
Estudio de correlaciones espectrales en pares de fotones generados por mezcla de cuatro ondas en fibras de cristal fotónico

Tesis que presenta

DANIEL RODRÍGUEZ GUILLÉN



Dvisión de Ciencias e Ingenierías
Campus León
UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

Que para obtener el grado de
LICENCIATURA EN INGENIERÍA FÍSICA

FEBRERO 2021, LEÓN, GTO.

DIRECTOR DE TESIS:
DRA. LORENA BERENICE VELÁZQUEZ IBARRA
CODIRECTOR DE TESIS:
DR. CARLOS HERMAN WIECHERS MEDINA

A mis padres, Sandra y Miguel,
por su eterno apoyo, este triunfo es nuestro.

AGRADECIMIENTOS

Considero que la gratitud es una virtud que va de la mano con la nobleza, le da identidad al corazón, y guía por el buen camino a todo hombre y mujer que la practique. La gratitud jamás debe ser menospreciada, es por eso que en estas líneas, quisiera mostrar mi total agradecimiento a las personas que me ayudaron a estar donde estoy.

Principalmente agradezco a mis padres, por apoyarme en todo momento y en cualquier decisión, por instruirme en el camino del bien, por confiar en mí, por brindarme las herramientas necesarias para poder seguir adelante y nunca dejarme solo.

Agradezco a la doctora Lorena, por confiar en mí y brindarme esta oportunidad para ser mejor, por instruirme desde el primer momento que la conocí y por aconsejarme en los momentos difíciles, también quisiera agradecer al doctor Carlos, por su dedicación, por su enorme nobleza, y por apoyarme en todo momento. A su vez, a todos los maestros que me apoyaron en el transcurso de la licenciatura.

Agradezco a Jhoanna, por aparecer en el momento adecuado de mi vida, por acompañarme en todo este proceso, por todo el tiempo que inviertes en mí, por no dejarme solo, y por lo mucho que me has dado.

Agradezco a mis amigos, por apoyarme no solo académicamente, sino también de manera emocional, el entorno adecuado para el desarrollo de una persona es fundamental, y mis amigos lograron crear el entorno adecuado para mí. Gracias Carlos y Daniel, por esas tardes de plática afuera de la biblioteca, sin duda son de los mejores recuerdos que llevaré conmigo.

Agradezco a todas las personas que me ayudaron en el camino, aunque ya no estén, influyeron en mi vida y también hay que agradecer eso.

Finalmente, agradezco el incentivo otorgado por la Dirección de Apoyo a la Investigación y al Posgrado de la Universidad de Guanajuato.

RESUMEN

El desarrollo de fuentes de luz no clásicas ha tenido un alto impacto en las nuevas tecnologías cuánticas. Estas fuentes de luz pueden ser generadas mediante la interacción de campos electromagnéticos y materiales no lineales, dando como resultado diversos procesos paramétricos los cuales generan pares de fotones.

El objetivo de este trabajo está enfocado en el estudio de la generación y las propiedades de los pares de fotones mediante el fenómeno de mezcla de cuatro ondas en fibras de cristal fotónico. Estos pares de fotones exhiben la propiedad de compartir correlaciones espectrales, las cuales pueden ser manipuladas para obtener estados con menor o mayor grado de correlación, siendo posible obtener estados sin correlación alguna conocidos como estados factorizables. Esta manipulación se realiza mediante cambios en los grados de libertad, tales como la longitud de la fibra, la longitud de onda de bombeo, el ancho espectral de bombeo, entre otros. Estos cambios son estudiados numéricamente de manera detallada en este trabajo. Adicional a este estudio, se obtienen resultados experimentales de las correlaciones espectrales, los cuales son comparados con los resultados numéricos con el fin de corroborar el análisis hecho y proponer mejoras para la generación de pares de fotones.

ABSTRACT

The development of nonclassical light sources has had a high impact in new quantum technologies. These sources could be generated through the interaction of electromagnetic fields and nonlinear materials, resulting in various parametric processes which generate photon pairs.

The objective of this thesis is to investigate the generation of photon pairs through the study of photonic crystal fibers and the four wave mixing phenomena. These photon pairs have the property of sharing spectral correlations, which could be manipulated to obtain states with less or more correlation, being possible to get states that does not have any type of correlations. These states are known as factorable states. This manipulation can be made through performing changes in the degrees of freedom, such as the length of the fiber, the pump wavelength, the pump spectral width, among others, these changes are studied numerically in detail. In addition to this study, experimental results of spectral correlations are obtained, which are compared with the numerical results in order to corroborate the analysis made and propose improvements for the generation of photon pairs

ÍNDICE

	Página
1 Introducción	1
2 Marco Teórico	3
2.1 Campos electromagnéticos	3
2.1.1 Descripción de las ondas electromagnéticas	4
2.1.2 Descripción cuántica del campo electromagnético	7
2.2 Fibras ópticas	8
2.2.1 Modos de propagación en fibras	9
2.2.2 Fibras con perfil de índice escalonado	10
2.2.3 Procesos físicos en una fibra óptica de cristal fotónico	11
2.3 Mezcla de cuatro ondas	17
2.3.1 Mezcla de cuatro ondas degenerado y no degenerado	18
2.3.2 Generación de fotones mediante mezclado de cuatro ondas	20
2.3.3 Correlación espectral en pares de fotones	24
2.4 Estadística de fotones y grado de correlación	32
3 Análisis Numérico	35
3.1 Modelado de la fibra de cristal fotónico.	36
3.1.1 Método de índice efectivo	38
3.1.2 Método del elemento finito	42
3.2 Función de empatamiento de fase	43
3.3 Función de intensidad espectral conjunta y estados factorizables	47
3.4 Función de correlación de intensidad	48
3.5 Descomposición de Schmidt	50
4 Desarrollo Experimental	55
4.1 Resultados y Discusiones	57
4.2 Mediciones preliminares	61
5 Conclusiones y Perspectivas	65

ÍNDICE

Referencias	69
A Simulación en COMSOL	75

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA	Página
2.1 Ilustración de una onda electromagnética propagándose sobre el eje z. La onda roja representa el campo magnético, mientras que la azul representa el campo eléctrico, ambas perpendiculares entre sí, y perpendiculares al vector de propagación \mathbf{k}	4
2.2 Ilustración esquemática de una fibra óptica.	9
2.3 Ilustración los perfiles de las fibras ópticas. Del lado izquierdo se muestra el perfil de índice escalonado, mientras que, del lado derecho, se muestra el perfil de índice graduado.	10
2.4 a) Sección transversal de una fibra de cristal fotónico de alto índice, cuyo núcleo es sólido. b) Sección transversal de una fibra de cristal fotónico de banda fotónica, cuyo núcleo es hueco. Ambas fibras tienen un revestimiento de huecos de aire. El parámetro d representa el diámetro, mientras que el parámetro Λ representa la distancia entre los huecos de aire.	12
2.5 Imagen de microscopio de escaneo de electrones (SEM por sus siglas en inglés, <i>Scanning Electron Microscope</i>) de la sección transversal de la fibra de cristal fotónico utilizada en esta tesis.	12
2.6 Variación del índice de refracción del sílice respecto a la longitud de onda.	15
2.7 Dispersión de la fibra de cristal fotónico utilizada. Existen dos longitudes de cero dispersión: la primera se encuentra alrededor de 962 nm, y la segunda alrededor de 1145 nm. La zona naranja corresponde a la dispersión normal, mientras que la zona gris corresponde a la dispersión anómala [31].	16
2.8 a) Ilustración del proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo degenerado en una fibra de cristal fotónico. b) Ilustración de conservación de energía. c) Ilustración de conservación de momento.	17
2.9 Contorno del empatamiento de fase. En el eje horizontal se muestra la longitud de onda de bombeo, en el eje vertical las longitudes de onda en las cuales se cumple que $\Delta\beta = 0$	18
2.10 Empatamiento de fase efectivo a diferentes potencias promedio de bombeo. Conforme la potencia de bombeo aumenta, la condición de empatamiento de fase se divide en dos bucles. El parámetro no lineal γ utilizado en el cálculo es de $\gamma = 37 \times 10^{-9} \text{ mW}^{-1} \mu\text{m}^{-1}$. 20	20

ÍNDICE DE FIGURAS

2.11	a) Función envolvente espectral, α , para $\lambda_p = 1060$ nm, y un ancho de bombeo $\Delta\lambda_p = 2.3$ nm. b) Función de empatamiento de fase, Φ , para $L = 1$ m. c) Función de intensidad espectral conjunta.	25
2.12	Función de empatamiento de fase para una fibra de 1 m de longitud. Es posible observar que la pendiente de la función cambia respecto a la frecuencia señal y acompañante. El parámetro no lineal ha sido ignorado debido a su pequeñez.	26
2.13	Empatamiento de velocidad de grupo respecto a λ_p . Las líneas verticales punteadas representan $\lambda_p = 987$ y $\lambda_p = 1070$ nm, para las cuales τ_s y τ_i son cero, respectivamente. La línea vertical sólida representa $\lambda = 1015.3$ nm para la cual $\tau_s\tau_i = 0$	27
2.14	Ángulo de la función de empatamiento de fase (Ec. (2.59)) respecto a λ_p . Las líneas verticales punteadas representan $\lambda_p = 987$ nm y $\lambda_p = 1070$ nm, para los cuales τ_s y τ_i son cero, respectivamente, por lo tanto el ángulo θ es igual a 90° y 0° , respectivamente. La línea vertical sólida representa $\lambda_p = 1015.3$ para la cual $\tau_s\tau_i = 0$, obteniéndose un ángulo aproximado de 45°	28
2.15	a) Función α con $\lambda_p = 987$ nm y $\Delta\lambda_p = 5$ nm. b) Función Φ . c) Función JSI con $\theta = 0^\circ$ respecto al eje horizontal. d) Función α con $\lambda_p = 1015$ nm y $\Delta\lambda_p = 5$. e) Función Φ . f) Función JSI con $\theta = 45^\circ$ respecto al eje horizontal. g) Función α con $\lambda_p = 1070$ nm y $\Delta\lambda_p = 5$. h) Función Φ . i) Función JSI con $\theta = 90^\circ$ respecto al eje horizontal.	29
2.16	Función de intensidad de espectral conjunta, con $\Delta\lambda_p = 1.14$ nm y $\lambda_p = 1015.3$ nm. . .	31
3.1	Dispersión cromática reportada por el fabricante de la fibra de cristal fotónico de esta tesis. Se pueden apreciar dos longitudes de onda con cero dispersión.	37
3.2	Espectro del fenómeno de mezcla de cuatro ondas obtenido mediante un analizador de espectros óptico.	37
3.3	Empatamiento de fase calculado mediante la aproximación de índice efectivo para una potencia promedio de 15 mW.	38
3.4	a) Variación del índice de refracción del núcleo respecto a λ . b) Variación del índice de refracción del revestimiento respecto a λ	39
3.5	Índice de refracción efectivo como función de λ para distintos valores de f	39
3.6	Dispersión de la fibra de cristal fotónico calculada mediante la aproximación de índice efectivo, con $f = 0.295$ y $a = 0.950$ μm	40
3.7	Curvas de dispersión de la fibra de cristal fotónico calculadas mediante la aproximación de índice efectivo para diferentes valores de f con $a = 0.950$ μm	41
3.8	Curvas de dispersión de la fibra de cristal fotónico calculadas mediante la aproximación de índice efectivo para diferentes valores de a manteniendo f constante.	41
3.9	Geometría de la fibra de cristal fotónico simulada mediante el método del elemento finito. El círculo que se encuentra dentro de la fibra es una capa combinada perfecta, (PML, por sus siglas en inglés).	42
3.10	Mallado generado para la solución de la fibra de cristal fotónico.	42

3.11	Distribución de intensidad del modo fundamental obtenido en la simulación mediante el método del elemento finito.	43
3.12	Densidad de la distribución de probabilidad de la función de empatamiento de fase.	44
3.13	Densidad de la distribución de probabilidad de la función de empatamiento de fase efectivo con una potencia promedio de $P = 150$ mW.	44
3.14	Sección transversal de la función de empatamiento de fase, con $\omega_s = 2150$ rad/ps.	45
3.15	Vista tridimensional de la distribución de probabilidad de la función de empatamiento de fase con proyección de contorno bidimensional en la parte inferior.	45
3.16	Sección transversal de la función de empatamiento de fase con $\omega_s = 2250$ rad/ps. A su vez, se muestra la aproximación de la función sinc mediante una función exponencial.	46
3.17	Contorno de la distribución de probabilidad de la función Φ . El rectángulo rojo representa el intervalo donde la función de intensidad espectral conjunta es factorizable.	46
3.18	Variación de $\Delta\lambda_p$ respecto a λ_p para el intervalo de factorabilidad.	47
3.19	Convolución entre la distribución de la función de empatamiento de fase Φ y tres distribuciones de la función envolvente espectral α	48
3.20	Correlación de intensidad respecto a $\Delta\lambda_p$ para diferentes λ_p	49
3.21	Correlación de intensidad respecto a $\Delta\lambda_p$ para diferentes λ_p	49
3.22	Correlación de intensidad respecto a λ_p para diferentes $\Delta\lambda_p$	49
3.23	Comparación entre las expresiones (2.76) y (3.23) para $\lambda_p = 987$ nm.	50
3.24	Función de correlación de intensidad respecto a $\Delta\lambda_p$ y λ_p	51
3.25	Densidad de la función de correlación de intensidad respecto a $\Delta\lambda_p$ y λ_p	51
3.26	Primeras 10 magnitudes de Schmidt. A la derecha la suma truncada de la expresión (3.6) hasta $n = 20$	52
3.27	Primeros modos de las expresiones (2.74) y (2.75) para $\lambda_p = 1070$ nm.	53
3.28	Primeras 10 magnitudes de Schmidt. A la derecha la suma truncada de la expresión (3.6) hasta $n = 20$	53
3.29	Primeros modos de las expresiones (2.74) y (2.75) para λ_p 1064 nm.	53
4.1	Esquema del arreglo experimental.	56
4.2	Datos obtenidos para el brazo señal.	58
4.3	Espectro del supercontinuo generado en la fibra de cristal fotónico para la caracterización de la fibra SMF-28.	58
4.4	Esquema del arreglo realizado para la medición del retraso temporal en una fibra comercial SMF-28. Que funciona como discriminador espectral en el brazo del acompañante.	59
4.5	Medición del tiempo de arribo, τ , respecto a la longitud de onda.	59
4.6	Dispersión cromática obtenida de la fibra de telecomunicaciones.	60
4.7	Comparación entre la dispersión calculada a partir de datos experimentales y la calculada mediante los datos reportados por el fabricante.	61

ÍNDICE DE FIGURAS

4.8	Primer medición de la función de intensidad espectral conjunta. El gradiente de colores se debe al número de coincidencias detectadas, donde el color amarillo representa la mayor cantidad de coincidencias, mientras que el color azul oscuro no representa ninguna coincidencia.	62
4.9	Segunda medición de la función de intensidad espectral conjunta. El gradiente de colores se debe al número de coincidencias detectadas, donde el color amarillo representa la mayor cantidad de coincidencias, mientras que el color azul oscuro no representa ninguna coincidencia.	62
4.10	Comparación de la medición de la función de intensidad espectral conjunta con la simulación numérica.	63

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA	Página
3.1 Diferentes valores utilizados en la ecuación de Sellmeier para el índice de refracción del sílice.	38
4.1 Valores reportados por el fabricante para la dispersión de la fibra SMF-28.	60
A.1 Parámetros utilizados en la simulación de COMSOL.	75

INTRODUCCIÓN

Hoy en día el desarrollo de las tecnologías cuánticas [1, 2] tiene un alto impacto en múltiples áreas de investigación, especialmente en el área de fotónica [3], donde el estudio de la luz mediante fotones y su interacción con la materia repercute en la creación e implementación de dispositivos ópticos, que tienen la propiedad de transmitir información más rápido que los dispositivos electrónicos. No obstante, los avances en la óptica cuántica han mejorado la eficiencia de diversos métodos para generar fenómenos ópticos no lineales. Por ejemplo, los fenómenos más utilizados para la generación de pares de fotones son la conversión descendente paramétrica y la mezcla de cuatro ondas [4, 5].

Una cantidad de medios han sido estudiados en la rama de la óptica no lineal para mejorar el procesamiento y la transmisión de datos, entre ellos se encuentran las fibras ópticas. Las fibras ópticas permiten la propagación de luz a lo largo de kilómetros, con una baja pérdida, convirtiéndose en una herramienta con un rol fundamental para la transmisión de información [6]. En los años 2000, se desarrolló un tipo especial de fibra óptica, llamadas fibras microestructuradas, que pueden ser altamente no lineales, teniendo también propiedades dispersivas bastante diferentes en comparación con las de las fibras convencionales desarrolladas para aplicaciones de telecomunicaciones. Debido a esto, las fibras microestructuradas exhiben una variedad de efectos no lineales, cuyas aplicaciones aumentan día con día, siendo posible generar pares de fotones que pueden ser usados para sensores, criptografía, computación cuántica, e incluso en el sector salud [7–10].

El principal enfoque en este trabajo es estudiar de manera teórica, numérica y experimental, la correlación espectral en pares de fotones generados en una fibra de cristal fotónico mediante el fenómeno de mezcla de cuatro ondas. La estructura de la tesis se divide en cuatro partes: la primera parte es el marco teórico. La segunda parte consta del análisis numérico, el cual se

expone en el capítulo 3. Posteriormente se encuentra el desarrollo experimental en el capítulo 4 y finalmente las conclusiones se encuentran en el capítulo 5. El marco teórico a su vez, se divide en cuatro secciones: Campos electromagnéticos, Fibras ópticas, Mezcla de cuatro ondas y Estadística de fotones y grado de correlación. Posteriormente la sección de análisis numérico tiene como principal objetivo la implementación de soluciones numéricas, así como el análisis detallado del comportamiento de las simulaciones con la variación de diversos parámetros. La sección de desarrollo experimental tiene como principal objetivo medir la correlación de los pares de fotones generados y compararla con los resultados numéricos. Finalmente, en la sección de conclusiones se tienen diversas discusiones sobre el trabajo numérico realizado, así como de las mediciones preliminares. A su vez, se determinan las perspectivas de trabajo a futuro.

MARCO TEÓRICO

El marco teórico consta de cuatro secciones: La primera es Campos electromagnéticos, y en esta sección se da una breve introducción a los conocimientos básicos necesarios para el entendimiento y desarrollo de este trabajo. La segunda sección es Fibras ópticas, en esta sección se introducen los conceptos básicos de las fibras ópticas, así como algunas de las propiedades físicas en éstas. La tercer sección es Mezcla de cuatro ondas, en esta sección se desarrolla la teoría del fenómeno de mezcla de cuatro ondas en las fibras de cristal fotónico, así como el tratamiento matemático necesario para el desarrollo de pares de fotones generados dentro de la fibra. La cuarta y última sección se denomina Estadística de fotones y grado de correlación, en esta sección se estudian diversos métodos que cuantifican el entrelazamiento espectral generado en los pares de fotones.

2.1 Campos electromagnéticos

Fue en 1873 cuando James Clerk Maxwell, en su escrito "A Treatise on Electricity and Magnetism", da un tratamiento a la electricidad y al magnetismo como un solo fenómeno: el electromagnetismo, el cual es mediado por una fuerza generada por cargas positivas y negativas. La teoría conocida como electromagnetismo clásico fue desarrollada entre 1820 y 1873 por varios físicos, hasta que Maxwell, en su escrito, unifica y desarrolla el electromagnetismo como una sola teoría electromagnética, la cual describe la naturaleza de la luz.

El desarrollo de la teoría electromagnética permitió describir y entender las propiedades de la luz en el vacío y en diferentes medios. La gran cantidad de experimentos desarrollados posteriormente a esta unificación, generaron nuevas ramas de estudio sobre la naturaleza de la luz.

2.1.1 Descripción de las ondas electromagnéticas

De manera clásica, las ondas electromagnéticas tienen la propiedad de propagarse en el vacío o en un medio. Cuando las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío, lo hacen con una velocidad de 299,792,458 m/s, este valor se conoce como “velocidad de la luz”. En cambio, cuando se propaga en un medio, la rapidez con la que se propagan está determinada por el índice de refracción, el cual está definido como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio; así pues, la velocidad de las ondas electromagnéticas depende del medio en el que se propaga.

Las ondas electromagnéticas son producto de la aceleración de partículas cargadas eléctricamente, y a su vez, las ondas electromagnéticas pueden interactuar con otras partículas cargadas eléctricamente e interferir con otras ondas electromagnéticas.

En un medio homogéneo e isotrópico, las oscilaciones del campo eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí, y éstas, a su vez, son perpendiculares a la dirección de propagación, véase Fig. 2.1. Las ondas electromagnéticas pueden ser clasificadas por su longitud de onda o frecuencia.

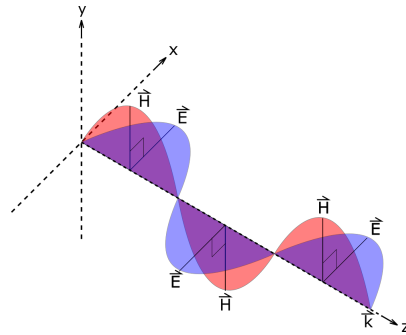


Figura 2.1: Ilustración de una onda electromagnética propagándose sobre el eje z. La onda roja representa el campo magnético, mientras que la azul representa el campo eléctrico, ambas perpendiculares entre sí, y perpendiculares al vector de propagación \mathbf{k} .

Es posible, entonces, determinar la ecuación de onda para una onda electromagnética mediante las ecuaciones de Maxwell. En el Sistema Internacional de Unidades, estas ecuaciones son de la forma [11]:

$$(2.1a) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$(2.1b) \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

$$(2.1c) \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho,$$

$$(2.1d) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{H} son los vectores del campo eléctrico y magnético respectivamente, y \mathbf{D} y \mathbf{B} son las correspondientes densidades de flujo eléctrico y magnético. La densidad de corriente, \mathbf{J} , y la densidad de carga, ρ , representan las fuentes del campo electromagnético; en ausencia de cargas libres en un medio, $\mathbf{J} = 0$ y $\rho = 0$.

Las densidades de flujo \mathbf{D} y \mathbf{B} surgen como respuesta del medio a los campos eléctricos y magnéticos \mathbf{E} y \mathbf{H} . Los campos \mathbf{D} y \mathbf{B} se propagan dentro del medio, y están relacionados a través de las siguientes relaciones constitutivas:

$$(2.2a) \quad \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P},$$

$$(2.2b) \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M},$$

donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío, y μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío. \mathbf{P} y \mathbf{M} son la polarización y magnetización inducida, respectivamente. Para un medio no magnético, como lo es, por ejemplo, una fibra óptica, $\mathbf{M} = 0$.

Utilizando las Ecs. (2.1a), (2.1b), (2.2a) y (2.2b), se puede obtener la siguiente ecuación:

$$(2.3) \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2},$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío, y la relación $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$ es usada. A su vez, existe una relación lineal entre el vector de polarización y el campo eléctrico en medios isotrópicos y homogéneos:

$$(2.4) \quad \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \chi \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t),$$

donde χ es la susceptibilidad eléctrica del medio. Nótese que para este caso, χ representa un escalar, aunque generalmente es un tensor.

La polarización es la respuesta de un medio dieléctrico cuando es expuesto a un campo electromagnético; las moléculas del medio forman un momento dipolar, y como consecuencia, el medio tiene una polarización que puede ser lineal y no lineal. La polarización no lineal es generada cuando el campo electromagnético incidente es intenso; por intenso se hace referencia a valores de campos eléctricos atómicos, típicamente de 10^8 V/m [12]. Se tiene entonces que la polarización total está constituida por la polarización lineal y no lineal:

$$(2.5) \quad \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t).$$

Así pues, se puede expresar la polarización, $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$, como una serie de potencias del campo electromagnético,

$$(2.6) \quad \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0[\chi^{(1)}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \chi^{(2)}\mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \chi^{(3)}\mathbf{E}^3(\mathbf{r}, t) + \dots],$$

donde $\chi^{(2)}$ es la susceptibilidad de segundo orden, $\chi^{(3)}$ la susceptibilidad de tercer orden, y así sucesivamente. Las interacciones ópticas no lineales de segundo orden, pueden ocurrir solo en materiales no centrosimétricos, es decir, materiales que no muestran inversión de simetría; a su vez, la interacción óptica no lineal de tercer orden, puede ocurrir tanto en medios centrosimétricos como no centrosimétricos [11, 12].

Retomando la Ec. (2.3), ésta puede ser simplificada bajo ciertas consideraciones. Mediante el uso de la siguiente identidad vectorial:

$$(2.7) \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E},$$

que, aplicada a la Ec. (2.3), se obtiene la siguiente expresión:

$$(2.8) \quad \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}.$$

En medios isotrópicos y sin fuentes, la Ec. (2.1c) toma la forma $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Por consiguiente, la Ec. (2.8) se puede escribir como:

$$(2.9) \quad \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}.$$

Para el caso más simple, en un medio isotrópico y sin dispersión, es posible simplificar más la Ec. (2.9), usando la Ec. (2.4), obteniéndose:

$$(2.10) \quad \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\epsilon^{(1)}}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2},$$

donde $\epsilon^{(1)} = 1 + \chi^{(1)}$, y $\epsilon^{(1)}$ es la permitividad eléctrica del medio dieléctrico.

La respuesta no lineal del medio actúa como un término fuente que aparece en el lado derecho la Ec. (2.10). En ausencia de este término fuente, la Ec. (2.10) admite soluciones de la forma de ondas libres que se propagan con velocidad c/n , donde n es el índice (lineal) de refracción, y satisface la relación $n^2 = \epsilon^{(1)}$.

Para medios dispersivos, se deben considerar todas las frecuencias del campo electromagnético, por lo cual, es conveniente transformar la Ec. (2.10) al dominio de frecuencias, obteniéndose que:

$$(2.11) \quad \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) + \epsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = -\omega^2 \mu_0 \tilde{\mathbf{P}}_{NL}(\mathbf{r}, \omega),$$

donde $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega)$ y $\tilde{\mathbf{P}}_{NL}(\mathbf{r}, \omega)$ son las transformadas de Fourier del campo eléctrico y de la polarización, respectivamente:

$$(2.12) \quad \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt,$$

$$(2.13) \quad \tilde{\mathbf{P}}_{NL}(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt.$$

A su vez, la permitividad eléctrica en el dominio de las frecuencias está definida como:

$$(2.14) \quad \epsilon(\omega) = 1 + \tilde{\chi}^{(1)}(\omega),$$

donde $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)$ es la transformada de Fourier de $\chi^{(1)}(t)$. Dado que $\chi^{(1)}(\omega)$ es un número complejo, $\epsilon(\omega)$ también lo es. La parte real e imaginaria están relacionadas con el índice de refracción, $n(\omega)$, y con el coeficiente de absorción, $\alpha(\omega)$, de la siguiente forma:

$$(2.15) \quad \epsilon = \left(n + i \frac{\alpha c}{2\omega} \right)^2.$$

De las Ecs. (2.14) y (2.15), se puede obtener que:

$$(2.16) \quad n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)],$$

$$(2.17) \quad \alpha(\omega) = \frac{\omega}{nc} \operatorname{Im}[\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)].$$

Una última simplificación puede ser hecha al considerar el término \mathbf{P}_{NL} como perturbaciones de la polarización inducida total, con lo cual $\mathbf{P}_{NL} = \mathbf{0}$; esto puede justificarse, ya que los efectos no lineales son relativamente débiles en medios como las fibras ópticas de sílice, pudiéndose obtener la ecuación de Helmholtz:

$$(2.18) \quad \nabla^2 \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) + \epsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = 0.$$

2.1.2 Descripción cuántica del campo electromagnético

El tratamiento del campo electromagnético dado en la sección 2.1.1 determina la naturaleza de los campos electromagnéticos de manera precisa en el régimen clásico, sin embargo, para la presente tesis, es necesario determinar la naturaleza de la luz en el régimen cuántico.

Las ondas electromagnéticas pueden ser descritas mediante fotones, que son partículas elementales representadas como la excitación de un modo normal del campo electromagnético. Esto es posible mediante el proceso de cuantización, en el cual, el campo eléctrico y magnético se convierten en un operador. En este análisis, resulta conveniente separar las frecuencias positivas y negativas de los campos.

Un campo eléctrico propagándose sobre el eje z es de la forma:

$$(2.19) \quad \hat{\mathbf{E}}(\omega t - kz) = \hat{\mathbf{E}}^{(+)}(\omega t - kz) + \hat{\mathbf{E}}^{(-)}(\omega t - kz) = \hat{a} e^{-i(\omega t - kz)} + \hat{a}^\dagger e^{i(\omega t - kz)},$$

donde $k = \omega/c$. El operador \hat{a} es el operador de aniquilación, mientras que \hat{a}^\dagger es el operador de creación. La expresión (2.19) representa el campo eléctrico "por fotón". La energía clásica del campo electromagnético, o Hamiltoniano H , de un campo monomodo, está dada por la siguiente expresión:

$$(2.20) \quad H = \frac{1}{2} \int_V dV \left[\epsilon_0 \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}^2(\mathbf{r}, t) \right],$$

donde ϵ_0 representa la permitividad eléctrica y μ_0 la permeabilidad magnética. Los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} representan el campo eléctrico y magnético, respectivamente.

Una vez cuantizado el campo eléctrico y magnético, es posible demostrar que el operador Hamiltoniano es de la misma forma que el hamiltoniano de un oscilador armónico [13].

2.2 Fibras ópticas

Las fibras ópticas son guías de onda que transmiten información en forma de pulsos ópticos a través de largas distancias. Esta tecnología ha tenido un gran crecimiento, partiendo desde las primeras guías de onda monomodo creadas en 1970, hasta ser componentes claves en el área global de telecomunicaciones. Sin embargo, las fibras ópticas no solo tienen aplicaciones en el área de telecomunicaciones, sino también en el área de salud, computación, desarrollo de sensores y muchos otros campos [11].

Una fibra óptica está compuesta de un filamento hecho de material dieléctrico, generalmente sílice [14], el cual se conoce como núcleo. El núcleo a su vez está cubierto por un revestimiento cuyo índice de refracción es menor al índice de refracción del núcleo, véase Fig. 2.2.

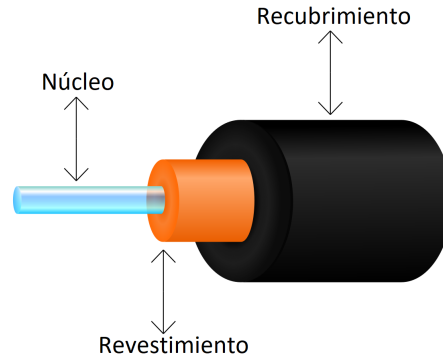


Figura 2.2: Ilustración esquemática de una fibra óptica.

El fenómeno de reflexión total interna es el responsable de la propagación de las ondas electromagnéticas dentro de la fibra óptica. La propagación puede ser monomodal o multimodal.

2.2.1 Modos de propagación en fibras

Los modos de una fibra, matemáticamente, son las soluciones que satisfacen la Ec. de Helmholtz (2.18) [15], la cual es obtenida a través de las ecuaciones de Maxwell, y las condiciones de frontera, que para este caso, son las condiciones de frontera en la interfaz núcleo-revestimiento de la fibra. De manera física, los modos de la fibra hacen referencia a la distribución espacial del campo electromagnético en el núcleo de la fibra, y esta propagación no cambia a lo largo de la misma. Cuando las ondas electromagnéticas se propagan en el modo fundamental a través de una fibra se les conoce como fibras monomodo, no obstante, esta propagación se da a diferentes frecuencias. Por lo tanto, en las fibras monomodo, las ondas electromagnéticas se distribuyen dentro de la fibra óptica de la misma manera, y eso da como resultado un solo rayo de luz. Aunque el rayo de luz se propaga de manera paralela a la longitud de la fibra, frecuentemente se le llama modo transversal, ya que sus oscilaciones electromagnéticas ocurren perpendicularmente (transversal) a la longitud de la fibra.

Si se consideran ondas electromagnéticas propagándose a lo largo de una fibra óptica sobre el eje z , el campo eléctrico y magnético, en coordenadas cilíndricas, tienen la forma:

$$(2.21a) \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0(r, \phi)e^{i(\omega t - \beta z)},$$

$$(2.21b) \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0(r, \phi)e^{i(\omega t - \beta z)},$$

donde el parámetro β es la componente de propagación, y es determinado por las condiciones de frontera impuestas por el campo electromagnético en la interfaz del núcleo-revestimiento.

Sustituyendo las Ecs. (2.21a) y (2.21b), en las Ecs. de Maxwell (2.1a) y (2.1b), es posible obtener la ecuación de onda para la componente de propagación en el eje z del campo eléctrico (E_z), de igual manera para el campo magnético (H_z) [16].

Los parámetros H_z y E_z generalmente están acoplados. Cuando $E_z = 0$, los modos son llamados modos transversales eléctricos, o modos TE; análogamente, cuando $H_z = 0$, los modos son llamados modos transversales magnéticos, o modos TM. Existen también modos híbridos, llamados modos HE o EH.

2.2.2 Fibras con perfil de índice escalonado

Es posible clasificar las fibras ópticas en dos grupos, las fibras ópticas de perfil de índice escalonado (step-index), y las fibras ópticas de índice graduado (graded-index). Las fibras ópticas de índice escalonado, son aquellas en las cuales el índice de refracción no cambia a lo largo de la fibra. En cambio, en las fibras de perfil de índice graduado, el núcleo tiene un índice de refracción que disminuye al aumentar la distancia radial desde el eje óptico de la fibra, véase Fig. 2.3. En el presente trabajo se utiliza una fibra de cristal fotónico modelada como una fibra con perfil de índice escalonado, de tal manera que los posteriores análisis se basan solamente para este tipo de fibra.

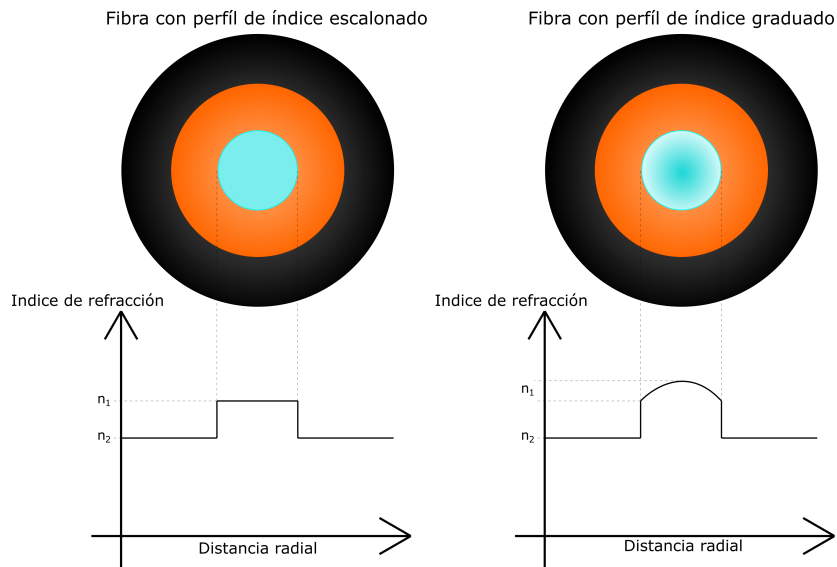


Figura 2.3: Ilustración los perfiles de las fibras ópticas. Del lado izquierdo se muestra el perfil de índice escalonado, mientras que, del lado derecho, se muestra el perfil de índice graduado.

Las soluciones para el parámetro de propagación β son determinadas por las condiciones de frontera. Las componentes tangenciales E_ϕ y E_z deben ser iguales dentro y fuera de la interfaz dieléctrica, es decir, en la interfaz núcleo-revestimiento; esto se cumple de igual manera para H_ϕ y H_z . Mediante una Ecuación de autovalores se pueden determinar los posibles valores para β :

$$(2.22) \quad n_2 k \leq \beta \leq n_1 k,$$

siendo n_1 el índice de refracción del núcleo, n_2 el índice de refracción del revestimiento, y el número de onda $k = 2\pi/\lambda$.

Dos parámetros importantes caracterizan a una fibra óptica: la diferencia relativa entre el índice de refracción del núcleo y el revestimiento, expresado de la forma:

$$(2.23) \quad \Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1},$$

y el parámetro V , definido como:

$$(2.24) \quad V = kr\sqrt{n_1^2 - n_2^2},$$

siendo λ la longitud de onda, y r el radio del núcleo. El parámetro V determina el número de modos soportados por la fibra. Cuando el parámetro $V < 2.405$, las fibras de perfil de índice escalonado soportan solo un modo, y son denominadas como fibras monomodo. Una de las diferencias entre las fibras monomodo y las fibras multimodo es el radio del núcleo.

2.2.3 Procesos físicos en una fibra óptica de cristal fotónico

El gran desarrollo de fibras ópticas llevó a que en 1995, Philip Rusell y sus colegas desarrollaran e implementaran un nuevo tipo de fibras ópticas, llamadas fibras de cristal fotónico (PCF por sus siglas en inglés, *Photonic Crystal Fiber*) [17, 18]. Las fibras de cristal fotónico están hechas generalmente de sílice sin dopar, aunque también existen fibras dopadas. Existen dos tipos de fibras de cristal fotónico: las fibras con alto índice y las fibras de banda fotónica. En la Fig. 2.4 se puede observar la diferencia de las estructuras de las fibras con alto índice y las fibras de banda fotónica. Mientras que en la Fig. 2.5 se muestra una imagen de la sección transversal de la PCF de esta tesis, tomada con un microscopio de escaneo de electrones.

Las fibras de cristal fotónico con alto índice son similares a las fibras convencionales de telecomunicación, ya que el núcleo es sólido, sin embargo, el núcleo se encuentra rodeado por huecos de aire que atraviesan toda la longitud de la fibra. La manera en la que se propagan las ondas electromagnéticas es mediante el fenómeno de reflexión total interna. Las fibras de cristal fotónico se caracterizan por tener estructuras periódicas incorporadas al material; conocidas como cristales fotónicos, estas estructuras varían a escalas del orden de longitudes de onda ópticas, por lo que estas microestructuras interactúan con la luz. La característica principal es el alto contraste entre el índice de refracción del aire y del sílice. Estas fibras pertenecen a un tipo de fibras conocidas como fibras microestructuradas.

Al cambiar las características geométricas de los huecos de aire de la sección transversal en la fibra óptica, por ejemplo, distancia o posición, es posible obtener fibras ópticas con diferentes propiedades no lineales, esto debido al alto contraste dieléctrico entre el núcleo y los huecos de

aire. Por ejemplo, en el siguiente capítulo se mostrará en las Figs. 3.7 y 3.8 cómo influyen los diferentes valores del radio y la fracción de llenado en la dispersión.

Cuando el núcleo de la fibra de cristal fotónico tiene un índice de refracción más bajo que el revestimiento, la luz es guiada por un mecanismo diferente; este mecanismo se conoce como banda fotónica (PBG por sus siglas en inglés, *Photonic Band Gap*), el cual consiste en un núcleo hueco, rodeado por huecos de aire; la luz queda confinada en el núcleo, ya que no es posible que la luz se propague en la región del revestimiento, debido a que el arreglo periódico de huecos de aire en la fibra produce valores prohibidos para el parámetro de propagación β .

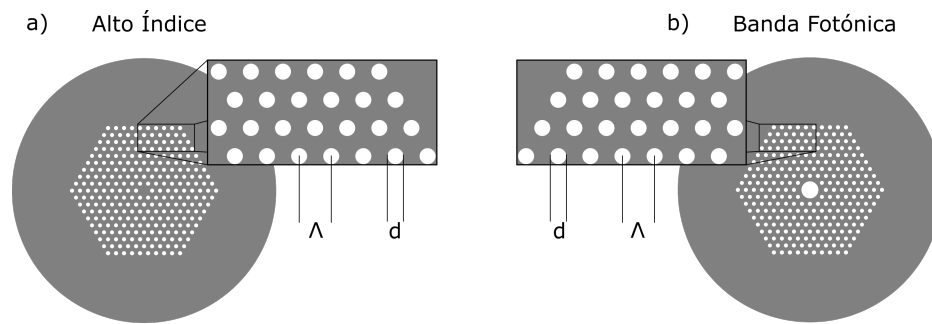


Figura 2.4: a) Sección transversal de una fibra de cristal fotónico de alto índice, cuyo núcleo es sólido. b) Sección transversal de una fibra de cristal fotónico de banda fotónica, cuyo núcleo es hueco. Ambas fibras tienen un revestimiento de huecos de aire. El parámetro d representa el diámetro, mientras que el parámetro Λ representa la distancia entre los huecos de aire.

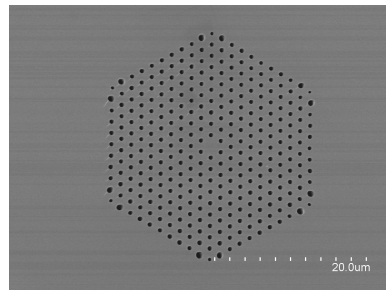


Figura 2.5: Imagen de microscopio de escaneo de electrones (SEM por sus siglas en inglés, *Scanning Electron Microscope*) de la sección transversal de la fibra de cristal fotónico utilizada en esta tesis.

En la presente tesis se utiliza una fibra de cristal fotónico de alto índice con red triangular. La cantidad de aire en los huecos se cuantifica por el parámetro denominado fracción de llenado, f , el cual se define como $f = d/\Lambda$, donde d es el diámetro de los huecos de aire, y Λ es la distancia entre dos huecos de aire contiguos medidos desde el centro de cada uno. Para esta tesis se utilizó un modelo efectivo, en el cual la fracción de llenado fue aproximada experimentalmente. De tal manera, el índice de refracción del revestimiento puede ser aproximado por un índice efectivo,

dado por $n_2 = f(n_{aire}) + (1 - f)n_1$ [19]. Conforme la fracción de llenado incrementa, los modos de orden superior quedan atrapados [20]. Un diseño de geometría adecuado de la sección transversal de la fibra garantiza que solo se guíe el modo fundamental; para esto, es necesario adaptar la Ec. (2.24) a fibras de cristal fotónico [21]. Obteniendo que, para fibras de cristal fotónico con arreglos triangulares, la propagación de un solo modo se obtiene para valores de $d/\Lambda < 0.4$.

2.2.3.1 Pérdidas

Uno de los parámetros más importantes en las fibras es el de pérdidas. Sea P_0 la potencia de un rayo de luz incidente en una fibra óptica de longitud L ; la potencia transmitida P_T está dada por la relación:

$$(2.25) \quad P_T = P_0 e^{-\alpha L},$$

donde α es la constante de atenuación. Generalmente las pérdidas se expresan en dB/km, mediante la relación:

$$(2.26) \quad \alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log_{10} \left(\frac{P_T}{P_0} \right)$$

Las pérdidas en las fibras de sílice dependen de la longitud de onda transmitida. La pérdida mínima en fibras modernas es un poco menor a 0.2 dB/km alrededor de 1550 nm. Diversos factores contribuyen a las pérdidas, principalmente la absorción y la dispersión Rayleigh. El vidrio de sílice tiene resonancias electrónicas en la región ultravioleta y resonancias vibratorias en el infrarrojo lejano, más allá de $2 \mu m$, sin embargo, la absorción de luz ocurre en el rango de 0.5 a $2 \mu m$. Dentro de esta región de transmisión, la pérdida en la fibra óptica está limitada por la dispersión de Rayleigh, denominada como absorción de agua ya que está relacionada con la absorción vibratoria en los enlaces Si-OH. En una fibra de cristal fotónico típica, la pérdida por absorción de OH, es mayor que 10 dB/km a 1380 nm. La mayor parte de las impurezas parecen penetrar el núcleo de la fibra durante el proceso de fabricación y como consecuencia, el proceso de deshidratación es importante para reducir las pérdidas. Para fibras microestructuradas o fibras de cristal fotónico, existen pérdidas por las imperfecciones en la interfaz aire-sílice, o las fluctuaciones en los huecos de aire [22].

2.2.3.2 Dispersión

La dispersión es un parámetro que permite determinar el ensanchamiento de un pulso óptico cuando se propaga en un medio, este ensanchamiento está relacionado con las diferentes velocidades de fase del pulso [23].

Cuando una onda electromagnética interactúa con los electrones de un medio dieléctrico, generalmente la respuesta del medio depende de la frecuencia ω . Este fenómeno de respuesta

es conocido como dispersión cromática, y es responsable de que las diferentes componentes espectrales de un pulso se propaguen a diferentes velocidades. La dispersión cromática describe el cambio en el índice de refracción como función de la frecuencia, $n(\omega)$.

La dispersión cromática surge del efecto combinado de la dispersión del material y la dispersión de guía de onda. La dispersión del material es causada por la dependencia de la longitud de onda del índice de refracción y afecta la ampliación del pulso, ya que cada componente del espectro electromagnético se propaga a una velocidad de grupo diferente. La dispersión de la guía de onda es el resultado de la dependencia de la longitud de onda en la constante de propagación; en las fibras monomodo cuanto mayor sea la longitud de onda, más se extenderá el modo fundamental desde el núcleo hacia el revestimiento, esto hace que el modo fundamental se propague más rápido.

La energía de un modo se propaga tanto en el núcleo como en el revestimiento, por lo cual, es posible definir un índice efectivo, el cual dependerá de la proporción de potencia contenida en el núcleo y en el revestimiento. Si la mayor parte de la potencia está contenida en el núcleo, el valor del índice efectivo estará más cerca del valor del índice de refracción del núcleo, en cambio, si la mayor parte se propaga en el revestimiento, el valor del índice efectivo estará más cerca del valor del índice de refracción del revestimiento. De manera fundamental, la dispersión cromática está relacionada con las frecuencias de resonancia características en las que el medio absorbe la radiación electromagnética.

Se ha mencionado que el cambio geométrico en los huecos de aire de una fibra de cristal fotónico repercute directamente en las propiedades de la fibra, de manera particular, en la dispersión. Es posible obtener valores inusuales de la longitud de onda con cero dispersión, así como de la pendiente de la curva de dispersión, mediante la manipulación de la red de huecos del revestimiento.

Para el diseño de una fibra con perfil de índice escalonado, se tienen dos grados de libertad: el radio del núcleo, y la diferencia entre los índices de refracción del revestimiento y el núcleo. Por ejemplo, para desplazar el parámetro de cero dispersión de velocidad de grupo (GVD por sus siglas en inglés, *Group Velocity Dispersion*) en una fibra de 1.31 a 1.55 μm , se incrementa la diferencia entre los índices de refracción y se reduce el radio del núcleo [24]. De igual manera, para el diseño de una fibra de cristal fotónico se tienen dos grados de libertad: el diámetro de los huecos de aire, d , y la distancia entre los huecos de aire, Λ .

Un análisis de la dispersión para las PCF suele ser más complicado que el análisis de la dispersión para una fibra con perfil de índice escalonado, no obstante, es posible describir la dispersión de una PCF al considerar el revestimiento como un medio con índice de refracción efectivo [21, 25]. Esta aproximación no puede determinar rigurosamente la constante de propagación, y, por lo tanto, tampoco la GVD [26]. Sin embargo, existen métodos más precisos para calcular la dispersión en fibras de cristal fotónico, a través de cálculos vectoriales y aproximaciones escalares [27–29]. Pero para fines prácticos es utilizada la aproximación de índice efectivo [19, 30] para la

fibra de cristal fotónico de la presente tesis, ya que a pesar de no ser un método muy riguroso es posible obtener una buena aproximación y determinar las características necesarias de la fibra. Este análisis se expande con mayor detalle en la sección 3.

Lejos de la resonancia el índice de refracción puede ser aproximado mediante la Ec. de Sellmeier (2.27), [11]:

$$(2.27) \quad n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2},$$

donde ω_j es la frecuencia de resonancia, y B_j es la fuerza de la j -ésima resonancia. Estos parámetros han sido bien estudiados para diversos materiales, entre ellos el sílice de las fibras utilizadas en este trabajo. En la Tabla 3.1 de la sección 3 se pueden encontrar los valores utilizados [11] para la Fig. 2.6, la cual muestra la variación del índice de refracción del sílice respecto a la longitud de onda.

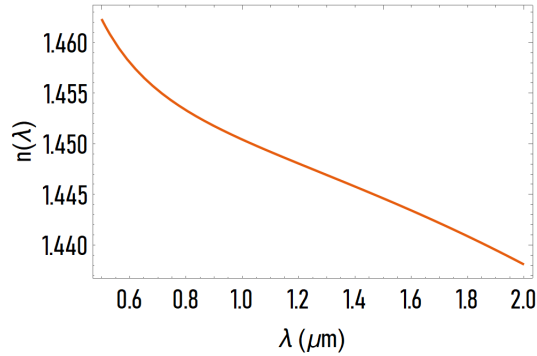


Figura 2.6: Variación del índice de refracción del sílice respecto a la longitud de onda.

La dispersión puede ser analizada mediante una expansión en serie de potencias del parámetro de propagación, β ,

$$(2.28) \quad \beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots,$$

donde

$$(2.29) \quad \beta_m = \left(\frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right) \quad \text{con } (m = 1, 2, \dots).$$

Físicamente, el parámetro β_1 representa la velocidad de grupo de un espectro óptico, y el parámetro β_2 representa la dispersión de la velocidad de grupo, que es responsable del ensanchamiento del espectro; este fenómeno es conocido como dispersión de velocidad de grupo. A su vez, el parámetro de dispersión β_2 , está relacionado con el coeficiente de dispersión, D , mediante la siguiente relación:

$$(2.30) \quad D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2.$$

El parámetro β_3 es denominado como dispersión de tercer orden.

Como se muestra en la Fig. 2.7, la fibra de cristal fotónico de ésta tesis cuenta con dos longitudes de onda de cero dispersión.

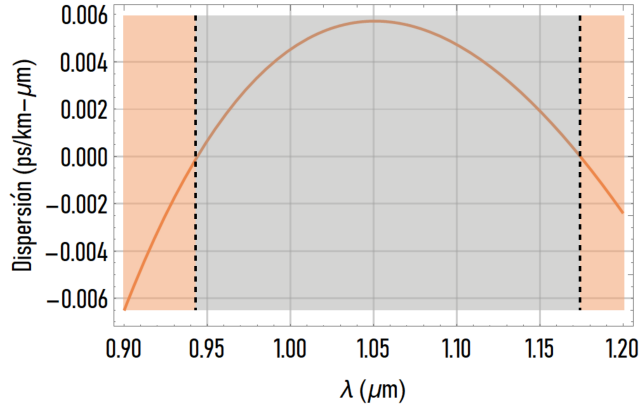


Figura 2.7: Dispersión de la fibra de cristal fotónico utilizada. Existen dos longitudes de cero dispersión: la primera se encuentra alrededor de 962 nm, y la segunda alrededor de 1145 nm. La zona naranja corresponde a la dispersión normal, mientras que la zona gris corresponde a la dispersión anómala [31].

La manifestación de la dispersión puede tener diferentes comportamientos, y esto depende del valor del parámetro β_2 . Cuando $\beta_2 > 0$ y por lo tanto $D < 0$, se dice que la fibra exhibe dispersión normal. En éste regimen, las componentes ópticas de alta frecuencia del pulso se propagan más lento que las componentes ópticas de baja frecuencia. A su vez, cuando el parámetro $\beta_2 < 0$, ocurre lo contrario, las componentes ópticas de alta frecuencia del pulso se propagan más rápido que las componentes ópticas de baja frecuencia.

2.2.3.3 No linealidad

Como se mencionó en la sección 2.1.1, cuando el campo electromagnético es intenso, la susceptibilidad del material exhibe propiedades no lineales. Dado que el vidrio de sílice es centrosimétrico e isotrópico, el término relacionado con $\chi^{(2)}$ es cero [11] y la primera contribución de mayor orden es la relacionada con $\chi^{(3)}$. Existen tres fenómenos no lineales de tercer orden dominantes en fibras de sílice, siendo uno de ellos el efecto Kerr, en el cual el índice de refracción depende de la intensidad, y que surge de las resonancias electrónicas dando lugar a los fenómenos de automodulación de fase, modulación de fase cruzada, y mezcla de cuatro ondas. A su vez, los otros dos fenómenos son procesos de dispersión inelásticos estimulados, la dispersión Raman y la dispersión Brillouin. El fenómeno no lineal de interés para este estudio es la mezcla de cuatro ondas, o four wave mixing (FWM por sus siglas en inglés).

2.3 Mezcla de cuatro ondas

El fenómeno de mezcla de cuatro ondas, es un fenómeno no lineal de tercer orden, mediante el cual se pueden generar pares de fotones entrelazados. Este proceso involucra dos ondas con frecuencias ω_1 y ω_2 , que inciden e interactúan en un medio no lineal de tercer orden ($\chi^{(3)}$), de tal manera que esta interacción genera dos ondas con frecuencias ω_3 y ω_4 .

En la Fig. 2.8 a) se muestra el proceso de la mezcla de cuatro ondas, donde dos fotones inciden en un medio no lineal de tercer orden, para posteriormente aniquilarse y generar dos fotones conocidos como fotón señal y fotón acompañante. El proceso de mezcla de cuatro ondas necesita de la conservación de energía, el cual se ilustra de manera esquemática en la Fig. 2.8 b), y de la conservación de momento, el cual se ilustra de manera esquemática en la Fig. 2.8 c).

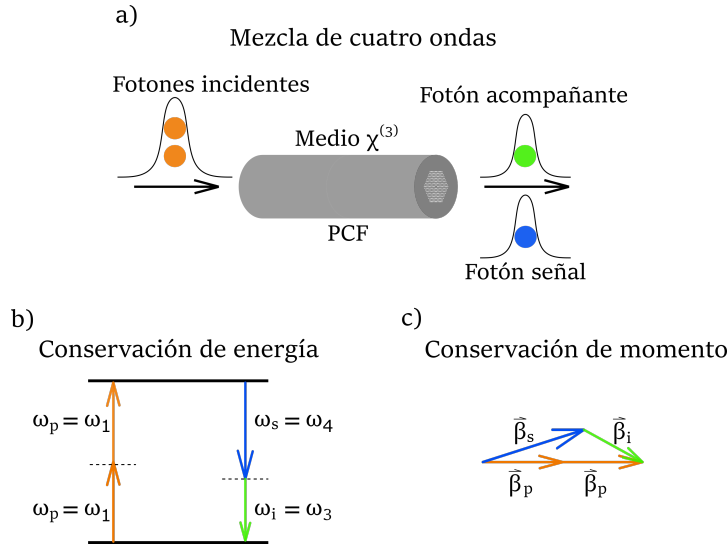


Figura 2.8: a) Ilustración del proceso de mezclado de cuatro ondas espontáneo degenerado en una fibra de cristal fotónico. b) Ilustración de conservación de energía. c) Ilustración de conservación de momento.

A nivel cuántico, dos fotones incidentes con frecuencias ω_1 y ω_2 se aniquilan e instantáneamente dos fotones con frecuencias ω_3 y ω_4 son creados, esto se debe a la conservación de energía y momento. Por lo tanto, la relación $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$ se cumple. Un caso especial se obtiene cuando $\omega_1 = \omega_2$, y se conoce como mezcla de cuatro ondas degenerado.

La eficiencia de este proceso paramétrico involucra un parámetro denominado desempatamiento de fase, $\Delta\beta$, el cual consiste en la diferencia entre las velocidades de fase de las ondas incidentes y las ondas generadas, y repercute en la conservación de momento para los fotones aniquilados y creados. El desempatamiento de fase es de la forma: $\Delta\beta = \beta_1 + \beta_2 - \beta_3 - \beta_4$, donde β_j con $j = 1, 2, 3, 4$, representa el parámetro de propagación para cada una de las ondas involucradas. Al proceso eficiente en el cual $\Delta\beta = 0$, se le conoce como empatamiento de fase.

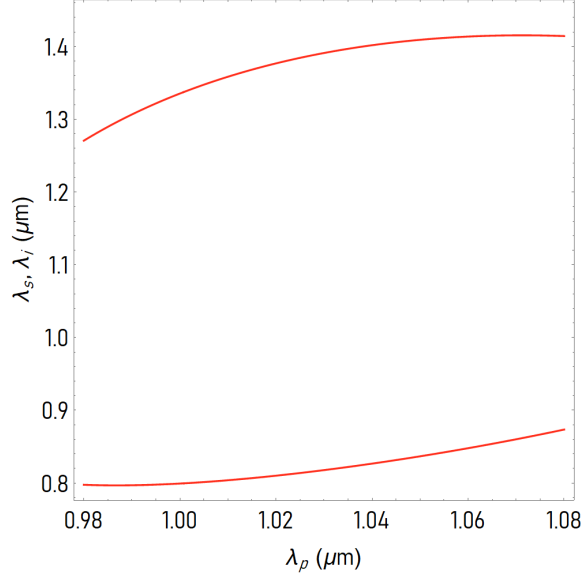


Figura 2.9: Contorno del empataamiento de fase. En el eje horizontal se muestra la longitud de onda de bombeo, en el eje vertical las longitudes de onda en las cuales se cumple que $\Delta\beta = 0$.

En la Fig. 2.9 se muestra el contorno solución para el cual se cumple el empataamiento de fase, en el eje horizontal se encuentra la longitud de onda de bombeo, mientras que en el eje vertical las longitudes de onda de los fotones señal y acompañante.

2.3.1 Mezcla de cuatro ondas degenerado y no degenerado

De manera general el proceso de mezcla de cuatro ondas se obtiene mediante cuatro campos electromagnéticos que interactúan en un medio no lineal de tercer orden, este es el caso no degenerado. El caso degenerado es de particular interés porque a través de una sola frecuencia de bombeo intensa, $\omega_p = \omega_1 = \omega_2$, es posible generar dos campos con frecuencias ω_3 y ω_4 , simétricamente localizados con respecto a ω_p , esto es,

$$(2.31) \quad \Omega = \omega_p - \omega_3 = \omega_4 - \omega_p.$$

Estos campos son conocidos como señal ($\omega_s = \omega_4$), y acompañante ($\omega_i = \omega_3$). Cumpliéndose que $\omega_i < \omega_s$.

Si solamente la onda de bombeo incide en la fibra, y la condición de empataamiento de fase es satisfecha, las ondas con frecuencia ω_i y ω_s , pueden ser generadas mediante ruido, y se conoce como efecto Raman: Stokes y anti-Stokes.

Físicamente, la generación de Stokes se produce cuando un fotón de bombeo, con frecuencia ω_L , incide sobre una molécula en estado basal, la molécula llega a un estado virtual, y posteriormente decae a un estado vibracional con energía $\hbar\omega_v$, emitiendo un fotón con frecuencia $\omega_s = \omega_L - \omega_v$.

En cambio, la generación anti-Stokes se produce cuando la molécula se encuentra en un estado vibracional excitado cuando un fotón bombeo incide sobre ella, el fotón absorbe la energía de la molécula y es llevado a un estado virtual, posteriormente es espontáneamente esparcido por la molécula, con una frecuencia $\omega_{AS} = \omega_L + \omega_v$. Aquí, la molécula transfiere al fotón la energía correspondiente a la frecuencia vibracional, de manera que ésta posteriormente decae a su estado fundamental. La generación anti-Stokes es un proceso que requiere que las moléculas del medio se encuentren en un estado vibracional excitado, por ende, es menos eficiente que la generación Stokes.

Si una onda débil con frecuencia ω_i , incide junto con la onda de bombeo, ésta se amplifica, y simultáneamente se genera una nueva onda con frecuencia ω_s . La ganancia responsable de dicha amplificación se llama ganancia paramétrica.

Para el caso no degenerado el empatamiento de fase efectivo es:

$$(2.32) \quad \Delta k = \Delta\beta + \gamma(P_1 + P_2),$$

donde γ es el parámetro no lineal, P_1 y P_2 son las potencias promedio de bombeo. La ganancia paramétrica está dada de la forma:

$$(2.33) \quad g = \sqrt{(\gamma P_0 r)^2 - (\kappa/2)^2},$$

donde $r = 2(P_1 P_2)^{1/2}/P_0$, y $P_0 = P_1 + P_2$.

Si los dos bombeos son indistinguibles, es decir, el caso degenerado, entonces $r = 1$, y $P_1 = P_2 = P_0/2$. El empatamiento de fase efectivo es de la forma:

$$(2.34) \quad \kappa = \Delta\beta + 2\gamma P_1.$$

En la Fig. 2.10 se observan los contornos solución para el empatamiento de fase efectivo, en el eje horizontal se encuentra la longitud de onda de bombeo, mientras que en el eje vertical las longitudes de onda de los fotones señal y acompañante. Se observa que a diferencia del empatamiento de fase, el término correspondiente a la potencia promedio genera dos bucles, los cuales corresponden a otro conjunto solución. A su vez, es posible observar que a mayor potencia promedio los bucles se hacen más pequeños.

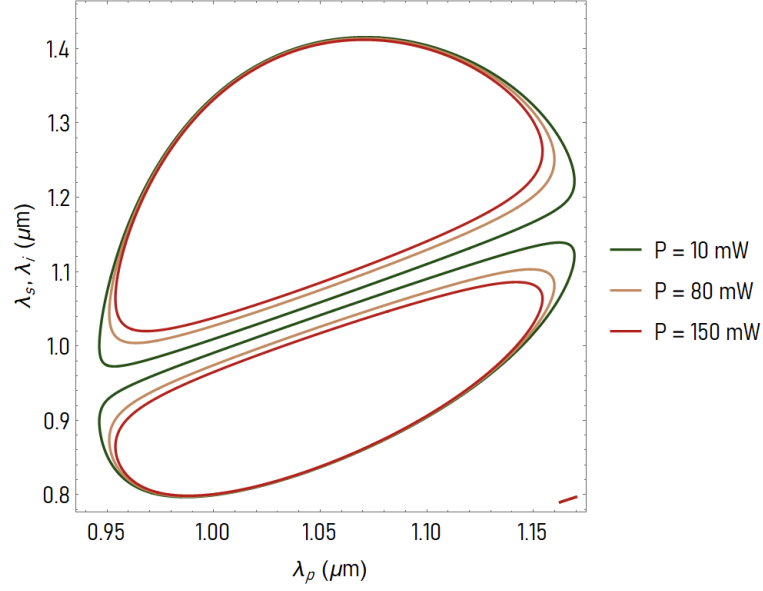


Figura 2.10: Empatamiento de fase efectivo a diferentes potencias promedio de bombeo. Conforme la potencia de bombeo aumenta, la condición de empatamiento de fase se divide en dos bucles. El parámetro no lineal γ utilizado en el cálculo es de $\gamma = 37 \times 10^{-9} \text{ mW}^{-1} \mu\text{m}^{-1}$.

2.3.2 Generación de fotones mediante mezclado de cuatro ondas

Como se mencionó al inicio de la sección 2.3, en el proceso de mezclado de cuatro ondas, dos fotones son aniquilados y de manera instantánea dos fotones son creados. De tal manera que, es posible analizar este fenómeno con un tratamiento cuántico.

La descripción de este proceso consiste inicialmente de dos ondas de bombeo, asociadas a dos campos electromagnéticos clásicos \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 , de tal forma que al aniquilarse, se crean dos fotones: un fotón señal $\hat{\mathbf{E}}_s$ y un fotón acompañante $\hat{\mathbf{E}}_i$. Se puede observar que los campos de los fotones señal y acompañante están cuantizados. Si se considera que todos los campos se propagan en la misma dirección a lo largo de la fibra (eje z), en modo transversal fundamental, y todos tienen polarización lineal en la dirección del eje x , es posible escribir el campo eléctrico total al interior de la fibra de la siguiente forma:

$$(2.35) \quad \mathbf{E} = \frac{1}{2} \hat{x} \sum_{j=1,2,s,i}^4 E_j e^{i(\beta_j z - \omega_j t)} + E_j e^{-i(\beta_j z - \omega_j t)},$$

donde $\beta_j = n_j \omega_j / c$. \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 , corresponden a los campos de bombeo; $\hat{\mathbf{E}}_s$ y $\hat{\mathbf{E}}_i$, corresponden a los campos señal y acompañante respectivamente. Es posible separar las componentes del campo eléctrico en frecuencia positiva y negativa. $E_j^{(+)} = E_j e^{-i(\beta_j z - \omega_j t)}$, $E_j^{(-)} = E_j e^{i(\beta_j z - \omega_j t)}$, con la relación $E_j^{(+)} = (E_j^{(-)})^*$ siendo $j = 1, 2, s, i$.

Teniendo en cuenta que la polarización para el fenómeno de mezcla de cuatro ondas consta de la contribución lineal dado por la Ec. (2.4), y la contribución no lineal de tercer orden, la polarización total es de la forma:

$$(2.36) \quad \mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E}.$$

Sustituyendo el campo eléctrico total en la Ec. (2.36), se obtienen 512 términos, y al sustituir en la Ec. (2.2a), se obtiene un total de 528 términos. Considerando la Ec. (2.20) para obtener el Hamiltoniano de interacción al interior de la fibra, es conveniente escribir el Hamiltoniano de la forma [32]:

$$(2.37) \quad \hat{H} = \int_V dV [\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}],$$

con $\mathbf{D} = \epsilon_0 (\mathbf{E} + \chi^{(1)} \mathbf{E} + \chi^{(3)} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E})$, siendo \mathbf{E} el campo eléctrico total, (Ec. 2.35).

Sustituir los 528 términos para el vector de desplazamiento sería una tarea tediosa y poco práctica, por lo cual, se conservarán solo los términos de interés. En ese caso el vector de desplazamiento eléctrico es:

$$(2.38) \quad \mathbf{D} = \epsilon (E_1^{(+)} + E_2^{(-)}) + \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} (E_2^{(+)} E_s^{(-)} E_i^{(-)} + E_2^{(-)} E_s^{(+)} E_i^{(+)}),$$

donde $\epsilon = \epsilon_0 \kappa$, es la permitividad eléctrica del medio, con κ la constante dieléctrica:

$$(2.39) \quad \kappa = 1 + \chi^{(1)} + \frac{3}{4} (|E_1|^2 + 2|E_2|^2).$$

A su vez, $\kappa = n^2$, siendo n^2 el índice de refracción del medio, el cual puede ser expresado como:

$$(2.40) \quad n = n_L + n_{NL} (|E_1|^2 + 2|E_2|^2),$$

siendo n_L el índice de refracción lineal, y $n_{NL} = 3\chi^{(3)}/(8n_L)$ el índice de refracción no lineal [11]. Para la onda incidente con frecuencia ω_1 el término proporcional a $|E_1|$ corresponde al fenómeno de automodulación de fase (SPM por sus siglas en inglés, *Self Phase Modulation*), y el término proporcional a $|E_2|$ corresponde al fenómeno de modulación de fase cruzada (XPM por sus siglas en inglés, *Cross Phase Modulation*) entre los campos E_1 y E_2 . En cambio, para la onda incidente con frecuencia ω_2 el término proporcional a $|E_2|$ corresponde al fenómeno de automodulación de fase, y el término proporcional a $|E_1|$ corresponde de igual manera al fenómeno de modulación de fase cruzada entre los campos E_1 y E_2 . Se puede observar de la Ec. (2.40) que el índice de refracción es dependiente de la intensidad, por lo cual se hace explícito el efecto Kerr, como se mencionó en la sección 2.2.3.3.

Considerando solo los términos referentes a la mezcla de cuatro ondas, y al sustituir en la Ec. (2.37), se obtiene que el Hamiltoniano de interacción es [33, 34, 41]:

$$(2.41) \quad \hat{H}(t) = \frac{3}{4} \chi^{(3)} \int_V dV [E_1^{(-)} E_2^{(-)} \hat{E}_s^{(+)} \hat{E}_i^{(+)} + E_1^{(+)} E_2^{(+)} \hat{E}_s^{(-)} \hat{E}_i^{(-)}].$$

Los términos del Hamiltoniano corresponden a la dispersión de cuatro fotones (FPS por sus siglas en inglés, *Four Photon Scattering*) [33]. También se hace explícita la dependencia temporal del operador \hat{H} . Una vez obtenido el Hamiltoniano responsable del proceso de mezclado de cuatro ondas, es posible calcular la evolución temporal del sistema, para lo cual se considera que los campos cuantizados son de la forma [35]:

$$(2.42) \quad \hat{E}_j^{(+)}(z, t) = \int d\omega_j A(\omega_j) \hat{a}_j(\omega_j) e^{i(\beta_j(\omega_j)z - \omega_j t)},$$

donde $A(\omega_j) = i\sqrt{\hbar\omega_j/2\epsilon_0 n^2(\omega_j)}$, $\hat{a}_j(\omega_j)$ es el operador de aniquilación, con $j = s, i$. El factor $A(\omega_j)$ varía lentamente respecto a la frecuencia, por lo cual puede salir de la integral. El campo eléctrico clásico puede ser escrito de la forma:

$$(2.43) \quad E_j^{(+)}(z, t) = \tilde{\alpha}(t) e^{i(\beta_j(\omega_j)z)},$$

con $j = 1, 2$. Donde $\tilde{\alpha}(t)$ es la función envolvente espectral. La integración sobre el volumen puede ser aproximada a una integral de línea sobre el eje z . Sustituyendo la Ec. (2.43) en su descomposición de Fourier, y la Ec. (2.42) en la Ec. (2.41), el hamiltoniano de interacción es:

$$(2.44) \quad \hat{H}(t) = A(\omega_s) A(\omega_i) \int_{-L/2}^{L/2} dz \left[\int d\omega_i \int d\omega_s \hat{a}(\omega_i) \hat{a}(\omega_s) \int d\omega_2 \alpha(\omega_2) \right. \\ \times \int d\omega_1 \alpha(\omega_1) e^{i([\beta_i(\omega_i) + \beta_s(\omega_s) - \beta_2(\omega_2) - \beta_1(\omega_1)]z - [\omega_s + \omega_i - \omega_1 - \omega_2]t)} \\ \left. + \int d\omega_i \int d\omega_s \hat{a}^\dagger(\omega_i) \hat{a}^\dagger(\omega_s) \int d\omega_2 \alpha(\omega_2) \right. \\ \left. \times \int d\omega_1 \alpha(\omega_1) e^{-i([\beta_i(\omega_i) + \beta_s(\omega_s) - \beta_2(\omega_2) - \beta_1(\omega_1)]z - [\omega_s + \omega_i - \omega_1 - \omega_2]t)} \right],$$

donde L es la longitud de la fibra, $\alpha(\omega_j)$ es la transformada de Fourier de $\tilde{\alpha}(t)$, y $\hat{a}^\dagger(\omega_j)$ es el operador de creación. Para conocer la evolución temporal del sistema es posible aplicar el método perturbativo estándar [36]:

$$(2.45) \quad |\psi(t)\rangle = \exp \left[\frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^t dt' \hat{H}(t') \right] |\psi(t_0)\rangle,$$

donde $|\psi(t_0)\rangle$ es el estado al tiempo t_0 . Tomando en cuenta que para este sistema $|\psi(t_0)\rangle = |0\rangle = |0\rangle_i |0\rangle_s$ siendo $|0\rangle$ el estado del vacío [37], y aplicando la Ec. (2.45) al Hamiltoniano de interacción de la Ec. (2.44), es posible obtener:

$$(2.46) \quad \int_{t_0}^t dt' \hat{H}(t') = A(\omega_s)A(\omega_i) \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-L/2}^{L/2} dz \left[\int d\omega_i \int d\omega_s \hat{a}(\omega_i) \hat{a}(\omega_s) \int d\omega_2 \alpha(\omega_2) \times \int d\omega_1 \alpha(\omega_1) e^{i([\beta_i(\omega_i) + \beta_s(\omega_s) - \beta_2(\omega_2) - \beta_1(\omega_1)]z - [\omega_s + \omega_i - \omega_1 - \omega_2]t)} + \int d\omega_i \int d\omega_s \hat{a}^\dagger(\omega_i) \hat{a}^\dagger(\omega_s) \int d\omega_2 \alpha(\omega_2) \times \int d\omega_1 \alpha(\omega_1) e^{-i([\beta_i(\omega_i) + \beta_s(\omega_s) - \beta_2(\omega_2) - \beta_1(\omega_1)]z - [\omega_s + \omega_i - \omega_1 - \omega_2]t)} \right].$$

Los límites de integración pueden ser extendidos hasta infinito como se muestra en [38]. Al resolver la primera integral respecto al tiempo, se obtiene $2\pi\delta(\omega_s + \omega_i - \omega_2 - \omega_1)$. Integrando respecto a las frecuencias de bombeo, e integrando respecto a la longitud de la fibra se obtiene:

$$(2.47) \quad \int_{t_0}^t dt' \hat{H}(t') = 2\pi A(\omega_s)A(\omega_i) \left[\int d\omega_i \int d\omega_s \hat{a}(\omega_i) \hat{a}(\omega_s) \alpha(\omega_s + \omega_i) \Phi(\omega_s, \omega_i) + \int d\omega_i \int d\omega_s \hat{a}^\dagger(\omega_i) \hat{a}^\dagger(\omega_s) \alpha(\omega_s + \omega_i) \Phi(\omega_s, \omega_i) \right],$$

donde

$$(2.48) \quad \Phi(\omega_s, \omega_i) = \frac{\sin[(\beta_i(\omega_i) + \beta_s(\omega_s) - \beta_2(\omega_2) - \beta_1(\omega_1))L/2]}{[\beta_i(\omega_i) + \beta_s(\omega_s) - \beta_2(\omega_2) - \beta_1(\omega_1)]L/2}.$$

Por lo tanto, el estado de los dos fotones a la salida de la fibra, después de un tiempo t [39]:

$$(2.49) \quad |\psi(t)\rangle = |0\rangle + \frac{2\pi A(\omega_s)A(\omega_i)}{i\hbar} \int d\omega_i \int d\omega_s \alpha(\omega_s + \omega_i) \Phi(\omega_s, \omega_i) |\omega_i\rangle_i |\omega_s\rangle_s,$$

donde $|\omega_j\rangle_j$ es un estado de Fock, y la Ec. (2.49) representa una superposición del estado de dos fotones [40, 43]. Se debe considerar que los operadores de aniquilación actuando al estado de vacío son cero, de tal manera que, los únicos operadores que actúan sobre el estado de vacío, son los operadores de creación, generando los estados $|\omega_j\rangle_j$. La amplitud de probabilidad asociada con cada par de fotones es el producto de la función envolvente $\alpha(\omega_s + \omega_i)$ y la función de empatamiento de fase $\Phi(\omega_s, \omega_i)$. La función envolvente asegura la conservación de energía, mientras que para un fotón de bombeo la función de empatamiento de fase determina cómo la energía será distribuida [40].

La expresión: $\alpha(\omega_s + \omega_i)\Phi(\omega_s, \omega_i)$ en la Ec. (2.49), es una convolución en el dominio de las frecuencias; esta expresión se define como la función espectral conjunta o JSA (*Joint Spectral Amplitude*, por sus siglas en inglés),

$$(2.50) \quad f(\omega_s, \omega_i) = \alpha(\omega_s + \omega_i)\Phi(\omega_s, \omega_i),$$

y contiene información de la correlación espectral de los fotones señal y acompañante [42]. Esta correlación espectral surge de la conservación de energía y momento, por ser un proceso paramétrico. En la Ec. (2.50) se puede observar que el estado de dos fotones no puede ser expresado como el producto directo de dos estados de un solo fotón, a menos que la función sea factorizable.

2.3.3 Correlación espectral en pares de fotones

De la Ec. (2.50) es posible observar que los fotones señal y acompañante tienen una correlación espectral. La necesidad de obtener pares de fotones “puros”, es decir, con la menor cantidad de correlación posible, conlleva a buscar que la función espectral conjunta pueda ser factorizable [44], es decir, de la forma:

$$(2.51) \quad f(\omega_s, \omega_i) = S(\omega_s)I(\omega_i),$$

o utilizar filtros espectrales de banda estrecha para cambiar la forma de la JSA, eliminando las correlaciones y aproximando un solo modo espectral. Sin embargo, el uso de filtros da como resultado la disminución en el número de pares de fotones generados, lo que reduce el brillo general o la tasa de recuento de coincidencias de la fuente [45]. Esta técnica ha sido utilizada para producir el estado de un solo fotón anunciado de alta pureza, pero con la consecuencia de tasas de conteo reducidas [46, 47]. El análisis para obtener una función factorizable puede ser complicado, sin embargo, se puede obtener información sobre la forma de la JSA mediante el uso de aproximaciones. La factorabilidad de la JSA puede leerse en [48–50].

En la práctica, el parámetro medible es la intensidad, por lo cual, la función medible se conoce como función de intensidad espectral conjunta, o JSI (*Joint Spectral Intensity*, por sus siglas en inglés). La función de intensidad espectral conjunta está definida como el módulo al cuadrado de la función JSA, y representa la distribución de probabilidad de emisión simultánea de un fotón señal a la frecuencia ω_s , y un fotón acompañante a la frecuencia ω_i [51]. Si al medir se obtiene un fotón señal, la JSI establece el rango de frecuencias en el cual es posible encontrar el fotón acompañante. El ancho de la JSI sugiere el grado de correlación espectral entre las parejas de fotones generadas [54], en el sentido que una JSI muy angosta y orientada de forma diagonal, implicará un alto grado de correlación entre los fotones de un par, puesto que para un valor fijo

de ω_s , será posible conocer, con mayor certidumbre, el valor de la frecuencia del fotón conjugado, sin que tenga que realizarse una medición sobre él.

$$(2.52) \quad F(\omega_s, \omega_i) = |f(\omega_s, \omega_i)|^2 = |\alpha(\omega_s + \omega_i)\Phi(\omega_s, \omega_i)|^2.$$

La función de intensidad espectral conjunta está representada por la expresión (2.52), donde la función envolvente espectral, comúnmente, es de la forma Gaussiana,

$$(2.53) \quad \alpha(\omega_s, \omega_i) = \exp \left[-\frac{(\omega_s + \omega_i - 2\omega_p)^2}{4\sigma_p^2} \right],$$

siendo ω_p la frecuencia de bombeo y σ_p el ancho de banda relacionado con la mitad máxima de ancho completo (FWHM por sus siglas en inglés, *Full Width at Half Maximum*), dado por la expresión: $\Delta_{FWHM} = 2\sigma_p\sqrt{4\ln(2)}$ [45]. La función envolvente espectral en el espacio de las frecuencias presenta siempre una pendiente de -45° [55, 61]. En la Fig. 2.11 a) se puede observar la función envolvente espectral con $\lambda_p = 1060$ nm y $\Delta\lambda_p = 2.3$ nm, mientras que en 2.11 b) la función de empataamiento de fase en el mismo intervalo que la Fig. 2.11 a), y en 2.11 c) la función JSI, de tal manera que, como se mencionó con anterioridad, la función JSI es la convolución de la envolvente espectral y la función de empataamiento de fase. Sin embargo, la función de empataamiento de fase tiene una pendiente variable, como se ilustra en la Fig. 2.12. El empataamiento de fase, $\Delta\beta = \beta_i(\omega_i) + \beta_s(\omega_s) - \beta_2(\omega_2) - \beta_1(\omega_1)$, de la función (2.48), es en general una función complicada de la dispersión. No obstante, incluso sin un conocimiento preciso de la dispersión del medio en este punto, aún es posible obtener una comprensión más profunda de su influencia en la JSA, mediante una expansión en Serie de Taylor dada por las Ecs. (2.28) y (2.29).

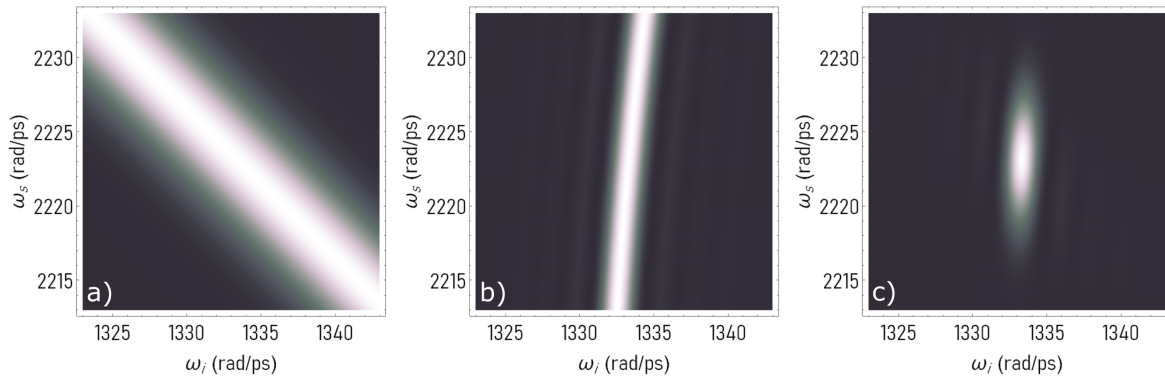


Figura 2.11: a) Función envolvente espectral, α , para $\lambda_p = 1060$ nm, y un ancho de bombeo $\Delta\lambda_p = 2.3$ nm. b) Función de empataamiento de fase, Φ , para $L = 1$ m. c) Función de intensidad espectral conjunta.

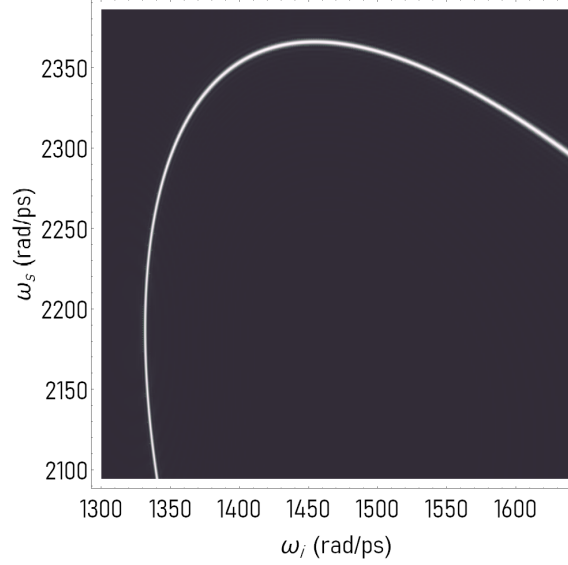


Figura 2.12: Función de empatamiento de fase para una fibra de 1 m de longitud. Es posible observar que la pendiente de la función cambia respecto a la frecuencia señal y acompañante. El parámetro no lineal ha sido ignorado debido a su pequeñez.

La expansión lineal es:

$$(2.54) \quad \Delta\beta_{lin} \approx \Delta\beta^{(0)} + \tau_s \nu_s + \tau_i \nu_i,$$

donde $\Delta\beta^{(0)} = 0$, es el empatamiento de fase, $\nu_j = \omega_j - \omega_{0j}$, con $j = p, s, i$, siendo ω_{0s} y ω_{0i} , las frecuencias correspondientes al empatamiento de fase, y $\tau_j = \partial\beta_p(\omega_p)/\partial\omega_p|_{\omega_p=\omega_{0p}} - \partial\beta_j(\omega_j)/\partial\omega_j|_{\omega_j=\omega_{0j}}$.

$$(2.55) \quad \tau_j = \frac{1}{v_p} - \frac{1}{v_j},$$

siendo v_j la velocidad de grupo del bombeo, señal y acompañante. Puede demostrarse que la función de correlación espectral es factorizable [45], si se cumple que:

$$(2.56) \quad \tau_s \tau_i \leq 0.$$

Esta condición restringe las velocidades de grupo del bombeo, señal y acompañante, a dos clases de estados. En primer lugar, si $\tau_s = -\tau_i$, entonces las velocidades de grupo deben cumplir que:

$$(2.57) \quad v_s(\omega_s) > v_p(\omega_p) > v_i(\omega_i)$$

o,

$$(2.58) \quad v_i(\omega_i) > v_p(\omega_p) > v_s(\omega_s).$$

Esto se conoce como un estado simétrico de velocidad de grupo coincidente, ya que, cuando el ancho de banda de la función envolvente del bombeo y el ancho de banda de la función de empataamiento de fase coinciden, los fotones señal y acompañantes tienen anchos de banda iguales.

La segunda clase de estados son los estados asimétricos de velocidad de grupo coincidente, donde $\tau_s = 0$, o $\tau_i = 0$. En este caso, el fotón señal o el fotón acompañante se propagan a la misma velocidad de grupo que el bombeo, mientras que el otro se aleja; este fenómeno es conocido como distanciamiento temporal (temporal walk-off) [5].

Como se mencionó anteriormente, la pendiente de la función envolvente está fija, mientras que la pendiente de la función de empataamiento de fase es variable. Sin embargo, mediante la aproximación lineal del empataamiento de fase, es posible determinar el ángulo de la función de empataamiento de fase con respecto al eje de frecuencia señal, y es de la forma [37]:

$$(2.59) \quad \theta_{PM} = -\arctan\left(\frac{\tau_i}{\tau_s}\right).$$

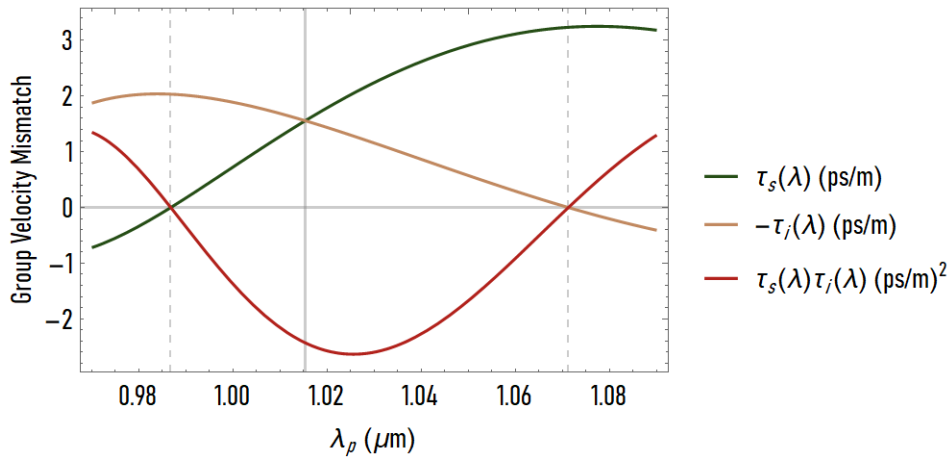


Figura 2.13: Empataamiento de velocidad de grupo respecto a λ_p . Las líneas verticales punteadas representan $\lambda_p = 987$ y $\lambda_p = 1070$ nm, para las cuales τ_s y τ_i son cero, respectivamente. La línea vertical sólida representa $\lambda = 1015.3$ nm para la cual $\tau_s\tau_i = 0$.

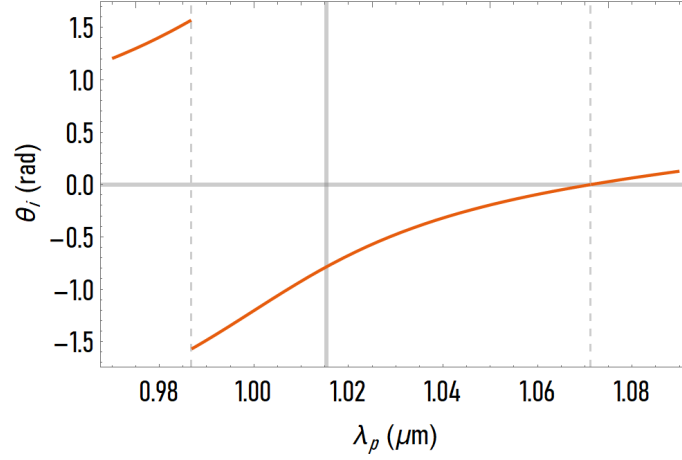


Figura 2.14: Ángulo de la función de empatamiento de fase (Ec. (2.59)) respecto a λ_p . Las líneas verticales punteadas representan $\lambda_p = 987$ nm y $\lambda_p = 1070$ nm, para los cuales τ_s y τ_i son cero, respectivamente, por lo tanto el ángulo θ es igual a 90° y 0° , respectivamente. La línea vertical sólida representa $\lambda_p = 1015.3$ para la cual $\tau_s \tau_i = 0$, obteniéndose un ángulo aproximado de 45° .

En la Fig. 2.13 se observan los valores de τ_s , τ_i , y $\tau_s \tau_i$, respecto a la longitud de onda de bombeo. Mediante la Ec. (2.56) se determina que el intervalo de bombeo para poder obtener una función de correlación espectral factorizable se encuentra entre la región de 987 a 1070 nm. A su vez, en 987 nm $\tau_s = 0$, por lo que se obtiene un estado de velocidad de grupo asimétrico, donde el fotón señal se propaga a la misma velocidad de grupo que el bombeo. De igual forma para 1070 nm, $\tau_i = 0$, obteniéndose un estado de velocidad de grupo asimétrico, donde el fotón acompañante se propaga a la misma velocidad de grupo que el bombeo. Para $\lambda_p = 1015.3$ nm se obtiene que $\tau_s = -\tau_i$, por lo cual, las relaciones (2.57) y (2.58) se satisfacen, obteniéndose un estado simétrico de velocidad de grupo coincidente.

En la Fig. 2.14 se observa que se puede obtener un estado de velocidad de grupo simétrico, con $\lambda_p = 1015.3$ nm el cual corresponde a $\theta = 45^\circ$, y dos estados asimétricos para $\lambda_p = 987$ y 1070 nm, con $\theta = 90^\circ$ y 0° , respectivamente. Sustituyendo la Ec. (2.54) en la función de empatamiento de fase de la Ec. (2.48), es posible obtener que la función de correlación espectral es:

$$(2.60) \quad F(v_s, v_i) \approx e^{-\frac{(v_s+v_i)^2}{4\sigma_p^2}} \text{sinc}(\Delta\beta_{lin}(v_s, v_i)L/2),$$

donde $\Delta\beta_{lin}$, es la aproximación lineal de la Ec. 2.54.

La Fig. 2.15 muestra las funciones α , Φ y JSI calculadas para distintas λ_p y $\Delta\lambda_p$. En la Fig. 2.15 a) se puede observar la función α con $\lambda_p = 987$ nm y $\Delta\lambda_p = 5$ nm. La Fig. 2.15 b) muestra la función Φ en el mismo intervalo que la Fig. 2.15 a). La Fig. 2.15 c) muestra la función JSI asimétrica con un ángulo cercano a 0° respecto al eje horizontal. En la Fig. 2.15 d) se muestra la función α con $\lambda_p = 1015$ nm y $\Delta\lambda_p = 5$. La Fig. 2.15 e) muestra la función Φ en el mismo

intervalo que la Fig. 2.15 d). En la Fig. 2.15 f) se muestra la función JSI simétrica con un ángulo aproximado de 45° y correlación positiva. La Fig. 2.15 g) muestra la función α con $\lambda_p = 1070$ nm y $\Delta\lambda_p = 5$. La Fig. 2.15 h) muestra la función Φ en el mismo intervalo que la Fig. 2.15 g). Finalmente en la Fig. 2.15 i) se obtiene la función JSI asimétrica con un ángulo aproximado de 90° .

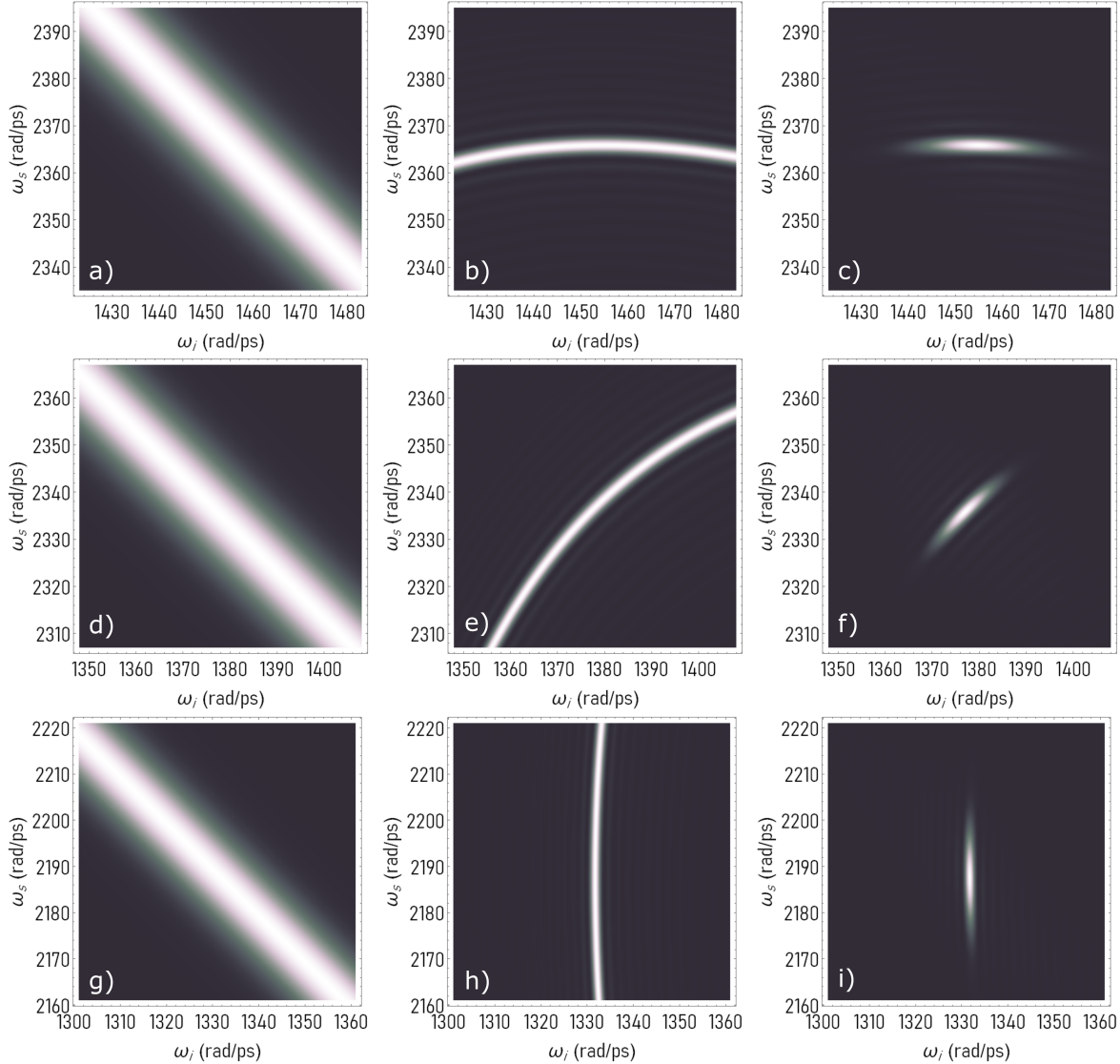


Figura 2.15: a) Función α con $\lambda_p = 987$ nm y $\Delta\lambda_p = 5$ nm. b) Función Φ . c) Función JSI con $\theta = 0^\circ$ respecto al eje horizontal. d) Función α con $\lambda_p = 1015$ nm y $\Delta\lambda_p = 5$. e) Función Φ . f) Función JSI con $\theta = 45^\circ$ respecto al eje horizontal. g) Función α con $\lambda_p = 1070$ nm y $\Delta\lambda_p = 5$. h) Función Φ . i) Función JSI con $\theta = 90^\circ$ respecto al eje horizontal.

Aunque la función envolvente espectral tenga un ángulo bien definido, un parámetro variable es el ancho espectral de bombeo, que también repercute en la forma de la JSI. Para obtener

un estado completamente factorizable, se aproxima la función de empataamiento de fase a una función Gaussiana, de tal manera que sea posible estudiar el efecto del ancho espectral de bombeo sobre la JSI [51].

La función de empataamiento de fase se puede aproximar de la siguiente manera:

$$(2.61) \quad \text{sinc}\left(\Delta\beta_{lin}\frac{L}{2}\right) \approx \exp\left[-\left(\frac{r\Delta\beta_{lin}L}{2}\right)^2\right].$$

El valor de r se puede estimar mediante el valor FWHM. Así, la función de intensidad espectral conjunta es:

$$(2.62) \quad F(\nu_s, \nu_i) \approx \exp\left[\frac{-(\nu_s + \nu_i)^2}{4\sigma_p^2}\right] \exp\left[-r^2L^2\frac{(\tau_s\nu_s + \tau_i\nu_i)^2}{4}\right].$$

Si la relación

$$(2.63) \quad \frac{1}{\sigma_p^2} = -r^2L^2\tau_s\tau_i,$$

se cumple, es posible escribir la función de intensidad espectral conjunta como el producto de dos funciones, dadas por las Ecs. (2.51) y (2.64), donde la relación (2.56) es utilizada, siendo posible así deducir las expresiones (2.57) y (2.58). Considerando $\tau_s = -\tau_i$ se deduce que:

$$(2.64) \quad F(\omega_s, \omega_i) \approx \exp\left[-\left(\frac{\nu_s^2 r^2 L^2 \tau_s^2}{2}\right)\right] \exp\left[-\left(\frac{\nu_i^2 r^2 L^2 \tau_i^2}{2}\right)\right].$$

La factorabilidad de la función de intensidad espectral conjunta hace posible controlar, en cierta medida, el grado de correlación. Tal y como se muestra en la Fig. 2.16, es posible obtener una función JSI con baja correlación; no obstante, es necesario determinar cuantitativamente este grado de correlación, por lo cual, la siguiente tarea es obtener una manera de cuantificar el grado de correlación de la función de intensidad espectral conjunta.

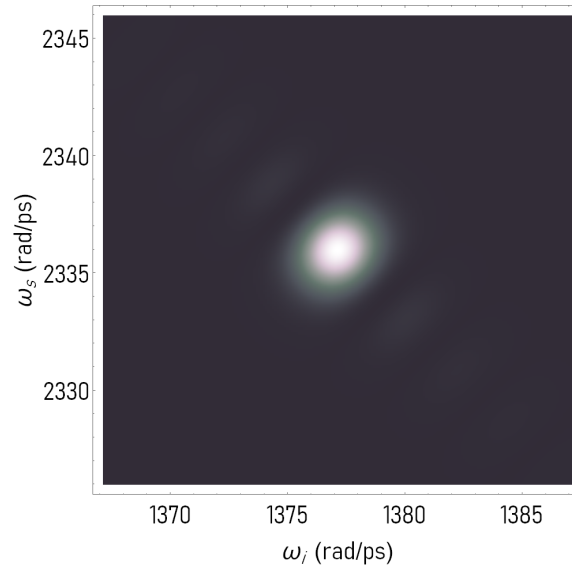


Figura 2.16: Función de intensidad de espectral conjunta, con $\Delta\lambda_p = 1.14$ nm y $\lambda_p = 1015.3$ nm.

2.4 Estadística de fotones y grado de correlación

De manera general, el grado de coherencia de los campos eléctricos individuales, que es determinado por la propiedad de correlación de los pares de fotones, está relacionado con sus modos espaciales y temporales. Dado que ha sido demostrado que los modos señal o acompañante exhiben de manera individual una descripción caótica, y tienen una distribución térmica, es decir, una distribución de probabilidad super-poissoniana [56], es posible caracterizar el grado de coherencia midiendo la función de correlación de intensidad, $g^{(2)}$. Cuando la función de correlación de intensidad del campo señal, o acompañante, es medida con detectores de un solo fotón con un tiempo de respuesta mucho más largo que el tiempo de coherencia del campo térmico, el valor de la función $g^{(2)}$ aumenta con la disminución del número de modos contenidos en el campo. Por ejemplo, para el caso de pares de fotones en estado factorizable, la distribución probabilística para detectar n fotones del campo individual es:

$$(2.65) \quad P(n) = \frac{\tilde{n}^n}{(1 + \tilde{n})^{n+1}},$$

(distribución de Bose-Einstein), donde \tilde{n} denota el número promedio de fotones, y n es el número de fotones. En contraste, para el caso de pares de fotones con alto grado de correlación, los campos individuales se encuentran en un estado térmico multimodal [57], y la distribución probabilística para detectar n fotones es:

$$(2.66) \quad P(n) = \frac{\tilde{n}^n}{n!} e^{-\tilde{n}},$$

(distribución de Poisson). En el primer caso, el valor de la función $g^{(2)}$ es igual a 2, mientras que en el último, el valor de la función $g^{(2)}$ tiende a 1 [58].

La función $g^{(2)}$ puede ser expresada como [59, 60]:

$$(2.67) \quad g^{(2)} = 1 + \frac{\int d\omega_s d\omega'_s |\int d\omega_i f^*(\omega_s, \omega_i) f(\omega'_s, \omega_i)|^2}{|\int d\omega_s d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i)|^2|^2},$$

donde $f(\omega_s, \omega_i)$ es la función espectral conjunta.

Otra manera de entender el grado de correlación, y el entrelazamiento de un sistema, es mediante la descomposición de Schmidt [61, 62]. Si se tienen dos sistemas en el espacio de Hilbert, H_A y H_B , es posible definir otro espacio de Hilbert mediante el producto tensorial de estos subespacios, de tal forma que $H = H_A \otimes H_B$. Es factible obtener un estado puro $|\psi\rangle_{AB}$, en la composición $A \cup B$ bipartita, por lo cual es posible escribir el estado puro de la forma [63, 64]:

$$(2.68) \quad |\psi\rangle_{AB} = \sum_{i=1}^n \sqrt{\lambda_i} |u_i\rangle_A \otimes |v_i\rangle_B,$$

donde $|u_i\rangle$ y $|v_i\rangle$, son las bases respectivas de H_A y H_B , $n = \min(\dim(H_A), \dim(H_B))$, y $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$. Es preciso recalcar que la descomposición de Schmidt es un criterio de entrelazamiento, y no una medida de entrelazamiento. Los coeficientes de Schmidt, $\sqrt{\lambda_i} \geq 0$, son las raíces cuadradas de las trazas parciales, $\hat{\rho}_A = Tr_B[\hat{\rho}_{AB}] = \sum_i^n \lambda_i |u_i\rangle_A \langle u_i|$ y $\hat{\rho}_B = Tr_A[\hat{\rho}_{AB}] = \sum_i^n \lambda_i |v_i\rangle_B \langle v_i|$, de la matriz de densidad $\hat{\rho}_{AB} = |\psi\rangle_{AB} \langle \psi|$ [65]. De tal manera que el estado $|\psi\rangle_{AB}$ es factorizable si y solo si existe un coeficiente diferente de cero tal que $\lambda_i = 1$, $\lambda_j = 0 \forall j \neq i$ [37].

Si todos los coeficientes de Schmidt son diferentes de cero, el sistema está entrelazado, y si todos los coeficientes son diferentes de cero e iguales, el sistema se encuentra en el máximo grado de entrelazamiento. [66]

Las bases ortonormales de la descomposición de Schmidt, $|u_i\rangle_A$ y $|v_i\rangle_B$, son conocidas como modos de Schmidt [67]. Los coeficientes de Schmidt al cuadrado, es decir, λ_i , se conocen como magnitudes de Schmidt y determinan la probabilidad de encontrar el i -ésimo modo del sistema. El grado de entrelazamiento del sistema puede ser cuantificado mediante el número de Schmidt, K , definido como la suma de todas las magnitudes de Schmidt al cuadrado [68, 69]:

$$(2.69) \quad K \equiv \frac{1}{\sum \lambda_i^2} \equiv \frac{1}{Tr(\hat{\rho}_A^2)} \equiv \frac{1}{Tr(\hat{\rho}_B^2)}.$$

El número K determina cuántas frecuencias de los modos de Schmidt están activos en el estado de dos fotones, y, por lo tanto, es una medida de entrelazamiento. Un estado factorizable, o no entrelazado, puede describirse mediante un par de modos de Schmidt, de tal forma que $\lambda_i = 1$, $\lambda_j = 0$, $\forall j \neq i$, lo que implica $K = 1$. Para un estado de máximo grado de entrelazamiento en frecuencia, se necesitarían infinitos modos de Schmidt para describirlo, cada uno con λ_i muy pequeño, de tal forma que K tendería a infinito.

La pureza, P_i [70], de cualquiera de los fotones individuales anunciados, derivados del estado $|\psi\rangle_{AB}$, puede predecirse a partir de los dos operadores de densidad reducida,

$$(2.70) \quad P_j = Tr(\hat{\rho}_j^2),$$

donde $j = A, B$. Al realizar una medición sobre el sistema A, es posible obtener la matriz reducida del sistema B, ρ_B , trazando H_B sobre la matriz de densidad $\hat{\rho}_{AB}$. Es posible definir la pureza en términos de las magnitudes de Schmidt como [39]:

$$(2.71) \quad P_A = P_B = \sum_i \lambda_i^2 = \frac{1}{K}.$$

Existen estados cuya descomposición de Schmidt puede realizarse de manera analítica, sin embargo, esto puede resultar en una tarea laboriosa y poco práctica. Afortunadamente, existe el método de descomposición en valores singulares [66] (SVD por sus siglas en inglés, *Single Value*

Decomposition). Si el estado $|\psi\rangle_{AB}$ se representa como una matriz $F_{m,n}$, donde m y n representan las frecuencias discretizadas para el estado A y B, la descomposición en valores singulares es:

$$(2.72) \quad F = U\Sigma V^\dagger,$$

de las cuales U y V son matrices unitarias, y Σ es diagonal. U es dependiente solamente de las frecuencias del sistema A, y la i -ésima columna contiene información del modo de Schmidt $|u_i\rangle_A$, mientras que V^\dagger , depende solamente de las frecuencias del sistema B, y el i -ésimo renglón contiene información del modo de Schmidt $\langle u_i|_B$. Los elementos diagonales de la matriz Σ , se conocen como valores singulares de la matriz F , los cuales son positivos y aparecen en orden descendente en magnitud. Para un estado $|\psi\rangle_{AB}$ normalizado, los valores singulares son iguales a las magnitudes de Schmidt. Es posible demostrar que los valores singulares s_i de la matriz Σ son iguales a los coeficientes de Schmidt $\sqrt{\lambda_i}$ de la función espectral conjunta, de tal manera que $s_i = \sqrt{\lambda_i}$ [71].

Tomando el producto tensorial de los subsistemas H_s y H_i para las frecuencias señal y acompañante respectivamente, mediante la expresión (2.68), se obtiene que:

$$(2.73) \quad f(\omega_s, \omega_i) = \sum_{j=1}^n \sqrt{\lambda_j} |u_j\rangle_s \otimes |v_j\rangle_i,$$

donde $|u_j\rangle_s$ y $|u_j\rangle_i$, son los eigenvectores para el sistema señal y acompañante, respectivamente. A su vez, λ_j , u_j , y v_j , deben satisfacer la ecuación integral de autovalores [51]:

$$(2.74) \quad \int K_1(\omega, \omega') u_j(\omega') d\omega' = \lambda_j u_j(\omega)$$

$$(2.75) \quad \int K_2(\omega, \omega') v_j(\omega') d\omega' = \lambda_j v_j(\omega)$$

siendo K_1 y K_2 , los kernels de la ecuación integral, definidos como $K_1 = \int f(\omega, \omega_2) f^*(\omega', \omega_2) d\omega_2$ y $K_2 = \int f(\omega_1, \omega) f^*(\omega_1, \omega') d\omega_1$ [52, 53].

Para una fuente de mezcla de cuatro ondas, la cual corresponde a una distribución con modos térmicos, el número de Schmidt corresponde al siguiente resultado:

$$(2.76) \quad g^{(2)} = 1 + \frac{1}{K},$$

por lo tanto, la medición de la función $g^{(2)}$ determina directamente el número efectivo de modos de Schmidt K , y la pureza $P = 1/K$.

ANÁLISIS NUMÉRICO

Antes de comenzar el desarrollo de esta sección, hay algunos puntos importantes que deben ser considerados. Primeramente, simular la propagación de luz en una fibra de cristal fotónico es una tarea laboriosa, complicada, y para el autor es considerada hasta una obra de arte, y quiero hacer especial énfasis en esta última parte. Las fibras de cristal fotónico son creadas apilando tubos de sílice, uno reemplazado por una varilla sólida de sílice para formar el núcleo. Los orificios de los tubos son relativamente grandes y colapsan en gran medida bajo tensión superficial mientras la fibra se extrae. Sin embargo, la varilla de núcleo sólido no colapsa en absoluto. Así, el conjunto se distorsiona: el núcleo termina siendo desproporcionadamente grande y los orificios de aire más internos se hacen ovalados en lugar de redondos, por lo cual, existen imperfecciones a lo largo de la fibra. Este proceso nos lleva a pensar en lo meticuloso que debe ser el proceso de creación de una fibra de cristal fotónico, e incluso, en la gran variedad de pequeñas variaciones en los parámetros de la misma que repercuten directamente en sus propiedades, como lo puede ser la dispersión, las pérdidas, etc. La razón de este énfasis se debe a que modelar una estructura tan complicada y delicada como una fibra de cristal fotónico es de igual manera un arte, ya que un método exageradamente preciso lleva a un área completamente nueva de investigación. Aquí es donde se encuentra un verdadero dilema sobre cómo modelar una fibra de cristal fotónico de una manera eficiente sin perder años de vida en el intento; la solución puede parecer sencilla: mediante aproximaciones. Sin embargo, ¿cómo puede uno asegurar que la aproximación que se utiliza es una “buena aproximación”? Nuevamente la respuesta puede ser sencilla: mediante resultados experimentales. La primer idea que se puede considerar para aproximar de forma adecuada la estructura de una fibra de cristal fotónico, es compararla con lo que ya se conoce, una fibra monomodo con perfil de alto índice. Pero aquí surgen varios problemas: el diámetro de núcleo de una fibra monomodo está bien definido, en cambio, en una fibra de cristal

fotónico, no lo está. Uno puede detenerse y pensar lo siguiente: ¿existe un análogo cuantitativo entre una fibra de cristal fotónico y una fibra monomodo con perfil de alto índice?, y la respuesta no es obvia, véase [72]. Hasta ahora, no existe un método “estandarizado” para aproximar una fibra de cristal fotónico a una fibra monomodo con perfil de alto índice, sin embargo, en la literatura se pueden encontrar diversos métodos y aproximaciones que pueden ser útiles.

La complejidad para simular las propiedades de una fibra de cristal fotónico ha llevado a la creación de diversos métodos numéricos tanto escalares como vectoriales, que puedan resolver de una manera más sencilla la ecuación de autovalores (3.1).

$$(3.1) \quad \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon \mathbf{E}.$$

En este capítulo se hará un análisis numérico comparativo entre el método de índice efectivo y las mediciones dadas por el fabricante. Además, se discutirá sobre el método del elemento finito, y se presentarán los diferentes análisis numéricos efectuados a lo largo de la tesis, así como diversas discusiones efectuadas en las secciones anteriores.

3.1 Modelado de la fibra de cristal fotónico.

Para comprender más a detalle la complejidad del modelado de una fibra de cristal fotónico, se tomará como referencia la dispersión cromática reportada por el fabricante para la fibra utilizada en esta tesis, NKT Photonics NL-1050-ZERO-2, Fig. 3.1, y la aproximación hecha mediante el método de índice efectivo para obtener el empataimiento de fase que concuerda con las longitudes de onda de los fotones generados obtenidos experimentalmente.

En la Fig. 3.1 se muestra la dispersión cromática reportada por el fabricante, en donde se pueden observar dos longitudes de onda con cero dispersión, las cuales se encuentran aproximadamente en 1025 nm y 1075 nm. Sin embargo, la dispersión utilizada para los cálculos numéricos de esta fibra no es igual a la reportada por el fabricante, ya que la dispersión utilizada se obtuvo mediante la aproximación hecha en la sección 3.1.1.

El fenómeno de mezcla de cuatro ondas generado en la fibra de cristal fotónico se muestra en la Fig. 3.2. La longitud de onda incidente a la fibra es de 1064 nm, de tal manera que el fotón señal se genera a una longitud de onda de 803 nm, y el fotón acompañante a una longitud de onda de 1360 nm.

3.1. MODELADO DE LA FIBRA DE CRISTAL FOTÓNICO.

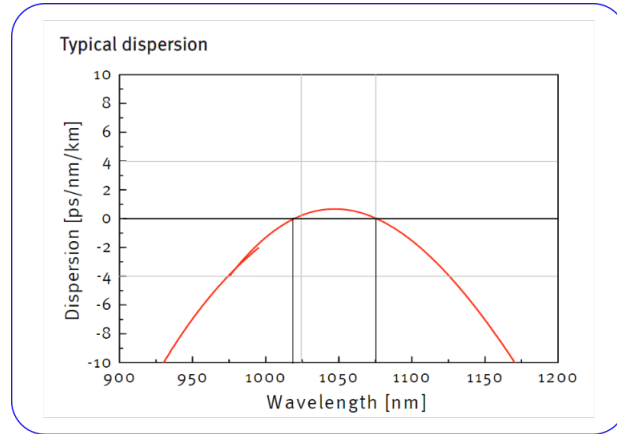


Figura 3.1: Dispersión cromática reportada por el fabricante de la fibra de cristal fotónico de esta tesis. Se pueden apreciar dos longitudes de onda con cero dispersión.

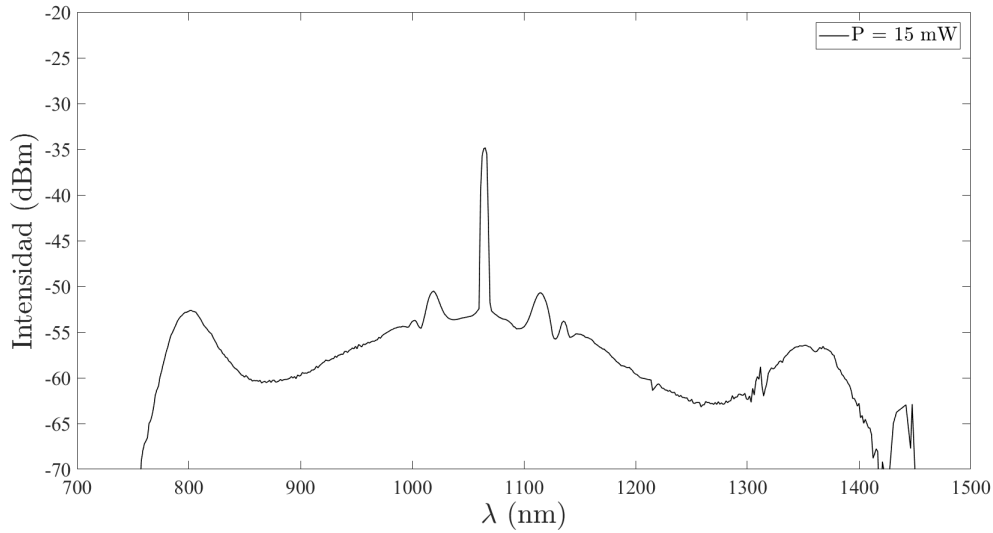


Figura 3.2: Espectro del fenómeno de mezcla de cuatro ondas obtenido mediante un analizador de espectros óptico.

Si analizamos el empatamiento de fase efectivo obtenido mediante la aproximación de índice efectivo, Fig. 3.3, la longitud de onda del fotón señal es de aproximadamente 852 nm, en cambio, la longitud de onda del fotón acompañante es de aproximadamente 1414 nm, lo cual corresponde a un corrimiento de aproximadamente 49 y 54 nm respectivamente.

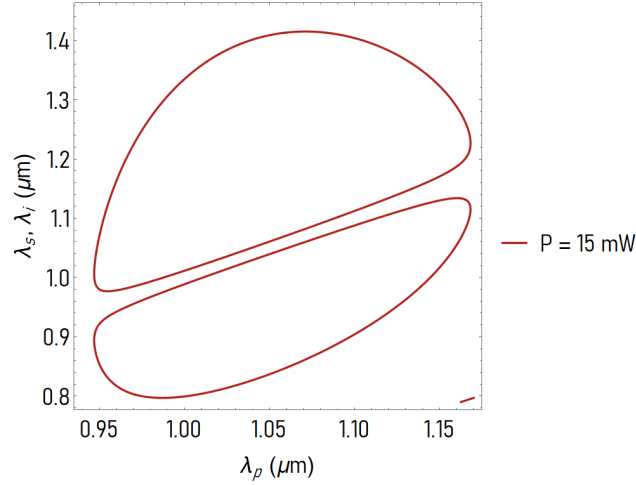


Figura 3.3: Empatamiento de fase calculado mediante la aproximación de índice efectivo para una potencia promedio de 15 mW.

3.1.1 Método de índice efectivo

El modelo utilizado en este trabajo para modelar la dispersión de una fibra de cristal fotónico con núcleo sólido como una fibra con perfil de índice escalonado [19], se basa en el método de índice efectivo [21]. A pesar de la simplicidad del modelo, proporciona una buena aproximación a las propiedades de una fibra de cristal fotónico guiada sin necesidad de un método numérico. La idea detrás de este método consiste en sustituir el revestimiento de huecos de aire con un material homogéneo equivalente; de esta manera se puede definir un parámetro V análogo a las fibras convencionales. El índice de refracción efectivo del revestimiento puede ser ponderado de la siguiente manera:

$$(3.2) \quad n_{\text{revestimiento}} = f \times n_{\text{aire}} + (1 - f) \times n_{\text{sílice}},$$

donde f es el porcentaje de aire en la estructura, llamado también fracción de llenado. El índice de refracción del sílice puede ser aproximado mediante la ecuación de Sellmeier (2.27), utilizando los siguientes parámetros [11]:

B_j	λ_j	ω_j
$B_1 = 0.6961663$	$\lambda_1 = 0.0684043 \mu\text{m}$	$\omega_1 = 2\pi c/\lambda_1$
$B_2 = 0.4079426$	$\lambda_2 = 0.1162414 \mu\text{m}$	$\omega_2 = 2\pi c/\lambda_2$
$B_3 = 0.8974794$	$\lambda_3 = 9.896161 \mu\text{m}$	$\omega_3 = 2\pi c/\lambda_3$

Tabla 3.1: Diferentes valores utilizados en la ecuación de Sellmeier para el índice de refracción del sílice.

En la Fig. 3.4 se puede observar la variación en el índice refracción del revestimiento para $f = 0.295$.

3.1. MODELADO DE LA FIBRA DE CRISTAL FOTÓNICO.

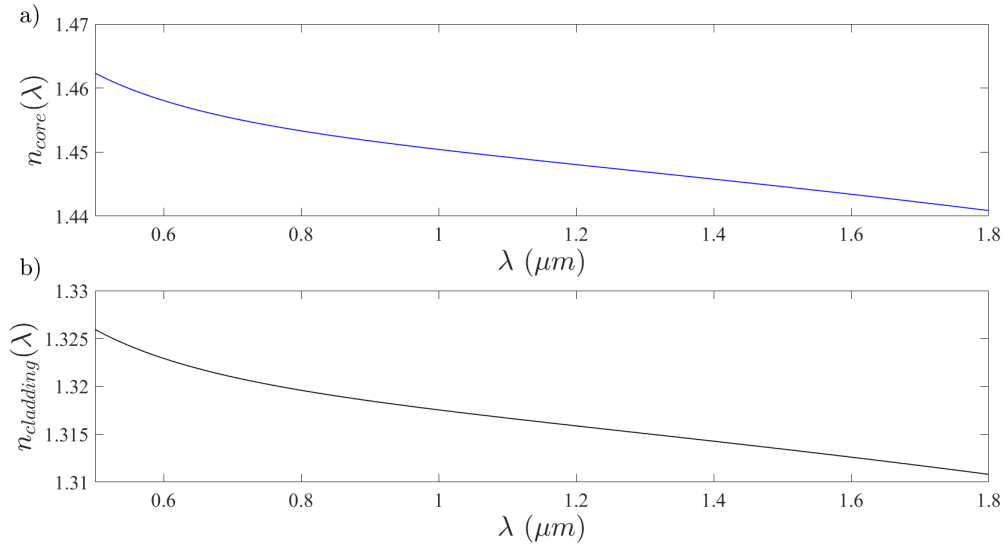


Figura 3.4: a) Variación del índice de refracción del núcleo respecto a λ . b) Variación del índice de refracción del revestimiento respecto a λ .

El parámetro libre es la fracción de llenado por lo cual, un valor de f alto provoca que el índice efectivo del revestimiento tenga un corrimiento hacia el valor del índice de refracción del aire; en cambio, un valor de f bajo provoca un corrimiento hacia el valor del índice de refracción del sílice, como se observa en la Fig. 3.5.

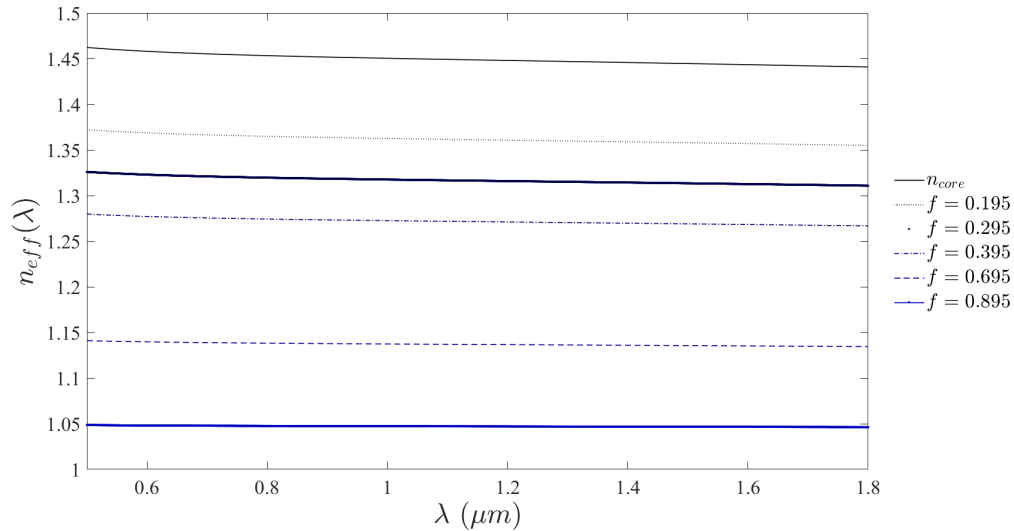


Figura 3.5: Índice de refracción efectivo como función de λ para distintos valores de f .

La ecuación característica para los modos HE de una fibra con perfil de índice escalonado viene dada por la siguiente expresión [16]:

$$(3.3) \quad \left(\frac{J'_\nu(ua)}{uJ_\nu(ua)} + \frac{K'_\nu(wa)}{wK_\nu(wa)} \right) \left((n_1k)^2 \frac{J'_\nu(ua)}{uJ_\nu(ua)} + (n_2k)^2 \frac{K'_\nu(wa)}{wK_\nu(wa)} \right) = \left(\frac{\beta v}{a} \right)^2 \left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right)^2.$$

Donde:

a = Radio del núcleo.

n_1 = Índice de refracción del núcleo.

n_2 = Índice de refracción del revestimiento.

$k_i = 2\pi n_i / \lambda$, $(i = 1, 2)$.

J_ν = Función de Bessel de primera especie de orden ν .

K_ν = Función modificada de Bessel de segunda especie de orden ν .

$u = k_1^2 - \beta^2$.

$w = \beta^2 - k_2^2$.

Al sustituir las Ecuaciones (2.27) y (3.2) en la Ec. (3.3), es posible encontrar el primer eigenvalor β , que corresponde al modo fundamental HE_{11} , y por consiguiente su segunda derivada β_2 . Finalmente, es posible estimar la dispersión cromática:

$$(3.4) \quad D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2.$$

En la Fig. 3.6 se puede observar la aproximación de la dispersión cromática mediante el método de índice efectivo para $f = 0.295$ y $a = 0.95 \mu m$. Nuevamente es posible estudiar el cambio en la dispersión cromática respecto a f para el modo fundamental. De la expresión (3.3) se puede observar otro grado de libertad, el cual corresponde al radio del núcleo, por lo cual, el siguiente análisis será el cambio en la dispersión cromática respecto a los parámetros a y f .

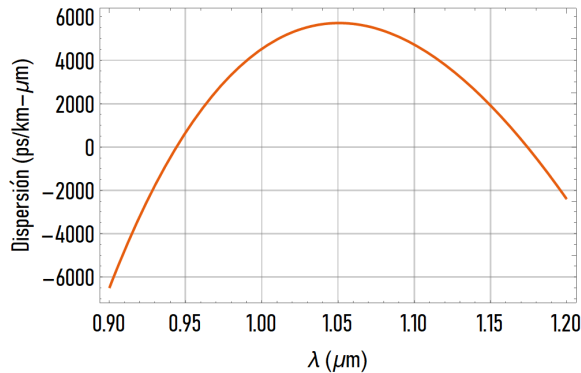


Figura 3.6: Dispersión de la fibra de cristal fotónico calculada mediante la aproximación de índice efectivo, con $f = 0.295$ y $a = 0.950 \mu m$.

Como se muestra en la Fig. 3.7, es claro que a mayor porcentaje de aire en la fibra la dispersión aumenta. Para valores bajos de porcentaje de aire la fibra presenta solamente dispersión normal,

y por lo tanto, no existen valores en la longitud de onda correspondientes a cero dispersión. Para la fibra utilizada puede observarse que entre las longitudes de onda de 945 y 1742 nm, la fibra presenta dispersión anómala, y conforme aumenta el porcentaje de aire, la diferencia entre las longitudes de onda de cero dispersión se incrementa.

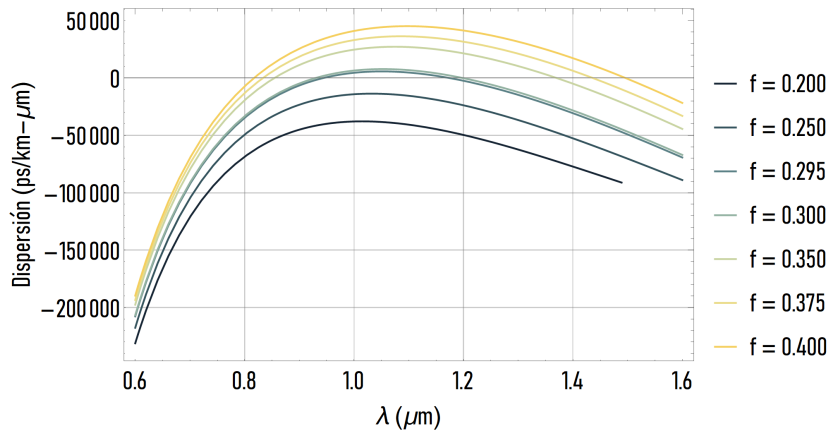


Figura 3.7: Curvas de dispersión de la fibra de cristal fotónico calculadas mediante la aproximación de índice efectivo para diferentes valores de f con $a = 0.950 \mu\text{m}$.

En la Fig. 3.8 se puede notar que la dispersión incrementa conforme lo hace el radio del núcleo de la fibra. Para valores bajos en el radio del núcleo, la fibra presenta solamente dispersión normal; es hasta aproximadamente un radio de $0.95 \mu\text{m}$ que en la fibra se puede observar dispersión anómala. Al incrementar el radio del núcleo la diferencia entre las longitudes de onda de cero dispersión aumenta.

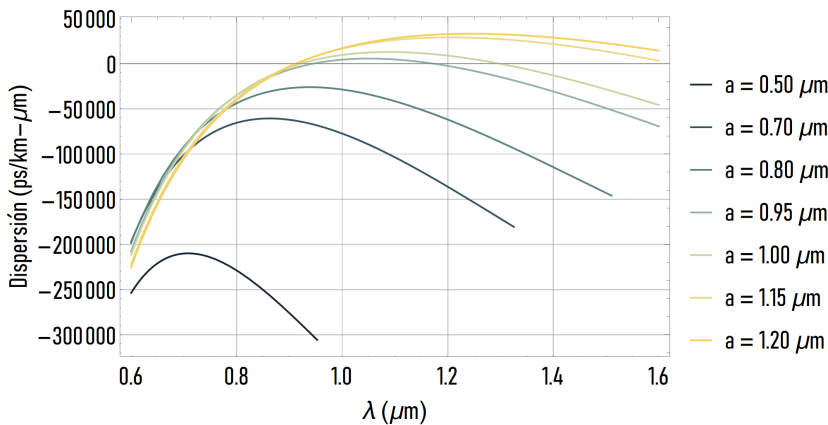


Figura 3.8: Curvas de dispersión de la fibra de cristal fotónico calculadas mediante la aproximación de índice efectivo para diferentes valores de a manteniendo f constante.

Este breve análisis nos da una idea de cómo se pueden diseñar fibras de cristal fotónico para obtener una dispersión deseada. Por ejemplo, si se quisiera una fibra que presente solamente

dispersión normal (ANDi, all-normal dispersion fibers), se podría optar por un bajo valor en el porcentaje de aire, o bien un valor bajo en el radio del núcleo.

3.1.2 Método del elemento finito

El método del elemento finito es un método numérico para la aproximación de soluciones de Ecuaciones diferenciales parciales. La manera en la que se llevó a cabo este método fue mediante el software COMSOL Multiphysics 5.1. Dado que el estudio de esta tesis se basa en el estudio de correlaciones espectrales, no se desglosará ni se hará énfasis en ningún detalle, sin embargo, los detalles pueden verse en [73]. Una vez establecida la geometría de la fibra de cristal fotónico, tal y como se muestra en la Fig. 3.9, se procede a generar una malla, Fig. 3.10. Ya impuestas las condiciones iniciales, se procede a simular la fibra de cristal fotónico, obteniéndose el índice de refracción efectivo entre el núcleo y el revestimiento, que para nuestro caso, se obtuvo para el modo fundamental, tal y como se observa en la Fig. 3.11. El índice de refracción obtenido no debe confundirse con el índice de refracción efectivo del método de la sección 3.1.1.

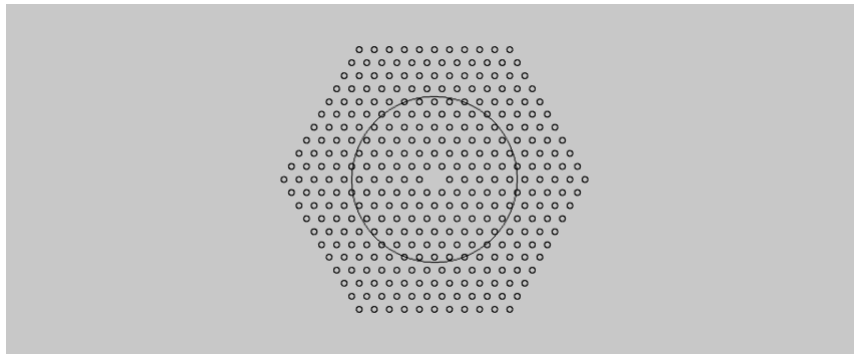


Figura 3.9: Geometría de la fibra de cristal fotónico simulada mediante el método del elemento finito. El círculo que se encuentra dentro de la fibra es una capa combinada perfecta, (PML, por sus siglas en inglés).

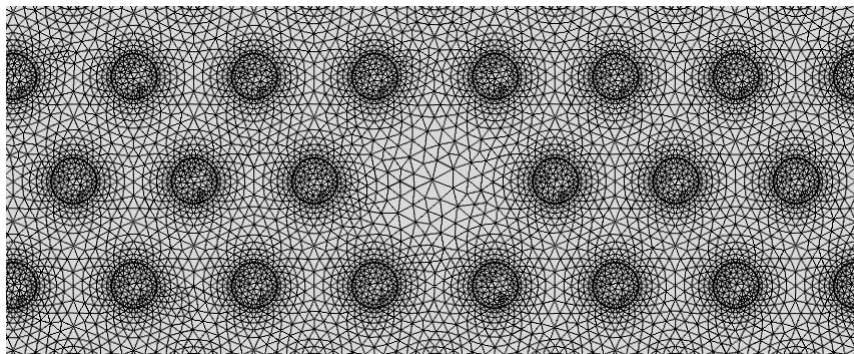


Figura 3.10: Mallado generado para la solución de la fibra de cristal fotónico.

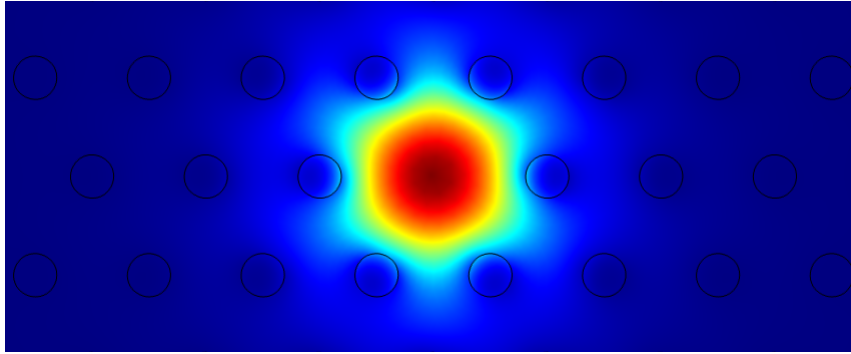


Figura 3.11: Distribución de intensidad del modo fundamental obtenido en la simulación mediante el método del elemento finito.

Una vez obtenido el índice efectivo para cada longitud de onda es posible obtener la constante de propagación, la dispersión, el área efectiva, etc. A pesar de ser un método bastante preciso, existen algunas desventajas, como lo es el tiempo de simulación, además de que ligeros cambios en la geometría de la fibra producen grandes cambios en el índice efectivo. Por practicidad se optó por utilizar el método de índice efectivo, sin embargo, no se descarta que el método del elemento finito sea útil y práctico para simular fibras de cristal fotónico.

3.2 Función de empatamiento de fase

La función de empatamiento de fase está relacionada con la conservación de momento y determina cómo la energía será distribuida en el espectro de las frecuencias. En la Fig. 3.12 se encuentra la distribución completa, observándose que la distribución es simétrica respecto a la solución trivial representada con una línea roja. Este análisis es bastante intuitivo ya que el empatamiento de fase cuenta con dos grados de libertad: la frecuencia del fotón señal y la frecuencia del fotón acompañante. Por ejemplo, para un valor fijo de ω_s solo un valor de ω_i puede cumplir el empatamiento de fase; de igual manera, si al valor de ω_i se le asigna el valor de ω_s , la solución sera la reflexión respecto a la solución trivial. La solución trivial se obtiene cuando $\omega_s = \omega_i$, ya que también se satisface la condición de empatamiento de fase. Sin embargo, por la condición impuesta donde $\omega_s > \omega_i$, la solución trivial y la solución reflejada respecto a la solución trivial, no son físicamente posibles.

En la sección 2.3.1 se mostró que el empatamiento de fase efectivo generaba dos lóbulos, eliminando la distribución de la solución trivial, tal y como se muestra en la imagen 3.13; esto se debe al parámetro extra de la Ec. 2.34, el cual depende de la no linealidad γ , y la potencia promedio, P .

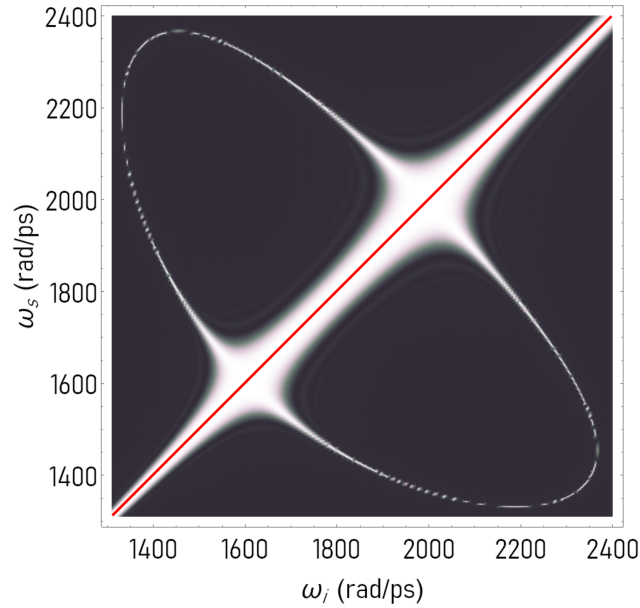


Figura 3.12: Densidad de la distribución de probabilidad de la función de empatamiento de fase.

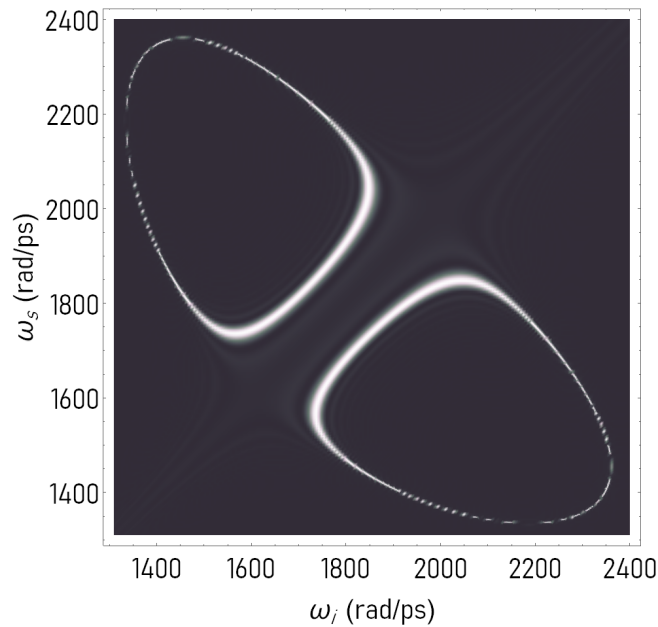


Figura 3.13: Densidad de la distribución de probabilidad de la función de empatamiento de fase efectivo con una potencia promedio de $P = 150$ mW.

La distribución de la función de empatamiento de fase tiene un ancho espectral bien definido en cada punto del espacio, que puede ser modificado mediante la longitud de la fibra como se muestra en la Fig. 3.14. Sin embargo, el ancho espectral cambia en función de las frecuencias de los fotones señal y acompañante. La longitud de la fibra utilizada en esta tesis es de $L = 1$ m.

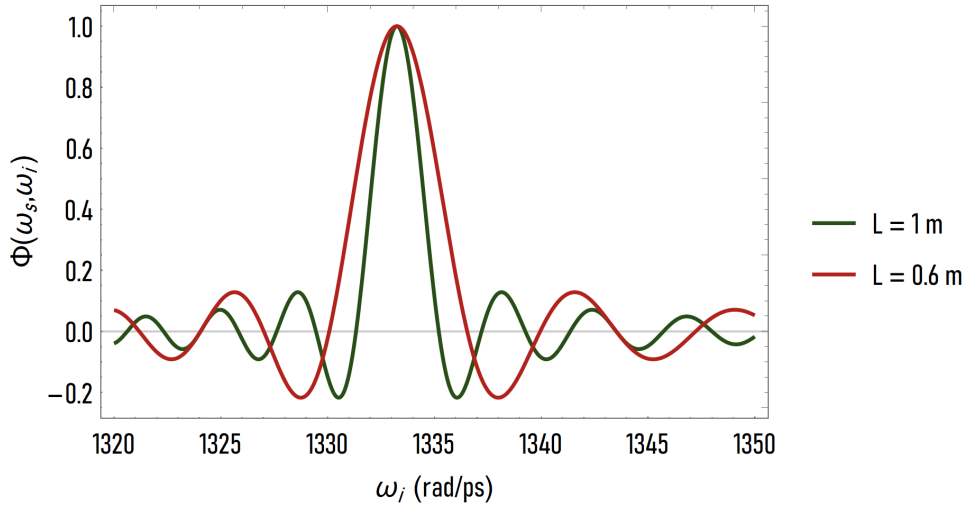


Figura 3.14: Sección transversal de la función de empatamiento de fase, con $\omega_s = 2150$ rad/ps.

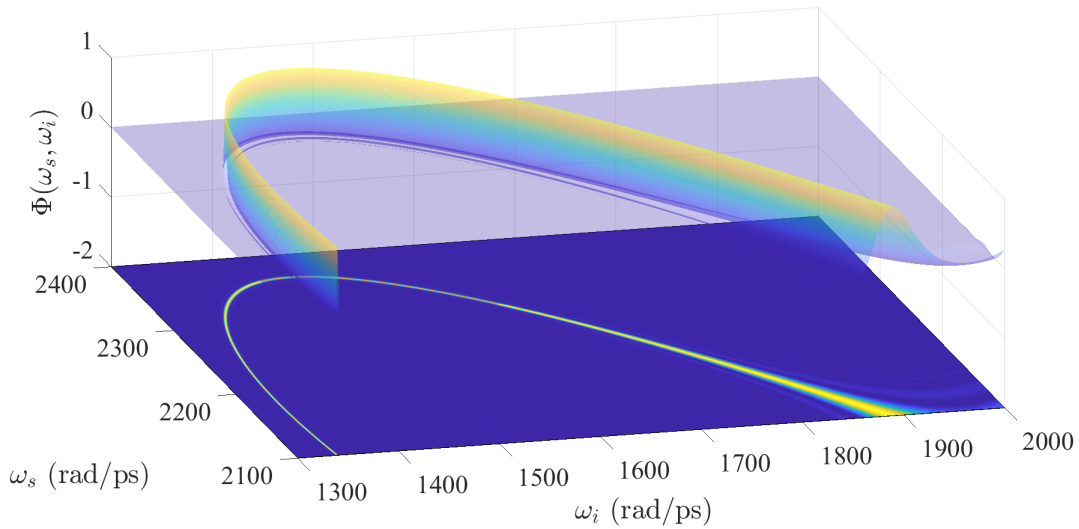


Figura 3.15: Vista tridimensional de la distribución de probabilidad de la función de empatamiento de fase con proyección de contorno bidimensional en la parte inferior.

La función $\text{sinc}(\Delta\beta(\omega_s, \omega_i)L/2)$ puede aproximarse a una función gaussiana mediante la expresión (2.61) con el mismo FWHM, de tal manera que es posible obtener el ancho espectral. Así, utilizando la siguiente expresión:

$$(3.5) \quad \Phi(\omega_s, \omega_i) = \text{sinc}\left(\frac{\Delta\beta L}{2}\right) \approx \exp\left[-\left(r\frac{\Delta\beta L}{2}\right)^2\right],$$

se estima que $r = 0.720$, véase la Fig. 3.16 para la comparación.

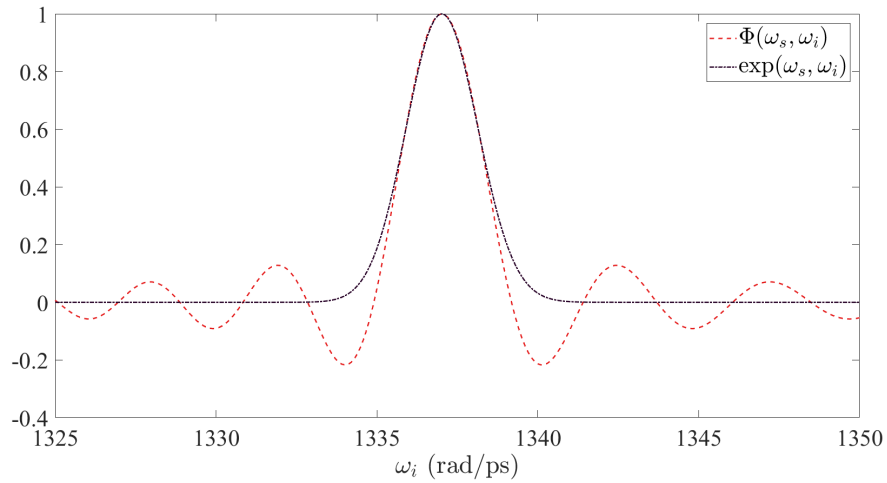


Figura 3.16: Sección transversal de la función de empataje de fase con $\omega_s = 2250$ rad/ps. A su vez, se muestra la aproximación de la función sinc mediante una función exponencial.

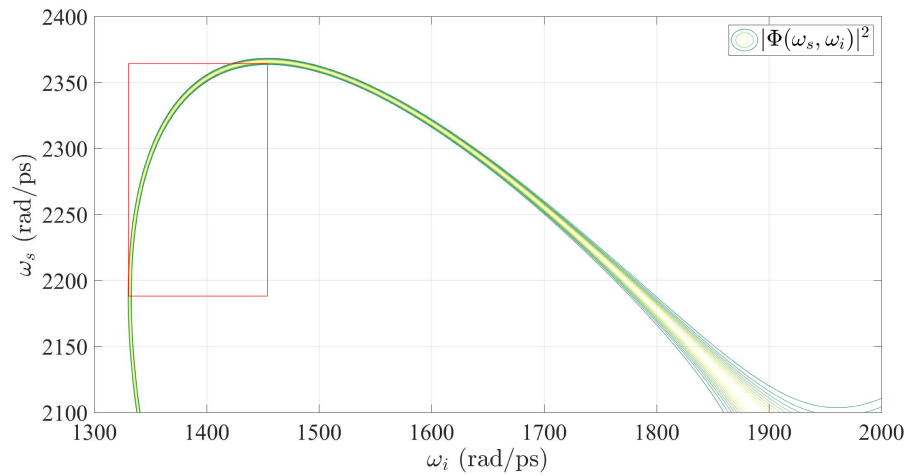


Figura 3.17: Contorno de la distribución de probabilidad de la función Φ . El rectángulo rojo representa el intervalo donde la función de intensidad espectral conjunta es factorizable.

Por último, en la Fig. 3.17 se muestra el intervalo donde la función de intensidad espectral conjunta es factorizable, ya que en la siguiente sección se hará explícita la convolución para el análisis de la factorabilidad.

3.3 Función de intensidad espectral conjunta y estados factorizables

Los grados de libertad de la función envolvente espectral son la longitud de onda de bombeo y el ancho espectral. En cambio, la función de empatamiento de fase solo tiene un grado de libertad que es la longitud del medio, el cual repercute solamente en el ancho espectral de la función. Por lo tanto, una vez determinada la longitud del medio no lineal, los grados de libertad de la función de intensidad espectral conjunta son el ancho de bombeo espectral y la longitud de onda de bombeo. Tal como se discutió en la sección 2.3.3, para obtener un estado simétrico es necesario que la función de empatamiento de fase y la función envolvente espectral tengan un ancho espectral de bombeo similar; esto es posible mediante la expresión (2.63). En la Fig. 3.18 se puede observar la variación del ancho de bombeo respecto a la longitud de onda de bombeo de la función envolvente espectral, para el intervalo de estados factorizables, siendo posible determinar la longitud de ancho de bombeo para obtener un estado simétrico y dos estados asimétricos.

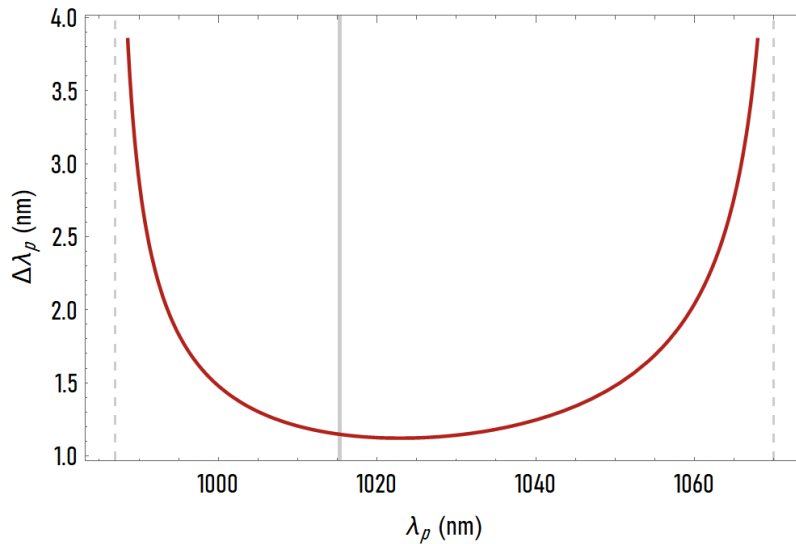


Figura 3.18: Variación de $\Delta\lambda_p$ respecto a λ_p para el intervalo de factorabilidad.

El estado simétrico corresponde a la longitud de onda de bombeo de 1015.3 nm, (línea sólida), mientras que los estados asimétricos corresponden a las longitudes de onda de 987 y 1070 nm, (líneas punteadas), el estado simétrico se obtiene con un ancho espectral de aproximadamente 1.14 nm, mientras que para los estados asimétricos el ancho espectral tiende a infinito, esto concuerda con el análisis de la función $g^{(2)}$ en la sección 3.4.

3.4 Función de correlación de intensidad

El siguiente análisis se basa en medir el grado de correlación del sistema, comenzando con el estado simétrico y los estados asimétricos. En la Fig. 3.19 se puede observar explícitamente la convolución de la distribución de la función de empaquetamiento de fase con tres distribuciones de la función envolvente espectral, dando como resultado la función de intensidad espectral conjunta. Las longitudes de onda de bombeo de la función envolvente espectral son 987, 1015.3 y 1070 nm, mientras que el ancho de bombeo espectral corresponde a 3, 1 y 3 nm respectivamente.

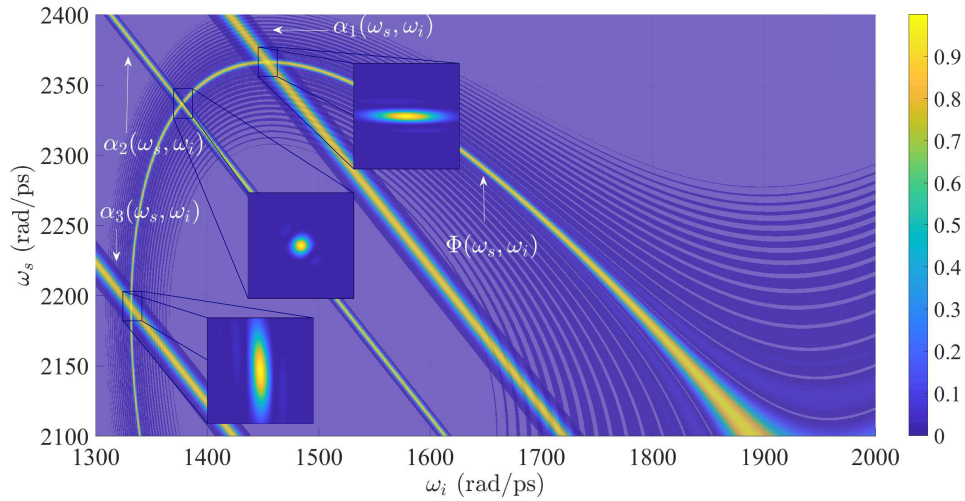


Figura 3.19: Convolución entre la distribución de la función de empaquetamiento de fase Φ y tres distribuciones de la función envolvente espectral α .

Una vez que se ha mostrado que el grado de correlación depende del ancho de bombeo espectral, se calculó mediante la expresión (2.67) el valor de la función $g^{(2)}$ para una fibra de longitud de 60 cm, tal y como se muestra en las Figs. 3.20 y 3.21. Lo primero que se puede notar es que los valores más altos de la función $g^{(2)}$ corresponden a λ_p de 987, 989 y 1070 nm, los cuales son los estados asimétricos, y para el caso de una longitud de onda de bombeo similar a la del estado simétrico, como lo es 1014.5 nm, se obtiene un valor menor. Además, conforme aumenta el ancho de bombeo espectral el grado de factorabilidad decrece, contrario a lo que se mostró en la sección 3.3. ¿Por qué sucede esto? La razón se debe al intervalo de factorabilidad; en la expresión (2.63) no se hace distinción sobre los valores que pueden tomar τ_s y τ_i , la función solo tiene sentido cuando τ_s y τ_i son evaluados. Por ejemplo, cuando $\tau_s = 0$, la longitud de onda de bombeo corresponde a 987 nm, lo cual indica que el ancho de bombeo para ese punto debe ser infinito para que la función sea factorizable, es decir, para que $g^{(2)}$ sea igual a 2. Sin embargo, esto pierde sentido cuando el intervalo de integración de la expresión (2.67) aumenta. Lo mismo sucede para la longitud de onda de bombeo de 1015.3 y 1070 nm.

3.4. FUNCIÓN DE CORRELACIÓN DE INTENSIDAD

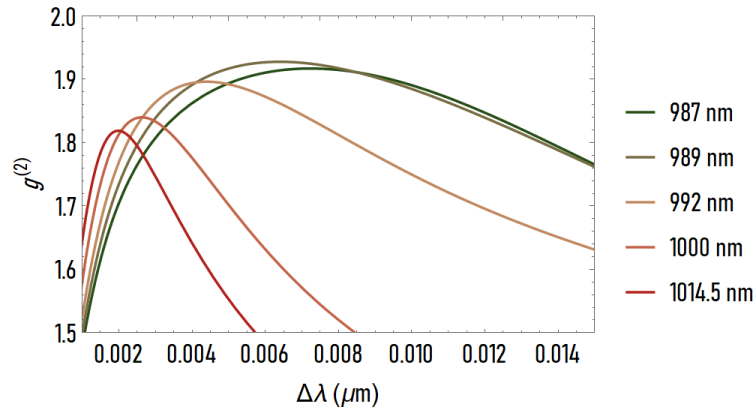


Figura 3.20: Correlación de intensidad respecto a $\Delta\lambda_p$ para diferentes λ_p .

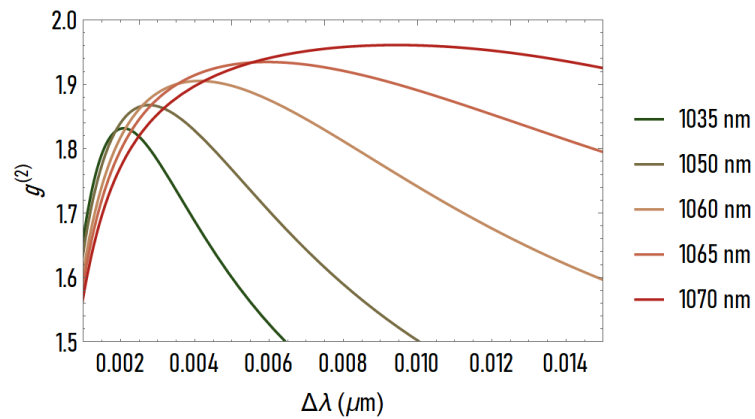


Figura 3.21: Correlación de intensidad respecto a $\Delta\lambda_p$ para diferentes λ_p .

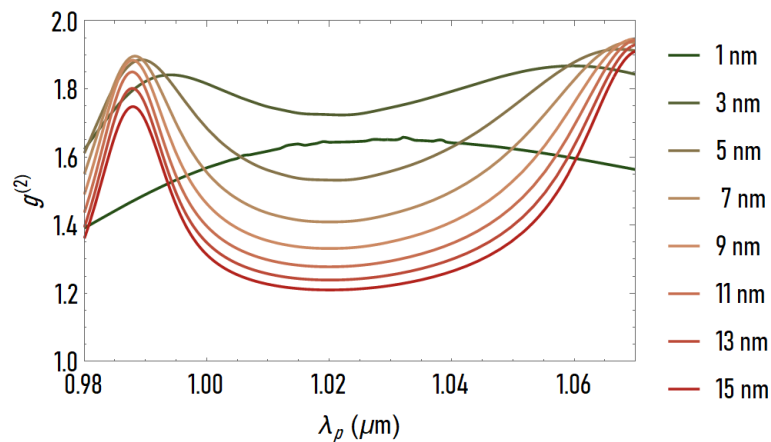


Figura 3.22: Correlación de intensidad respecto a λ_p para diferentes $\Delta\lambda_p$.

Para entender más a profundidad el grado de entrelazamiento de la función de intensidad espectral, se hizo un análisis de la función $g^{(2)}$ contra λ_p para diferentes $\Delta\lambda_p$ y $L = 60$ cm, véase Fig. 3.22.

Lo primero que se puede observar es que la gráfica de la función $g^{(2)}$ con $\Delta\lambda_p = 1$ nm tiene una forma distinta al resto, teniendo el valor máximo en la longitud de onda de bombeo para el estado simétrico.

Para los estados asimétricos conforme el ancho de bombeo aumenta, también lo hace la función $g^{(2)}$, hasta llegar a un valor máximo de factorabilidad el cual es $\Delta\lambda_p = 7$ nm. Esto concuerda con todo el análisis previo, ya que se muestra que para anchos de bombeo similares entre la función de empataamiento de fase y la función envolvente espectral, se obtienen estados con menor entrelazamiento espectral.

Finalmente, para corroborar todo el análisis hecho hasta ahora, se tomará en cuenta un último criterio de entrelazamiento en la siguiente sección, el cual puede ser cuantificable y está relacionado con la función de correlación de intensidad.

3.5 Descomposición de Schmidt

La descomposición de Schmidt es esencialmente la descomposición de valor singular. Basta con obtener la matriz de densidad y calcular alguna de las trazas parciales, de tal manera que una vez hecha la descomposición es fácil calcular las magnitudes de Schmidt, posteriormente el número K de Schmidt, y finalmente relacionarlo con la función de correlación de intensidad mediante la expresión (2.76). Es importante mencionar que también se puede cuantificar la pureza de los fotones. Lo primero que se hará en este análisis es comparar el valor de la función de correlación de intensidad de la expresión (2.67), con la expresión (2.76), para una fibra de 1 metro, tal y como se muestra en la Fig. (3.23).

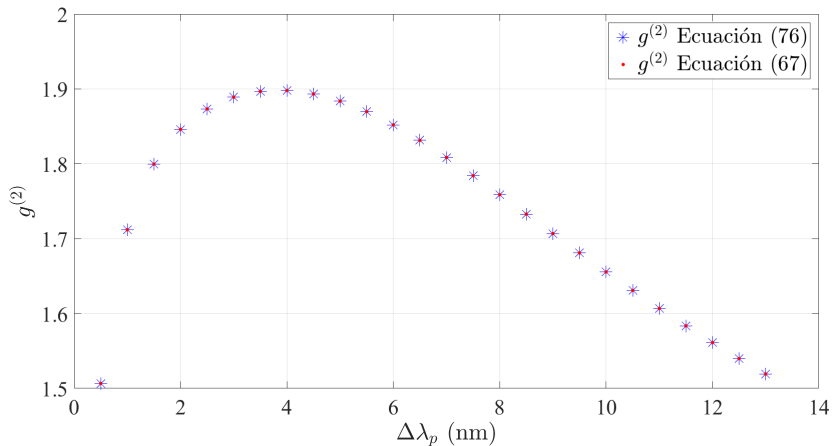


Figura 3.23: Comparación entre las expresiones (2.76) y (3.23) para $\lambda_p = 987$ nm.

El resultado obtenido entre estos dos métodos es casi idéntico. Esta comparación no solo es útil para corroborar que el resultado es correcto, sino que también muestra dos alternativas para obtener el mismo resultado: para el caso de la expresión (2.67), el cálculo numérico es tardado, aproximadamente ocho horas para obtener el resultado mostrado en la Fig. 3.23, sin embargo, para la expresión (2.76), el cálculo demora menos de un minuto.

En la Fig. 3.24 se muestra la función de correlación de intensidad en función de los dos grados de libertad, pudiéndose resumir toda la información respecto al grado de entrelazamiento para los pares de fotones generados. Mientras que en la Fig. 3.25 se observa la densidad de la función de correlación de intensidad.

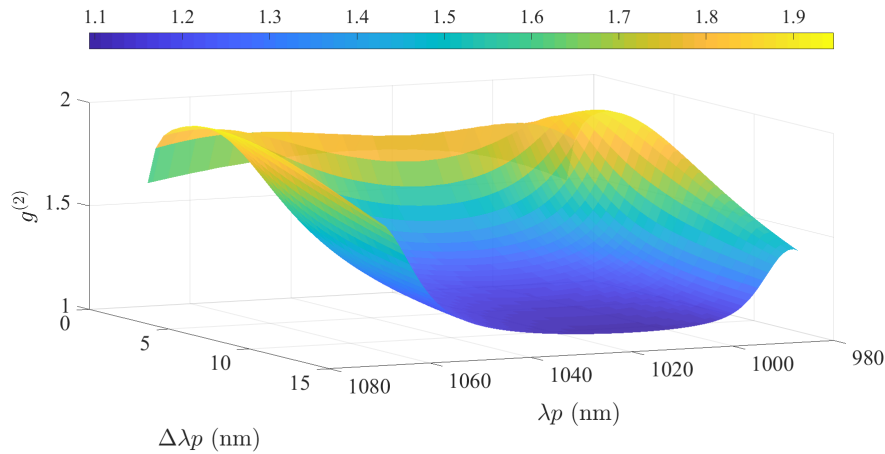


Figura 3.24: Función de correlación de intensidad respecto a $\Delta\lambda_p$ y λ_p .

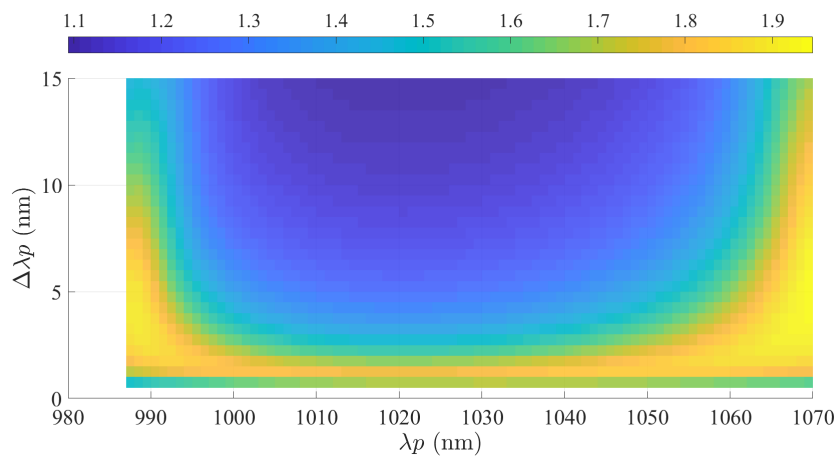


Figura 3.25: Densidad de la función de correlación de intensidad respecto a $\Delta\lambda_p$ y λ_p .

Por último, se calculará la siguiente cantidad [75]:

$$(3.6) \quad S = \sum_{k=1}^n \lambda_k \ln(\lambda_k),$$

conocida como entropía de von Neumann, y puede tomarse como una medida de pérdida de información [13]. Sin embargo, la razón por la cual se calcula esta expresión se debe a que al obtener un estado puro, $S = 0$.

En la Fig. 3.26 se muestran las 10 primeras magnitudes de Schmidt para $\lambda_p = 1070$ nm, y $\Delta\lambda_p = 3$ nm. En la parte derecha se encuentra la suma truncada hasta $n = 20$ de la cantidad S , y conforme n aumenta se obtiene que S converge a 0.1597. También se obtuvieron los primeros modos de las expresiones (2.74) y (2.75), es decir, $u_1(\omega_s)$ y $v_1(\omega_i)$, tal y como se muestra en en la Fig. 3.27.

Se obtuvo el mismo análisis para $\lambda_p = 1064$ nm, y $\Delta\lambda_p = 3$ nm, ya que esta configuración es utilizada en la sección 4. En la Fig. 3.28 se observa nuevamente las primeras 10 magnitudes de Schmidt. En la parte derecha se encuentra la suma truncada hasta $n = 20$ de la cantidad S , y conforme n aumenta se obtiene que S converge a 0.1543. En la Fig. 3.29 se observan los modos obtenidos.

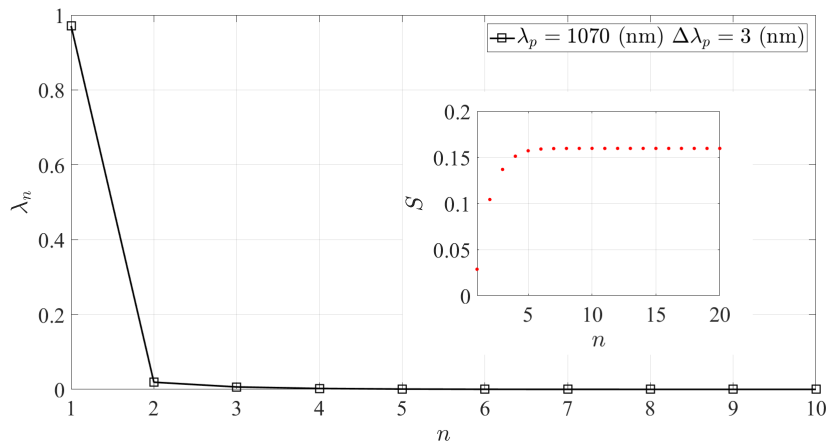


Figura 3.26: Primeras 10 magnitudes de Schmidt. A la derecha la suma truncada de la expresión (3.6) hasta $n = 20$.

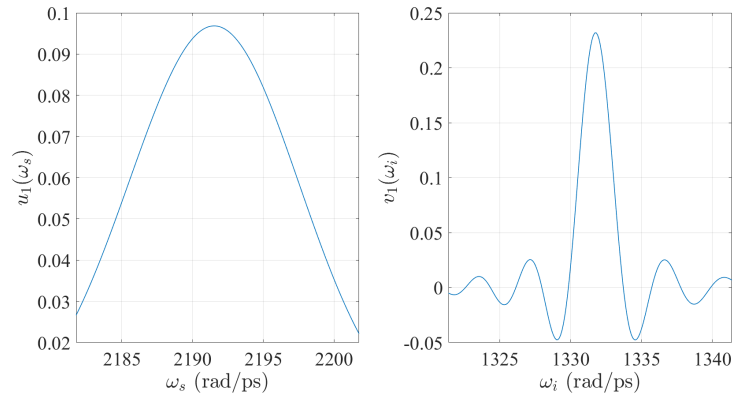


Figura 3.27: Primeros modos de las expresiones (2.74) y (2.75) para $\lambda_p = 1070$ nm.

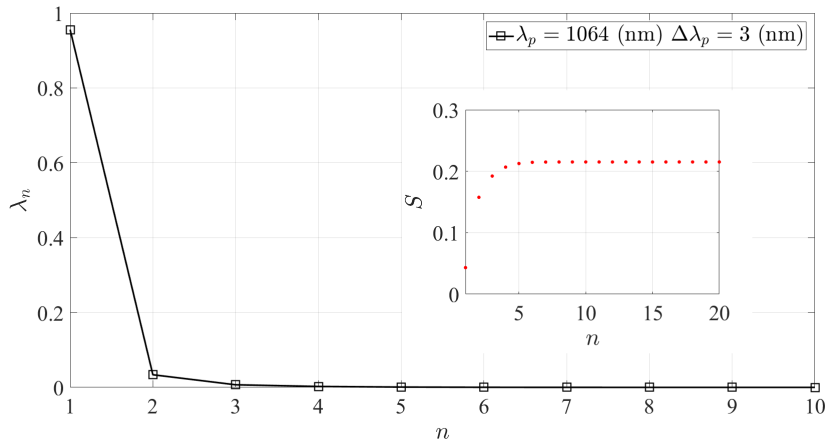


Figura 3.28: Primeras 10 magnitudes de Schmidt. A la derecha la suma truncada de la expresión (3.6) hasta $n = 20$.

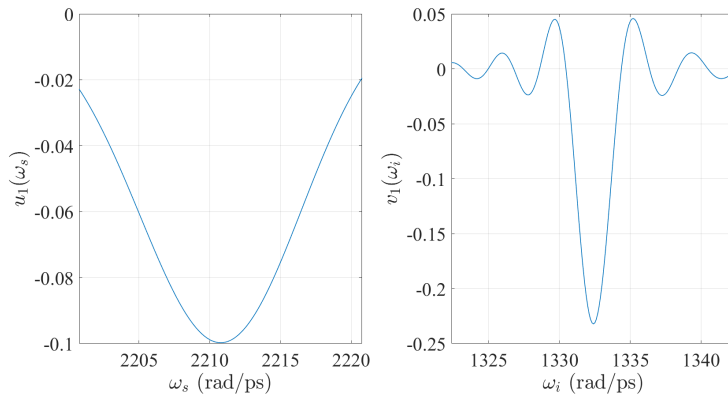


Figura 3.29: Primeros modos de las expresiones (2.74) y (2.75) para $\lambda_p = 1064$ nm.

DESARROLLO EXPERIMENTAL

En esta sección se presenta el desarrollo experimental para la medición de la función de intensidad espectral conjunta, véase Fig. 4.1. El método llevado a cabo se basa en la técnica de escaneo monocromático [74], pero con una modificación en el brazo del fotón acompañante. El método de escaneo monocromático se realiza haciendo incidir los fotones señal y acompañante de manera separada a dos sistemas de rejillas de difracción, llamadas monocromadores. Los monocromadores son acoplados a detectores de un solo fotón, de tal manera que el par de fotones son detectados y contados en coincidencia.

El escaneo se realiza manteniendo la orientación de un sistema de rejillas de difracción constante, mientras que la rejilla de difracción del otro brazo gira, obteniéndose un barrido unidimensional. Luego entonces se gira el primer sistema de rejillas, y se vuelve a realizar un barrido unidimensional, repitiendo este proceso es posible obtener un barrido bidimensional para el rango del fotón señal y acompañante.

La Fig. 4.1 muestra el esquema del arreglo experimental. La generación del mezclado de cuatro ondas se efectuó mediante el bombeo con un láser pulsado Q-switched MicroChip (QSML) de 1064 nm a una fibra de cristal fotónico de 1 metro de longitud.

El procedimiento para la caracterización del brazo señal es el siguiente: los fotones señal generados del FWM son separados mediante un espejo dicróico y direccionados a un monocromador. Posteriormente inciden a una fibra monomodo que es acoplada a un detector de un solo fotón de fotodiodo de avalancha de silicio (SPAPD), y este a su vez, se encuentra acoplado a un convertidor de tiempo a digital (TDC, por sus siglas en inglés, *Time to Digital Converter*) para registrar la coincidencias.

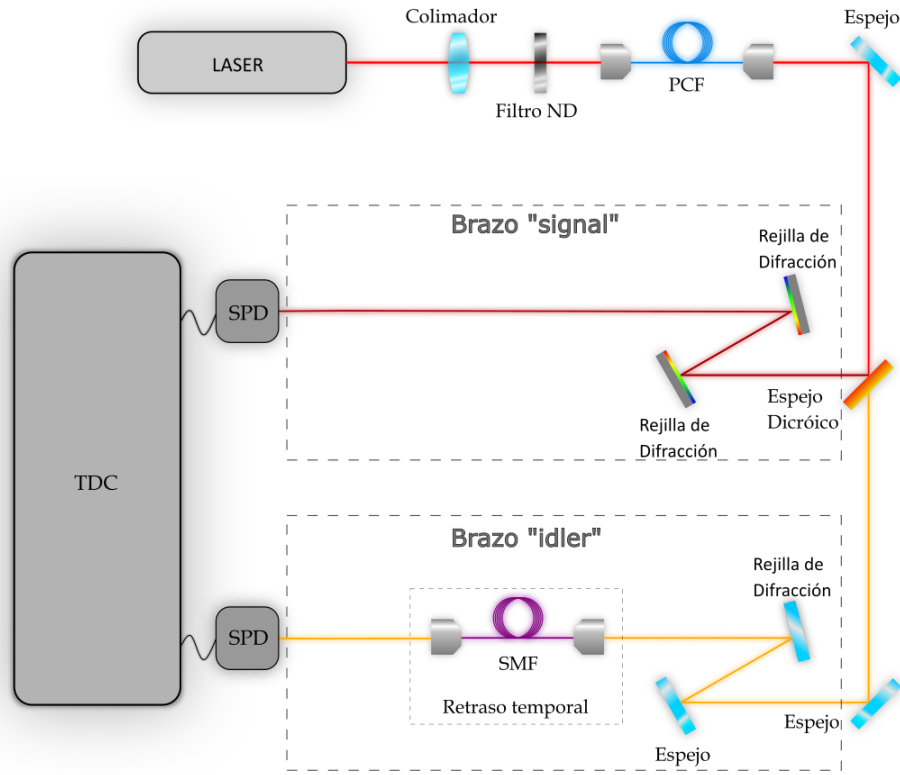


Figura 4.1: Esquema del arreglo experimental.

La modificación de la técnica de escaneo monocromático efectuada para el brazo acompañante consta en sustituir el monocromador por una fibra óptica. La justificación es la siguiente: El monocromador se utiliza para ensanchar el espectro óptico, de tal manera que la selección de la longitud de onda incidente al detector sea más precisa. Esta meticulosa selección puede ser obtenida de igual manera con un retraso temporal generado por la dispersión de la fibra óptica, ya que conforme la luz se propaga en dentro de la fibra óptica el pulso es ensanchado, de tal manera que es posible obtener un tiempo de arribo para cada longitud de onda. Así las coincidencias pueden ser determinadas por el tiempo de arribo y ser asociadas directamente a la longitud de onda correspondiente. Para la caracterización del retraso temporal en el brazo acompañante se llevo a cabo en 4 km de fibra óptica de telecomunicaciones SMF-28. La salida de la fibra óptica es acoplada a un detector de un solo fotón InGaAs id230, idQuantique, y posteriormente al convertidor de tiempo a digital. En la sección 4.1 se muestran los resultados obtenidos y se discute más a detalle la modificación efectuada en el brazo acompañante.

4.1 Resultados y Discusiones

El principal objetivo del brazo señal es caracterizar la longitud de onda incidente respecto al ángulo de la rejilla giratoria, esto para obtener con mayor precisión el barrido del fotón señal. En la Fig. 4.2 se muestran los datos obtenidos de la longitud de onda respecto al ángulo, los cuales fueron ajustados con una regresión lineal.

El principal problema de la caracterización se presenta en la alineación paralela de las rejillas de difracción. El ángulo generado en el eje paralelo a la rejilla producía correlación en los modos temporales, de tal manera que la longitud de onda registrada puede presentar algunos errores, que fueron corregidos manualmente para la calibración. Debido a que los elementos ópticos del brazo señal no se encontraban a la misma altura, produciendo mayor error al momento de la alineación en el sistema de medición de la JSI, ya que la corrección manual no siempre es la más óptima. Este problema se puede corregir cambiando al altura de sistema de acoplamiento de luz en la fibra usando una placa hecha a la medida.

En cambio, el brazo acompañante fue caracterizado mediante un retraso temporal en una fibra óptica, para esto se generó una fuente de supercontinuo, el cual se muestra en la Fig. 4.3, posteriormente fue filtrado mediante un espejo dichroico, y finalmente se hizo incidir en la fibra de telecomunicaciones tal y como se muestra en la Fig. 4.4.

La caracterización del retraso temporal en la fibra de telecomunicaciones se basa en el método de tiempo de vuelo, el cual consiste en medir el tiempo de arribo a diferentes longitudes de onda. Una vez generado el supercontinuo se selecciona una longitud de onda mediante una rejilla de difracción, la cual incide a un acoplador de dos salidas, la primer salida está unida a la fibra de telecomunicaciones, la cual se une a un detector de un solo fotón InGaAs, y la segunda salida a un analizador de espectros ópticos (OSA por sus siglas en inglés, *Optical Spectrum Analyzer*). Mediante el OSA, se mide la longitud de onda incidente a la fibra, y una vez registrada a longitud de onda se procede a unir la segunda salida del acoplador a un detector de un solo fotón InGaAs. Ambos detectores se conectan a un TDC id801, idQuantique, para obtener las coincidencias y finalmente medir el tiempo de arribo para la longitud de onda seleccionada. Este proceso se repite para diferentes longitudes de onda.

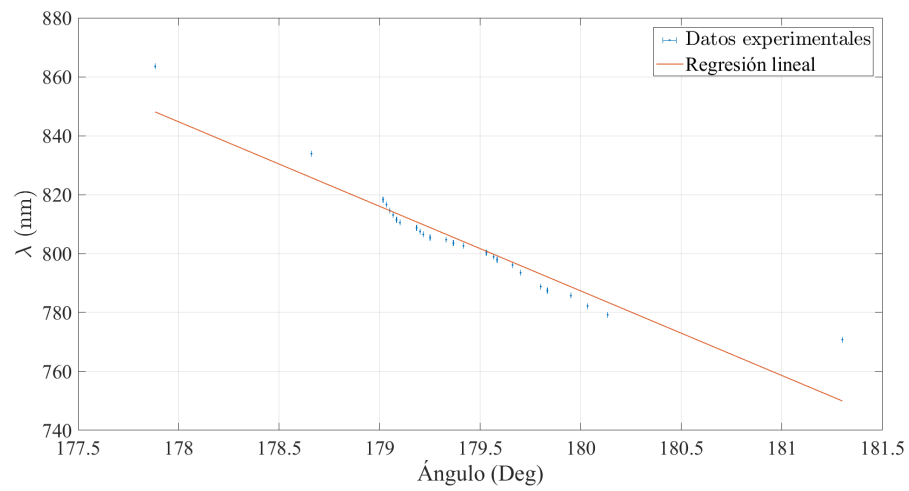


Figura 4.2: Datos obtenidos para el brazo señal.

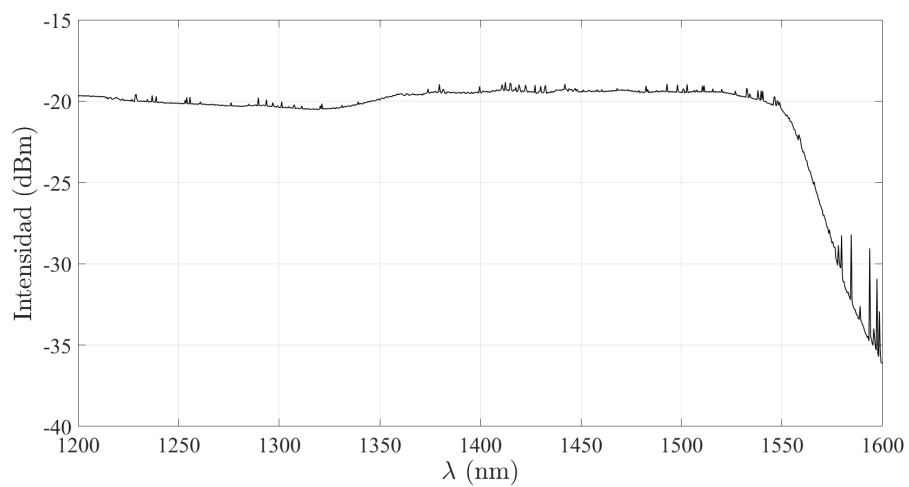


Figura 4.3: Espectro del supercontinuo generado en la fibra de cristal fotónico para la caracterización de la fibra SMF-28.

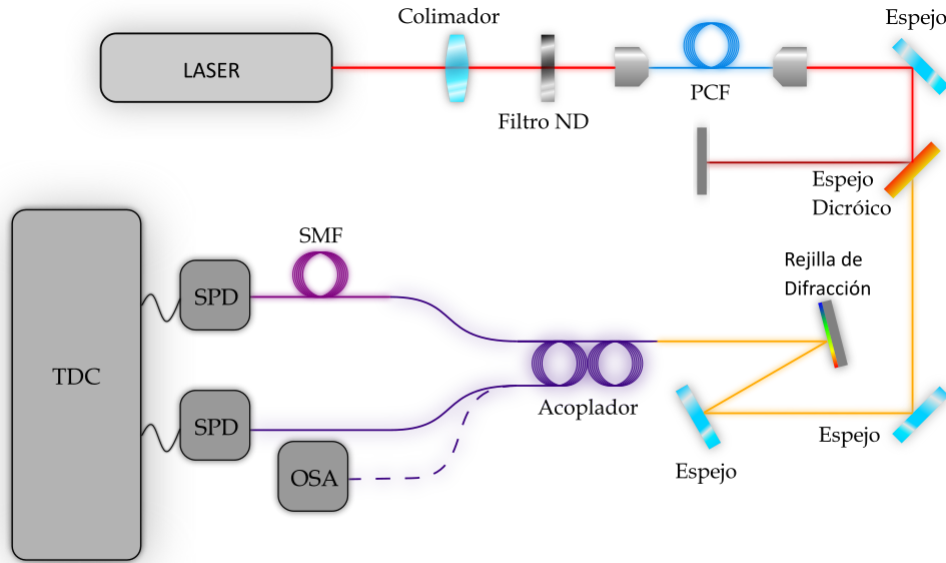


Figura 4.4: Esquema del arreglo realizado para la medición del retraso temporal en una fibra comercial SMF-28. Que funciona como discriminador espectral en el brazo del acompañante.

En la Fig. 4.5 se muestra el tiempo de arribo respecto a la longitud de onda para la fibra de telecomunicaciones, así como una interpolación de segundo orden. Las mediciones se efectuaron para longitudes de onda desde 1064 nm hasta 1490 nm aproximadamente, ya que a partir de 1500 nm no fue posible registrar la intensidad en el OSA.

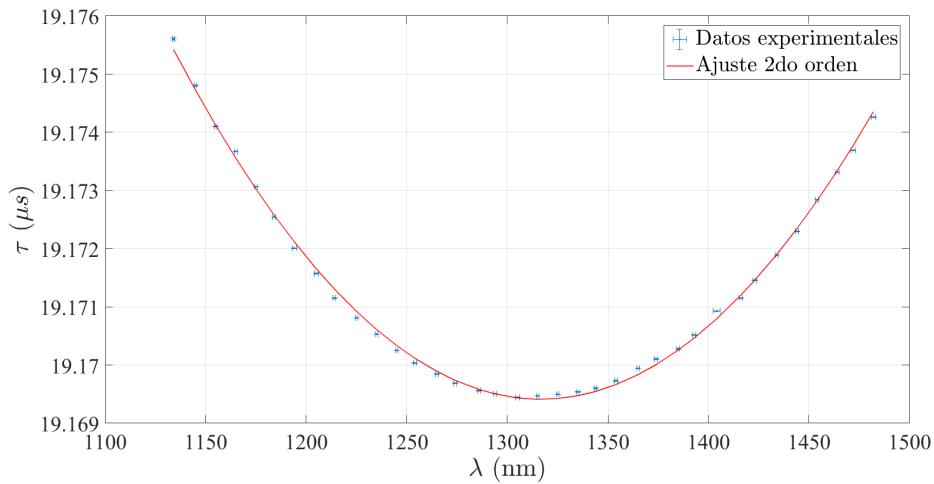


Figura 4.5: Medición del tiempo de arribo, τ , respecto a la longitud de onda.

Entonces, para cada fotón con diferente longitud de onda le corresponde un tiempo de arribo diferente, a esta cantidad se le conoce como retraso de grupo, y provoca el ensanchamiento

espectral. El retraso de grupo está relacionado directamente con el coeficiente de dispersión D , de la siguiente manera:

$$(4.1) \quad D = \frac{1}{L} \frac{d\tau}{d\lambda},$$

donde L es la longitud de la fibra en km, y τ es el retraso de grupo. En la Fig. 4.6 se puede observar la dispersión obtenida para la fibra de telecomunicaciones.

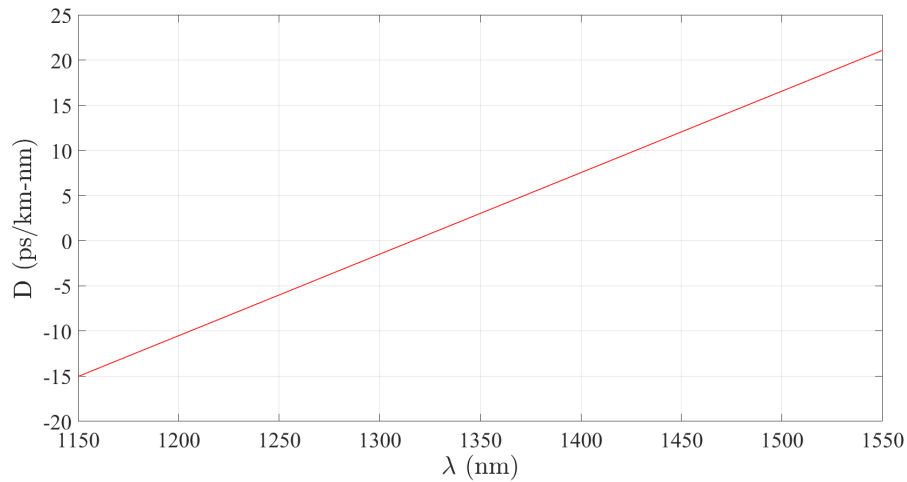


Figura 4.6: Dispersión cromática obtenida de la fibra de telecomunicaciones.

La λ_{ZWD} se encuentra alrededor de 1316 nm, la cual se encuentra en el rango de valores típicos de las fibras de telecomunicaciones, al igual que la forma de la dispersión. Para verificar esto, se hará una comparación de los resultados obtenidos con lo reportado por el fabricante, los cuales se muestran en la Tabla 4.1.

Zero Dispersion Wavelength λ_{ZWD} (nm)	Zero Dispersion Slope S_0 (ps/nm ² km)
$1301.5 \leq \lambda_{ZWD} \leq 1321.5$	≤ 0.092

Tabla 4.1: Valores reportados por el fabricante para la dispersión de la fibra SMF-28.

A su vez, el fabricante reporta que la dispersión puede ser aproximada mediante:

$$(4.2) \quad D(\lambda) = \frac{S_0}{4} \left[\lambda - \frac{\lambda_{ZWD}^4}{\lambda^3} \right],$$

para $1200 \text{ nm} \leq \lambda \leq 1600$.

Teniendo esto en cuenta, la gráfica de la comparación de la dispersión se encuentra en la Fig. 4.7.

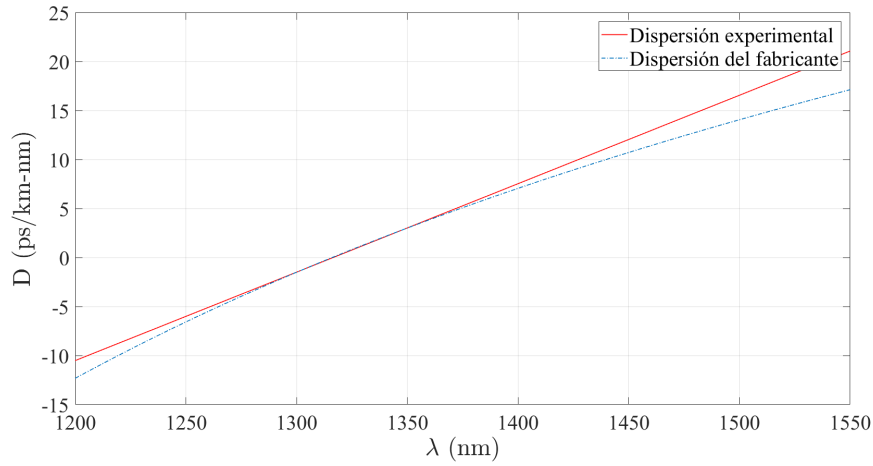


Figura 4.7: Comparación entre la dispersión calculada a partir de datos experimentales y la calculada mediante los datos reportados por el fabricante.

El método de tiempo de vuelo es viable para la caracterización de fibras ópticas, sin embargo, este método es poco eficaz para longitudes de fibras pequeñas.

Ya que se ha caracterizado tanto el brazo señal como el brazo acompañante, es posible reconstruir la función de intensidad espectral conjunta. Para esto se procedió a realizar mediciones preliminares, las cuales se discuten en la siguiente sección con mayor detalle.

4.2 Mediciones preliminares

La primer medición hecha se puede observar en la Fig. 4.8. La longitud de onda de bombeo corresponde a 1064 nm con un ancho espectral aproximado de 3 nm. La medición se realizó girando la rejilla de difracción en intervalos de 0.0027 grados. La primer conclusión que se puede obtener es que la morfología y la orientación respecto al eje horizontal es la esperada, ya que como se discutió en la sección 3 para una longitud de bombeo de 1070 nm la función de intensidad espectral conjunta tiene un ángulo de 90 grados respecto al eje horizontal. Aunque la morfología es similar, y la orientación corresponde a lo esperado, es evidente que la medición presenta errores a lo largo del eje vertical. Este problema se debe a la correlación en el acoplamiento de modos generados por la mala alineación, lo cual puede ser atenuado manteniendo una mejor alineación.

Posteriormente se procedió a corregir el alineamiento, y medir nuevamente en intervalos de 0.0027 grados, obteniéndose la medición de la Fig. 4.9. La morfología obtenida corresponde de igual manera con la obtenida en la primer medición. A su vez, el error en la correlación por acoplamiento de modos es menor, sin embargo, en el intervalo de 770 nm a 780 nm el número de coincidencias decrece, de igual manera en el intervalo de 790 nm a 810 nm. Finalmente la medición fue truncada en 760 nm. Es importante destacar que estas mediciones preliminares

ayudan a corroborar lo predicho numéricamente, siendo posible obtener mejores resultados al realizar mejores aproximaciones y realizar las debidas correcciones en los errores.

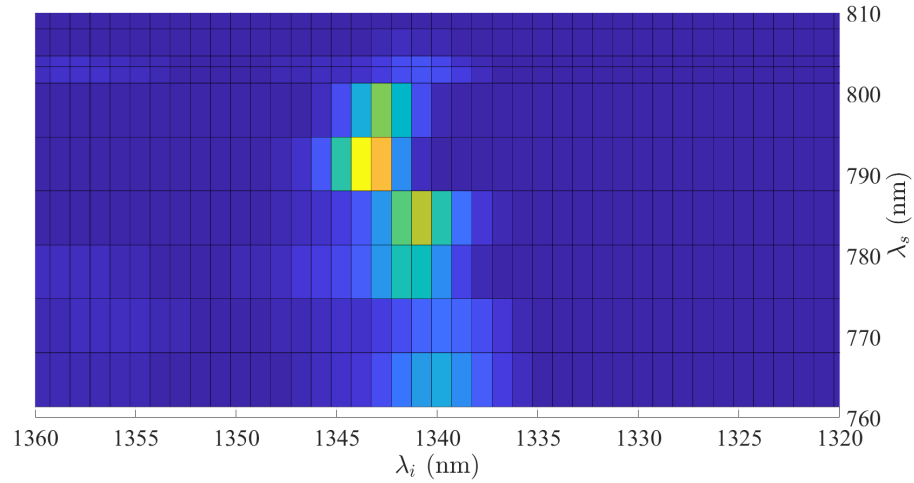


Figura 4.8: Primer medición de la función de intensidad espectral conjunta. El gradiente de colores se debe al número de coincidencias detectadas, donde el color amarillo representa la mayor cantidad de coincidencias, mientras que el color azul oscuro no representa ninguna coincidencia.

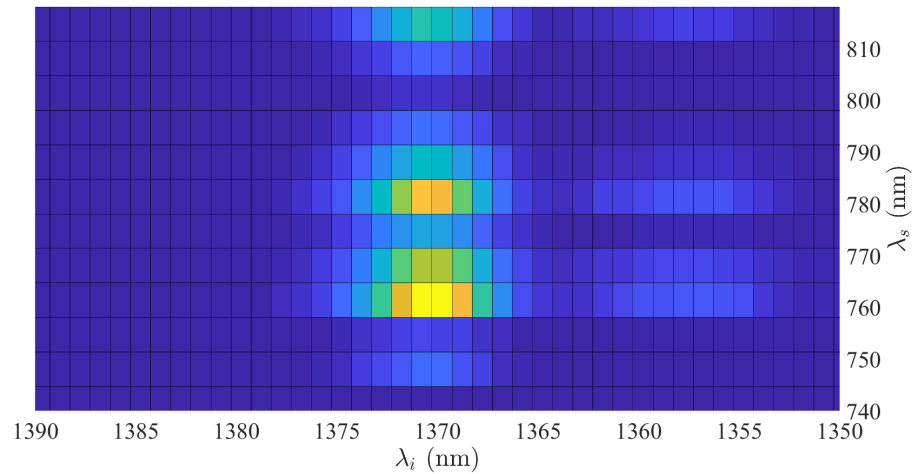


Figura 4.9: Segunda medición de la función de intensidad espectral conjunta. El gradiente de colores se debe al número de coincidencias detectadas, donde el color amarillo representa la mayor cantidad de coincidencias, mientras que el color azul oscuro no representa ninguna coincidencia.

Por último, se compara la morfología de la segunda medición con el resultado numérico. En la Fig. 4.10 a) se muestra la función de intensidad espectral conjunta obtenida mediante análisis numérico, mientras que en la Fig. 4.10 b) se muestra la superposición de la Fig. 4.9 en la Fig. 4.10 a), esto para comparar de manera más detallada la morfología entre el resultado numérico y

la medición. La morfología de la medición de la función de intensidad espectral conjunta coincide con el análisis numérico, por lo que se verifica que el sistema de medición de la JSI empieza a dar resultados confiables y describen de manera adecuada el experimento, aunque faltan perfeccionar varios detalles técnicos del prototipo.

Para poder efectuar la comparación entre la morfología obtenida experimentalmente y la calculada de manera numérica, se procedió a convertir los intervalos de longitud de onda a intervalos de frecuencia para la medición experimental. Es importante destacar dos cosas: la primera es que la conversión se efectuó con la fórmula $\omega = 2\pi c/\lambda$, y la segunda es que dado que la conversión entre ω y λ es inversamente proporcional, es necesario determinar de manera correcta los intervalos. Por ejemplo, para $\lambda = 1372$ nm, le corresponde un valor en frecuencia $\omega = 1373.87$ rad/ps, de tal manera que el valor de λ al convertirlo a ω tiene una variación muy pequeña, pero para el caso de $\lambda = 700$ nm, le corresponde un valor de $\omega = 2692.79$ rad/ps. Ya que la función de intensidad espectral conjunta fue calculada numéricamente a partir de una aproximación, estas variaciones son importantes, por lo cual fueron tomadas en cuenta al momento de comparar la morfología de la Fig. 4.10.

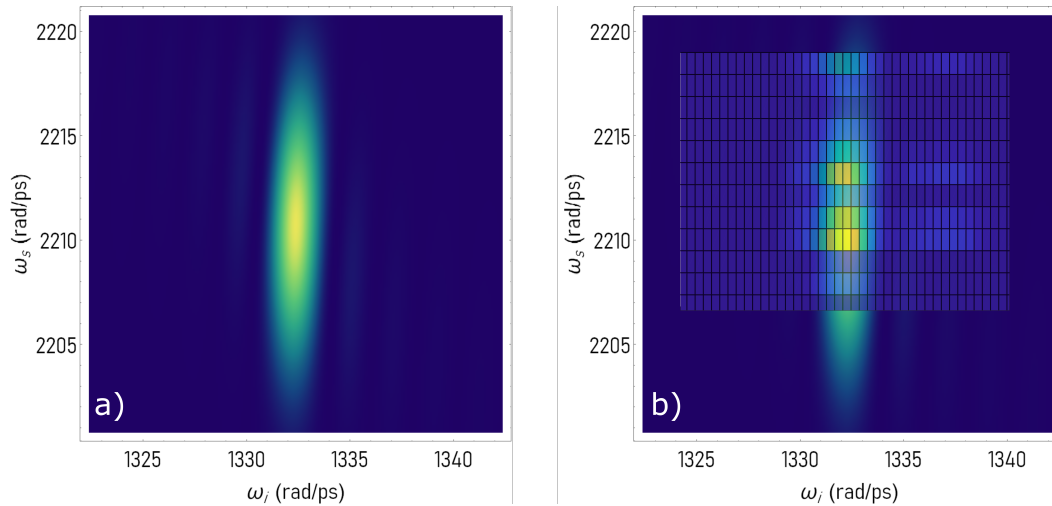


Figura 4.10: Comparación de la medición de la función de intensidad espectral conjunta con la simulación numérica.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

El desarrollo efectuado en este trabajo cumple de manera satisfactoria los objetivos planteados en la sección 1. Se realizó un estudio teórico sobre el proceso de generación de pares de fotones mediante el fenómeno de mezcla de cuatro ondas utilizando fibras de cristal fotónico, así como un estudio sobre la correlación espectral y el grado de correlación. Posteriormente se realizó un análisis numérico para estudiar las características de la correlación espectral. Finalmente se obtuvieron mediciones preliminares, las cuales fueron comparadas con el análisis numérico. A continuación se detallan las conclusiones derivadas del estudio mencionado anteriormente:

Primero: es posible obtener pares de fotones con correlación espectral, así como pares de fotones sin correlación alguna. Especialmente es posible obtener diferentes estados de correlación mediante la misma fibra de cristal fotónico, a través de la modificación de la longitud de onda de bombeo o el ancho espectral de bombeo. Dando la flexibilidad de controlar el proceso para la generación de pares de fotones.

Segundo: mediante la implementación de métodos numéricos para la simulación de fibras de cristal fotónico es posible determinar los diferentes estados de pares de fotones.

Tercero: se determinó de manera teórica que es posible obtener pares de fotones factorizables bajo la condición de velocidad de grupo coincidente.

Cuarto: es posible obtener de manera numérica pares de fotones con un alto nivel de pureza, así como estados factorizables simétricos y asimétricos.

Quinto: se caracterizó el grado de correlación espectral mediante dos métodos diferentes, la descomposición de Schmidt, y la función de correlación de intensidad, dando una breve comparativa entre los métodos, siendo igual de precisas pero más óptima la descomposición de Schmidt. Además estas dos comparaciones sugieren que el análisis numérico efectuado es

correcto.

Sexto: se obtuvieron mediciones preliminares en las cuales la morfología de la función de intensidad espectral conjunta es similar a los resultados numéricos, siendo factible concluir que las aproximaciones hechas son acertadas.

Finalmente es importante concluir que el objetivo de esta tesis era estudiar las correlaciones espectrales generadas mediante el fenómeno de mezcla de cuatro ondas, cumpliéndose de manera satisfactoria, no obstante, el basto desarrollo numérico y todos los errores obtenidos dan un amplio panorama de todo el trabajo que es posible realizar, los cuales son descritos a continuación.

Como primer punto: medición de la dispersión de la fibra de cristal fotónico, la dispersión de la fibra de cristal fotónico es crucial para obtener el parámetro de propagación y posteriormente la función de empataamiento de fase, a su vez, una vez medida la dispersión es posible mejorar y proponer aproximaciones más precisas para la simulación de fibras de cristal fotónico, así como comparar entre diversas aproximaciones y discutir cual de ellas puede ser la mejor opción.

Punto segundo: mejorar la alineación, la correcta alineación de los componente ópticos no solo mejora la calidad de los resultados, sino que corrige diversos fenómenos que pueden llevar a conclusiones incorrectas, como el caso de las correlaciones modales obtenidas en la función de intensidad espectral conjunta. Una propuesta para la solución de este problema es considerar utilizar otra fibra óptica para caracterizar el brazo señal mediante el tiempo de arribo, de tal manera que los errores mecánicos y de estabilidad sean reducidos en su mayoría. Sin embargo, obtener una fibra nueva que se adapte a las características deseadas puede ser complicado y caro, otra solución propuesta cambiar el método de caracterización de ambos brazos de manera inversa, es decir, optar por caracterizar el brazo señal con la fibra de telecomunicaciones y el brazo acompañante con un arreglo de rejillas, dado que la función de intensidad espectral es perpendicular al eje de la longitud de onda acompañante a 1064 nm, el barrido hecho mediante las rejillas sería menor, de tal manera que el error disminuiría.

Punto tercero: considerando que se ha obtenido la función de intensidad espectral conjunta, podría optarse por medir los diferentes cálculos hechos en la sección 3, como lo puede ser la pureza, el grado de correlación mediante la función de correlación de intensidad, de tal manera que pueda corroborarse que los cálculos numéricos son correctos.

Punto cuarto: medir la función de intensidad espectral conjunta para diferentes longitudes de onda, para esto es necesario contar con mayores recursos, sin embargo, no se descarta que sea viable.

Punto quinto: medir la función de intensidad espectral conjunta mediante otros métodos, como lo puede ser espectroscopía de Fourier, espectroscopía a base de fibras, etc., incluso proponer algún método eficiente.

Punto quinto: proponer aplicaciones una vez caracterizada la fuente de pares de fotones, ya sean factorizables o con correlación espectral.

Punto sexto: estudiar las correlaciones espectrales en otro tipo de fibras ópticas, como lo

puedan ser fibras de banda fotónica, o fibras más complejas.

Punto séptimo: es importante resaltar, que el análisis hecho tanto para la factorabilidad como para la cuantificación de la correlación espectral, pueden ser fácilmente extendidos al proceso de conversión descendente paramétrica espontánea, siendo otro fenómeno no lineal de segundo orden del cual es posible obtener pares de fotones con correlación espectral.

La cantidad de trabajo que se puede realizar a consecuencia de este estudio es bastante, sin embargo, se considera que lo planteado en este trabajo es un buen comienzo.

REFERENCIAS

- [1] Wang J., Sciarrino F., Laing A., Thompson M. “*Integrated photonic quantum technologies.*”, *Nature Photonics*, 14, 273–284, 2020.
- [2] Won, R. “*Integrated solution for quantum technologies.*”, *Nature Photonics*, 13(2), 77–79, 2019.
- [3] O’Brien, J. L., Furusawa, A., Vučković, J. “*Photonic quantum technologies.*”, *Nature Photonics*, 3(12), 687–695, 2009.
- [4] Garay-Palmett K., McGuinness H. J., Cohen O., Lundeen J. S., Rangel-Rojo R., U’ren A. B., Raymer M. G., McKinstrie C. J., Radic S., Walmsley I. A. “*Photon pair-state preparation with tailored spectral properties by spontaneous four-wave mixing in photonic-crystal fiber.*”, *Optics Express*, 15(22), 29 October 2007.
- [5] Fang B., Cohen O., Jamy B. M., Virginia O. L. “*State engineering of photon pairs produced through dual-pump spontaneous four-wave mixing*”, *Optics Express*, 21(3), 2707, 11 February 2013.
- [6] Stegeman, G. I., Torruellas W. E. “*Nonlinear Materials for Information Processing and Communications.*”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 354(1708), 745–756, 1996.
- [7] Ghalaii M., Afsary M., Alipour S., Reza khani A. T. “*Quantum imaging as an ancilla-assisted process tomography.*”, *Phys. Rev. A*. 94, 042102, 2016.
- [8] Gisin N., Ribordy G., Tittel W., Zbinden H. “*Quantum cryptography.*”, *Phys. Rev. Mod. Phys. A* 74, 145–195, 2002.
- [9] Ladd T. D. et al. “*Quantum computers.*”, *Nature* 464, 45–53, 2010.
- [10] U’Ren A. B., Banaszek K., Walmsley I. A. “*Photon engineering for quantum information processing*”, *Quantum Information and Computation*, 3, 2003.
- [11] Govind P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, Fifth Edition, 2013.
- [12] Boyd Robert. *Nonlinear Optics*, Academic Press, Third Edition, 2008.

REFERENCIAS

- [13] Christopher Gerry, Peter Knight. *Introductory Quantum Optics*, Cambridge University Press, 2005.
- [14] Travers, Colins J. “Controlling nonlinear Optics with dispersion in photonic crystal fibres.”, Imperial College London, United Kingdom, March 2008.
- [15] Xiong, Chunle. “Nonlinearity in photonic crystal fibres.”, University of Bath, July 15, 2008.
- [16] Gerd Keiser. *Optical Fiber Communications*, McGraw-Hill, Second Edition, 1991.
- [17] Knight J. C., Birks T. A., Russell P. St. J., Atkin D. M.. “Pure silica single-mode fibre with hexagonal photonic crystal cladding,” in *Proc. Optical Fiber Communications Conference OFC 1996, San Jose, California, USA, Feb. 25 – Mar. 1, 1996*.
- [18] Knight J. C, Birks T. A, Russell P. St. J, Atkin D. M. “All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding”, *Opt. Lett.* 21, October 1, 1996.
- [19] Yeo K. S., Chow D. M. C., Tee D. C., Wong W. R., Sandoghchi S. R., Mahdi M. A., Mahamd Adikan F. R. “Dispersion Modeling of Solid Core Photonic Crystal Fiber”, *3rd International Conference on Photonics 2012, Penang, 1-3 October 2012*.
- [20] Russell P. St. J. “Photonic crystal fibers”, *Science*, 299, pp. 358–362, Jan. 2003.
- [21] Birks T. A., Knight J. C., Russell, P. St. J. “Endlessly single-mode photonic crystal fiber”, *Opt.Lett.* 22, pp. 961, July 1, 1997.
- [22] Kurokawa K., Tajima K., Tsujikawa K., Nakajima K. “Reducing the losses in photonic crystal fibres”, in *Proc. European Conference on Optical Communication ECOC 2005, Glasgow, Scotland, Sept. 25–29, 2005*.
- [23] Birks T. A., Mogilevtsev D., Knight J. C., Russell P. St J. “Dispersion compensation using single-material fibers”, *IEEE Photonics Technology Letters*, 11(6), June 1999.
- [24] Ainslie B. J., Clive R. D. “A Review of Single-Mode Fibers with Modified Dispersion Characteristics”, *Journal of lightwave Technology*, LT-4(8), August 1986.
- [25] Birks T. A., Knight J. C., Russell P. St. J. “Properties of photonic crystal fiber and the effective index model”, *J. Opt. Soc. Am. A* 15(3), March 1998.
- [26] Gander M. J., McBride R., Jones J. D. C., Mogilevtsev D., Birks T. A., Knight J. C., Russell P. St J. “Experimental measurement of group velocity dispersion in photonic crystal fibre”, *Electronics Letters*, 35(1), January 7, 1999.
- [27] Mogilevtsev D., Birks T. A., Russell P. St. J. “Group-velocity dispersion in photonic crystal fibers”, *Opt. Lett.* 23(21), November 1, 1998.

- [28] Silvestre E., Pinheiro-Ortega T., Pedro Andrés. “Analytical evaluation of chromatic dispersion in photonic crystal fibers”, *Opt. Lett.* 30(5), March 1, 2005.
- [29] Silvestre E., Pinheiro-Ortega T., Pedro Andrés. “Differential toolbox to shape dispersion behavior in photonic crystal fibers”, *Opt. Lett.* 31(9), May 1, 2006.
- [30] Saitoh K., Koshiba M. “Numerical Modeling of Photonic Crystal Fibers”, *Journal of lightwave technology*, 23(11), November 2005.
- [31] Knight J. C., Arriaga J., Birks T. A., Ortigosa-Blanch A., Wadsworth W. J., Russell P. St J. “Anomalous dispersion in photonic crystal fiber”, *IEEE Photonics Technology Letters*, 12(7), July 2000.
- [32] Alibart O., Fulconis J., Wong G. K. L., Murdoch S. G., Wadsworth W. J., Rarity J. G. “Photon pair generation using four-wave mixing in a microstructured fibre: Theory versus experiment”, *New Journal of Physics*, 8(67), 2006.
- [33] Jun Chen, Xiaoying Li, Prem Kumar. “Two-photon-state generation via four-wave mixing in optical fibers.”, *Phys. Rev. A.* 72(3), 033801, 2005.
- [34] Rubin M. H., Klyshko D. N., Shih Y. H., Sergienko A. V. “Theory of two-photon entanglement in type-II optical parametric down-conversion.”, *Phys. Rev. A.* 50(6), 5122, December 1994.
- [35] Rodney Loudon. *The Quantum Theory Of Light, University Of Essex, Third Edition.*
- [36] Cordier M., Orioux A., Debord B., Gérome F., Gorse A., Chafer M., Diamanti E., Delaye P., Benabid F., Zaquine I. “Active engineering of four-wave mixing spectral correlations in multiband hollow-core fibers.”, *Optics Express* 9803, 27(7), 1 Apr 2019.
- [37] Cohen O. “Generation of Uncorrelated Photon-Pairs in Optical Fibres”, *St. Catherine’s College, Oxford, 2009.*
- [38] Rarity J. G. *Fundamental Problems in Quantum Theory, edited by D. M. Greenberger, A. Zeilinger, New York Academy of Sciences, Baltimore, MD, 1994, 755, p. 624.*
- [39] Francis-Jones, Robert J. A., Hoggarth R. A., Mosley P. J. “All-fiber multiplexed source of high-purity single photons”, *Optica*, 3(11), November 2016.
- [40] Grice W. P., Walmsley I. A. “Spectral information and distinguishability in type-II down-conversion with a broadband pump”, *Phys. Rev. A.* 56(2), 1627, August 1997.
- [41] Mauerer W., Avenhaus M., Helwig W., Silberhorn C. “How colors influence numbers: Photon statistics of parametric down-conversion”, *Phys. Rev. A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 80(5), 2009.

REFERENCIAS

- [42] Cohen O., Lundeen J. S., Smith B. J., Puentes G., Mosley P. J., Walmsley I. A. “*Tailored photon-pair generation in optical fibers*”, *Phys. Rev. Letters*, 102(12), 2009.
- [43] Avenhaus M., Eckstein A., Mosley P. J., Silberhorn C. “*Fiber-assisted single-photon spectrograph.*”, *Optics Letters*, 34(18), September 15, 2009.
- [44] U’Ren A. B., Silberhorn C., Banaszek K., et al. “*Generation of Pure-State Single-Photon Wavepackets by Conditional Preparation Based on Spontaneous Parametric Downconversion*”. In: *Laser Physics 15.1 (2005)*.
- [45] Robert J.A. Francis-Jones. “*Active Multiplexing of Spectrally Engineered Heralded Single Photons in an Integrated Fibre Architecture.*”, *University of Bath, December 2015*.
- [46] Aichele T., Lvovsky A., Schiller S. “*Optical mode characterization of single photons prepared by means of conditional measurements on a biphoton state.*”, *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 18, pp. 237–245 2002.
- [47] Rohde P. P., Mauerer W., Silberhorn C. “*Spectral structure and decompositions of optical states, and their applications.*”, *New Journal of Physics*, 9, p. 91 2007.
- [48] Garay-Palmett K., McGuinness H. J., Cohen O., Lundeen J. S., Rangel-Rojo R., U’ren A. B., Raymer M. G., McKinstrie C. J., Radic S., Walmsley I. A. “*Photon pair-state preparation with tailored spectral properties by spontaneous four-wave mixing in photon-crystal fiber.*”, *Optics Express*, 15:14870–14886, 2007.
- [49] Garay-Palmett K., Rangel-Rojo R., U’Ren A. B. “*Tailored photon pair preparation relying on full group velocity matching in fiber-based spontaneous four-wave mixing.*”, *Journal of Modern Optics*, 55:3121–3131, 2008.
- [50] Garay Palmett K. “*Propiedades de enlazamiento espectral de parejas de fotones generadas por mezclado de cuatro ondas espontáneo en fibras ópticas.*”, *Ensenada, Baja California, México, Agosto de 2009*.
- [51] Grice W. P., U’Ren A. B., Walmsley I. A. “*Eliminating frequency and space-time correlations in multiphoton states.*”, *Phys. Rev. A*. 64, 063815 (2001).
- [52] Hardy A., Pasqualetti F., Ronchi L. “*Determination of the eigenfunctions of a homogeneous integral equation with non-symmetric kernel*”, *Optica Acta*, 22(9), 1975.
- [53] Press W. H., Teukolsky S. A. “*Fredholm and Volterra Integral Equations of the Second Kind*”, *Computers in Physics*. 4(5), 1990.
- [54] Kim Y. H., Grice W. “*Measurement of the spectral properties of the twophoton state generated via type ii spontaneous parametric downconversion.*”, *Opt. Lett.*, 30:08908–08910, 2005.

- [55] Söller C. “*Optical fiber sources of pulsed single- and multi-photon states for quantum networks*”, *Der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Friedrich Alexander Universität Erlangen Nürnberg, August 2011*.
- [56] Yurke B., Potasek M. “*Obtainment of thermal noise from a pure quantum state*”, *Phys. Rev. A*, 36(7), 3464, 1987.
- [57] Christ A., Laiho K., Eckstein A., Cassemiro K. N., Silberhorn C. “*Probing multimode squeezing with correlation functions*”, *New Journal of Physics* 13, 2011.
- [58] Leonard Mandel, Emil Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press, 1995.
- [59] Liang Cui, Xiaoying Li, Ningbo Zhao. “*Minimizing the frequency correlation of photon pairs in photonic crystal fibers*”, *New Journal of Physics*, 14, 2012.
- [60] Xiaoxin Ma, Xiaoying Li, Liang Cui, Xueshi Guo, Lei Yang. “*Effect of chromatic-dispersion-induced chirp on the temporal coherence properties of individual beams from spontaneous four-wave mixing*”, *Phys. Rev. A*, 84(2), 023829, 2011.
- [61] Chen C., Bo C., Niu M. Y., Xu F., Zhang Z., Shapiro J. H., Wong F. N. C. “*Efficient generation and characterization of spectrally factorable biphotons*”, *Optics Express*, 25(7), 2007.
- [62] Gómez-Rodríguez A. “*Entangled states and the singular value decomposition*”, *Revista Mexicana de Física*, 46(5), 2000.
- [63] Rottwitt K., Koefoed G. J., Christensen E. N. “*Photon-pair sources based on intermodal four-wave mixing in few-mode fibers.*”, *Fibers*, 6(6), May 2018.
- [64] Jizan I. “*Manipulation and Characterisation of Two Photon Spectral Correlation States in Nonlinear Devices*”, *University of Sydney, March 2016*.
- [65] Kolenderski P. Wasilewski W. “*Derivation of the density matrix of a single photon produced in parametric down-conversion*”, *Phys. Rev. A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 80(1), 2009.
- [66] Miszczak J. A. “*Singular value decomposition and matrix reorderings in quantum information theory*”, *International Journal of Modern Physics C*, 22(9), 2011.
- [67] Fedorov M. V., Miklin N. I. “*Schmidt modes and entanglement*”, *Contemporary Physics*, 55(2), 2014.
- [68] Grobe R., Rzazewski K., Eberly J. H. “*Measure of electron-electron correlation in atomic physics*”, *1. Phys. B: At. Mol. OpL Phys.* 27, 1994.

REFERENCIAS

- [69] Mosley P. J., Lundeen J. S., Smith B. J., Wasylczyk P., U'Ren, A. B., Silberhorn C., Walmsley I. A. "Heralded generation of ultrafast single photons in pure quantum states", *Phys. Rev. Letters*, 100(13), 2008.
- [70] Ansari V., Donohue J. M., Allgaier M., Sansoni L., Brecht B., Roslund J., Treps N., Harder G., Silberhorn C. "Tomography and Purification of the Temporal-Mode Structure of Quantum Light", *Phys. Rev. Letters*, 120(21), 2018.
- [71] Mauerer W., Silberhorn C. "Numerical Analysis of Parametric Downconversion", *AIP Conf. Proc.* 1110, 220, 2009.
- [72] Birks T. A., Mogilevtsev D., Knight J. C., Russell P. St.J., Broeng J. "The analogy between photonic crystal fibres and step index fibres", *Optical Fiber Communication Conference, 1999, and the International Conference on Integrated Optics and Optical Fiber Communication. OFC/IOOC*, 4, 114–116 1999.
- [73] Poletti F. "Direct and inverse design of microstructured optical fibres", *University of Southampton*, May 2007.
- [74] Zielnicki K., Garay-Palmett K., Cruz-Delgado D., Cruz Ramirez H., O'Boyle M. F., Fang B., Lorenz V. O., U'Ren A. B., Kwiat P. G. "Joint Spectral Characterization of Photon-Pair Sources", *Journal of modern optics*, 65(10), 1141–1160, 2018.
- [75] Law C. K., Walmsley I. A., Eberly J. H. "Continuous frequency entanglement: Effective finite hilbert space and entropy control", *Phys. Rev. Letters*, 84(23), 2000.



SIMULACIÓN EN COMSOL

Al iniciar COMSOL, se selecciona la opción New Model>Model Wizard>2D. A continuación en el menú Select Physics>Optics>Wave Optics>Electromagnetic Waves, Frequency Domain, y seleccionamos Add, después seleccionamos Study. Se abrirá una nueva ventana, en el menú Select Study>Mode Analysis, y finalmente presionamos Done. En el menú Model Builder hacemos click derecho en Global Definitions>Parameters. Una vez abierta la ventana de parámetros procedemos a ingresar los parámetros necesarios.

En la tabla A.1 se muestran los parámetros ingresados para generar la geometría de la fibra, y los valores necesarios para simularla.

Nombre	Expresión	Valor	Descripción
b1	0.6961663	0.6961663	Valor de B1 de la ecuación de Sellmeier
b2	0.4079426	0.4079426	Valor de B2 de la ecuación de Sellmeier
b3	0.8974794	0.8974794	Valor de B3 de la ecuación de Sellmeier
c	300[um/ps]	3E8 m/3	Velocidad de la luz en $\mu\text{m}/\text{ps}$
d	0.550[um]	5.5E-7 m	Diámetro de los huecos de aire
dcl	127[um]	1.27E-4 m	Diámetro de la fibra
Frequency	$2*\pi*c/\text{Lambda}$	1.5708E15 1/s	Frecuencia de bombeo
Lambda	1.20[um]	1.2E-6	Longitud de onda de bombeo
Lambda1	0.0684043[um]	6.84043E-8 m	Valor de λ_1 de la ecuación de Sellmeier
Lambda2	0.1162414[um]	1.162414E-7 m	Valor de λ_2 de la ecuación de Sellmeier
Lambda3	9.896161[um]	9.896161E-6 m	Valor de λ_3 de la ecuación de Sellmeier
ncore	Ecuación de Sellmeier	1.4481	Índice de refracción del núcleo
p	1.434[um]	1.434E-6 m	Separación de hueco a hueco de la PCF

Tabla A.1: Parámetros utilizados en la simulación de COMSOL.

Se procede a crear la geometría de la PCF. Click derecho en Geometry>Circle, en radio se

agrega el valor del diámetro definido en los parámetros y se divide entre dos, de tal manera que se ingresa: $d/2$. Pueden generarse todos los huecos necesarios para la geometría, sin embargo, recomiendo hacerlo mediante arreglos. Nuevamente click derecho en Geometry>Transforms>Array. Una vez creada a geometría, es necesario agregar el material a cada componente de la geometría. Click derecho en Materials>Add material, se abrirá un buscador y procedemos a buscar el material de interés, en este caso elegiremos Air, hacemos click derecho en el material y seleccionamos Add to component, seleccionamos todos los elementos de la geometría que correspondan a ese material, una vez agregados el color del elemento se hará de color azul. Para el caso del material cuyo índice de refracción depende de la ecuación de Sellmeier, hacemos click derecho en Materials>Blank material, se abrirá un menú, en la sección de Material Properties>Electromagnetic Models>Refractive Index, hacemos click derecho y seleccionamos Add to material. En la sección de Material Contents, en Refractive index, escribimos el nombre del parámetro, en nuestro caso se ingresa: ncore. Nuevamente seleccionamos los elementos de la geometría que corresponden a este índice de refracción.

Ya que la geometría está completa y cada componente tiene un índice de refracción asignado, se procede a generar el mallado. Hacemos click en Mesh>Add Mesh, una vez en la ventada de opciones, elegimos el tipo de mallado; mientras más fina sea la malla, la simulación será más tardada.

Procedemos a hacer click en Study una vez que la malla esté generada, seleccionamos Study>Mode Analysis. En la ventana buscamos la sección de Study Settings. En la opción de Transform seleccionamos Effective Index Mode. En Mode analysis frequency escribimos el parámetro asociado a la frecuencia de bombeo, en nuestro caso se ingresa: Frequency. En la opción Mode Search Method elegimos Manual. En la opción Desired number of modes escribimos el número de modos deseados. En la opción Search modes around escribimos el valor del índice de refracción donde deseamos la simulación busque los modos deseados; una buena aproximación puede ser escribir el índice de refracción del núcleo, en este caso se ingresaría: ncore. No obstante, por experiencia, no siempre se encuentra el modo deseado, así que por lo general se busca el valor manualmente. Finalmente se procede a simular, haciendo click en la opción Compute.

Los resultados se pueden visualizar en la opción Results, si se desea cambiar la longitud de onda de bombeo, basta con modificar el parámetro Lambda, y automáticamente cambiará la frecuencia.



León, Gto., 30 de enero del 2021

DR. DAVID DELEPINE
DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍAS, CAMPUS LEÓN
DIRECTOR

P R E S E N T E

Por medio de la presente, como miembro del jurado calificador designado para revisar el trabajo de grado con título ***“Estudio de correlaciones espectrales en pares de fotones generados por mezcla de cuatro ondas en fibras de cristal fotónico”*** que sustenta el ***C. Daniel Rodríguez Guillén*** con el fin de obtener el grado de ***Licenciado en Ingeniería Física***, hago constar que he leído el trabajo y que avalo el contenido del mismo como un trabajo de Tesis de Licenciatura.

Sin más por el momento le envío saludos cordiales, quedando de usted para cualquier aclaración.

Atentamente,

Lorena Velázquez I.

Dra. Lorena Velázquez Ibarra

Profesora Asociada C



Universidad
de Guanajuato

CAMPUS LEÓN
DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA FÍSICA

León, Gto., a 31 de enero del 2021

Dr. David Delepine
Director de la División de Ciencias e Ingenierías
Campus León

Por medio de la presente le informo que he leído la tesis **Estudio de correlaciones espectrales en pares de fotones generados por mezcla de cuatro ondas en fibras de cristal fotónico** que presenta el estudiante Daniel Rodríguez Guillén, para obtener el grado de Licenciado en Ingeniería Física, y considero que el trabajo cumple con los requisitos para que el estudiante defienda su trabajo en examen de grado.

Agradeciendo su atención, quedo a su órdenes para cualquier aclaración

Dr. Alejandro Gil-Villegas
Profesor Titular "C"
Departamento de Ingeniería Física



León, Guanajuato, 26 de enero de 2021

Dr. David Yves Ghislain Delepine
Director División de Ciencias e Ingenierías
Campus León

PRESENTE:

Por medio de este documento hago constar que una vez revisado el trabajo de Tesis titulado: "Estudio de correlaciones espectrales en pares de fotones generados por mezcla de cuatro ondas en fibras de cristal fotónico", que presenta Daniel Rodríguez Guillen para obtener el título de Licenciado en Ingeniería Física, lo encuentro satisfactorio y considero que cumple con los criterios de originalidad y calidad que exige nuestra institución, por lo que avalo se realice la defensa pública de esta tesis, para obtener el título mencionado.

Atentamente
"La verdad os hará libres"

Una firma manuscrita en tinta azul que parece ser la del Dr. Carlos Villaseñor Mora.

Dr. Carlos Villaseñor Mora
Profesor – Investigador Titular A

Departamento de Ingenierías Química, Electrónica y Biomédica
División de Ciencias e Ingenierías, Campus León
Loma del Bosque 103, Col. Lomas del Campestre, León, Gto, México, C.P. 37150
Tel. 01 (477) 788-5100 Ext. 8461
www.ugto.mx



León, Guanajuato, a 4 de diciembre de 2020

Asunto: Tesis

Dr. David Yves Ghislain Delepine
Director de la División de Ciencias e Ingenierías
Universidad de Guanajuato
Campus León

P R E S E N T E

Por medio de la presente me permito informarle que he leído el trabajo de tesis titulado: “**Estudio de correlaciones espectrales en pares de fotones generados por mezcla de cuatro ondas en fibras de cristal fotónico**”, realizado por el alumno C. Daniel Rodríguez Guillén, bajo la dirección de la Dra. Lorena Berenice Velázquez Ibarra.

Después de haber revisado este trabajo, considero que la tesis que reúne los méritos necesarios para obtener el grado en Ingeniería Física.

Sin más por el momento, reciba un cordial saludo y si necesita alguna otra información respecto a este trabajo no dude en contactarme.

Atentamente,

Dra. Laura Elena Casandra Rosales Zárate
Investigadora Titular A
Centro de Investigaciones en Óptica A.C., CIO

