JÓVENES EN LA CIENCIA
REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA

HISTORIA DE LA DIVISIÓN

Nambo Arcos, Mónica Esther (1), Eenens, Philippe (2)

1 [Lic. Químico Farmacéutico biólogo, Universidad de Guanajuato] | [m.e.nambo.arcos@gmail.com]

2 [Departamento de Astronomía, División de Ciencias Naturales y Exactas, Campus Guanajuato, Universidad de Guanajuato] | [eenens@gmail.com]

Resumen

El presente proyecto tiene como principal objetivo contribuir a una reflexión sobre el aprendizaje de la división aritmética por medio de una investigación bibliográfica en la que se recopila y explica brevemente algunos de los métodos empleados a lo largo de la historia, seguida por su análisis por medio de criterios que permitan demostrar las ventajas y limitaciones de cada uno. Se presenta una tabla comparativa en la que se observan y relucen notablemente las características de cada método pudiendo notarse que cada cual privilegia algún aspecto en la facilitación del algoritmo de la división que pudiera ser rescatado con fines pedagógicos en la enseñanza y aprendizaje de tal operación.

Abstract

This present project has as its main objective to contribute to a reflection on the learning of the arithmetic division through a bibliographic research in which we collect and explain briefly some of the methods used through history, followed by an analysis using criteria which demonstrate the advantages and limitations of each. We produce a comparative table to highlight the main features of each method. It turns out that every culture favors some characteristic to make the division algorithm easier. These could be rescued for pedagogic purposes in the teaching and learning of this operation.

Palabras Clave Historia de las matemáticas; Enseñanza básica; División aritmética.

INTRODUCCIÓN

Justificación

Percatarnos de la forma en que las primeras civilizaciones humanas desarrollaron progresivamente el conocimiento es darse cuenta del gran avance que la mente humana ha conseguido, así mismo, contemplar la línea del tiempo histórica del desarrollo de las matemáticas es una forma de identificar nuestros propios errores y observar en retrospectiva los aciertos que como humanidad hemos realizado [1]. La historia de las matemáticas es la historia de la interacción entre los pueblos, el resultado del fenómeno de interdependencia del hombre.

Dentro de las matemáticas, la aritmética es la más fundamental y brinda una base estable al resto de las ramas que surgen de la misma ciencia. Dada su antigüedad resulta el ejemplo apropiado para describir el paulatino avance del conocimiento, sobre ello discurre la presente investigación, con un énfasis particular en la división aritmética a lo largo de la historia, por ser la más compleja de las cuatro operaciones elementales de la aritmética.

Planteamiento del problema

La enseñanza de la aritmética desde los niveles educativos básicos es un asunto de gran relevancia práctica, dado que precisamente la naturaleza básica o esencial de tal área le brinda el carácter de sustento para las subsecuentes áreas del conocimiento que dependan de una adecuada asimilación y comprensión de tal base matemática [2]. Es comprensible que por comodidad la sociedad suela buscar métodos sencillos e inmediatos para la resolución de problemas, sean de la índole que sean, y los desafíos matemáticos no son la excepción. En razón de lo anterior se puede explicar el hecho de que, en México como en la mayor parte de los países, la instrucción de la aritmética fluya en el sentido de la enseñanza de un único método para la resolución de cada una de las operaciones fundamentales, incluyendo la operación de división sobre la cual trata nuestro análisis. Actualmente el método más común que se enseña en las escuelas es el algoritmo de división larga. [3]

En particular, la división siempre ha sido un asunto difícil, y a pesar de que el método que actualmente empleamos es bastante simple, esto no siempre fue así. [4].

A través del presente proyecto procuraremos indagar en los diversos algoritmos de división que las culturas humanas han empleado a lo largo del tiempo y tendremos a bien realizar un esbozo de las cualidades de cada uno así como una breve comparación entre ellos para, de este modo, destacar las virtudes y limitaciones de cada uno con la esperanza de que el conocimiento de la diversidad de métodos disponibles consiga fortalecer la comprensión del concepto y la utilidad de aquello que se está tratando de inculcar.

Objetivo general

Contribuir a la mejora del aprendizaje de la división

Objetivos específicos

1. Recopilar métodos de división a lo largo de la historia.

2. Analizar y comparar los métodos con criterios tales como eficiencia, dificultad de ejecución, carga en la memoria de trabajo.

Marco conceptual

A través de la historia, las civilizaciones han desarrollado por su cuenta el conocimiento necesario para resolver sus cuestiones más apremiantes. En cuanto a la aritmética se refiere, las principales civilizaciones que han aportado en su expansión y difusión han sido los Babilónicos, Egipcios, Griegos, Hindúes y Árabes [5]. Cada cual se ha distinguido por su aporte particular. Entre ellos destaca de manera importante la cultura Hindú, ya que a ellos se debe la actual numeración decimal posicional, posteriormente transmitida por los árabes [6].

Dichos pueblos propusieron sus respectivos métodos para la resolución de las cuatro operaciones elementales de la aritmética. A continuación, presentaremos una breve revisión de los algoritmos empleados para dividir de algunos de las de las culturas previamente destacadas, para lo cual se procederá a una descripción simple de cada uno y su posterior evaluación y comparación de acuerdo a los siguientes criterios de análisis:

1) Velocidad: número de operaciones
2) Dificultad de las operaciones involucradas
3) Carga de memoria
4) Memoria de trabajo
5) Claridad de la disposición escrita.

- *Babilonia*

El pueblo babilonio contaba en base sexagesimal (60). Para hacer divisiones, aprovechaban la cualidad de que esta operación es la inversa de la multiplicación, basándose en la siguiente igualdad [7].

$$\frac{a}{b} = a\frac{1}{b}$$

Como apoyo para realizar la división a través del inverso de la multiplicación se desarrolló una tabla de inversos. El método es sencillo si se divide por un divisor de 60, pero se complica en caso contrario. Afortunadamente, el número 60 tiene muchos divisores.

1) Fijar la división, separarla en el modo $a{:}\,b = a\left(\frac{1}{b}\right)$
2) Buscar en la tablilla el valor correspondiente de $\frac{1}{b}$. Aquí la gran limitación, no es práctico tener una tabla de inversos que contenga todos los números posibles a utilizar, dicha limitación es definitiva en cuanto a su baja eficiencia.
3) Realizar la multiplicación. Una vez encontrado el número por el que ha de multiplicarse, el grado en el que se dificulta la división (como proceso general) se verá influida por el grado de dificultad de la multiplicación.

Ejemplo 1. División 345÷15 en Babilonia

En la base sexagesimal el dividendo 345 se descompone en 5 x 60 + 45. El inverso del divisor 15 es 4, porque $\frac{1}{15} = \frac{4}{60}$. Multiplicaremos cada componente por 4. Obtenemos 20 x 60 + 180 = 20 x 60 + 3 x 60. El cociente es 20 + 3 = 23.

- *Egipto*

Método basado en la conjunción de dos métodos elementales, la suma y la duplicación [8], por lo que su algoritmo resulta simple en cuanto a divisiones exactas. El resultado siempre era entero.

Para dividir $\frac{n}{m}$ el método indica realizar duplicaciones sucesivas de "m" (divisor) hasta llegar a "n" (dividendo) o al último número duplicado que no supere el valor del dividendo. De modo escrito se tabulaban los resultados, en la primera fila se colocaban el número 1 y el divisor m [9]. El dividendo se obtiene, como la suma de ciertos elementos duplicados de la columna del divisor y el cociente es la suma de los números elegidos en la columna base de la duplicación [10]

Ejemplo 2. División 345÷15 en Egipto

La duplicación de los números en la columna de la derecha se detiene cuando el término siguiente supera el valor del dividendo. Se suman los términos en la columna derecha, empezando por el último. Si al agregar un término la suma supera al dividendo se rechaza ese término, por lo que se elimina el penúltimo término (120). Se continúa hasta que la suma sea igual al dividendo 345. Por último, para encontrar al dividendo sumamos los valores de la columna izquierda que correspondan a los elementos que componen la suma (suma de la columna derecha).

Se realiza como sigue:

240+120=360; 360>345 ∴ La suma superaría al dividendo.

1	15
2	30
4	60
8	120
16	240

Eliminando 120

240+60+30+15= 345 ∴ Suma correcta

Sumando los términos correspondientes de la columna izquierda

1+2+4+16= 23, que es el cociente correcto.

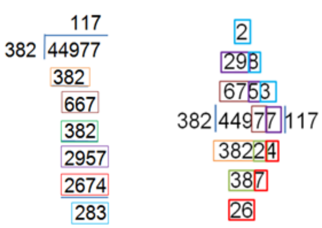
El método es bastante útil y simple para divisiones exactas, pero altamente limitado para divisiones enteras (o inexactas) [11].

- *India*

El método Hindú para dividir fue tan eficiente para su época que incluso en el siglo XVI se consideraba como el más corto y cómodo.

El método de la galera guarda similitudes con el método moderno en cuanto al uso de restas y multiplicaciones a lo largo de la operación, con la excepción de que el dividendo aparece en el medio, el divisor a la izquierda y el cociente a la derecha, mientras que las diferencias consecutivas se colocan sobre los minuendos y en la parte inferior se ordenan las cantidades a restar [12].

Ejemplo 3. División 44977:382; residuo=283 en forma de galera



A la izquierda el algoritmo de división larga; a la derecha el método de galera.

En el método de galera el acomodo espacial de los elementos de división difiere de manera significativa en contraposición con el actual siendo, a nuestro parecer, menos claro y ordenado, por ejemplo, el hecho de que en el método de galera la posición de los valores en una columna es importante, no así la posición en una fila [13], lo cual podría prestarse a confusión dada la falta de claridad.

MATERIALES Y MÉTODOS

El presente proyecto tendrá lugar a partir de una investigación bibliográfica.

Dado el carácter del proyecto se expone de manera general y muy breve la historia de las matemáticas para contextualizar al lector, con su posterior particularización al ámbito de la aritmética para finalmente analizar los métodos históricos de la división aritmética en líneas espacio-temporales distintas.

Como medio de consolidación de lo expuesto en el marco conceptual se realizará una tabla comparativa, de acuerdo a los siguientes criterios:

1) Velocidad: número de operaciones necesarias para encontrar el cociente.

2) Nivel de dificultad de las operaciones involucradas: +, -, x, ÷. El uso de una mezcla de tales operaciones supone un mayor esfuerzo en la aplicación del algoritmo. Se observa que en los casos donde menos se requieren multiplicaciones la solución se encuentra con mayor facilidad. Por otro lado, requerir restas en el algoritmo suele crear confusión, por lo que se prefieren los métodos que no la involucran.

3) Carga de memoria: usar o no usar tablas como la de multiplicar o la de inversos. En caso de requerirse plantea una desventaja práctica al tener que memorizar tales tablas o el transporte constante de las mismas.

4) Memoria de trabajo: número de operaciones mentales simultáneas

5) Claridad. Disposición escrita de los valores involucrados. Relevancia en la colocación en filas o columnas conforme se procede con el algoritmo.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación, se presenta una comparación de los algoritmos de división aritmética históricos explicados anteriormente (Tabla 1) con base en los cinco criterios de análisis elegidos para visualizar la eficiencia de cada método.

Tabla 1: Tabla comparativa de los algoritmos históricos para la resolución de divisiones aritméticas

	Algoritmo de división Babilónico	**Algoritmo de división Egipcio**	**Algoritmo de división por Galera**	**Algoritmo de división larga (actual)**
Velocidad	>2n Depende mucho de la extensión de la multiplicación que ha de realizarse al final	> n + n/3 La eliminación de los términos innecesarios en las columnas aumenta un poco el número de operaciones	n ±3 No hay gran diferencia en la cantidad de operaciones con el actual	n Tomamos este método como punto de referencia de los otros, donde definimos que “n” es el número de operaciones necesarias en algoritmo actual
Nivel de dificultad de las operaciones	Multiplicación, suma Nivel: medio	Suma, duplicaciones Nivel: bajo	Multiplicación, resta, suma. Nivel: alto	Multiplicación, resta, suma. Nivel: alto.
Carga de memoria	Uso necesario de tablas de inversos	Requiere un método de elección de números en la columna derecha	Conocimiento de las tablas de multiplicar	Conocimiento de las tablas de multiplicar
Memoria de trabajo	Primero multiplicaciones que son anotadas; posteriormente suma y minimización.	Sólo duplicaciones en primer lugar y luego sólo sumas.	Multiplicaciones y restas en periodos de tiempo muy cercanos y alternados	Multiplicaciones y restas en periodos de tiempo muy cercanos y alternados
Claridad de la disposición escrita	Orden: alto	Orden: alto	Orden: Bajo, sin relevancia en la posición de las filas. La escritura se alterna hacia arriba, abajo o a la derecha, según el paso que se esté realizando	Orden: Medio. Un sitio fijo para cada elemento de la división. Requiere cuidado de la posición en filas y columnas. Escritura de izquierda a derecha y hacia abajo (excepto por el sitio del dividendo, arriba).

CONCLUSIONES

Del modo en el que se anticipaba, nuestro breve recorrido por la historia ha demostrado que cada cultura se adapta a sus necesidades y conocimientos accesibles, notando que los métodos antiguos de división consiguieron solventar las demandas inmediatas de sus pueblos. Todo ello nos ha conducido hasta el método actual que privilegia la claridad y la velocidad de operación sobre la reducción de carga de memoria, consiguiéndose así su manera propia de satisfacer el requerimiento pedagógico tanto como podemos ofrecer hoy en día. El presente proyecto es una invitación a apreciar los métodos e instrumentos que se usaron en otras culturas para enriquecer nuestra enseñanza de la división aritmética.

REFERENCIAS

[1] fr. Cajori, Florian. 1894 (1909) “A history of mathematics” (Vol.1) EE. UU. Editorial MacMillan And Co. Pp. 1

[2] Gómez Alfonso, Bernardo. (1995) “Desarrollo histórico de la enseñanza de la aritmética. El caso de los algoritmos de cálculo” Revista Aula de Innovación Educativa. Mayo; V (50), Pp. 1

[3] Cfr. Aguiriano Andino, Saulo Semir, (2015). “Estudio sobre el uso del algoritmo de la división y su vínculo en la transición de la aritmética al álgebra, el caso de los anillos Euclideos con alumnos de

primer ingreso de la carrera de ingeniería agronómica de la UNAG". Tesis, Universidad Pedagógica Nacional, [En pdf]. Recuperado de: http://www.cervantesvirtual.com/descargaPdf/estudio-sobre-el-uso-del-algoritmo-de-la-division-y-su-vinculo-en-la-transicion-de-la-aritmetica-al-algebra-el-caso-de-los-anillos-euclideos-con-alumnos-de-primer-ingreso-de-la-carrera-de-ingenieria-agronomica-de-la-unag/ Fecha de consulta: 16/06/17. Pp. 19

[4 Perelman, Yakov Isidorovich, (1954) (tr.). "Aritmética recreativa" [E]n pdf]. Recuperado de: http://www.librosmaravillosos.com/aritmeticarecreativa/pdf/Aritmetica%20recreativa%20-%20Yakov%20Perelman.pdf
Fecha de consulta 17/06/17 Pp. 53

[5] Sánchez Guevara, Irene, Narro Ramírez, Ana Elena, (2001) "Matemática medieval Política y Cultura" [En línea], (otoño): [Fecha de consulta: 20 de junio de 2017] Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=26701612> ISSN 0188-7742 Pp. 5

[6] íbid Pp. 7

[7] Aguiriano Andino Op. Cit 54.

[8] Ibíd. Pp. 50

[9] Ídem

[10] Gonzales, José Luis. (1998). "Comprensión del algoritmo de la división" Tesis de Doctorado. Universidad de Málaga. España Pp. 32-67. Citado por Aguiriano Andino Op. Cit. pp. 50

[11] Cfr. Ibid pp. 53

[12] Ortega, César "Álgebra segundo año". Calameo, [En red]. Recuperado de: http://es.calameo.com/read/000441085a619549c52ca Consultado el 20/06/17

[13] Op. Cit. Aguiriano Andino pp. 57