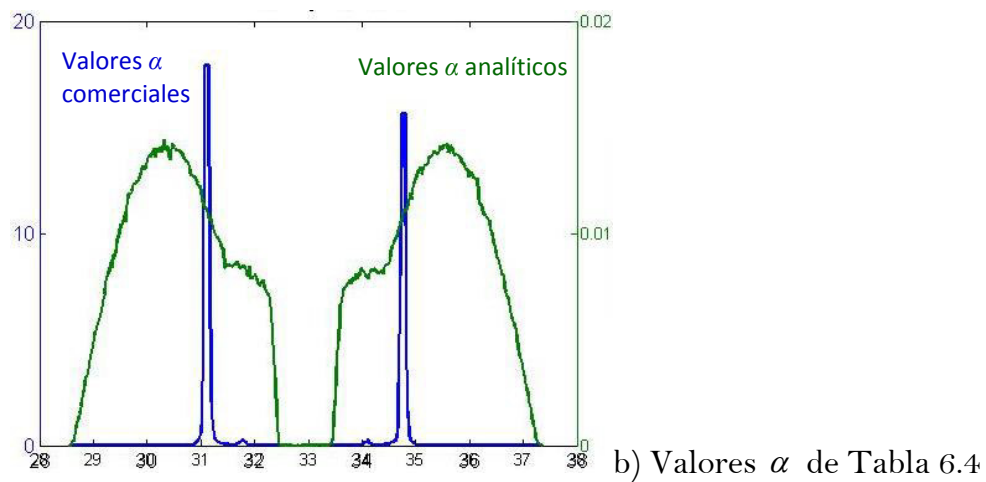
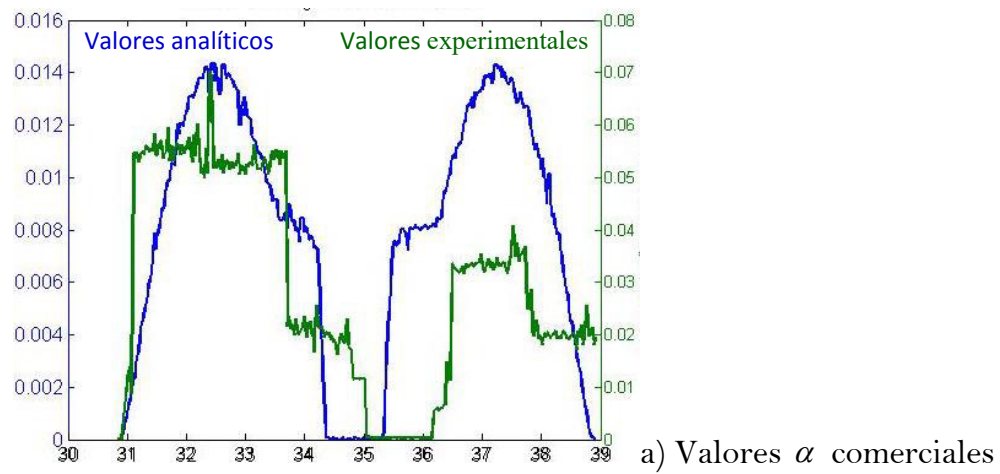


Figura 6.13 Comportamiento de valores absolutos de energía empleada por el manipulador bajo estudio para los casos comparados en el presente capítulo.

De las gráficas mostradas en la Figura 6.13 se pueden definir comparativas concretas para los incisos a) y c) únicamente. Para el inciso a) se puede apreciar la discrepancia entre valores de energía consumida bajo las mismas condiciones de manera experimental y analítica, lo que resulta en base a lo que ya se mencionó anteriormente, la discretización y no uniformidad entre el monitoreo de manera experimental y el continuo por medio de los modelos analíticos empleados. Para el inciso c) si se puede llevar a cabo una comparativa directa entre valores de energía consumida en donde se aprecia claramente que bajo las mismas condiciones la arquitectura alternativa consume un poco menos cantidad de energía que la consumida por una arquitectura óptima. Esta incongruencia con los valores esperados se puede explicar con el hecho de que al encontrar matemáticamente los valores óptimos de α , definidos gráficamente en la Figura 6.9, se hizo solamente en un cuadrante para la combinación de valores α_1 y α_2 , por tanto estos valores óptimos pueden representar un óptimo local y no un óptimo global que sería lo adecuado.

Finalmente, aunque existen diversos métodos de optimización energética para los robots industriales basados en una gran variedad de parámetros [69]-[73], siendo los más importantes los definidos por la optimización y/o selección de la forma de la trayectoria empleada [44], [69]-[82], parámetros dinámicos [74] y de control [75], así como la optimización en el diseño y el peso de los elementos del robot [5], [66], [67], [83], [84]; aquí se han seleccionado los ángulos α_1 y α_2 como parámetros de diseño para el objetivo de la optimización. Elección que se sustenta con los resultados obtenidos en el presente capítulo donde se ha comprobado el impacto que tienen estos parámetros en el consumo de energía para la ejecución de una tarea en específico.

CONCLUSIONES

El objetivo del presente proyecto consistió en la obtención de herramientas, matemáticas y de laboratorio, necesarias para el análisis del ahorro de energía en robots industriales. Justificando el desarrollo del mismo por la gran cantidad de robots que operan diariamente alrededor del mundo [85], [86].

Las herramientas matemáticas son los modelos analíticos empleados para evaluar el comportamiento del manipulador seleccionado, en tanto que las herramientas de laboratorio resultaron en el prototipo experimental construido y servo controlado.

La configuración modelo de manipulador seleccionada para el análisis fue del tipo serial 3R “adaptivo”. Esta configuración manipula el sistema de posicionamiento de los robots industriales y representa el soporte base de los mismos. El concepto adaptivo se traduce en poder modificar los parámetros de diseño (D-H) del manipulador, y así lograr que la configuración seleccionada adopte diversas arquitecturas para su análisis y su evaluación. El análisis en el presente proyecto consideró la variación únicamente de los parámetros de diseño α_1 y α_2 , definidos como ángulos de torsión o de eslabón para llevar a cabo el objetivo principal, la evaluación del ahorro de energía.

Herramientas matemáticas:

La cinemática inversa resulta fundamental para el análisis dinámico y el control de manipuladores seriales. El considerar variaciones en los ángulos de diseño α_1 y α_2 eleva su nivel de complejidad al grado de utilizar arquitecturas simplificadas [28-32], o métodos numéricos para su resolución [16], [18], [23], y [24]. Sin embargo, con base a [36] y [37], la solución cinemática inversa para el presente tipo de configuración se ha obtenido de forma cerrada. Lo cual ha sido logrado a partir del desacoplo cinemático de la posición y la orientación de un manipulador serial de seis grados de libertad donde sus últimos tres ejes se intersecan en un punto en específico.

La solución de la cinemática inversa de forma cerrada permite llevar a cabo una ejecución en línea o en “tiempo real”.

A partir de la cinemática inversa se obtuvieron modelos dinámicos para evaluar el gasto de energía del manipulador durante el recorrido de una trayectoria. El gasto de energía se definió en función de la variación de los ángulos α_1 y α_2 , lo cual permitió estimar los valores óptimos que indican un menor consumo de energía. Estos valores al diferir a los utilizados en los robots industriales han permitido comprobar la importancia que representa el considerarlos para su diseño.

Herramientas de laboratorio:

La construcción del prototipo adaptivo de robot industrial resultó una herramienta adecuada para la validación de los resultados analíticos así como para la caracterización del mismo.

De acuerdo a la experiencia obtenida en la construcción del prototipo adaptivo y en los resultados analíticos obtenidos, resulta factible su desarrollo para robots industriales.

De acuerdo al software implementado en el sistema de control del prototipo, se pueden emplear algoritmos de programación en diversos lenguajes o arquitecturas de programación, incrementando con ello las ventajas de su elaboración.

De la comparativa de valores experimentales y analíticos aquí obtenidos, se puede apreciar la similitud en el comportamiento. Las pequeñas diferencias obtenidas pueden ser debido principalmente a la discretización y no uniformidad de lapsos de tiempo en el monitoreo de datos del prototipo experimental, es importante recordar también que en los modelos analíticos se omitieron términos de fricción viscosa en cada uno de sus juntas.

Finalmente, el perfil de comportamiento dinámico entre los resultados obtenidos analíticamente y los obtenidos experimentalmente coincidió en gran manera, lo que permitió un análisis comparativo más exhaustivo, resultando este último en la comprobación de la influencia que ejercen los ángulos α_1 y α_2 en el consumo de energía de este tipo de manipuladores.

TRABAJO FUTURO

En un principio se empleó el método numérico conocido como evolución diferencial para la solución cinemática inversa del manipulador bajo estudio [87]-[90], resultando altamente eficiente. El implementar el método de evolución diferencial para la resolución de la cinemática inversa en manipuladores seriales de diferentes configuraciones y/o mayor número de grados de libertad, permitirá la aplicación del mismo así como la comparativa en eficiencia con otros métodos numéricos.

Agregar al software SnAM la solución cinemática inversa del manipulador adaptivo 3R en forma cerrada.

Desarrollar el análisis, evaluación y comparación del gasto de total de energía para las principales arquitecturas de los robots industriales considerando la variación de sus ángulos de torsión.

A partir de la variación de los ángulos de diseño α_1 y α_2 , desarrollar el análisis y la evaluación del gasto total de energía para el recorrido estimado de trayectorias alternativas, en especial para las comúnmente utilizadas en aplicaciones industriales.

Llevar a cabo un análisis comparativo de la energía consumida por el prototipo experimental al recorrer la misma trayectoria con distintos valores de los ángulos de torsión α_1 y α_2 .

Es probable que los valores α_1 y α_2 encontrados y definidos como óptimos solamente sean locales y no globales; por tanto, se propone desarrollar todas las posibles combinaciones α_1 y α_2 en las cuales se incluya el total de cuadrantes combinatorios y no solamente uno como se obtuvo en el presente proyecto.

Como propuesta de mejora, sería adecuado ampliar el registro de datos de salida en el software en su osciloscopio para permitir el monitoreo de manera simultánea de al menos seis señales de salida $(\tau_1, \dot{\theta}_1, \tau_2, \dot{\theta}_2, \tau_3, \dot{\theta}_3)$ y no solamente los tres permitidos actualmente, permitiendo así el monitoreo de potencia y energía consumidas por el prototipo sin desfase entre datos.

La validación de resultados dinámicos, necesarios para la validación de la energía consumida, se puede llevar a cabo por medio de software especializado para este tipo de análisis, siendo Solid Works® y Adams® dos alternativas aceptables.

REFERENCIAS

- [1] P. S. Shiakolas, K. L. Conrad and T. C. Yih (2002), *On the accuracy, repeatability, and degree of influence of kinematics parameters for industrial robots*, International Journal of Modelling and Simulation, Vol. 22, No. 3, pp. 1-10.
- [2] J. Chen and L-M Chao (1987), *Positioning error analysis for robot manipulators with all rotary joints*, IEEE Journal of Robotics and Automation, 6:539-545.
- [3] J. L. Caenen and J. C. Angue (1990), *Identification of geometric and non-geometric parameters of robots*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cincinnati OH, Vol. 2, pp. 1032-1037.
- [4] D. E. Whitney, C. A. Lozinski and J. M. Rourke (1984), *Industrial robot calibration methods and results*, in Proc. ASME Conf. Computers in Engineering , Las Vegas NV, pp. 92-100.
- [5] M. Y. Ibrahim, C. D. Cook, and A. K. Tieu (1992), *Effect of a robot's geometrical parameters on its optimal dynamic performance*, Intelligent Control and Instrumentation, Proceedings international conference on Singapore, 2:820-825.
- [6] Y. C. Tsai, A. H. Soni (1984), *The effect of link parameter on the working space of general 3R robot arms*, Mechanism and Machine Theory Vol. 19, No. 1, pp. 9-16.
- [7] González-Barbosa, E. A., González-Palacios, M.A., and Aguilera-Cortés, L.A., 2008, *SnAP: A Comprehensive Software Package for the Simulation of Serial Manipulators*, ASME Proceedings IMECE-67891, Boston MA, USA, pp. 01-09.
- [8] M. A. González-Palacios, E. A. González-Barbosa, L. A. Aguilera-Cortés, 2011. *SnAM: A simulation software on serial manipulators*, Engineering with Computers Vol. 29, No. 1, pp. 87-94.
- [9] W. A. Khan, J. Angeles (2006), *The kinetostatic optimization of robotic manipulators: the inverse and the direct problems*, Transactions of the ASME, Vol. 128(1), pp. 168-178.
- [10] C. Gosselin, J. Angeles (1991), *A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulator*, Transactions of the ASME, Vol. 113, pp. 226.
- [11] M. Raghavan and B. Roth (1990), *A general solution for the inverse kinematics of all series chains*, Proc. of the 8th CISM-IFTOMM Symposium on Robots and Manipulators.

-
- [12] M. Raghavan and B. Roth (1993), *Inverse Kinematics of the General 6R Manipulator and Related Linkages*, Journal of Mechanical Design, Trans. ASME, Vol. 115(3), pp. 502-508.
- [13] Kohli, D., and Osvatic M. (1993), *Inverse Kinematics of General 6R and 5R,P Serial Manipulators*. Journal of Mechanical Design, ASME, Vol. 115, pp. 922-931.
- [14] D. Manocha and J. F. Canny (1992), *Real Time Kinematics for General 6R Manipulators*, In Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 383-389.
- [15] D. Manocha and J. F. Canny (1994), *Efficient Inverse Kinematics for General 6R Manipulators*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, 10(5):648-657.
- [16] Manocha, D., and Zhu, Y. (1994), *A Fast Algorithm and System for Inverse Kinematics of General Serial Manipulators*, In Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation, Vol. 4, pp. 3348-3353.
- [17] Mavroidis, C., Ouezdou, F., and Bidaud, P. (1994), *Inverse Kinematics of six-degree of Freedom "General" and "Special" Manipulators using Symbolic Computation*. Journal of Robotics, Cambridge University Press, Cambridge Journals Online, Vol. 12, pp. 421-430.
- [18] Regnier, S., Ouezdou, F., and Bidaud, P. (1997), *Distributed Method for Inverse Kinematics of All Serial Manipulators*, Mechanism and Machine Theory, 32(7), pp. 855-867.
- [19] Tejomurtula, S., and Kak, S. (1999), *Inverse Kinematics in Robotics using Neural Networks*. Information Sciences, 116(2-4), pp. 147-164.
- [20] Gao Yan (2000), *Decomposable closed-form inverse kinematics for reconfigurable robots using product-of-exponentials formula*, Thesis presented for the degree of master of engineering in the School of Mechanical and Production Engineering Nanyang Technological University.
- [21] Chapelle, F., and Bidaud P. (2004), *Closed Form Solutions for Inverse Kinematics Approximation of General 6R Manipulators*, Mechanism and Machine Theory, Vol. 39(3), pp. 323-338.
- [22] A. T. Hassan, A. M. S. Hamouda, N. Ismail and H. M. Al-Assadi (2006), *An Adaptive-learning Algorithm to Solve the Inverse Kinematics Problem of a 6 D.O.F Serial Robot Manipulator*, Advances in Engineering Software, 37(7), pp- 432-438.

-
- [23] Zhao, Y., Huang, T., and Yang, Z. (2006), *A New Numerical Algorithm for the Inverse Position Analysis of All Serial Manipulators*, Journal of Robotica, Cambridge University Press NY, 24(3), pp. 373-376.
- [24] Zhao, Y., Huang, T., and Yang, Z. (2007), *A Successive Approximation Algorithm for the Inverse Position Analysis of the General Serial Manipulators*, Advanced Manufacturing Technology, 31(9-10), pp. 1021-1027.
- [25] Husty, M., Pfurner, M., and Schröcker H.-P. (2007), *A New and Efficient Algorithm for the Inverse Kinematics of a General Serial 6R Manipulator*, Mechanism and Machine Theory, Vol. 42(1), pp. 66-81.
- [26] Qiao S, Liao Q, Wei S, Su HJ (2010), *Inverse kinematic analysis of the general 6R general manipulators based on double quaternions*, Mechanism and Machine Theory 45(2), pp. 193-199.
- [27] Yin, F., Wang, Y.-N., and Wei S.-N. (2011), *Inverse Kinematic Solution for Robot Manipulator Based on electromagnetism-like and Modified DFP Algorithms*, Acta Automatica Sinica, 37(1), pp.74-82.
- [28] Burdick, J. (1995), *A Classification of 3R Regional Manipulator Singularities and Geometries*, Mechanism and Machine Theory, 30(1), pp. 71-89.
- [29] Wenger, P. (1998), *Classification of 3R Positioning Manipulators*, Journal of Mechanical Design, ASME 120(2), pp. 327-332.
- [30] Baili, M., Wenger, P., and Chablat, D. (2004), *Kinematic Analysis of a Family of 3R Manipulators*, 11th IFToMM World Congress, 15(2), pp. 27-32.
- [31] Wenger, P., Chablat, D., and Baili, M. (2005), *A D-H Parameter Based Condition for 3R Orthogonal Manipulators to have 4 Distinct Inverse Kinematic Solutions*, Journal of Mechanical Design, Vol. 127, pp.150-155.
- [32] Ottaviano, E., Ceccarelli, M., and Husty, M. (2007), *Workspace Topologies of Industrial 3R Manipulators*, Journal of Advanced Robotic Systems, 4(3), pp. 355-364.
- [33] Spong M. W. and Vidyasagar M. (1989), *Robot Dynamics and Control*, John Wiley & Sons.

-
- [34] Harvey Lipkin (2005), *A note on Denavit-Hartenberg notation in robotics*, International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE, Long Beach, California USA, Paper No. DETC2005-85460.
- [35] J. Angeles (1997), *Fundamentals of robotic mechanical systems: theory, methods and algorithms*, New York: Springer-Verlag.
- [36] John J. Craig (2006), *Robótica*, México: Pearson Educación.
- [37] D. Pieper y B. Roth (1969), *The kinematics of manipulators under computer control*, Proceedings of the Second International Congress on Theory of Machines and Mechanisms, Zakopane Polonia, Vol. 2, pp. 159-169.
- [38] E. Lee, C. Mavroidis and J. P. Merlet (2004), *Five precision point synthesis of spatial RRR manipulators using interval analysis*, Transactions of the ASME 126:842-849.
- [39] John Stillwell (1994), *Elements of Algebra: Geometry, Numbers, Equations*, New York: Springer-Verlag.
- [40] R. Bruce King (1996), *Beyond the Quartic Equation*, Birkhäuser Boston.
- [41] Sergei L . Shmakov (2011), *A Universal Method of Solving Quartic Equations*, International Journal of Pure and Applied Mathematics, Volume 71 No. 2, pp. 251-259.
- [42] S. Neumark (1965), *Solution of Cubic & Quartic Equation*, Pergamon Press Ltd., printed in Great Britain by J. W. Arrowsmith Ltd., Bristol.
- [43] Vladimir Viher (2001), *The Consequences of Descarte's Method for Factorization of 4th Degree Polynomial*, KoG No. 5, Zagreb.
- [44] L. E. Dickson (1898), *A New solution of the Cubic Equation*, The American Mathematical Monthly, Vol. 5, No. 2, pp. 38-39.
- [45] Web page of Stack Exchange about Mathematics, URL: math.stackexchange.com/questions/785/is-there-a-general-formula-for-solving-4th-degree-equations
- [46] Web page of Mathworld, The Quartic Equation, URL: mathworld.wolfram.com/QuarticEquation.html

-
- [47] S. Abdalá Castillo, y R. Ñeco Caberta, 2003. “Caracterización de un robot articulado”. Tesis para obtención de grado de maestro en ciencias en ingeniería mecatrónica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico CENIDET, Cuernavaca Morelos, México.
- [48] A. Barrientos, L. F. Peñín, C. Balaguer, y R. Aracil, 2007. Fundamentos de Robótica, Segunda edición, McGraw-Hill, Madrid.
- [49] Ángel Gómez, Apuntes de materia de control, Departamento de la Señal, Telemática y Comunicaciones, Universidad de Granada, España, <http://tstc.ugr.es/>.
- [50] Ziegler, J.G., and Nichols, N.B., 1942, *Optimum Settings for Automatic Controllers*, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 64, pp. 759-768.
- [51] Product selection and engineering guide, catalog No. 1000-98A, ©2001 Thomson Micron®, URL: www.thomsonindustries.com.
- [52] Servo Motors, Parker Automation, catalog 8000-4/USA. George A. Beauchemin, MicroMo Electronics.
- [53] ACR9000 Series hardware installation guide, 2010, ACR Motion Controllers-88-022337-01H, ©Parker Hannifin Corporation, and Electromechanical Automation Div. /800-358-9070/. URL: <http://www.parkermotion.com>.
- [54] ACR Motion Controllers, ComACRServer6 User’s Guide 88-030044-01A (2009), y Aries EPL Hardware Installation Guide (2008).
- [55] a. ACR Programmer’s Guide, 2010, ACR Motion Controllers 88-028698-01D, ©Parker Hannifin Corporation, b. ACR Command Language Reference, 2010, ACR Motion Controllers 88-025604-01H. URL: www.parkermotion.com.
- [56] I.-M. Chen and G. Yang (1997), “*Kinematic calibration of modular reconfigurable robots using product-of-exponentials formula*”, Journal of Robotics Systems 14(11):807-821.
- [57] John-Erik Snell (1997), *Method and device for calibration of movement axes of an industrial robot*, United States Patent, Number 5,687,293.

-
- [58] J. Jang, S. Kim and Y. Kwak (2001), *Calibration of geometric and non-geometric errors of an industrial robot*, Journal of Robotica, Cambridge University Press NY, Vol. 19, pp. 311-321.
- [59] I.-M. Chen, G. Yang, C.-T. Tan, and S. H. Yeo (2001), *Local POE model for robot kinematic calibration*, Mechanism and Machine Theory, 36(11-12), pp. 1215-1239.
- [60] K. K. Tan, S. N. Huang, S. Y. Lim, Y. P. Leow, and H. C. Liaw (2006), *Geometrical error modeling and compensation using neural networks*, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews 36(6):797-809.
- [61] S. Landany and D. Ben-Arieh (1990), *Optimal industrial robot calibration*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology 5:345:357.
- [62] Manipulating industrial robots-Performance criteria and related test methods, 1998. International Standard ISO 9283, 2nd Ed.
- [63] J. Rastegar, P. Deravi, 1987. *Methods to determine workspace, its subspaces with different numbers of configurations and all the possible configurations of a manipulator*. Mechanism and Machine Theory, Vol. 22(4), pp. 343-350.
- [64] S. Panda, D. Mishra, B. B. Biswal, 2009. *An appropriate tool for optimizing the workspace of 3R robot manipulator*. World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing NaBIC, IEEE, Coimbatore, India, pp. 1156-1161.
- [65] John M. Hollerbach, March 27, 2008. Chapter 5 Utah, CS 5310 Robotics, URL: www.eng.utah.edu/~cs5310/.
- [66] M. Ceccarelli, Chiara Lanni, 2004. *A multi-objetive optimum design of general 3R manipulators for prescribed workspace limits*. Mechanism and Machine Theory, Vol. 39(2), pp. 119-132.
- [67] J. A. Snyman and F. van Tonder, 1999. "Optimum design of a three-dimensional serial robot manipulator". *Structural Optimization*, Vol. 17, pp. 172-185.
- [68] F. J. Abu-Dakka, F. Rubio, F. Valero, and V. Mata, 2013. "Evolutionary indirect approach to solving trajectory planning problem for industrial robots operating in workspaces with obstacles". *European Journal of Mechanics A/Solids*, Elsevier, Vol. 42, pp. 210-218.

-
- [69] Davis Meike, 2012 “Development of the Energy Efficiency Improvement Methods for Industrial Robots,” in *International Symposium and Doctoral School of Electrical Engineering*, Riga Technical University, Letonia, pp.96-99.
- [70] A. Senfelds, and D. Meike, 2013. “Utilization of Regeneration Energy in Industrial Robots System,” in *Proceedings of the 54th Annual International Scientific Conference of Riga Technical University*, Letonia, pp. 95-100.
- [71] P. Papcun, and J. Jadlovský, 2012. “Optimizing industry robot for maximum speed with high accuracy”, *Procedia Engineering*, 48: 533 – 542.
- [72] M. Pellicciari, G.Berselli, F.Leali, and A.Vergnano, 2013. “A method for reducing the energy consumption of pick-and-place industrial robots”, *Mechatronics* 23: 326–334.
- [73] P. Zhang, Z. Yao, and Z. Du, 2014. “Global Performance Index System for Kinematic Optimization of Robotic Mechanism”, *Journal of Mechanical Design*, 136 (031001)1-11.
- [74] J. Jin, and N. Gans, 2015. “Parameter identification for industrial robots with a fast and robust trajectory design approach”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 31:21–29.
- [75] G. Cheng, and J. Hu, 2014. “Robust proximate time-optimal servomechanism with speed constraint for rapid motion control”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 30:379–388.
- [76] A. Gasparetto, and V. Zanotto, 2008. “A technique for time-jerk optimal planning of robot trajectories”. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 24: 415–426.
- [77] A. Gasparetto , V. Zanotto, 2010. “Optimal trajectory planning for industrial robots”. *Advances in Engineering Software*, 41: 548–556.
- [78] A. Gasparetto, A. Lanzutti, R. Vidoni, and V. Zanotto 2011. “Validation of Minimum Time-Jerk Algorithms for Trajectory Planning of Industrial Robots”. *Journal of Mechanisms and Robotics* 3(031003)1-12.
- [79] A. Gasparetto, A. Lanzutti, R. Vidoni, and V. Zanotto, 2012. “Experimental validation and comparative analysis of optimal time-jerk algorithms for trajectory planning”. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 28: 164–181.

-
- [80] H. Liu, X. Lai, and W. Wu, 2013. "Time-optimal and jerk-continuous trajectory planning for robot manipulators with kinematic constraints". *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 29: 309–317.
- [81] P.Th. Zacharia, and N.A. Aspragathos, 2005. "Optimal robot task scheduling based on genetic algorithms". *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 21: 67–79.
- [82] D. Meike, and L. Ribickis, 2011. "Industrial robot path optimization approach with asynchronous fly-by in joint space," in *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Gdansk University of Technology, Polonia, pp. 911-915.
- [83] J. Ölvander, X. Feng, and B. Holmgren, 2008. "Optimal Kinematics Design of an Industrial Robot Family", International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE, Brooklyn, New York, USA, Paper No. DETC2008-49645.
- [84] X. Feng, J. Ölvander, M. Tarkian, and H. Andersson, 2010. "Multi-Objective Optimization in Industrial Robotic Cell Design", International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE, Montreal, Quebec, Canadá, Paper No. DETC2010-28488.
- [85] IFR Statistical Department, World Robotics, Frankfurt/Germany, <http://www.ifr.org/industrial-robots/statistics/>; <http://www.worldrobotics.org/>.
- [86] Cory Bryan, Mitch Grenwalt, Adam Stienecker, 2010. "Energy Consumption Reduction in Industrial Robots". ASEE North Central Sectional Conference, Pittsburgh, PA, March 26-27, pp. 3C1-3C4.
- [87] Price, K., and Storn, R. (1997), *Differential Evolution: A simple evolution strategy for fast optimization*, Dr. Dobb's Journal, 22(4), pp. 18-24.
- [88] Price, K., and Storn, R. (2002), *Web site of DE*. On the WWW. URL:<http://www.icsi.berkeley.edu/~storn/code.html>.
- [89] Price, V., Storn, R., and Lampinen, J. 2005. "Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization", Berlin: Springer-Verlag.
- [90] Xue-Song, W., Ming-Lin, H., and Yu-Hu, C., 2008. "On the Use of Differential Evolution for Forward Kinematics of Parallel Manipulators". *Applied Mathematics and Computation*, 205(2), pp. 760-769.

APÉNDICE A: CONSIDERACIONES FUNDAMENTALES PARA LA GENERACIÓN DE GRÁFICAS EN ANÁLISIS CINEMÁTICO.

Aspectos fundamentales y necesarios para la correcta generación de las gráficas en el análisis cinemático se describen de forma ilustrativa en los siguientes párrafos. Para esto se analiza el comportamiento de la solución cinemática inversa durante el recorrido de una trayectoria establecida.

Primer caso. Cuando el rango de variaciones de los ángulos de torsión α_1 y α_2 no permite que el efector final pueda realizar el recorrido estipulado, el algoritmo a utilizar caerá en una serie de distorsiones las cuales se verán reflejadas en los resultados obtenidos. Un ejemplo claro se aprecia en la Figura A.1, la cual muestra que para los valores extremos de la variación simultánea de α_1 y α_2 la gráfica se distorsiona.

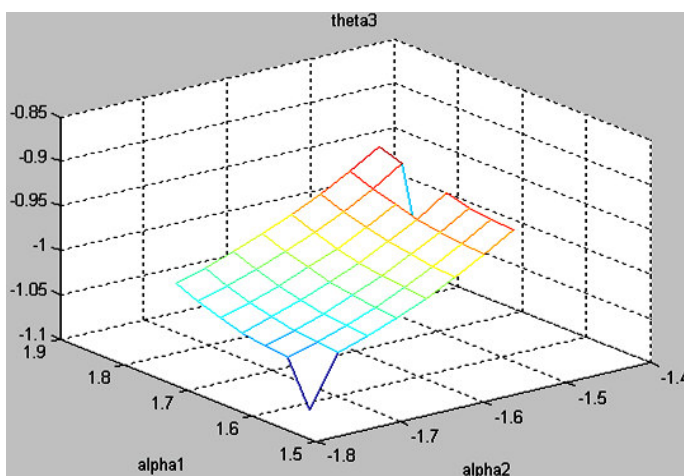


Figura A.1 Imagen ilustrativa del comportamiento distorsionado de la solución cinemática inversa correspondiente a la variable articular θ_3 , durante un recorrido estipulado.

Las distorsiones mostradas en la Figura A.1 se generan por el hecho de que el efector final del manipulador ha salido fuera del espacio de trabajo, y de alguna forma el algoritmo de solución busca compensar.

Segundo caso. Partiendo del valor inicial seleccionado por el algoritmo, los siguientes valores deberán ser secuenciales y/o cercanos, esto para eliminar distorsiones que alteren resultados tal como se muestra en la Figura A.2. En otras palabras, al momento de recorrer la trayectoria, se debe considerar que el manipulador no tenga que cambiar su arquitectura debido a las soluciones alternativas que pueda tomar la cinemática inversa, sino únicamente se mueva de forma suavizada.

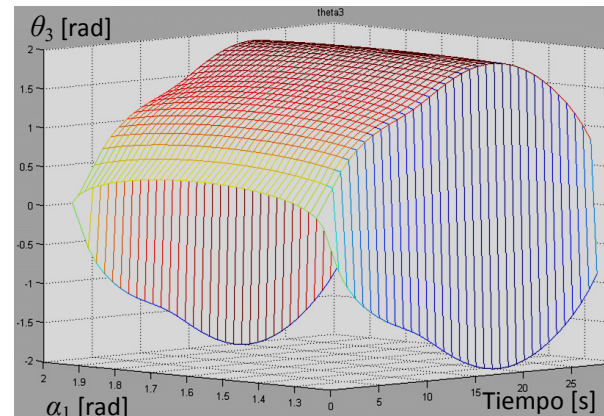
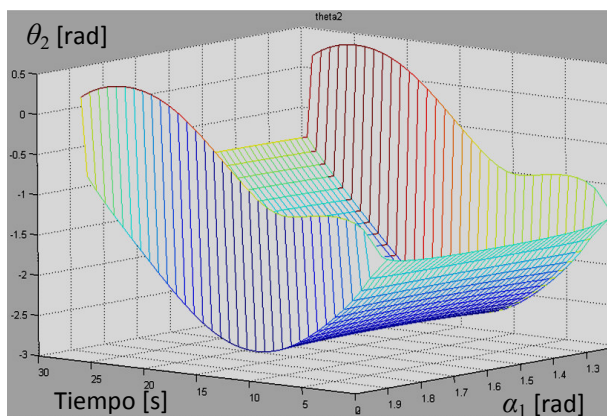
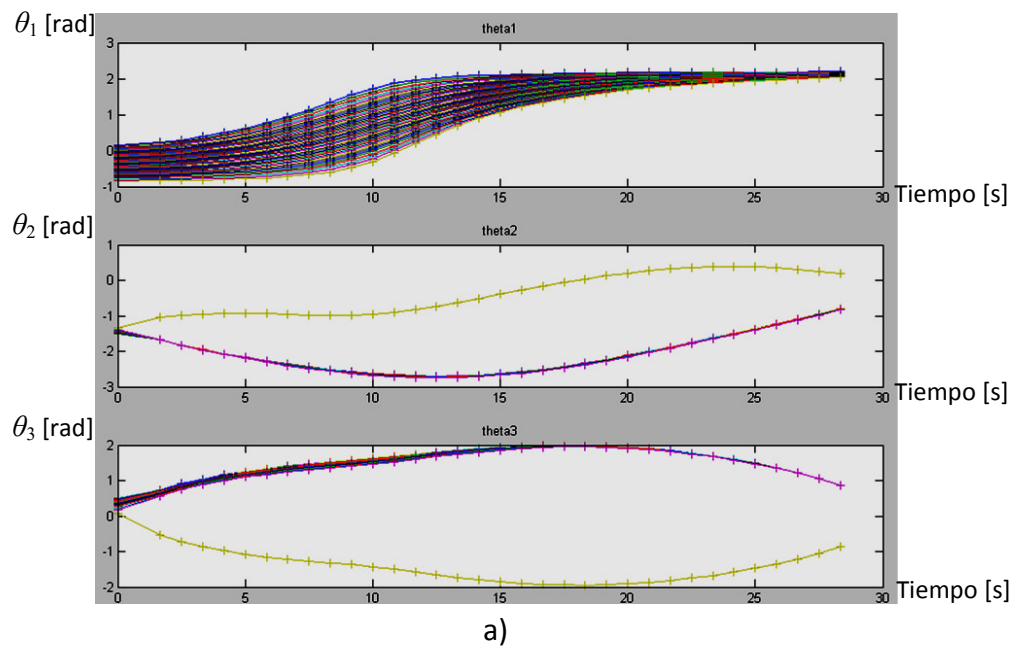


Figura A.2 Imágenes ilustrativas del comportamiento de variables articulares considerando solución múltiple. Manipulador 3R recorriendo trayectoria definida, con variación en ángulo de torsión α_1 : a) Soluciones θ_1, θ_2 , y θ_3 , b) Variable articular θ_2 , y c) Variable articular θ_3 .

De las imágenes mostradas en la figura anterior, se aprecia con claridad que el considerar solución múltiple durante una trayectoria recorrida conlleva alteraciones que pueden afectar la búsqueda e interpretación de resultados finales.

En la imagen mostrada en la Figura A.2 a), se muestra el comportamiento de las tres variables articulares. La variable articular θ_1 considera únicamente soluciones secuenciales con valores cercanos para cada variación del parámetro de diseño α_1 . Para el caso de las variables articulares θ_2 y θ_3 el algoritmo ha tomado soluciones alternativas al inicio y al final del recorrido; en las Figuras A.2 b) y c) se muestran de forma tridimensional.

B. ANÁLISIS DEL ESPACIO DE TRABAJO DE UN MANIPULADOR 3R CON VARIACIÓN EN SUS ÁNGULOS DE TORSIÓN α_1 Y α_2 .

B.1 INTRODUCCIÓN

El análisis del espacio de trabajo en un manipulador robótico resulta fundamental para efectuar cualquier estudio cinemático, dinámico, o de control. Para un manipulador de geometría general, el análisis del espacio de trabajo es una labor extenuante debido al sinnúmero de arquitecturas que éste puede adoptar. En el presente capítulo se utilizan dos principales alternativas para facilitar esta labor. Alternativas que permitirán continuar con el proceso necesario para la obtención e interpretación de resultados.

B.2 ESPACIO DE TRABAJO EN MANIPULADORES 3R DE GEOMETRÍA GENERAL

El espacio de trabajo es el área o volumen alcanzable por el efector final de un manipulador. Para el caso de un manipulador de geometría general, éste varía de acuerdo a la arquitectura adoptada por el mismo. Los manipuladores de este tipo pueden adoptar un número considerable de arquitecturas, generando espacios de trabajo algunas veces completamente diferentes, y dificultando con ello su análisis. En la práctica el espacio de trabajo se ve alterado por otros factores como por ejemplo los límites de movimiento de las juntas o uniones así como por la presencia de obstáculos.

En la literatura existen diversas alternativas para analizar el espacio de trabajo en manipuladores, algunas de éstas son: [6], [28-30], [32], [63], y [64]. De acuerdo al manipulador considerado en el presente proyecto de tesis, se considera de gran importancia revisar lo presentado en [65] y [66].

Iniciando con [65], la forma que adopta el espacio de trabajo para manipuladores ortogonales 2R y 3R se ilustra en las Figuras B.1 y B.2, respectivamente.

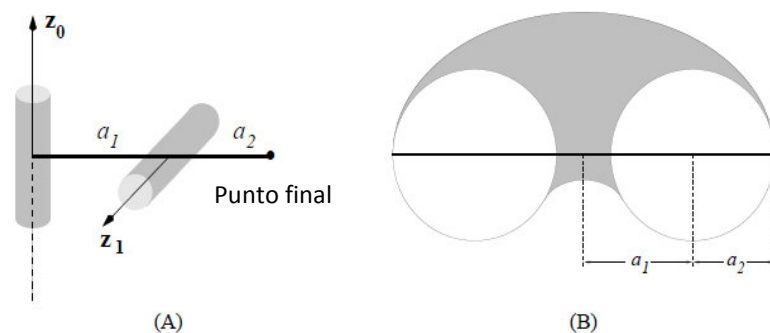


Figura B.1 (A) Manipulador ortogonal espacial 2R, y (B) su espacio de trabajo [65].

En el manipulador espacial 2R, Figura B.1, el espacio de trabajo se asemeja a un toroide. Los ejes z_0 y z_1 son perpendiculares, mientras que las longitudes tienen una relación $a_1 > a_2$. De acuerdo a la misma figura la rotación del punto final en relación al eje z_1 genera un círculo de radio a_2 , en tanto que la rotación respecto al eje z_0 barre el círculo para formar el toroide; solo la mitad del toroide es mostrado en la figura.

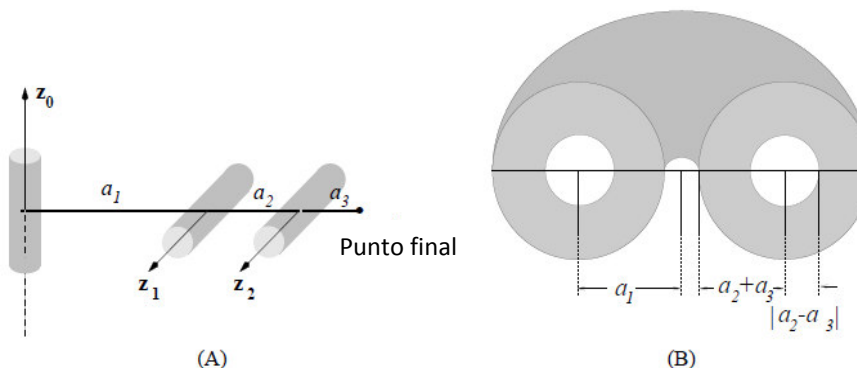


Figura B.2 (A) Manipulador ortogonal espacial 3R, (B) su espacio de trabajo [65].

Para un manipulador ortogonal 3R, el espacio de trabajo aumenta considerablemente, ver Figura B.2. Para este caso, se tienen dos ejes paralelos y perpendiculares a un tercero, esto es, $z_0 \perp z_1 \parallel z_2$; además, $a_1 > a_2 + a_3$ y $a_2 > a_3$. La primera parte del manipulador, ejes z_0, z_1 y longitudes a_1, a_2 corresponden al manipulador 2R anterior; y por tanto forma la superficie exterior o cascarón del toroide. La inclusión de un tercer eslabón, eje z_2 y longitud a_3 , permiten que el “cascarón” adquiera un espesor de magnitud a_3 . En caso de considerar únicamente los ejes z_1, z_2 y las longitudes a_2, a_3 se tiene sencillamente un disco como área de trabajo.

Por otra parte, cuando los valores a_2 y a_3 son iguales, el hueco definido del lado derecho de la Figura B.2-(B) desaparece, obteniendo el mayor espacio de trabajo posible. El mismo hueco, pero en el lado izquierdo de la figura antes mencionada, puede ser minimizado definiendo $a_1 = a_2 + a_3$. Para el caso en el que $a_1 = 0$ y $a_2 = a_3$, entonces el espacio de trabajo es una esfera perfecta.

Finalmente, el manipulador mostrado en la Figura B.2-(A), representa las tres primeras juntas de los robots industriales comúnmente utilizados, esto es, tronco-hombro-codo. Sus longitudes se basan en algunos de los criterios establecidos en los dos párrafos anteriores con el fin de evitar huecos y vacíos dentro del espacio de trabajo. Los huecos y vacíos se presentan de manera similar en cualquier manipulador, dificultando la planeación de trayectorias y realización de tareas dentro de su espacio de trabajo.

La segunda opción a analizar, considera un manipulador 3R de geometría general, su espacio de trabajo se muestra en la Figura B.3.

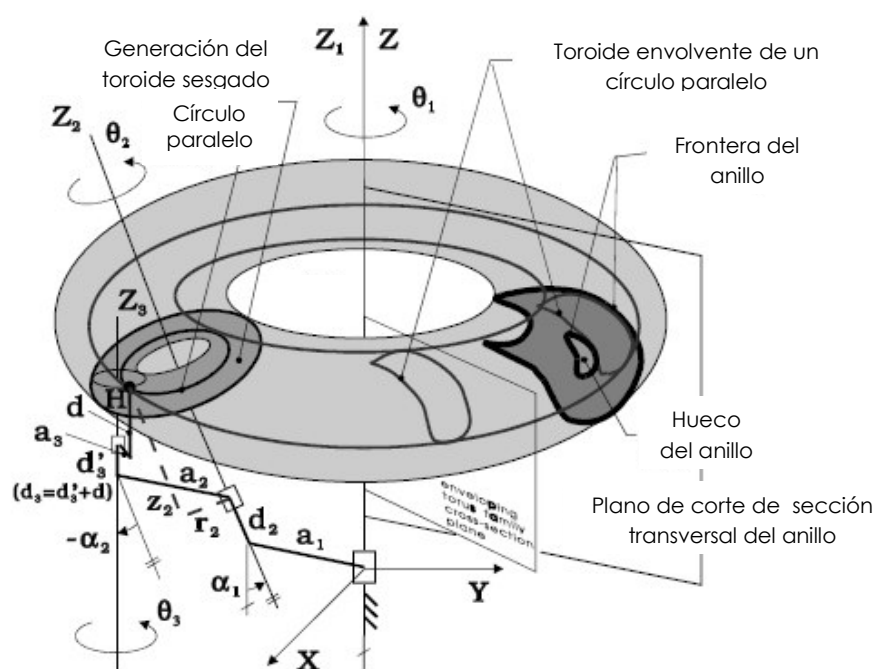


Figura B.3 Esquema general del espacio de trabajo para manipuladores 3R de geometría general [66].

De acuerdo a [66], el hecho de que un manipulador 3R de geometría general pueda adoptar un sinnúmero de arquitecturas definiendo espacios de trabajo completamente distintos entre éstas; hace necesario acotar las posibles arquitecturas que se puedan generar. Por tanto, el análisis del espacio de trabajo se considera para diversas arquitecturas con valores numéricos de parámetros establecidos; además, se utilizan curvas de nivel representando proyecciones específicas. Las curvas de nivel se encuentran en función de valores fijos de las variables articulares θ_i , permitiendo la parametrización del espacio de trabajo. Lo anterior acota el análisis del espacio de trabajo en las clases de uso industrial del tipo ortogonal y ortogonal-paralelo.

Las Figuras B.1-B.3 permiten plantear un panorama preliminar de un manipulador 3R general en relación a su espacio de trabajo, y a partir de ello considerar trayectorias adecuadas para el análisis requerido. En resumen, un manipulador de geometría general puede adoptar un considerable número de arquitecturas, y debido a que cada una describe un espacio de trabajo diferente lo recomendable es analizarlas por separado.

El análisis del espacio de trabajo de un manipulador de geometría general es una labor complicada; por tanto, de manera preliminar se utilizaron dos alternativas relativamente sencillas. Las dos alternativas a utilizar fueron: 1. De forma virtual, mediante el software de simulación SnAM [7], [8], y 2. De forma real, mediante el software y prototipo adaptivo 3R “SnAM”, ver Figuras B.4 y B.5. El Software y el prototipo, ambos definidos como SnAM, son herramientas disponibles ubicadas en el laboratorio de Dinámica y Vibraciones del Campus Irapuato-Salamanca de la Universidad de Guanajuato.

B.2.1 Análisis del espacio de trabajo de forma virtual, mediante software SnAM.

En el análisis virtual del espacio de trabajo mediante el software SnAM, se podrá determinar si el manipulador es capaz de recorrer por medio del efector final la trayectoria definida como “virtual” \mathbf{L}_v , ver Tabla B.1. La trayectoria virtual \mathbf{L}_v con coordenadas inicial (0.280, -0.100, 0.050) y final (-0.280, 0.460, 0.330), se define como una línea recta para fines prácticos. El análisis considera que a partir de un rango de variación establecido de los ángulos de torsión α_1 y/o α_2 , el efector final pueda realizar el recorrido sin problema alguno.

Tabla B.1 Parámetros D-H adoptados en Software SnAM para análisis de recorrido de trayectoria \mathbf{L}_v .

Eslabón	b_i [m]	a_i [m]	α_i [°]
1	0.440	0.150	Variable
2	0.000	0.180	Variable
3	0.000	0.250	-

B.2.2 Análisis del espacio de trabajo de forma real, mediante software y prototipo SnAM.

Similar al caso anterior, a partir del análisis práctico mediante el prototipo y el software SnAM se podrá determinar si el manipulador es capaz de recorrer por medio del efector final la trayectoria L_R definida como “real”, ver Figuras B.4 y B.5 y Tablas B.2 y B.3. La trayectoria L_R con coordenadas iniciales (0.290, 0.320, 0.000) y finales (-0.167, 0.677, 0.405), es una línea recta. El análisis considera que a partir de un rango de variación en los ángulos de diseño α_1 y/o α_2 el efector final pueda realizar el recorrido.



Figura B.4 Prototipo SnAM y trayectoria recorrida L_R , configuración ortogonal.

La Tabla B.2 indica los parámetros D-H adoptados por la arquitectura utilizada en los diversos esquemas mostrados en la Figura B.4.

Tabla B.2 Parámetros D-H adoptados por Prototipo SnAM en Figura B.4.

Eslabón	b_i [m]	a_i [m]	α_i [°]
1	0.370	0.170	-90
2	0.220	0.280	0
3	-0.230	0.275	-

En la Figura B.5 se muestra una arquitectura diferente a la anterior ortogonal. En ésta se pretende ilustrar de forma práctica que, a partir de un rango de variación definido de los ángulos de torsión (α_1 y α_2), el efector final recorre la trayectoria.



Figura B.5 Trazo de trayectoria L_R por medio del prototipo SnAM, configuración arbitraria.

La Tabla B.3 indica los parámetros D-H adoptados por la arquitectura utilizada en los diversos esquemas mostrados en la Figura B.5.

Tabla B.3 Parámetros D-H adoptados por Prototipo SnAM en Figura B.5.

Eslabón	b_i [m]	a_i [m]	α_i [°]
1	0.370	0.170	Variable
2	0.220	0.280	Variable
3	-0.230	0.275	-

Las alternativas aquí propuestas para la definición del espacio de trabajo de un manipulador adaptivo, redujeron en gran proporción los análisis requeridos para este tipo de casos. En los siguientes apéndices, los resultados analíticos tendrán como base la trayectoria y el prototipo SnAM ilustrados en las Figuras B.4 y B.5.

APÉNDICE C: COMPORTAMIENTO CINEMÁTICO PARA RECORRIDO DE TRAYECTORIAS CON VARIACIÓN DE α_1 O α_2 .

Las gráficas mostradas en los siguientes párrafos se sintetizan en tres casos principales: **1.** Considerando la variación únicamente del ángulo de torsión α_1 , y manteniendo fijo el valor de α_2 , **2.** Considerando la variación para el ángulo de torsión α_2 , y manteniendo fijo el valor de α_1 , y **3.** Variando simultáneamente ambos ángulos de torsión α_1 y α_2 . Los primeros dos casos serán aplicados para dos trayectorias distintas, definidas en el **Apéndice B** como trayectoria virtual L_V y trayectoria real L_R . El tercer caso, el de mayor importancia, será aplicado únicamente para la trayectoria real L_R y éste se ha incluido dentro del **Apéndice D**.

En cada una de las trayectorias L_V y L_R la velocidad promedio de recorrido en dirección de los ejes cartesianos, es la siguiente: \dot{P}_x (-20mm/s), \dot{P}_y (+20mm/s), y \dot{P}_z (+10mm/s). Velocidades consideradas de valor constante para el análisis cinemático aquí descrito.

C.1 Comportamiento cinemático durante recorrido de trayectoria virtual L_V , parámetros de diseño de Tabla B.1, variaciones en ángulo de torsión α_2 , con α_1 constante.

La Figura C.1 muestra el comportamiento rotacional del manipulador, definido en la Tabla B.1, durante el recorrido de la trayectoria L_V .

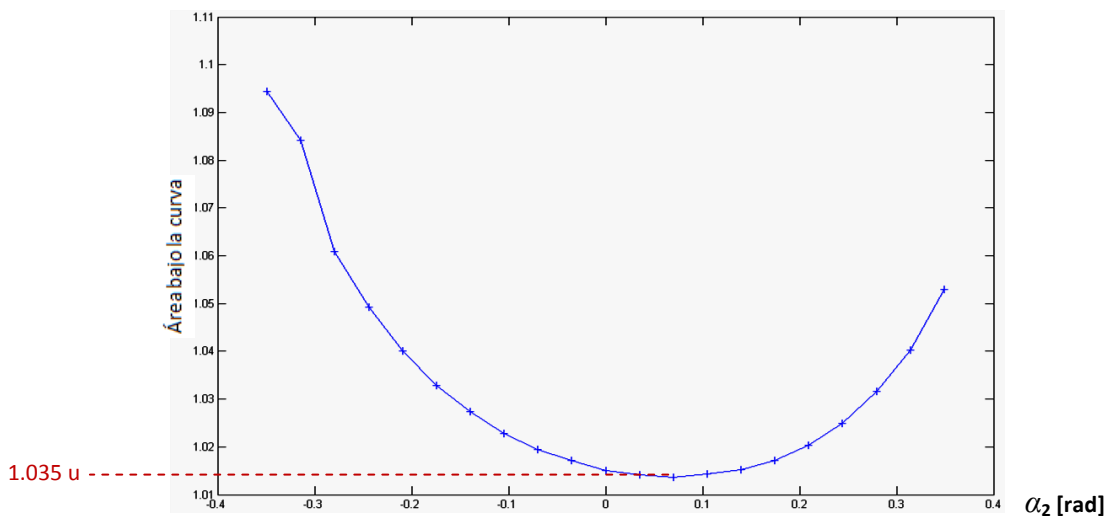


Figura C.1 Comportamiento cinemático $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$ del manipulador durante recorrido de trayectoria L_V , con valores $[-0.35 \text{ rad} \leq \alpha_2 \leq 0.35 \text{ rad}]$, y $\alpha_1 = 90^\circ$.

De la Figura C.1 anterior, se aprecia que el mínimo (equivalente a la menor área bajo la curva) se encuentra para un valor aproximado α_2 de 0.07 radianes, lo que equivale a 4° . El valor de α_1 se mantuvo constante e igual a 90° .

C.2 Comportamiento cinemático durante recorrido de trayectoria virtual L_V , parámetros de diseño de Tabla B.1, variaciones en ángulo de torsión α_1 , con α_2 constante.

En la Figura C.2 se muestra el comportamiento cinemático del manipulador durante el recorrido de la trayectoria L_V .

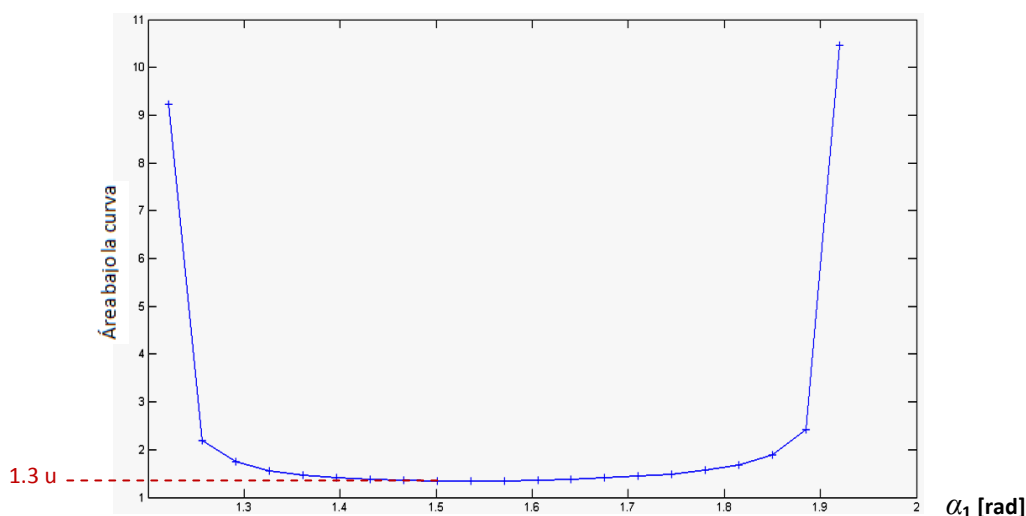


Figura C.2 Comportamiento cinemático $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$ del manipulador durante recorrido de trayectoria L_V , con valores $[1.22 \text{ rad} \leq \alpha_1 \leq 1.92 \text{ rad}]$, y $\alpha_2 = 0^\circ$.

Al momento de pretender eliminar valores extremos en la Figura C.2, buscando un acercamiento de α_1 que defina un mínimo de forma concisa, se redujo el rango de valores realizando de nueva cuenta la ejecución del algoritmo. El resultado fue inesperado, el perfil de la curva obtenida ya no fue el mismo.

El rango de valores en α_1 cambió de $[70^\circ \leq \alpha_1 \leq 110^\circ] \Leftrightarrow [1.22 \text{ rad} \leq \alpha_1 \leq 1.92 \text{ rad}]$ a $[76^\circ \leq \alpha_1 \leq 104^\circ] \Leftrightarrow [1.33 \text{ rad} \leq \alpha_1 \leq 1.82 \text{ rad}]$, los resultados obtenidos se muestran en la Figura C.3.

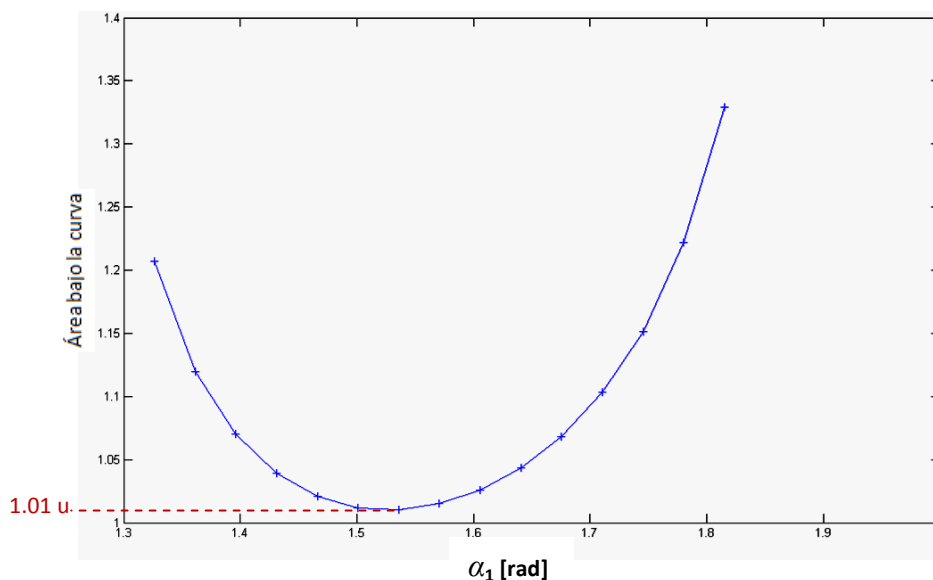


Figura C.3 Comportamiento cinemático $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$ del manipulador durante recorrido de trayectoria \mathbf{L}_v , con valores $[1.33 \text{ rad} \leq \alpha_1 \leq 1.82 \text{ rad}]$, y $\alpha_2 = 0^\circ$.

Las dos gráficas anteriores difieren en gran proporción respecto a lo esperado de la acotación en rango de α_1 , de lo que se puede concluir lo siguiente:

1. En la Figura C.2, el valor óptimo para α_1 se localizó de manera aproximada entre 1.5 y 1.6 radianes (esto es, entre 85.9° y 91.7°) y con un valor simbólico de 1.3 unidades respecto al eje vertical que indica el área bajo la curva. Recordando que, el área bajo la curva representa una estimación del total energético requerido por el manipulador para realizar el recorrido.
2. En la Figura C.3, el valor óptimo para α_1 se encuentra de manera aproximada entre 1.50 y 1.55 radianes (esto es, entre 85.9° y 88.8°) y con un valor simbólico de 1.01 unidades respecto al eje vertical.

Por tanto, se puede resumir de la presente **sub-sección C.2** que, al momento de acotar el rango de variación en α_1 de $[70^\circ \leq \alpha_1 \leq 110^\circ]$ a $[76^\circ \leq \alpha_1 \leq 104^\circ]$, las variables articulares θ_2 y θ_3 tomaron una solución alternativa, ver Figura C.4; mejorando con ello no solamente las gráficas obtenidas sino los valores óptimos, tal como lo muestra la Figura C.3 en comparación con la Figura C.2.

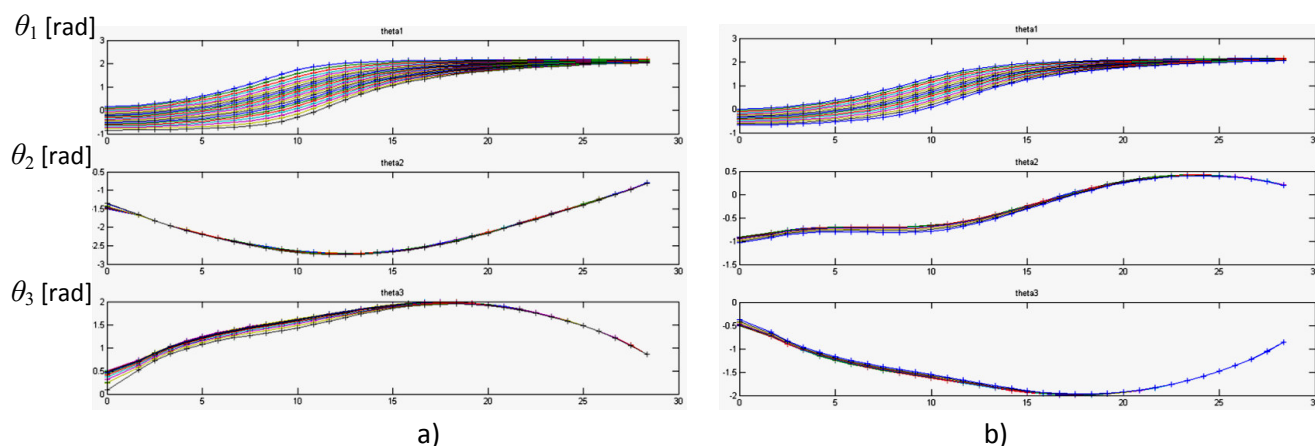


Figura C.4 Solución cinemática inversa correspondiente a recorrido de trayectoria \mathbf{L}_V ; $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ vs tiempo – vista lateral 2D, $\alpha_2 = 0^\circ$ y rangos de α_1 : a) $[70^\circ \leq \alpha_1 \leq 110^\circ]$, b) $[76^\circ \leq \alpha_1 \leq 104^\circ]$.

De las gráficas ilustradas en la Figura C.4, se puede apreciar que el comportamiento en la solución cinemática inversa durante el recorrido cambia completamente para las variables articulares θ_2 y θ_3 , tomando una solución alternativa; no así para la primera variable articular θ_1 donde únicamente la reducción de rango la hace ser más delgada.

C.3 Comportamiento cinemático durante recorrido de trayectoria “real” \mathbf{L}_R , parámetros de diseño de Tabla B.3, variaciones en ángulo de torsión α_1 , con α_2 constante.

Considerando parámetros del manipulador descritos en la Tabla B.3, y tomando una trayectoria alternativa definida como \mathbf{L}_R , también línea recta; se pretende analizar el comportamiento cinemático en relación a las gráficas obtenidas del análisis anterior.

Para el caso anterior, la trayectoria \mathbf{L}_V se definió como “virtual”, debido a que el recorrido de la misma así como el análisis preliminar del espacio de trabajo, solamente se realizó mediante el software SnAM. Para el presente caso, el análisis del espacio de trabajo se llevó a cabo con el apoyo no solamente del software SnAM sino también de forma palpable y real con el prototipo del mismo nombre, tal como se mostró a inicio del Apéndice B en las Figuras B.5 y B.6.

Debido a que ambos: la trayectoria y los parámetros de diseño del manipulador han sido modificados, fue necesario encontrar el rango adecuado para la búsqueda de un óptimo, siendo el definido por $[55^\circ \leq \alpha_1 \leq 95^\circ] \Leftrightarrow [0.96 \text{ rad} \leq \alpha_1 \leq 1.66 \text{ rad}]$, manteniendo α_2 constante e igual a cero.

Tal como en los casos anteriores, la estimación de la energía consumida durante el recorrido, ver Figura C.5, se realiza mediante la suma del área bajo la curva del comportamiento de las velocidades angulares de forma estandarizada.

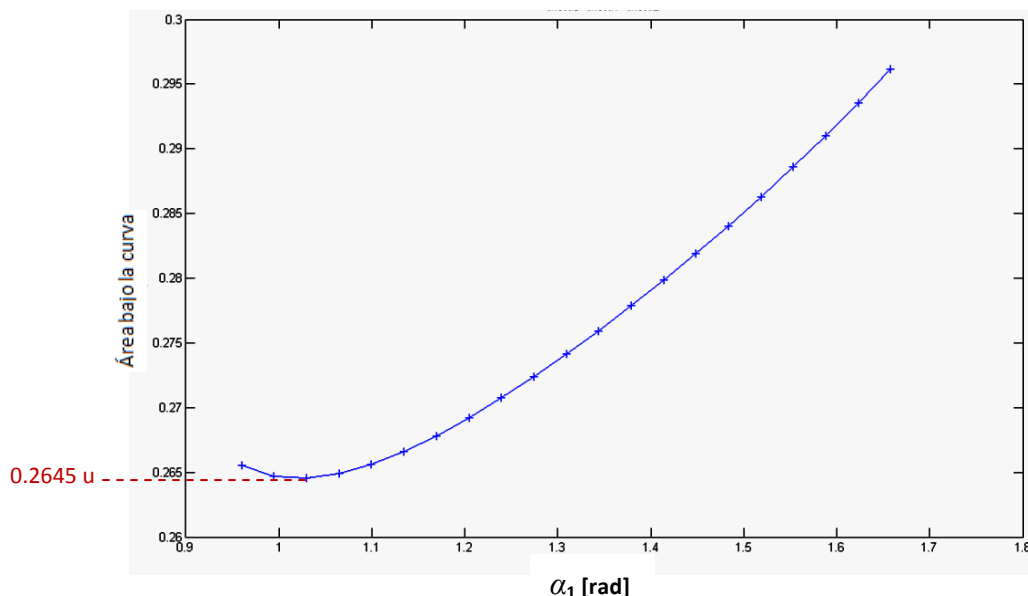


Figura C.5 Comportamiento cinemático $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$ del manipulador durante recorrido de trayectoria \mathbf{L}_R . Rango $[55^\circ \leq \alpha_1 \leq 95^\circ] \Leftrightarrow [0.96 \text{ rad} \leq \alpha_1 \leq 1.66 \text{ rad}]$, y $\alpha_2 = 0^\circ$.

De la Figura C.5, se puede apreciar que el valor de α_1 indicando el mínimo (0.2645 unidades) se encuentra aproximadamente en $\alpha_1 = 1.03 \text{ rad}$, esto es, 59° .

C.4 Comportamiento cinemático durante recorrido de trayectoria “real” \mathbf{L}_R , parámetros de diseño de Tabla 6.3, variaciones en ángulo de torsión α_2 , con α_1 constante.

En la Figura C.6 se muestra el comportamiento cinemático del manipulador durante el recorrido de la trayectoria \mathbf{L}_R .

En la Figura C.6 se aprecia que el valor de α_1 indicando el mínimo, de 0.207 unidades, se encuentra aproximadamente en $\alpha_2 = -0.92 \text{ rad} = -52.7^\circ$. El máximo se encuentra cercano a los cero grados.

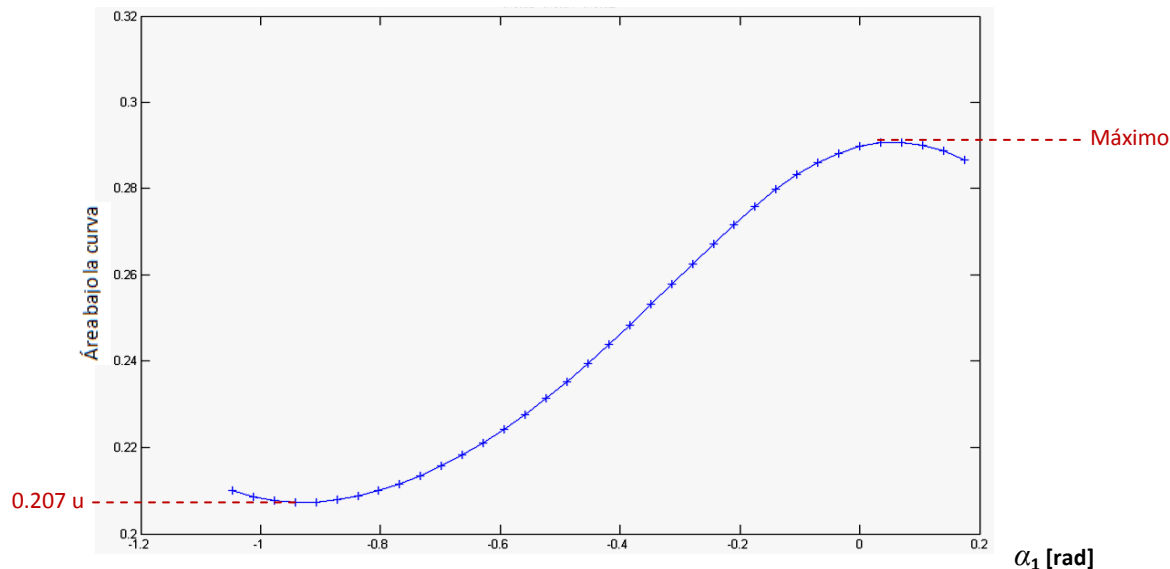


Figura C.6 Comportamiento cinemático $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$ del manipulador durante recorrido de trayectoria \mathbf{L}_R . Con valores $[-1.05 \text{ rad} \leq \alpha_2 \leq 0.18 \text{ rad}]$, y $\alpha_1 = 90^\circ$.

Es importante mencionar que, en los casos anteriores (**sub-secciones C.1-C.4**), la estimación de la energía empleada para el recorrido de ambas trayectorias difiere debido a los diversos factores involucrados. La longitud total recorrida en \mathbf{L}_V fue de 0.84 m aproximadamente, mientras que para \mathbf{L}_R fue de 0.723m. Los parámetros de diseño del manipulador también variaron, esto es, mientras que para la trayectoria virtual \mathbf{L}_V se utilizaron los indicados en la Tabla B.1; para la trayectoria real \mathbf{L}_R se utilizaron los descritos en la Tabla B.3.

También, de lo analizado en párrafos anteriores se puede afirmar lo siguiente: a) El rango de variación para los valores óptimos tuvo que ser definido a partir del comportamiento de las gráficas para cada caso en particular, b) La consideración de solución múltiple o alternativa afecta en gran medida la estimación de energía empleada para la realización del recorrido, y c) Finalmente, el análisis considerando la variación de un solo valor α , ha servido para visualizar un estimado de los rangos de variación simultánea en ambos parámetros, α_1 y α_2 .

APÉNDICE D: PROCESO DE OBTENCIÓN DE GRÁFICAS PARA SELECCIÓN DE ÁNGULOS DE DISEÑO α_1 Y α_2 .

En el presente apéndice se describe el proceso de obtención de gráficas para la selección de ángulos de diseño α_1 y α_2 basados en el recorrido de una trayectoria específica. Los ángulos óptimos de diseño obtenidos estimarán un menor consumo de energía para el recorrido de la trayectoria indicada.

D.1 Proceso para la Generación de Gráficas en Análisis Cinemático.

En la presente sub-sección se describe el proceso realizado para la elaboración de las gráficas por medio de las cuales se pretende la obtención de los valores óptimos de desempeño para los ángulos α_1 y α_2 .

Los puntos 1, 2 y 3 siguientes, han sido abordados en las **sub-secciones B.2.1 y B.2.2** anteriores. Los demás puntos complementan el proceso.

1. Definición de trayectoria a recorrer por medio del efector final del manipulador.
2. Definición de los parámetros DH del manipulador. En este punto es necesario definir los parámetros de diseño los cuales se mantendrán fijos durante el proceso; además, se debe delimitar el rango de variación de los valores α_1 y α_2 para los cuales se llevará a cabo el análisis. El rango de variación depende directamente del espacio de trabajo de la arquitectura seleccionada para el análisis y de la trayectoria definida.
3. Análisis del espacio de trabajo. Ya sea de forma virtual mediante el software “SnAM”, o de forma real incluido software y prototipo “SnAM”, herramientas inicialmente utilizadas para el presente proyecto.
4. Algoritmo de solución, basado en metodología empleada en [36] y [37]. Donde es importante considerar la multiplicidad de soluciones que pueden resultar, 2 ó 4 para el presente caso de estudio, ver diagrama de flujo de la Figura 2.3-Capítulo 2.
5. Procedimiento de obtención y análisis de gráficas. La gráficas obtenidas definen el comportamiento de las variables articulares y sus derivadas durante el recorrido de la trayectoria por medio del efector final. Ver control cinemático, **sección 4.1**.

Para el caso del área bajo la curva, como parámetro de evaluación de energía consumida, se tiene:

- Las primeras gráficas indicarán el comportamiento de las variables articulares $\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t)$ durante la trayectoria recorrida.
- Las siguientes gráficas ilustrarán el comportamiento de las velocidades articulares $\dot{\theta}_1(t), \dot{\theta}_2(t), \dot{\theta}_3(t)$.
- Las últimas gráficas indicarán la curva de comportamiento del estimado de energía empleada por el manipulador durante la trayectoria. La obtención de éstas últimas gráficas consistirá en la suma de cada una de las tres velocidades angulares elevadas al cuadrado, esto es $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$, logrando con ello la estandarización de valores y eliminando términos con signo negativo. Las bases para la generación de las gráficas mencionadas en el presente párrafo se encuentran en la **sub-sección 2.4.2** incluida en el **capítulo 2**.

En el **Apéndice A** se analizan aspectos fundamentales para la generación de las gráficas necesarias para el análisis cinemático. Estos aspectos incluyen los casos en los que la cinemática inversa considera soluciones múltiples durante el recorrido de la trayectoria, así como distorsiones generadas debido a la variación de los ángulos α_1 y α_2 las cuales alteran la suavidad de las gráficas obtenidas.

En el **Apéndice C** se analizan las gráficas obtenidas del comportamiento cinemático para el recorrido de los dos tipos de trayectorias descritas en el **Apéndice B**.

Éstas gráficas ilustraron el comportamiento cinemático para el recorrido de cada trayectoria a partir de la variación de los ángulos α_1 y α_2 de forma individual. El análisis ha servido como base fundamental para la estimación del rango de valores para una variación simultánea de α_1 y α_2 ; además, del uso adecuado del algoritmo cinemático aquí empleado durante el recorrido de trayectorias.

Para la obtención de los resultados en la presente sección, el proceso se resume en un análisis cinemático el cual permitirá conocer los valores óptimos de α_1 y α_2 para los cuales se pretende obtener un mínimo de energía consumida para el recorrido de una trayectoria establecida. La trayectoria de recorrido se ha definido en el **Apéndice B** como \mathbf{L}_R . Los valores óptimos de α_1 y α_2 obtenidos del análisis cinemático, serán los utilizados para la manipulación de expresiones y la obtención de gráficas requeridas para el análisis cinemático $\theta(t)$ y dinámico $\tau(t)$, necesarios para la validación analítico-experimental de la energía consumida $E(t)$, ver ecuación (6.6).

De manera analítica, en caso de plantear una función objetivo que permita al manipulador el mínimo gasto de energía para el recorrido de una trayectoria, se tiene:

$$\begin{aligned} \min E_{RK} &= \text{Área bajo la curva } f(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_3^2) \\ \text{sujeto a} & \\ \left[\alpha_{1i} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1f} \right] & \quad \left[\alpha_{2i} \leq \alpha_2 \leq \alpha_{2f} \right] \\ q_{il} \leq q_i \leq q_{iu} & \text{ límite en juntas } \theta \end{aligned} \tag{D.1}$$

Lo cual equivale a minimizar el valor del área bajo la curva de las gráficas definidas en las Figuras D.3 y D.4. El valor menor del área bajo la curva determinará la combinación de α_1 y α_2 que debe adoptar el manipulador para un menor gasto de energía para el recorrido de la trayectoria. Recordando que, la principal causa de que la función objetivo y sus restricciones no se puedan representar de forma concreta se debe a la solución de la cinemática inversa, la cual no se encuentra en forma cerrada.

D.2 Obtención de valores α_1 y α_2 para minimización de sumatoria $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$.

Para la obtención de resultados, el efector final del manipulador descrito en la Tabla B.3, recorrerá la trayectoria definida como \mathbf{L}_R en el Apéndice B. La velocidad cartesiana se considerará constante a lo largo de la trayectoria, esto únicamente para el análisis descrito en la presente sub-sección.

Para el presente análisis, la variación de los valores en los ángulos α_1 y α_2 ha sido de manera simultánea. Para ello resulta necesario definir límites para un rango de variación adecuado. El rango de variación adecuado se definió con el auxilio del contenido descrito en el **Apéndice C**, donde la variación de los valores α_1 y α_2 se llevó a cabo de manera independiente. La Tabla D.1 define el rango de variación para cada gráfica incluida en Figuras D.1 a D.4.

Tabla D.1 Rango de variación en ángulos de torsión, utilizado en Figuras D.1-D.4.

Angulo de torsión	Límite 1	Límite 2
α_1	$98^\circ \equiv 1.71 \text{ rad}$	$72^\circ \equiv 1.25 \text{ rad}$
α_2	$-80^\circ \equiv -1.4 \text{ rad}$	$-64^\circ \equiv -1.1 \text{ rad}$

En los párrafos posteriores, se muestra el comportamiento de las variables articulares (Figura D.1), velocidades angulares (Figura D.2), así como un estimado de la energía (Figura D.3 y D.4) empleada para el recorrido de la trayectoria \mathbf{L}_R ; todo ello en función de la variación simultánea de α_1 y α_2 .

La Figura D.1 muestra el comportamiento de cada variable articular durante el recorrido de la trayectoria \mathbf{L}_R . El comportamiento de cada variable articular representa la evolución temporal de la posición angular de cada junta del manipulador. Esta evolución articular permitirá al efector final reproducir la trayectoria establecida. La evolución articular representa la solución cinemática inversa.

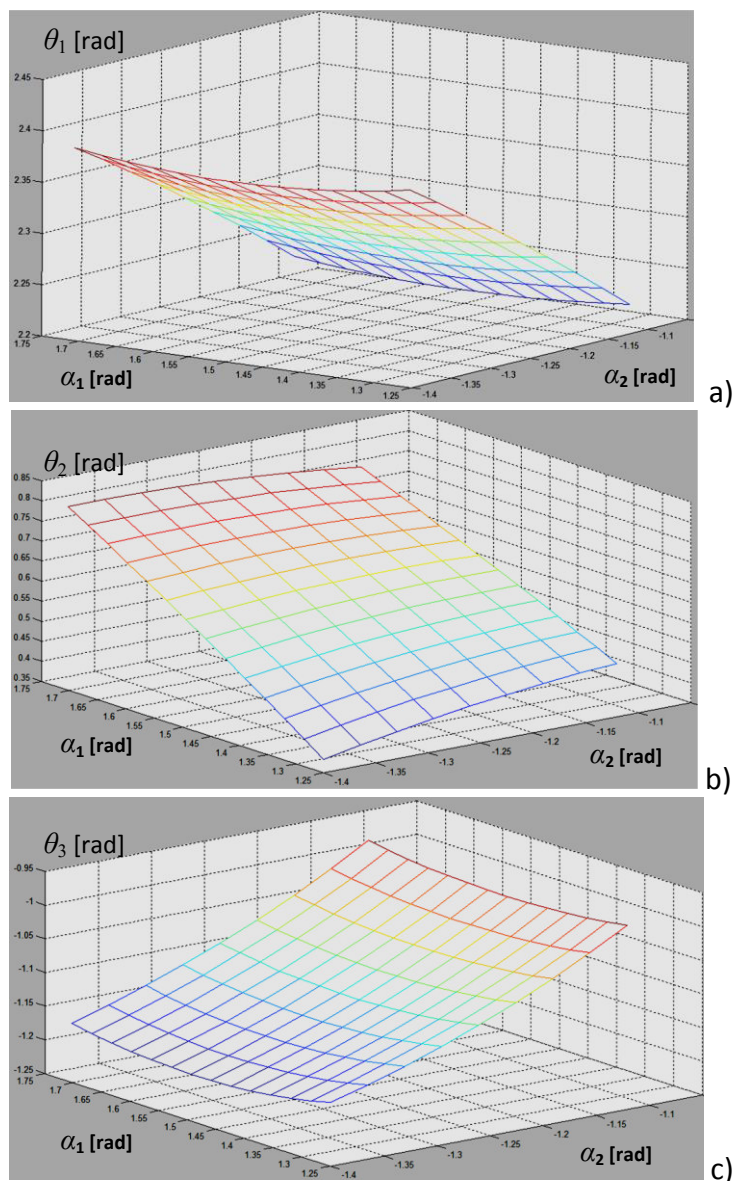


Figura D.1 Solución cinemática inversa correspondiente a recorrido de la trayectoria \mathbf{L}_R . a) θ_1 vs α_1 vs α_2 , b) θ_2 vs α_1 vs α_2 , c) θ_3 vs α_1 vs α_2 . Rangos de variación: $[1.26 \leq \alpha_1 \leq 1.71 \text{ rad}]$, y $[-1.12 \leq \alpha_2 \leq -1.40 \text{ rad}]$.

Las gráficas incluidas en la Figura D.2 muestran el comportamiento de la velocidad angular $\dot{\theta}_i$ de cada variable articular durante el recorrido de la trayectoria. También se incluye el comportamiento de la velocidad angular elevada al cuadrado $\dot{\theta}_i^2$. Esto último resulta necesario para la estandarización de valores, evitando con ello valores negativos.

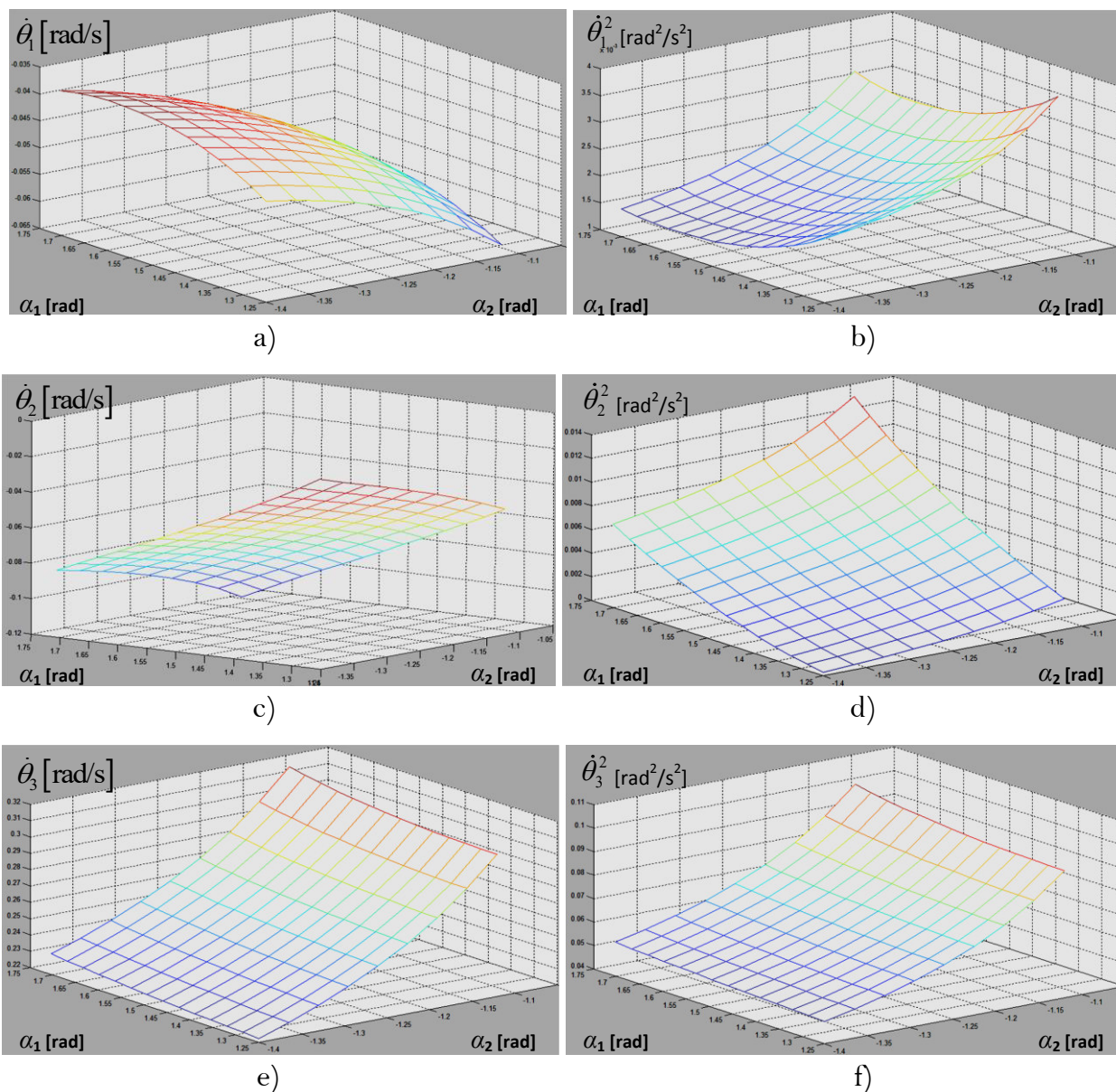


Figura D.2 Velocidades angulares. Articulación 1: a) $\dot{\theta}_1$ vs α_1 vs α_2 , b) $\dot{\theta}_1^2$ vs α_1 vs α_2 . Articulación 2: c) $\dot{\theta}_2$ vs α_1 vs α_2 , d) $\dot{\theta}_2^2$ vs α_1 vs α_2 . Articulación 3: e) $\dot{\theta}_3$ vs α_1 vs α_2 , f) $\dot{\theta}_3^2$ vs α_1 vs α_2 . Rangos de variación $[1.26 \leq \alpha_1 \leq 1.71 \text{ rad}]$, y $[-1.12 \leq \alpha_2 \leq -1.40 \text{ rad}]$.

Las gráficas de la Figura D.3 han sido obtenidas a partir de los rangos indicados en la Tabla D.1, con incrementos de 4 grados en α_1 , y 2 grados en α_2 . Cada gráfica contiene 9 líneas de diferente color, cada línea representa un incremento en el rango definido. En ambas imágenes incluidas en la Figura D.3 se puede estimar un valor óptimo de la estimación de la energía consumida durante el movimiento (Área bajo la curva), esto para cada valor de α .

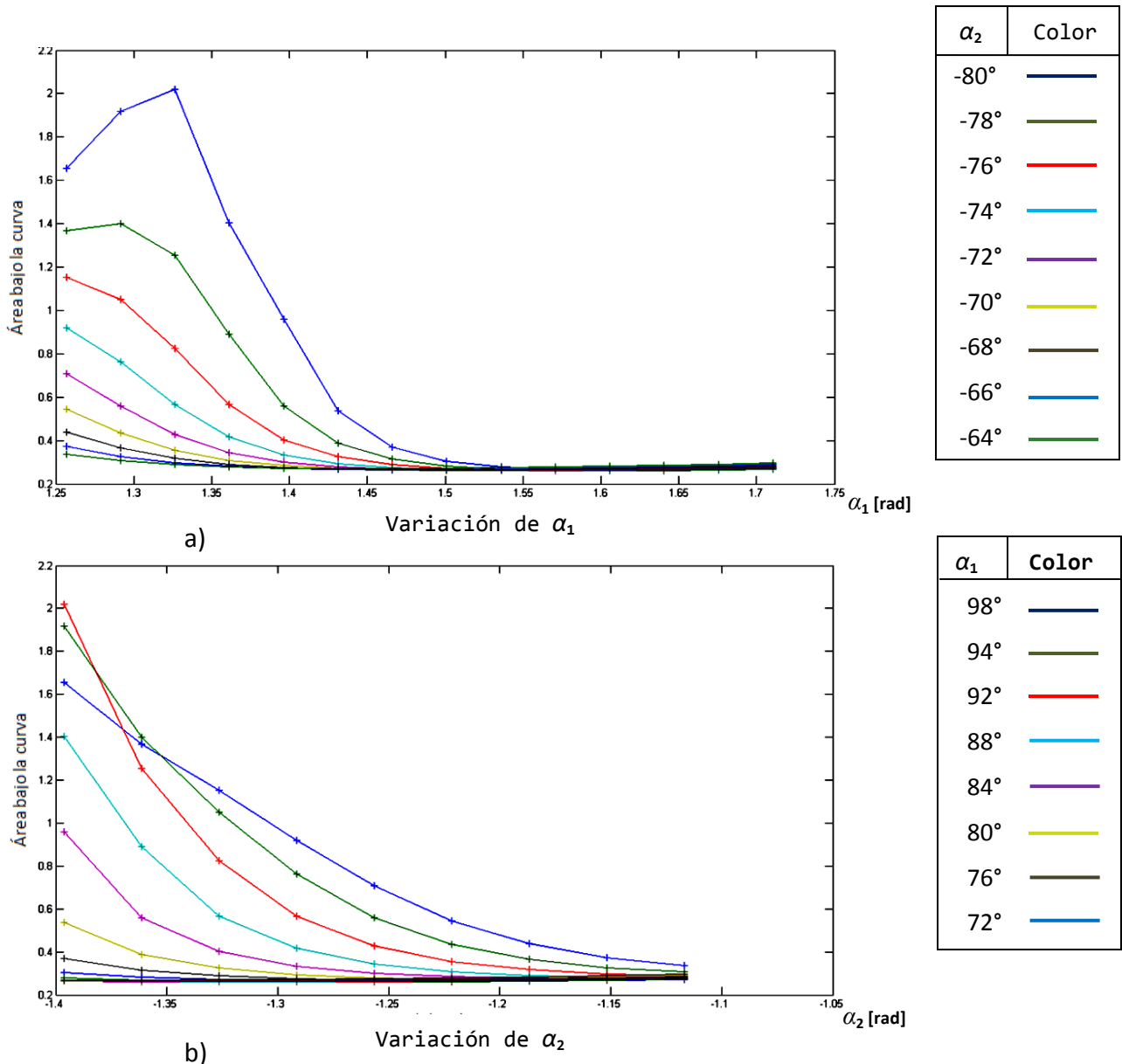


Figura D.3 Comportamiento cinemático $\dot{\theta}_1^2(t) + \dot{\theta}_2^2(t) + \dot{\theta}_3^2(t)$ durante el recorrido de la trayectoria L_R . a) Vista lateral-variación α_1 , b) Vista lateral-variación α_2 .

Para seleccionar el valor óptimo de α_1 y α_2 ha sido necesario auxiliarse de la Figura D.4, reconstruida en 3D a partir de las imágenes anteriores. La Figura D.4 muestra la forma en que la energía consumida varía durante el recorrido en función de los valores α_1 y α_2 . Lo rangos inicialmente considerados fueron los indicados en la Tabla E.1, pero para fines prácticos se ha realizado un acercamiento de la región en la cual se encuentra el óptimo. El óptimo indicado para ambos valores de acuerdo a los resultados obtenidos de Matlab® es, para $\alpha_1 = 1.5708 \text{ rad} \equiv 90^\circ$ y para $\alpha_2 = -1.2915 \text{ rad} \equiv -74^\circ$. Esta combinación de valores permite el consumo mínimo de 0.2595 unidades de energía para el recorrido de la trayectoria indicada.

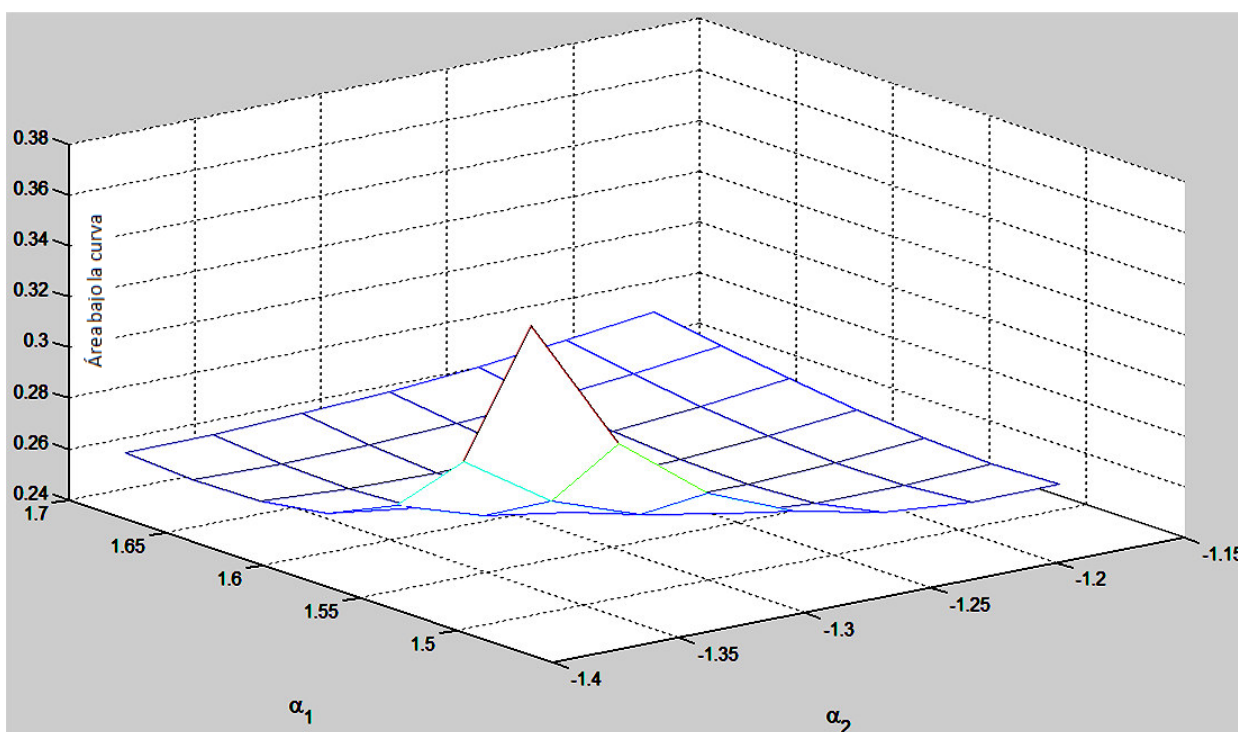


Figura D.4 Comportamiento de la energía consumida estimada para el recorrido de la trayectoria L_R . Rangos de variación $[1.50 \leq \alpha_1 \leq 1.70 \text{ rad}]$ y $[-1.15 \leq \alpha_2 \leq -1.36 \text{ rad}]$.

Finalmente, en la Tabla D.2 se tienen dos arquitecturas a comparar. La primera arquitectura utiliza los valores α que han sido obtenidos en el párrafo anterior, mientras que la segunda arquitectura es comúnmente utilizada en el ámbito industrial. Ambas son modelos a utilizar para evaluar su consumo de energía para el recorrido de la misma trayectoria. Para este análisis la ecuación base es la (D.2).

Tabla D.2 Ángulos de torsión α a utilizar para el análisis comparativo de energía empleada durante el recorrido de la trayectoria L_R .

Arquitectura 3R	α_1	α_2
Óptima	90°	-74°
Comercial	-90°	180°

De manera preliminar se contempla que la configuración óptima consume menor energía para el recorrido de la trayectoria. Los parámetros DH restantes correspondientes a ambas configuraciones indicadas en la Tabla D.2 se han definido en la Tabla B.3.

APÉNDICE E: DIMENSIONES DE COMPONENTES PRINCIPALES DEL SISTEMA DE CONTROL

E.1 Controlador ACR9640

Las dimensiones definidas por el fabricante para el controlador ACR9640 se detallan en la Figura E.1.

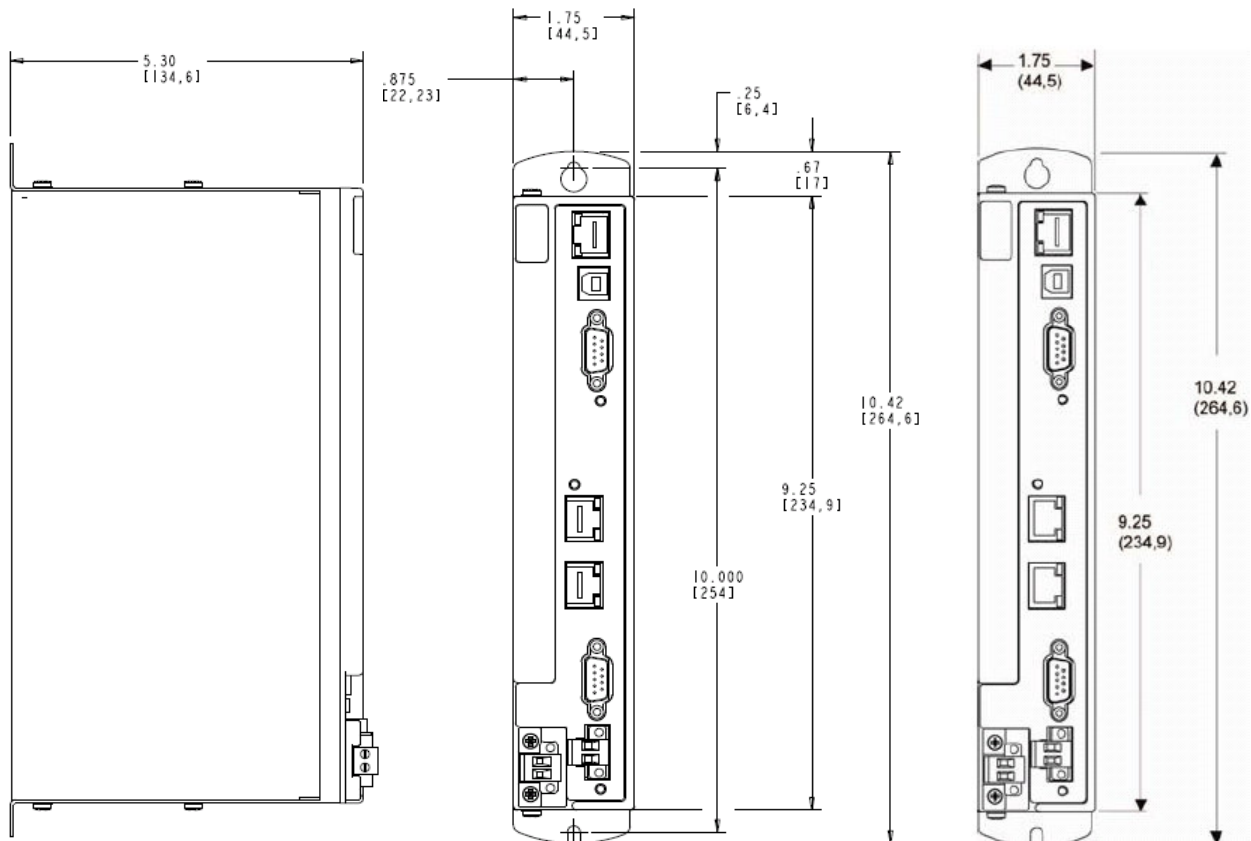


Figura E.1 Dimensiones de controlador ACR 9640, pulgadas (mm) [53].

Las dimensiones de espaciado sugeridas para el montaje del controlador ACR9640 se describen en la Figura E.2.

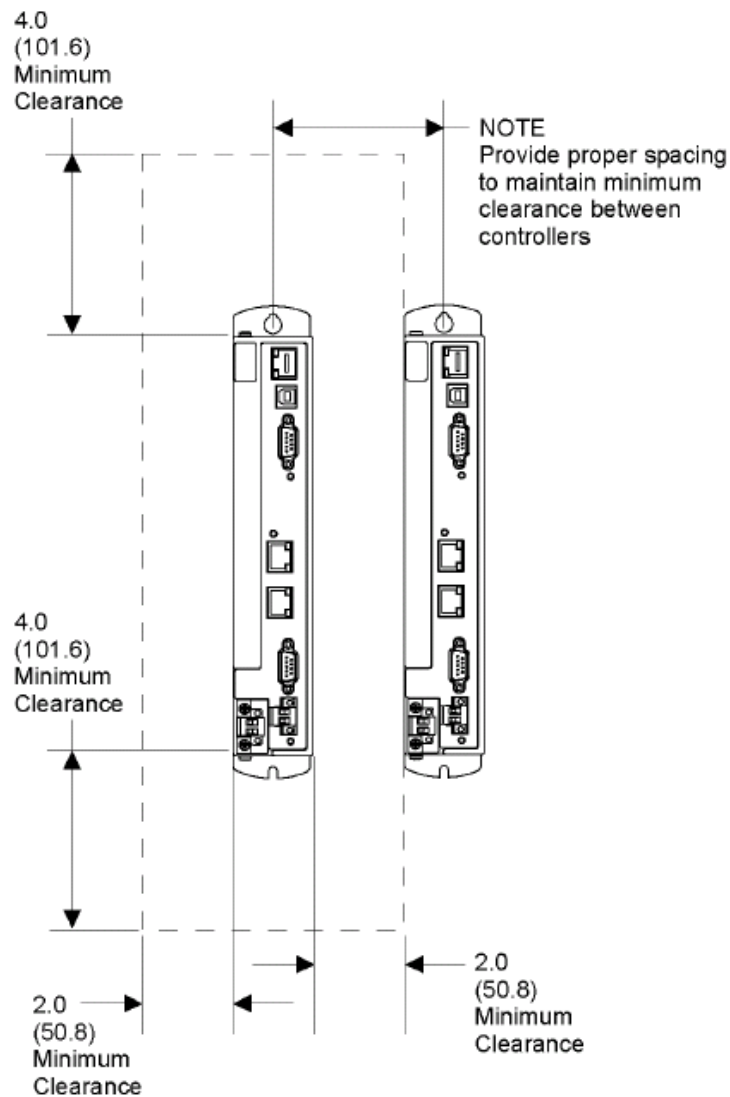


Figura E.2 Dimensiones sugeridas para montaje de controlador ACR 9640, pulgadas (mm) [53].

E.2 Servoamplificadores ARIES AR-08PE

Las dimensiones definidas por el fabricante para el amplificador ARIES AR-08PE se detallan en la Figura E.3.

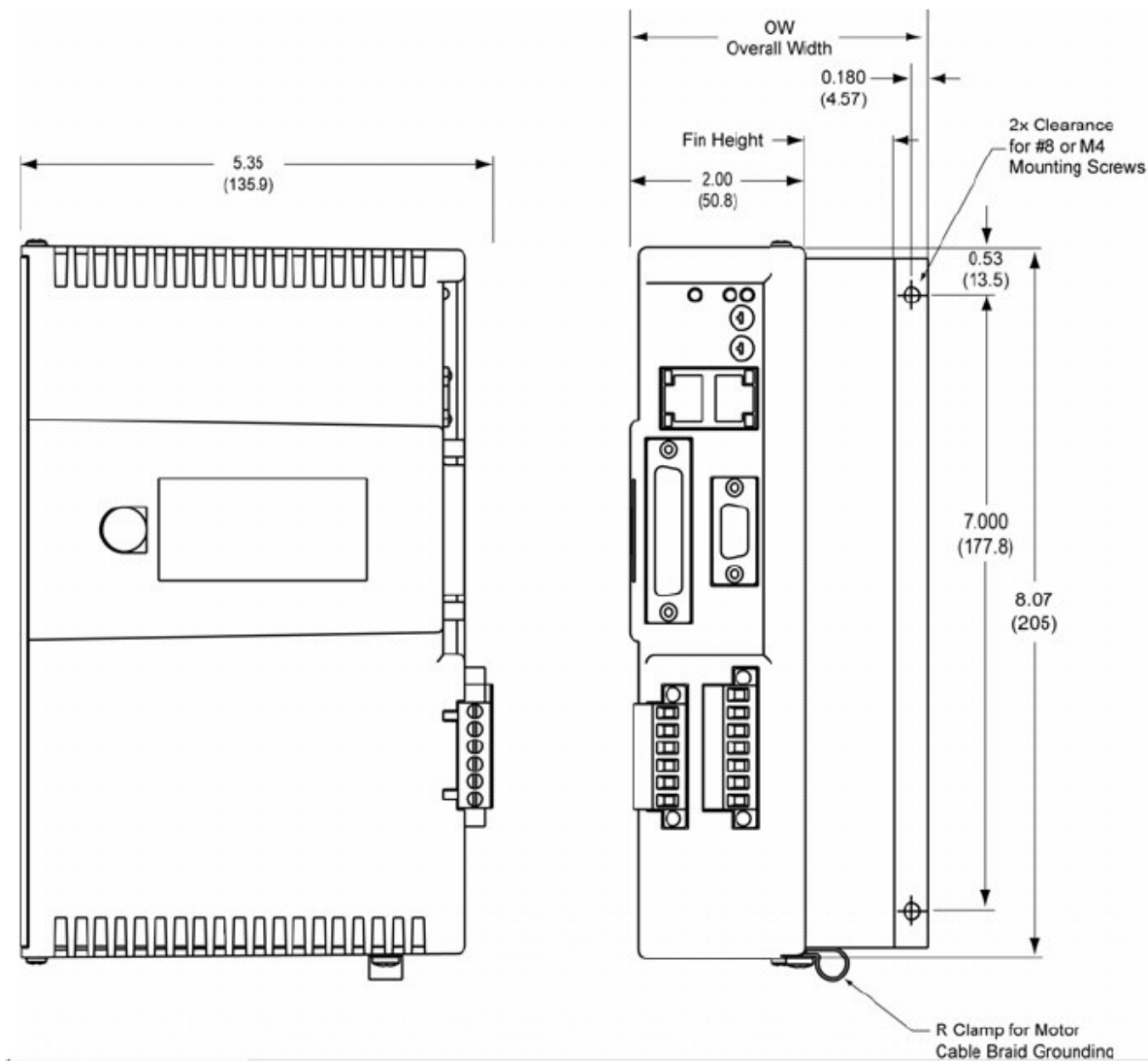


Figura E.3 Dimensiones de servoamplificador ARIES AR-08PE, pulgadas (mm) [53].

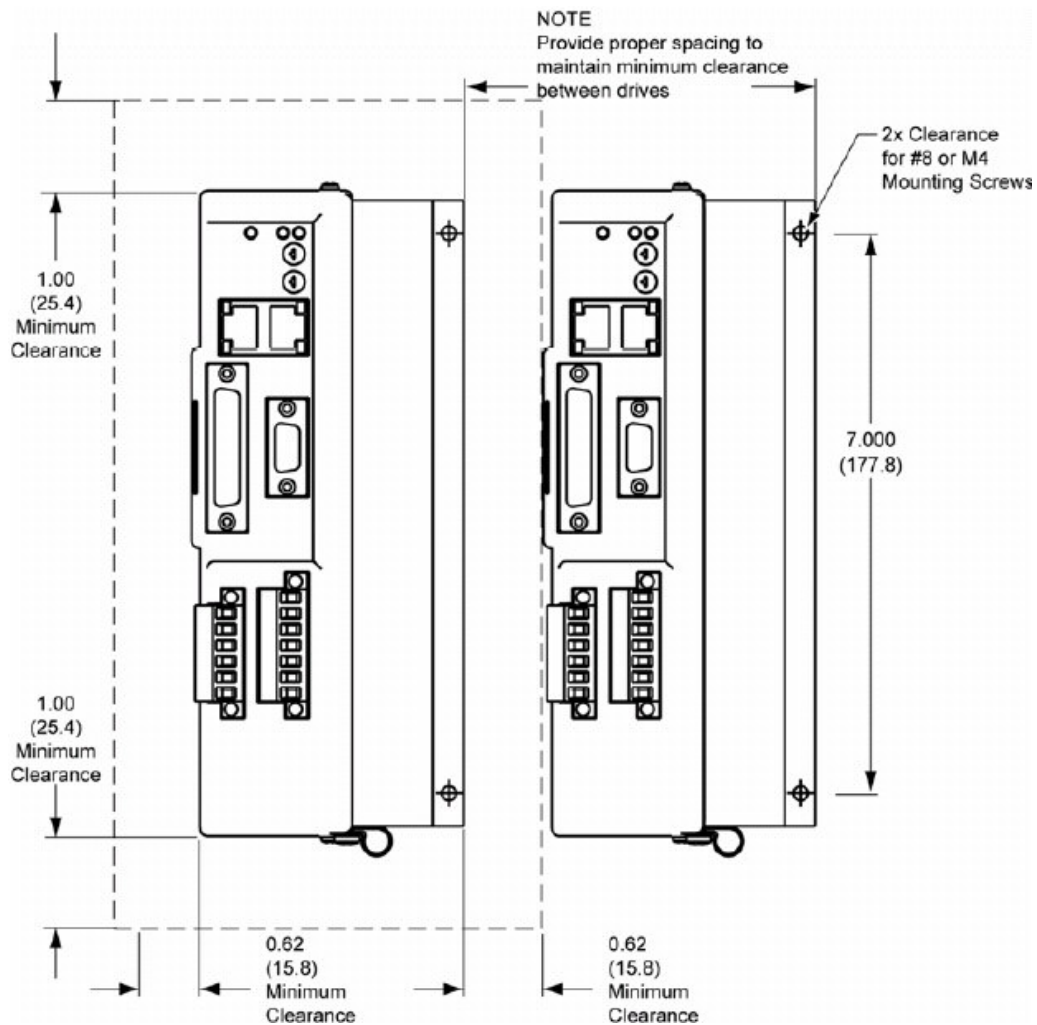


Figura E.4 Dimensiones sugeridas para montaje de servoamplificador ARIES AR-08PE, pulgadas (mm) [53].

Las dimensiones de espaciamiento sugeridas para el montaje del controlador ACR9640 y servoamplificadores ARIES AR-08PE se encuentran basadas en la ventilación que deben mantener para un funcionamiento adecuado.

APÉNDICE F: DIAGRAMA DE CONEXIONES PARA ALIMENTACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL

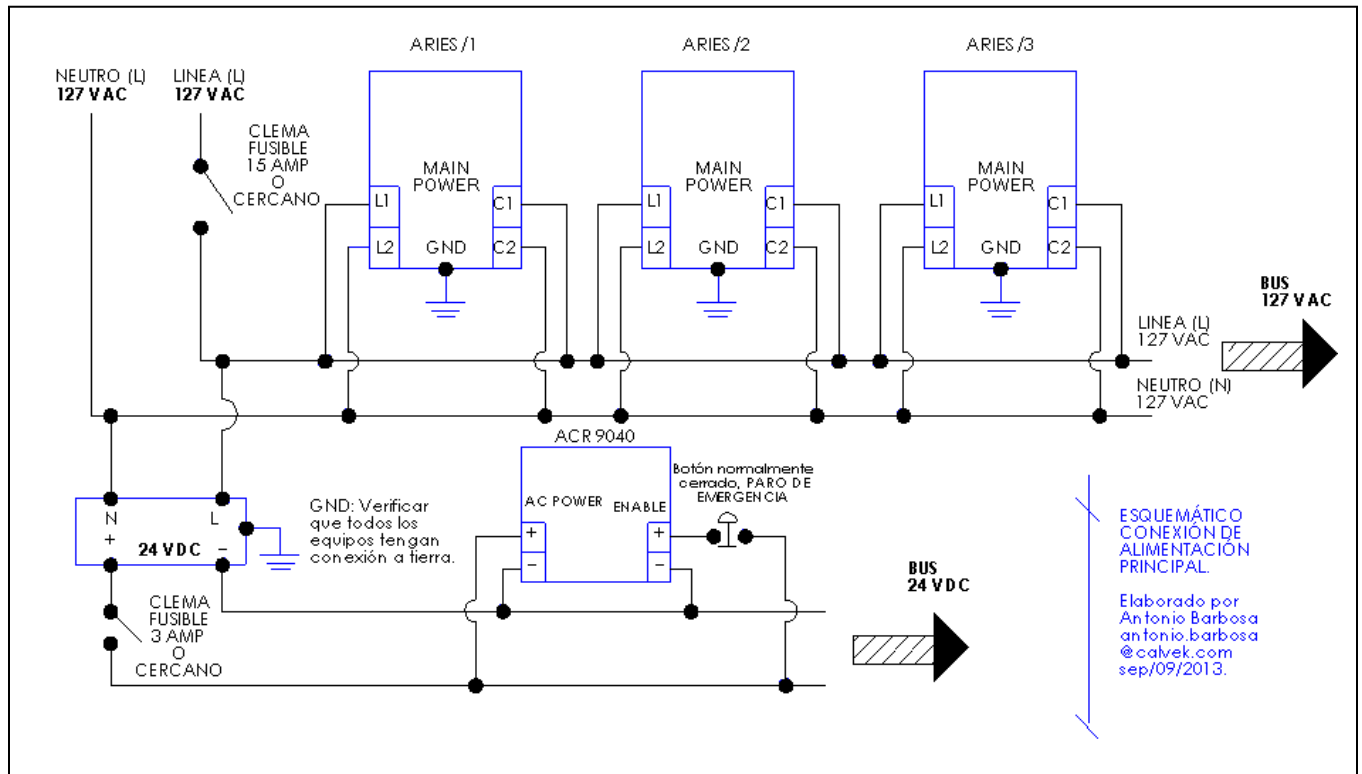


Figura F.1 Diagrama de alimentación para sistema de control de movimiento de prototipo experimental.

APÉNDICE G: CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA ACTIVACIÓN, EJECUCIÓN DE MOVIMIENTO Y RECOLECCIÓN DE DATOS DE FUNCIONAMIENTO DE PROTOTIPO EXPERIMENTAL.

Los códigos y secuencia de programación descrita en el presente apéndice fueron utilizados para los resultados experimentales empleados en el proyecto de tesis. En total fueron tres programas. El primero abarca la mayor cantidad de información, mientras que los dos restantes son necesarios para la obtención y registro de valores de velocidad angular y torque de cada servomotor, los cuales no están activados de inicio.

PROGRAMA 0: Programa principal.

PROGRAM
PBOOT

'Ligando ejes para movimientos coordinados

ATTACH MASTER0
ATTACH SLAVE0 AXIS0 "X"
ATTACH SLAVE1 AXIS1 "Y"
ATTACH SLAVE2 AXIS2 "Z"

'Secuencia para iniciar el sistema antes de mover servos

'Mecánicamente colocar los motores en posición cero

'Escribir en la terminal (*terminal emulator*) los siguientes comandos:

'PROG0 (ENTER)

'RES X Y Z: REN X Y Z (ENTER)

****Engrana movimientos de servos y pone en cero los encoders**

'SET 140 (ENTER) ******* Habilita o energiza motores**

'SET 160 (ENTER) ******* Se mantiene en ciclo mientras el bit permanezca en alto**

'CLR 160 (ENTER) ******* Para terminar el ciclo de movimientos**

'RUN PROG1 (ENTER) **** Para hacer el paso de los valores de torque**

'RUN PROG2 (ENTER) **** Para hacer el paso de los valores de velocidad angular**

'ETIQUETA DE CICLO

_LOOP

'Disparo de movimientos activo en alto, 5 aplicaciones distintas

```

IF (BIT 160) THEN GOSUB MOVERS
IF (BIT 161) THEN GOSUB SPACE
IF (BIT 162) THEN GOSUB LINERES
IF (BIT 163) THEN GOSUB GOMMY
IF (BIT 164) THEN GOSUB EFECTOR

```

'Retorno a etiqueta de ciclo

```
GOTO LOOP
```

'Etiqueta de salto a subrutina de programa utilizado en el presente proyecto de tesis

```
_SPACE
```

VEL 50 'Valor de velocidad definida para los tres ejes [$^{\circ}/s$]

ACC 300 'Valor de aceleración definida para los tres ejes [$^{\circ}/s^2$]

DEC 300 'Valor de desaceleración definida para los tres ejes [$^{\circ}/s^2$]

STP 300 'Valor *Jerk* definido para los tres ejes [$^{\circ}/s^3$]

X-75 Y135 Z-105 'Valor de posición angular para cada eje [$^{\circ}$] en referencia a la posición de "*home*" establecida.

'Indicación para no ejecución de otro movimiento hasta haber cesado el previo.

```
INH -516
```

```
INH -548
```

```
INH -580
```

```
DWL 1
```

```
X0 Y0 Z0
```

```
INH -516
```

```
INH -548
```

```
INH -580
```

```
DWL 1
```

```
RETURN
```

```
ENDP
```

PROGRAMA 1: Programa a ejecutar para obtener valores de torque.

```
PROGRAM
```

```
P28672 = 1
```

```
P28928 = 1
```

```
P29184 = 1
```

```
P28673 = 1
```

```
P28929 = 1
```

```
P29185 = 1
```

```
SET 10516  
SET 10548  
SET 10580
```

```
_L
```

```
SET 10500  
SET 10532  
SET 10564  
INH -10500  
INH -10532  
INH -10564
```

```
GOTO L  
ENDP
```

PROGRAMA 2: Programa a ejecutar para obtener valores de velocidad angular.

```
PROGRAM  
P28672 = 1  
P28928 = 1  
P29184 = 1  
P28673 = 1  
P28929 = 1  
P29185 = 1  
SET 10517  
SET 10549  
SET 10581
```

```
_L
```

```
SET 10500  
SET 10532  
SET 10564  
INH -10500  
INH -10532  
INH -10564
```

```
GOTO L  
ENDP
```

Es importante señalar la necesidad de haber desarrollado la estructura del presente programa en lenguaje escalera, incluido también en el archivo “Samples9040Mov” y referenciado en Figura 5.29 como MainProgram.LDD.