

Salamanca, Gto., a 30 de julio del 2021.

**M. en I. HERIBERTO GUTIÉRREZ MARTIN
COORDINADOR DE ASUNTOS ESCOLARES
P R E S E N T E.-**

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno(a) **ÁLVAREZ VÁZQUEZ LEONARDO ALFREDO** del **Programa de Licenciatura en Ingeniería en Mecatrónica** y cuyo número de **NUA** es: 144128 del cual soy director. El título de la tesis es: Análisis de una Unidad de Propulsión Reconfigurable para Máquinas Caminantes.

Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.

A T E N T A M E N T E



Diego Alfredo Núñez Altamirano
**DIRECTOR DE TESIS
SECRETARIO**



Mario Alberto García Murillo
DIRECTOR DE TESIS



Juan Pablo Ignacio Ramírez Paredes
PRESIDENTE



Héctor Plasencia Mora
VOCAL



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

CAMPUS IRAPUATO-SALAMANCA
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

Análisis de una Unidad de Propulsión Reconfigurable para Máquinas Caminantes

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Ingeniero en Mecatrónica

PRESENTA:

Leonardo Alfredo Álvarez Vázquez

DIRECTORES:

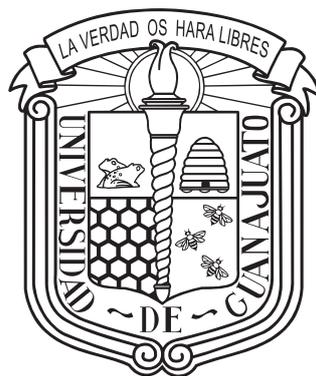
Dr. Diego Alfredo Núñez Altamirano

Dr. Mario Alberto García Murillo

*Dedicado a mi familia,
maestros y amigos.*

Agradecimientos Institucionales

A la Universidad de Guanajuato, División de Ingenierías del Campus Irapuato-Salamanca. Por la educación y el apoyo brindado durante mi estancia en el programa de Licenciatura en Ingeniería en Mecatrónica. Porque durante la estancia en esta institución viví momentos muy difíciles de mi vida, conocí decepciones, cansancio, desveladas, estrés, pero también conocí grandes amigos, compañeros y profesores, gente que me acompañó en este viaje, algunos ya no están, otros siguen su camino, pero la mayoría está conmigo. Conocí el arduo trabajo y las recompensas que da, tuve la oportunidad de conocer a los maestros más estrictos, pero aprendí grandes cosas de ellos, estuve muchas veces a punto de rendirme debido a las pruebas de la vida, pero no lo hice. Viví grandes momentos con los compañeros, pasando horas de trabajo en los laboratorios para realizar proyectos, pasé mucho tiempo estudiando en la biblioteca, horas que parecían interminables de clases en las aulas, conferencias magistrales en el campus, es un orgullo ser egresado y caminar por los pasillos del campus y por las escalinatas del edificio principal en la ciudad de Guanajuato. Gracias por ser parte de mi vida Universidad de Guanajuato, la mejor universidad de México.



Agradecimientos

En primer lugar, a la madre naturaleza y al universo mismo por haberme dado la oportunidad de estar en este espacio-tiempo para poder disfrutar y aprender de todo lo que me rodea, así mismo a los grandes maestros que nos guían más allá de las estrellas y que nos enseñan la verdadera naturaleza del cosmos.

En segundo lugar a mis padres Leonardo Álvarez Ibarra y María Guadalupe Vázquez Flores y a mi hermana Laura Karina Álvarez Vázquez por haberme brindado todo su apoyo, cariño y comprensión cuando lo necesité, mi padre don leo un humilde trabajador que me ha enseñado lo que es salir adelante desde abajo con humildad, porque nunca dudó cuando tuvo que ensuciarse las manos, pasar noches sin dormir y no descansar ni un día al año para sacar a la familia adelante, a mi madre Lupita ama de casa por demostrarme la responsabilidad de trabajar sin descansar ni cuando ha estado enferma y sin parar todo el día, a mi hermanita por aguantarme toda la vida, por ellos soy quien soy.

A todos los profesores que desde la primaria hasta la licenciatura me alentaron y motivaron para salir adelante, así como me retaron e hicieron de mí una persona más competitiva. Al profesor Mariano Durán Luna por enseñarme lo divertido que es estudiar y aprender, al profesor José Nicolás Ramírez Suárez por enseñarme que siempre se puede mejorar y a trabajar más duro, al maestro q. e. p. d. Ricardo López García por hacerme una persona más disciplinada, así como alentarme a seguir estudiando y ser la guía para continuar mis estudios en la Universidad de Guanajuato, al profesor Rodrigo Delgado Corona por tantas horas de aprendizaje y diversión dentro y fuera del aula.

A todos los profesores de la universidad con que tuve gusto de recibir cátedra y trabajar, sin embargo, haré mención especial a los que me dejaron más huella.

Al Dr. René de Jesús Romero Troncoso (profesor-investigador, especialista en instrumentación y monitoreo de sistemas digitales con FPGA, SNI III) por recibir las mejores clases y demostraciones científicas de forma tan rigurosa y profesional tal como si fuera una clase de las mejores universidades del mundo.

Al Dr. César Eduardo Damián Ascencio (Ing. y M.I. en Mecánica y Dr. en Física especialista en mecánica cuántica, líneas de investigación: computación cuántica y termodinámica cuántica) por motivarme a que un ingeniero si se lo

propone puede llegar a ampliar sus conocimientos en otras áreas aún más complejas y a combinar conocimientos de diferentes áreas para crear ciencia de primer nivel.

Al Dr. Héctor Plascencia Mora (cuenta con empresas del área industrial y de base tecnológica, así como patentes y proyectos de investigación de diversa índole) por enseñarme que la ingeniería se puede llevar más allá al construir máquinas, tecnología y empresas para solución industrial y además de poner el ejemplo de cómo ser un buen emprendedor.

Al Dr. Edgar Alvarado Méndez (Físico, líneas de investigación: óptica no lineal y sensores de fibra óptica) por ser mi tutor y estar siempre pendiente de mí y por todo su apoyo y consejos, fue una guía invaluable durante mi estancia en la universidad.

Al Dr. Diego Alfredo Núñez Altamirano (Ingeniero Mecánico, líneas de investigación: mecanismos y máquinas caminantes) por todo su apoyo y paciencia durante la realización del presente proyecto, además de ser un gran profesor muy paciente y siempre estar pendiente cuando lo necesité y siempre estar disponible a ayudar con las dudas, uno de los mejores profesores de la división y uno de los más didácticos.

Al Dr. Mario Alberto García Murillo (Ingeniero Mecánico, líneas de investigación: robótica, análisis y síntesis de robots paralelos) por todo su apoyo, por retarme constantemente a superarme y por ser una persona muy profesional que sabe de muchas áreas del conocimiento y está muy actualizado, sin lugar a duda será de los mejores investigadores del área de robótica, lo cual me motiva.

Mención especial: a mi amigo el Dr. Ricardo Pablo Pedro (Ingeniero Químico, líneas de investigación: química cuántica, nanomateriales y física de polímeros), ganador del premio nacional de la juventud 2017 ya que es una fuente de inspiración porque él es un oaxaqueño de un pueblo muy pobre que siguió con sus sueños de estudiar y logró estudiar en la UNAM y posteriormente un posgrado en el MIT, es la persona más brillante con la cual he convivido además de ser una persona muy sencilla y humilde.

A mi familia, amigos y compañeros que estuvieron presentes para brindarme su apoyo incondicional y con los que tuve la oportunidad de convivir durante toda la carrera.

A mi abuelita Juana Ibarra Ortiz, a mi tía Angelina Álvarez Ibarra, a mi primo José Arturo Dumaine Álvarez, a mi tío Ramiro Hernández Velasco, a mi tía María del Carmen Álvarez Ibarra, a mi primo Carlos Fernando Hernández Álvarez y a mi prima Dulce Aurora Hernández Álvarez, por todo su apoyo.

A Eduardo Guerrero Gutiérrez, a Rubén Antonio Botello Arvízu y a Alfonso Valtierra Ochoa, amigos de la infancia que me han apoyado en las buenas y en las malas.

A Gerardo Isaías Rodríguez Vallecillo, a Carlos Chávez Villafaña, a Francisco Ramírez Garnica y a Kimberly Lizeth Barreto Tomé, amigos de la prepa, por sus ocurrencias y sincera amistad.

A Carlos Refugio Mendoza Flores, a Oscar Ramiro Martínez Rodríguez, a Emmanuel Moreno Andrade, a Luis Felipe Pantoja Ruiz, a Gustavo Núñez Tolentino, a Moisés Filoteo González, a José Vargas Bernal, a Santiago Olivo López, a Marco Aurelio Gómez Moreno, a Luisa Fernanda Vázquez Estrada, a César Rodríguez Mosqueda, a Jorge Hernández, a Cristian Aguirre y a Andrés Hernández Ferrétiz, grandes compañeros y amigos de la carrera con los que a veces pasamos momentos de mucho trabajo pero también momentos muy divertidos.

A Andrea Elizabeth Hinojosa Sánchez por todos esos momentos tan bonitos que me ha dado desde que nos conocimos en el camión de la universidad, agradezco infinitamente a la vida por permitirme conocerte y que seas parte de mi vida desde aquel invierno.

A todos gracias...

Mira profundamente en la naturaleza y entonces comprenderás todo mejor.

Albert Einstein.



Índice general

1. Introducción	1
1.1. Marco Teórico	1
1.1.1. Mecanismos	2
1.1.2. Robótica	4
1.1.3. Introducción a las máquinas caminantes	9
1.1.4. Máquinas caminantes bípedas	11
1.1.5. Máquinas caminantes cuadrúpedas	13
1.1.6. Máquinas caminantes hexápodos	15
1.1.7. Mecanismos reconfigurables	17
1.2. Definición del problema	27
1.3. Objetivos	28
1.3.1. Objetivo General	28
1.3.2. Objetivos específicos	28
1.4. Justificación	28
2. Análisis Cinemático	29
2.1. Introducción	29
2.2. Mecanismo Peaucellier-Lipkin (P-L)	29
2.2.1. Descripción del Mecanismo P-L	30
2.3. Modificación del Mecanismo P-L	31
2.3.1. Descripción del Mecanismo Peaucellier-Lipkin Modifica- do (P-L Mod)	31
2.3.2. Restricciones Geométricas	32
2.3.3. Movilidad del Mecanismo P-L Mod	33
2.3.4. Descripción de los ángulos del mecanismo P-L Mod	34
2.4. Velocidades y Aceleraciones angulares	39
2.5. Conclusiones del Capítulo 2	41
3. Análisis Dinámico	42
3.1. Introducción	42

3.2.	Descripción y consideraciones en la unidad de propulsión reconfigurable	43
3.3.	Aceleraciones de los centros de masa de los eslabones	44
3.3.1.	Aceleración del eslabón AB_1 en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{AB_1}}$)	45
3.3.2.	Aceleración del eslabón AB_1 (\mathbf{a}_{AB_1})	45
3.3.3.	Aceleración del eslabón AB_2 en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{AB_2}}$)	45
3.3.4.	Aceleración del eslabón AB_2 (\mathbf{a}_{AB_2})	46
3.3.5.	Aceleración del eslabón BC_1 en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{BC_1}}$)	47
3.3.6.	Aceleración del eslabón BC_1 (\mathbf{a}_{BC_1})	47
3.3.7.	Aceleración del eslabón BC_2 en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{BC_2}}$)	47
3.3.8.	Aceleración del eslabón BC_2 (\mathbf{a}_{BC_2})	48
3.3.9.	Aceleración del eslabón CD en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{CD}}$) .	48
3.3.10.	Aceleración del eslabón CD (\mathbf{a}_{CD})	48
3.3.11.	Aceleración del eslabón CE en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{CE}}$) .	49
3.3.12.	Aceleración del eslabón CE (\mathbf{a}_{CE})	49
3.3.13.	Aceleración del eslabón AD en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{AD}}$) .	49
3.3.14.	Aceleración del eslabón AD (\mathbf{a}_{AD})	49
3.3.15.	Aceleración del eslabón AE en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{AE}}$) .	50
3.3.16.	Aceleración del eslabón AE (\mathbf{a}_{AE})	50
3.3.17.	Aceleración del eslabón DF en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{DF}}$) .	50
3.3.18.	Aceleración del eslabón DF (\mathbf{a}_{DF})	50
3.3.19.	Aceleración del eslabón EF en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{EF}}$) .	51
3.3.20.	Aceleración del eslabón EF (\mathbf{a}_{EF})	51
3.4.	Masas de los eslabones	51
3.5.	Momentos de Inercia de los eslabones	52
3.6.	Desarrollo del modelo dinámico	52
3.6.1.	Bancada	54
3.6.2.	Eslabón AB_1	56
3.6.3.	Eslabón AB_2	58
3.6.4.	Eslabón BC_1	60
3.6.5.	Eslabón BC_2	63
3.6.6.	Eslabón CD	65
3.6.7.	Eslabón CE	66
3.6.8.	Eslabón AD	68
3.6.9.	Eslabón AE	70
3.6.10.	Eslabón DF	72
3.6.11.	Eslabón EF	74
3.7.	Conclusiones del Capítulo 3	75

4. Simulación y Análisis de Resultados	76
4.1. Introducción	76
4.2. Generación de trayectorias	77
4.3. Resultados Obtenidos	78
4.3.1. Resultados de la Cinemática	81
4.3.2. Resultados de la Dinámica	97
4.4. Conclusiones del Capítulo 4	101
5. Conclusiones Generales	102
Bibliografía	103
Apéndice A. Cinemática Directa por medio de Denavit-Hartenberg Modificado	109
Apéndice B. Cinemática Matlab®	112
Apéndice C. Dinámica Matlab®	128
Apéndice D. Descripción geométrica de los eslabones en Solidworks®	146

Capítulo 1

Introducción

El presente trabajo aborda el análisis cinemático y dinámico de un mecanismo reconfigurable implementado en una Unidad de Propulsión Reconfigurable (UPR) para máquinas, lo cual conlleva una breve investigación sobre mecanismos empleados en el desarrollo de la robótica y específicamente en el área de máquinas caminantes.

Como se describirá más adelante, debido al poco desarrollo en la aplicación de mecanismos reconfigurables para máquinas caminantes existe una gran oportunidad para investigar, analizar y diseñar en esta área.

En el capítulo 1 de este documento se describe, de manera resumida, acontecimientos históricos sobre el campo de la robótica, clasificación de robots, introducción a las máquinas caminantes y mecanismos reconfigurables, además de los elementos básicos de los mecanismos, el planteamiento del proyecto, los objetivos y las actividades desarrolladas.

En el capítulo 2 se describe el mecanismo en cual está basada la UPR, se hace lo propio con el mecanismo modificado, también se elabora un análisis cinemático de este mecanismo y se definen las velocidades y aceleraciones angulares.

En el capítulo 3 se examina y se identifican las consideraciones de la UPR, se definen las aceleraciones de los eslabones, se determinan las masas y centros de inercia de los eslabones y se realiza el modelo dinámico del mecanismo.

En el capítulo 4 se realizan los cálculos por medio de software y para validar el modelo matemático, se desarrolla una simulación del mecanismo.

Finalmente se dan las conclusiones generales en el capítulo 5.

1.1. Marco Teórico

Con el transcurso de la historia, en cuestión de algunos pocos siglos, la ingeniería mecánica ha evolucionado, hoy en día la podemos observar en casi cualquier

aspecto de la civilización humana, desde juguetes, edificios o cohetes espaciales.

Sin embargo, con la continua evolución de la humanidad y el acelerado ritmo de la civilización, la ingeniería mecánica debe adaptarse a los cambios de nuestra era. El ser humano ha logrado diseñar y construir máquinas complejas como los robots caminantes.

Una de las áreas más importantes de la ingeniería mecánica es la robótica, debido a que con los robots podemos automatizar procesos, trabajar a distancia o manipular objetos que por razones no triviales las personas no pueden realizar con sus propias manos o bien resulta difícil, aburrido o repetitivo lo que conlleva a errores de diversas índoles.

Los robots están formados por distintos elementos mecánicos como son los *mecanismos*, *eslabones*, *articulaciones* entre otros.

1.1.1. Mecanismos

Un *mecanismo* se define como el ensamble de engranajes, levas y vínculos, que generalmente contiene otros componentes como resortes, trinquetes, frenos y embragues [1], también puede describirse como una *cadena cinemática* en la que al menos un eslabón está anclado a un marco de referencia fijo o relativo (el cual por sí mismo puede estar en movimiento) [2], una definición más formal es presentada en [3], donde se define al mecanismo como un dispositivo que incluye *pares cinemáticos* tanto de orden inferior como superior, es decir, que un punto del elemento par describa una curva o una superficie, todo esto con la finalidad de transformar el movimiento en trabajo aplicando fuerzas mecánicas.

1.1.1.1. Clasificación de los Mecanismos

Existen varias formas de clasificar a los mecanismos: a) debido a la transformación de movimientos (movimientos circular a rectilíneo), b) debido a la transmisión de movimiento (circular y lineal), c) por el tipo de elementos que contiene, d) por el movimiento de los eslabones (*planos*, *esféricos* y *espaciales*), entre otras, Shigley [3] clasifica a los mecanismos de esta última forma.

Un *mecanismo plano* describe curvas planas en planos paralelos [3]; es decir, es un mecanismo que opera en un sistema coordenado bidimensional.

En el *mecanismo esférico* cada eslabón móvil rota respecto a un eje principal (en el cual mantiene un punto estacionario de acuerdo al movimiento) en un marco de referencia tridimensional de ejes ortogonales, además el punto estacionario permanece en una ubicación común al mecanismo [3]; en otras palabras, los movimientos de todas las partículas están restringidos a moverse en una superficie esférica.

Los *mecanismos espaciales* no incluyen restricción alguna en los movimientos relativos de las partículas, los mecanismos planos y los esféricos pueden ser subclasificados dentro de estos [3].

1.1.1.2. Elementos Básicos de los Mecanismos

Los elementos básicos que conforman un mecanismo son los *eslabones* y las *juntas*.

Un *eslabón*, es un cuerpo rígido que posee por lo menos dos nodos que son puntos de unión con otros eslabones [2] mientras que los *eslabonamientos* son un conjunto de eslabones [1].

Una *junta* es una conexión en los nodos de mínimo dos eslabones, lo que permite generar movimientos entre ellos. Las juntas también son conocidas como *pares cinemáticos* o *articulaciones*. Existen diferentes pares y distintas clasificaciones de éstos, sin embargo en este trabajo solo usaremos la revoluta y la prismática.

La *junta revoluta* (*R*) permite articular rotacionalmente dos nodos (o más) de distintos eslabones mediante la cual uno de estos eslabones produce un desplazamiento angular respecto al otro. Este tipo de junta posee 1 grado de libertad (GDL) [4]; desde un punto de vista práctico este tipo de junta nos permite mover circularmente un eslabón respecto a un punto fijo. Para accionarlas es común emplear actuadores rotacionales.

La *junta prismática* (*P*) permite el deslizamiento lineal entre dos eslabones mediante la cual uno de éstos produce un desplazamiento lineal respecto al otro. Este tipo de par cinemático posee 1 GDL [4] y emplea preferentemente actuadores lineales para accionarla.

Por otra lado, las *cadena cinemáticas* son ensambles de eslabones y juntas interconectados para producir un movimiento controlado de acuerdo a un movimiento suministrado [2], dichos elementos se pueden clasificar en *abiertas* o *cerradas*.

Las *cadena cinemáticas abiertas* poseen un eslabón inicial fijo a la base, un elemento final, el cual no está conectado a ningún otro elemento de dicha cadena. Un ejemplo de este tipo son los brazos robóticos en los cuales su elemento inicial es la base del robot y su elemento final es el «gripper» o efector final.

Por otra parte, las *cadena cinemáticas cerradas* no tienen nodos abiertos, esto es, todos los nodos están conectados con otro eslabón. Estas cadenas contienen al menos un *lazo cerrado*, un ejemplo de este tipo de cadena, es el mecanismo de cuatro barras en el cual el elemento inicial y final es el eslabón fijo a la base.

Para nuestro estudio, se analizará un mecanismo reconfigurable (basado en un mecanismo de línea recta), que permita describir diversas trayectorias, cuyo propósito es utilizarlo como unidad de propulsión para máquinas caminantes.

1.1.1.3. Mecanismos de línea recta

Los mecanismos de línea recta son configuraciones de eslabones que tienen un punto que se mueve a lo largo de una línea recta, sin ser guiados por una superficie plana [5]. Estos mecanismos se conocen y utilizan desde el siglo XVIII [2], dichos mecanismos se clasifican en: a) mecanismos de línea recta aproximada, que son aquellos que no describen líneas exactas sino que describen trayectorias que se aproximan a rectas; b) en mecanismos de línea recta exacta, que describen trayectorias rectas [3].

1.1.2. Robótica

Los robots se pueden integrar mediante la aplicación de sensores y actuadores y ser programados para realizar tareas por medio de control lo que conlleva a crear sistemas mecatrónicos [6].

El concepto «robot» fue introducido por Karel Capek, en su obra Rossum's Universal Robots (R.U.R.) en 1920. El término robot es derivado de la palabra «robot», que significa trabajo ejecutivo en lenguas eslavas, con el cual se denota al autómatas construido por Rossum que termina por revelarse contra la humanidad en dicha obra [7]; sin embargo, Isaac Asimov, acuñó el término robótica y además en sus historias de ciencia ficción de los años cuarenta, describía al robot como ayudante de la humanidad [8].

La robótica es un campo relativamente moderno de tecnología que atraviesa los límites tradicionales de la ingeniería. Para entender en toda su complejidad a los robots y sus aplicaciones se requiere del conocimiento de la ingeniería eléctrica, mecánica, de sistemas, de computación y de matemáticas [9]. En realidad un sistema robótico es un sistema complejo que es representado por múltiples subsistemas [7], antes de los robots existieron diferentes mecanismos complejos que realizaban tareas muy específicas y simulaban ser seres vivos debido a sus movimientos autómatas. En la Figura 1.1 se muestra un mecanismo antepasado de los robots, el cual es descrito en la Tabla 1.1.



Figura 1.1. Gallo de Estrasburgo (1352) [10].

La historia de la robótica se ha desarrollado a través de los años ya que el ser humano a través del tiempo ha elaborado un gran número de mecanismos y máquinas para diversos fines, algunos antecedentes históricos los describe Barrientos [10] de lo que podemos destacar la información recabada en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1. Autómatas o mecanismos automáticos relevantes a lo largo de la historia. [10]

Año	Autor	Mecanismo	Descripción
62 a.C.	Heron de Alejandría	Teatro automático	En este teatro las figuras cambiaban de posición, los pájaros cantaban, se escuchaban trompetas y los animales bebían agua, entre otros movimientos.
1200	Al-Jazari	Fuente del Pavo Real	Creó un tratado en el que aparece esta fuente además de otros mecanismos. La fuente trata de un autómatas para lavarse las manos. Tras tirar de la cola del pavo, una vasija se llena de agua, aparece una figura con un tarro con polvos perfumados y una figura con una toalla.
1352	Desconocido	Gallo de la catedral de Estrasburgo	Es el reloj medieval más famoso y elaborado. Estuvo operativo hasta 1789. Aparecía en compañía de otras doce figuras representando a los apóstoles, movía las alas, levantaba la cabeza y cacareaba tres veces, la Figura 1.1 muestra dicho mecanismo.
1738	Jaques de Vaucanson	Pato	Este autómatas es muy famoso y trata de un pato el cual se puede observar en la Figura 1.2 de la página siguiente, este pato hecho de cobre, comía, bebía, graznaba, movía sus alas e incluso digería la comida.
1796	Hanzo Hosokawa	Muñeca para servir el té	Se trata de una muñeca de madera de aproximadamente 35 cm de alto que sujeta una bandeja. Cuando se pone un recipiente con té en ella, la muñeca se desplaza hacia delante, si se le quita, se detiene, si se le pone otra vez, se da la vuelta y regresa por donde vino.

Dentro de este contexto, la palabra autómatas significa: máquina que imita la figura y movimientos de un ser animado [10].

Con el paso del tiempo los autómatas y mecanismos fueron evolucionando hasta el desarrollo de los robots actuales, hay distintas maneras de clasificar un robot, pueden ser clasificados de acuerdo a la función que realizan, por su tamaño,

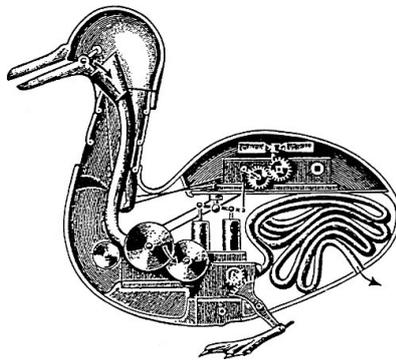


Figura 1.2. Pato de Vaucanson (1738) [11].

para la aplicación que fueron desarrollados, entre otras. Angeles [12] describe algunas clasificaciones de robots como:

- *Manipuladores*: Brazos robóticos y manos.
- *Generadores de movimiento*: Robots paralelos.
- *Locomotores (Robots móviles)*: Máquinas caminantes y robots con ruedas.

1.1.2.1. Manipuladores

Uno de los tipos de robots más conocidos son los *manipuladores*. Un manipulador es un dispositivo que ayuda a un operador humano a realizar alguna tarea de manipulación específica [12]. Estos llaman la atención debido a varias razones. Una de estas razones es que en su forma más simple conocida (brazo robótico) es frecuentemente utilizada en la industria. Otra razón es que el brazo robótico constituye la arquitectura más simple dentro de la robótica [12].

Los *brazos robóticos* son llamados así debido a su parecido en estructura física al brazo humano además de que su función principal es manipular tal como la función del brazo de una persona, en el caso de los robots, están constituidos mediante *eslabones* robustos y *juntas* que ayudan a generar el movimiento que necesita el robot para poder articularse y moverse en el espacio. La Figura 1.3 muestra un ejemplo de brazo robótico y su comparación con un brazo humano.

Las *Manos Robóticas* son utilizadas para desarrollar tareas específicas que requieren de gran precisión, por ejemplo: escribir o tocar; el desarrollo de esta tecnología ha contribuido al campo de la medicina y rehabilitación con la creación de prótesis. La estructura básica consiste de una palma con un set de dedos [12]. La Figura 1.4 muestra un ejemplo de mano robótica.

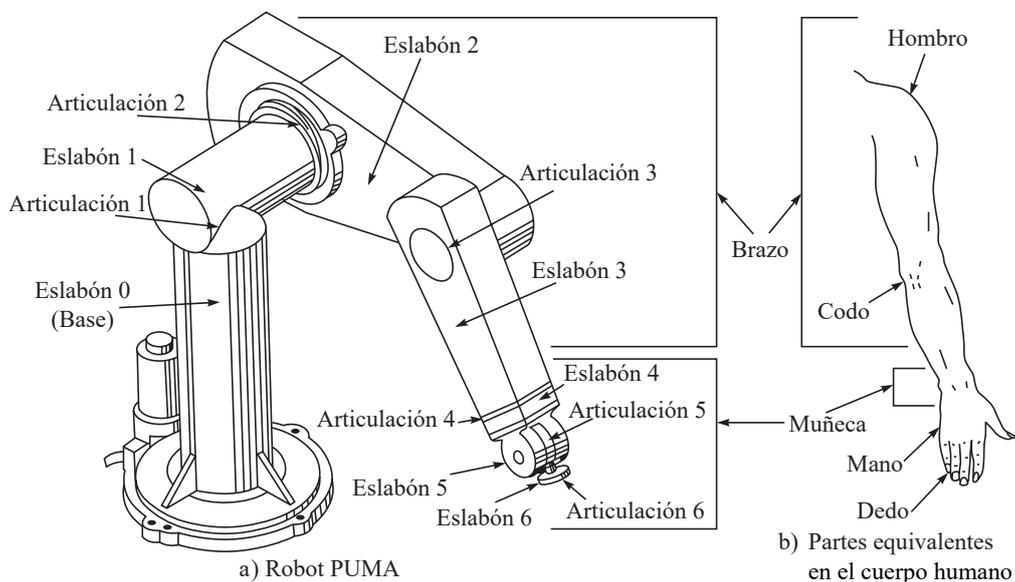


Figura 1.3. Manipulador robótico y sus partes equivalentes en el cuerpo humano [8].

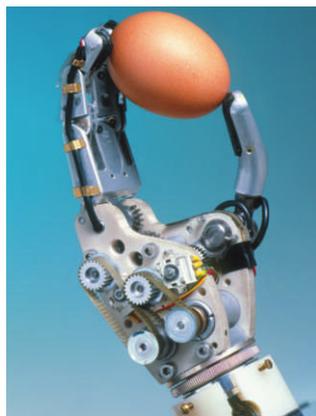


Figura 1.4. Mano robótica [13].

1.1.2.2. Generadores de movimiento

Aquí se incluyen los sistemas robóticos diseñados para producir una clase de movimientos para diversos fines, que van desde tareas de manipulación, por ejemplo, el posicionamiento de una cámara para vigilancia, a la orientación del bisturí de un cirujano, plataformas para entrenamiento de pilotos en simuladores de vuelo, o para entretenimiento [12].

Un *robot paralelo*, o manipulador paralelo, es un mecanismo compuesto de una plataforma móvil conectada a una plataforma fija a través de al menos dos *cadenas cinemáticas* [14]. La Figura 1.5 muestra un ejemplo de manipulador paralelo.

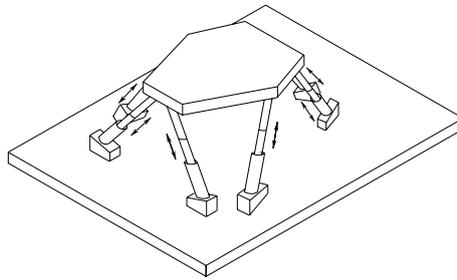


Figura 1.5. Robot Paralelo [7].

1.1.2.3. Robots móviles

Los robots móviles son todos los robots capaces de desplazarse por sí mismos sobre una superficie sin ningún acoplamiento a la superficie. Existen dos tipos, las *máquinas caminantes* y los *robots con ruedas* (wheeled robots) [12].

Una *máquina caminante* es básicamente una máquina que se mueve por sí misma y que para ello utiliza piernas, la Figura 1.6 muestra un ejemplo de este tipo de robot.

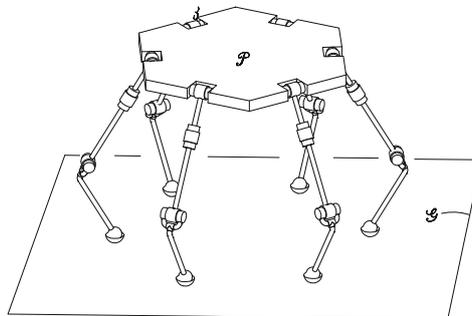


Figura 1.6. Robot móvil hexápodo general [12].

A diferencia de las máquinas caminantes, los *robots con ruedas* emplean ruedas para desplazarse, estos últimos son muy utilizados como sondas de exploración para ambientes peligrosos o de difícil acceso como por ejemplo: lugares de alta radiación, túneles o para obtener datos en exploraciones planetarias. La Figura 1.7 muestra un ejemplo de un robot móvil de ruedas.



Figura 1.7. Robot Clearpath Husky con accionamiento diferencial [11].

1.1.3. Introducción a las máquinas caminantes

Las máquinas caminantes permiten realizar desplazamientos sobre terrenos estructurados y no estructurados. Una clasificación común se da en función del número de piernas empleadas, las más comunes son: bípedas, cuadrúpedos y hexápodos.

Una razón por la cual se construyen las máquinas caminantes es que las piernas son superiores a las ruedas [15]. Las ventajas de las piernas se pueden resumir como sigue:

1. Las piernas pueden pasar por encima de obstáculos y subir y bajar escaleras.
2. La locomoción con piernas puede, en teoría, transportar un vehículo sobre grandes abismos o terrenos extremadamente hostiles (como los canguros y cabras montesas).
3. Un vehículo con piernas puede lograr una conducción suave en terreno irregular variando la longitud efectiva de sus patas para que coincida con las ondulaciones del suelo.
4. En terreno blando, una rueda puede atascarse y desperdiciar energía.
5. Las piernas hacen menos daño al suelo que las bandas (orugas) y muchas ruedas.

En contraste las desventajas de este tipo de robots contra los que tienen ruedas son las siguientes:

1. Requieren mayor complejidad en el diseño.
2. Son más pesados.
3. Más complicados de construir.
4. En general, tienen un mayor costo energético comparados con los robots con ruedas.

Se puede decir que la locomoción es el cambio de localización del centro de masa relativo al ambiente que lo rodea y esta describe sus movimientos en términos de mecánica [16].

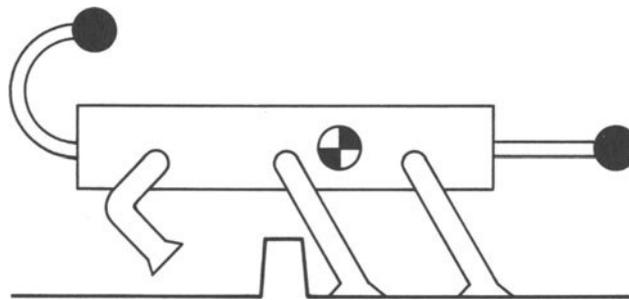


Figura 1.8. Máquina caminante cruzando un obstáculo [15].

Un ejemplo de una máquina caminante que evita obstáculos lo podemos ver en la Figura 1.8. Aquí se puede observar que las masas de la cabeza y la cola mueven el centro de masa de toda la máquina hacia atrás mientras el extremo frontal no está soportado; luego, durante la segunda mitad de la maniobra, se balancean hacia adelante para equilibrar la parte trasera de la máquina sin soporte.

Las máquinas caminantes tienen un sinnúmero de aplicaciones, en la Figura 1.9a podemos observar una máquina caminante utilizada como vehículo forestal la cual se emplea para cargar y transportar troncos en terrenos con superficies irregulares mediante la variación de las longitudes de sus piernas. En la Figura 1.9b se observa una máquina caminante cuadrúpeda empleada como excavadora para terrenos de difícil acceso donde un vehículo con ruedas se atasca debido al terreno hostil.

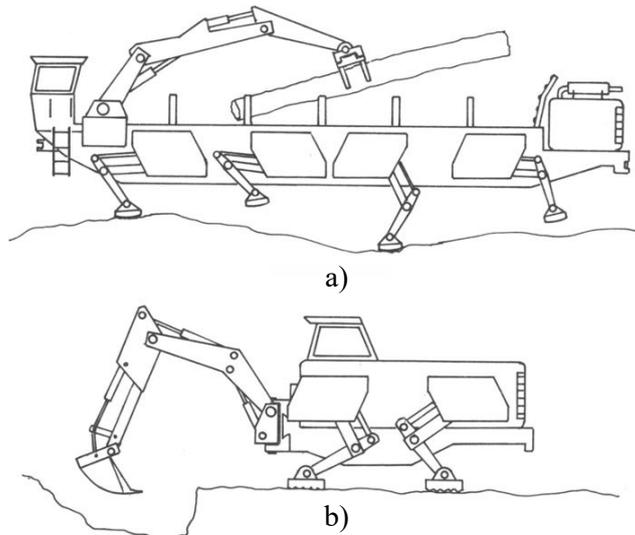


Figura 1.9. Aplicaciones de máquinas caminantes: a) Vehículo forestal b) Excavadora [15].

1.1.4. Máquinas caminantes bípedas

En los últimos años, la investigación respecto a los robots bípedos ha aumentado ya que su estudio puede ayudar a la detección de trastornos que el ser humano puede presentar al caminar, factores de equilibrio y evaluación clínica en programas de rehabilitación, además del diseño de exoesqueletos y prótesis robóticas [17].

Algunos autores consideran que los robots humanoides son el punto más alto dentro de la robótica, también mediante estudios describen que dichas máquinas pretenden imitar el comportamiento y capacidades del humano [18].

Hay numerosos estudios respecto a robots bípedos, incluso ya existen robots comerciales con sus respectivas patentes. Un ejemplo es «Asimo» el famoso robot de Honda inventado por Kazuo Hirai, Kenji Morii y Masato Hirose [19]. Este robot camina de forma estable sobre terreno llano, puede subir y bajar escaleras

y diferencias de nivel, también puede apretar tornillos y tuercas con un destornillador o una llave inglesa, puede abrir, cerrar y pasar puertas. En la Figura 1.10 se observa este interesante robot bípedo en vista frontal y vista lateral derecha.

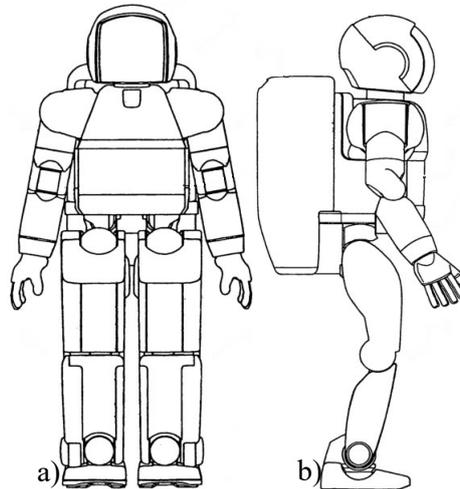


Figura 1.10. Robot humanoide de Honda: a) Vista frontal, b) Vista lateral derecha [19].

Otro ejemplo de robot bípedo lo podemos encontrar en [20], desarrollado por Samsung Electronics, ver Figura 1.11, el cual fue inventado por Ho Seong Kwak, Kyung Shik Roh y Woong Kwon. Este robot puede balancearse por sí mismo y provee un método de control de balance, en dicho robot los ángulos de control pueden ser reducidos en consideración moviendo el centro de gravedad (COG por sus siglas en inglés).

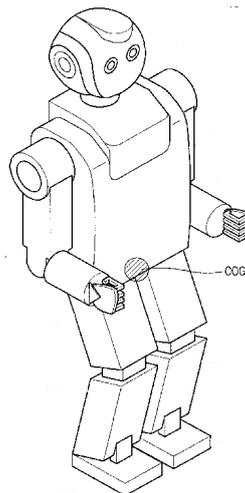


Figura 1.11. Robot bípedo de Samsung y posición del COG [20].

1.1.5. Máquinas caminantes cuadrúpedas

La ventaja de las máquinas caminantes cuadrúpedas es que pueden adaptarse mejor a tareas específicas y tienen una mayor estabilidad que los robots bípedos. El rendimiento del robot cuadrúpedo mejoró después del año 2000 [21].

Un proyecto interesante es el realizado por Chaudhari en el Government College of Engineering and Research, «Awasari» [22], el cual describe el diseño mecánico, análisis estructural, cinemática y control de un robot cuadrúpedo. El robot tiene una masa de 20 kg, una longitud de 550 mm y una anchura de 400 mm. La capacidad de carga experimental es de 10 kg. En la Figura 1.12 podemos ver este proyecto.



Figura 1.12. Robot cuadrúpedo desarrollado por Chaudhari y su equipo [22].

Este robot está diseñado para varias capacidades de cruce del terreno y completó con éxito las pruebas de obstáculos. Actualmente, el robot funciona en modo de control manual (las entradas del usuario son velocidad lineal y ángulo de giro con «joystick» inalámbrico) y ruta autónoma después de procesamiento de imágenes. Puede realizar tareas como: asistencialismo, entrega de medicamentos, limpieza, entre otras.

El desarrollo de estos robots también ha provocado la creación de dispositivos y productos comerciales, podemos encontrar una gran variedad, un ejemplo de este tipo de trabajos es el sistema para control humano de un robot biónico cuadrúpedo [23] de Shenzhen Zhongji Jinhua Technology Co., Ltd., inventado por Tongyang Zhao. En este sistema un humano puede operar el mecanismo únicamente con su coordinación ya que el robot cuenta con un sensor que determina la magnitud, dirección y secuencia del tiempo de la fuerza aplicada por el operador; luego una unidad de control procesa la información sensada y ejecuta una señal de control de salida que activa los motores de la máquina.

Esta máquina puede usarse para fines militares, de asistencialismo, rescates,

recreación, etc. En la Figura 1.13 se puede observar un operador controlando el robot mediante el uso de su coordinación.

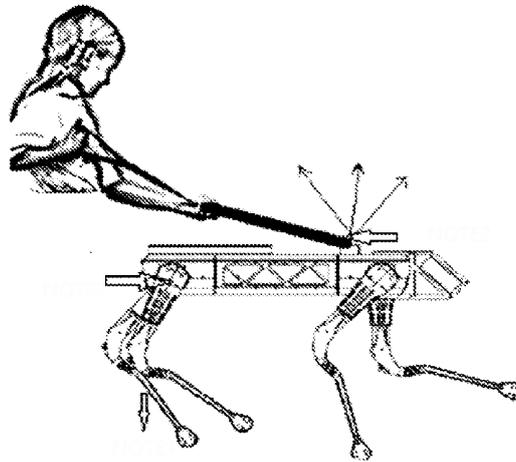


Figura 1.13. Funcionamiento del sistema de Shenzhen [23].

Tal vez la máquina caminante más famosa sea la desarrollada por Zachary John, Aaron Saunders y Benjamin Swilling en *Boston Dynamics, Inc*, [24]. Este sistema incluye el componente modular del cuerpo (chasis), mecanismos y un sistema de control.

Este robot puede desplazarse en cualquier tipo de terreno sin perder el equilibrio, y también puede correr, brincar y escalar, lo cual le ayuda a tener muchas aplicaciones, entre ellas militares. La Figura 1.14 ilustra el ensamble de los componentes modulares del robot cuadrúpedo.

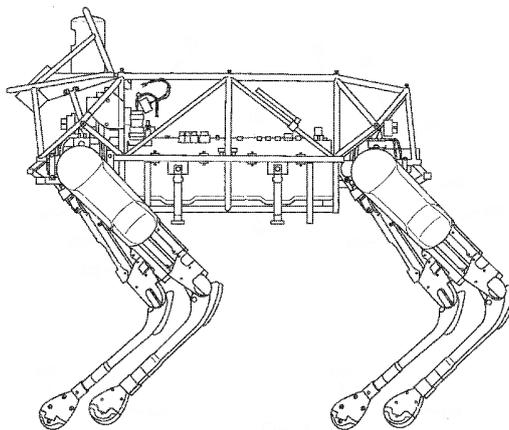


Figura 1.14. Robot cuadrúpedo de *Boston Dynamics* [24].

1.1.6. Máquinas caminantes hexápodos

Los primeros robots hexápodos eran muy grandes como el desarrollado por la Ohio State University [15], ver Figura 1.15; la primera vez que caminó esta máquina fue en 1977, la cual mide 1.3 m de largo, 1.4 m de ancho y pesa alrededor de 100 kg. Cada una de sus seis piernas tiene tres juntas, dos en la cadera y una en la rodilla, su torque máximo es alrededor de los 300 Nm, los motores funcionan con 115 V a 60 Hz.

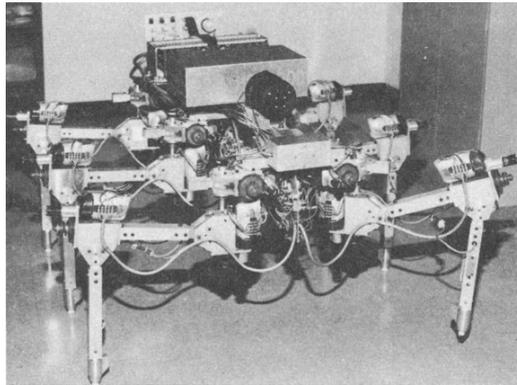


Figura 1.15. Hexápodo de la Ohio State University [15].

Este vehículo tiene una velocidad de unas pocas pulgadas por segundo, puede caminar en una superficie nivelada, subir escaleras, sortear obstáculos y girar.

Con el paso del tiempo fue mejorando el desarrollo de este tipo de robots como el creado por S. Pa y C. M. Wu de la National Taipei University of Education [25]. Este robot emplea servomotores GWS S03T manufacturados por GWS de Taiwan con torques de 7.2 kg/cm por motor operando a 4.8 V y cuando el torque es de 8 kg/cm el motor opera a 6 V. Este robot puede ser empleado para exploración. En la Figura 1.16 podemos observar los motores y mecanismos del robot hexápodo.

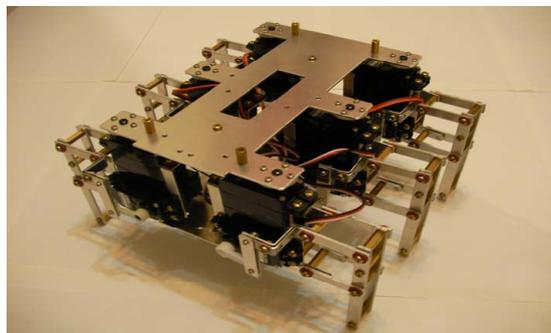


Figura 1.16. Mecanismo robótico desarrollado por S. Pa y C. M. Wu [25].

Es interesante cuanto ha avanzado el desarrollo respecto a los robots hexápodos, muchos investigadores se han concentrado en construir una nueva clase de robots con materiales y mecanismos altamente flexibles, llamados robots blandos (soft robots), un ejemplo es el desarrollo de robots hexápodos inspirados en insectos en el Robotics Innovatory Laboratory de la School of Mechanical Engineering de la Sungkyunkwan University por el equipo de Canh Toan Nguyen [26].

Este robot imita insectos como se muestra en la Figura 1.17a, el cuerpo del robot está compuesto de tres actuadores elastómeros dieléctricos (DEAs) de cinco grados de libertad y cada par de patas está unido a ambos lados de cada actuador. Cada uno de estos actuadores puede proveer movimientos versátiles incluyendo tres movimientos traslacionales y dos rotacionales que ayudan a balancear simultáneamente cada par de patas del robot hacia adelante y hacia atrás, subir o bajar, e incluso moverse hacia los lados.

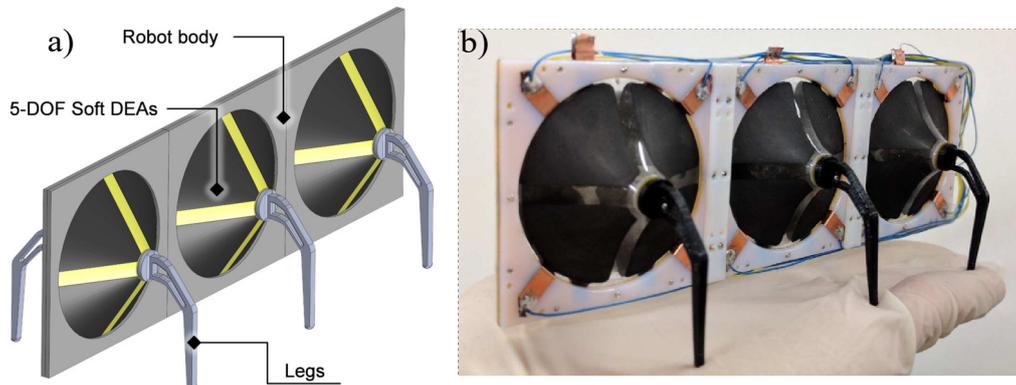


Figura 1.17. Robot insecto de la Sungkyunkwan University: a) Diseño del robot, b) Prototipo construido [26].

Las dimensiones de este robot son 150 mm de largo, 54 mm de ancho y 55 mm de profundidad y su peso total es únicamente de 20 g, lo cual es una enorme diferencia comparado con el robot de la Ohio State University de 1977 [15]. Los soft robots pueden deformarse y absorber la energía que se produce durante una colisión y proveen una interacción segura entre el humano y la máquina. En la Figura 1.17b se observa el prototipo construido sobre una mano humana.

El robot hexápodo inventado por Chih-Hsiung Yang [27] es un robot todo terreno y cuenta con seis piernas mecánicas, una batería eléctrica, un controlador inalámbrico, un sistema de monitoreo y dos manipuladores, uno con pinza para sujetar objetos y otro que simula la cola de un escorpión. En la Figura 1.18 se observa este robot el cual tiene forma de un escorpión.

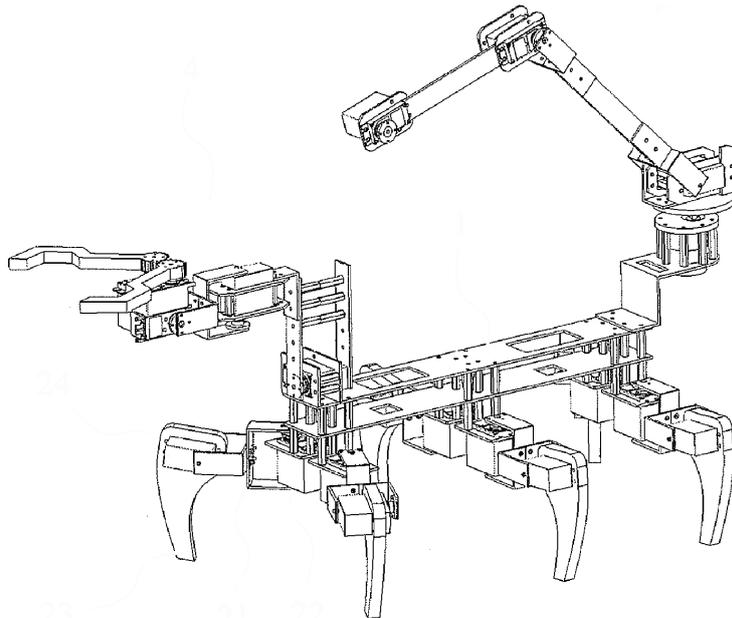


Figura 1.18. Robot hexápodo de Chih-Hsiung Yang [27].

1.1.7. Mecanismos reconfigurables

Los mecanismos reconfigurables son mecanismos simples que al dotarlos con más grados de libertad tiene la capacidad de cambiar su configuración modificando alguna de sus características, lo que les permite adaptarse para realizar diferentes tareas. La reconfiguración del mecanismo se puede generar al modificar articulaciones, número de eslabones o longitud de los eslabones y su orientación, lo que le brinda la capacidad de describir diferentes trayectorias para adaptarse a nuevas aplicaciones. Estas modificaciones incrementan la complejidad del mecanismo. La configuración del mecanismo se da en función de las necesidades y esto puede implicar cambios en los GDL empleados, cambios de posición, velocidades y aceleraciones lo que conlleva a calcular nuevos modelos cinemáticos y cinéticos que difieren del mecanismo original.

Un ejemplo lo podemos observar en la Figura 1.19 donde se presenta un robot que emplea mecanismos reconfigurables. Este robot es utilizado para exploración planetaria, el sistema robótico primero es almacenado en forma compacta en un conjunto de piezas para el transporte, después las piezas se ensamblan en un brazo manipulador de gran escala y se utilizan para descargar el vehículo de transporte; más tarde, el mismo sistema se reconfigura para formar una máquina caminante hexápoda. Finalmente, la máquina se posiciona en el sitio adecuado y despliega un sistema de instrumentación con antena y este puede ser nuevamente dirigido si se necesita mediante los mismos mecanismos [28].

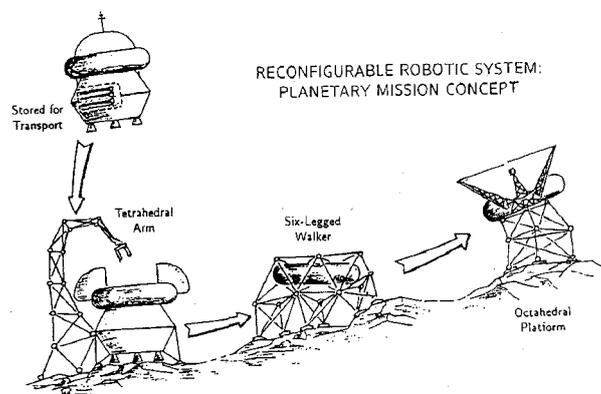


Figura 1.19. Escenario de misión planetaria con robot reconfigurable [28].

1.1.7.1. Mecanismos espaciales reconfigurables

Los mecanismos reconfigurables pueden ser espaciales o planares, ejemplos de proyectos de mecanismos espaciales los podemos ver a continuación.

En [28] se describe un sistema modular reconfigurable llamado TETROBOT que emplea mecanismos robóticos paralelos. El TETROBOT es una estructura robótica accionada que se puede volver a montar en muchas configuraciones diferentes. Las aplicaciones de este sistema son: espaciales, de submarino, en minería y la construcción.

Este sistema tiene varias configuraciones de las que podemos destacar las siguientes. La configuración de octaedro doble se ilustra en la Figura 1.20a, el TETROBOT octaédrico doble es construido a partir de 9 articulaciones CMS (concéntrico multi enlace esférico, por sus siglas en inglés) y 21 vínculos, de los cuales 12 son actuados. Mientras que en la Figura 1.20b se muestra el brazo tetraédrico, aquí el sistema está compuesto por cuatro módulos tetraédricos conectados en serie para formar un brazo manipulador, todos los nodos en el brazo fueron actuados, excepto los tres nodos de la base. Finalmente en la Figura 1.20c se observa el robot hexápodo.

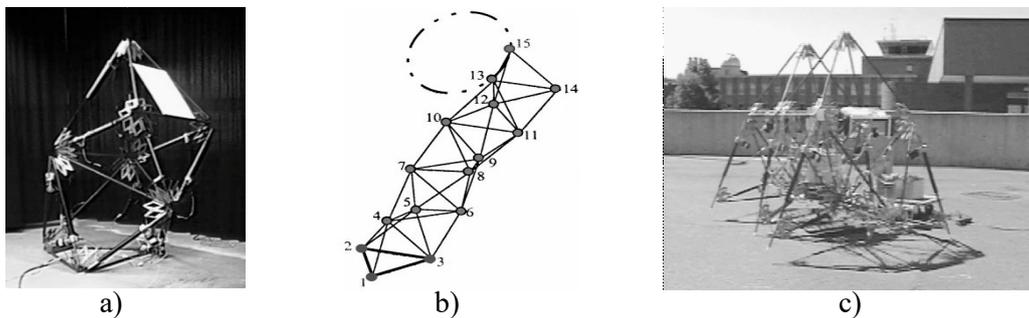


Figura 1.20. TETROBOT: a) Configuración Octaedro Doble, b) Configuración Manipulador Tetraedro, c) Configuración Hexápodo [28].

En [29] se describe el diseño cinemático de un robot paralelo reconfigurable modular. Utilizan dos tipos de módulos de robot, de unión de dimensión fija y de enlace de dimensión variable. Presentan dos configuraciones de robot paralelo reconfigurable de tres patas, de las 13 estructuras de piernas únicas factibles para el robot paralelo (2-2-2) con estructura simétrica. La cinemática directa utiliza encoders angulares en los módulos de juntas pasivas para calcular los desplazamientos de la plataforma móvil. En la Figura 1.21 se observan dos distintas configuraciones de 6 GDL de tres patas.

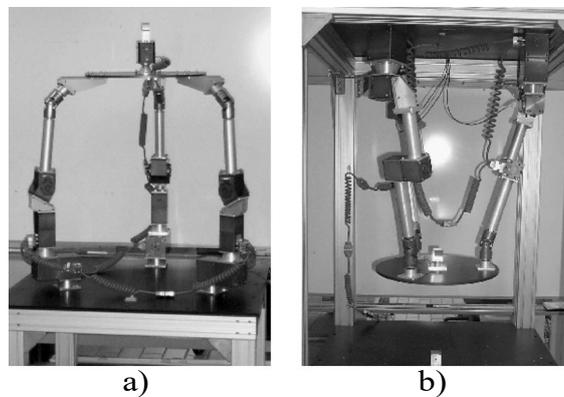


Figura 1.21. Dos ensambles modulares de tres patas del robot paralelo reconfigurable [29].

En [30] se presenta la idea de construir mecanismos reconfigurables integrando vínculos metamórficos como subcadenas. Se consideran los eslabonamientos planos de cinco barras que tienen tres fases resultantes del bloqueo de motores. Una clase de mecanismos paralelos reconfigurables se construyen conectando una plataforma móvil y una base con tres cadenas cinemáticas reconfigurables. Estos mecanismos paralelos reconfigurables son capaces de transformar su movilidad

desde 6 hasta 3 GDL.

Hay sistemas robóticos reconfigurables que son propuestos desde el análisis y síntesis de las juntas, un ejemplo se observa en la referencia [31], el cual presenta por primera vez una junta de revoluta variable (vR) y un grupo de mecanismos reconfigurables y poliédricos regulares convexos desplegados. La junta consiste en un conector reconfigurable que está unido rígidamente al enlace i y contiene una ranura para acomodar una junta revoluta de eje variable. La Figura 1.22a ilustra un tipo de junta vR con la junta giratoria incrustada dentro de la ranura, y la Figura 1.22b muestra su variante en la que la junta giratoria se coloca fuera de la ranura. Además, la Figura 1.22c proporciona el diagrama topológico de la articulación vR.

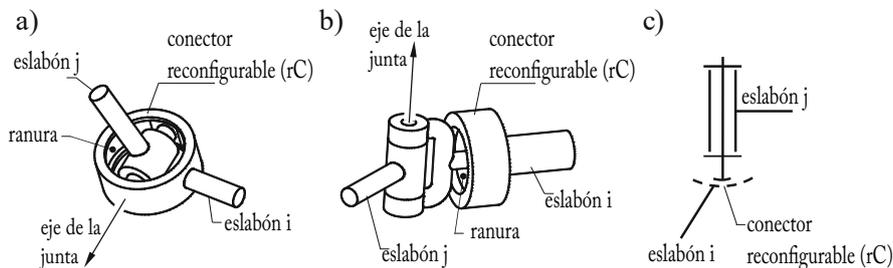


Figura 1.22. Junta de revoluta variable (vR) [31].

Conectando dos eslabones con este tipo de articulación en lugar de una junta revoluta común, se tienen diferentes configuraciones para un mismo mecanismo que le da diferentes propiedades y funciones con lo que se puede construir mecanismos platónicos reconfigurables y desplegados como se ilustra en la Figura 1.23 de la página siguiente. Todos los mecanismos platónicos reconfigurables pueden transformarse por sí mismos sin desmontar de un tipo de mecanismo tipo Fulleroid (ver columna izquierda en la Figura 1.23) a un tipo de mecanismo transformador de estrella (ver columna derecha en la Figura 1.23) o viceversa.

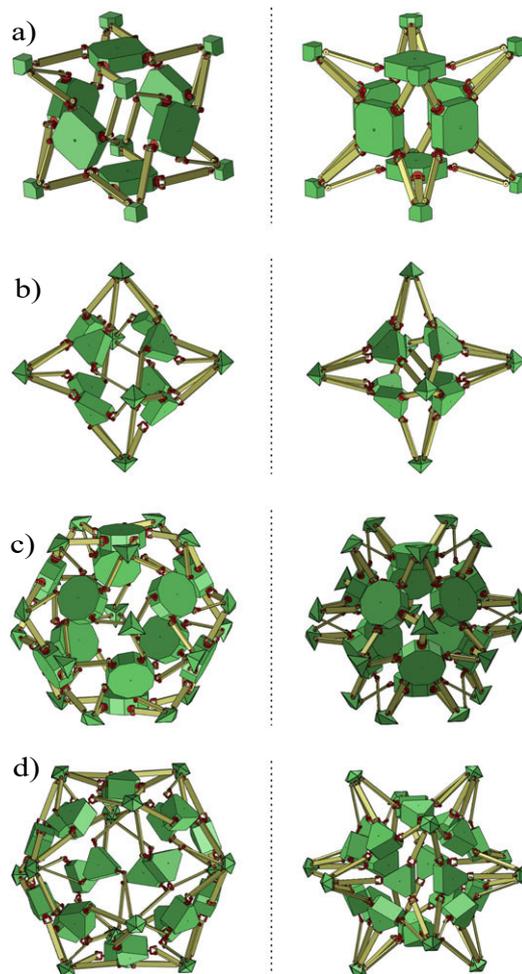


Figura 1.23. Mecanismos reconfigurables platónicos desplegados: a) Hexaédrico y sus dos tipos, b) Octaédrico y sus dos tipos, c) Dodecaédrico y sus dos tipos, d) Icosaédrico y sus dos tipos [31].

1.1.7.2. Mecanismos planos reconfigurables

Dentro del campo de los mecanismos planos reconfigurables tenemos otros proyectos, tal es el caso de [32] donde presentan el diseño de un manipulador paralelo plano reconfigurable (RPPM, por sus siglas en inglés), este manipulador está diseñado para trabajar de banco de pruebas para teorías sobre la actuación redundante de manipuladores paralelos y puede reconfigurarse en tres tipos diferentes de mecanismo articulado revolutivo: un mecanismo de 2 derivaciones, 2 GDL y 5 barras; un mecanismo de 2 derivaciones, 3 GDL y 6 barras; y un mecanismo de 3 derivaciones, 3 GDL y 8 barras.

En términos generales para la reconfiguración de este mecanismo en sus diferentes configuraciones es necesario retirar y colocar los pernos de sujeción de los sensores de fuerza y algunos cables según sea el caso.

Otro ejemplo se expone en [33] donde se presenta un robot paralelo que es capaz de autoconfigurarse a otros robots paralelos planos. Sus extremidades son cadenas cinemáticas abiertas 2R cuyas segundas articulaciones no están activadas. La reconfiguración se realiza mediante el acoplamiento y desacoplamiento de la(s) plataforma(s) y extremidades, lo que permite al robot paralelo cambiar espacios de trabajo e intercambiar herramientas. Las singularidades permiten que dicho robot se autoconfigure sin actuadores adicionales en su mecanismo de acoplamiento. El robot paralelo propuesto puede cambiar los espacios de trabajo y además, es útil para intercambiar herramientas.

En [34] se propone un robot plano paralelo reconfigurable mediante el acoplamiento de dos cadenas cinemáticas abiertas 2R, cuyas primeras uniones son pasivas. El mecanismo puede reconfigurarse a un 5R de cadena cinemática cerrada que tiene el mismo número de actuadores que sus GDL. También pueden reconfigurarse a una cadena cinemática cerrada de 4R más un vínculo accionado. El robot paralelo sólo tiene dos actuadores, pero puede tener múltiples funciones mediante reconfiguraciones.

Respecto a mecanismos planos utilizados para máquinas caminantes, tenemos el proyecto presentado por [17], el cual es la síntesis óptima de un mecanismo para la marcha bípeda y propone un mecanismo de ocho eslabonamientos con un grado de libertad como extremidad bípeda en el que se analiza su comportamiento en el seguimiento de una trayectoria similar a la marcha.

Dentro de las patentes de mecanismos reconfigurables tenemos como ejemplo las alas reconfigurables [35] inventadas por Rudy A. Eisentraut, Terry M. Sanderson y Brian J. Gowler. El ala puede ser reconfigurada desde un mecanismo compacto a uno extendido. El mecanismo reconfigurable puede emplearse para vuelos desde baja velocidad hasta alta velocidad dependiendo de la configuración.

La Figura 1.24a es una vista oblicua de un vehículo aéreo con alas reconfigurables acopladas al fuselaje en una configuración compacta, mientras que la Figura 1.24b es una vista oblicua del vehículo aéreo con las alas reconfigurables en una configuración expandida. La Figura 1.24c es una vista oblicua en corte de un ala reconfigurables en una configuración compacta, así mismo las Figuras 1.24d y 1.24e muestran la transición de las configuraciones, mientras que en la Figura 1.24f finalmente se muestra el ala en configuración expandida.

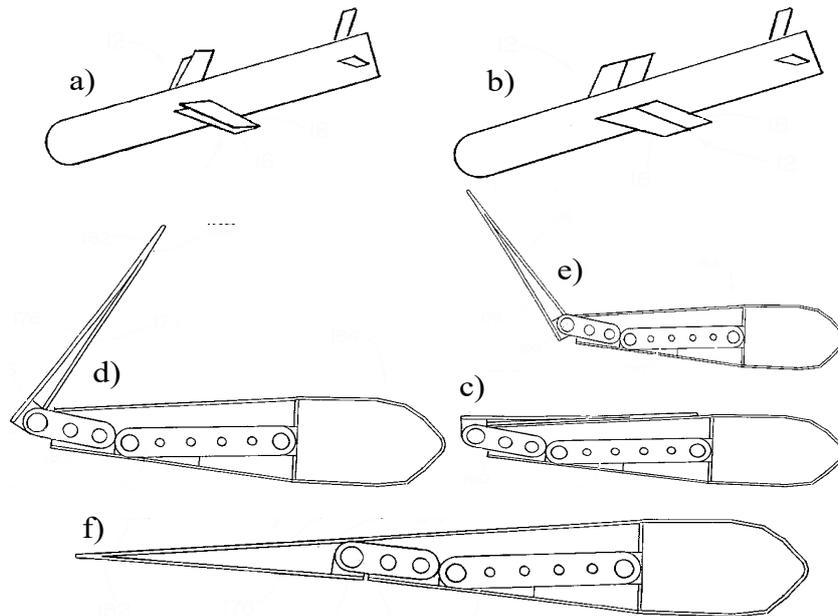


Figura 1.24. Ala reconfigurable: a) Vehículo aéreo con alas reconfigurables acopladas en configuración compacta, b) Vehículo aéreo con alas reconfigurables en configuración expandida, c) Ala en configuración compacta, d)-e) Ala en transición de configuraciones, f) Ala en configuración expandida [35].

Un trabajo interesante es el desarrollo de un exoesqueleto para rehabilitación [36], en este proyecto se diseñó un nuevo exoesqueleto bípedo no antropomórfico, cuyas piernas se basan en un mecanismo de ocho barras articuladas. La función principal de este exoesqueleto es ayudar a las personas que tienen dificultad para caminar. Cada pierna se basa en el mecanismo Peaucellier-Lipkin (P-L), éste utiliza un eslabonamiento de un grado de libertad. Para lograr los movimientos deseados, los autores proponen la modificación de las longitudes de algunos elementos del mecanismo original con la ayuda de actuadores tal como se observa en la Figura 1.25.

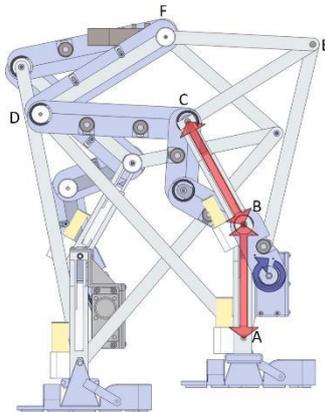


Figura 1.25. Piernas de exoesqueleto con actuadores entre los puntos AB y BC [36].

En [37] se propone una unidad de propulsión para robots caminantes, este trabajo está basado en el mecanismo P-L el cual también es modificado para adaptarse a las necesidades de las máquinas caminantes. La unidad de propulsión puede adaptar su estructura cinemática y alcanzar centros de rotación instantáneos. Sin embargo, en dicho estudio no hay un análisis dinámico a fondo para conocer el comportamiento del mecanismo, lo cual podría ayudar a la elección de actuadores más adecuados además de otros datos de interés.

1.1.7.3. Aplicaciones del mecanismo Peaucellier-Lipkin

Este trabajo estudia un mecanismo reconfigurable basado en el mecanismo Peaucellier-Lipkin (P-L), por esta razón se presentan algunas patentes que utilizan este mecanismo para ver su aplicación a nivel comercial.

El dispositivo titulado disco de desplazamiento masivo vertical inventado por Peter John Carter y John Feenan [38]. Es un dispositivo con un brazo vertical el cual tiene una cámara ubicada en el extremo del brazo, esta cámara tiene un método para variar una masa desplazada de la cámara cuando se sumerge en un primer fluido, en donde entra un segundo fluido y sale de la cámara a intervalos definidos para cambiar la masa desplazada de esta cámara, generando un movimiento vertical conectado a una palanca, que traduce dicho movimiento en torque para girar un mango alrededor de un eje con lo que produce energía renovable de manera más económica y eficiente que las turbinas y las celdas solares ya que solo utiliza la fuerza de gravedad para la producción de energía.

Debido a que el recorrido del cilindro del impulsor de desplazamiento de masa vertical permanece vertical tanto en las fases de descenso como en el de ascenso es utilizado un mecanismo P-L por su movimiento meramente lineal.

Otra aplicación del mecanismo P-L la podemos observar en la patente: “dis-

positivo láser” [39] inventada por Jill R. Scott y Paul L. Tremblay. Este trabajo incluye una posición de objetivo, un componente óptico separado una distancia J desde la posición objetivo y una fuente de energía láser separada una distancia H del componente óptico, donde la distancia H es mucho más grande que la distancia J como se puede observar en la Figura 1.26, el mecanismo de manipulación es un eslabonamiento Peaucellier que puede auto alinear el objetivo láser. Este dispositivo puede ser utilizado en laboratorios de física y óptica.

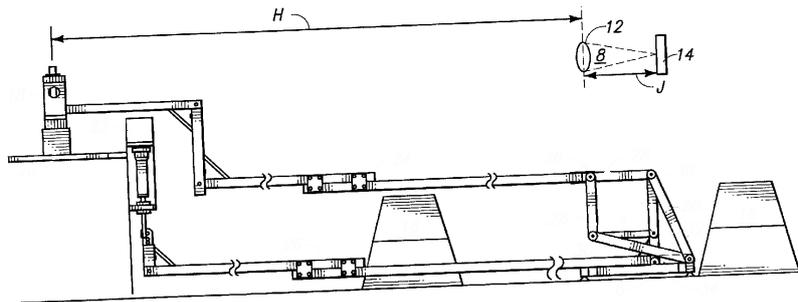


Figura 1.26. Dispositivo láser con eslabonamiento Peaucellier [39].

Respecto a máquinas caminantes que utilizan mecanismos P-L tenemos el aparato caminante [40] inventado por Nikolay Shkolnik el cual es un dispositivo que emplea mecanismos para conducir el vehículo sobre sí mismo utilizando skis. Este dispositivo utiliza dos motores eléctricos, uno por cada sistema de propulsión y están sincronizados, los skis que sirven para dar soporte a la máquina además de proporcionar el movimiento, sin embargo el dispositivo sólo permite el desplazamiento en línea recta, dicha máquina se puede observar en la Figura 1.27.

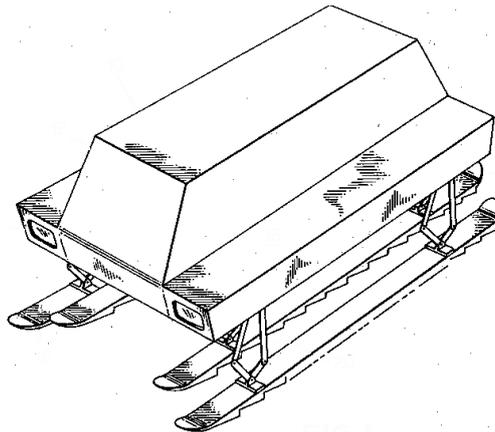


Figura 1.27. Vehículo caminante con esquís [40].

Otra aplicación del mecanismo P-L la podemos ver en el mecanismo de apoyo para receptores térmicos en sistemas solares inventado por Rahmi Oguz Ca-

pan [41], el cual es un sistema que comprende al menos una superficie reflectora que dirige los haces del sol al eje focal. Básicamente, esta invención se refiere a sistemas solares de producción de energía concentrando rayos de luz solar en un foco. Mediante el uso de tubos en forma de intercambiadores de calor se hace pasar un fluido para calentarlo. El dispositivo contiene los siguientes elementos: superficie reflectora, receptor térmico, barra de soporte, elementos de conexión, mecanismos de eslabonamientos y estructura.

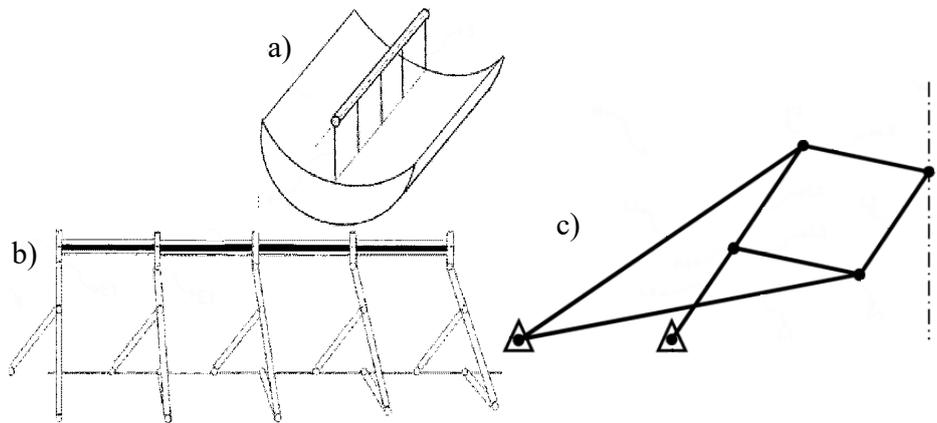


Figura 1.28. Receptor Térmico solar: a) Superficie del reflector, b) Mecanismo de soporte, c) Configuración P-L [41].

Como se puede observar en la Figura 1.28a la superficie del reflector tiene una geometría parabólica, mientras que la Figura 1.28b es una vista lateral del mecanismo de soporte de la invención y del receptor térmico, que está conectado a él. Este mecanismo puede usarse en diferentes configuraciones, una de las cuales es el P-L de la Figura 1.28c.

Por último tenemos otro ejemplo de invención dedicada a la rehabilitación utilizando mecanismos P-L, el dispositivo en cuestión es un sistema de rehabilitación portátil de grado múltiple de libertad [42], de la Northeastern University inventado por Patrick Joseph Murphy, et. al. Se trata de un sistema de rehabilitación neurológica que ejerce simultáneamente la pronación y la supinación de la muñeca (rotación) y la flexión y extensión de los dedos (agarrar y soltar) para la rehabilitación y monitorización de pacientes con déficit de control motor debido a una enfermedad neurológica.

La Figura 1.29a es un modelo CAD del sistema de rehabilitación manual; el sistema de accionamiento puede ser por transmisión de engranaje recto, por motor de bobina lineal, por un engranaje cónico, por un resorte torsional o por un eslabonamiento P-L; La Figura 1.29b es una ilustración esquemática de una realización de un sistema de accionamiento lineal que incluye un mecanismo P-L.

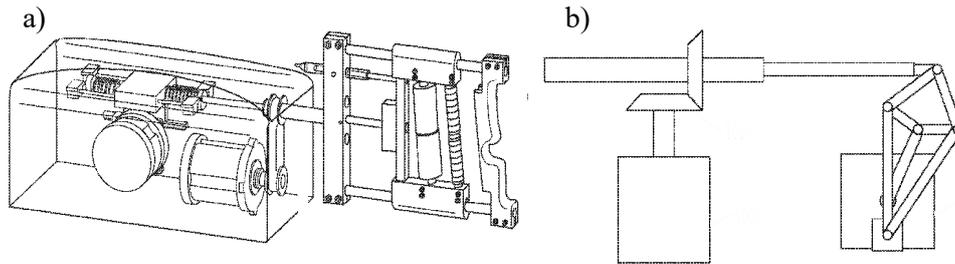


Figura 1.29. Sistema de rehabilitación neurológica: a) Sistema de rehabilitación manual, b) Sistema de accionamiento lineal con mecanismo Peaucellier [42].

1.2. Definición del problema

Este proyecto tiene como objetivo ampliar el estudio de un mecanismo reconfigurable, empleado como una unidad de propulsión para máquinas caminantes, al desarrollar un análisis que permita conocer las fuerzas dinámicas y torques necesarios para una correcta reconfiguración.

Tomando en consideración para el desarrollo de la investigación las siguientes restricciones:

1. Las trayectorias descritas por el mecanismo reconfigurable son rectas y curvas.
2. El movimiento de los eslabones que integran el mecanismo se genera en planos paralelos, por lo que se considerará como un mecanismo plano.
3. Las dimensiones de los eslabones son críticas ya que tienen que cumplir con las proporciones adecuadas para que realice la trayectoria deseada.
4. Existen diferentes configuraciones para el funcionamiento del mecanismo.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Desarrollar el análisis dinámico de una unidad de propulsión reconfigurable para máquinas caminantes basada en el mecanismo plano Peaucellier-Lipkin (P-L).

1.3.2. Objetivos específicos

1. Llevar a cabo una investigación sobre sistemas robotizados caminantes y mecanismos reconfigurables.
2. Realizar el análisis cinemático del mecanismo.
3. Realizar el análisis dinámico del mecanismo.
4. Implementar las ecuaciones surgidas del análisis en un software especializado y simular el comportamiento del mecanismo.
5. Calcular las fuerzas y torques necesarios para operar y reconfigurar el mecanismo.
6. Validar los resultados.

1.4. Justificación

En la robótica móvil se emplean comúnmente mecanismos planos como unidades de propulsión de máquinas caminantes, en las cuales el modelo dinámico nos permite obtener información valiosa para su accionamiento. El modelo será utilizado como una herramienta para evaluar y mejorar el consumo energético contribuyendo al área de la robótica desarrollando el modelo dinámico que incluya a todos los actuadores del mecanismo de propulsión reconfigurable.

Capítulo 2

Análisis Cinemático

2.1. Introducción

Hablando en términos de mecánica, la cinemática se caracteriza por especificar en cualquier instante, la posición, velocidad y aceleración de un cuerpo [43] sin importar las fuerzas que lo causan ni las que se generan a consecuencia del mismo. Frecuentemente se refiere a ella como la “geometría del movimiento” [13]. También se puede definir como: el análisis de los movimientos de las piezas de las máquinas [3].

Un objetivo de la cinemática es diseñar los movimientos deseados de las partes mecánicas y calcular las posiciones, velocidades y aceleraciones generados por los movimientos [2].

El presente capítulo comienza con una breve descripción de la cinemática, posteriormente se describe al mecanismo de línea recta Peaucellier-Lipkin (P-L). Más tarde se hace una modificación del mecanismo P-L y se describe detalladamente el nuevo mecanismo, también se presentan las restricciones geométricas del nuevo mecanismo y después se calcula su movilidad, más adelante se desarrolla la cinemática directa que permite obtener las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares del mecanismo modificado.

2.2. Mecanismo Peaucellier-Lipkin (P-L)

El mecanismo Peaucellier-Lipkin (P-L) es un mecanismo plano de línea recta exacta, lo que quiere decir que produce un movimiento lineal sin interrupciones o fluctuaciones a diferencia de otros mecanismos.

Peaucellier fue un capitán de la armada francesa e ingeniero militar que en 1864 descubrió un mecanismo de línea recta exacta de ocho barras y seis juntas rotacionales [2], algunos años después, el ruso L. Lipkin inventó por su propia

cuenta el mismo mecanismo, por este motivo este mecanismo se conoce como mecanismo de Peaucellier-Lipkin (P-L) [44], el cual se puede observar en la Figura 2.1. Los eslabones L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} y L_{EF} forman un rombo de tamaño conveniente para la cinemática del propio mecanismo. Los eslabones L_{AD} y L_{AE} son iguales. Cuando AB es exactamente igual a BC , el punto F genera un arco de radio infinito, es decir, una línea recta exacta. Si se mueve el nodo B a la izquierda o la derecha de la posición mostrada y se cambia sólo la longitud del eslabón AB , este mecanismo generará arcos de círculo con radios mucho mayores a las longitudes de los eslabones [2].

Esta propiedad es explorada en [36] y [37] para la síntesis de sus respectivos mecanismos y es pieza fundamental para nuestro análisis debido a que se trabajará con ella en las siguientes secciones.

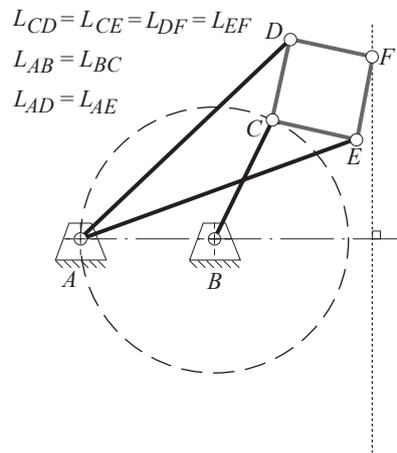


Figura 2.1. Mecanismo de línea recta exacta Peaucellier-Lipkin (P-L) [2].

2.2.1. Descripción del Mecanismo P-L

El mecanismo P-L es un mecanismo simétrico, sin embargo necesita solo 1 GDL para poder producir el movimiento de línea recta deseado, lo cual se observa en la Figura 2.1.

Las longitudes de los eslabones AB , BC , CD , CE , DF , EF , AD y AE son fijas, esto quiere decir que no varían con respecto al tiempo y siempre permanecen constantes.

Los nodos A y B están anclados al eslabón fijo.

Las longitudes de los eslabones deben cumplir las relaciones: $L_{AB} = L_{BC}$, $L_{AD} = L_{AE}$ y $L_{CD} = L_{CE} = L_{DF} = L_{EF}$ como se observa en la Figura 2.1.

2.3. Modificación del Mecanismo P-L

Desde un punto de vista práctico para poder producir un movimiento de propulsión para una máquina caminante una línea recta no es suficiente, es necesario utilizar además de este, movimientos circulares, para ser más precisos, movimientos cóncavos y convexos, lo que nos lleva a tener que reconfigurar el mecanismo P-L, para esto modificaremos las longitudes de los eslabones AB y BC a nuestra conveniencia, lo cual se explicará a continuación.

2.3.1. Descripción del Mecanismo Peaucellier-Lipkin Modificado (P-L Mod)

El mecanismo P-L, como se había mencionado anteriormente, solo describe trayectorias rectas, para describir movimientos circulares añadiremos dos nuevas articulaciones: los eslabones AB y BC tienen que modificar su longitud con respecto al tiempo para reconfigurar al mecanismo, lo que permite que el nodo F pueda describir trayectorias circulares, estos movimientos permitirán a la UPR describir las trayectorias necesarias para que una máquina caminante pueda desplazarse correctamente en el espacio. Esto significa que los eslabones serán articulaciones prismáticas que podrán expandirse y contraerse según se desee, con esto el mecanismo plano se dota de los eslabones AB_1 (estator de la articulación prismática AB , desde la articulación rotacional A hasta L_1), AB_2 (vástago de la articulación prismática AB , desde L_1 hasta la articulación rotacional B), BC_1 (estator de la articulación prismática BC , desde la articulación rotacional B hasta L_2) y BC_2 (vástago de la articulación prismática BC , desde L_2 hasta la articulación rotacional C), también se agrega la articulación rotacional A para mover todo el mecanismo sin necesidad de modificar las otras articulaciones lo que permite la reconfiguración del mecanismo, además la articulación rotacional B no está anclada al chasis sino que también se mueve en el plano, esto crea el mecanismo plano Peaucellier-Lipkin Modificado (P-L Mod) de la Figura 2.2.

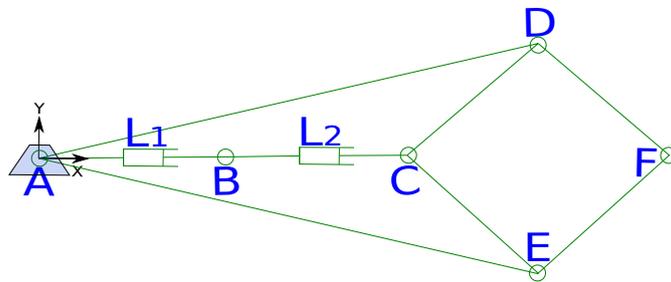


Figura 2.2. Mecanismo Modificado Peaucellier-Lipkin (P-L Mod).

2.3. MODIFICACIÓN DEL MECANISMO P-L



El P-L Mod es un mecanismo reconfigurable simétrico que permite crear curvas cóncavas, convexas y líneas rectas de acuerdo a la configuración de sus entradas, dichas entradas son: los movimientos angulares en A y B (actuadores rotativos) y los desplazamientos lineales para expandir y contraer los eslabones (articulaciones prismáticas) AB_2 y BC_2 , las longitudes de los eslabones del mecanismo P-L Mod son: $L_{AB_1} = L_{BC_1}$, $L_{AD} = L_{AE}$ y $L_{CD} = L_{CE} = L_{DF} = L_{EF}$, mientras que las longitudes L_{AB_2} y L_{BC_2} no son necesariamente iguales debido a que dependen de la configuración.

Las longitudes de los eslabones del mecanismo P-L Mod se describen en la Tabla 2.1:

Tabla 2.1. Longitudes de los eslabones del mecanismo P-L Mod.

Longitud	Descripción
L_{AB_1}	Longitud del eslabón del nodo A al nodo L_1 (parte fija de la articulación prismática AB , estator).
L_{AB_2}	Longitud del eslabón del nodo L_1 al nodo B (parte móvil de la articulación prismática AB , vástago).
L_{BC_1}	Longitud del eslabón del nodo B al nodo L_2 (parte fija de la articulación prismática BC , estator).
L_{BC_2}	Longitud del eslabón del nodo L_2 al nodo C (parte móvil de la articulación prismática BC , vástago).
L_{AB}	Longitud del eslabón del nodo A al nodo B (articulación prismática AB).
L_{BC}	Longitud del eslabón del nodo B al nodo C (articulación prismática BC).
L_{CD}	Longitud del eslabón del nodo C al nodo D .
L_{CE}	Longitud del eslabón del nodo C al nodo E .
L_{AD}	Longitud del eslabón del nodo A al nodo D .
L_{AE}	Longitud del eslabón del nodo A al nodo E .
L_{DF}	Longitud del eslabón del nodo D al nodo F .
L_{EF}	Longitud del eslabón del nodo E al nodo F .

2.3.2. Restricciones Geométricas

Las restricciones para describir el correcto movimiento del mecanismo sin que se dañe o atasque y no pierda movilidad se muestran en la Tabla 2.2:

Tabla 2.2. Restricciones Geométricas del mecanismo P-L Mod.

Desigualdad	Descripción
$L_{AD} > L_{AB} + L_{BC}$	En caso contrario los eslabones AB y BC provocan que el eslabón CD se atasque.
$L_{AD} < L_{AB} + L_{BC} + L_{CD}$	La longitud L_{AD} tiene que ser menor a esta suma ya que de lo contrario, si fuese mayor establece una posición de singularidad.
$L_{AD} > \sqrt{L_{AC}^2 + L_{CD}^2}$	En caso de que no se cumpla con esta restricción los eslabones CD y CE chocan con los eslabones DF y EF provocando que las articulaciones C y F estén colocadas una sobre la otra y se atasque el mecanismo estableciendo con ello una posición de singularidad.
$L_{AF} < L_{AD} + L_{DF}$	La longitud L_{AF} (formada desde el nodo A hasta el nodo F) tiene que ser menor a las longitudes L_{AD} y L_{DF} de lo contrario, establece una posición de singularidad.

2.3.3. Movilidad del Mecanismo P-L Mod

La movilidad de un mecanismo conocida como M es el número de grados de libertad (GDL) que posee. El número de GDL del sistema es igual al número de parámetros independientes que se requieren para definir su posición en el espacio en cualquier instante de tiempo [2].

La ecuación (2.1) obtenida de [2] es conocida como la ecuación de Kutzbach-Grübler, la cual se emplea para obtener los grados de libertad de mecanismos planos.

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2 \quad (2.1)$$

Donde:

- M : grados de libertad o movilidad.
- L : número de eslabones.
- J_1 : número de juntas de 1 GDL.
- J_2 : número de juntas de 2 GDL.

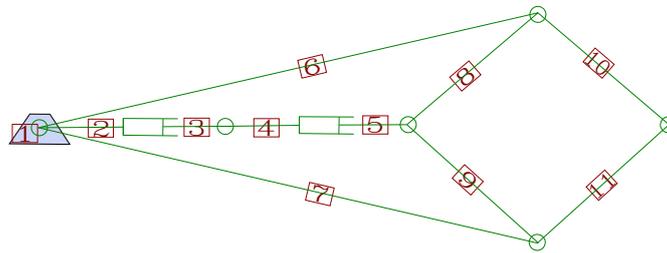


Figura 2.3. Eslabones del mecanismo modificado Peaucellier-Lipkin.

En la Figura 2.3 se puede observar el número de eslabones que van desde el eslabón fijo número 1 hasta el eslabón EF que es el eslabón número 11, mientras que sabemos con respecto a la Figura 2.2 la ubicación de los pares prismáticos los cuales se encuentran uno en el eslabón AB_2 y uno en BC_2 , la ubicación de los pares revoluta los cuales se encuentran: tres en el nodo A , uno en el nodo B , dos en el nodo C , dos en el nodo D , dos en el nodo E y uno en el nodo F .

Resumiendo tenemos que para el mecanismo P-L Mod de la Figura 2.3 se tiene: $L = 11$; $J_1 = 13$; $J_2 = 0$, evaluado esta información en (2.1) se obtiene:

$$M = 3(11 - 1) - 2(13) - 0 = 4$$

Lo que da un total de 4 GDL.

2.3.4. Descripción de los ángulos del mecanismo P-L Mod

La Figura 2.4 y la Figura 2.5 muestran las longitudes y ángulos principales para la configuración del mecanismo P-L Mod respectivamente.

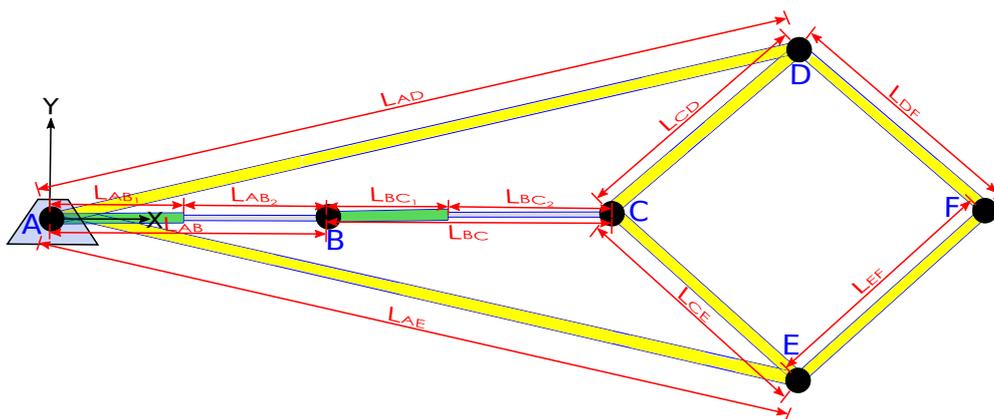


Figura 2.4. Descripción de las longitudes del mecanismo Modificado Peaucellier-Lipkin (P-L Mod) en posición simétrica.

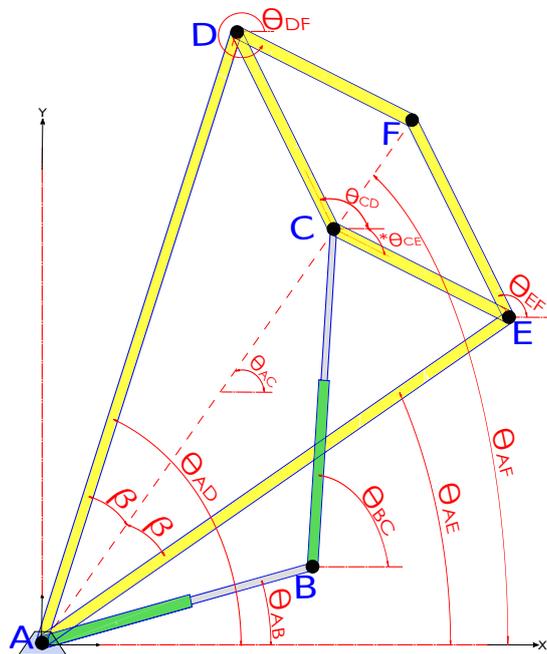


Figura 2.5. Descripción de los ángulos del mecanismo Modificado Peaucellier-Lipkin (P-L Mod) en configuración arbitraria.

Se considera que la longitud de la parte fija de la articulación prismática AB es igual a la longitud de la parte fija de la articulación prismática BC , lo que se observa en la ecuación (2.2).

$$L_{AB_1} = L_{BC_1} \quad (2.2)$$

Las longitudes de los eslabones AB y BC es la suma de las longitudes de la parte fija y móvil de la articulación prismática que conforman a cada eslabón, se obtienen de las ecuaciones (2.3) y (2.4) respectivamente.

$$L_{AB} = L_{AB_1} + L_{AB_2} \quad (2.3)$$

$$L_{BC} = L_{AB_1} + L_{BC_2} \quad (2.4)$$

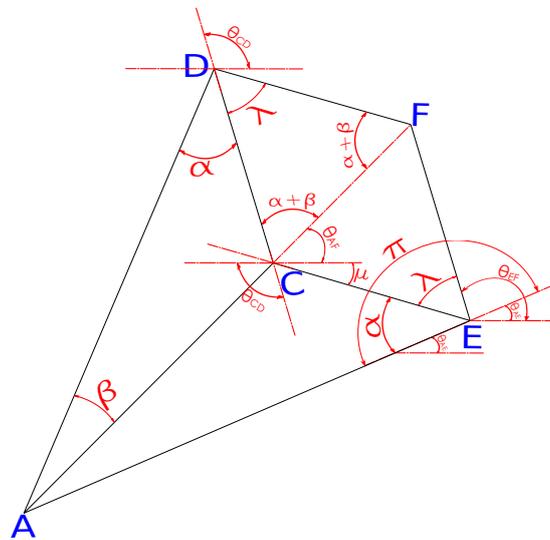


Figura 2.6. Geometría formada que incluye los nodos A, C, D, E, F y sus ángulos.

Los ángulos empleados para describir la relación entre los eslabones del mecanismo de la Figura 2.5 y de la Figura 2.6 se describen en la Tabla 2.3:

Tabla 2.3. Ángulos del mecanismo P-L Mod.

Ángulo	Descripción
θ_{AB}	Ángulo que permite articular rotacionalmente (movimiento angular) al eslabón AB respecto al eslabón fijo.
θ_{BC}	Ángulo que permite articular rotacionalmente (movimiento angular) al eslabón BC respecto al eslabón fijo.
θ_{AD}	Ángulo formado entre el eslabón AD y el eslabón fijo.
θ_{AE}	Ángulo formado entre el eslabón AE y el eslabón fijo.
θ_{DF}	Ángulo formado entre el eslabón DF y el eslabón fijo.
θ_{EF}	Ángulo formado entre el eslabón EF y el eslabón fijo.
θ_{CD}	Ángulo formado entre el eslabón CD y el eslabón fijo.
θ_{CE}	Ángulo formado entre el eslabón CE y el eslabón fijo.
θ_{AC}	Ángulo formado por la posición del nodo C y el eslabón fijo.
θ_{AF}	Ángulo formado por la posición del nodo F y el eslabón fijo.
β	Mitad del ángulo formado entre el eslabón AD y el eslabón AE .
α	Ángulo formado entre el eslabón AD y el eslabón CD .
λ	Ángulo formado entre el eslabón CD y el eslabón DF .
μ	Ángulo formado entre el eslabón CE y el eslabón fijo.
π	Ángulo con valor de π Radianes.

2.3. MODIFICACIÓN DEL MECANISMO P-L



A continuación se describen las longitudes y los ángulos empleados en la cinemática directa, partimos de que las variables de entrada θ_{AB} , θ_{BC} , L_{AB} y L_{BC} son conocidas.

Las ecuaciones de cinemática para los nodos A a C son las ecuaciones (2.5) a (2.9) respectivamente.

$$\begin{aligned} x_A &= 0 \\ y_A &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} x_{L_1} &= L_{AB_1} \cos \theta_{AB} \\ y_{L_1} &= L_{AB_1} \sin \theta_{AB} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} x_B &= x_{L_1} + L_{AB_2} \cos \theta_{AB} \\ y_B &= y_{L_1} + L_{AB_2} \sin \theta_{AB} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} x_{L_2} &= x_B + L_{BC_1} \cos \theta_{BC} \\ y_{L_2} &= y_B + L_{BC_1} \sin \theta_{BC} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} x_C &= x_{L_2} + L_{BC_2} \cos \theta_{BC} \\ y_C &= y_{L_2} + L_{BC_2} \sin \theta_{BC} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Para calcular la longitud L_{AC} , utilizamos las coordenadas del nodo C , las cuales son la proyección de la longitud L_{AC} sobre el eje x y la proyección sobre el eje y , con lo que tenemos (2.10):

$$L_{AC} = \sqrt{x_C^2 + y_C^2} \quad (2.10)$$

La ecuación (2.10) es un resultado importante que tenemos que tener en cuenta debido a que este resultado será utilizado en varios cálculos posteriores.

De la Figura 2.5 podemos observar que el ángulo $\theta_{AC} = \theta_{AF}$, lo cual podemos calcular mediante

$$\theta_{AC} = \text{Atan2}(y_C, x_C) \quad (2.11)$$

Para calcular el ángulo β , de acuerdo a la geometría que se forma con los nodos A , C y D de la Figura 2.6 utilizando ley de cosenos, obtenemos (2.12).

$$\beta = \arccos \left[\frac{L_{AD}^2 + L_{AC}^2 - L_{CD}^2}{2L_{AD}L_{AC}} \right] \quad (2.12)$$

De la Figura 2.5 podemos obtener los ángulos θ_{AD} y θ_{AE} lo cual se observa en las ecuaciones (2.13) y (2.14) respectivamente.

$$\theta_{AD} = \theta_{AC} + \beta \quad (2.13)$$

$$\theta_{AE} = \theta_{AC} - \beta \quad (2.14)$$

Las ecuaciones de cinemática para los nodos D y E son las ecuaciones (2.15) y (2.16) respectivamente.

$$\begin{aligned} x_D &= L_{AD} \cos \theta_{AD} \\ y_D &= L_{AD} \sin \theta_{AD} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} x_E &= L_{AE} \cos \theta_{AE} \\ y_E &= L_{AE} \sin \theta_{AE} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Para calcular el ángulo α , de acuerdo a la geometría que se forma con los nodos A , C y D de la Figura 2.6 utilizando ley de cosenos, obtenemos (2.17).

$$\alpha = \arccos \left[\frac{L_{AD}^2 + L_{CD}^2 - L_{AC}^2}{2L_{AD}L_{CD}} \right] \quad (2.17)$$

Para calcular el ángulo λ , de acuerdo a la geometría que se forma con los nodos A , D y F de la Figura 2.6, obtenemos (2.18).

$$\lambda = \pi - 2(\alpha + \beta) \quad (2.18)$$

De acuerdo a la Figura 2.6 se obtienen los ángulos θ_{CD} , μ , θ_{CE} , θ_{DF} , θ_{EF} y la longitud L_{CF} en las ecuaciones (2.19) a (2.23) respectivamente.

$$\theta_{CD} = \alpha + \beta + \theta_{AC} \quad (2.19)$$

$$\mu = \alpha + \beta - |\theta_{AC}| \quad (2.20)$$

$$\theta_{CE} = 2\pi - \alpha - \beta + \theta_{AC} \quad (2.21)$$

$$\theta_{EF} = \pi - \alpha - \lambda + \theta_{AE} \quad (2.22)$$

$$L_{CF} = \sqrt{L_{CD}^2 + L_{DF}^2 - 2L_{CD}L_{DF} \cos \lambda} \quad (2.23)$$

$$\theta_{DF} = \theta_{CD} + \pi + \lambda \quad (2.24)$$

La ecuación que describe la cinemática del nodo F es la ecuación (2.25).

$$\begin{aligned} x_F &= x_D + L_{DF} \cos \theta_{DF} \\ y_F &= y_D + L_{DF} \sin \theta_{DF} \end{aligned} \quad (2.25)$$

La solución anterior es solo una de muchas, pero para el propósito de nuestro estudio, es suficiente con esta solución.

Otro método para obtener la cinemática directa es el método de cinemática directa por medio de Denavit-Hartenberg modificado, en el Apéndice A se obtienen los mismos resultados pero por medio de este método.

2.4. Velocidades y Aceleraciones angulares

Es necesario calcular las velocidades y aceleraciones angulares de los eslabones ya que estos datos se requieren para hacer el análisis dinámico.

Los datos de entrada son $\theta_{AB}(t)$, $\theta_{BC}(t)$, $L_{AB}(t)$ y $L_{BC}(t)$.

La velocidad angular es la derivada del desplazamiento angular con respecto del tiempo, a su vez, la aceleración angular es la derivada de la velocidad angular con respecto del tiempo.

Velocidad angular en el eslabón AB :

$$\dot{\theta}_{AB} = \frac{d(\theta_{AB})}{dt} \quad (2.26)$$

Aceleración angular en el eslabón AB :

$$\ddot{\theta}_{AB} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d(\theta_{AB})}{dt} \right] \quad (2.27)$$

Velocidad angular en el eslabón BC :

$$\dot{\theta}_{BC} = \frac{d(\theta_{BC})}{dt} \quad (2.28)$$

Aceleración angular en el eslabón BC :

$$\ddot{\theta}_{BC} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d(\theta_{BC})}{dt} \right] \quad (2.29)$$

Velocidad angular en el eslabón CD :

$$\dot{\theta}_{CD} = \frac{d(\theta_{CD})}{dt} = \frac{d(\alpha)}{dt} + \frac{d(\beta)}{dt} + \frac{d(\theta_{AC})}{dt} \quad (2.30)$$

Aceleración angular en el eslabón CD :

$$\ddot{\theta}_{CD} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d(\theta_{CD})}{dt} \right] \quad (2.31)$$

Velocidad angular en el eslabón CE :

$$\dot{\theta}_{CE} = \frac{d(\theta_{CE})}{dt} = \frac{d(\theta_{AC})}{dt} - \frac{d(\alpha)}{dt} - \frac{d(\beta)}{dt} \quad (2.32)$$

Aceleración angular en el eslabón CE :

$$\ddot{\theta}_{CE} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d(\theta_{CE})}{dt} \right] \quad (2.33)$$

Velocidad angular en el eslabón AD :

$$\dot{\theta}_{AD} = \frac{d(\theta_{AD})}{dt} = \frac{d(\theta_{AC})}{dt} + \frac{d(\beta)}{dt} \quad (2.34)$$

Aceleración angular en el eslabón AD :

$$\ddot{\theta}_{AD} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d(\theta_{AD})}{dt} \right] \quad (2.35)$$

Velocidad angular en el eslabón AE :

$$\dot{\theta}_{AE} = \frac{d(\theta_{AE})}{dt} = \frac{d(\theta_{AC})}{dt} - \frac{d(\beta)}{dt} \quad (2.36)$$

Aceleración angular en el eslabón AE :

$$\ddot{\theta}_{AE} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d(\theta_{AE})}{dt} \right] \quad (2.37)$$

Velocidad angular en el eslabón DF :

$$\dot{\theta}_{DF} = \frac{d(\theta_{DF})}{dt} = \frac{d(\theta_{CD})}{dt} + \frac{d(\pi)}{dt} + \frac{d(\lambda)}{dt} \quad (2.38)$$

Aceleración angular en el eslabón DF :

$$\ddot{\theta}_{DF} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d(\theta_{DF})}{dt} \right] \quad (2.39)$$

Velocidad angular en el eslabón EF :

$$\dot{\theta}_{EF} = \frac{d(\theta_{EF})}{dt} = \frac{d(\pi)}{dt} - \frac{d(\alpha)}{dt} - \frac{d(\lambda)}{dt} + \frac{d(\theta_{AE})}{dt} \quad (2.40)$$

Aceleración angular en el eslabón EF :

$$\ddot{\theta}_{EF} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d(\theta_{EF})}{dt} \right] \quad (2.41)$$

2.5. Conclusiones del Capítulo 2

La cinemática de este mecanismo por el hecho de ser plano y simétrico permite reducir el número y la complejidad de las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración, mediante esta se podrá obtener la información necesaria para realizar el análisis dinámico.

La cinemática nos ayuda a entender mejor el comportamiento de los movimientos del mecanismo, lo que ayuda a establecer las pautas para la reconfiguración.

Las ventajas de este mecanismo modificado es que se puede reconfigurar los parámetros de entrada para poder describir trayectorias curvas que con el mecanismo original no se podrían obtener.

Capítulo 3

Análisis Dinámico

3.1. Introducción

En este capítulo se realiza un estudio dinámico del mecanismo con el objetivo de obtener los torques y fuerzas requeridos para mover y reconfigurar el mecanismo.

La medida cuantitativa de la interacción mecánica entre los objetos físicos, en otras palabras, la fuerza, se caracteriza por el módulo (valor absoluto), la dirección, el sentido y el punto de aplicación [45].

Norton [2] establece: la cinética o análisis de fuerzas dinámicas es el problema de determinar las fuerzas presentes en mecanismos y maquinaria en movimiento. Una descripción un poco más elaborada la podemos encontrar en la literatura [46]: la dinámica es el modelado del movimiento en la naturaleza. Es el desarrollo de algunas definiciones y reglas para modelar el comportamiento de la naturaleza con un conjunto de ecuaciones matemáticas. La solución del conjunto de ecuaciones se usa para predecir el comportamiento del fenómeno, lo cual nos permite ajustar los parámetros de un dispositivo hecho por el hombre para lograr el comportamiento deseado.

Para el caso de los cuerpos rígidos la medición de la fuerza está estrechamente relacionada con la masa del cuerpo como medida de su inercia [47].

Se comienza describiendo la unidad de propulsión reconfigurable y las consideraciones que se emplean en este estudio, posteriormente se calculan las aceleraciones de los centros de masas de los eslabones, después se calculan las masas de los eslabones para geometrías sencillas, posteriormente se encuentran los momentos de inercia y finalmente se desarrolla el modelo dinámico del mecanismo empleando el método Newton-Euler (conocido también como método vectorial) [48], para tratar las fuerzas de los eslabones se utilizó la nomenclatura para fuerzas de reacción y torques descrito en la literatura [49].

3.2. Descripción y consideraciones en la unidad de propulsión reconfigurable

Antes de comenzar con el análisis dinámico es necesario conocer información adicional a la hasta aquí presentada. Necesitaremos conocer la posición de los centros de masa, su aceleración y las propiedades inerciales de cada eslabón. Inicialmente haremos los cálculos de acuerdo a geometrías simples y después se analizará para el caso de geometrías más complejas. Para el calcular las aceleraciones de los eslabones se toma en cuenta lo siguiente:

- Los nodos L_1 y L_2 son los extremos finales de los eslabones AB_1 y BC_1 respectivamente que se articulan con los eslabones AB_2 y BC_2 .
- Los eslabones AB y BC se consideran como la unión de dos eslabones independientes cada uno debido a los pares prismáticos, los demás eslabones son nombrados de acuerdo a su nodo de inicio y nodo final (coincidentes con las juntas), lo que se describe en la Tabla 3.1.
- Las aceleraciones de los centros de masa de los eslabones se denominan a_G , mientras que las aceleraciones a toman en cuenta la longitud total de los eslabones.

Tabla 3.1. Eslabones del mecanismo P-L Mod.

Eslabón	Descripción
OA	Eslabón fijo (chasis/bancada).
AB_1	Eslabón formado desde el nodo A hasta el nodo L_1 .
AB_2	Eslabón formado desde el nodo L_1 hasta el nodo B .
BC_1	Eslabón formado desde el nodo B hasta el nodo L_2 .
BC_2	Eslabón formado desde el nodo L_2 hasta el nodo C .
AD	Eslabón formado desde el nodo A hasta el nodo D .
AE	Eslabón formado desde el nodo A hasta el nodo E .
CD	Eslabón formado desde el nodo C hasta el nodo D .
CE	Eslabón formado desde el nodo C hasta el nodo E .
DF	Eslabón formado desde el nodo D hasta el nodo F .
EF	Eslabón formado desde el nodo E hasta el nodo F .

3.3. Aceleraciones de los centros de masa de los eslabones

En términos generales para un cuerpo rígido, una ecuación que relacione la aceleración de dos puntos sometida a movimiento plano general puede determinarse al diferenciar la velocidad $\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{B/A}$ con respecto al tiempo [43]. con lo que se obtiene la ecuación (3.1).

$$\frac{d(\mathbf{V}_B)}{dt} = \frac{d(\mathbf{V}_A)}{dt} + \frac{d(\mathbf{V}_{B/A})}{dt} \quad (3.1)$$

Los términos $d(\mathbf{V}_B)/dt = \mathbf{a}_B$ y $d(\mathbf{V}_A)/dt = \mathbf{a}_A$ se miden con respecto a un sistema de ejes xy fijos y representan las aceleraciones absolutas de los puntos B y A . El último término representa la aceleración de B con respecto de A medida por un observador fijo en los ejes trasladantes $x'y'$ los cuales tienen su origen en el punto base A . La aceleración $\mathbf{a}_{B/A}$ puede expresarse en función de sus componentes tangencial y normal; es decir, $\mathbf{a}_{B/A} = (\mathbf{a}_{B/A})_t + (\mathbf{a}_{B/A})_n$ [43]. Por lo tanto, la ecuación de la aceleración relativa se puede escribir como:

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_t + (\mathbf{a}_{B/A})_n \quad (3.2)$$

Debido a que los componentes de aceleración relativa representan el efecto de movimiento circular observado desde ejes trasladantes con su origen en el punto base A , estos términos se pueden expresar como $(\mathbf{a}_{B/A})_t = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{B/A}$ y $(\mathbf{a}_{B/A})_n =$

3.3. ACELERACIONES DE LOS CENTROS DE MASA DE LOS ESLABONES



$-\omega^2 \mathbf{r}_{B/A} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{B/A})$, por lo tanto la ecuación (3.2) puede reescribirse en la ecuación (3.3).¹

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{B/A}) \quad (3.3)$$

Aplicando esto para cada eslabón se obtienen las aceleraciones de los centros de masa de cada uno de ellos.

3.3.1. Aceleración del eslabón AB_1 en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{AB_1}}$)

Aplicando la ecuación (3.3) al centro de masa del eslabón AB_1 , obtenemos la ecuación (3.4).

$$\mathbf{a}_{G_{AB_1}} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \mathbf{r}_{G_{L_1/A}} + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times (\dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \mathbf{r}_{G_{L_1/A}}) \quad (3.4)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{L_1/A}} = r_{G_{L_1/Ax}} \hat{\mathbf{i}} + r_{G_{L_1/Ay}} \hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{AB_1}}{2} C\theta_{AB} \hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{AB_1}}{2} S\theta_{AB} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.5)$$

3.3.2. Aceleración del eslabón AB_1 (\mathbf{a}_{AB_1})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.6).

$$\mathbf{a}_{AB_1} = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \mathbf{r}_{L_1/A} + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times (\dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \mathbf{r}_{L_1/A}) \quad (3.6)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{L_1/A} = r_{L_1/Ax} \hat{\mathbf{i}} + r_{L_1/Ay} \hat{\mathbf{j}} = L_{AB_1} C\theta_{AB} \hat{\mathbf{i}} + L_{AB_1} S\theta_{AB} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.7)$$

3.3.3. Aceleración del eslabón AB_2 en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{AB_2}}$)

Para el caso cuando una junta prismática esté unida a una junta revolvente, necesitamos agregar los términos $2\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{V}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz}$ que proporcionan la aceleración lineal del par prismático, lo cual produce la ecuación (3.8).¹

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{B/A} - \omega^2 \mathbf{r}_{B/A} + 2\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{V}_{B/A})_{xyz} + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz} \quad (3.8)$$

Donde:

¹Para una mejor comprensión sobre la demostración de la ecuaciones (3.3) y (3.8) se recomienda consultar las referencias [3], [13], [43], [50], [51] y [52].

3.3. ACELERACIONES DE LOS CENTROS DE MASA DE LOS ESLABONES



$2\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{V}_{B/A})_{xyz}$: Aceleración de Coriolis.

Aplicando la ecuación (3.8) al centro de masas del eslabón AB_2 , obtenemos la ecuación (3.9).

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{G_{AB_2}} = \mathbf{a}_{AB_1} + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \mathbf{r}_{G_{B/L_1}} + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times (\dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \mathbf{r}_{G_{B/L_1}}) \\ + 2\dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \dot{\mathbf{r}}_{G_{B/L_1}} + \ddot{\mathbf{r}}_{G_{B/L_1}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{B/L_1}} = r_{G_{B/L_1x}} \hat{\mathbf{i}} + r_{G_{B/L_1y}} \hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{AB_2}}{2} C\theta_{AB} \hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{AB_2}}{2} S\theta_{AB} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.10)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{G_{B/L_1}} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r}_{G_{B/L_1}}) \quad (3.11)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{G_{B/L_1}} = \frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{r}_{G_{B/L_1}}) \quad (3.12)$$

3.3.4. Aceleración del eslabón AB_2 (\mathbf{a}_{AB_2})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.13).

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{AB_2} = \mathbf{a}_{AB_1} + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \mathbf{r}_{B/L_1} + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times (\dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \mathbf{r}_{B/L_1}) \\ + 2\dot{\boldsymbol{\theta}}_{AB} \times \dot{\mathbf{r}}_{B/L_1} + \ddot{\mathbf{r}}_{B/L_1} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{B/L_1} = r_{B/L_1x} \hat{\mathbf{i}} + r_{B/L_1y} \hat{\mathbf{j}} = L_{AB_2} C\theta_{AB} \hat{\mathbf{i}} + L_{AB_2} S\theta_{AB} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.14)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{B/L_1} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r}_{B/L_1}) \quad (3.15)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{B/L_1} = \frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{r}_{B/L_1}) \quad (3.16)$$

3.3.5. Aceleración del eslabón BC_1 en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{BC_1}}$)

Aplicando la ecuación (3.3) al centro de masa del eslabón BC_1 , obtenemos la ecuación (3.17).

$$\mathbf{a}_{G_{BC_1}} = \mathbf{a}_{AB_2} + \ddot{\theta}_{BC} \times \mathbf{r}_{G_{L_2/B}} + \dot{\theta}_{BC} \times (\dot{\theta}_{BC} \times \mathbf{r}_{G_{L_2/B}}) \quad (3.17)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{L_2/B}} = r_{G_{L_2/Bx}} \hat{\mathbf{i}} + r_{G_{L_2/By}} \hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{BC_1}}{2} C\theta_{BC} \hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{BC_1}}{2} S\theta_{BC} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.18)$$

3.3.6. Aceleración del eslabón BC_1 (\mathbf{a}_{BC_1})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.19).

$$\mathbf{a}_{BC_1} = \mathbf{a}_{AB_2} + \ddot{\theta}_{BC} \times \mathbf{r}_{L_2/B} + \dot{\theta}_{BC} \times (\dot{\theta}_{BC} \times \mathbf{r}_{L_2/B}) \quad (3.19)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{L_2/B} = r_{L_2/Bx} \hat{\mathbf{i}} + r_{L_2/By} \hat{\mathbf{j}} = L_{BC_1} C\theta_{BC} \hat{\mathbf{i}} + L_{BC_1} S\theta_{BC} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.20)$$

3.3.7. Aceleración del eslabón BC_2 en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{BC_2}}$)

Aplicando la ecuación (3.8) al centro de masa del eslabón BC_2 , obtenemos la ecuación (3.21).

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{G_{BC_2}} = \mathbf{a}_{BC_1} + \ddot{\theta}_{BC} \times \mathbf{r}_{G_{C/L_2}} + \dot{\theta}_{BC} \times (\dot{\theta}_{BC} \times \mathbf{r}_{G_{C/L_2}}) \\ + 2\dot{\theta}_{BC} \times \dot{\mathbf{r}}_{G_{C/L_2}} + \ddot{\mathbf{r}}_{G_{C/L_2}} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{C/L_2}} = r_{G_{C/L_2x}} \hat{\mathbf{i}} + r_{G_{C/L_2y}} \hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{BC_2}}{2} C\theta_{BC} \hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{BC_2}}{2} S\theta_{BC} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.22)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{G_{C/L_2}} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r}_{G_{C/L_2}}) \quad (3.23)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{G_{C/L_2}} = \frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{r}_{G_{C/L_2}}) \quad (3.24)$$

3.3.8. Aceleración del eslabón BC_2 (\mathbf{a}_{BC_2})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.25).

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{BC_2} = \mathbf{a}_{BC_1} + \ddot{\theta}_{BC} \times \mathbf{r}_{C/L_2} + \dot{\theta}_{BC} \times (\dot{\theta}_{BC} \times \mathbf{r}_{C/L_2}) \\ + 2\dot{\theta}_{BC} \times \dot{\mathbf{r}}_{C/L_2} + \ddot{\mathbf{r}}_{C/L_2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{C/L_2} = r_{C/L_2x}\hat{\mathbf{i}} + r_{C/L_2y}\hat{\mathbf{j}} = L_{BC_2}C\theta_{BC}\hat{\mathbf{i}} + L_{BC_2}S\theta_{BC}\hat{\mathbf{j}} \quad (3.26)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{C/L_2} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r}_{C/L_2}) \quad (3.27)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{C/L_2} = \frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{r}_{C/L_2}) \quad (3.28)$$

3.3.9. Aceleración del eslabón CD en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{CD}}$)

Aplicando la ecuación (3.3) al centro de masa del eslabón CD , obtenemos la ecuación (3.29).

$$\mathbf{a}_{G_{CD}} = \mathbf{a}_{BC_2} + \ddot{\theta}_{CD} \times \mathbf{r}_{G_{D/C}} + \dot{\theta}_{CD} \times (\dot{\theta}_{CD} \times \mathbf{r}_{G_{D/C}}) \quad (3.29)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{D/C}} = r_{G_{D/Cx}}\hat{\mathbf{i}} + r_{G_{D/Cy}}\hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{CD}}{2}C\theta_{CD}\hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{CD}}{2}S\theta_{CD}\hat{\mathbf{j}} \quad (3.30)$$

3.3.10. Aceleración del eslabón CD (\mathbf{a}_{CD})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.31).

$$\mathbf{a}_{CD} = \mathbf{a}_{BC_2} + \ddot{\theta}_{CD} \times \mathbf{r}_{D/C} + \dot{\theta}_{CD} \times (\dot{\theta}_{CD} \times \mathbf{r}_{D/C}) \quad (3.31)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{D/C} = r_{D/Cx}\hat{\mathbf{i}} + r_{D/Cy}\hat{\mathbf{j}} = L_{CD}C\theta_{CD}\hat{\mathbf{i}} + L_{CD}S\theta_{CD}\hat{\mathbf{j}} \quad (3.32)$$

3.3.11. Aceleración del eslabón CE en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{CE}}$)

Aplicando la ecuación (3.3) al centro de masa del eslabón CE , obtenemos la ecuación (3.33).

$$\mathbf{a}_{G_{CE}} = \mathbf{a}_{BC_2} + \ddot{\theta}_{CE} \times \mathbf{r}_{G_{E/C}} + \dot{\theta}_{CE} \times (\dot{\theta}_{CE} \times \mathbf{r}_{G_{E/C}}) \quad (3.33)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{E/C}} = r_{G_{E/Cx}} \hat{\mathbf{i}} + r_{G_{E/Cy}} \hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{CE}}{2} C\theta_{CE} \hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{CE}}{2} S\theta_{CE} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.34)$$

3.3.12. Aceleración del eslabón CE (\mathbf{a}_{CE})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.35).

$$\mathbf{a}_{CE} = \mathbf{a}_{BC_2} + \ddot{\theta}_{CE} \times \mathbf{r}_{E/C} + \dot{\theta}_{CE} \times (\dot{\theta}_{CE} \times \mathbf{r}_{E/C}) \quad (3.35)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{E/C} = r_{E/Cx} \hat{\mathbf{i}} + r_{E/Cy} \hat{\mathbf{j}} = L_{CE} C\theta_{CE} \hat{\mathbf{i}} + L_{CE} S\theta_{CE} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.36)$$

3.3.13. Aceleración del eslabón AD en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{AD}}$)

Aplicando la ecuación (3.3) al centro de masa del eslabón AD , obtenemos la ecuación (3.37).

$$\mathbf{a}_{G_{AD}} = \ddot{\theta}_{AD} \times \mathbf{r}_{G_{D/A}} + \dot{\theta}_{AD} \times (\dot{\theta}_{AD} \times \mathbf{r}_{G_{D/A}}) \quad (3.37)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{D/A}} = r_{G_{D/Ax}} \hat{\mathbf{i}} + r_{G_{D/Ay}} \hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{AD}}{2} C\theta_{AD} \hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{AD}}{2} S\theta_{AD} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.38)$$

3.3.14. Aceleración del eslabón AD (\mathbf{a}_{AD})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.39).

$$\mathbf{a}_{AD} = \ddot{\theta}_{AD} \times \mathbf{r}_{D/A} + \dot{\theta}_{AD} \times (\dot{\theta}_{AD} \times \mathbf{r}_{D/A}) \quad (3.39)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{D/A} = r_{D/Ax} \hat{\mathbf{i}} + r_{D/Ay} \hat{\mathbf{j}} = L_{AD} C\theta_{AD} \hat{\mathbf{i}} + L_{AD} S\theta_{AD} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.40)$$

3.3.15. Aceleración del eslabón AE en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{AE}}$)

Aplicando la ecuación (3.3) al centro de masa del eslabón AE , obtenemos la ecuación (3.41).

$$\mathbf{a}_{G_{AE}} = \ddot{\theta}_{AE} \times \mathbf{r}_{G_{E/A}} + \dot{\theta}_{AE} \times (\dot{\theta}_{AE} \times \mathbf{r}_{G_{E/A}}) \quad (3.41)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{E/A}} = r_{G_{E/Ax}} \hat{\mathbf{i}} + r_{G_{E/Ay}} \hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{AE}}{2} C\theta_{AE} \hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{AE}}{2} S\theta_{AE} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.42)$$

3.3.16. Aceleración del eslabón AE (\mathbf{a}_{AE})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.43).

$$\mathbf{a}_{AE} = \ddot{\theta}_{AE} \times \mathbf{r}_{E/A} + \dot{\theta}_{AE} \times (\dot{\theta}_{AE} \times \mathbf{r}_{E/A}) \quad (3.43)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{E/A} = r_{E/Ax} \hat{\mathbf{i}} + r_{E/Ay} \hat{\mathbf{j}} = L_{AE} C\theta_{AE} \hat{\mathbf{i}} + L_{AE} S\theta_{AE} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.44)$$

3.3.17. Aceleración del eslabón DF en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{DF}}$)

Aplicando la ecuación (3.3) al centro de masa del eslabón DF , obtenemos la ecuación (3.45).

$$\mathbf{a}_{G_{DF}} = \mathbf{a}_{AD} + \ddot{\theta}_{DF} \times \mathbf{r}_{G_{F/D}} + \dot{\theta}_{DF} \times (\dot{\theta}_{DF} \times \mathbf{r}_{G_{F/D}}) \quad (3.45)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{F/D}} = r_{G_{F/Dx}} \hat{\mathbf{i}} + r_{G_{F/Dy}} \hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{DF}}{2} C\theta_{DF} \hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{DF}}{2} S\theta_{DF} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.46)$$

3.3.18. Aceleración del eslabón DF (\mathbf{a}_{DF})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.47).

$$\mathbf{a}_{DF} = \mathbf{a}_{AD} + \ddot{\theta}_{DF} \times \mathbf{r}_{F/D} + \dot{\theta}_{DF} \times (\dot{\theta}_{DF} \times \mathbf{r}_{F/D}) \quad (3.47)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{F/D} = r_{F/Dx} \hat{\mathbf{i}} + r_{F/Dy} \hat{\mathbf{j}} = L_{DF} C\theta_{DF} \hat{\mathbf{i}} + L_{DF} S\theta_{DF} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.48)$$

3.3.19. Aceleración del eslabón EF en el centro de masa ($\mathbf{a}_{G_{EF}}$)

Aplicando la ecuación (3.3) al centro de masa del eslabón EF , obtenemos la ecuación (3.49).

$$\mathbf{a}_{G_{EF}} = \mathbf{a}_{AE} + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{EF} \times \mathbf{r}_{G_{F/E}} + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{EF} \times (\dot{\boldsymbol{\theta}}_{EF} \times \mathbf{r}_{G_{F/E}}) \quad (3.49)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{G_{F/E}} = r_{G_{F/E}x} \hat{\mathbf{i}} + r_{G_{F/E}y} \hat{\mathbf{j}} = \frac{L_{EF}}{2} C\theta_{EF} \hat{\mathbf{i}} + \frac{L_{EF}}{2} S\theta_{EF} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.50)$$

3.3.20. Aceleración del eslabón EF (\mathbf{a}_{EF})

Para obtener la aceleración al final del eslabón necesitamos calcular la distancia total del eslabón, lo que da como resultado la ecuación (3.51).

$$\mathbf{a}_{EF} = \mathbf{a}_{AE} + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{EF} \times \mathbf{r}_{F/E} + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{EF} \times (\dot{\boldsymbol{\theta}}_{EF} \times \mathbf{r}_{F/E}) \quad (3.51)$$

Donde:

$$\mathbf{r}_{F/E} = r_{F/E}x \hat{\mathbf{i}} + r_{F/E}y \hat{\mathbf{j}} = L_{EF} C\theta_{EF} \hat{\mathbf{i}} + L_{EF} S\theta_{EF} \hat{\mathbf{j}} \quad (3.52)$$

3.4. Masas de los eslabones

En un cuerpo rígido, la masa es una propiedad que no varía, lo que quiere decir que la masa es constante a través del tiempo [2]. La ecuación (3.53) relaciona la masa y el volumen de un sólido [53].

$$\rho = \frac{m}{v} \quad (3.53)$$

Como se observa en la ecuación (3.53) para realizar el modelo, se necesita conocer también la densidad (ρ) del material, en nuestro caso utilizaremos la densidad del ABS debido a su uso práctico para sistemas de impresión 3D. El Acrilnitrilo Butadieno Estireno o ABS (por sus siglas en inglés Acrylonitrile Butadiene Styrene) es un plástico muy resistente al impacto y debido a esto es muy utilizado tanto de forma industrial como doméstica.

La densidad (ρ) del ABS es: $\rho_{ABS} = 1.05 \text{ g/cm}^3$ de acuerdo con [54].

Inicialmente se trabaja con geometrías simples de los eslabones como paralelepípedos, para calcular el volumen de un paralelepípedo se obtiene con la ecuación (3.54) obtenida de [55].

$$v = L_1 L_2 L_3 \quad (3.54)$$

Donde L_1 , L_2 y L_3 son la base, altura y profundidad del paralelepípedo. Desarrollando las ecuaciones (3.53) y (3.54) obtenemos la ecuación (3.55) la cual se aplica para conocer la masa de cada eslabón.

$$m = \rho L_1 L_2 L_3 \quad (3.55)$$

3.5. Momentos de Inercia de los eslabones

Cuando la masa de un objeto se distribuye sobre algunas dimensiones, poseerá un momento con respecto a cualquier eje que se elija. El momento de inercia de masa se refiere a algún eje de rotación, por lo general a aquel que pasa por el centro de masas [2].

Para calcular los momentos de inercia utilizamos el momento para un paralelepípedo rectangular, la ecuación (3.56) obtenida de [13] se aplica para calcular los momentos de cada eslabón con respecto a su centro de masa.

$$I_G = \frac{1}{12} m (a^2 + l^2) \quad (3.56)$$

Donde: a es la profundidad y l es la altura del paralelepípedo.

Para la aplicación de lo anteriormente mencionado se hace uso de sumatoria de momentos para conocer los torques de los nodos de interés, para facilitar el cómputo se traslada el punto de aplicación al nodo de algún extremo y se aplica el teorema de los ejes paralelos, de acuerdo a la ecuación 3.57 obtenida de [13].

$$I_o = I_G + mr^2 \quad (3.57)$$

Donde r es la distancia entre el punto de aplicación y el centro de masa.

3.6. Desarrollo del modelo dinámico

Para poder conocer cuales son los actuadores adecuados que deben usarse en las articulaciones A y B así como en los pares prismáticos AB y BC se necesita saber que fuerza y torques se requieren.

Para el análisis dinámico se toma en cuenta lo siguiente:

- El mecanismo está formado por cuerpos rígidos.
- El mecanismo funciona en el plano xy .
- Se toma en cuenta el eslabón de tierra (eslabón fijo).

- Después del diagrama de cuerpo libre (D.C.L.) del nodo A (eslabón chasis/bancada), los siguientes análisis se hacen eslabón por eslabón contemplando las fuerzas y reacciones como en el método presentado en [2], el cual establece las reacciones en sentidos opuestos respecto de un eslabón a otro, sin embargo en dicha literatura no explica lo que sucede con respecto a las reacciones de un par prismático para lo que se utiliza la nomenclatura de [49] aunado a esto en el caso de mas de dos eslabones conectados a una junta de revolución, se utiliza el mismo criterio utilizado en el apartado de movilidad donde se juntan eslabones de dos en dos (como si se tratara de bisagras) lo que se observa en la Figura 3.1a.
- Con respecto a los pares prismáticos existe una fuerza de reacción perpendicular al sentido del movimiento de la junta prismática así como un momento de reacción, lo que se observa en la Figura 3.1b.

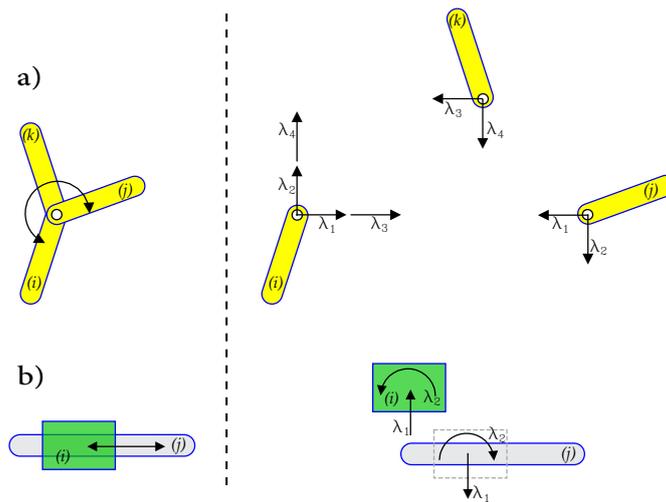


Figura 3.1. a) Reacciones en una articulación rotacional conectada a tres eslabones. b) Reacciones en una articulación prismática [49].

Separando el mecanismo por eslabones se obtiene el siguiente análisis.

Tabla 3.2. Variables del eslabón fijo.

Variable	Color	Tipo	Descripción
F_{OA}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón chasis OA (tierra).
F_{OA_x}	Morado	Comp- onente	Componente x de F_{OA} .
F_{OA_y}	Morado	Comp- onente	Componente y de F_{OA} .
F_{AB_1OA}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón AB_1 (estator) sobre el eslabón OA (tierra).
$F_{AB_1OA_x}$	Morado	Comp- onente	Componente x de F_{AB_1OA} .
$F_{AB_1OA_y}$	Morado	Comp- onente	Componente y de F_{AB_1OA} .
F_{ADOA}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón AD sobre el eslabón OA (tierra).
F_{ADOA_x}	Morado	Comp- onente	Componente x de F_{ADOA} .
F_{ADOA_y}	Morado	Comp- onente	Componente y de F_{ADOA} .
F_{AEOA}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón AE sobre el eslabón OA (tierra).
F_{AEOA_x}	Morado	Comp- onente	Componente x de F_{AEOA} .
F_{AEOA_y}	Morado	Comp- onente	Componente y de F_{AEOA} .

Aplicando ley de inercia en x para la Figura 3.2, tenemos:³

$$\sum F_x = 0 \quad (3.58)$$

$$F_{OA_x} - F_{AB_1OA_x} - F_{ADOA_x} - F_{AEOA_x} = 0 \quad (3.59)$$

$$F_{OA_x} - F_{AB_1OA}C\theta_{AB} - F_{ADOA}C\theta_{AD} - F_{AEOA}C\theta_{AE} = 0 \quad (3.60)$$

³Las C y S dentro de las ecuaciones denota que se trata de las funciones trigonométricas cos y sin respectivamente lo cual ayuda a simplificar un poco las expresiones.

3.6. DESARROLLO DEL MODELO DINÁMICO

Aplicando ley de inercia en y para la Figura 3.2, tenemos:

$$\sum F_y = 0 \quad (3.61)$$

$$F_{OAy} - F_{AB_1OAy} - F_{ADOAy} + F_{AEOAy} = 0 \quad (3.62)$$

$$F_{OAy} - F_{AB_1OA}S\theta_{AB} - F_{ADOA}S\theta_{AD} + F_{AEOA}S\theta_{AE} = 0 \quad (3.63)$$

Para el caso de la Figura 3.2, no se hace uso de la tercera ecuación del equilibrio estático, ya que todas las fuerzas pasan por el mismo punto y no existen por ello momentos.

3.6.2. Eslabón AB_1

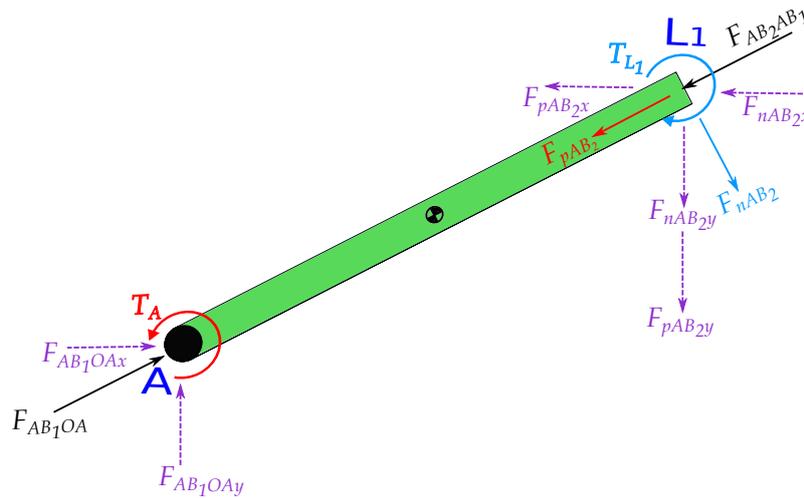


Figura 3.3. Eslabón AB_1 del mecanismo y las fuerzas que interactúan en el.

De acuerdo con la Figura 3.3 para el eslabón AB_1 , tenemos las variables descritas en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Variables del eslabón AB_1 .

Variable	Color	Tipo	Descripción
T_A	Rojo	Momento	Momento en articulación A (<i>Resultado de interés</i>).
$F_{AB_2AB_1}$	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón AB_2 (vástago) sobre el eslabón AB_1 (estator).
F_{pAB_2}	Rojo	Vector	Fuerza de reacción paralela o colineal producida por el actuador lineal en el punto L_1 (<i>Resultado de interés</i>).
F_{pAB_2x}	Morado	Componente	Componente x de F_{pAB_2} .
F_{pAB_2y}	Morado	Componente	Componente y de F_{pAB_2} .
F_{nAB_2}	Azul	Vector	Fuerza de reacción normal producida por el actuador lineal en el punto L_1 .
F_{nAB_2x}	Morado	Componente	Componente x de F_{nAB_2} .
F_{nAB_2y}	Morado	Componente	Componente y de F_{nAB_2} .
T_{L_1}	Azul	Momento	Momento de reacción producido por el efecto del vástago de AB .

Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.3, tenemos:⁴

$$\sum F_x = m_{AB_1} a_{G_{AB_1}x} \quad (3.64)$$

$$F_{AB_1OA}x + F_{pAB_2x} + F_{nAB_2x} = m_{AB_1} a_{G_{AB_1}x} \quad (3.65)$$

$$F_{AB_1OA}C\theta_{AB} + F_{pAB_2}C(\pi + \theta_{AB}) + F_{nAB_2}C\left(\frac{3}{2}\pi + \theta_{AB}\right) = m_{AB_1} a_{G_{AB_1}x} \quad (3.66)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.3, tenemos:

$$\sum F_y = m_{AB_1} a_{G_{AB_1}y} \quad (3.67)$$

⁴La G dentro de las ecuaciones denota la posición del centro de masa.

$$F_{AB_1OAy} + F_{pAB_2y} + F_{nAB_2y} = m_{AB_1}a_{G_{AB_1}y} \quad (3.68)$$

$$\begin{aligned} &F_{AB_1OA}S\theta_{AB} + F_{pAB_2}S(\pi + \theta_{AB}) \\ &+ F_{nAB_2}S\left(\frac{3}{2}\pi + \theta_{AB}\right) = m_{AB_1}a_{G_{AB_1}y} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo A en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.3, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_A z = [I_{AB_1} + (m_{AB_1})(r_{A/G_{AB_1}})^2]\alpha_{AB_1} \quad (3.70)$$

$$T_A \hat{\mathbf{k}} + \mathbf{r}_{L_1/A} \times \mathbf{F}_{nAB_2} - T_{L_1} \hat{\mathbf{k}} = [I_{AB_1} + (m_{AB_1})(r_{A/G_{AB_1}})^2]\alpha_{AB_1} \hat{\mathbf{k}} \quad (3.71)$$

La ecuación (3.71) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.72).

$$T_A - r_{L_1/A}F_{nAB_2} - T_{L_1} = [I_{AB_1} + (m_{AB_1})(r_{A/G_{AB_1}})^2]\ddot{\theta}_{AB} \quad (3.72)$$

Donde:

$$r_{L_1/A} = L_{AB_1} \quad (3.73)$$

$$r_{A/G_{AB_1}} = L_{G_{AB_1}} \quad (3.74)$$

3.6.3. Eslabón AB_2

De acuerdo con la Figura 3.4 para el eslabón AB_2 , tenemos las variables descritas en la Tabla 3.4.

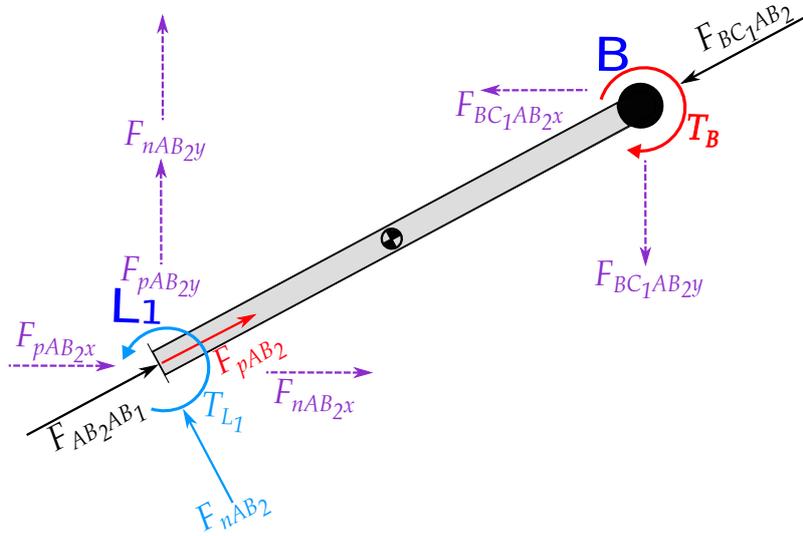


Figura 3.4. Eslabón AB_2 del mecanismo y las fuerzas que interactúan en el.

Tabla 3.4. Variables del eslabón AB_2 .

Variable	Color	Tipo	Descripción
$F_{BC_1AB_2}$	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón BC_1 (estator) sobre el eslabón AB_2 (vástago).
$F_{BC_1AB_2x}$	Morado	Comp-onente	Componente x de $F_{BC_1AB_2}$.
$F_{BC_1AB_2y}$	Morado	Comp-onente	Componente y de $F_{BC_1AB_2}$.
T_B	Rojo	Mom-ento	Momento en articulación B (Resultado de in-terés).

Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.4, tenemos:

$$\sum F_x = m_{AB_2} a_{G_{AB_2}x} \quad (3.75)$$

$$F_{pAB_2x} + F_{nAB_2x} - F_{BC_1AB_2x} = m_{AB_2} a_{G_{AB_2}x} \quad (3.76)$$

$$F_{pAB_2} C\theta_{AB} + F_{nAB_2} C\left(\frac{\pi}{2} + \theta_{AB}\right) - F_{BC_1AB_2} C\theta_{BC} = m_{AB_2} a_{G_{AB_2}x} \quad (3.77)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.4, tenemos:

$$\sum F_y = m_{AB_2} a_{G_{AB_2}y} \quad (3.78)$$

$$F_{pAB_2y} + F_{nAB_2y} - F_{BC_1AB_2y} = m_{AB_2} a_{G_{AB_2}y} \quad (3.79)$$

$$\begin{aligned} F_{pAB_2} S \theta_{AB} + F_{nAB_2} S \left(\frac{\pi}{2} + \theta_{AB} \right) \\ - F_{BC_1AB_2} S \theta_{BC} = m_{AB_2} a_{G_{AB_2}y} \end{aligned} \quad (3.80)$$

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo L_1 en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.4, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_{L_1} z = [I_{AB_2} + (m_{AB_2})(r_{L_1/G_{AB_2}})^2] \alpha_{AB_2} \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} T_{L_1} \hat{\mathbf{k}} + \mathbf{r}_{B/L_1} \times (-F_{BC_1AB_2x} \hat{\mathbf{i}} - F_{BC_1AB_2y} \hat{\mathbf{j}}) - T_B \hat{\mathbf{k}} \\ = [I_{AB_2} + (m_{AB_2})(r_{L_1/G_{AB_2}})^2] \alpha_{AB_2} \hat{\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (3.82)$$

La ecuación (3.82) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.83).

$$\begin{aligned} T_{L_1} + r_{B/L_1y} F_{BC_1AB_2} C \theta_{BC} - r_{B/L_1x} F_{BC_1AB_2} S \theta_{BC} \\ - T_B = [I_{AB_2} + (m_{AB_2})(r_{L_1/G_{AB_2}})^2] \ddot{\theta}_{AB} \end{aligned} \quad (3.83)$$

Donde:

$$r_{B/L_1x} = L_{AB_2} C \theta_{AB} \quad (3.84)$$

$$r_{B/L_1y} = L_{AB_2} S \theta_{AB} \quad (3.85)$$

$$r_{L_1/G_{AB_2}} = L_{G_{AB_2}} \quad (3.86)$$

3.6.4. Eslabón BC_1

De acuerdo con la Figura 3.5 para el eslabón BC_1 , tenemos las variables descritas en la Tabla 3.5.

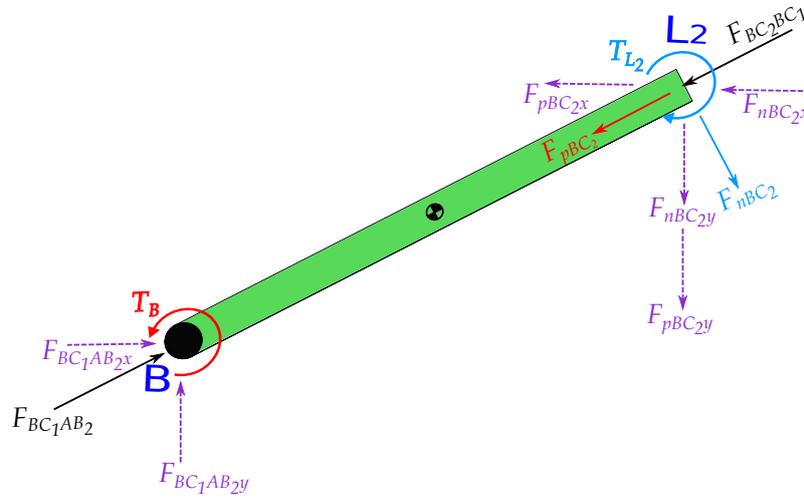


Figura 3.5. Eslabón BC_1 del mecanismo y las fuerzas que interactúan en el.

Tabla 3.5. Variables del eslabón BC_1 .

Variable	Color	Tipo	Descripción
$F_{BC_2BC_1}$	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón BC_2 (vástago) sobre el eslabón BC_1 (estator).
F_{pBC_2}	Rojo	Vector	Fuerza de reacción paralela o colineal producida por el actuador lineal en el punto L_2 (<i>Resultado de interés</i>).
F_{pBC_2x}	Morado	Componente	Componente x de F_{pBC_2} .
F_{pBC_2y}	Morado	Componente	Componente y de F_{pBC_2} .
F_{nBC_2}	Azul	Vector	Fuerza de reacción normal producida por el actuador lineal en el punto L_2 .
F_{nBC_2x}	Morado	Componente	Componente x de F_{nBC_2} .
F_{nBC_2y}	Morado	Componente	Componente y de F_{nBC_2} .
T_{L_2}	Azul	Momento	Momento de reacción producido por el efecto del vástago de BC .

Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.5, tenemos:

$$\sum F_x = m_{BC_1} a_{G_{BC_1}x} \quad (3.87)$$

$$F_{BC_1AB_2x} + F_{pBC_2x} + F_{nBC_2x} = m_{BC_1}a_{G_{BC_1}x} \quad (3.88)$$

$$\begin{aligned} &F_{BC_1AB_2}C\theta_{BC} + F_{pBC_2}C(\pi + \theta_{BC}) \\ &+ F_{nBC_2}C\left(\frac{3}{2}\pi + \theta_{BC}\right) = m_{BC_1}a_{G_{BC_1}x} \end{aligned} \quad (3.89)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.5, tenemos:

$$\sum F_y = m_{BC_1}a_{G_{BC_1}y} \quad (3.90)$$

$$F_{BC_1AB_2y} + F_{pBC_2y} + F_{nBC_2y} = m_{BC_1}a_{G_{BC_1}y} \quad (3.91)$$

$$\begin{aligned} &F_{BC_1AB_2}S\theta_{BC} + F_{pBC_2}S(\pi + \theta_{BC}) \\ &+ F_{nBC_2}S\left(\frac{3}{2}\pi + \theta_{BC}\right) = m_{BC_1}a_{G_{BC_1}y} \end{aligned} \quad (3.92)$$

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo B en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.5, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_B z = [I_{BC_1} + (m_{BC_1})(r_{B/G_{BC_1}})^2]\alpha_{BC_1} \quad (3.93)$$

$$T_B \hat{\mathbf{k}} + \mathbf{r}_{L_2/B} \times \mathbf{F}_{nBC_2} - T_{L_2} \hat{\mathbf{k}} = [I_{BC_1} + (m_{BC_1})(r_{B/G_{BC_1}})^2]\alpha_{BC_1} \hat{\mathbf{k}} \quad (3.94)$$

La ecuación (3.94) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.95).

$$T_B - r_{L_2/B}F_{nBC_2} - T_{L_2} = [I_{BC_1} + (m_{BC_1})(r_{B/G_{BC_1}})^2]\ddot{\theta}_{BC} \quad (3.95)$$

Donde:

$$r_{L_2/B} = L_{BC_1} \quad (3.96)$$

$$r_{B/G_{BC_1}} = L_{G_{BC_1}} \quad (3.97)$$

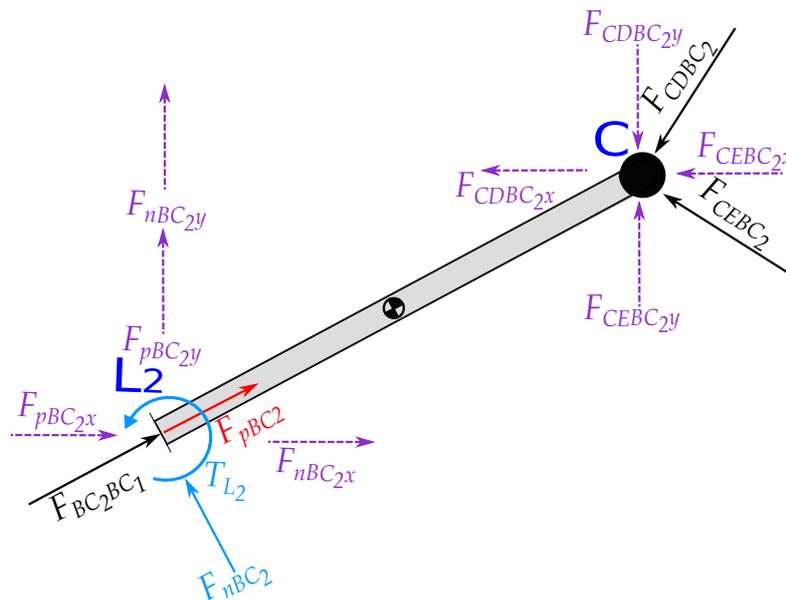


Figura 3.6. Eslabón BC_2 del mecanismo y las fuerzas que interactúan en él.

3.6.5. Eslabón BC_2

De acuerdo con la Figura 3.6 para el eslabón BC_2 , tenemos las variables descritas en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6. Variables del eslabón BC_2 .

Variable	Color	Tipo	Descripción
F_{CDBC_2}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón CD sobre el eslabón BC_2 (vástag).
F_{CDBC_2x}	Morado	Comp-onente	Componente x de F_{CDBC_2} .
F_{CDBC_2y}	Morado	Comp-onente	Componente y de F_{CDBC_2} .
F_{CEBC_2}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón CE sobre el eslabón BC_2 (vástag).
F_{CEBC_2x}	Morado	Comp-onente	Componente x de F_{CEBC_2} .
F_{CEBC_2y}	Morado	Comp-onente	Componente y de F_{CEBC_2} .

Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.6, tenemos:

$$\sum F_x = m_{BC_2} a_{G_{BC_2}x} \quad (3.98)$$

$$F_{pBC_2x} + F_{nBC_2x} - F_{CDBC_2x} - F_{CEBC_2x} = m_{BC_2}a_{G_{BC_2}x} \quad (3.99)$$

$$\begin{aligned} F_{pBC_2}C\theta_{BC} + F_{nBC_2}C\left(\frac{\pi}{2} + \theta_{BC}\right) \\ - F_{CDBC_2}C\theta_{CD} - F_{CEBC_2}C\theta_{CE} = m_{BC_2}a_{G_{BC_2}x} \end{aligned} \quad (3.100)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.6, tenemos:

$$\sum F_y = m_{BC_2}a_{G_{BC_2}y} \quad (3.101)$$

$$F_{pBC_2y} + F_{nBC_2y} - F_{CDBC_2y} + F_{CEBC_2y} = m_{BC_2}a_{G_{BC_2}y} \quad (3.102)$$

$$\begin{aligned} F_{pBC_2}S\theta_{BC} + F_{nBC_2}S\left(\frac{\pi}{2} + \theta_{BC}\right) \\ - F_{CDBC_2}S\theta_{CD} + F_{CEBC_2}S\theta_{CE} = m_{BC_2}a_{G_{BC_2}y} \end{aligned} \quad (3.103)$$

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo L_2 en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.6, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_{L_2z} = [I_{BC_2} + (m_{BC_2})(r_{L_2/G_{BC_2}})^2]\alpha_{BC_2} \quad (3.104)$$

$$\begin{aligned} T_{L_2}\hat{\mathbf{k}} + \mathbf{r}_{C/L_2} \times (-F_{CDBC_2x}\hat{\mathbf{i}} - F_{CDBC_2y}\hat{\mathbf{j}}) + \mathbf{r}_{C/L_2} \times \\ (-F_{CEBC_2x}\hat{\mathbf{i}} + F_{CEBC_2y}\hat{\mathbf{j}}) = [I_{BC_2} + (m_{BC_2})(r_{L_2/G_{BC_2}})^2]\alpha_{BC_2}\hat{\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (3.105)$$

La ecuación (3.105) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.106).

$$\begin{aligned} T_{L_2} + r_{C/L_2y}F_{CDBC_2}C\theta_{CD} + r_{C/L_2y}F_{CEBC_2}C\theta_{CE} - r_{C/L_2x}F_{CDBC_2}S\theta_{CD} \\ + r_{C/L_2x}F_{CEBC_2}S\theta_{CE} = [I_{BC_2} + (m_{BC_2})(r_{L_2/G_{BC_2}})^2]\ddot{\theta}_{BC} \end{aligned} \quad (3.106)$$

Donde:

$$r_{C/L_2x} = L_{BC_2}C\theta_{BC} \quad (3.107)$$

$$r_{C/L_2y} = L_{BC_2}S\theta_{BC} \quad (3.108)$$

$$r_{L_2/G_{BC_2}} = L_{G_{BC_2}} \quad (3.109)$$

3.6.6. Eslabón CD

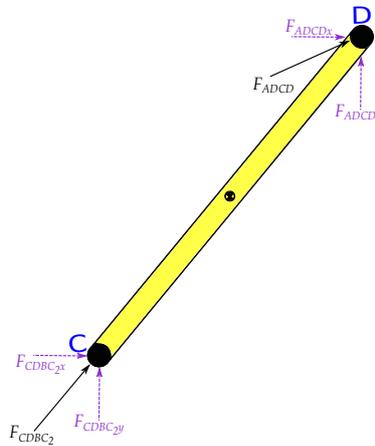


Figura 3.7. Eslabón CD del mecanismo y las fuerzas que interactúan en el.

De acuerdo con la Figura 3.7 para el eslabón CD , tenemos las variables descritas en la Tabla 3.7.

Tabla 3.7. Variables del eslabón CD .

Variable	Color	Tipo	Descripción
F_{ADCD}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón AD sobre el eslabón CD .
F_{ADCDx}	Morado	Componente	Componente x de F_{ADCD}
F_{ADCDy}	Morado	Componente	Componente y de F_{ADCD} .

Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.7, tenemos:

$$\sum F_x = m_{CD}a_{G_{CD}x} \quad (3.110)$$

$$F_{CDBC_2x} + F_{ADCDx} = m_{CD}a_{G_{CD}x} \quad (3.111)$$

$$F_{CDBC_2}C\theta_{CD} + F_{ADCD}C\theta_{AD} = m_{CD}a_{G_{CD}x} \quad (3.112)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.7, tenemos:

$$\sum F_y = m_{CD}a_{G_{CD}y} \quad (3.113)$$

$$F_{CD}BC_2y + F_{AD}CDy = m_{CD}a_{G_{CD}y} \quad (3.114)$$

$$F_{CD}BC_2S\theta_{CD} + F_{AD}CDS\theta_{AD} = m_{CD}a_{G_{CD}y} \quad (3.115)$$

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo C en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.7, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_C z = [I_{CD} + (m_{CD})(r_{C/G_{CD}})^2]\alpha_{CD} \quad (3.116)$$

$$\mathbf{r}_{D/C} \times (F_{AD}CD_x \hat{\mathbf{i}} + F_{AD}CD_y \hat{\mathbf{j}}) = [I_{CD} + (m_{CD})(r_{C/G_{CD}})^2]\alpha_{CD} \hat{\mathbf{k}} \quad (3.117)$$

La ecuación (3.117) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.118).

$$\begin{aligned} -r_{D/C_y} F_{AD}CD C\theta_{AD} + r_{D/C_x} F_{AD}CD S\theta_{AD} \\ = [I_{CD} + (m_{CD})(r_{C/G_{CD}})^2]\ddot{\theta}_{CD} \end{aligned} \quad (3.118)$$

Donde:

$$r_{D/C_x} = L_{CD}C\theta_{CD} \quad (3.119)$$

$$r_{D/C_y} = L_{CD}S\theta_{CD} \quad (3.120)$$

$$r_{C/G_{CD}} = L_{G_{CD}} \quad (3.121)$$

3.6.7. Eslabón CE

De acuerdo con la Figura 3.8 para el eslabón CE , tenemos las variables descritas en la Tabla 3.8.

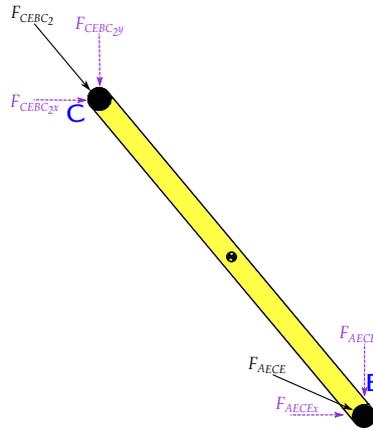


Figura 3.8. Eslabón CE del mecanismo y las fuerzas que interactúan en el.

Tabla 3.8. Variables del eslabón CE .

Variable	Color	Tipo	Descripción
F_{AECE}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón AE sobre el eslabón CE .
F_{AECEx}	Morado	Comp- onente	Componente x de F_{AECE} .
F_{AECEy}	Morado	Comp- onente	Componente y de F_{AECE} .

Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.8, tenemos:

$$\sum F_x = m_{CE}a_{G_{CE}x} \quad (3.122)$$

$$F_{CEBC_2x} + F_{AECEx} = m_{CE}a_{G_{CE}x} \quad (3.123)$$

$$F_{CEBC_2}C\theta_{CE} + F_{AECE}C\theta_{AE} = m_{CE}a_{G_{CE}x} \quad (3.124)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.8, tenemos:

$$\sum F_y = m_{CE}a_{G_{CE}y} \quad (3.125)$$

$$-F_{CEBC_2y} - F_{AECEy} = m_{CE}a_{G_{CE}y} \quad (3.126)$$

$$-F_{CEBC_2}S\theta_{CE} - F_{AECE}S\theta_{AE} = m_{CE}a_{G_{CE}y} \quad (3.127)$$

3.6. DESARROLLO DEL MODELO DINÁMICO

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo E en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.8, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_{Ez} = [I_{CE} + (m_{CE})(r_{E/G_{CE}})^2] \alpha_{CE} \quad (3.128)$$

$$\mathbf{r}_{E/C} \times (F_{CEBC_2x} \hat{\mathbf{i}} - F_{CEBC_2y} \hat{\mathbf{j}}) = [I_{CE} + (m_{CE})(r_{E/G_{CE}})^2] \alpha_{CE} \hat{\mathbf{k}} \quad (3.129)$$

La ecuación (3.129) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.130).

$$\begin{aligned} -r_{E/Cy} F_{CEBC_2} C\theta_{CE} - r_{E/Cx} F_{CEBC_2} S\theta_{CE} \\ = [I_{CE} + (m_{CE})(r_{E/G_{CE}})^2] \ddot{\theta}_{CE} \end{aligned} \quad (3.130)$$

Donde:

$$r_{E/Cx} = L_{CE} C\theta_{CE} \quad (3.131)$$

$$r_{E/Cy} = L_{CE} S\theta_{CE} \quad (3.132)$$

$$r_{E/G_{CE}} = L_{G_{CE}} \quad (3.133)$$

3.6.8. Eslabón AD

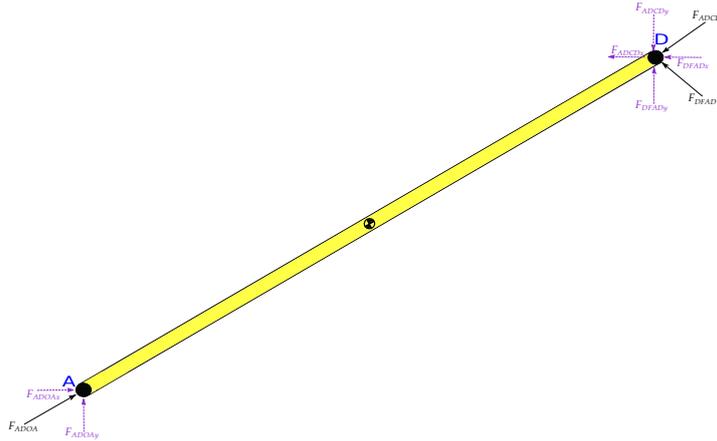


Figura 3.9. Eslabón AD del mecanismo y las fuerzas que interactúan en el.

De acuerdo con la Figura 3.9 para el eslabón AD , tenemos las variables descritas en la Tabla 3.9.

Tabla 3.9. Variables del eslabón AD .

Variable	Color	Tipo	Descripción
F_{DFAD}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón DF sobre el eslabón AD .
F_{DFADx}	Morado	Comp- onente	Componente x de F_{DFAD} .
F_{DFADy}	Morado	Comp- onente	Componente y de F_{DFAD} .

Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.9, tenemos:

$$\sum F_x = m_{AD}a_{G_{AD}x} \quad (3.134)$$

$$F_{ADOAx} - F_{ADCDx} - F_{DFADx} = m_{AD}a_{G_{AD}x} \quad (3.135)$$

$$F_{ADOA}C\theta_{AD} - F_{ADCD}C\theta_{AD} - F_{DFAD}C^*\theta_{DF} = m_{AD}a_{G_{AD}x} \quad (3.136)$$

Donde:

$$^*\theta_{DF} = 2\pi - \theta_{DF} \quad (3.137)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.9, tenemos:

$$\sum F_y = m_{AD}a_{G_{AD}y} \quad (3.138)$$

$$F_{ADOAy} - F_{ADCDy} + F_{DFADy} = m_{AD}a_{G_{AD}y} \quad (3.139)$$

$$F_{ADOA}S\theta_{AD} - F_{ADCD}S\theta_{AD} + F_{DFAD}S^*\theta_{DF} = m_{AD}a_{G_{AD}y} \quad (3.140)$$

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo D en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.9, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_D z = [I_{AD} + (m_{AD})(r_{D/G_{AD}})^2]\alpha_{AD} \quad (3.141)$$

$$\mathbf{r}_{D/A} \times (F_{ADOAx}\hat{\mathbf{i}} + F_{ADOAy}\hat{\mathbf{j}}) = [I_{AD} + (m_{AD})(r_{D/G_{AD}})^2]\alpha_{AD}\hat{\mathbf{k}} \quad (3.142)$$

3.6. DESARROLLO DEL MODELO DINÁMICO

La ecuación (3.142) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.143).

$$\begin{aligned}
 -r_{D/Ay}F_{ADOA}C\theta_{AD} + r_{D/Ax}F_{ADOA}S\theta_{AD} \\
 = [I_{AD} + (m_{AD})(r_{D/G_{AD}})^2]\ddot{\theta}_{AD}
 \end{aligned}
 \quad (3.143)$$

Donde:

$$r_{D/Ax} = L_{AD}C\theta_{AD} \quad (3.144)$$

$$r_{D/Ay} = L_{AD}S\theta_{AD} \quad (3.145)$$

$$r_{D/G_{AD}} = L_{G_{AD}} \quad (3.146)$$

3.6.9. Eslabón AE

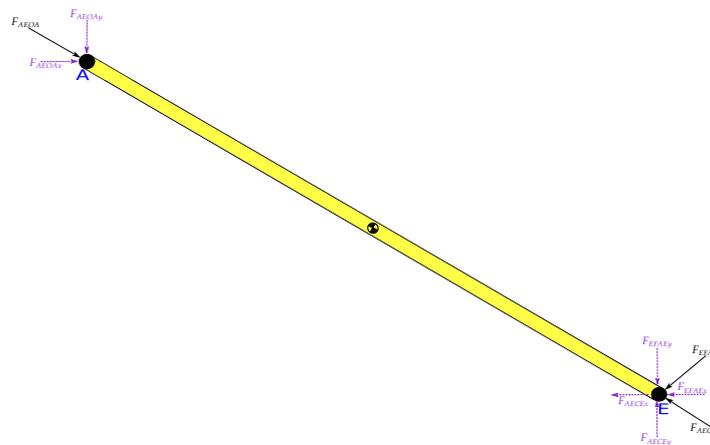


Figura 3.10. Eslabón AE del mecanismo y las fuerzas que interactúan en el.

De acuerdo con la Figura 3.10 para el eslabón AE , tenemos las variables descritas en la Tabla 3.10.

Tabla 3.10. Variables del eslabón AE .

Variable	Color	Tipo	Descripción
$F_{EF\text{FAE}}$	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón EF sobre el eslabón AE .
$F_{EF\text{FAE}x}$	Morado	Comp- onente	Componente x de $F_{EF\text{FAE}}$.
$F_{EF\text{FAE}y}$	Morado	Comp- onente	Componente y de $F_{EF\text{FAE}}$.

Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.10, tenemos:

$$\sum F_x = m_{AE}a_{G_{AE}x} \quad (3.147)$$

$$F_{AE\text{O}Ax} - F_{AE\text{C}Ex} - F_{EF\text{FAE}x} = m_{AE}a_{G_{AE}x} \quad (3.148)$$

$$F_{AE\text{O}A}C\theta_{AE} - F_{AE\text{C}E}C\theta_{AE} - F_{EF\text{FAE}}C\theta_{EF} = m_{AE}a_{G_{AE}x} \quad (3.149)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.10, tenemos:

$$\sum F_y = m_{AE}a_{G_{AE}y} \quad (3.150)$$

$$-F_{AE\text{O}Ay} + F_{AE\text{C}Ey} - F_{EF\text{FAE}y} = m_{AE}a_{G_{AE}y} \quad (3.151)$$

$$-F_{AE\text{O}A}S\theta_{AE} + F_{AE\text{C}E}S\theta_{CE} - F_{EF\text{FAE}}S\theta_{EF} = m_{AE}a_{G_{AE}y} \quad (3.152)$$

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo E en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.10, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_{Ez} = [I_{AE} + (m_{AE})(r_{E/G_{AE}})^2]\alpha_{AE} \quad (3.153)$$

$$\mathbf{r}_{E/A} \times (F_{AE\text{O}Ax}\hat{\mathbf{i}} - F_{AE\text{O}Ay}\hat{\mathbf{j}}) = [I_{AE} + (m_{AE})(r_{E/G_{AE}})^2]\alpha_{AE}\hat{\mathbf{k}} \quad (3.154)$$

La ecuación (3.154) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.155).

$$\begin{aligned}
 & -r_{E/Ay}F_{AEOA}C\theta_{AE} - r_{E/Ax}F_{AEOA}S\theta_{AE} \\
 & = [I_{AE} + (m_{AE})(r_{E/G_{AE}})^2]\ddot{\theta}_{AE}
 \end{aligned}
 \tag{3.155}$$

Donde:

$$r_{E/Ax} = L_{AE}C\theta_{AE} \tag{3.156}$$

$$r_{E/Ay} = L_{AE}S\theta_{AE} \tag{3.157}$$

$$r_{E/G_{AE}} = L_{G_{AE}} \tag{3.158}$$

3.6.10. Eslabón DF

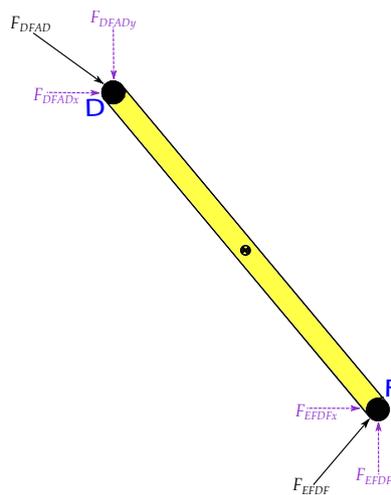


Figura 3.11. Eslabón DF del mecanismo y las fuerzas que interactúan en él.

De acuerdo con la Figura 3.11 para el eslabón DF , tenemos las variables descritas en la Tabla 3.11.

Tabla 3.11. Variables del eslabón DF .

Variable	Color	Tipo	Descripción
F_{EFDF}	Negro	Vector	Fuerza de reacción producida por el eslabón EF sobre el eslabón DF .
F_{EFDFx}	Morado	Comp-onente	Componente x de F_{EFDF} .
F_{EFDFy}	Morado	Comp-onente	Componente y de F_{EFDF} .

3.6. DESARROLLO DEL MODELO DINÁMICO



Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.11, tenemos:

$$\sum F_x = m_{DF}a_{G_{DF}x} \quad (3.159)$$

$$F_{DFADx} + F_{EFDFx} = m_{DF}a_{G_{DF}x} \quad (3.160)$$

$$F_{DFAD}C^*\theta_{DF} + F_{EFDF}C\theta_{EF} = m_{DF}a_{G_{DF}x} \quad (3.161)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.11, tenemos:

$$\sum F_y = m_{DF}a_{G_{DF}y} \quad (3.162)$$

$$-F_{DFADy} + F_{EFDFy} = m_{DF}a_{G_{DF}y} \quad (3.163)$$

$$-F_{DFAD}S^*\theta_{DF} + F_{EFDF}S\theta_{EF} = m_{DF}a_{G_{DF}y} \quad (3.164)$$

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo F en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.11, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_{Fz} = [I_{DF} + (m_{DF})(r_{F/G_{DF}})^2]\alpha_{DF} \quad (3.165)$$

$$\mathbf{r}_{F/D} \times (F_{DFADx}\hat{\mathbf{i}} - F_{DFADy}\hat{\mathbf{j}}) = [I_{DF} + (m_{DF})(r_{F/G_{DF}})^2]\alpha_{DF}\hat{\mathbf{k}} \quad (3.166)$$

La ecuación (3.166) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.167).

$$\begin{aligned} -r_{F/Dy}F_{DFAD}C^*\theta_{DF} - r_{F/Dx}F_{DFAD}S^*\theta_{DF} \\ = [I_{DF} + (m_{DF})(r_{F/G_{DF}})^2]\ddot{\theta}_{DF} \end{aligned} \quad (3.167)$$

Donde:

$$r_{F/Dx} = L_{DF}C^*\theta_{DF} \quad (3.168)$$

$$r_{F/Dy} = L_{DF}S^*\theta_{DF} \quad (3.169)$$

$$r_{F/G_{DF}} = L_{G_{DF}} \quad (3.170)$$

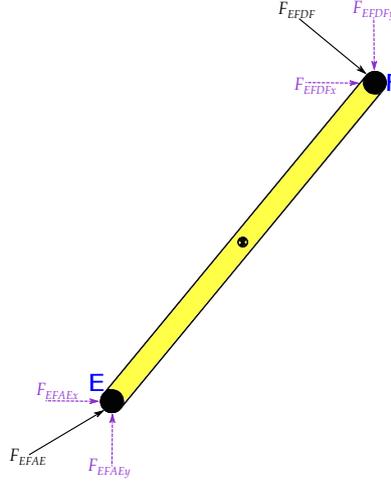


Figura 3.12. Eslabón EF del mecanismo y las fuerzas que interactúan en él.

3.6.11. Eslabón EF

Aplicando la segunda Ley de Newton en x para la Figura 3.12, tenemos:

$$\sum F_x = m_{EF} a_{G_{EF}x} \quad (3.171)$$

$$F_{EFAE}x + F_{EFDF}x = m_{EF} a_{G_{EF}x} \quad (3.172)$$

$$F_{EFAE}C\theta_{EF} + F_{EFDF}C\theta_{EF} = m_{EF} a_{G_{EF}x} \quad (3.173)$$

Aplicando la segunda Ley de Newton en y para la Figura 3.12, tenemos:

$$\sum F_y = m_{EF} a_{G_{EF}y} \quad (3.174)$$

$$F_{EFAE}y - F_{EFDF}y = m_{EF} a_{G_{EF}y} \quad (3.175)$$

$$F_{EFAE}S\theta_{EF} - F_{EFDF}S\theta_{EF} = m_{EF} a_{G_{EF}y} \quad (3.176)$$

Aplicando la ecuación del movimiento de rotación de un cuerpo rígido en el nodo F en z y el teorema de los ejes paralelos para la Figura 3.12, tenemos:

$$\curvearrowright \sum T_F z = [I_{EF} + (m_{EF})(r_{F/G_{EF}})^2] \alpha_{EF} \quad (3.177)$$

$$\mathbf{r}_{F/E} \times (F_{EFAE}x \hat{\mathbf{i}} + F_{EFAE}y \hat{\mathbf{j}}) = [I_{EF} + (m_{EF})(r_{F/G_{EF}})^2] \alpha_{EF} \hat{\mathbf{k}} \quad (3.178)$$

3.7. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 3



La ecuación (3.178) es una ecuación vectorial pero se puede escribir de forma escalar como la ecuación (3.179).

$$\begin{aligned} -r_{F/Ey}F_{EFAE}C\theta_{EF} + r_{F/Ex}F_{EFAE}S\theta_{EF} \\ = [I_{EF} + (m_{EF})(r_{F/G_{EF}})^2]\ddot{\theta}_{EF} \end{aligned} \quad (3.179)$$

Donde:

$$r_{F/Ex} = L_{EF}C\theta_{EF} \quad (3.180)$$

$$r_{F/Ey} = L_{EF}S\theta_{EF} \quad (3.181)$$

$$r_{F/G_{EF}} = L_{G_{EF}} \quad (3.182)$$

Con estas ecuaciones realizaremos los cálculos para encontrar los valores deseados, los resultados se describen en el capítulo siguiente.

3.7. Conclusiones del Capítulo 3

En esta sección los momentos de inercia se calcularon empleando las ecuaciones proporcionadas para las geometrías definidas, la geometría utilizada es un paralelepípedo, al momento de hacer los cálculos en primera instancia se utilizaron estos valores, pero después se utilizaron los obtenidos en el apartado de la simulación.

El sistema de ecuaciones es demasiado grande, por lo que se optó por realizar los cálculos en software matemático para evitar errores y optimizar tiempos en el desarrollo del presente trabajo.

El método utilizado para realizar los cálculos dinámicos en esta sección fue elegido por su facilidad además de ser más accesible por los cursos recibidos en la licenciatura pero se pudieron haber empleado otros.

Capítulo 4

Simulación y Análisis de Resultados

4.1. Introducción

En este capítulo se describen las pruebas, cálculos y simulaciones realizadas para el análisis del mecanismo. Para realizar la simulación y cálculos primero se realiza una generación de trayectorias, después se aborda la simulación cinemática, mas tarde se desarrolla el computo matemático de la dinámica, luego se validan los resultados obtenidos mediante una simulación, finalmente se muestran los resultados y conclusiones. El trabajo realizado en este capítulo se desarrolló con software especializado en el análisis y cálculo de sistemas de ecuaciones así como en la visualización y graficación de datos además de diseño mecánico y simulación de sistemas mecánicos.

Para la solución y graficación se basó en la teoría y ejercicios generales propuestos en las referencias [56], [57] y [58].

Para cumplir con los objetivos de las pruebas se emplearon dos softwares. Para graficar y obtener los resultados deseados respecto al análisis cinemático y dinámico se utilizó el software matemático: Matlab®.

Mientras que para realizar la simulación y validar lo obtenido hasta el momento se utilizó el software: Solidworks®.

Los resultados que se esperan de la simulación son:

1. Se espera obtener resultados realistas ya que se pretende aportar en las investigaciones y diseño para la construcción de las unidades de propulsión reconfigurables (fuera del alcance de este trabajo, para futuras investigaciones).
2. Se espera que los resultados entre los programas realizados en Matlab® y la simulación en Solidworks® sean parecidos y coherentes para su correcta validación.

4.2. Generación de trayectorias

Para realizar una tarea determinada un robot debe moverse desde un punto inicial a un punto final [10]; la palabra trayectoria se refiere a un historial en el tiempo en posición, velocidad y aceleración de cada grado de libertad [52].

Entonces el problema es mover el mecanismo desde una posición inicial hasta cierta posición final deseada, en general, este movimiento implica tanto un cambio en la orientación como en la posición del punto final por medio de los pares cinemáticos.

Para este trabajo se utilizaron trayectorias polinómicas de quinto orden, debido a que las trayectorias de tercer orden proporcionan posiciones y velocidades continuas en los puntos de inicio y finalización, pero discontinuidades en la aceleración, una discontinuidad en la aceleración produce una sacudida violenta, que puede excitar los modos de vibración en el manipulador y reducir la precisión del seguimiento [9]. Por lo tanto utilizamos generación de trayectorias de quinto grado ya que producen una mayor estabilidad y es suficiente para este estudio.

La ecuación polinomial de quinto orden está definida en (4.1), la cual se obtuvo de la referencia [9].

$$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (4.1)$$

Aplicando esto para los valores iniciales y finales, obtenemos las siguientes ecuaciones.

$$\theta_0 = a_0 + a_1t_0 + a_2t_0^2 + a_3t_0^3 + a_4t_0^4 + a_5t_0^5 \quad (4.2)$$

$$\theta_f = a_0 + a_1t_f + a_2t_f^2 + a_3t_f^3 + a_4t_f^4 + a_5t_f^5 \quad (4.3)$$

$$\dot{\theta}_0 = a_1 + 2a_2t_0 + 3a_3t_0^2 + 4a_4t_0^3 + 5a_5t_0^4 \quad (4.4)$$

$$\dot{\theta}_f = a_1 + 2a_2t_f + 3a_3t_f^2 + 4a_4t_f^3 + 5a_5t_f^4 \quad (4.5)$$

$$\ddot{\theta}_0 = 2a_2 + 6a_3t_0 + 12a_4t_0^2 + 20a_5t_0^3 \quad (4.6)$$

$$\ddot{\theta}_f = 2a_2 + 6a_3t_f + 12a_4t_f^2 + 20a_5t_f^3 \quad (4.7)$$

Las ecuaciones (4.2) y (4.3) representan las posiciones inicial y final respectivamente, mientras que las ecuaciones (4.4) y (4.5) representan las velocidades angulares inicial y final respectivamente, y finalmente las ecuaciones (4.6) y (4.7) representan las aceleraciones angulares inicial y final respectivamente.

Un ejemplo de aplicación se observa en la Figura 4.1 la cual muestra una trayectoria polinómica de quinto orden con $\theta(0) = 0^\circ$, $\theta(2) = 20^\circ$, con velocidades y aceleraciones iniciales y finales iguales a cero.

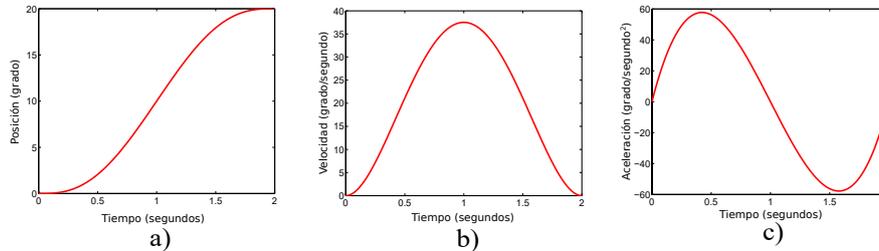


Figura 4.1. Trayectoria polinómica de quinto orden: a) Trayectoria, b) Perfil de velocidad, c) Perfil de aceleración [9].

En la Figura 4.1a podemos observar la trayectoria polinómica de quinto orden donde la posición inicial es cero grados y la posición final es de veinte grados además de que se puede observar que el movimiento es uniforme, fluido y no representa fluctuaciones que perturben el resultado final. En la Figura 4.1b podemos observar el perfil de velocidad polinómica de quinto orden donde la velocidad aumenta uniformemente desde cero y luego decremente de igual manera hasta llegar a cero sin presentar fluctuaciones. Mientras que en la Figura 4.1c podemos observar el perfil de aceleración polinómica de quinto orden donde la aceleración inicial es cero, luego acelera lentamente, después es más rápida hasta llegar a su máximo para luego desacelerar uniformemente hasta llegar a su mínimo y finalmente acelera un poco hasta llegar de nuevo a cero lo cual ayuda tanto a que no se mueva bruscamente como a que no choque el mecanismo.

Las ecuaciones (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) y (4.7) se aplican y resuelven en los programas computacionales que describen la cinemática y dinámica del mecanismo.

4.3. Resultados Obtenidos

Se realizaron simulaciones para validar lo obtenido en los cálculos de la cinemática y dinámica de los capítulos anteriores.

En el Apéndice B se encuentra el programa de Matlab® utilizado para la simulación cinemática.

En el Apéndice C se encuentra el programa de Matlab® utilizado para la solución dinámica.

En el Apéndice D se encuentran los planos del diseño de mecanismo para su validación en Solidworks®, en las Tablas 4.1 a 4.4 se pueden ver los principales

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS



valores utilizados en los cálculos.

Tabla 4.1. Valores empleados para los eslabones AB_1 y BC_1 .

Variable	Valor	Origen
Longitud	10 cm	Valor propuesto
Masa	0.02711711 kg	Obtenido de Solidworks®
Momento de inercia	0.00002561 kg/m ²	Obtenido de Solidworks®
Posición del centro de masa	0.04744083 m	Obtenido de Solidworks®

Tabla 4.2. Valores empleados para los eslabones AB_2 y BC_2 .

Variable	Valor	Origen
Longitud	8 cm	Valor propuesto
Masa	0.01610111 kg	Obtenido de Solidworks®
Momento de inercia	0.00001467 kg/m ²	Obtenido de Solidworks®
Posición del centro de masa	0.04281383 m	Obtenido de Solidworks®

Tabla 4.3. Valores empleados para los eslabones AD y AE .

Variable	Valor	Origen
Longitud	45 cm	Valor propuesto
Masa	0.09340221 kg	Obtenido de Solidworks®
Momento de inercia	0.00163956 kg/m ²	Obtenido de Solidworks®
Posición del centro de masa	0.225 m	Obtenido de Solidworks®

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS



Tabla 4.4. Valores empleados para los eslabones *CD*, *CE*, *DF* y *EF*.

Variable	Valor	Origen
Longitud	21 cm	Valor propuesto
Masa	0.044444221 kg	Obtenido de Solidworks®
Momento de inercia	0.00017953 kg/m ²	Obtenido de Solidworks®
Posición del centro de masa	0.105 m	Obtenido de Solidworks®

4.3.1. Resultados de la Cinemática

4.3.1.1. Caso de estudio: Línea Recta (configuración P-L/recta vertical)

De acuerdo a la Figura 4.2 podemos ver la trayectoria descrita por la articulación F del mecanismo para el caso de una línea recta, para cada caso de estudio analizado en esta sección los eslabones de longitud constante AD , AE , CD , CE , DF , EF están representados por líneas azules, los eslabones de longitud constante de los pares prismáticos (estatores) AB_1 , BC_1 están representados por líneas verdes, los eslabones de longitud variable de los pares prismáticos (vástagos) AB_2 , BC_2 están representados por líneas rojas, los centros de masas están representados por los asteriscos (*), mientras que la curva trazada es representada por círculos rojos, para que se produzca la trayectoria de línea recta las condiciones deben de ser: que el ángulo θ_{AB} debe permanecer constante con valor a cero radianes, el ángulo θ_{BC} debe desplazarse, además de que las longitudes L_{AB} y L_{BC} deben permanecer constantes e iguales.

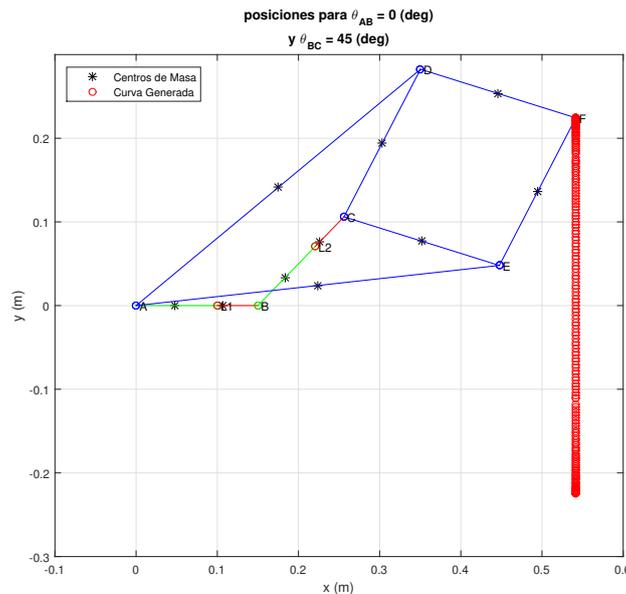


Figura 4.2. Trazado de línea recta vertical.

Para este caso en particular tenemos los valores de entrada descritos en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5. Valores de entrada para trayectoria de línea recta.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_2 0} = 5 \text{ cm}$	$L_{AB_2 f} = 5 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_2 0} = 5 \text{ cm}$	$L_{BC_2 f} = 5 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB 0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{AB f} = 0 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC 0} = -\pi/4 \text{ rad}$	$\theta_{BC f} = \pi/4 \text{ rad}$

En esta configuración el mecanismo se comporta de la misma manera que el mecanismo P-L clásico y produce una línea recta vertical.

4.3.1.2. Caso de estudio: Línea Recta (configuración P-L Mod contraído/recta horizontal)

De acuerdo a la Figura 4.3 podemos ver la trayectoria descrita por la articulación F del mecanismo para el caso de una línea recta horizontal, para que se produzca la trayectoria de línea recta las condiciones deben de ser: que el ángulo θ_{AB} debe permanecer constante con valor a cero radianes, el ángulo θ_{BC} debe permanecer constante con valor a cero radianes, la longitud de L_{AB_2} debe contraerse desde 5 cm hasta 2 cm y la longitud L_{BC_2} debe permanece constante.

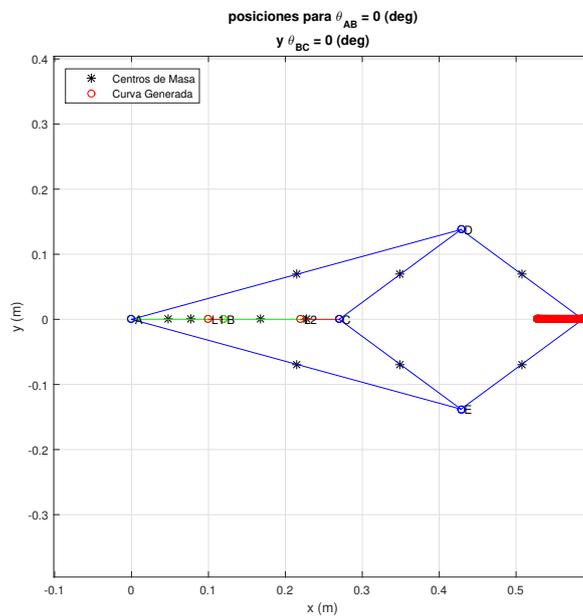


Figura 4.3. Trazado de línea recta horizontal contraída.

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS



Para este caso en particular tenemos los valores de entrada descritos en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6. Valores de entrada para trayectoria de línea recta horizontal.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_2 0} = 5 \text{ cm}$	$L_{AB_2 f} = 2 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_2 0} = 5 \text{ cm}$	$L_{BC_2 f} = 5 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB 0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{AB f} = 0 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC 0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{BC f} = 0 \text{ rad}$

En esta configuración del mecanismo se puede observar que la mayor parte del eslabón AB_2 termina dentro del eslabón AB_1 y por lo tanto los centros de masa de ambos eslabones están mas cercanos entre sí, lo que físicamente se observa como la posición contraída del par prismático AB , mientras que los centros de masa de los eslabones BC_1 y BC_2 están más separados entre sí, lo que indica que no hubo cambios en el desplazamiento del par prismático BC , esta configuración produce una línea recta con el mecanismo en posición simétrica contraído.

4.3.1.3. Caso de estudio: Línea Recta (configuración P-L Mod expandido/recta horizontal)

De acuerdo a la Figura 4.4 podemos ver la trayectoria descrita por la articulación F del mecanismo para el caso de una línea recta, para que se produzca la trayectoria de línea recta las condiciones deben de ser: que el ángulo θ_{AB} debe permanecer constante con valor a cero radianes, el ángulo θ_{BC} debe permanecer constante con valor a cero radianes, la longitud de L_{AB_2} debe permanecer constante y la longitud L_{BC_2} debe expandirse desde 5 cm hasta 8 cm.

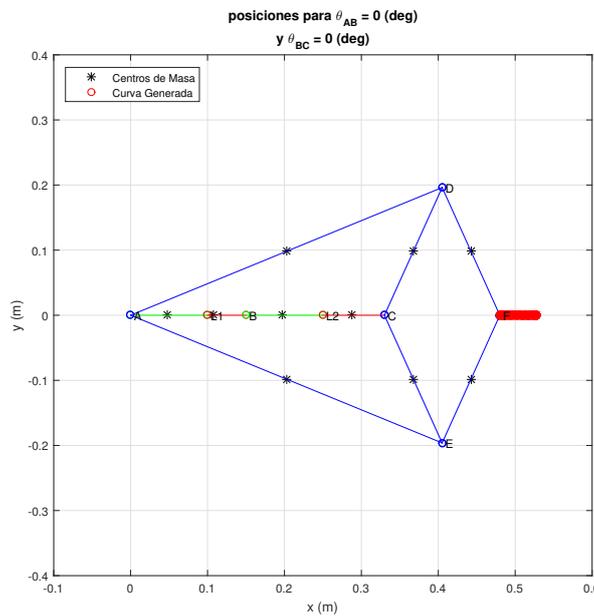


Figura 4.4. Trazado de línea recta horizontal expandida.

Para este caso en particular tenemos los valores de entrada descritos en la Tabla 4.7.

Tabla 4.7. Valores de entrada para trayectoria de línea recta.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{AB_{2f}} = 5 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{BC_{2f}} = 8 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB_0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{AB_f} = 0 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC_0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{BC_f} = 0 \text{ rad}$

En esta configuración del mecanismo se puede observar una mayor separación entre los centros de masa de los eslabones BC_1 y BC_2 , lo que físicamente se

observa como la expansión del par prismático BC , esta configuración produce una línea recta con el mecanismo en posición simétrica expandido.

4.3.1.4. Caso de estudio: Configuración para curva cóncava

De acuerdo a la Figura 4.5 podemos ver la trayectoria descrita por la articulación F del mecanismo para el caso de una curva cóncava, para que se produzca la trayectoria de curva cóncava las condiciones deben de ser: que el ángulo θ_{AB} debe permanecer constante con valor a cero radianes, el ángulo θ_{BC} debe desplazarse, además de que $L_{BC} > L_{AB}$ y deben permanecer constantes.

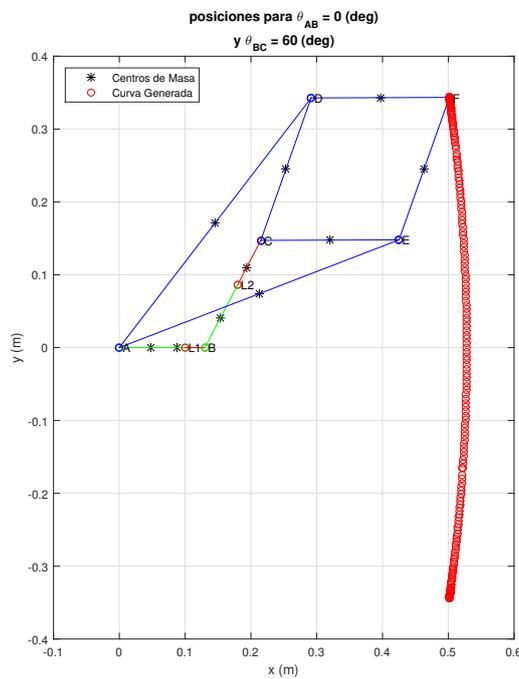


Figura 4.5. Trazado de curva cóncava.

Para este caso en particular tenemos los valores de entrada descritos en la Tabla 4.8.

Tabla 4.8. Valores de entrada para trayectoria de curva cóncava.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_{20}} = 3 \text{ cm}$	$L_{AB_{2f}} = 3 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_{20}} = 7 \text{ cm}$	$L_{BC_{2f}} = 7 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB_0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{AB_f} = 0 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC_0} = -\pi/3 \text{ rad}$	$\theta_{BC_f} = \pi/3 \text{ rad}$

4.3.1.5. Caso de estudio: Configuración para curva convexa

De acuerdo a la Figura 4.6 podemos ver la trayectoria descrita por la articulación F del mecanismo para el caso de una curva convexa, para que se produzca la trayectoria de curva convexa las condiciones deben de ser: que el ángulo θ_{AB} debe permanecer constante con valor a cero radianes, el ángulo θ_{BC} debe desplazarse, además de que $L_{BC} < L_{AB}$ y deben permanecer constantes.

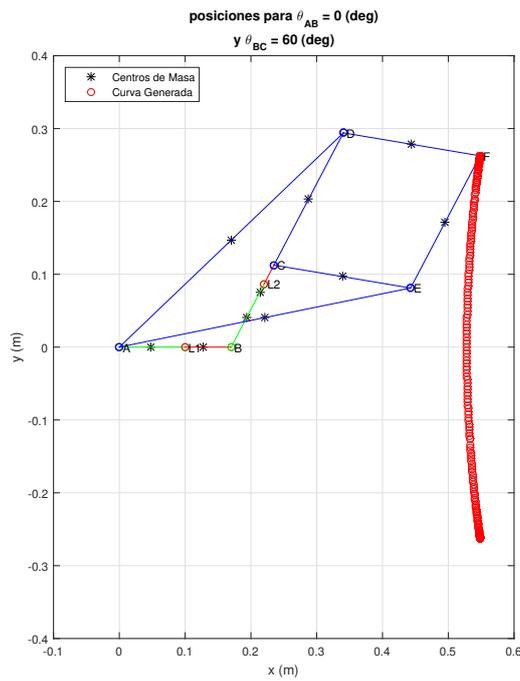


Figura 4.6. Trazado de curva convexa.

Para este caso en particular tenemos los valores de entrada descritos en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9. Valores de entrada para trayectoria de curva convexa.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_{20}} = 7 \text{ cm}$	$L_{AB_{2f}} = 7 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_{20}} = 3 \text{ cm}$	$L_{BC_{2f}} = 3 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB_0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{AB_f} = 0 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC_0} = -\pi/3 \text{ rad}$	$\theta_{BC_f} = \pi/3 \text{ rad}$

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

4.3.1.6. Posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para $\theta_{AB} = 0$ y $-\pi/4 \leq \theta_{BC} \leq \pi/4$

De acuerdo a la Figura 4.7 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.10 con $L_{AB} = L_{BC}$.

Tabla 4.10. Valores de entrada para las Figuras 4.7 a 4.10.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{AB_{2f}} = 5 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{BC_{2f}} = 5 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB_0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{AB_f} = 0 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC_0} = -\pi/4 \text{ rad}$	$\theta_{BC_f} = \pi/4 \text{ rad}$

En la Figura 4.7 se pueden observar los perfiles de posición, velocidad y aceleración para las articulaciones A y B (θ_{AB} , θ_{BC} , $\dot{\theta}_{AB}$, $\dot{\theta}_{BC}$, $\ddot{\theta}_{AB}$, $\ddot{\theta}_{BC}$), en general se puede observar que inicialmente no hay movimiento y después comienza a moverse lentamente y acelera cada vez mas hasta llegar a su máximo, después desacelera hasta llegar a su mínimo y luego vuelve a acelerar para llegar de forma lenta a la posición deseada y no chocar, también se observa que el movimiento es fluido sin perturbaciones.

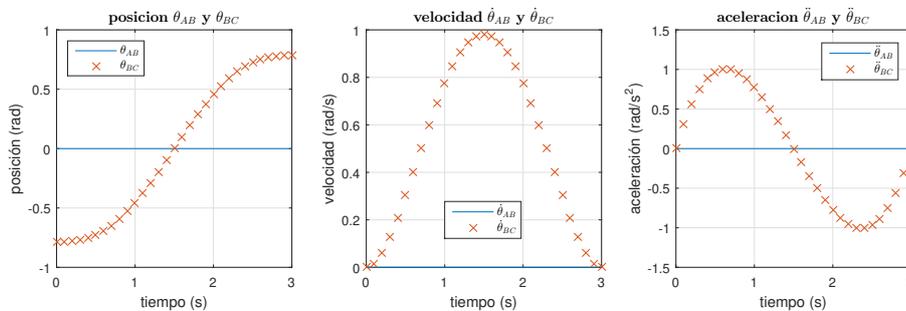


Figura 4.7. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{AB} y θ_{BC} con $\theta_{AB_0} = 0$ a $\theta_{AB_f} = 0$ y $\theta_{BC_0} = -\pi/4$ a $\theta_{BC_f} = \pi/4$.

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

De acuerdo a la Figura 4.8 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.10 con $L_{AB} = L_{BC}$.

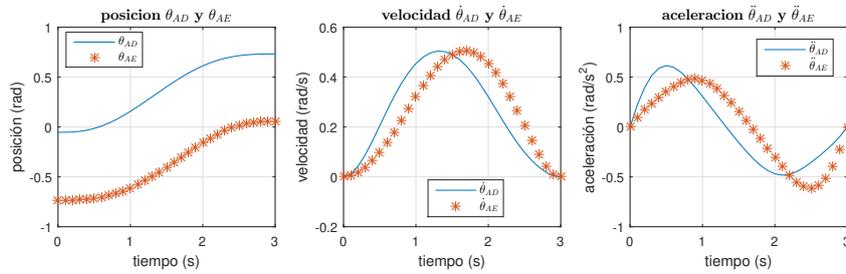


Figura 4.8. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{AD} y θ_{AE} con $\theta_{AB0} = 0$ a $\theta_{ABf} = 0$ y $\theta_{BC0} = -\pi/4$ a $\theta_{BCf} = \pi/4$.

En la Figura 4.8 se puede observar que las gráficas para posición θ_{AD} y θ_{AE} , velocidad $\dot{\theta}_{AD}$ y $\dot{\theta}_{AE}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{AD}$ y $\ddot{\theta}_{AE}$ están invertidas, es decir, los valores de izquierda a derecha de una empiezan de derecha a izquierda en la otra, lo que se debe a esta posición específica para este caso.

De acuerdo a la Figura 4.9 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.10 con $L_{AB} = L_{BC}$.

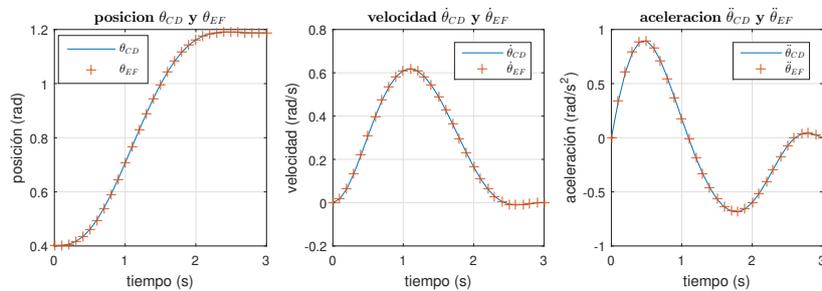


Figura 4.9. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{CD} y θ_{EF} con $\theta_{AB0} = 0$ a $\theta_{ABf} = 0$ y $\theta_{BC0} = -\pi/4$ a $\theta_{BCf} = \pi/4$.

En la Figura 4.9 se puede observar que las gráficas para posición $\theta_{CD} = \theta_{EF}$, velocidad $\dot{\theta}_{CD} = \dot{\theta}_{EF}$, mientras que las gráficas para la aceleración de $\ddot{\theta}_{CD} = \ddot{\theta}_{EF}$ es la misma para este caso.

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

De acuerdo a la Figura 4.10 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.10 con $L_{AB} = L_{BC}$.

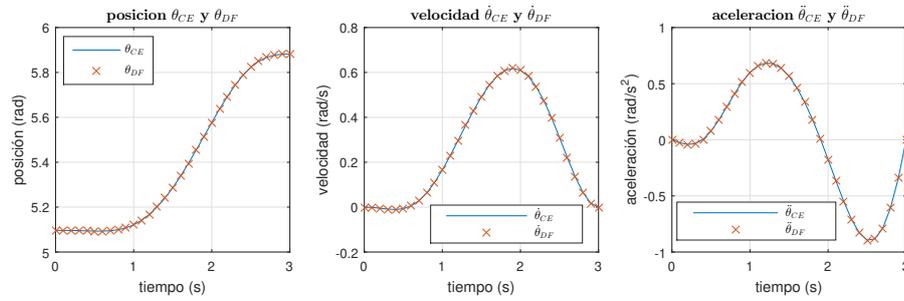


Figura 4.10. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{CE} y θ_{DF} con $\theta_{AB0} = 0$ a $\theta_{ABf} = 0$ y $\theta_{BC0} = -\pi/4$ a $\theta_{BCf} = \pi/4$.

En la Figura 4.10 se puede observar que las gráficas para posición θ_{CE} y θ_{DF} , velocidad $\dot{\theta}_{CE}$ y $\dot{\theta}_{DF}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{CE}$ y $\ddot{\theta}_{DF}$ son iguales para este caso.

4.3.1.7. Posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para $-\pi/4 \leq \theta_{AB} \leq \pi/4$ y $-\pi/4 \leq \theta_{BC} \leq \pi/4$

De acuerdo a la Figura 4.11 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.11 con $L_{AB} = L_{BC}$.

Tabla 4.11. Valores de entrada para las Figuras 4.11 a 4.14.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{AB_{2f}} = 5 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{BC_{2f}} = 5 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB_0} = -\pi/4 \text{ rad}$	$\theta_{AB_f} = \pi/4 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC_0} = -\pi/4 \text{ rad}$	$\theta_{BC_f} = \pi/4 \text{ rad}$

En la Figura 4.11 se puede observar que las gráficas para posición θ_{AB} y θ_{BC} , velocidad $\dot{\theta}_{AB}$ y $\dot{\theta}_{BC}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{AB}$ y $\ddot{\theta}_{BC}$ son iguales para este caso, en general se puede observar que inicialmente no hay movimiento y después comienza a moverse lentamente y acelera cada vez más hasta llegar a su máximo, después desacelera hasta llegar a su mínimo y luego vuelve a acelerar para llegar de forma lenta a la posición deseada, también se observa que el movimiento es fluido sin perturbaciones.

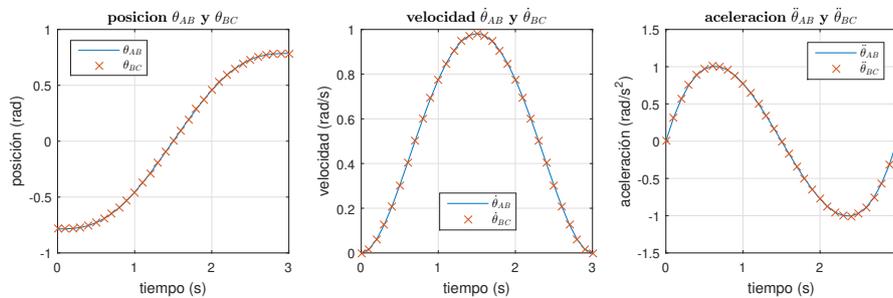


Figura 4.11. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{AB} y θ_{BC} con $\theta_{AB_0} = -\pi/4$ a $\theta_{AB_f} = \pi/4$ y $\theta_{BC_0} = -\pi/4$ a $\theta_{BC_f} = \pi/4$.

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

De acuerdo a la Figura 4.12 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.11 con $L_{AB} = L_{BC}$.

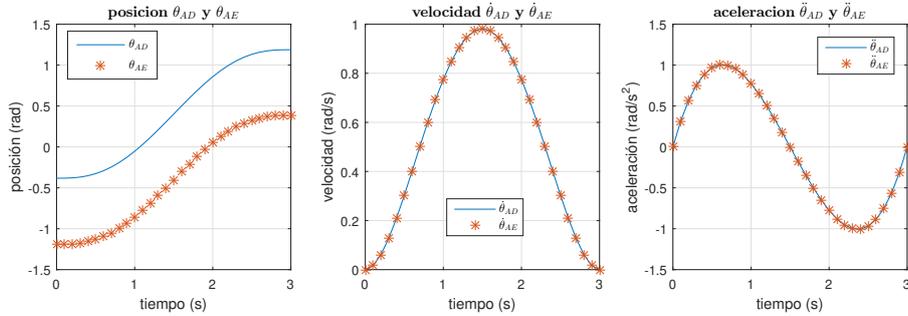


Figura 4.12. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{AD} y θ_{AE} con $\theta_{AB0} = -\pi/4$ a $\theta_{ABf} = \pi/4$ y $\theta_{BC0} = -\pi/4$ a $\theta_{BCf} = \pi/4$.

En la Figura 4.12 se puede observar que las gráficas para posición de θ_{AD} y θ_{AE} están invertidas, mientras que la velocidad $\dot{\theta}_{AD}$ y $\dot{\theta}_{AE}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{AD}$ y $\ddot{\theta}_{AE}$ son iguales para este caso.

De acuerdo a la Figura 4.13 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.11 con $L_{AB} = L_{BC}$.

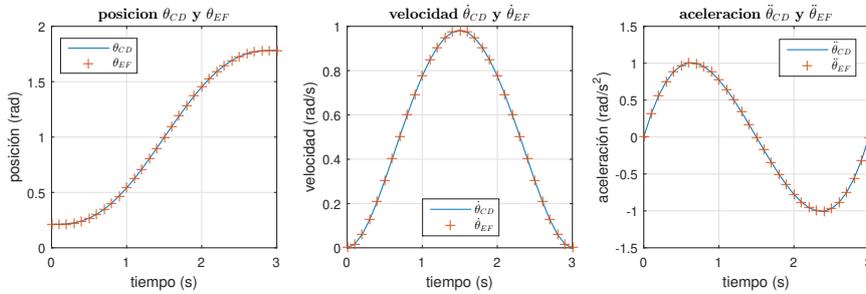


Figura 4.13. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{CD} y θ_{EF} con $\theta_{AB0} = -\pi/4$ a $\theta_{ABf} = \pi/4$ y $\theta_{BC0} = -\pi/4$ a $\theta_{BCf} = \pi/4$.

En la Figura 4.13 se puede observar que las gráficas para posición $\theta_{CD} = \theta_{EF}$, velocidad $\dot{\theta}_{CD} = \dot{\theta}_{EF}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{CD} = \ddot{\theta}_{EF}$ para este caso.

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

De acuerdo a la Figura 4.14 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.11 con $L_{AB} = L_{BC}$.

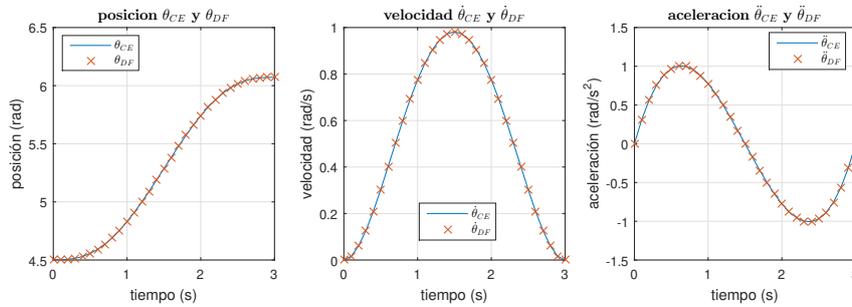


Figura 4.14. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{CE} y θ_{DF} con $\theta_{AB0} = -\pi/4$ a $\theta_{ABf} = \pi/4$ y $\theta_{BC0} = -\pi/4$ a $\theta_{BCf} = \pi/4$.

En la Figura 4.14 se puede observar que las gráficas para posición $\theta_{CE} = \theta_{DF}$, velocidad $\dot{\theta}_{CE} = \dot{\theta}_{DF}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{CE} = \ddot{\theta}_{DF}$ para este caso.

4.3.1.8. Posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para $-\pi/4 \leq \theta_{AB} \leq \pi/4$ y $-\pi/2 \leq \theta_{BC} \leq \pi/2$

De acuerdo a la Figura 4.15 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.12 con $L_{AB} = L_{BC}$.

Tabla 4.12. Valores de entrada para las Figuras 4.15 a 4.18.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{AB_{2f}} = 5 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{BC_{2f}} = 5 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB_0} = -\pi/4 \text{ rad}$	$\theta_{AB_f} = \pi/4 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC_0} = -\pi/2 \text{ rad}$	$\theta_{BC_f} = \pi/2 \text{ rad}$

En la Figura 4.15 se puede observar que los perfiles para posición $\theta_{AB} = 0.5\theta_{BC}$, velocidad $\dot{\theta}_{AB} = 0.5\dot{\theta}_{BC}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{AB} = 0.5\ddot{\theta}_{BC}$ para este caso, en general se puede observar que inicialmente no hay movimiento y después comienza a moverse lentamente y acelera cada vez mas hasta llegar a su máximo, después desacelera hasta llegar a su mínimo y luego vuelve a acelerar para llegar de forma lenta a la posición deseada, también se observa que el movimiento es fluido sin perturbaciones.

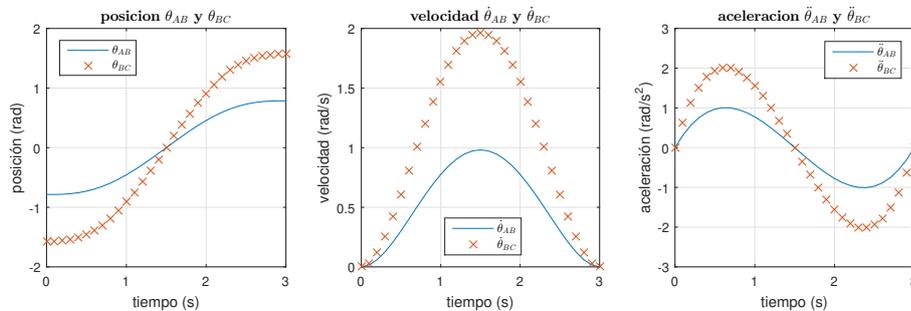


Figura 4.15. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{AB} y θ_{BC} con $\theta_{AB_0} = -\pi/4$ a $\theta_{AB_f} = \pi/4$ y $\theta_{BC_0} = -\pi/2$ a $\theta_{BC_f} = \pi/2$.

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

De acuerdo a la Figura 4.16 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.12 con $L_{AB} = L_{BC}$.

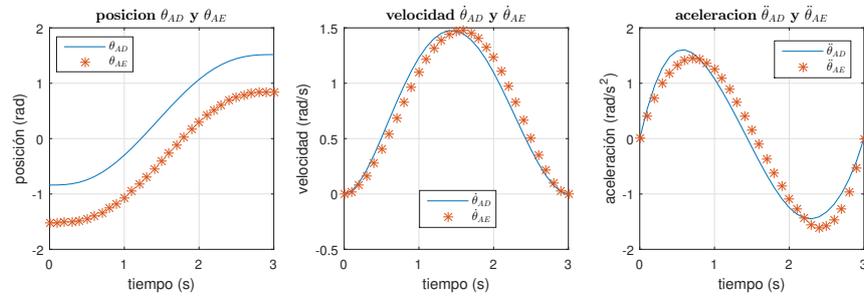


Figura 4.16. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{AD} y θ_{AE} con $\theta_{AB0} = -\pi/4$ a $\theta_{ABf} = \pi/4$ y $\theta_{BC0} = -\pi/2$ a $\theta_{BCf} = \pi/2$.

En la Figura 4.16 se puede observar que las gráficas para posición θ_{AD} y θ_{AE} , velocidad $\dot{\theta}_{AD}$ y $\dot{\theta}_{AE}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{AD}$ y $\ddot{\theta}_{AE}$ están invertidas para este caso.

De acuerdo a la Figura 4.17 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.12 con $L_{AB} = L_{BC}$.

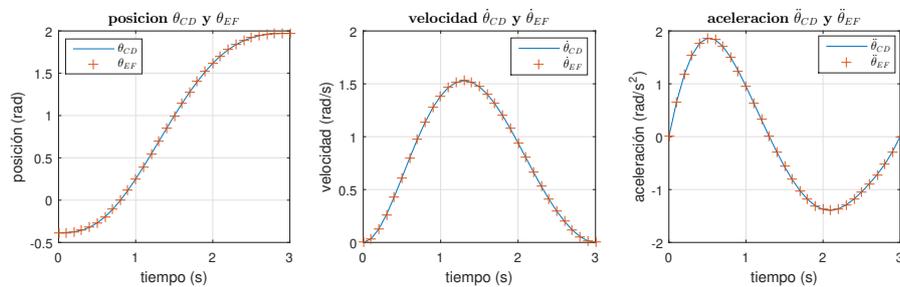


Figura 4.17. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{CD} y θ_{EF} con $\theta_{AB0} = -\pi/4$ a $\theta_{ABf} = \pi/4$ y $\theta_{BC0} = -\pi/2$ a $\theta_{BCf} = \pi/2$.

En la Figura 4.17 se puede observar que las gráficas para posición $\theta_{CD} = \theta_{EF}$, velocidad $\dot{\theta}_{CD} = \dot{\theta}_{EF}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{CD} = \ddot{\theta}_{EF}$ para este caso.

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

De acuerdo a la Figura 4.18 podemos ver el comportamiento de las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares para los valores mostrados en la Tabla 4.12 con $L_{AB} = L_{BC}$.

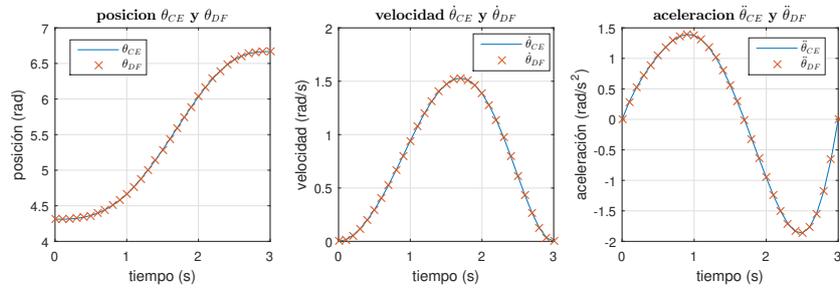


Figura 4.18. Gráficas de los perfiles de posición, velocidad y aceleración para movimientos rotacionales θ_{CE} y θ_{DF} con $\theta_{AB0} = -\pi/4$ a $\theta_{ABf} = \pi/4$ y $\theta_{BC0} = -\pi/2$ a $\theta_{BCf} = \pi/2$.

En la Figura 4.18 se puede observar que las gráficas para posición $\theta_{CE} = \theta_{DF}$, velocidad $\dot{\theta}_{CE} = \dot{\theta}_{DF}$ y aceleración $\ddot{\theta}_{CE} = \ddot{\theta}_{DF}$ para este caso.

4.3.1.9. Aceleraciones de los eslabones para $2\text{cm} \leq L_{BC} \leq 5\text{cm}$

De acuerdo a la Figura 4.19 podemos ver el comportamiento de las aceleraciones de los eslabones para los valores mostrados en la Tabla 4.13 con $L_{AB} \neq L_{BC}$.

Tabla 4.13. Valores de entrada para la Figura 4.19.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_{20}} = 5\text{ cm}$	$L_{AB_{2f}} = 5\text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_{20}} = 2\text{ cm}$	$L_{BC_{2f}} = 5\text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB_0} = 0\text{ rad}$	$\theta_{AB_f} = 0\text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC_0} = 0\text{ rad}$	$\theta_{BC_f} = 0\text{ rad}$

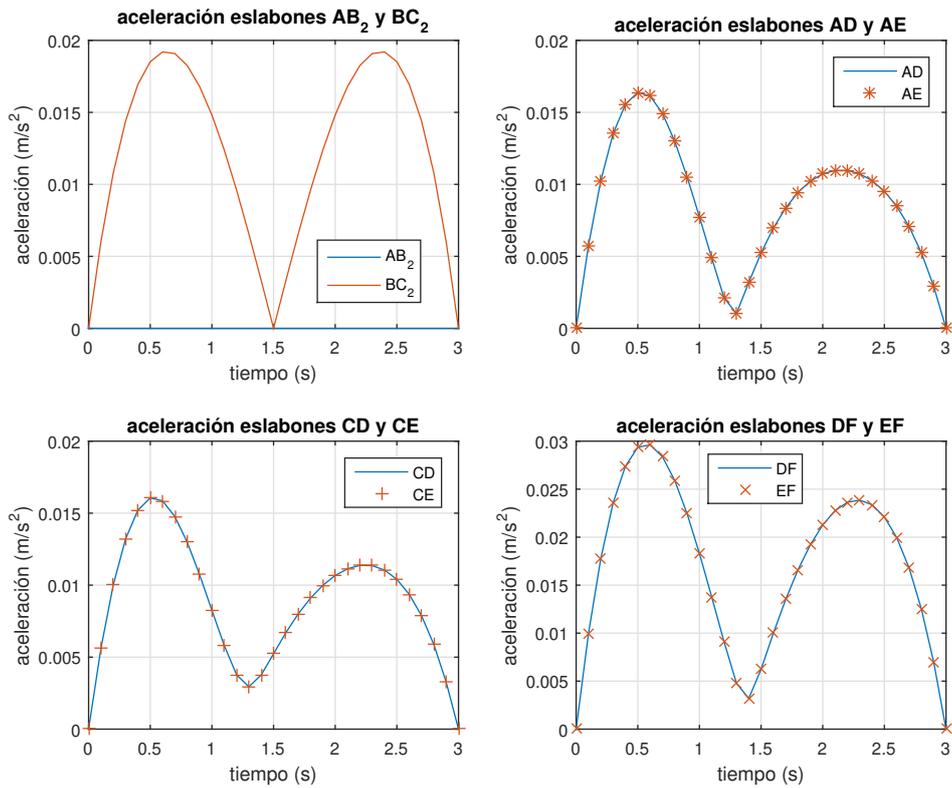


Figura 4.19. Aceleraciones de los eslabones con $L_{AB_0} = 5\text{ cm}$ a $L_{AB_f} = 5\text{ cm}$ y $L_{BC_0} = 2\text{ cm}$ a $L_{BC_f} = 5\text{ cm}$.

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

En la Figura 4.19 se puede observar que el eslabón AB_2 (vástago del actuador prismático AB) no se está acelerando mientras que el eslabón BC_2 (vástago del actuador prismático BC) se acelera y desacelera de forma simétrica, también se observa que las aceleraciones de los eslabones AE y AD son iguales, así mismo las aceleraciones para los eslabones CD y CE también son iguales, finalmente tenemos las aceleraciones de los eslabones DF y EF las cuales son iguales.

4.3.2. Resultados de la Dinámica

4.3.2.1. Torque B

De acuerdo a la Figura 4.20 podemos ver el comportamiento del mecanismo para los valores mostrados en la Tabla 4.14.

Tabla 4.14. Desplazamientos para la Figura 4.20.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_2 0} = 5 \text{ cm}$	$L_{AB_2 f} = 5 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_2 0} = 5 \text{ cm}$	$L_{BC_2 f} = 5 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB_0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{AB_f} = 0 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC_0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{BC_f} = \pi/3 \text{ rad}$

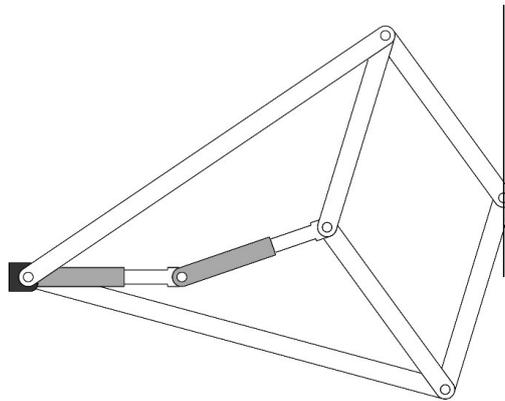


Figura 4.20. Comportamiento del mecanismo de acuerdo a la Tabla 4.14.

4.3. RESULTADOS OBTENIDOS

En la Figura 4.21 podemos ver la comparación de las gráficas obtenidas para el torque T_B tanto por medio de la solución de Matlab® (curva negra) como por medio de Solidworks® (curva azul) para los valores mostrados en la Tabla 4.14.

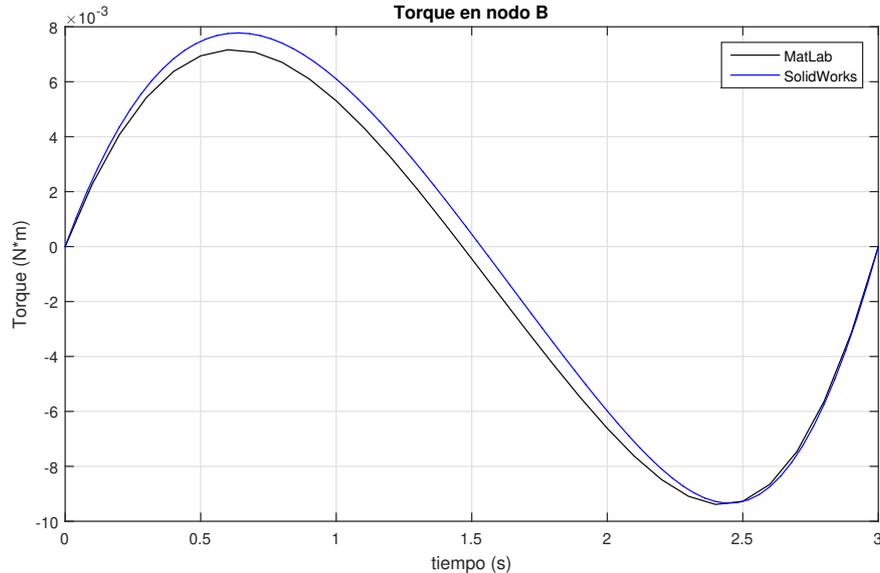


Figura 4.21. Gráfica del torque T_B de acuerdo con los valores de la Tabla 4.14.

En la Figura 4.21 se puede observar la trayectoria calculada por medio del modelo dinámico realizado en Matlab® donde el torque inicial en el nodo B es cero $[N*m]$ y el torque final en el mismo nodo también es de cero $[N*m]$, se puede observar que el movimiento es uniforme y fluido, esta curva presenta un máximo con valor de $0.007164 [N*m]$ y un mínimo de $-0.009387 [N*m]$. En esta misma figura se describe la trayectoria realizada por la simulación del mecanismo en Solidworks® donde el torque inicial T_B es cero $[N*m]$ y el torque final T_B también es de cero $[N*m]$, se observa que el movimiento es uniforme y fluido, la curva azul presenta un máximo de $0.007776 [N*m]$ y un mínimo de $-0.009342 [N*m]$. En este mismo tenor la diferencia máxima entre los valores de ambas curvas es de 6.12×10^{-4} . Lo anterior se resume en la Tabla 4.15.

Tabla 4.15. Valores críticos para las curvas de la Figura 4.21.

Dato	Solidworks®	Matlab®
Máximo	0.007776 $[N*m]$	0.007164 $[N*m]$
Mínimo	-0.009342 $[N*m]$	-0.009387 $[N*m]$
Error máximo	0.0612 %	

4.3.2.2. Torque A

De acuerdo a la Figura 4.22 podemos ver el comportamiento del mecanismo para los valores mostrados en la Tabla 4.16.

Tabla 4.16. Desplazamientos para la Figura 4.22.

Tipo	Inicial	Final
Lineal	$L_{AB_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{AB_{2f}} = 5 \text{ cm}$
Lineal	$L_{BC_{20}} = 5 \text{ cm}$	$L_{BC_{2f}} = 5 \text{ cm}$
Angular	$\theta_{AB_0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{AB_f} = \pi/3 \text{ rad}$
Angular	$\theta_{BC_0} = 0 \text{ rad}$	$\theta_{BC_f} = \pi/3 \text{ rad}$

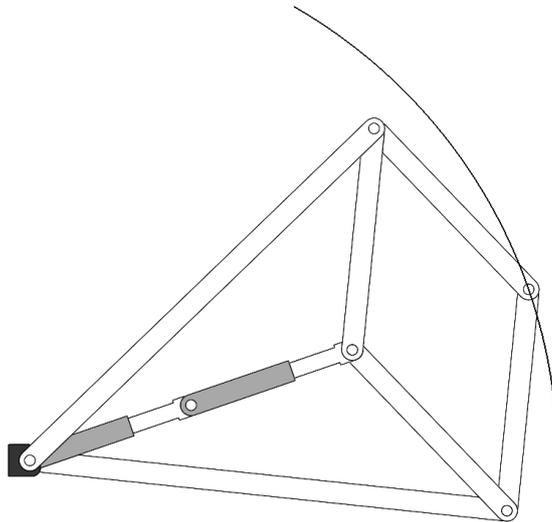


Figura 4.22. Comportamiento del mecanismo de acuerdo a la Tabla 4.16.

En la Figura 4.23 se puede observar la gráfica obtenida por medio del modelo dinámico calculado en Matlab® (curva negra) donde el torque inicial en el nodo A es cero [N*m] y el torque final del mismo nodo nuevamente es cero [N*m], el movimiento es uniforme y fluido, esta curva presenta un valor máximo de 0.02773 [N*m] y un mínimo de -0.03108 [N*m]. En esta misma figura se describe la gráfica realizada por la simulación en Solidworks® que se observa en la curva azul donde el torque T_A inicial y final es de cero [N*m], se observa que el movimiento es uniforme y fluido, la curva azul presenta un máximo de 0.03204 [N*m] y un mínimo de -0.03204 [N*m]. De acuerdo con lo anterior la diferencia máxima entre los valores de ambas curvas es de 4.31×10^{-3} . Lo anterior se resume en la Tabla 4.17.

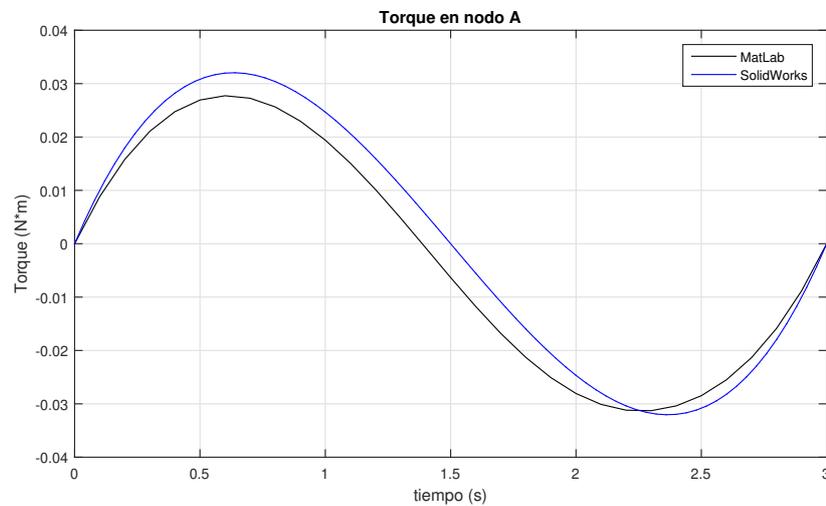


Figura 4.23. Gráfica del torque T_A de acuerdo con los valores de la Tabla 4.16.

Tabla 4.17. Valores críticos para las curvas de la Figura 4.23.

Dato	Solidworks®	Matlab®
Máximo	0.03204 [N*m]	0.02773 [N*m]
Mínimo	-0.03204 [N*m]	-0.03108 [N*m]
Error máximo	0.4310 %	

4.3.2.3. Fuerzas

Las fuerzas del mecanismo obtenidas dentro de los eslabones que no poseen juntas prismáticas se equilibran y no son relevantes para el análisis, respecto a las fuerzas de los actuadores prismáticos se observa que este modelo no es eficiente para calcular dichos valores.

4.4. Conclusiones del Capítulo 4

El empleo de software fue necesario para la solución del modelo desarrollado debido al gran número de ecuaciones generadas, además de que podemos visualizar los comportamientos que imperan diversos elementos del mecanismo.

Con la simulación pudimos observar los movimientos del mecanismo cambiando valores de distintos parámetros para observar su comportamiento.

Se calculó la cinemática por dos métodos: el algebraico (como en dinámica

4.4. CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 4



de la maquinaria) y utilizando la matriz de transformación de Denavit-Hartenberg modificada (como en robótica) y en ambas se obtuvieron los mismos resultados. La ventaja del segundo método es que es mucho más rápido y sencillo, sobre todo si se realiza en software pero su desventaja es que al ser un método ideado principalmente para robots seriales se pierde la oportunidad de analizar las demás cadenas cinemáticas y con ello información útil para el sistema mecánico completo.

Los errores obtenidos del modelo dinámico en comparación con los de la simulación son menores a 1 % lo que predice un buen cálculo, en este mismo sentido la simulación nos valida lo realizado en el modelado.

Capítulo 5

Conclusiones Generales

Como se observa en la investigación realizada en el capítulo 1, no han sido ampliamente estudiados los mecanismos reconfigurables y hay un gran vacío en el uso del mecanismo P-L como unidad de propulsión para máquinas caminantes.

El estudio cinemático nos permitió definir y variar las longitudes de sus actuadores prismáticos y sus desplazamientos angulares con lo que se puede reconfigurar para obtener diferentes trayectorias (rectas horizontales, rectas verticales y diversas curvas) lo cual se demostró en el capítulo de simulación y análisis de resultados.

El mecanismo posee un total de 4 GDL. Pero este mecanismo sigue siendo un mecanismo plano para convertirlo en la UPR basta con añadir un pie (actuador prismático FP localizado en el nodo F en el eje z), con esta modificación la movilidad de la UPR aumenta a 5 GDL.

El mecanismo plano tiene la ventaja de que únicamente emplea un GDL para desplazarse en el plano xy siendo los otros tres GDL para la reconfiguración. En esta perspectiva, la UPR utiliza dos GDL para desplazarse en un espacio tridimensional xyz y los otros tres GDL siguen siendo para la reconfiguración.

La cinemática nos permitió visualizar las posiciones, y los perfiles de velocidad y aceleración angulares para obtener movimientos fluidos sin fluctuaciones bruscas que dañen los actuadores o la estructura del mecanismo, además se encontraron algunas relaciones simétricas en las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares y en las aceleraciones de los eslabones, con lo que se demuestra la simetría del mecanismo.

Al añadir el actuador prismático FP no afecta en la cinemática para el nodo F ya que la cinemática en el nodo P sería la misma solo trasladada una distancia L_{FP} en el eje z .

Respecto a la dinámica tampoco afecta para los torques T_A , T_B y las fuerzas de interés en los prismáticos ya que siguen siendo las mismas debido a que sólo se mueven en el plano xy , solo se tiene que considerar la masa del nuevo actuador

prismático como una masa puntual en la articulación F .

Una desventaja de utilizar el método Newton-Euler para el desarrollo del modelo dinámico es que se trabaja con muchas ecuaciones y con ello se pueden generar diversos errores de modelado, entre más ecuaciones e incógnitas es más difícil manejar el modelo matemático.

Con este método no se pueden calcular las fuerzas de interés en los actuadores prismáticos ya que se indeterminan los valores, esto se debe a la geometría del mismo mecanismo. Para solucionar este inconveniente se puede utilizar un método numérico y obtener las fuerzas deseadas, por motivos de tiempo y agenda dicho estudio se propone para futuras investigaciones.

En ese mismo tenor también se puede utilizar el método de lagrangianos o por medio de la teoría del tornillo para obtener los valores de las fuerzas.

Con este trabajo podemos observar una simulación del comportamiento del mecanismo PL-Mod antes de construir un prototipo físico.

Una de las ventajas del uso de software en este proyecto fue principalmente que se ahorró mucho trabajo y tiempo para realizar los cálculos.

La finalidad de este estudio es poder demostrar matemáticamente que es posible construir una máquina con UPR basadas en el mecanismo reconfigurable que se mueva en diferentes direcciones utilizando diversas trayectorias para obtener movimientos fluidos y poder desplazar la máquina sin mayor inconveniente sobre un terreno llano.

La máquina caminante basada en la UPR de este mecanismo reconfigurable puede ser utilizada en diversas áreas desde asistencialismo hasta sondas de exploración.

Tanto el diseño y prototipo de la UPR y la máquina caminante son patentables lo que ofrece un área de oportunidad en el desarrollo industrial, empresas de base tecnológica y negocios para capitalizar el conocimiento desarrollado en la ciencia e ingeniería.

Gracias a este estudio se puede profundizar más en el análisis y diseño de unidades de propulsión basadas en mecanismos para máquinas caminantes y así contribuir al desarrollo del campo de la robótica.

Bibliografía

- [1] J. Michael McCarthy and Gim Song Soh. *Geometric Design of Linkages*, volume 11. Springer Science & Business Media, 2000.
- [2] Robert L. Norton. *Diseño de maquinaria*. McGraw-Hill, 2016.
- [3] Joseph Edward Shigley, John Joseph Uicker, José H. Pérez, and Hortensia Corona de Contín. *Teoría de Máquinas y Mecanismos*. McGraw-Hill México;, 1983.
- [4] John J. Uicker, Bahram Ravani, and Pradip N. Sheth. *Matrix Methods in the Design Analysis of Mechanisms and Multibody Systems*. Cambridge University Press, 2013.
- [5] George H. Martin. *Kinematics and Dynamics of Machines*. McGraw-Hill, 1982.
- [6] William Bolton. *Mecatrónica: Sistemas de Control Electrónico en Ingeniería Mecánica y Eléctrica*. 2^a. Alfaomega. México DF, 2010.
- [7] Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, and Giuseppe Oriolo. *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [8] Subir Kumar Saha. *Introducción a la Robótica*. McGraw-Hill, 2010.
- [9] Mark W. Spong, Seth Hutchinson, Mathukumalli Vidyasagar, et al. *Robot Modeling and Control*. John Wiley & Sons, 2006.
- [10] Antonio Barrientos, Luis Felipe Peñin, Carlos Balaguer, and Rafael Aracil. *Fundamentos de Robótica*, volume 2. McGraw-Hill Madrid, 2007.
- [11] Peter Corke. *Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms in MATLAB® second, completely revised*, volume 118. Springer, 2017.

- [12] Jorge Angeles. *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems*. Springer, 2014.
- [13] James L. Meriam and L. Glenn Kraige. *Engineering Mechanics: Dynamics*, volume 2. John Wiley & Sons, 2012.
- [14] Jaime Gallardo-Alvarado. *Kinematic Analysis of Parallel Manipulators by Algebraic Screw Theory*. Springer, 2016.
- [15] David J. Todd. *Walking Machines: An Introduction to Legged Robots*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [16] Terrence Joseph Sejnowski. *Living Machines: A Handbook of Research in Biomimetic and Biohybrid Systems*. Oxford University Press, 2018.
- [17] J.S. Pantoja-García, M.G. Villarreal-Cervantes, J.C. González-Robles, and G. Sepúlveda Cervantes. Síntesis óptima de un mecanismo para la marcha bípeda utilizando evolución diferencial. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 33(1-2):138–153, 2017.
- [18] Tetsuya Ogata, Yoshihiro Matsuyama, Takaaki Komiya, Masataka Ida, Kuniaki Noda, and Shigeki Sugano. Development of emotional communication robot: Wamoeba-2r-experimental evaluation of the emotional communication between robots and humans. In *Proceedings. 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000)(Cat. No. 00CH37113)*, volume 1, pages 175–180. IEEE, 2000.
- [19] Hirai Kazuo, Morii Kenji, and Hirose Masato. Biped robot, European Patent Office, EP 1358972 B1, 2015.
- [20] Kwak Ho Seong, Roh Kyung Shik, and Kwon Woong. Robot and method of controlling balance thereof, U.S. Patent, US 2010/0161116 A1, 2010.
- [21] Xiangrui Meng, Shuo Wang, Zhiqiang Cao, and Leijie Zhang. A review of quadruped robots and environment perception. In *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 6350–6356. IEEE, 2016.
- [22] Tejas Chaudhari, Rohit Bangal, Sagar Wadhai, Ganesh Chincholkar, Prathamesh Nalawade, Kunal Patil, and Hemant Ghuge. Design and control of quadruped robot along with machine vision based path planning. In *2019 IEEE Pune Section International Conference (PuneCon)*, pages 1–6. IEEE, 2019.
- [23] Zhao Tongyang. System for humanized control of quadruped bionic robot and control method thereof, U.S. Patent, US 2019/0134825 A1, 2019.

- [24] Jackowski Zachary John, Saunders John Aaron, and Swilling Benjamin. Modular robot system, U.S. Patent, US 10105845 B1, 2018.
- [25] P.S. Pa and C.M. Wu. Design and application of high-sensitivity hexapod robot. In *International Conference on Intelligent Robotics and Applications*, pages 1051–1064. Springer, 2009.
- [26] Canh Toan Nguyen, Hoa Phung, Phi Tien Hoang, Tien Dat Nguyen, Hosang Jung, and Hyouk Ryeol Choi. Development of an insect-inspired hexapod robot actuated by soft actuators. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 10(6), 2018.
- [27] Yang Chih-hsiung. Hexapod robot device, U.S. Patent, US 2012/0259461 A1, 2012.
- [28] Gregory J. Hamlin and Arthur C. Sanderson. Tetrobot modular robotics: Prototype and experiments. In *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IROS'96*, volume 2, pages 390–395. IEEE, 1996.
- [29] Guilin Yang, I-Ming Chen, Wee Kiat Lim, and Song Huat Yeo. Kinematic design of modular reconfigurable in-parallel robots. *Autonomous Robots*, 10(1):83–89, 2001.
- [30] Wei Ye, YueFa Fang, and Sheng Guo. Reconfigurable parallel mechanisms with planar five-bar metamorphic linkages. *Science China Technological Sciences*, 57(1):210–218, 2014.
- [31] Guowu Wei and Jian S. Dai. Reconfigurable and deployable platonic mechanisms with a variable revolute joint. In *Advances in Robot Kinematics*, pages 485–495. Springer, 2014.
- [32] Ryan Fisher, Ron P. Podhorodeski, and Scott B. Nokleby. Design of a reconfigurable planar parallel manipulator. *Journal of Robotic Systems*, 21(12):665–675, 2004.
- [33] Jin-Kyu Choi, Toru Omata, and Osamu Mori. Self-reconfigurable planar parallel robot. In *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)(IEEE Cat. No. 04CH37566)*, volume 3, pages 2654–2660. IEEE, 2004.
- [34] Osamu Mori and Toru Omata. Coupling of two 2-link robots with a passive joint for reconfigurable planar parallel robot. In *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 02CH37292)*, volume 4, pages 4120–4125. IEEE, 2002.

- [35] Eisentraut Rudy A., Sanderson Terry M., and Gowler Brian J. Reconfigurable wing and method of use, U.S. Patent, US 2010/0127130 A1, 2010.
- [36] Jorge Curiel G., Ignacio Juárez C., Lucia Márquez P., and Leonardo Romero M. Desarrollo de exoesqueleto para rehabilitación. In *Diseño de prototipos para la inclusión de personas con discapacidad*, pages 125–143. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2019.
- [37] Diego A. Núñez-Altamirano, Ignacio Juárez-Campos, Lucia Márquez-Pérez, and Ociel Flores-Díaz. Description of a propulsion unit used in guiding a walking machine by recognizing a three-point bordered path. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 29(6):1157–1166, 2016.
- [38] Carter Peter John and Feenan John. A vertical mass displacement drive, World Intellectual Property Organization, WO 2017/049335 A1, 2017.
- [39] Scott Jill R. and Tremblay Paul L. Laser device, U.S. Patent, US 2003/0080289 A1, 2003.
- [40] Shkolnik Nikolay. Walking apparatus, U.S. Patent, US 4462476 A, 1984.
- [41] Capan Rahmi Oguz. Support mechanism for thermal receivers in the solar trough systems, World Intellectual Property Organization, WO 2012/113478 A1, 2012.
- [42] Murphy Patrick Joseph, Adler Ray, Bausemer Katherine, Gonsalves Joseph, Thompson Kevin, Kong Qingchao, Sivak Mark L., and Mavroidis Constantinos. Multiple degree of freedom portable rehabilitation system having dc motor-based, multi-mode actuator, World Intellectual Property Organization, WO 2014/085810 A1, 2014.
- [43] Russell. C. Hibbeler. *Ingeniería Mecánica: Dinámica*. Prentice Hall, 2010.
- [44] F. Luquin. Máquinas de vapor, mecanismos y PL Chebyshev. *Un paseo por la geometría-Matemática: revista digital de divulgación matemática*, pages 3–19, 2005.
- [45] Markus Bath, G. Dzhanlidze, and Anatoli Kelzon. *Mecánica Teórica en ejercicios y problemas: Estática y Cinemática*, volume 1. Editorial Mir, 1990.
- [46] Reza N. Jazar. *Advanced Dynamics: Rigid Body, Multibody, and Aerospace Applications*. John Wiley & Sons, 2011.
- [47] V. M. Starzhinski. *Mecánica Teórica*. Editorial Mir, 1985.

- [48] Robert H. Bishop. *Mechatronics: an introduction*. CRC Press, 2006.
- [49] Parviz E. Nikravesh. *Planar Multibody Dynamics: Formulation, Programming with MATLAB, and Applications*. CRC Press, 2019.
- [50] Russell Johnston and Ferdinand Pierre Beer. *Mecánica vectorial para ingenieros: Dinámica*. McGraw-Hill, 2010.
- [51] Andrew Pytel and Jaan Kiusalaas. *Ingeniería Mecánica: Dinámica*. Cengage Learning, 2012.
- [52] John J. Craig. *Robótica, 3ra Edición*. Prentice Hall, 2006.
- [53] Hugh D. Young and Roger A. Freedman. *Física Universitaria, Vol. 1. Decimosegunda edición*. Addison-Wesley, Pearson Educación, México, 2009.
- [54] Donald Rosato. *Designing with Plastics and Composites: a Handbook*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [55] Murray R. Spiegel and Orlando Guerrero Ribero. *Manual de fórmulas y tablas matemáticas: 2.400 fórmulas y 60 tablas. Traducido por Orlando Guerrero Ribero*. McGraw-Hill, 1988.
- [56] Fernando Reyes Cortés. *MATLAB: aplicado a Robótica y Mecatrónica*. Alfaomega, 2012.
- [57] Dan B. Marghitu and Mihai Dupac. *Advanced Dynamics: Analytical and Numerical Calculations with MATLAB*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [58] Dan B. Marghitu. *Mechanisms and Robots Analysis with MATLAB®*. Springer Science & Business Media, 2009.

Apéndice A

Cinemática Directa por medio de Denavit-Hartenberg Modificado

Los parámetros de Denavit-Hartenberg Modificado (D-H Mod) de las tramas de los vínculos son asignadas de acuerdo a la siguiente convención [52]:

- a_{i-1} : distancia de Z_i a Z_{i+1} medida sobre X_i
- α_{i-1} : ángulo de Z_i a Z_{i+1} medido sobre X_i
- d_i : distancia de X_{i-1} a X_i medida sobre Z_i
- θ_i : ángulo de X_{i-1} a X_i medido sobre Z_i

Lo anterior se explica de forma resumida en la figura (A.1).

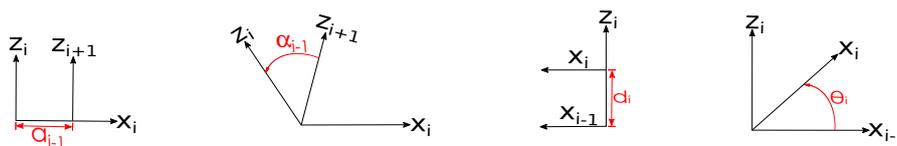


Figura A.1. Descripción de los parámetros de D-H Mod.

Como este método pone tramas (ejes coordenados rotados un ángulo respecto al principal) en cada punto de interés (los nodos de interés para la cinemática) se necesita definir algunos ángulos extra. Las tramas tendrán su origen en cada movimiento (i).

De la Figura 2.5 conocemos los ángulos θ_{AB} , θ_{BC} y $\theta_{AF} = \theta_{AC}$. Con la ayuda de estos ángulos se procede a describir los ángulos auxiliares ς y ψ que se describen en las ecuaciones (A.1) y (A.2) respectivamente.

$$\varsigma = \theta_{BC} - \theta_{AB} \quad (\text{A.1})$$

$$\psi = \theta_{BC} - \theta_{AC} \quad (\text{A.2})$$

Tabla A.1. Parámetros D-H Mod.

Referencia	Z_i	Z_i	X_i	X_i
Movimiento	$X_{i-1} \rightarrow X_i$	$X_{i-1} \rightarrow X_i$	$Z_{i+1} \rightarrow Z_i$	$Z_{i+1} \rightarrow Z_i$
i	θ_i	d_i	a_{i-1}	α_{i-1}
1	θ_{AB}	0	0	0
2	ς	0	L_{AB}	0
3	$-\psi$	0	L_{BC}	0
4	0	0	L_{CF}	0

La ecuación A.3 es la matriz de transformación de D-H Mod. obtenida de [52].

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1}d_i \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Sustituyendo los datos obtenidos de la Tabla A.1 para cada uno de los movimientos en la ecuación A.3, obtenemos las ecuaciones A.4, A.5, A.6 y A.7.

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} C\theta_{AB} & -S\theta_{AB} & 0 & 0 \\ S\theta_{AB} & C\theta_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} C\varsigma & -S\varsigma & 0 & L_{AB} \\ S\varsigma & C\varsigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} C\psi & S\psi & 0 & L_{BC} \\ -S\psi & C\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{CF} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Desarrollando la multiplicación matricial obtenemos la información deseada.

$${}^0_4T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T \quad (\text{A.8})$$

El resultado de A.8 se observa en A.9.

La transformada A.9 nos sirve para calcular la cinemática directa del punto F por el camino $ABCF$ sin tomar en cuenta los otros puntos y nos sirve para validar la cinemática obtenida por el método algebraico.

$${}^0_4T = \begin{bmatrix} T_{11} & -T_{12} & 0 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Donde:

$$T_{11} = C(\theta_{AB} + \varsigma - \psi) \quad (\text{A.10})$$

$$T_{12} = S(\theta_{AB} + \varsigma - \psi) \quad (\text{A.11})$$

$$T_{14} = L_{AB}C\theta_{AB} + L_{BC}C(\theta_{AB} + \varsigma) + L_{CF}C(\theta_{AB} + \varsigma - \psi) \quad (\text{A.12})$$

$$T_{21} = S(\theta_{AB} + \varsigma - \psi) \quad (\text{A.13})$$

$$T_{22} = C(\theta_{AB} + \varsigma - \psi) \quad (\text{A.14})$$

$$T_{24} = L_{AB}S\theta_{AB} + L_{BC}S(\theta_{AB} + \varsigma) + L_{CF}S(\theta_{AB} + \varsigma - \psi) \quad (\text{A.15})$$

Apéndice B

Cinemática Matlab®

```

% UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO >> DICIS <<
% ANÁLISIS DE UNA UPR PARA MÁQUINAS CAMINANTES
% CINEMÁTICA MECANISMO PLANO P-L MOD
% ÁLVAREZ VÁZQUEZ LEONARDO ALFREDO
% DR. Diego Alfredo Núñez Altamirano
% -->Derechos Reservados<--
% Abril 2021

```

```

clear all
clc
%↙

```

```

%% LONGITUDES CONSTANTES DE LOS ESLABONES:

```

```

LAB1=10/100; %Longitud Eslabon AL1 (parte fija del actuador lineal: ESTATOR AL1)
LBC1=LAB1; %Longitud Eslabon BL2 (parte fija del actuador lineal: ESTATOR BL2)
LAD=45/100; %Longitud Eslabon AD
LAE=LAD; %Longitud Eslabon AE
LCD=21/100; %Longitud Eslabon CD
LCE=LCD; %Longitud Eslabon CE
LDF=LCD; %Longitud Eslabon DF
LEF=LCD; %Longitud Eslabon EF
%↙

```

```

%% LONGITUDES Y ANGULOS DE ENTRADA:

```

```

%Valores iniciales y finales del angulo teta AB (5° grado):

```

```

t10=0; P10=0; v10=0; ac10=0;
t1f=3; P1f=pi/3; v1f=0; ac1f=0;
%Para obtener el valor de los coeficientes angulo teta AB:
C1=[P10;P1f;v10;v1f;ac10;ac1f];
A1=[1,t10,t10^2,t10^3,t10^4,t10^5;1,t1f,t1f^2,t1f^3,t1f^4,t1f^5;0,1,2*t10,3*t10^2,↙
4*t10^3,5*t10^4;0,1,2*t1f,3*t1f^2,4*t1f^3,5*t1f^4;0,0,2,6*t10,12*t10^2,20*t10^3;0,0,2,6↙
*t1f,12*t1f^2,20*t1f^3];
X1=inv(A1)*C1;
a10=X1(1,1);
a11=X1(2,1);
a12=X1(3,1);
a13=X1(4,1);
a14=X1(5,1);
a15=X1(6,1);
%↙

```

```

%Valores iniciales y finales del angulo teta BC (5° grado):

```

```

t20=0; P20=0; v20=0; ac20=0;
t2f=3; P2f=pi/3; v2f=0; ac2f=0;
%Para obtener el valor de los coeficientes angulo teta BC:
C2=[P20;P2f;v20;v2f;ac20;ac2f];
A2=[1,t20,t20^2,t20^3,t20^4,t20^5;1,t2f,t2f^2,t2f^3,t2f^4,t2f^5;0,1,2*t20,3*t20^2,↙
4*t20^3,5*t20^4;0,1,2*t2f,3*t2f^2,4*t2f^3,5*t2f^4;0,0,2,6*t20,12*t20^2,20*t20^3;0,0,2,6↙

```

```
*t2f,12*t2f^2,20*t2f^3];
```

```
X2=inv(A2)*C2;
```

```
a20=X2(1,1);
```

```
a21=X2(2,1);
```

```
a22=X2(3,1);
```

```
a23=X2(4,1);
```

```
a24=X2(5,1);
```

```
a25=X2(6,1);
```

```
%
```

```
%Valores iniciales y finales de la longitud LAB2 (5° grado):
```

```
t30=0; P30=5/100; v30=0; ac30=0;
```

```
t3f=3; P3f=5/100; v3f=0; ac3f=0;
```

```
%Para obtener el valor de los coeficientes longitud LAB2:
```

```
C3=[P30;P3f;v30;v3f;ac30;ac3f];
```

```
A3=[1,t30,t30^2,t30^3,t30^4,t30^5;1,t3f,t3f^2,t3f^3,t3f^4,t3f^5;0,1,2*t30,3*t30^2,4*t30^3,5*t30^4;0,1,2*t3f,3*t3f^2,4*t3f^3,5*t3f^4;0,0,2,6*t30,12*t30^2,20*t30^3;0,0,2,6*t3f,12*t3f^2,20*t3f^3];
```

```
X3=inv(A3)*C3;
```

```
a30=X3(1,1);
```

```
a31=X3(2,1);
```

```
a32=X3(3,1);
```

```
a33=X3(4,1);
```

```
a34=X3(5,1);
```

```
a35=X3(6,1);
```

```
%
```

```
%Valores iniciales y finales de la longitud LBC2 (5° grado):
```

```
t40=0; P40=5/100; v40=0; ac40=0;
```

```
t4f=3; P4f=5/100; v4f=0; ac4f=0;
```

```
%Para obtener el valor de los coeficientes longitud LBC2:
```

```
C4=[P40;P4f;v40;v4f;ac40;ac4f];
```

```
A4=[1,t40,t40^2,t40^3,t40^4,t40^5;1,t4f,t4f^2,t4f^3,t4f^4,t4f^5;0,1,2*t40,3*t40^2,4*t40^3,5*t40^4;0,1,2*t4f,3*t4f^2,4*t4f^3,5*t4f^4;0,0,2,6*t40,12*t40^2,20*t40^3;0,0,2,6*t4f,12*t4f^2,20*t4f^3];
```

```
X4=inv(A4)*C4;
```

```
a40=X4(1,1);
```

```
a41=X4(2,1);
```

```
a42=X4(3,1);
```

```
a43=X4(4,1);
```

```
a44=X4(5,1);
```

```
a45=X4(6,1);
```

```
%
```

```
%% VECTORES PARA GRAFICAR CURVA:
```

```
syms T;
```

```
theta_ABT=a10+a11*T+a12*T.^2+a13*T.^3+a14*T.^4+a15*T.^5; %Ángulo teta AB (ángulo de entrada)
```

```

theta_BCT=a20+a21*T+a22*T.^2+a23*T.^3+a24*T.^4+a25*T.^5; %Ángulo teta BC (ángulo de
entrada)
LAB2T=a30+a31*T+a32*T.^2+a33*T.^3+a34*T.^4+a35*T.^5; %Longitud Eslabón LAB2 (parte
móvil del actuador lineal: VÁSTAGO L1B)
LBC2T=a40+a41*T+a42*T.^2+a43*T.^3+a44*T.^4+a45*T.^5; %Longitud Eslabón LBC2 (parte
móvil del actuador lineal: VÁSTAGO L2C)
LABT=LAB1+LAB2T; %Longitud LAB (actuador lineal
AB)
LBCT=LBC1+LBC2T; %Longitud LBC (actuador lineal
BC)

xxCT=LABT*cos(theta_ABT)+LBCT*cos(theta_BCT); %Posición coordenada en x del punto C
yyCT=LABT*sin(theta_ABT)+LBCT*sin(theta_BCT); %Posición coordenada en y del punto C
theta_ACT=atan2(yyCT,xxCT); %Ángulo teta AC
LACT=sqrt(xxCT^2+yyCT^2); %Longitud AC
betaT=acos((LAD^2+LACT^2-LCD^2)/(2*LAD*LACT)); %Ángulo beta
alfaT=acos((LAD^2+LCD^2-LACT^2)/(2*LAD*LCD)); %Ángulo alfa
lamdaT=pi-2*(alfaT+betaT); %Ángulo lamda
theta_ADT=theta_ACT+betaT; %Ángulo teta AD
theta_CDT=alfaT+betaT+theta_ACT; %Ángulo teta CD
theta_DFT=theta_CDT+pi+lamdaT; %Ángulo teta DF
xDT=LAD*cos(theta_ADT); %Posición coordenada en x del punto D
yDT=LAD*sin(theta_ADT); %Posición coordenada en y del punto D
xFT=xDT+LDF*cos(theta_DFT); %Posición coordenada en x del punto F
yFT=yDT+LDF*sin(theta_DFT); %Posición coordenada en y del punto F

```

```
%
```

```
%% PUNTOS A GRAFICAR:
```

```
T=0:.015:3;
trajXF=eval(xFT);
trajYF=eval(yFT);
```

```

inixF=trajXF(1,1);
p2xF=trajXF(1,2);
p3xF=trajXF(1,3);
p4xF=trajXF(1,4);
p5xF=trajXF(1,5);
p6xF=trajXF(1,6);
p7xF=trajXF(1,7);
p8xF=trajXF(1,8);
p9xF=trajXF(1,9);
p10xF=trajXF(1,10);
p11xF=trajXF(1,11);
p12xF=trajXF(1,12);
p13xF=trajXF(1,13);
p14xF=trajXF(1,14);
p15xF=trajXF(1,15);
p16xF=trajXF(1,16);
p17xF=trajXF(1,17);

```

```
p18xF=trajXF(1,18);
p19xF=trajXF(1,19);
p20xF=trajXF(1,20);
p21xF=trajXF(1,21);
p22xF=trajXF(1,22);
p23xF=trajXF(1,23);
p24xF=trajXF(1,24);
p25xF=trajXF(1,25);
p26xF=trajXF(1,26);
p27xF=trajXF(1,27);
p28xF=trajXF(1,28);
p29xF=trajXF(1,29);
p30xF=trajXF(1,30);
p31xF=trajXF(1,31);
p32xF=trajXF(1,32);
p33xF=trajXF(1,33);
p34xF=trajXF(1,34);
p35xF=trajXF(1,35);
p36xF=trajXF(1,36);
p37xF=trajXF(1,37);
p38xF=trajXF(1,38);
p39xF=trajXF(1,39);
p40xF=trajXF(1,40);
p41xF=trajXF(1,41);
p42xF=trajXF(1,42);
p43xF=trajXF(1,43);
p44xF=trajXF(1,44);
p45xF=trajXF(1,45);
p46xF=trajXF(1,46);
p47xF=trajXF(1,47);
p48xF=trajXF(1,48);
p49xF=trajXF(1,49);
p50xF=trajXF(1,50);
p51xF=trajXF(1,51);
p52xF=trajXF(1,52);
p53xF=trajXF(1,53);
p54xF=trajXF(1,54);
p55xF=trajXF(1,55);
p56xF=trajXF(1,56);
p57xF=trajXF(1,57);
p58xF=trajXF(1,58);
p59xF=trajXF(1,59);
p60xF=trajXF(1,60);
p61xF=trajXF(1,61);
p62xF=trajXF(1,62);
p63xF=trajXF(1,63);
p64xF=trajXF(1,64);
p65xF=trajXF(1,65);
p66xF=trajXF(1,66);
p67xF=trajXF(1,67);
p68xF=trajXF(1,68);
```

```
p69xF=trajXF(1,69);
p70xF=trajXF(1,70);
p71xF=trajXF(1,71);
p72xF=trajXF(1,72);
p73xF=trajXF(1,73);
p74xF=trajXF(1,74);
p75xF=trajXF(1,75);
p76xF=trajXF(1,76);
p77xF=trajXF(1,77);
p78xF=trajXF(1,78);
p79xF=trajXF(1,79);
p80xF=trajXF(1,80);
p81xF=trajXF(1,81);
p82xF=trajXF(1,82);
p83xF=trajXF(1,83);
p84xF=trajXF(1,84);
p85xF=trajXF(1,85);
p86xF=trajXF(1,86);
p87xF=trajXF(1,87);
p88xF=trajXF(1,88);
p89xF=trajXF(1,89);
p90xF=trajXF(1,90);
p91xF=trajXF(1,91);
p92xF=trajXF(1,92);
p93xF=trajXF(1,93);
p94xF=trajXF(1,94);
p95xF=trajXF(1,95);
p96xF=trajXF(1,96);
p97xF=trajXF(1,97);
p98xF=trajXF(1,98);
p99xF=trajXF(1,99);
p100xF=trajXF(1,100);
p101xF=trajXF(1,101);
p102xF=trajXF(1,102);
p103xF=trajXF(1,103);
p104xF=trajXF(1,104);
p105xF=trajXF(1,105);
p106xF=trajXF(1,106);
p107xF=trajXF(1,107);
p108xF=trajXF(1,108);
p109xF=trajXF(1,109);
p110xF=trajXF(1,110);
p111xF=trajXF(1,111);
p112xF=trajXF(1,112);
p113xF=trajXF(1,113);
p114xF=trajXF(1,114);
p115xF=trajXF(1,115);
p116xF=trajXF(1,116);
p117xF=trajXF(1,117);
p118xF=trajXF(1,118);
p119xF=trajXF(1,119);
```

```
p120xF=trajXF(1,120);
p121xF=trajXF(1,121);
p122xF=trajXF(1,122);
p123xF=trajXF(1,123);
p124xF=trajXF(1,124);
p125xF=trajXF(1,125);
p126xF=trajXF(1,126);
p127xF=trajXF(1,127);
p128xF=trajXF(1,128);
p129xF=trajXF(1,129);
p130xF=trajXF(1,130);
p131xF=trajXF(1,131);
p132xF=trajXF(1,132);
p133xF=trajXF(1,133);
p134xF=trajXF(1,134);
p135xF=trajXF(1,135);
p136xF=trajXF(1,136);
p137xF=trajXF(1,137);
p138xF=trajXF(1,138);
p139xF=trajXF(1,139);
p140xF=trajXF(1,140);
p141xF=trajXF(1,141);
p142xF=trajXF(1,142);
p143xF=trajXF(1,143);
p144xF=trajXF(1,144);
p145xF=trajXF(1,145);
p146xF=trajXF(1,146);
p147xF=trajXF(1,147);
p148xF=trajXF(1,148);
p149xF=trajXF(1,149);
p150xF=trajXF(1,150);
p151xF=trajXF(1,151);
p152xF=trajXF(1,152);
p153xF=trajXF(1,153);
p154xF=trajXF(1,154);
p155xF=trajXF(1,155);
p156xF=trajXF(1,156);
p157xF=trajXF(1,157);
p158xF=trajXF(1,158);
p159xF=trajXF(1,159);
p160xF=trajXF(1,160);
p161xF=trajXF(1,161);
p162xF=trajXF(1,162);
p163xF=trajXF(1,163);
p164xF=trajXF(1,164);
p165xF=trajXF(1,165);
p166xF=trajXF(1,166);
p167xF=trajXF(1,167);
p168xF=trajXF(1,168);
p169xF=trajXF(1,169);
p170xF=trajXF(1,170);
```

```
p171xF=trajXF(1,171);
p172xF=trajXF(1,172);
p173xF=trajXF(1,173);
p174xF=trajXF(1,174);
p175xF=trajXF(1,175);
p176xF=trajXF(1,176);
p177xF=trajXF(1,177);
p178xF=trajXF(1,178);
p179xF=trajXF(1,179);
p180xF=trajXF(1,180);
p181xF=trajXF(1,181);
p182xF=trajXF(1,182);
p183xF=trajXF(1,183);
p184xF=trajXF(1,184);
p185xF=trajXF(1,185);
p186xF=trajXF(1,186);
p187xF=trajXF(1,187);
p188xF=trajXF(1,188);
p189xF=trajXF(1,189);
p190xF=trajXF(1,190);
p191xF=trajXF(1,191);
p192xF=trajXF(1,192);
p193xF=trajXF(1,193);
p194xF=trajXF(1,194);
p195xF=trajXF(1,195);
p196xF=trajXF(1,196);
p197xF=trajXF(1,197);
p198xF=trajXF(1,198);
p199xF=trajXF(1,199);
p200xF=trajXF(1,200);
finxF=trajXF(1,201);
iniyF=trajYF(1,1);
p2yF=trajYF(1,2);
p3yF=trajYF(1,3);
p4yF=trajYF(1,4);
p5yF=trajYF(1,5);
p6yF=trajYF(1,6);
p7yF=trajYF(1,7);
p8yF=trajYF(1,8);
p9yF=trajYF(1,9);
p10yF=trajYF(1,10);
p11yF=trajYF(1,11);
p12yF=trajYF(1,12);
p13yF=trajYF(1,13);
p14yF=trajYF(1,14);
p15yF=trajYF(1,15);
p16yF=trajYF(1,16);
p17yF=trajYF(1,17);
p18yF=trajYF(1,18);
p19yF=trajYF(1,19);
p20yF=trajYF(1,20);
```

```
p21yF=trajYF(1,21);
p22yF=trajYF(1,22);
p23yF=trajYF(1,23);
p24yF=trajYF(1,24);
p25yF=trajYF(1,25);
p26yF=trajYF(1,26);
p27yF=trajYF(1,27);
p28yF=trajYF(1,28);
p29yF=trajYF(1,29);
p30yF=trajYF(1,30);
p31yF=trajYF(1,31);
p32yF=trajYF(1,32);
p33yF=trajYF(1,33);
p34yF=trajYF(1,34);
p35yF=trajYF(1,35);
p36yF=trajYF(1,36);
p37yF=trajYF(1,37);
p38yF=trajYF(1,38);
p39yF=trajYF(1,39);
p40yF=trajYF(1,40);
p41yF=trajYF(1,41);
p42yF=trajYF(1,42);
p43yF=trajYF(1,43);
p44yF=trajYF(1,44);
p45yF=trajYF(1,45);
p46yF=trajYF(1,46);
p47yF=trajYF(1,47);
p48yF=trajYF(1,48);
p49yF=trajYF(1,49);
p50yF=trajYF(1,50);
p51yF=trajYF(1,51);
p52yF=trajYF(1,52);
p53yF=trajYF(1,53);
p54yF=trajYF(1,54);
p55yF=trajYF(1,55);
p56yF=trajYF(1,56);
p57yF=trajYF(1,57);
p58yF=trajYF(1,58);
p59yF=trajYF(1,59);
p60yF=trajYF(1,60);
p61yF=trajYF(1,61);
p62yF=trajYF(1,62);
p63yF=trajYF(1,63);
p64yF=trajYF(1,64);
p65yF=trajYF(1,65);
p66yF=trajYF(1,66);
p67yF=trajYF(1,67);
p68yF=trajYF(1,68);
p69yF=trajYF(1,69);
p70yF=trajYF(1,70);
p71yF=trajYF(1,71);
```

```
p72yF=trajYF(1,72);
p73yF=trajYF(1,73);
p74yF=trajYF(1,74);
p75yF=trajYF(1,75);
p76yF=trajYF(1,76);
p77yF=trajYF(1,77);
p78yF=trajYF(1,78);
p79yF=trajYF(1,79);
p80yF=trajYF(1,80);
p81yF=trajYF(1,81);
p82yF=trajYF(1,82);
p83yF=trajYF(1,83);
p84yF=trajYF(1,84);
p85yF=trajYF(1,85);
p86yF=trajYF(1,86);
p87yF=trajYF(1,87);
p88yF=trajYF(1,88);
p89yF=trajYF(1,89);
p90yF=trajYF(1,90);
p91yF=trajYF(1,91);
p92yF=trajYF(1,92);
p93yF=trajYF(1,93);
p94yF=trajYF(1,94);
p95yF=trajYF(1,95);
p96yF=trajYF(1,96);
p97yF=trajYF(1,97);
p98yF=trajYF(1,98);
p99yF=trajYF(1,99);
p100yF=trajYF(1,100);
p101yF=trajYF(1,101);
p102yF=trajYF(1,102);
p103yF=trajYF(1,103);
p104yF=trajYF(1,104);
p105yF=trajYF(1,105);
p106yF=trajYF(1,106);
p107yF=trajYF(1,107);
p108yF=trajYF(1,108);
p109yF=trajYF(1,109);
p110yF=trajYF(1,110);
p111yF=trajYF(1,111);
p112yF=trajYF(1,112);
p113yF=trajYF(1,113);
p114yF=trajYF(1,114);
p115yF=trajYF(1,115);
p116yF=trajYF(1,116);
p117yF=trajYF(1,117);
p118yF=trajYF(1,118);
p119yF=trajYF(1,119);
p120yF=trajYF(1,120);
p121yF=trajYF(1,121);
p122yF=trajYF(1,122);
```

```
p123yF=trajYF(1,123);
p124yF=trajYF(1,124);
p125yF=trajYF(1,125);
p126yF=trajYF(1,126);
p127yF=trajYF(1,127);
p128yF=trajYF(1,128);
p129yF=trajYF(1,129);
p130yF=trajYF(1,130);
p131yF=trajYF(1,131);
p132yF=trajYF(1,132);
p133yF=trajYF(1,133);
p134yF=trajYF(1,134);
p135yF=trajYF(1,135);
p136yF=trajYF(1,136);
p137yF=trajYF(1,137);
p138yF=trajYF(1,138);
p139yF=trajYF(1,139);
p140yF=trajYF(1,140);
p141yF=trajYF(1,141);
p142yF=trajYF(1,142);
p143yF=trajYF(1,143);
p144yF=trajYF(1,144);
p145yF=trajYF(1,145);
p146yF=trajYF(1,146);
p147yF=trajYF(1,147);
p148yF=trajYF(1,148);
p149yF=trajYF(1,149);
p150yF=trajYF(1,150);
p151yF=trajYF(1,151);
p152yF=trajYF(1,152);
p153yF=trajYF(1,153);
p154yF=trajYF(1,154);
p155yF=trajYF(1,155);
p156yF=trajYF(1,156);
p157yF=trajYF(1,157);
p158yF=trajYF(1,158);
p159yF=trajYF(1,159);
p160yF=trajYF(1,160);
p161yF=trajYF(1,161);
p162yF=trajYF(1,162);
p163yF=trajYF(1,163);
p164yF=trajYF(1,164);
p165yF=trajYF(1,165);
p166yF=trajYF(1,166);
p167yF=trajYF(1,167);
p168yF=trajYF(1,168);
p169yF=trajYF(1,169);
p170yF=trajYF(1,170);
p171yF=trajYF(1,171);
p172yF=trajYF(1,172);
p173yF=trajYF(1,173);
```

```

p174yF=trajYF(1,174);
p175yF=trajYF(1,175);
p176yF=trajYF(1,176);
p177yF=trajYF(1,177);
p178yF=trajYF(1,178);
p179yF=trajYF(1,179);
p180yF=trajYF(1,180);
p181yF=trajYF(1,181);
p182yF=trajYF(1,182);
p183yF=trajYF(1,183);
p184yF=trajYF(1,184);
p185yF=trajYF(1,185);
p186yF=trajYF(1,186);
p187yF=trajYF(1,187);
p188yF=trajYF(1,188);
p189yF=trajYF(1,189);
p190yF=trajYF(1,190);
p191yF=trajYF(1,191);
p192yF=trajYF(1,192);
p193yF=trajYF(1,193);
p194yF=trajYF(1,194);
p195yF=trajYF(1,195);
p196yF=trajYF(1,196);
p197yF=trajYF(1,197);
p198yF=trajYF(1,198);
p199yF=trajYF(1,199);
p200yF=trajYF(1,200);
finyF=trajYF(1,201);
%
```

```

%% ITERACIONES PARA AVANZAR EN EL TIEMPO:
```

```

for t=0:.05:3;
```

```

    theta_AB=a10+a11*t+a12*t.^2+a13*t.^3+a14*t.^4+a15*t.^5; %Ángulo teta AB (ángulo de
entrada)
    theta_BC=a20+a21*t+a22*t.^2+a23*t.^3+a24*t.^4+a25*t.^5; %Ángulo teta BC (ángulo de
entrada)
    LAB2=a30+a31*t+a32*t.^2+a33*t.^3+a34*t.^4+a35*t.^5; %Longitud Eslabón LAB2 (parte
móvil del actuador lineal: VÁSTAGO L1B)
    LBC2=a40+a41*t+a42*t.^2+a43*t.^3+a44*t.^4+a45*t.^5; %Longitud Eslabón LBC2 (parte
móvil del actuador lineal: VÁSTAGO L2C)
    LAB=LAB1+LAB2; %Longitud LAB (actuador lineal
AB)
    LBC=LBC1+LBC2; %Longitud LBC (actuador lineal
BC)
```

```

%ÁNGULOS Y LONGITUDES FORMADOS POR LA CONFIGURACIÓN:
```

```

xxC=LAB*cos(theta_AB)+LBC*cos(theta_BC); %Posición coordenada en x del punto C
yyC=LAB*sin(theta_AB)+LBC*sin(theta_BC); %Posición coordenada en y del punto C
```

```

theta_AC=atan2(yyC,xxC);           %Ángulo teta AC
LAC=sqrt(xxC^2+yyC^2);             %Longitud AC
beta=acos((LAD^2+LAC^2-LCD^2)/(2*LAD*LAC)); %Ángulo beta
alfa=acos((LAD^2+LCD^2-LAC^2)/(2*LAD*LCD)); %Ángulo alfa
theta_AE=theta_AC-beta;           %Ángulo teta AE
theta_AD=theta_AC+beta;           %Ángulo teta AD
lamda=pi-2*(alfa+beta);           %Ángulo lamda
theta_CD=alfa+beta+theta_AC;      %Ángulo teta CD
theta_CE=2*pi-alfa-beta+theta_AC; %Ángulo teta CE
theta_DF=theta_CD+pi+lamda;       %Ángulo teta DF
mu=alfa+beta-abs(theta_AC);       %Ángulo mu
theta_EF=pi-lamda-alfa+theta_AE;  %Ángulo teta EF
psi=theta_BC-theta_AC;            %Ángulo psi (para D-H Mod)
LCF=sqrt(LCD^2+LDF^2-2*LCD*LDF*cos(lamda)); %Longitud CF
LAF=LAC+LCF;                       %Longitud AF

```

%COORDENADAS EN X y Y DE LOS PUNTOS:

```

xA=0;                               %Posición coordenada en x del punto A
yA=0;                               %Posición coordenada en y del punto A
xL1=LAB1*cos(theta_AB);             %Posición coordenada en x del punto L1
yL1=LAB1*sin(theta_AB);             %Posición coordenada en y del punto L1
xB=xL1+LAB2*cos(theta_AB);         %Posición coordenada en x del punto B
yB=yL1+LAB2*sin(theta_AB);         %Posición coordenada en y del punto B
xL2=xB+LBC1*cos(theta_BC);         %Posición coordenada en x del punto L2
yL2=yB+LBC1*sin(theta_BC);         %Posición coordenada en y del punto L2
xC=xL2+LBC2*cos(theta_BC);         %Posición coordenada en x del punto C
yC=yL2+LBC2*sin(theta_BC);         %Posición coordenada en y del punto C
xD=LAD*cos(theta_AD);              %Posición coordenada en x del punto D
yD=LAD*sin(theta_AD);              %Posición coordenada en y del punto D
xE=LAE*cos(theta_AE);              %Posición coordenada en x del punto E
yE=LAE*sin(theta_AE);              %Posición coordenada en y del punto E
xF=xD+LDF*cos(theta_DF);           %Posición coordenada en x del punto F
yF=yD+LDF*sin(theta_DF);           %Posición coordenada en y del punto F

```

%COORDENADAS DE LOS CENTROS DE MASA RESPECTO AL MARCO FIJO:

```

cmAB1x=0.04744083*cos(theta_AB);   %Centro de masa eslabón AB1 en x
cmAB1y=0.04744083*sin(theta_AB);   %Centro de masa eslabón AB1 en y
cmAB2x=(LAB-0.04281383)*cos(theta_AB); %Centro de masa eslabón AB2 en x
cmAB2y=(LAB-0.04281383)*sin(theta_AB); %Centro de masa eslabón AB2 en y
cmBC1x=xB+0.04744083*cos(theta_BC); %Centro de masa eslabón BC1 en x
cmBC1y=yB+0.04744083*sin(theta_BC); %Centro de masa eslabón BC2 en y
cmBC2x=xB+(LBC-0.04281383)*cos(theta_BC); %Centro de masa eslabón BC2 en x
cmBC2y=yB+(LBC-0.04281383)*sin(theta_BC); %Centro de masa eslabón BC2 en y
cmCDx=xC+0.5*LCD*cos(theta_CD);     %Centro de masa eslabón CD en x
cmCDy=yC+0.5*LCD*sin(theta_CD);     %Centro de masa eslabón CD en y
cmCEx=xC+0.5*LCE*cos(theta_CE);     %Centro de masa eslabón CE en x
cmCEy=yC+0.5*LCE*sin(theta_CE);     %Centro de masa eslabón CE en y
cmADx=0.5*LAD*cos(theta_AD);        %Centro de masa eslabón AD en x
cmADy=0.5*LAD*sin(theta_AD);        %Centro de masa eslabón AD en y
cmAEx=0.5*LAE*cos(theta_AE);        %Centro de masa eslabón AE en x
cmAEy=0.5*LAE*sin(theta_AE);        %Centro de masa eslabón AE en y

```

```

cmDFx=xD+0.5*LDF*cos(theta_DF);           %Centro de masa eslabón DF en x
cmDFy=yD+0.5*LDF*sin(theta_DF);           %Centro de masa eslabón DF en y
cmEFx=xE+0.5*LEF*cos(theta_EF);           %Centro de masa eslabón EF en x
cmEFy=yE+0.5*LEF*sin(theta_EF);           %Centro de masa eslabón EF en y

%VELOCIDADES Y ACELERACIONES ANGULARES
theta_ABp=a11+2*a12*t+3*a13*t.^2+4*a14*t.^3+5*a15*t.^4; %Velocidad angular teta AB
theta_BCp=a21+2*a22*t+3*a23*t.^2+4*a24*t.^3+5*a25*t.^4; %Velocidad angular teta BC
theta_ABpp=2*a12+6*a13*t+12*a14*t.^2+20*a15*t.^3;      %Aceleración angular teta AB
theta_BCpp=2*a22+6*a23*t+12*a24*t.^2+20*a25*t.^3;      %Aceleración angular teta BC
LAB2p=a31+2*a32*t+3*a33*t.^2+4*a34*t.^3+5*a35*t.^4;    %Velocidad lineal longitud LAB2
LBC2p=a41+2*a42*t+3*a43*t.^2+4*a44*t.^3+5*a45*t.^4;    %Velocidad lineal longitud LBC2
LAB2pp=2*a32+6*a33*t+12*a34*t.^2+20*a35*t.^3;          %Aceleración lineal longitud↙
LAB2
LBC2pp=2*a42+6*a43*t+12*a44*t.^2+20*a45*t.^3;          %Aceleración lineal longitud↙
LBC2

%IMPRIME LA INFORMACIÓN DESEADA:
fprintf('xA = %g (m) \n', xA)
fprintf('yA = %g (m) \n', yA)
fprintf('xL1 = %g (m) \n', xL1)
fprintf('yL1 = %g (m) \n', yL1)
fprintf('xB = %g (m) \n', xB)
fprintf('yB = %g (m) \n', yB)
fprintf('theta_AB = %g (degrees) \n', theta_AB * 180/pi)
fprintf('xL2 = %g (m) \n', xL2)
fprintf('yL2 = %g (m) \n', yL2)
fprintf('xC = %g (m) \n', xC)
fprintf('yC = %g (m) \n', yC)
fprintf('theta_BC = %g (degrees) \n', theta_BC * 180/pi)
fprintf('xD = %g (m) \n', xD)
fprintf('yD = %g (m) \n', yD)
fprintf('theta_AD = %g (degrees) \n', theta_AD * 180/pi)
fprintf('theta_DF = %g (degrees) \n', theta_DF * 180/pi)
fprintf('xE = %g (m) \n', xE)
fprintf('yE = %g (m) \n', yE)
fprintf('theta_AE = %g (degrees) \n', theta_AE * 180/pi)
fprintf('xF = %g (m) \n', xF)
fprintf('yF = %g (m) \n', yF)
fprintf('theta_EF = %g (degrees) \n', theta_EF * 180/pi)

%MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN PARA CINEMÁTICA DIRECTA D-H MOD:
T01 = [cos(theta_AB) -sin(theta_AB) 0 0; sin(theta_AB) cos(theta_AB) 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
T12 = [cos(theta_BC-theta_AB) -sin(theta_BC-theta_AB) 0 LAB; sin(theta_BC-theta_AB) cos(theta_BC-theta_AB) 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
T23 = [cos(-psi) -sin(-psi) 0 LBC; sin(-psi) cos(-psi) 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
T34 = [1 0 0 LCF; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
T05 = (T01*T12*T23*T34)

%VARIABLES AUXILIARES PARA CONVERTIR RADIANTES A GRADOS:

```

```
kokakola=theta_AB * 180/pi;  
pepsikola=theta_BC * 180/pi;
```

```
%GRAFICA POR SEGMENTOS:
```

```
%, [xA, xF], [yA, yF], 'c--o'
```

```
plot(cmAB1x, cmAB1y, 'k*', inixF, iniyF, 'ro', cmAB2x, cmAB2y, 'k*', cmBC1x, cmBC1y, 'k*', cmBC2x, ↵  
cmBC2y, 'k*', cmCDx, cmCDy, 'k*', cmCEx, cmCEy, 'k*', cmADx, cmADy, 'k*', cmAEx, cmAEy, 'k*', cmDFx, ↵  
cmDFy, 'k*', cmEFx, cmEFy, 'k*', [xA, xL1], [yA, yL1], 'g-o', [xL1, xB], [yL1, yB], 'r-o', [xB, xL2], [yB, ↵  
yL2], 'g-o', [xL2, xC], [yL2, yC], 'r-o', [xC, xD], [yC, yD], 'b-o', [xC, xE], [yC, yE], 'b-o', [xA, xD], ↵  
[yA, yD], 'b-o', [xA, xE], [yA, yE], 'b-o', [xD, xF], [yD, yF], 'b-o', [xE, xF], [yE, yF], 'b-o', p2xF, ↵  
p2yF, 'ro', p3xF, p3yF, 'ro', p4xF, p4yF, 'ro', p5xF, p5yF, 'ro', p6xF, p6yF, 'ro', p7xF, p7yF, 'ro', ↵  
p8xF, p8yF, 'ro', p9xF, p9yF, 'ro', p10xF, p10yF, 'ro', p11xF, p11yF, 'ro', p12xF, p12yF, 'ro', p13xF, ↵  
p13yF, 'ro', p14xF, p14yF, 'ro', p15xF, p15yF, 'ro', p16xF, p16yF, 'ro', p17xF, p17yF, 'ro', p18xF, ↵  
p18yF, 'ro', p19xF, p19yF, 'ro', p20xF, p20yF, 'ro', p21xF, p21yF, 'ro', p22xF, p22yF, 'ro', p23xF, ↵  
p23yF, 'ro', p24xF, p24yF, 'ro', p25xF, p25yF, 'ro', p26xF, p26yF, 'ro', p27xF, p27yF, 'ro', p28xF, ↵  
p29yF, 'ro', p30xF, p30yF, 'ro', p31xF, p31yF, 'ro', p32xF, p32yF, 'ro', p33xF, p33yF, 'ro', p34xF, ↵  
p34yF, 'ro', p35xF, p35yF, 'ro', p36xF, p36yF, 'ro', p37xF, p37yF, 'ro', p38xF, p38yF, 'ro', p39xF, ↵  
p39yF, 'ro', p40xF, p40yF, 'ro', p41xF, p41yF, 'ro', p42xF, p42yF, 'ro', p43xF, p43yF, 'ro', p44xF, ↵  
p44yF, 'ro', p45xF, p45yF, 'ro', p46xF, p46yF, 'ro', p47xF, p47yF, 'ro', p48xF, p48yF, 'ro', p49xF, ↵  
p49yF, 'ro', p50xF, p50yF, 'ro', p51xF, p51yF, 'ro', p52xF, p52yF, 'ro', p53xF, p53yF, 'ro', p54xF, ↵  
p54yF, 'ro', p55xF, p55yF, 'ro', p56xF, p56yF, 'ro', p57xF, p57yF, 'ro', p58xF, p58yF, 'ro', p59xF, ↵  
p59yF, 'ro', p60xF, p60yF, 'ro', p61xF, p61yF, 'ro', p62xF, p62yF, 'ro', p63xF, p63yF, 'ro', p64xF, ↵  
p64yF, 'ro', p65xF, p65yF, 'ro', p66xF, p66yF, 'ro', p67xF, p67yF, 'ro', p68xF, p68yF, 'ro', p69xF, ↵  
p69yF, 'ro', p70xF, p70yF, 'ro', p71xF, p72yF, 'ro', p72xF, p72yF, 'ro', p73xF, p73yF, 'ro', p74xF, ↵  
p74yF, 'ro', p75xF, p75yF, 'ro', p76xF, p76yF, 'ro', p77xF, p77yF, 'ro', p78xF, p78yF, 'ro', p79xF, ↵  
p79yF, 'ro', p80xF, p80yF, 'ro', p81xF, p81yF, 'ro', p82xF, p82yF, 'ro', p83xF, p83yF, 'ro', p84xF, ↵  
p84yF, 'ro', p85xF, p85yF, 'ro', p86xF, p86yF, 'ro', p87xF, p87yF, 'ro', p88xF, p88yF, 'ro', p89xF, ↵  
p89yF, 'ro', p90xF, p90yF, 'ro', p91xF, p91yF, 'ro', p92xF, p92yF, 'ro', p93xF, p93yF, 'ro', p94xF, ↵  
p94yF, 'ro', p95xF, p95yF, 'ro', p96xF, p96yF, 'ro', p97xF, p97yF, 'ro', p98xF, p98yF, 'ro', p99xF, ↵  
p99yF, 'ro', p100xF, p100yF, 'ro', p101xF, p101yF, 'ro', p102xF, p102yF, 'ro', p103xF, p103yF, 'ro', ↵  
p104xF, p104yF, 'ro', p105xF, p105yF, 'ro', p106xF, p106yF, 'ro', p107xF, p107yF, 'ro', p108xF, ↵  
p108yF, 'ro', p109xF, p109yF, 'ro', p110xF, p110yF, 'ro', p111xF, p111yF, 'ro', p112xF, p112yF, 'ro', ↵  
p113xF, p113yF, 'ro', p114xF, p114yF, 'ro', p115xF, p115yF, 'ro', p116xF, p116yF, 'ro', p117xF, ↵  
p117yF, 'ro', p118xF, p118yF, 'ro', p119xF, p119yF, 'ro', p120xF, p120yF, 'ro', p121xF, p121yF, 'ro', ↵  
p122xF, p122yF, 'ro', p123xF, p123yF, 'ro', p124xF, p124yF, 'ro', p125xF, p125yF, 'ro', p126xF, ↵  
p126yF, 'ro', p127xF, p127yF, 'ro', p128xF, p128yF, 'ro', p129xF, p129yF, 'ro', p130xF, p130yF, 'ro', ↵  
p131xF, p131yF, 'ro', p132xF, p132yF, 'ro', p133xF, p133yF, 'ro', p134xF, p134yF, 'ro', p135xF, ↵  
p135yF, 'ro', p136xF, p136yF, 'ro', p137xF, p137yF, 'ro', p138xF, p138yF, 'ro', p139xF, p139yF, 'ro', ↵  
p140xF, p140yF, 'ro', p141xF, p141yF, 'ro', p142xF, p142yF, 'ro', p143xF, p143yF, 'ro', p144xF, ↵  
p144yF, 'ro', p145xF, p145yF, 'ro', p146xF, p146yF, 'ro', p147xF, p147yF, 'ro', p148xF, p148yF, 'ro', ↵  
p149xF, p149yF, 'ro', p150xF, p150yF, 'ro', p151xF, p151yF, 'ro', p152xF, p152yF, 'ro', p153xF, ↵  
p154yF, 'ro', p155xF, p155yF, 'ro', p156xF, p156yF, 'ro', p157xF, p157yF, 'ro', p158xF, p158yF, 'ro', ↵  
p159xF, p159yF, 'ro', p160xF, p160yF, 'ro', p161xF, p161yF, 'ro', p162xF, p162yF, 'ro', p163xF, ↵  
p163yF, 'ro', p164xF, p164yF, 'ro', p165xF, p165yF, 'ro', p166xF, p166yF, 'ro', p167xF, p167yF, 'ro', ↵  
p168xF, p168yF, 'ro', p169xF, p169yF, 'ro', p170xF, p170yF, 'ro', p171xF, p171yF, 'ro', p172xF, ↵  
p172yF, 'ro', p173xF, p173yF, 'ro', p174xF, p174yF, 'ro', p175xF, p175yF, 'ro', p176xF, p176yF, 'ro', ↵  
p177xF, p177yF, 'ro', p178xF, p178yF, 'ro', p179xF, p179yF, 'ro', p180xF, p180yF, 'ro', p181xF, ↵  
p181yF, 'ro', p182xF, p182yF, 'ro', p183xF, p183yF, 'ro', p184xF, p184yF, 'ro', p185xF, p185yF, 'ro', ↵  
p186xF, p186yF, 'ro', p187xF, p187yF, 'ro', p188xF, p188yF, 'ro', p189xF, p189yF, 'ro', p190xF, ↵  
p190yF, 'ro', p191xF, p191yF, 'ro', p192xF, p192yF, 'ro', p193xF, p193yF, 'ro', p194xF, p194yF, 'ro', ↵  
p195xF, p195yF, 'ro', p196xF, p196yF, 'ro', p197xF, p197yF, 'ro', p198xF, p198yF, 'ro', p199xF, ↵
```

```
p199yF, 'ro', p200xF, p200yF, 'ro', finxF, finyF, 'ro')
    legend('Centros de Masa', 'Location', 'northwest', 'Curva'
Generada', 'Location', 'northwest')
xlabel('x (m)')
ylabel('y (m)')
title(['posiciones para \theta_{AB} = ', num2str(kokakola), ' (deg)']; ['y \theta_{BC} = '
', num2str(pepsikola), ' (deg)'])
text(xA, yA, ' A'), ...
text(xL1, yL1, ' L1'), ...
text(xB, yB, ' B'), ...
text(xL2, yL2, ' L2'), ...
text(xC, yC, ' C'), ...
text(xD, yD, ' D'), ...
text(xE, yE, ' E'), ...
text(xF, yF, ' F'), ...
axis([-0.10 0.60 -0.40 0.40]), ...
grid
pause(0.1);
end;
```

Apéndice C

Dinámica Matlab®

```

% UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO >> DICIS <<
% ANÁLISIS DE UNA UPR PARA MÁQUINAS CAMINANTES
% DINÁMICA MECANISMO PLANO P-L MOD
% ÁLVAREZ VÁZQUEZ LEONARDO ALFREDO
% DR. Diego Alfredo Núñez Altamirano
% -->Derechos Reservados<--
% Abril 2021

```

```

clear all
clc
close all
syms t;
% ↙

```

```

%% LONGITUDES CONSTANTES DE LOS ESLABONES:

```

```

LAB1=10/100; %Longitud Eslabón LAB1 (parte fija del actuador lineal: ESTATOR AL1)
LBC1=LAB1; %Longitud Eslabón LBC1 (parte fija del actuador lineal: ESTATOR BL2)
LAD=45/100; %Longitud Eslabón AD
LAE=LAD; %Longitud Eslabón AE
LCD=21/100; %Longitud Eslabón CD
LCE=LCD; %Longitud Eslabón CE
LDF=LCD; %Longitud Eslabón DF
LEF=LCD; %Longitud Eslabón EF
% ↙

```

```

%% LONGITUDES Y ANGULOS DE ENTRADA:

```

```

%Valores iniciales y finales del angulo teta AB (5° grado):
t10=0; P10=0; v10=0; ac10=0;
t1f=3; P1f=0; v1f=0; ac1f=0;
%Para obtener el valor de los coeficientes angulo teta AB:
C1=[P10;P1f;v10;v1f;ac10;ac1f];
A1=[1,t10,t10^2,t10^3,t10^4,t10^5;1,t1f,t1f^2,t1f^3,t1f^4,t1f^5;0,1,2*t10,3*t10^2,
4*t10^3,5*t10^4;0,1,2*t1f,3*t1f^2,4*t1f^3,5*t1f^4;0,0,2,6*t10,12*t10^2,20*t10^3;0,0,2,6
*t1f,12*t1f^2,20*t1f^3];
X1=inv(A1)*C1;
a10=X1(1,1);
a11=X1(2,1);
a12=X1(3,1);
a13=X1(4,1);
a14=X1(5,1);
a15=X1(6,1);
% ↙

```

```

%Valores iniciales y finales del angulo teta BC (5° grado):

```

```

t20=0; P20=0; v20=0; ac20=0;
t2f=3; P2f=pi/3; v2f=0; ac2f=0;
%Para obtener el valor de los coeficientes angulo teta BC:
C2=[P20;P2f;v20;v2f;ac20;ac2f];

```

```

A2=[1,t20,t20^2,t20^3,t20^4,t20^5;1,t2f,t2f^2,t2f^3,t2f^4,t2f^5;0,1,2*t20,3*t20^2,
4*t20^3,5*t20^4;0,1,2*t2f,3*t2f^2,4*t2f^3,5*t2f^4;0,0,2,6*t20,12*t20^2,20*t20^3;0,0,2,6
*t2f,12*t2f^2,20*t2f^3];
X2=inv(A2)*C2;
a20=X2(1,1);
a21=X2(2,1);
a22=X2(3,1);
a23=X2(4,1);
a24=X2(5,1);
a25=X2(6,1);
%

```

```

%Valores iniciales y finales de la longitud LAB2 (5° grado):

```

```

t30=0; P30=5/100; v30=0; ac30=0;
t3f=3; P3f=5/100; v3f=0; ac3f=0;

```

```

%Para obtener el valor de los coeficientes longitud LAB2:

```

```

C3=[P30;P3f;v30;v3f;ac30;ac3f];
A3=[1,t30,t30^2,t30^3,t30^4,t30^5;1,t3f,t3f^2,t3f^3,t3f^4,t3f^5;0,1,2*t30,3*t30^2,
4*t30^3,5*t30^4;0,1,2*t3f,3*t3f^2,4*t3f^3,5*t3f^4;0,0,2,6*t30,12*t30^2,20*t30^3;0,0,2,6
*t3f,12*t3f^2,20*t3f^3];
X3=inv(A3)*C3;
a30=X3(1,1);
a31=X3(2,1);
a32=X3(3,1);
a33=X3(4,1);
a34=X3(5,1);
a35=X3(6,1);
%

```

```

%Valores iniciales y finales de la longitud LBC2 (5° grado):

```

```

t40=0; P40=5/100; v40=0; ac40=0;
t4f=3; P4f=5/100; v4f=0; ac4f=0;

```

```

%Para obtener el valor de los coeficientes longitud LBC2:

```

```

C4=[P40;P4f;v40;v4f;ac40;ac4f];
A4=[1,t40,t40^2,t40^3,t40^4,t40^5;1,t4f,t4f^2,t4f^3,t4f^4,t4f^5;0,1,2*t40,3*t40^2,
4*t40^3,5*t40^4;0,1,2*t4f,3*t4f^2,4*t4f^3,5*t4f^4;0,0,2,6*t40,12*t40^2,20*t40^3;0,0,2,6
*t4f,12*t4f^2,20*t4f^3];
X4=inv(A4)*C4;
a40=X4(1,1);
a41=X4(2,1);
a42=X4(3,1);
a43=X4(4,1);
a44=X4(5,1);
a45=X4(6,1);
%

```

```

%% DATOS DE ENTRADA:

```

```

theta_AB=a10+a11*t+a12*t.^2+a13*t.^3+a14*t.^4+a15*t.^5; %Ángulo teta AB (ángulo de

```

```

entrada)
theta_BC=a20+a21*t+a22*t.^2+a23*t.^3+a24*t.^4+a25*t.^5; %Ángulo teta BC (ángulo de
entrada)
LAB2=a30+a31*t+a32*t.^2+a33*t.^3+a34*t.^4+a35*t.^5; %Longitud Eslabón LAB2 (parte
móvil del actuador lineal: VÁSTAGO L1B)
LBC2=a40+a41*t+a42*t.^2+a43*t.^3+a44*t.^4+a45*t.^5; %Longitud Eslabón LBC2 (parte
móvil del actuador lineal: VÁSTAGO L2C)
LAB=LAB1+LAB2; %Longitud LAB (actuador lineal
AB)
LBC=LBC1+LBC2; %Longitud LBC (actuador lineal
BC)
%
```

```

%% ÁNGULOS Y LONGITUDES FORMADOS POR LA CONFIGURACIÓN:
```

```

xxC=LAB*cos(theta_AB)+LBC*cos(theta_BC); %Posición coordenada en x del punto C
yyC=LAB*sin(theta_AB)+LBC*sin(theta_BC); %Posición coordenada en y del punto C
theta_AC=atan2(yyC,xxC); %Ángulo teta AC
LAC=sqrt(xxC^2+yyC^2); %Longitud AC
beta=acos((LAD^2+LAC^2-LCD^2)/(2*LAD*LAC)); %Ángulo beta
alfa=acos((LAD^2+LCD^2-LAC^2)/(2*LAD*LCD)); %Ángulo alfa
theta_AE=theta_AC-beta; %Ángulo teta AE
theta_AD=theta_AC+beta; %Ángulo teta AD
lamda=pi-2*(alfa+beta); %Ángulo lamda
theta_CD=alfa+beta+theta_AC; %Ángulo teta CD
theta_CE=2*pi-alfa-beta+theta_AC; %Ángulo teta CE
theta_DF=theta_CD+pi+lamda; %Ángulo teta DF
mu=alfa+beta-abs(theta_AC); %Ángulo mu
theta_EF=pi-lamda-alfa+theta_AE; %Ángulo teta EF
%
```

```

%% VELOCIDADES Y ACELERACIONES ANGULARES:
```

```

theta_ABp=a11+2*a12*t+3*a13*t.^2+4*a14*t.^3+5*a15*t.^4; %Velocidad angular teta AB
theta_BCp=a21+2*a22*t+3*a23*t.^2+4*a24*t.^3+5*a25*t.^4; %Velocidad angular teta BC
theta_ABpp=2*a12+6*a13*t+12*a14*t.^2+20*a15*t.^3; %Aceleración angular teta AB
theta_BCpp=2*a22+6*a23*t+12*a24*t.^2+20*a25*t.^3; %Aceleración angular teta BC
LAB2p=a31+2*a32*t+3*a33*t.^2+4*a34*t.^3+5*a35*t.^4; %Velocidad lineal longitud LAB2
LBC2p=a41+2*a42*t+3*a43*t.^2+4*a44*t.^3+5*a45*t.^4; %Velocidad lineal longitud LBC2
LAB2pp=2*a32+6*a33*t+12*a34*t.^2+20*a35*t.^3; %Aceleración lineal longitud LAB2
LBC2pp=2*a42+6*a43*t+12*a44*t.^2+20*a45*t.^3; %Aceleración longitud LBC2
```

```

theta_CDp=diff(theta_CD,t); %Velocidad angular teta CD
theta_CEp=diff(theta_CE,t); %Velocidad angular teta CE
theta_ADp=diff(theta_AD,t); %Velocidad angular teta AD
theta_AEp=diff(theta_AE,t); %Velocidad angular teta AE
theta_DFp=diff(theta_DF,t); %Velocidad angular teta DF
theta_EFp=diff(theta_EF,t); %Velocidad angular teta EF
```

```

theta_CDpp=diff(theta_CDp,t); %Aceleración angular teta CD
theta_CEpp=diff(theta_CEp,t); %Aceleración angular teta CE
```

```

theta_ADpp=diff(theta_ADp,t); %Aceleración angular teta AD
theta_AEpp=diff(theta_AEp,t); %Aceleración angular teta AE
theta_DFpp=diff(theta_DFp,t); %Aceleración angular teta DF
theta_EFpp=diff(theta_EFp,t); %Aceleración angular teta EF
%✓

```

```

%% VELOCIDADES Y ACELERACIONES DE ESLABONES:

```

```

%Aceleración AB1 Centro de Masa:

```

```

vectorT_ABp=theta_ABp*[0;0;1];

```

```

%Vector✓

```

```

Velocidad Angular Teta AB

```

```

vectorT_ABpp=theta_ABpp*[0;0;1];

```

```

%Vector✓

```

```

Aceleración Angular Teta AB

```

```

rAB1cm=[0.04744083*cos(theta_AB);0.04744083*sin(theta_AB);0];

```

```

%Vector✓

```

```

Posición del Centro de Masa -- SOLIDWORKS

```

```

aLAB1cm=cross(vectorT_ABpp,rAB1cm)+cross(vectorT_ABp,cross(vectorT_ABp,rAB1cm)); %✓

```

```

Aceleración Eslabón AB1 Centro de Masa PL MOD

```

```

%Aceleración AB1 final del eslabón (nodo L1):

```

```

rAB1=[LAB1*cos(theta_AB);LAB1*sin(theta_AB);0];

```

```

%Vector✓

```

```

Posición al final del Eslabón

```

```

aLAB1F=cross(vectorT_ABpp,rAB1)+cross(vectorT_ABp,cross(vectorT_ABp,rAB1)); %Aceleración✓

```

```

Eslabón AB1 final del eslabón PL MOD

```

```

%Aceleración AB2 Centro de Masa:

```

```

rAB2cm=[(LAB2-0.04281383)*cos(theta_AB);(LAB2-0.04281383)*sin(theta_AB);0]; ✓

```

```

%Vector Posición del Centro de Masa -- SOLIDWORKS

```

```

rAB2cmp=diff(rAB2cm,t); ✓

```

```

%Vector Velocidad del Centro de Masa

```

```

rAB2cmpp=diff(rAB2cmp,t); ✓

```

```

%Vector Aceleración del Centro de Masa

```

```

aLAB2cm=aLAB1F+cross(vectorT_ABpp,rAB2cm)+cross(vectorT_ABp,cross(vectorT_ABp,rAB2cm)) ✓
+2*cross(vectorT_ABp,rAB2cmp)+rAB2cmpp; %Aceleración Eslabón AB2 Centro de Masa PL MOD

```

```

%Aceleración AB2 final del eslabón (nodo B):

```

```

rAB2=[LAB2*cos(theta_AB);LAB2*sin(theta_AB);0]; ✓

```

```

%Vector Posición al final del Eslabón

```

```

rAB2p=diff(rAB2,t); ✓

```

```

%Vector Velocidad al final del Eslabón

```

```

rAB2pp=diff(rAB2p,t); ✓

```

```

%Vector Aceleración al final del Eslabón

```

```

aLAB2F=aLAB1F+cross(vectorT_ABpp,rAB2)+cross(vectorT_ABp,cross(vectorT_ABp,rAB2))+2*cross ✓
(vectorT_ABp,rAB2p)+rAB2pp; %Aceleración Eslabón AB2 final del Eslabón PL MOD

```

```

%Aceleración BC1 Centro de Masa:

```

```

vectorT_BCp=theta_BCp*[0;0;1];

```

```

%✓

```

```

Vector Velocidad Angular Teta BC

```

```

vectorT_BCpp=theta_BCpp*[0;0;1];

```

```

%✓

```

```

Vector Aceleración Angular Teta BC

```

```

rBC1cm=[0.04744083*cos(theta_BC);0.04744083*sin(theta_BC);0];

```

```

%✓

```

```

Vector Posición del Centro de Masa -- SOLIDWORKS

```

```
aLBC1cm=aLAB2F+cross(vectorT_BCpp,rBC1cm)+cross(vectorT_BCp,cross(vectorT_BCp,rBC1cm)); %↙
Aceleración Eslabón BC1 Centro de Masa PL MOD
```

```
%Aceleración BC1 final del eslabón (nodo L2):
rBC1=[LBC1*cos(theta_BC);LBC1*sin(theta_BC);0]; %↙
Vector Posición al final del eslabón
aLBC1F=aLAB2F+cross(vectorT_BCpp,rBC1)+cross(vectorT_BCp,cross(vectorT_BCp,rBC1)); %↙
Aceleración Eslabón BC1 final del eslabón PL MOD
```

```
%Aceleración BC2 Centro de Masa:
rBC2cm=(LBC2-0.04281383)*cos(theta_BC);(LBC2-0.04281383)*sin(theta_BC);0];↙
%Vector Posición del Centro de Masa -- SOLIDWORKS
rBC2cmp=diff(rBC2cm,t);↙
%Vector Velocidad del Centro de Masa
rBC2cmp=diff(rBC2cmp,t);↙
%Vector Aceleración del Centro de Masa
aLBC2cm=aLBC1F+cross(vectorT_BCpp,rBC2cm)+cross(vectorT_BCp,cross(vectorT_BCp,rBC2cm))↙
+2*cross(vectorT_BCp,rBC2cmp)+rBC2cmp; %Aceleración Eslabón BC2 Centro de Masa PL MOD
```

```
%Aceleración BC2 final del eslabón (nodo C):
rBC2=[LBC2*cos(theta_BC);LBC2*sin(theta_BC);0];↙
%Vector Posición al final del eslabón
rBC2p=diff(rBC2,t);↙
%Vector Velocidad al final del eslabón
rBC2pp=diff(rBC2p,t);↙
%Vector Aceleración al final del eslabón
aLBC2F=aLBC1F+cross(vectorT_BCpp,rBC2)+cross(vectorT_BCp,cross(vectorT_BCp,rBC2))+2*cross↙
(vectorT_BCp,rBC2p)+rBC2pp; %Aceleración Eslabón BC2 final del eslabón PL MOD
```

```
%Aceleración CD Centro de Masa:
vectorT_CDp=theta_CDP*[0;0;1]; %↙
Vector Velocidad Angular Teta CD
vectorT_CDpp=theta_CDpp*[0;0;1]; %↙
Vector Aceleración Angular Teta CD
rCDcm=[0.5*LCD*cos(theta_CD);0.5*LCD*sin(theta_CD);0]; %↙
Vector Posición del Centro de Masa
aLCDcm=aLBC2F+cross(vectorT_CDpp,rCDcm)+cross(vectorT_CDp,cross(vectorT_CDp,rCDcm)); %↙
Aceleración Eslabón CD Centro de Masa PL MOD
```

```
%Aceleración CD final del eslabón (nodo D):
rCD=[LCD*cos(theta_CD);LCD*sin(theta_CD);0]; %Vector↙
Posición al final del eslabón
aLCDF=aLBC2F+cross(vectorT_CDpp,rCD)+cross(vectorT_CDp,cross(vectorT_CDp,rCD)); %↙
Aceleración Eslabón CD final del eslabón PL MOD
```

```
%Aceleración CE Centro de Masa:
vectorT_CEp=theta_CEp*[0;0;1]; %↙
Vector Velocidad Angular Teta CE
vectorT_CEpp=theta_CEpp*[0;0;1]; %↙
Vector Aceleración Angular Teta CE
rCEcm=[0.5*LCE*cos(theta_CE);0.5*LCE*sin(theta_CE);0]; %↙
```

Vector Posición del Centro de Masa

```
aLCEcm=aLBC2F+cross(vectorT_CEp,rCEcm)+cross(vectorT_CEp,cross(vectorT_CEp,rCEcm)); %Vector
Aceleración Eslabón CE Centro de Masa PL MOD
```

%Aceleración CE final del eslabón (nodo E):

```
rCE=[LCE*cos(theta_CE);LCE*sin(theta_CE);0]; %Vector
```

Posición al final del eslabón

```
aLCEF=aLBC2F+cross(vectorT_CEp,rCE)+cross(vectorT_CEp,cross(vectorT_CEp,rCE)); %Vector
```

Aceleración Eslabón CE final del eslabón PL MOD

%Aceleración AD Centro de Masa:

```
vectorT_ADp=theta_ADp*[0;0;1]; %Vector
```

Velocidad Angular Teta AD

```
vectorT_ADpp=theta_ADpp*[0;0;1]; %Vector
```

Aceleración Angular Teta AD

```
rADcm=[0.5*LAD*cos(theta_AD);0.5*LAD*sin(theta_AD);0]; %Vector
```

Posición del Centro de Masa

```
aLADcm=cross(vectorT_ADpp,rADcm)+cross(vectorT_ADp,cross(vectorT_ADp,rADcm)); %Vector
```

Aceleración Eslabón AD Centro de Masa

%Aceleración AD final del eslabón (nodo D):

```
rAD=[LAD*cos(theta_AD);LAD*sin(theta_AD);0]; %Vector Posición
```

al final del eslabón

```
aLADF=cross(vectorT_ADpp,rAD)+cross(vectorT_ADp,cross(vectorT_ADp,rAD)); %Aceleración
```

Eslabón AD final del eslabón

%Aceleración AE Centro de Masa:

```
vectorT_AEp=theta_AEp*[0;0;1]; %Vector
```

Velocidad Angular Teta AE

```
vectorT_AEpp=theta_AEpp*[0;0;1]; %Vector
```

Aceleración Angular Teta AE

```
rAEcm=[0.5*LAE*cos(theta_AE);0.5*LAE*sin(theta_AE);0]; %Vector
```

Posición del Centro de Masa

```
aLAEcm=cross(vectorT_AEpp,rAEcm)+cross(vectorT_AEp,cross(vectorT_AEp,rAEcm)); %Vector
```

Aceleración Eslabón AE Centro de Masa

%Aceleración AE final del eslabón (nodo E):

```
rAE=[LAE*cos(theta_AE);LAE*sin(theta_AE);0]; %Vector Posición
```

al final del eslabón

```
aLAEF=cross(vectorT_AEpp,rAE)+cross(vectorT_AEp,cross(vectorT_AEp,rAE)); %Aceleración
```

Eslabón AE final del eslabón

%Aceleración DF Centro de Masa <camino ADF>:

```
vectorT_DFp=theta_DFp*[0;0;1]; %Vector
```

Vector Velocidad Angular Teta DF

```
vectorT_DFpp=theta_DFpp*[0;0;1]; %Vector
```

Vector Aceleración Angular Teta DF

```
rDFcm=[0.5*LDF*cos(theta_DF);0.5*LDF*sin(theta_DF);0]; %Vector
```

Vector Posición del Centro de Masa [2pi-CDF]

```
aLDFcm=aLADF+cross(vectorT_DFpp,rDFcm)+cross(vectorT_DFp,cross(vectorT_DFp,rDFcm)); %Vector
```

Aceleración Eslabón DF Centro de Masa

```

%Aceleración DF final del eslabón (nodo F) <camino ADF>:
rDF=[LDF*cos(theta_DF);LDF*sin(theta_DF);0]; %Vector ✓
Posición al final del eslabón
aLDFF=aLADF+cross(vectorT_DFpp,rDF)+cross(vectorT_DFp,cross(vectorT_DFp,rDF)); % ✓
Aceleración Eslabón DF final del eslabón

%Aceleración EF Centro de Masa <camino AEF>:
vectorT_EFp=theta_EFp*[0;0;1]; % ✓
Vector Velocidad Angular Teta EF
vectorT_EFpp=theta_EFpp*[0;0;1]; % ✓
Vector Aceleración Angular Teta EF
rEFcm=[0.5*LEF*cos(theta_EF);0.5*LEF*sin(theta_EF);0]; % ✓
Vector Posición del Centro de Masa
aLEFcm=aLAEF+cross(vectorT_EFpp,rEFcm)+cross(vectorT_EFp,cross(vectorT_EFp,rEFcm)); % ✓
Aceleración Eslabón EF Centro de Masa

%Aceleración EF final del eslabón (nodo F) <camino AEF>:
rEF=[LEF*cos(theta_EF);LEF*sin(theta_EF);0]; %Vector ✓
Posición al final del eslabón
aLEFF=aLAEF+cross(vectorT_EFpp,rEF)+cross(vectorT_EFp,cross(vectorT_EFp,rEF)); % ✓
Aceleración Eslabón EF final del eslabón

%Módulos de las componentes de las aceleraciones:
aLAB1m=sqrt(aLAB1cm(1,1)^2+aLAB1cm(2,1)^2+aLAB1cm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón AB1 Centro de Masa
aLAB2m=sqrt(aLAB2cm(1,1)^2+aLAB2cm(2,1)^2+aLAB2cm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón AB2 Centro de Masa
aLBC1m=sqrt(aLBC1cm(1,1)^2+aLBC1cm(2,1)^2+aLBC1cm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón BC1 Centro de Masa
aLBC2m=sqrt(aLBC2cm(1,1)^2+aLBC2cm(2,1)^2+aLBC2cm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón BC2 Centro de Masa
aLCDm=sqrt(aLCDcm(1,1)^2+aLCDcm(2,1)^2+aLCDcm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón CD Centro de Masa
aLCEm=sqrt(aLCEcm(1,1)^2+aLCEcm(2,1)^2+aLCEcm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón CE Centro de Masa
aLADm=sqrt(aLADcm(1,1)^2+aLADcm(2,1)^2+aLADcm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón AD Centro de Masa
aLAEm=sqrt(aLAecm(1,1)^2+aLAecm(2,1)^2+aLAecm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón AE Centro de Masa
aLDFm=sqrt(aLDFcm(1,1)^2+aLDFcm(2,1)^2+aLDFcm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón DF Centro de Masa
aLEFm=sqrt(aLEFcm(1,1)^2+aLEFcm(2,1)^2+aLEFcm(3,1)^2); %Módulo de la Aceleración ✓
Eslabón EF Centro de Masa
% ✓

```

```

%% MASAS DE LOS ESLABONES:
mAB1=0.02711711; %Masa Eslabón AB1
mAB2=0.01610111; %Masa Eslabón AB2
mBC1=mAB1; %Masa Eslabón BC1

```

```

mBC2=mAB2;      %Masa Eslabón BC2
mCD=0.044442;   %Masa Eslabón CD
mCE=mCD;        %Masa Eslabón CE
mDF=mCD;        %Masa Eslabón DF
mEF=mCD;        %Masa Eslabón EF
mAD=0.09340221; %Masa Eslabón AD
mAE=mAD;        %Masa Eslabón AE
% ↙

```

```

%% MOMENTOS DE INERCIA:

```

```

IAB1=0.00002561; %Momento Inercia AB1
IAB2=0.00001467; %Momento Inercia AB2
IBC1=IAB1;       %Momento Inercia BC1
IBC2=IAB2;       %Momento Inercia BC2
ICD=0.000180;    %Momento Inercia CD
ICE=ICD;         %Momento Inercia CE
IDF=ICD;         %Momento Inercia DF
IEF=ICD;         %Momento Inercia EF
IAD=0.00163956; %Momento Inercia AD
IAE=IAD;         %Momento Inercia AE
% ↙

```

```

%% COMPONENTES DE LAS LONGITUDES DE LOS ESLABONES:

```

```

rAB1x=rAB1(1,1); %Componente X de la distancia del nodo A al nodo L1 (longitud AB1)
rAB1y=rAB1(2,1); %Componente Y de la distancia del nodo A al nodo L1 (longitud AB1)
rAB2x=rAB2(1,1); %Componente X de la distancia del nodo A al nodo L1 (longitud AB1)
rAB2y=rAB2(2,1); %Componente Y de la distancia del nodo A al nodo L1 (longitud AB1)
rBC1x=rBC1(1,1); %Componente X de la distancia del nodo B al nodo L2 (longitud BC1)
rBC1y=rBC1(2,1); %Componente Y de la distancia del nodo B al nodo L2 (longitud BC1)
rBC2x=rBC2(1,1); %Componente X de la distancia del nodo B al nodo L2 (longitud BC1)
rBC2y=rBC2(2,1); %Componente Y de la distancia del nodo B al nodo L2 (longitud BC1)
rCDx=rCD(1,1);   %Componente X de la distancia del nodo C al nodo D (longitud CD)
rCDy=rCD(2,1);   %Componente Y de la distancia del nodo C al nodo D (longitud CD)
rCEx=rCE(1,1);   %Componente X de la distancia del nodo C al nodo E (longitud CE)
rCEy=rCE(2,1);   %Componente Y de la distancia del nodo C al nodo E (longitud CE)
rADx=rAD(1,1);   %Componente X de la distancia del nodo A al nodo D (longitud AD)
rADy=rAD(2,1);   %Componente Y de la distancia del nodo A al nodo D (longitud AD)
rAEx=rAE(1,1);   %Componente X de la distancia del nodo A al nodo E (longitud AE)
rAEy=rAE(2,1);   %Componente Y de la distancia del nodo A al nodo E (longitud AE)
rDFx=rDF(1,1);   %Componente X de la distancia del nodo D al nodo F (longitud DF)
rDFy=rDF(2,1);   %Componente Y de la distancia del nodo D al nodo F (longitud DF)
rEFx=rEF(1,1);   %Componente X de la distancia del nodo E al nodo F (longitud EF)
rEFy=rEF(2,1);   %Componente Y de la distancia del nodo E al nodo F (longitud EF)
% ↙

```

```

%% COMPONENTES DE LAS ACELERACIONES:

```

```

aLAB1cmx=aLAB1cm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón
AB1 ↙

```

```

aLAB1cmx=aLAB1cm(2,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón AB1
aLAB1cmy=aLAB1cm(1,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón AB1
aLAB2cmx=aLAB2cm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón AB2
aLAB2cmy=aLAB2cm(2,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón AB2
aLBC1cmx=aLBC1cm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón BC1
aLBC1cmy=aLBC1cm(2,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón BC1
aLBC2cmx=aLBC2cm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón BC2
aLBC2cmy=aLBC2cm(2,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón BC2
aLCDcmx=aLCDcm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón CD
aLCDcmy=aLCDcm(2,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón CD
aLCEcmx=aLCEcm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón CE
aLCEcmy=aLCEcm(2,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón CE
aLADcmx=aLADcm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón AD
aLADcmy=aLADcm(2,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón AD
aLAEcmx=aLAEcm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón AE
aLAEcmy=aLAEcm(2,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón AE
aLDFcmx=aLDFcm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón DF
aLDFcmy=aLDFcm(2,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón DF
aLEFcmx=aLEFcm(1,1); %Componente X de la aceleración del centro de masas del eslabón EF
aLEFcmy=aLEFcm(2,1); %Componente Y de la aceleración del centro de masas del eslabón EF
%

```

```

%% SISTEMA DE ECUACIONES DINÁMICAS 30X30:

```

```

%Vector Solución B:

```

```

B = [mAB1*aLAB1cmx;
     mAB1*aLAB1cmy;
     (IAB1+mAB1*(0.04744083)^2)*theta_ABpp;
     mAB2*aLAB2cmx;
     mAB2*aLAB2cmy;
     (IAB2+mAB2*(LAB2-0.04281383)^2)*theta_ABpp;
     mBC1*aLBC1cmx;
     mBC1*aLBC1cmy;
     (IBC1+mBC1*(0.04744083)^2)*theta_BCpp;
     mBC2*aLBC2cmx;
     mBC2*aLBC2cmy;
     (IBC2+mBC2*(LBC2-0.04281383)^2)*theta_BCpp;
     mCD*aLCDcmx;
     mCD*aLCDcmy;
     (ICD+mCD*(0.5*LCD)^2)*theta_CDpp;
     mCE*aLCEcmx;
     mCE*aLCEcmy;
     (ICE+mCE*(0.5*LCE)^2)*theta_CEpp;
     mAD*aLADcmx;
     mAD*aLADcmy;

```


↙

↘

```
%% RESULTADOS:
%Soluciones principales:
FP1=x(3,1); %Fuerza Paralela 1
FP2=x(7,1); %Fuerza Paralela 2
TA=x(27,1); %Torque A
TB=x(29,1); %Torque B
%Cómputo Numérico:
format compact
t=0:.1:3;
t
%Angulares:
pos_theta_AB=eval(theta_AB);
vel_theta_AB=eval(theta_ABp);
ace_theta_AB=eval(theta_ABpp);
pos_theta_BC=eval(theta_BC);
vel_theta_BC=eval(theta_BCp);
ace_theta_BC=eval(theta_BCpp);
pos_theta_CD=eval(theta_CD);
vel_theta_CD=eval(theta_CDp);
ace_theta_CD=eval(theta_CDpp);
pos_theta_CE=eval(theta_CE);
vel_theta_CE=eval(theta_CEp);
ace_theta_CE=eval(theta_CEp);
pos_theta_AD=eval(theta_AD);
vel_theta_AD=eval(theta_ADp);
ace_theta_AD=eval(theta_ADpp);
pos_theta_AE=eval(theta_AE);
vel_theta_AE=eval(theta_AEp);
ace_theta_AE=eval(theta_AEpp);
pos_theta_DF=eval(theta_DF);
vel_theta_DF=eval(theta_DFp);
ace_theta_DF=eval(theta_DFpp);
pos_theta_EF=eval(theta_EF);
vel_theta_EF=eval(theta_EFp);
ace_theta_EF=eval(theta_EFpp);
%Lineales:
ace_eslabon_AB1=eval(aLAB1m);
ace_eslabon_AB2=eval(aLAB2m);
ace_eslabon_BC1=eval(aLBC1m);
ace_eslabon_BC2=eval(aLBC2m);
ace_eslabon_CD=eval(aLCDm);
ace_eslabon_CE=eval(aLCEm);
ace_eslabon_AD=eval(aLADm);
ace_eslabon_AE=eval(aLAEm);
ace_eslabon_DF=eval(aLDFm);
ace_eslabon_EF=eval(aLEFm);
%Resultados Numéricos:
Fuerza_P1=eval(FP1); %Fuerza Paralela 1
```

```

Fuerza_P2=eval(FP2); %Fuerza Paralela 2
Torque_A=eval(TA)    %Torque A
Torque_B=eval(TB)    %Torque B
%

```

```

%% GRÁFICAS:

```

```

%%GRÁFICAS 3X1 ÁGULOS AB y BC:
if (P10==P1f)
    figure('Name','Posiciones, Velocidades y Aceleraciones Angulares \theta_{AB} y \theta_{BC}');
    subplot(1,3,1),plot(t,ones(size(t))*0,t,pos_theta_BC,'X'),legend('$\theta_{AB}$','$\theta_{BC}$'),name = title('\textbf{posicion} $\theta_{AB}$ \textbf{y} $\theta_{BC}$'),set(name,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('posición (rad)'),grid;
    subplot(1,3,2),plot(t,ones(size(t))*0,t,vel_theta_BC,'X'),legend('$\dot{\theta}_{AB}$','$\dot{\theta}_{BC}$'),name1 = title('\textbf{velocidad} $\dot{\theta}_{AB}$ \textbf{y} $\dot{\theta}_{BC}$'),set(name1,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('velocidad (rad/s)'),grid;
    subplot(1,3,3),plot(t,ones(size(t))*0,t,ace_theta_BC,'X'),legend('$\ddot{\theta}_{AB}$','$\ddot{\theta}_{BC}$'),name2 = title('\textbf{aceleracion} $\ddot{\theta}_{AB}$ \textbf{y} $\ddot{\theta}_{BC}$'),set(name2,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (rad/s^2)'),grid;
elseif (P20==P2f)
    figure('Name','Posiciones, Velocidades y Aceleraciones Angulares \theta_{AB} y \theta_{BC}');
    subplot(1,3,1),plot(t,pos_theta_AB,t,ones(size(t))*0,'X'),legend('$\theta_{AB}$','$\theta_{BC}$'),name = title('\textbf{posicion} $\theta_{AB}$ \textbf{y} $\theta_{BC}$'),set(name,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('posición (rad)'),grid;
    subplot(1,3,2),plot(t,vel_theta_AB,t,ones(size(t))*0,'X'),legend('$\dot{\theta}_{AB}$','$\dot{\theta}_{BC}$'),name1 = title('\textbf{velocidad} $\dot{\theta}_{AB}$ \textbf{y} $\dot{\theta}_{BC}$'),set(name1,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('velocidad (rad/s)'),grid;
    subplot(1,3,3),plot(t,ace_theta_AB,t,ones(size(t))*0,'X'),legend('$\ddot{\theta}_{AB}$','$\ddot{\theta}_{BC}$'),name2 = title('\textbf{aceleracion} $\ddot{\theta}_{AB}$ \textbf{y} $\ddot{\theta}_{BC}$'),set(name2,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (rad/s^2)'),grid;
else
    figure('Name','Posiciones, Velocidades y Aceleraciones Angulares \theta_{AB} y \theta_{BC}');
    subplot(1,3,1),plot(t,pos_theta_AB,t,pos_theta_BC,'X'),legend('$\theta_{AB}$','$\theta_{BC}$'),name = title('\textbf{posicion} $\theta_{AB}$ \textbf{y} $\theta_{BC}$'),set(name,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('posición (rad)'),grid;
    subplot(1,3,2),plot(t,vel_theta_AB,t,vel_theta_BC,'X'),legend('$\dot{\theta}_{AB}$','$\dot{\theta}_{BC}$'),name1 = title('\textbf{velocidad} $\dot{\theta}_{AB}$ \textbf{y} $\dot{\theta}_{BC}$'),set(name1,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('velocidad (rad/s)'),grid;
    subplot(1,3,3),plot(t,ace_theta_AB,t,ace_theta_BC,'X'),legend('$\ddot{\theta}_{AB}$','$\ddot{\theta}_{BC}$'),name2 = title('\textbf{aceleracion} $\ddot{\theta}_{AB}$ \textbf{y} $\ddot{\theta}_{BC}$'),set(name2,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (rad/s^2)'),grid;

```

```

\textbf{y} $\ddot{\theta}_{BC}$'),set(name2,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),
ylabel('aceleración (rad/s^2)'),grid;
end

%%GRÁFICAS 3X1 ÁGULOS AD y AE:
figure('Name','Posiciones, Velocidades y Aceleraciones Angulares \theta_{AD} y \theta_{AE}');
subplot(1,3,1),plot(t,pos_theta_AD,t,pos_theta_AE,'*'),legend('$\theta_{AD}$','$\theta_{AE}$'),name3 = title('\textbf{posicion} $\theta_{AD}$ \textbf{y} $\theta_{AE}$'),set(name3,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('posición (rad)'),grid;
subplot(1,3,2),plot(t,vel_theta_AD,t,vel_theta_AE,'*'),legend('$\dot{\theta}_{AD}$','$\dot{\theta}_{AE}$'),name4 = title('\textbf{velocidad} $\dot{\theta}_{AD}$ \textbf{y} $\dot{\theta}_{AE}$'),set(name4,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('velocidad (rad/s)'),grid;
subplot(1,3,3),plot(t,ace_theta_AD,t,ace_theta_AE,'*'),legend('$\ddot{\theta}_{AD}$','$\ddot{\theta}_{AE}$'),name5 = title('\textbf{aceleracion} $\ddot{\theta}_{AD}$ \textbf{y} $\ddot{\theta}_{AE}$'),set(name5,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (rad/s^2)'),grid;

%%GRÁFICAS 3X1 ÁGULOS CD y EF:
figure('Name','Posiciones, Velocidades y Aceleraciones Angulares \theta_{CD} y \theta_{EF}');
subplot(1,3,1),plot(t,pos_theta_CD,t,pos_theta_EF,'+'),legend('$\theta_{CD}$','$\theta_{EF}$'),name6 = title('\textbf{posicion} $\theta_{CD}$ \textbf{y} $\theta_{EF}$'),set(name6,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('posición (rad)'),grid;
subplot(1,3,2),plot(t,vel_theta_CD,t,vel_theta_EF,'+'),legend('$\dot{\theta}_{CD}$','$\dot{\theta}_{EF}$'),name7 = title('\textbf{velocidad} $\dot{\theta}_{CD}$ \textbf{y} $\dot{\theta}_{EF}$'),set(name7,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('velocidad (rad/s)'),grid;
subplot(1,3,3),plot(t,ace_theta_CD,t,ace_theta_EF,'+'),legend('$\ddot{\theta}_{CD}$','$\ddot{\theta}_{EF}$'),name8 = title('\textbf{aceleracion} $\ddot{\theta}_{CD}$ \textbf{y} $\ddot{\theta}_{EF}$'),set(name8,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (rad/s^2)'),grid;

%%GRÁFICAS 3X1 ÁGULOS CE y DF:
figure('Name','Posiciones, Velocidades y Aceleraciones Angulares \theta_{CE} y \theta_{DF}');
subplot(1,3,1),plot(t,pos_theta_CE,t,pos_theta_DF,'x'),legend('$\theta_{CE}$','$\theta_{DF}$'),name9 = title('\textbf{posicion} $\theta_{CE}$ \textbf{y} $\theta_{DF}$'),set(name9,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('posición (rad)'),grid;
subplot(1,3,2),plot(t,vel_theta_CE,t,vel_theta_DF,'x'),legend('$\dot{\theta}_{CE}$','$\dot{\theta}_{DF}$'),name10 = title('\textbf{velocidad} $\dot{\theta}_{CE}$ \textbf{y} $\dot{\theta}_{DF}$'),set(name10,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('velocidad (rad/s)'),grid;
subplot(1,3,3),plot(t,ace_theta_CE,t,ace_theta_DF,'x'),legend('$\ddot{\theta}_{CE}$','$\ddot{\theta}_{DF}$'),name11 = title('\textbf{aceleracion} $\ddot{\theta}_{CE}$ \textbf{y} $\ddot{\theta}_{DF}$'),set(name11,'Interpreter','latex'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (rad/s^2)'),grid;

```

```

%Aceleraciones eslabones:
if (P10==P1f)
    figure('Name','Aceleraciones Eslabones');
    subplot(2,2,1),plot(t,ones(size(t))*0,t,ace_eslabon_BC2),legend('AB_2','BC_2'),
title('aceleración eslabones AB_2 y BC_2'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración
(m/s^2)'),grid;
    subplot(2,2,2),plot(t,ace_eslabon_AD,t,ace_eslabon_AE,'*'),legend('AD','AE'),title
('aceleración eslabones AD y AE'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)'),
grid;
    subplot(2,2,3),plot(t,ace_eslabon_CD,t,ace_eslabon_CE,'+'),legend('CD','CE'),title
('aceleración eslabones CD y CE'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)'),
grid;
    subplot(2,2,4),plot(t,ace_eslabon_DF,t,ace_eslabon_EF,'x'),legend('DF','EF'),title
('aceleración eslabones DF y EF'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)'),
grid;
else
    figure('Name','Aceleraciones Eslabones');
    subplot(2,2,1),plot(t,ace_eslabon_AB2,t,ace_eslabon_BC2),legend('AB_2','BC_2'),
title('aceleración eslabones AB_2 y BC_2'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración
(m/s^2)'),grid;
    subplot(2,2,2),plot(t,ace_eslabon_AD,t,ace_eslabon_AE,'*'),legend('AD','AE'),title
('aceleración eslabones AD y AE'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)'),
grid;
    subplot(2,2,3),plot(t,ace_eslabon_CD,t,ace_eslabon_CE,'+'),legend('CD','CE'),title
('aceleración eslabones CD y CE'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)'),
grid;
    subplot(2,2,4),plot(t,ace_eslabon_DF,t,ace_eslabon_EF,'x'),legend('DF','EF'),title
('aceleración eslabones DF y EF'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('aceleración (m/s^2)'),
grid;
end

%Torque A:
if (theta_AB==0)
    figure('Name','Torque A');
    plot(t,ones(size(t))*0,t,ones(size(t))*0),legend('MatLab','SolidWorks'),title
('Torque en nodo A'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Torque (N*m)'),grid;
else
    figure('Name','Torque A');
    plot(t,Torque_A,'k',[0,0.04],[0,0.00426409412148243],'b-',[0.04,0.08],
[0.00426409412148243,0.00818245088175915],'b-',[0.08,0.12],
[0.00818245088175915,0.0117645425373027],'b-',[0.12,0.16],
[0.0117645425373027,0.0150198413445853],'b-',[0.16,0.2],
[0.0150198413445853,0.0179578195600792],'b-',[0.2,0.24],
[0.0179578195600792,0.0205879494402564],'b-',[0.24,0.28],
[0.0205879494402564,0.0229197032415887],'b-',[0.28,0.32],
[0.0229197032415887,0.0249625532205478],'b-',[0.32,0.36],
[0.0249625532205478,0.0267259716336054],'b-',[0.36,0.4],
[0.0267259716336054,0.028219430737233],'b-',[0.4,0.44],
[0.028219430737233,0.029452402787902],'b-',[0.44,0.48],
[0.029452402787902,0.0304343600420838],'b-',[0.48,0.52],

```

[0.0304343600420838,0.0311747747562497], 'b-', [0.52,0.56], ↙
[0.0311747747562497,0.031683119186871], 'b-', [0.56,0.6], ↙
[0.031683119186871,0.031968865590419], 'b-', [0.6,0.64], ↙
[0.031968865590419,0.0320414862233647], 'b-', [0.64,0.68], ↙
[0.0320414862233647,0.0319104533421795], 'b-', [0.68,0.72], ↙
[0.0319104533421795,0.0315852392033344], 'b-', [0.72,0.76], ↙
[0.0315852392033344,0.0310753160633007], 'b-', [0.76,0.8], ↙
[0.0310753160633007,0.0303901561785493], 'b-', [0.8,0.84], ↙
[0.0303901561785493,0.0295392318055515], 'b-', [0.84,0.88], ↙
[0.0295392318055515,0.0285320152007785], 'b-', [0.88,0.92], ↙
[0.0285320152007785,0.0273779786207012], 'b-', [0.92,0.96], ↙
[0.0273779786207012,0.0260865943217909], 'b-', [0.96,1], ↙
[0.0260865943217909,0.0246673345605187], 'b-', [1,1.04], ↙
[0.0246673345605187,0.0231296715933559], 'b-', [1.04,1.08], ↙
[0.0231296715933559,0.0214830776767735], 'b-', [1.08,1.12], ↙
[0.0214830776767735,0.0197370250672429], 'b-', [1.12,1.16], ↙
[0.0197370250672429,0.0179009860212351], 'b-', [1.16,1.2], ↙
[0.0179009860212351,0.0159844327952215], 'b-', [1.2,1.24], ↙
[0.0159844327952215,0.0139968376456732], 'b-', [1.24,1.28], ↙
[0.0139968376456732,0.0119476728290616], 'b-', [1.28,1.32], ↙
[0.0119476728290616,0.00984641060185782], 'b-', [1.32,1.36], ↙
[0.00984641060185782,0.00770252322053321], 'b-', [1.36,1.4], ↙
[0.00770252322053321,0.00552548294155911], 'b-', [1.4,1.44], ↙
[0.00552548294155911,0.00332476202140659], 'b-', [1.44,1.48], ↙
[0.00332476202140659,0.00110983271654729], 'b-', [1.48,1.52], [0.00110983271654729, ↙
-0.00110983271654779], 'b-', [1.52,1.56], [-0.00110983271654779,-0.00332476202140716], 'b-', ↙
[1.56,1.6], [-0.00332476202140716,-0.00552548294155948], 'b-', [1.6,1.64], ↙
[-0.00552548294155948,-0.00770252322053372], 'b-', [1.64,1.68], [-0.00770252322053372, ↙
-0.00984641060185835], 'b-', [1.68,1.72], [-0.00984641060185835,-0.0119476728290621], 'b-', ↙
[1.72,1.76], [-0.0119476728290621,-0.0139968376456738], 'b-', [1.76,1.8], ↙
[-0.0139968376456738,-0.0159844327952221], 'b-', [1.8,1.84], [-0.0159844327952221, ↙
-0.0179009860212356], 'b-', [1.84,1.88], [-0.0179009860212356,-0.0197370250672434], 'b-', ↙
[1.88,1.92], [-0.0197370250672434,-0.0214830776767742], 'b-', [1.92,1.96], ↙
[-0.0214830776767742,-0.0231296715933566], 'b-', [1.96,2], [-0.0231296715933566, ↙
-0.0246673345605194], 'b-', [2,2.04], [-0.0246673345605194,-0.0260865943217917], 'b-', ↙
[2.04,2.08], [-0.0260865943217917,-0.0273779786207019], 'b-', [2.08,2.12], ↙
[-0.0273779786207019,-0.0285320152007793], 'b-', [2.12,2.16], [-0.0285320152007793, ↙
-0.0295392318055522], 'b-', [2.16,2.2], [-0.0295392318055522,-0.03039015617855], 'b-', ↙
[2.2,2.24], [-0.03039015617855,-0.0310753160633012], 'b-', [2.24,2.28], [-0.0310753160633012, ↙
-0.031585239203335], 'b-', [2.28,2.32], [-0.031585239203335,-0.03191045334218], 'b-', ↙
[2.32,2.36], [-0.03191045334218,-0.0320414862233648], 'b-', [2.36,2.4], [-0.0320414862233648, ↙
-0.0319688655904188], 'b-', [2.4,2.44], [-0.0319688655904188,-0.0316831191868703], 'b-', ↙
[2.44,2.48], [-0.0316831191868703,-0.0311747747562487], 'b-', [2.48,2.52], ↙
[-0.0311747747562487,-0.0304343600420821], 'b-', [2.52,2.56], [-0.0304343600420821, ↙
-0.0294524027878998], 'b-', [2.56,2.6], [-0.0294524027878998,-0.0282194307372301], 'b-', ↙
[2.6,2.64], [-0.0282194307372301,-0.0267259716336021], 'b-', [2.64,2.68], ↙
[-0.0267259716336021,-0.0249625532205441], 'b-', [2.68,2.72], [-0.0249625532205441, ↙
-0.0229197032415845], 'b-', [2.72,2.76], [-0.0229197032415845,-0.0205879494402522], 'b-', ↙
[2.76,2.8], [-0.0205879494402522,-0.0179578195600746], 'b-', [2.8,2.84], ↙
[-0.0179578195600746,-0.0150198413445812], 'b-', [2.84,2.88], [-0.0150198413445812, ↙
-0.0117645425372987], 'b-', [2.88,2.92], [-0.0117645425372987,-0.00818245088175608], 'b-', ↙

```

[2.92,2.96],[-0.00818245088175608,-0.00426409412148048],'b-',[2.96,3],↵
[-0.00426409412148048,0],'b-')
    legend('MatLab','SolidWorks')
    title('Torque en nodo A')
    xlabel('tiempo (s)')
    ylabel('Torque (N*m)')
    grid;
    Error_Max_TA_pi_3=(0.03204-0.02773)*100
end

%Torque B
if (theta_BC==0)
    figure('Name','Torque B');
    plot(t,ones(size(t))*0,t,ones(size(t))*0),legend('MatLab','SolidWorks'),title↵
('Torque en nodo B'),xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Torque (N*m)'),grid;
else
    figure('Name','Torque B');
    plot(t,Torque_B,'k',[0,0.04],[0,0.00103300612705615],'b-',[0.04,0.08],↵
[0.00103300612705615,0.00198225502240694],'b-',[0.08,0.12],↵
[0.00198225502240694,0.00285004168989079],'b-',[0.12,0.16],↵
[0.0028500416898907,0.00363866228843245],'b-',[0.16,0.2],↵
[0.00363866228843245,0.00435041595571408],'b-',[0.2,0.24],↵
[0.00435041595571408,0.0049876075396176],'b-',[0.24,0.28],↵
[0.0049876075396176,0.00555255099359864],'b-',[0.28,0.32],↵
[0.00555255099359864,0.00604757306435224],'b-',[0.32,0.36],↵
[0.00604757306435224,0.00647501684720544],'b-',[0.36,0.4],↵
[0.00647501684720544,0.00683724479089924],'b-',[0.4,0.44],↵
[0.00683724479089924,0.00713664078448645],'b-',[0.44,0.48],↵
[0.00713664078448645,0.0073756110416706],'b-',[0.48,0.52],↵
[0.0073756110416706,0.00755658359958063],'b-',[0.52,0.56],↵
[0.00755658359958063,0.00768200635817193],'b-',[0.56,0.6],↵
[0.00768200635817193,0.00775434369280902],'b-',[0.6,0.64],↵
[0.00775434369280902,0.00777607176735374],'b-',[0.64,0.68],↵
[0.00777607176735374,0.00774967275149297],'b-',[0.68,0.72],↵
[0.00774967275149297,0.00767762819964296],'b-',[0.72,0.76],↵
[0.00767762819964296,0.00756241187757744],'b-',[0.76,0.8],↵
[0.00756241187757744,0.00740648232733523],'b-',[0.8,0.84],↵
[0.00740648232733523,0.00721227544345753],'b-',[0.84,0.88],↵
[0.00721227544345753,0.00698219729829345],'b-',[0.88,0.92],↵
[0.00698219729829345,0.00671861740616624],'b-',[0.92,0.96],↵
[0.00671861740616624,0.00642386256124499],'b-',[0.96,1],↵
[0.00642386256124499,0.0061002113275736],'b-',[1,1.04],↵
[0.0061002113275736,0.00574988920692187],'b-',[1.04,1.08],↵
[0.00574988920692187,0.00537506446518889],'b-',[1.08,1.12],↵
[0.00537506446518889,0.00497784456432097],'b-',[1.12,1.16],↵
[0.00497784456432097,0.00456027312646146],'b-',[1.16,1.2],↵
[0.00456027312646146,0.0041243273518335],'b-',[1.2,1.24],↵
[0.0041243273518335,0.00367191582244237],'b-',[1.24,1.28],↵
[0.00367191582244237,0.00320487665029447],'b-',[1.28,1.32],↵
[0.00320487665029447,0.00272497597123101],'b-',[1.32,1.36],↵
[0.00272497597123101,0.00223390684307762],'b-',[1.36,1.4],↵

```

```
[0.00223390684307762,0.00173328867863776], 'b-', [1.4,1.44], ↵
[0.00173328867863776,0.0012246674286785], 'b-', [1.44,1.48], ↵
[0.0012246674286785,0.000709516825404698], 'b-', [1.48,1.52], ↵
[0.000709516825404698,0.000189241100058629], 'b-', [1.52,1.56], [0.000189241100058629, ↵
-0.000334820304897725], 'b-', [1.56,1.6], [-0.000334820304897725, ↵
-0.000861385403714754], 'b-', [1.6,1.64], [-0.000861385403714754,-0.00138921899481866], 'b-', ↵
[1.64,1.68], [-0.00138921899481866,-0.00191711785146452], 'b-', [1.68,1.72], ↵
[-0.00191711785146452,-0.00244389093572719], 'b-', [1.72,1.76], [-0.00244389093572719, ↵
-0.00296833380055], 'b-', [1.76,1.8], [-0.00296833380055,-0.00348919641633387], 'b-', ↵
[1.8,1.84], [-0.00348919641633387,-0.00400514381969611], 'b-', [1.84,1.88], ↵
[-0.00400514381969611,-0.00451470925704347], 'b-', [1.88,1.92], [-0.00451470925704347, ↵
-0.00501623990951596], 'b-', [1.92,1.96], [-0.00501623990951596,-0.00550783586103437], 'b-', ↵
[1.96,2], [-0.00550783586103437,-0.00598728372224788], 'b-', [2,2.04], [-0.00598728372224788, ↵
-0.00645198724960442], 'b-', [2.04,2.08], [-0.00645198724960442,-0.00689889837515131], 'b-', ↵
[2.08,2.12], [-0.00689889837515131,-0.00732445322736279], 'b-', [2.12,2.16], ↵
[-0.00732445322736279,-0.00772451886718132], 'b-', [2.16,2.2], [-0.00772451886718132, ↵
-0.00809435742238478], 'b-', [2.2,2.24], [-0.00809435742238478,-0.00842861485899621], 'b-', ↵
[2.24,2.28], [-0.00842861485899621,-0.00872134152366616], 'b-', [2.28,2.32], ↵
[-0.00872134152366616,-0.00896605056531032], 'b-', [2.32,2.36], [-0.00896605056531032, ↵
-0.00915581819134897], 'b-', [2.36,2.4], [-0.00915581819134897,-0.00928342635592079], 'b-', ↵
[2.4,2.44], [-0.00928342635592079,-0.00934154404313659], 'b-', [2.44,2.48], ↵
[-0.00934154404313659,-0.00932293818938904], 'b-', [2.48,2.52], [-0.00932293818938904, ↵
-0.00922070014505296], 'b-', [2.52,2.56], [-0.00922070014505296,-0.00902846926589435], 'b-', ↵
[2.56,2.6], [-0.00902846926589435,-0.0087406326511814], 'b-', [2.6,2.64], ↵
[-0.0087406326511814,-0.0083524799424806], 'b-', [2.64,2.68], [-0.0083524799424806, ↵
-0.00786029480709154], 'b-', [2.68,2.72], [-0.00786029480709154,-0.00726137004792581], 'b-', ↵
[2.72,2.76], [-0.00726137004792581,-0.00655394042640908], 'b-', [2.76,2.8], ↵
[-0.00655394042640908,-0.00573703502790057], 'b-', [2.8,2.84], [-0.00573703502790057, ↵
-0.00481025791987959], 'b-', [2.84,2.88], [-0.00481025791987959,-0.00377351064686615], 'b-', ↵
[2.88,2.92], [-0.00377351064686615,-0.0026266718410208], 'b-', [2.92,2.96], ↵
[-0.0026266718410208,-0.00136924746917873], 'b-', [2.96,3], [-0.00136924746917873,0], 'b-')
    legend('MatLab','SolidWorks')
    title('Torque en nodo B')
    xlabel('tiempo (s)')
    ylabel('Torque (N*m)')
    grid;
    Error_Max_TB_pi_3=(0.007776-0.007164)*100
end
```

Apéndice D

Descripción geométrica de los eslabones en Solidworks®

Como el mecanismo es simétrico, las propiedades y dimensiones para los eslabones AB_1 y BC_1 son las mismas, así como las de AB_2 con las de BC_2 , las de AD con las de AE y las de CD con las de CE , DF y EF , por lo que no se repetirán imágenes.

El diseño y las medidas de los eslabones $AB_1 = BC_1$, $AB_2 = BC_2$, $AD = AE$ y $CD = CE = DF = EF$ se observan en las Figuras D.1, D.2, D.3 y D.4 respectivamente.

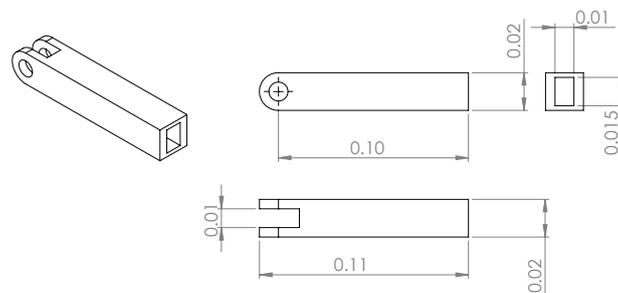


Figura D.1. Medidas del eslabón AB_1 (unidades en [mm]).

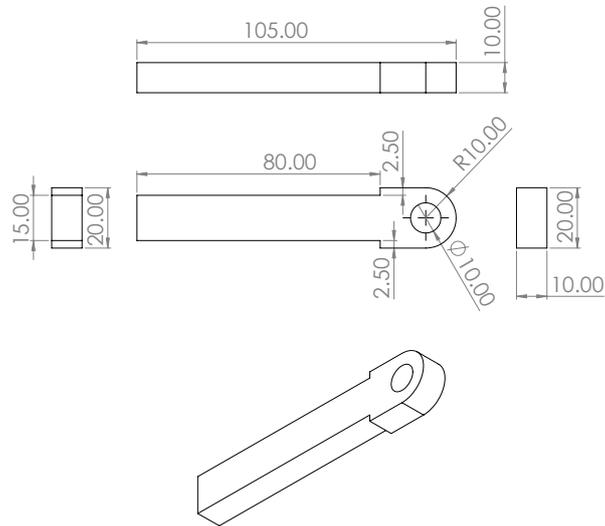


Figura D.2. Medidas del eslabón AB_2 (unidades en [mm]).

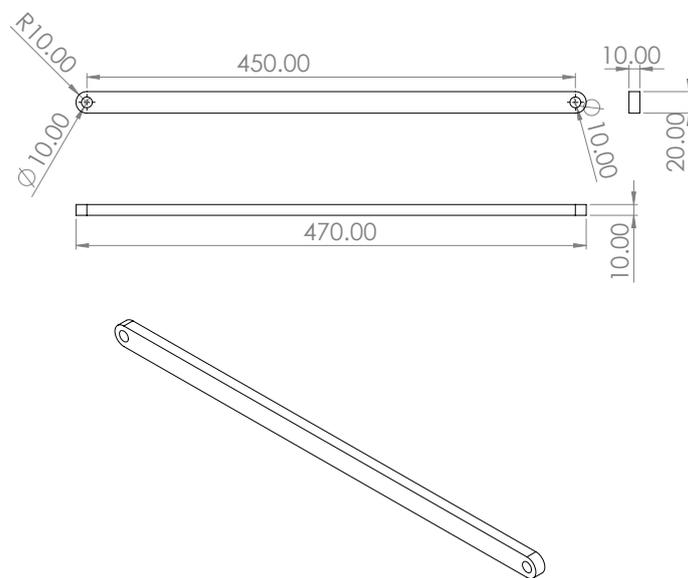


Figura D.3. Medidas del eslabón AD (unidades en [mm]).

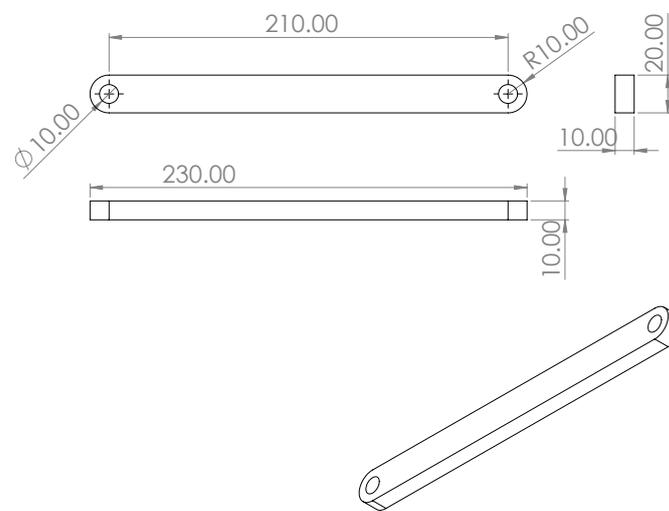


Figura D.4. Medidas del eslabón CD (unidades en [mm]).

A continuación se muestran las propiedades de los eslabones del mecanismo PL-Mod.

Propiedades de masa de AD y AE

Configuración: Predeterminado

Sistema de coordenadas: -- predeterminado --

Densidad = 1020.00000000 kilogramos por metro cúbico

Masa = 0.09340221 kilogramos

Volumen = 0.00009157 metros cúbicos

Área de superficie = 0.02857080 metros cuadrados

Centro de masa: (metros)

X = 0.22500000

Y = 0.00000000

Z = 0.00000000

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Medido desde el centro de masa.

$I_x = (1.00000000, 0.00000000, 0.00000000)$

$P_x = 0.00000391$

$I_y = (0.00000000, 1.00000000, 0.00000000)$

$P_y = 0.00163721$

$I_z = (0.00000000, 0.00000000, 1.00000000)$

$P_z = 0.00163956$

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

$L_{xx} = 0.00000391$

$L_{xy} = 0.00000000$

$L_{xz} = 0.00000000$

$L_{yx} = 0.00000000$

$L_{yy} = 0.00163721$

$L_{yz} = 0.00000000$

$L_{zx} = 0.00000000$

$L_{zy} = 0.00000000$

$L_{zz} = 0.00163956$

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

$I_{xx} = 0.00000391$

$I_{xy} = 0.00000000$

$I_{xz} = 0.00000000$

$I_{yx} = 0.00000000$

$I_{yy} = 0.00636569$

$I_{yz} = 0.00000000$

$I_{zx} = 0.00000000$

$I_{zy} = 0.00000000$

$I_{zz} = 0.00636804$

Propiedades de masa de eslabónAB1 y eslabónBC1

Configuración: Predeterminado

Sistema de coordenadas: -- predeterminado --

Densidad = 1020.00000000 kilogramos por metro cúbico

Masa = 0.02711711 kilogramos

Volumen = 0.00002659 metros cúbicos

Área de superficie = 0.01376248 metros cuadrados

Centro de masa: (metros)

X = 0.04744083

Y = 0.00000000

Z = 0.00000000

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Medido desde el centro de masa.

$I_x = (1.00000000, 0.00000000, 0.00000000)$

$P_x = 0.00000238$

$I_y = (0.00000000, 0.00000000, -1.00000000)$

$P_y = 0.00002541$

$I_z = (0.00000000, 1.00000000, 0.00000000)$

$P_z = 0.00002561$

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

Lxx = 0.00000238	Lxy = 0.00000000	Lxz = 0.00000000
Lyx = 0.00000000	Lyy = 0.00002561	Lyz = 0.00000000
Lzx = 0.00000000	Lzy = 0.00000000	Lzz = 0.00002541

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

lxx = 0.00000238	lxy = 0.00000000	lxz = 0.00000000
lyx = 0.00000000	lyy = 0.00008664	lyz = 0.00000000
lzx = 0.00000000	lzy = 0.00000000	lzz = 0.00008644

Propiedades de masa de eslabónAB2 y eslabónBC2

Configuración: Predeterminado

Sistema de coordenadas: -- predeterminado --

Densidad = 1020.00000000 kilogramos por metro cúbico

Masa = 0.01610111 kilogramos

Volumen = 0.00001579 metros cúbicos

Área de superficie = 0.00588540 metros cuadrados

Centro de masa: (metros)

X = -0.04281383
Y = 0.00000000
Z = 0.00000000

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Medido desde el centro de masa.

lx = (1.00000000, 0.00000000, 0.00000000)	Px = 0.00000050
ly = (0.00000000, 1.00000000, 0.00000000)	Py = 0.00001444
lz = (0.00000000, 0.00000000, 1.00000000)	Pz = 0.00001467

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

Lxx = 0.00000050	Lxy = 0.00000000	Lxz = 0.00000000
Lyx = 0.00000000	Lyy = 0.00001444	Lyz = 0.00000000
Lzx = 0.00000000	Lzy = 0.00000000	Lzz = 0.00001467

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

lxx = 0.00000050	lxy = 0.00000000	lxz = 0.00000000
lyx = 0.00000000	lyy = 0.00004395	lyz = 0.00000000
lzx = 0.00000000	lzy = 0.00000000	lzz = 0.00004419

Propiedades de masa de CD, CE, DF y EF

Configuración: Predeterminado

Sistema de coordenadas: -- predeterminado --

Densidad = 1020.00000000 kilogramos por metro cúbico

Masa = 0.04444221 kilogramos

Volumen = 0.00004357 metros cúbicos

Área de superficie = 0.01417080 metros cuadrados

Centro de masa: (metros)

X = 0.10500000

Y = 0.00000000

Z = 0.00000000

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Medido desde el centro de masa.

$I_x = (1.00000000, 0.00000000, 0.00000000)$

$P_x = 0.00000187$

$I_y = (0.00000000, 1.00000000, 0.00000000)$

$P_y = 0.00017840$

$I_z = (0.00000000, 0.00000000, 1.00000000)$

$P_z = 0.00017953$

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

$L_{xx} = 0.00000187$

$L_{xy} = 0.00000000$

$L_{xz} = 0.00000000$

$L_{yx} = 0.00000000$

$L_{yy} = 0.00017840$

$L_{yz} = 0.00000000$

$L_{zx} = 0.00000000$

$L_{zy} = 0.00000000$

$L_{zz} = 0.00017953$

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)

Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

$I_{xx} = 0.00000187$

$I_{xy} = 0.00000000$

$I_{xz} = 0.00000000$

$I_{yx} = 0.00000000$

$I_{yy} = 0.00066837$

$I_{yz} = 0.00000000$

$I_{zx} = 0.00000000$

$I_{zy} = 0.00000000$

$I_{zz} = 0.00066950$



Universidad de Guanajuato

División de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca

Cuerpo Académico de Ingeniería Mecatrónica

Leonardo Alfredo Álvarez Vázquez

Salamanca, Guanajuato

Mayo 2021