



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

**CAMPUS IRAPUATO-SALAMANCA
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS**

**Determinación de Zonas de Estabilidad
en Sistemas Eléctricos de Fundición**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

Maestro en Ingeniería Eléctrica

PRESENTA:

Ing. Arthur Johan Rangel Bautista

DIRECTORES DE TESIS:

Dr. Juan Gabriel Aviña Cervantes

Dr. Miguel Ángel Gómez Martínez

Dr. Carlos Rodrigo Correa-Cely

Salamanca, Gto.

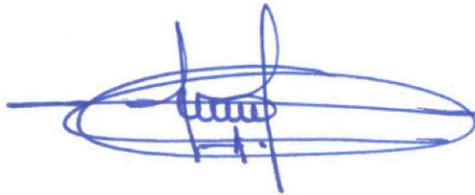
Enero, 2022

Salamanca, Gto., a 11 de diciembre del 2022

M.I. HERIBERTO GUTIÉRREZ MARTÍN
COORDINADOR DE ASUNTOS ESCOLARES
PRESENTE

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno Arthur Johan Rangel Bautista del **Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica (Instrumentación y Sistemas Digitales)** y cuyo número de NUA es: 825717, del cual somos directores de tesis. El título de la Tesis es: *Determinación de Zonas de Estabilidad en Sistemas Eléctricos de Fundición.*

Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los dos sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.



DR. JUAN GABRIEL AVIÑA CERVANTES
DIRECTOR DE TESIS
SECRETARIO

NTAMENTE



DR. MIGUEL ÁNGEL GÓMEZ MARTINEZ
DIRECTOR DE TESIS



DR. ARTURO GARCÍA PÉREZ
PRESIDENTE



DR. DAVID CAMARENA MARTÍNEZ
VOCAL

Resumen

Este trabajo presenta un estudio sobre el análisis de estabilidad en sistemas eléctricos de potencia en presencia de cargas no lineales. Dichos sistemas se encuentran dentro de los avances emergentes que se han venido desarrollando en aplicaciones industriales de los sistemas eléctricos de potencia. Se analiza un sistema eléctrico de potencia de una siderúrgica del cual se expande a varias topologías con relación a las variantes que pueda tener dicho sistema en condiciones de interconexión.

La aplicación de tres modelos basados en un sistema de generación, transmisión y carga analizado de forma unifilar conectado a un sistema eléctrico de potencia robusto y de forma trifásica teniendo en cuenta el acople magnético de la máquina síncrona (generador). El análisis ejecutado se basa en puntos de equilibrio evaluados según los criterios de estabilidad Lyapunov y la teoría de bifurcaciones. Los estudios son analizados mediante la codificación en Matlab[®] de los principales teoremas asociados a sistemas no lineales ligados a la estabilidad y validados mediante la correspondiente simulación en el dominio del tiempo.

Abstract

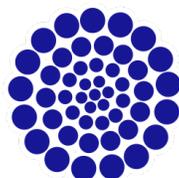
This work presents a study on the stability analysis in Electrical Power Systems (EPS) in the presence of bounded nonlinear loads. These systems are among the emerging advances that have been developed in the applications of electrical power systems. An electrical energy system of a steel company is analyzed, from which it expands to various topologies concerning the variants that such a system might have under interconnection conditions.

The application of three models based on a generation, transmission and load system analyzed in a single line connected to a robust three-phase power electrical system, taking into account the magnetic coupling of the synchronous machine (generator). The stability analysis uses the linearized model, based on the equilibrium points is evaluated according to the Lyapunov stability criteria and the bifurcation theory. The numerical results were obtained using Matlab[®], including the principal theorems associated with nonlinear systems stability, and validated with a single study case.

Agradecimientos institucionales

Agradezco a las siguientes instituciones por el apoyo impartido en el desarrollo de mi formación

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por la beca otorgada a mi persona con No. 1047330/763897.



CONACYT

Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

A la Universidad de Guanajuato, por la beca otorgada, Facultad de Ingeniería Mecánica, Eléctrica y Electrónica, [NUA 825717](#).



Agradecimientos personales

Primeramente, a Dios que lo ha hecho posible . . .

A mi familia:

Gloria Josefina Bautista y José Arturo Rangel Acevedo, mis padres, su ayuda ha sido sumamente importante para alcanzar momentos llenos de alegría y éxitos, gracias por brindarme todo lo bonito de la vida y por ser los mejores los mejores padres.

A **Jesús David Rangel Bautista**, mi hermano, por soportarme y regalarme momentos inolvidables.

A **Danna Jisel Ferreira Cuevas**, mi princesa, mi complemento, por todo su amor incondicional y por su apoyo, por ser parte de mis logros.

A mis asesores:

Al Doctor Juan Gabriel Aviña Cervantes por su apoyo, confianza, disponibilidad y atención en el momento indicado, por su ayuda y la incursión de la preparación para ser cada vez mejor.

Al Doctor Miguel Ángel Gómez Martínez por sus instrucciones y guías para culminar una fase importante.

Al Doctor Carlos Rodrigo Correa Cely por su orientación a siempre incursionar en este mundo del hacer, por su disposición y consejos.

Dedicatoria

A **Danna Ferreira**,

El amor hace que esto valga la pena, te amo.

A **Gloria Josefina Bautista y José Arturo Rangel Acevedo**, mis padres.

A **Jesús David Rangel Bautista**, mi hermano.

Por todo su apoyo incondicional, por hacer de mi una mejor persona con su formación y su crianza. Los Amo . . .

Índice general

Resumen	II
Abstract	III
Agradecimientos institucionales	IV
Agradecimientos personales	V
Dedicatoria	V
Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XII
1. Introducción	1
1.1. Objetivo General	2
1.2. Objetivos Específicos	2
1.3. Justificación	2
1.4. Estado del arte	4

1.5. Estructura de la tesis	6
2. Estabilidad de voltaje	8
2.1. Introducción	8
2.2. Clasificación de estabilidad de voltaje	9
2.2.1. Estabilidad ante grandes disturbios	10
2.2.2. Estabilidad ante pequeños disturbios	10
2.2.3. Estabilidad de periodo corto	11
2.2.4. Estabilidad de periodo medio	11
2.3. Margen de estabilidad en voltaje	12
2.4. Curvas P-V	13
2.5. Curvas Q-V	14
2.6. Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones	15
2.6.1. Sistemas dinámicos	15
2.6.2. Linealización	16
2.6.3. Bifurcaciones	21
2.6.4. Tipo de Bifurcaciones	22
3. Representación de acople magnético en máquina-modelo	28
3.1. Máquina Síncrona	28
3.1.1. Ecuaciones de máquina Síncrona	31
3.2. Transformación dq0 Park	34
4. Modelo	38

4.1. Descripción del modelo	38
4.1.1. Generador Síncrono	40
4.1.2. Horno de Arco	41
4.2. Modelo de concentración Unifilar	42
4.3. Modelo Trifásico	43
4.3.1. Línea de transmisión	43
4.3.2. Horno de arco Eléctrico y Capacitores	48
4.4. Modelo trifásico llevado al eje directo y de cuadratura	50
5. Resultados numéricos	55
5.1. Resultados modelo unifilar	55
5.2. Resultado modelo trifásico	59
5.3. Resultados modelo dq0	63
6. Conclusiones	71
6.1. Perspectivas	72
Referencias Bibliográficas.	76

Índice de figuras

1.1. Diagrama de un sistema eléctrico de potencia convencional. Nota: extraído de Universidad Nacional de Ingeniería UNI (2011)	3
1.2. Representación gráfica de todas las trayectorias de un sistema dinámico, cada curva representa una condición inicial diferente	4
2.1. Clasificación de estabilidad según el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE) y el Consejo Internacional de Grandes Redes Eléctricas (CIGRE).	10
2.2. Curvas P-V.	13
2.3. Curvas Q-V.	14
2.4. Puntos de silla.	18
2.5. Nodo inestable.	19
2.6. Nodo estable.	19
2.7. Centro.	20
2.8. Espiral estable atracción convergente, muestra su trayectoria y su dinamismo en el tiempo respectivamente.	20
2.9. Espiral no estable atracción no convergente, muestra su trayectoria y su dinamismo en el tiempo respectivamente.	21

2.10. Bifurcación Saddle	23
2.11. Bifurcación Transcrítica	24
2.12. Bifurcación Pitchfork	25
2.13. Bifurcación de Hopf equilibrio estable y una orbita periódica inestable y estable respectivamente.	26
3.1. Esquema físico de sus devanados rotor y estator. Nota: extraído del libro Power System Stability and Control~Prabha (1994)	29
3.2. Esquema de circuitos estator y rotor de la máquina síncrona. Nota: extraído del libro Power System Stability and Control~Prabha (1994)	30
4.1. Modelo unifilar del sistema eléctrico de potencia.	39
4.2. Flujo magnético	44
4.3. Imágenes de conductor con diagrama a tierra, teoría de imágenes	46
4.4. Diagrama trifásico de líneas con Neutro a tierra	48
4.5. Modelo trifásico	50
5.1. Respuesta transitoria de (a) voltage y de (b) corriente (b) para el caso de estudio estable.	56
5.2. Punto de equilibrio convergente.	57
5.3. Comportamientos en puntos de equilibrio inestables. (a) Análisis de corriente y (b) evolución en espiral.	58
5.4. Diagrama de Bifurcación del modelo	59
5.11. Punto de equilibrio, espiral estable modelo real.	63
5.5. Corrientes y voltajes trifásicos.	64
5.6. Corrientes del horno trifásicas.	65

ÍNDICE DE FIGURAS

5.7. Punto de equilibrio, espiral estable.	66
5.8. Punto de equilibrio, espiral inestable.	66
5.9. Corrientes y voltajes trifásicos del modelo real	67
5.10. Bifurcación variando el parámetro de la inductancia del horno en cada fase.	68
5.12. Corrientes y voltajes ejes de cuadratura y directo	69
5.13. Punto de equilibrio convergente visto desde el eje directo y de cuadratura.	70

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad, los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) han experimentado una rápida evolución en la que se destaca la presencia de elementos o cargas altamente no lineales y el empleo de energías alternativas. Esto ha llevado a los diseños existentes de los principales SEP a operar cerca de sus límites físicos y ha ocasionado que el estudio por mantenerlos en zonas de equilibrio predeterminadas bajo condiciones operativas normales sea cada vez más complejo y difícil ([Alzate et al., 2011](#)).

Por otra parte; el inadecuado control de los sistemas genera inestabilidades que causan colapsos en la red eléctrica, y en casos extremos, los apagones pueden llegar a producir daños económicos, ambientales y sociales considerables. En consecuencia, dichas problemáticas han aumentado el interés en el estudio de la seguridad dinámica del sistema mediante la ejecución de análisis de estabilidad y controles discretos del sistema, sobre todo en aplicaciones industriales de alta envergadura.

Hoy día existen distintos métodos de evaluación para medir la [seguridad dinámica de los SEP que ofrecen la posibilidad de mostrar información de posibles incidentes no deseados](#) que permiten mostrar qué tan robusto son ante perturbaciones. Este esquema tiene la finalidad de establecer o detectar los puntos críticos donde se pierde la estabilidad del sistema provocados por diferentes factores como: las cargas altamente no lineales, fallas de circuito abierto, fallas de cortocircuito y falla serie.

Por lo anteriormente expuesto, se considera oportuno analizar un sistema eléctrico de

1.1 Objetivo General

potencia con un horno de arco eléctrico, por su comportamiento altamente perturbador a la red eléctrica caracterizada por ser altamente no lineal. El sistema asociado a dicha carga ha sido seleccionado debido a su estructura física y su forma de trabajar, que genera descargas eléctricas para llegar a altas temperaturas que le permitan alcanzar niveles de fundición, haciendo de ella una carga de alto riesgo para cualquier sistema eléctrico de potencia de no contar las condiciones de operación adecuadas.

1.1. Objetivo General

Desarrollo de un método para el análisis dinámico de un sistema eléctrico de potencia.

1.2. Objetivos Específicos

1. Determinar un modelo matemático del sistema eléctrico de potencia.
2. Analizar el estado oscilatorio del sistema no lineal.
3. Calcular y analizar los cambios de estabilidad y zonas de operación del sistema dinámico no lineal.
4. Optimización del método desarrollado.
5. Estudio de diagramas de bifurcación de sistemas eléctricos de potencia.

1.3. Justificación

La rápida evolución de los sistemas de potencia hace que su estudio día a día sea más complejo operacionalmente, debido a la conexión de elementos altamente no lineales y a las nuevas energías incluidas en el sistema eléctrico de potencia, despertando interés en su seguridad dinámica.

Esto ha generado dificultad para maniobrar el sistema en el momento que se presentan alteraciones en la red; debido a que no se tiene certeza de su estado exacto, esto porque

1.3 Justificación

actualmente no se tiene conocimiento de la conexión y desconexión de cargas en tiempo real, por ende, no se sabe con exactitud la carga que está generando dicha inestabilidad al sistema.

Lo anterior conlleva a que se tomen malas decisiones al ser operado en modo falla o al conectar cargas altamente no lineales prolongando la inestabilidad que genera la misma causando que el sistema tenga afectaciones como: apagones, reducción en la vida útil de las máquinas eléctricas a causa de inestabilidad frecuencial y pérdida económica en consecuencia de apagar el sistema.

En la Figura 1.1, se muestra el diagrama general de un sistema eléctrico de potencia el cual describe el proceso desde la generación de energía eléctrica hasta el consumo del usuario final pasando por transformación, transmisión y distribución, por lo que se podrá tener más idea de la importancia de este en la sociedad.

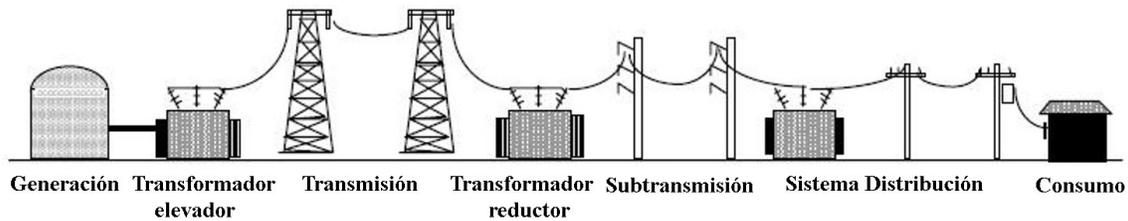


Figura 1.1: Diagrama de un sistema eléctrico de potencia convencional. Nota: extraído de Universidad Nacional de Ingeniería UNI (2011)

Dado que en el sistema se debe garantizar su operación, actualmente existen distintos métodos de evaluación de un sistema de potencia con el objetivo de mostrar que tan robusto es ante perturbaciones sin despreciar la topología y las condiciones de operación.

Además, las máquinas en su punto de operación sirven como patrones para establecer puntos críticos donde se pierde la estabilidad del sistema provocados por diferentes factores.

Por lo anterior, es provechoso analizar el sistema eléctrico de potencia con un horno de arco eléctrico que representa una carga altamente no lineal, analizado en base a índices, patrones y representaciones en gráficas de equilibrio, como se ilustra en la Figura 1.2, que representa el comportamiento dinámico desde distintos puntos de operación que conllevan a puntos de equilibrios a través de múltiples trayectorias.

1.4 Estado del arte

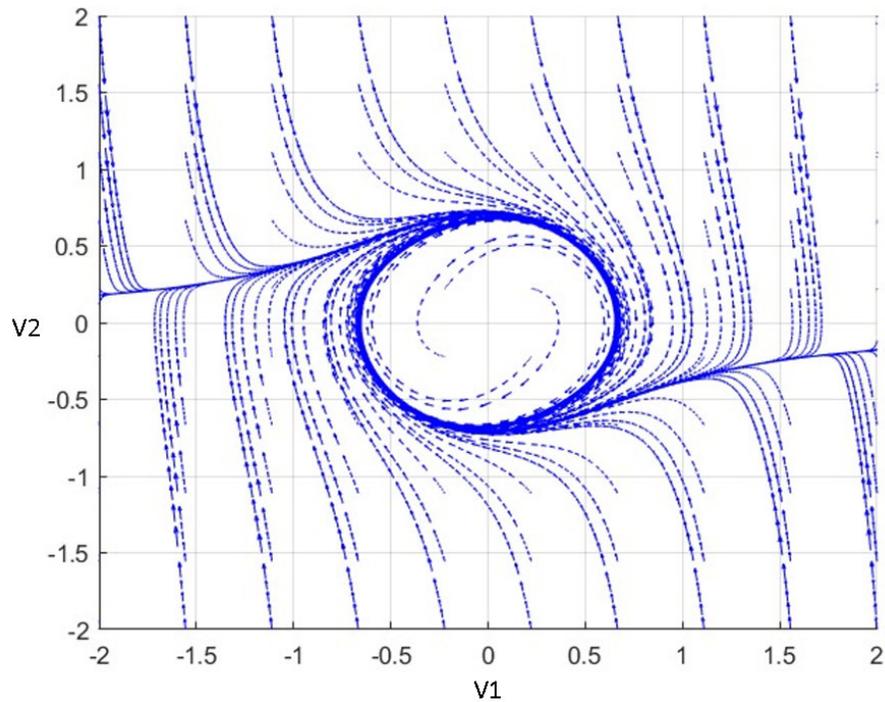


Figura 1.2: Representación gráfica de todas las trayectorias de un sistema dinámico, cada curva representa una condición inicial diferente

1.4. Estado del arte

Debido a la demanda de carga eléctrica cada vez mayor, en la actualidad, el sistema de energía se ha vuelto caótico en el contexto de la administración de energía reactiva y el control de voltaje, lo que a su vez puede conducir a problemas de inestabilidad de voltaje en el sistema de energía eléctrica. Si no se evalúa la estabilidad del voltaje y los problemas ocurridos no se atienden a tiempo, pueden ocurrir cortes secuenciales de los componentes del sistema de energía y esto puede conducir a un colapso de voltaje o apagón.

Por lo tanto, para detectar el punto de colapso de voltaje, se necesita estar en estabilidad. Se han sugerido varios índices de estabilidad de tensión en la literatura, para evaluar la estabilidad de voltaje estático y dinámico del sistema de energía en función del flujo de energía a través de la línea de transmisión, (Jain and Rathod, 2019).

El horno de arco eléctrico, por sus siglas en inglés EAF (Electric Arc Furnace) es la

1.4 Estado del arte

unidad de proceso principal en la fabricación de acero a base de chatarra; debido a su importancia, se han desarrollado numerosos modelos matemáticos para predecir el curso del proceso del horno de arco eléctrico.

Generalmente, los modelos para aplicaciones industriales se pueden dividir en aquellos basados en la evaluación estadística de datos, llamados modelos estadísticos o empíricos, y aquellos en relaciones físicas o termodinámicas conocidas, llamados modelos mecanicistas, analíticos o fenomenológicos. Los modelos estadísticos son aplicables si se puede medir la calidad que se va a predecir y se dispone de datos suficientes que documenten tanto esta calidad como los parámetros del proceso que la influyen.

En el caso de procesos complejos como es el proceso del EAF, los modelos analíticos suelen ser más difíciles de desarrollar que los modelos estadísticos y pueden no alcanzar el mismo grado de precisión. Sin embargo, sí permiten la extrapolación y son transferibles porque la descripción física y termodinámica es más universal ([Hay et al., 2021](#)).

En vista del problema de que la fluctuación y el parpadeo del voltaje de la red son producidos por la carga del horno de arco eléctrico en algunas redes de distribución, y la calidad de la red eléctrica se reduce, el voltaje de la red de distribución necesita un análisis dinámico y medidas de control de compensadores estáticos de Potencia reactiva, por sus siglas en ingles SVC (Static Vars Compensator). Se establece el modelo dinámico típico del horno de arco eléctrico, se analiza la influencia del modelo de horno de arco eléctrico en la tensión transitoria de la red en diferentes nodos típicos de la red y se adopta el esquema de acceso SVC para el tratamiento ([Xia et al., 2019](#)).

El sistema eléctrico de potencia tiene como finalidad generar, transformar, transmitir, distribuir y consumir energía eléctrica con la mayor eficiencia posible para garantizar la continuidad del sistema; aún cuando existan perturbaciones creadas por la inclusión de cargas altamente no lineales; además, al integrar energías renovables, citando la energía solar y la eólica considerables a gran escala, esto debido a que ponen en riesgo su inestabilidad ([Berrouk et al., 2014](#))

La instalación de un sistema de almacenamiento energético en un sistema de potencia permite almacenar la energía excedente de plantas de generación convencionales durante la noche o cuando el costo de la energía es más económica y posteriormente liberarla en el transcurso del día según la demanda incrementada; también se puede usar para almacenar

1.5 Estructura de la tesis

la energía intermitente producida por las fuentes de energía renovable (Wang et al., 2017; Breeze, 2018).

En la creación de la ecuación de búsqueda se utiliza una serie de términos claves y diferentes combinaciones de búsqueda, entre las cuales se escogería acorde a la cantidad de resultados obtenidos y a la calidad de estos la ecuación de búsqueda más adecuada para el desarrollo de la presente investigación. En la Tabla 1.1, se evidencian las diferentes ecuaciones de búsqueda empleadas en las tres bases de datos mencionadas anteriormente y la cantidad de resultados obtenidos en cada una de ellas.

Tabla 1.1: Combinaciones de búsqueda

Combinaciones de búsqueda	Scopus	Web of Science	IEE
("electrical power system" AND "stability" AND "steel plant")	37	25	20
("electrical power system" AND "stability" AND "steel plant" AND "electric arc furnace")	6	5	5

En la Tabla 1.1, se trabajó con la última ecuación de búsqueda en donde se encontró documentos de gran ayuda que se utilizaron como conocimiento de partida relacionando específicamente los diferentes tipos de estabilidad en sistemas eléctricos de potencia para la presente tesis.

1.5. Estructura de la tesis

La estructura para el desarrollo de la tesis está formada por 5 capítulos presentando una breve descripción de su contenido.

Capítulo 1: Se presenta una introducción a la problemática y su necesidad de la aplicación de estudios en estabilidad de sistemas eléctricos de potencia, también se presentan los principales objetivos de la tesis, así como el estado del arte en donde se incluyen antecedentes a profundidad sobre el tema presente, haciendo

1.5 Estructura de la tesis

una breve descripción sobre los tipos de estabilidad en sistemas eléctricos de potencia, modelo trifásico, sistemas eléctricos con cargas altamente no lineales, entre otros. Finalmente, un breve resumen de la estructura de la tesis.

Capítulo 2: Se describe la estabilidad de voltaje en los sistemas eléctricos de potencia a través de conceptos generales y sus principales métodos para encontrarla. Así mismo, la integración de la teoría de bifurcaciones y sus principales tipos para la estabilidad por criterios de Lyapunov y puntos críticos.

Capítulo 3: En este capítulo se analiza la máquina síncrona desde el acoplamiento magnético que hay entre el rotor y el estator refiriendo las corrientes al eje directo y de cuadratura del rotor a través de la transformada Park teniendo en cuenta los enlaces de flujo magnéticos y la posición del ángulo entre la fase y uno de sus ejes.

Capítulo 4: Se analiza el modelo propuesto del sistema eléctrico de potencia en el cual se tienen en cuenta las diversas variantes a estudiar, una de ellas pasa por un diagrama unifilar, la siguiente por un modelo trifásico y posteriormente se analiza el acople magnético del generador como si trabajara en modo aislado (no conectado a un sistema interconectado nacional).

Capítulo 5: Se presentan los resultados obtenidos al analizar el sistema eléctrico de potencia para cada modelo expuesto en el anterior capítulo.

Capítulo 2

Estabilidad de voltaje

2.1. Introducción

Las políticas de confiabilidad establecidas en un SEP son necesarias para mantener la seguridad, continuidad y calidad en el sistema eléctrico; de ahí que un sistema no puede ser confiable si no es seguro y no es seguro si no es estable, en vista a que uno de los fines es garantizar un orden eficaz donde se incluyan medidas correctivas. La confiabilidad de un sistema eléctrico de potencia es el más complejo del mundo por ser un sistema integrado que requiere de una cobertura amplia de servicio, donde el tiempo sea prolongado y sin interrupciones siendo la encargada de superar la demanda máxima en el sistema eléctrico, soportando enormes perturbaciones de acuerdo a la acelerada y progresiva energía que debe operar y ser viable en su funcionamiento. Por otra parte, la seguridad se relaciona con la capacidad del SEP de soportar perturbaciones grandes, mientras que la estabilidad se asocia con la capacidad de este para llegar a puntos de equilibrio desde diferentes estados de operación después de haber estado expuesto a perturbaciones físicas.

La representación de la capacidad de un sistema de generación para alcanzar valores aceptables de voltaje en los nodos del sistema después de un disturbio se le denomina estabilidad del voltaje.

Los estudios de la variación de voltaje se utilizan como punto de partida para obtener inestabilidad en el sistema eléctrico de potencia, luego es acertado definir que

2.2 Clasificación de estabilidad de voltaje

la inestabilidad es causada en gran proporción por la variación de cargas, siendo opuesto a la inestabilidad angular basada en la diferencia angular que entre el rotor y estator del generador dinámico (Van Cutsem, 2000).

La clasificación de la estabilidad de voltaje últimamente se conoce en periodos cortos, donde se presentan fenómenos de escala de tiempo reducida llamada transitorios y periodo largo de tiempo. Un ejemplo de ello es cuando un colapso se inicia y los elementos que actúan son lentos como los cambiadores de Taps en los transformadores puesto pueden tardar varios minutos en cambiar su relación de transformación, pero cuando se está cerca al punto del colapso pueden empezar a actuar elementos rápidos que se encuentran en una escala de corto periodo de tiempo (Van Cutsem, 2000).

Las máquinas eléctricas suelen tener pérdida de sincronismo esto produce una variación en el ángulo del rotor y en consecuencia es refleja bajos voltajes, dando un poco de contraste respecto a lo que puede ocurrir al tener inestabilidad del voltaje sin que existan gran variación en el ángulo del rotor (Prabha, 1994).

La estabilidad de voltaje se puede relacionar directamente con la variación que puede tener la carga en el sistema, esto conlleva a que se tenga una estabilidad de tipo local en la que se puede solucionar de la misma forma, pero no quiere decir, que esta inestabilidad tenga un impacto considerable en el SEP y pueda generar un colapso (Xu and Mansour, 1994; Grigsby, 2012).

2.2. Clasificación de estabilidad de voltaje

La estabilidad de voltaje en los sistemas de potencia puede tomar diferentes formas producidas por varios factores, que conducen al análisis para identificar los factores que aportan inestabilidad al SEP.

En la Figura 2.1, se muestra la clasificación de estabilidad en voltaje en los sistemas eléctricos de potencia.

A continuación se describen los tipos de inestabilidad según la clasificación de la Figura 2.1.

2.2 Clasificación de estabilidad de voltaje

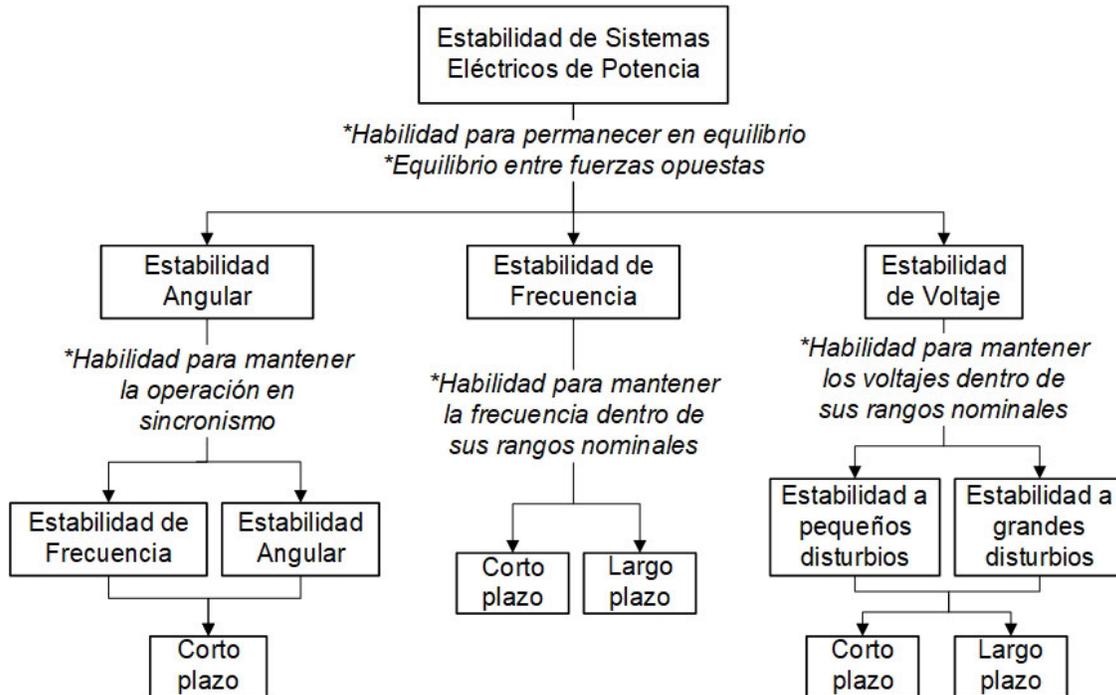


Figura 2.1: Clasificación de estabilidad según el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE) y el Consejo Internacional de Grandes Redes Eléctricas (CIGRE).

2.2.1. Estabilidad ante grandes disturbios

Los grandes disturbios provocados por fallas en el sistema, pérdida de generación o problemas en la red ponen a prueba que tan resistente se comporta el sistema ante grandes disturbios condicionados por su topología y características de carga. El estudio de la estabilidad exige un análisis dinámico no lineal en un intervalo de tiempo del que se pueda analizar el actuar de los equipos de control como Transformadores con Taps variable, limitadores de corriente de campo eléctrico (Hatziaargyriou et al., 2021; Grigsby, 2012).

2.2.2. Estabilidad ante pequeños disturbios

Los pequeños disturbios se basan en perturbaciones que no tienen porque poner en riesgo la seguridad dinámica del sistema si son controlados de forma correcta,

2.2 Clasificación de estabilidad de voltaje

estas perturbaciones normalmente son originadas por incrementos de carga alterando en cualquier instante el voltaje con pequeños cambios. Para el estudio de estabilidad es posible usar el análisis en estado estacionario a partir de sus ecuaciones diferenciales y un punto de operación (Grigsby, 2012).

2.2.3. Estabilidad de periodo corto

Un periodo corto es aquel que está entre 0 a 10 segundos; también llamado Estado Transitorio. En este periodo su análisis está dado por la solución de las ecuaciones diferenciales donde sus cargas expresan la dinámica en sus ecuaciones. En este periodo de tiempo es muy difícil distinguir entre la inestabilidad angular y voltaje. En un escenario donde generador alimenta un motor de inducción a través de dos líneas se puede observar:

- Si en el sistema una línea de transmisión entra en modo falla saliendo de operación en consecuencia la potencia transmitida a la carga decrece. Si la potencia en la carga es menor que la potencia transmitida el motor tiende a restablecerse. Cuando la potencia en la carga es mayor que la transmitida el motor intenta restablecerse y posteriormente el motor se para; a este fenómeno se le llama colapso de voltaje. El sistema pierde el equilibrio en el periodo de tiempo corto (Van Cutsem, 2000).
- Un corto circuito cerca del motor causa una desaceleración. Si la falla no es liberada rápidamente, el motor es incapaz de acelerarse y nuevamente se presenta el colapso de voltaje (Van Cutsem, 2000).

2.2.4. Estabilidad de periodo medio

El estudio de estabilidad en periodos medio o largos ha sido generado por las numerosas perturbaciones en régimen permanente que el sistema tiene en frecuencia, voltaje y flujos de carga por lo que se deben tomar acciones de control y en casos extremos las protecciones eléctricas. En este tipo de inestabilidad que se da en periodos lentos se utiliza comúnmente transformadores cambia Taps para el control de voltaje (Grigsby, 2012).

La topología del sistema eléctrico de potencia es de gran importancia para la estabilidad en voltaje, esto por sus características físicas, haciendo que sus impedancias

2.3 Margen de estabilidad en voltaje

en específico de la línea de transmisión sea un factor a considerar para la disminución del voltaje en cada barra del sistema. Por ende, en ocasiones no es posible llevar un nivel de voltaje óptimo a barras de carga, lo que hace necesario utilizar transformadores cambia Taps para que de cierta forma tener un control de tensión en estos puntos, esta consecuencia se da normalmente en líneas de transmisión largas en donde la caída de voltaje es considerable.

Los estudios para máquinas eléctricas de potencia como generadores y motores han reflejado una dinámica lenta de las perturbaciones que provoca en ocasiones pérdida de sincronismo reflejado en los ángulos de su bobinado y el rotor.

2.3. Margen de estabilidad en voltaje

El margen de estabilidad de tensión tiene como referencia el punto medio de transferencia de potencia activa y reactiva en cada nodo de carga con respecto al punto de operación inicial y el límite de estabilidad en voltaje. Este margen se selecciona para encontrar una región estable en donde el sistema pueda oscilar sin ningún problema soportando una gran variedad de perturbaciones, generalmente un margen de 30 a 35 por ciento ([Ramírez Borrero et al., 2009](#)). El margen de estabilidad y la potencia de operación se miden mediante,

$$ME = \frac{P_{max} - P_{op}}{P_{max}} \times 100 \quad (2.1)$$

$$P_{op} = P_{max} \sin(\delta E) \quad (2.2)$$

donde, ME es el Margen de estabilidad, P_{max} es la potencia máxima, P_{op} es la Potencia de operación permisible y δE es la separación angular (sistema completo).

Con este margen se busca predecir y minimizar fallos en estabilidad para los sistemas eléctricos de potencia, como también evitar colapso de red eléctrica ([Van Cutsem, 1991](#); [Greene et al., 1997](#)).

2.4. Curvas P-V

El análisis del comportamiento de la tensión en función de la potencia activa hace referencia a las curvas P-V, donde estas curvas se obtienen a partir de proyecciones meridianos de la superficie mostrada en la Figura 2.2. La Curva P-V tiene como utilidad la proporción de indicadores a un colapso de tensión a lo largo de los niveles de potencia activa y con la medida de la demanda actual que se tenga en cada barra. Consecuentemente para realizar las curvas P-V es necesario tener el flujo de potencia en tiempo real teniendo en cuenta las variaciones que pueda tener el SEP en potencia reactiva y activa sin variar el factor de potencia ([Reactive-Reserve-Working-Group, 2006](#)).

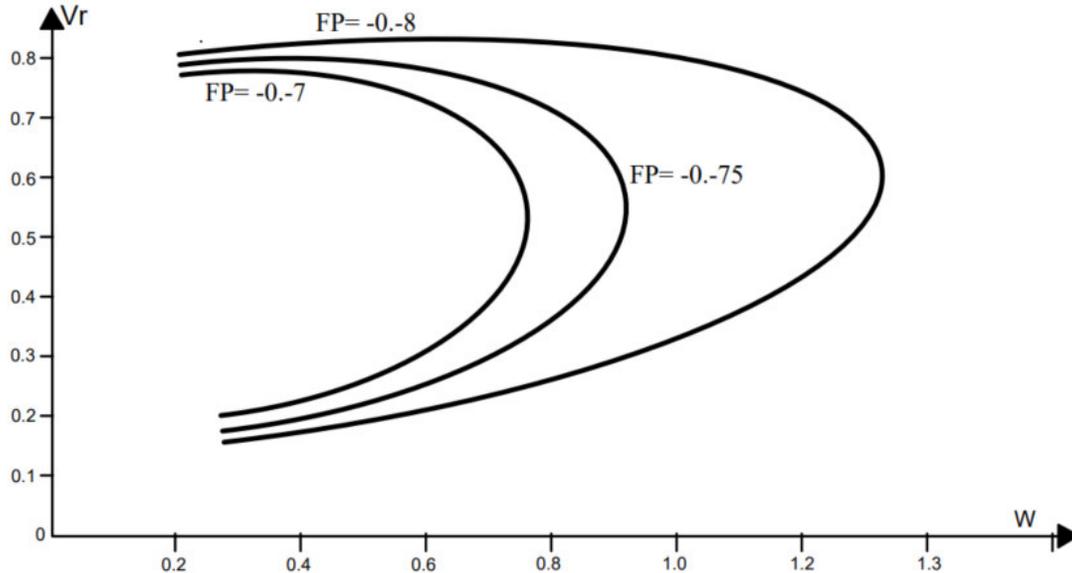


Figura 2.2: Curvas P-V.

La determinación de Zonas de estabilidad e inestabilidad es una de las características importantes como se muestra en el Figura 2.3, para la operación del sistema eléctrico de potencia y debido a la alta demanda del mismo es oportuno dejar un margen de potencia suficiente para no alcanzar el límite de estabilidad ([Sarrias et al., 2012](#)).

2.5. Curvas Q-V

La potencia reactiva es fundamental para mantener el voltaje entregando en cada nodo un valor de voltaje entre los límites permisibles del sistema. Por lo tanto, se debe tener en cuenta la inyección de reactivos para suplir las deficiencias de voltaje en cada nodo. La curva Q-V representa la dinámica de un colapso de tensión ante un desbalance de potencia reactiva en cada una de sus nodos. El método consiste en el ejercicio de ir variando el consumo de potencia reactiva en una barra de carga hasta conseguir el colapso del SEP (Chowdhury and Taylor, 2001).

Las gráficas arrojadas por este método se construyen para las barras más importantes y críticas del sistema, graficando la cantidad de potencia que se debe necesitar para mantener el nivel de voltaje deseado.

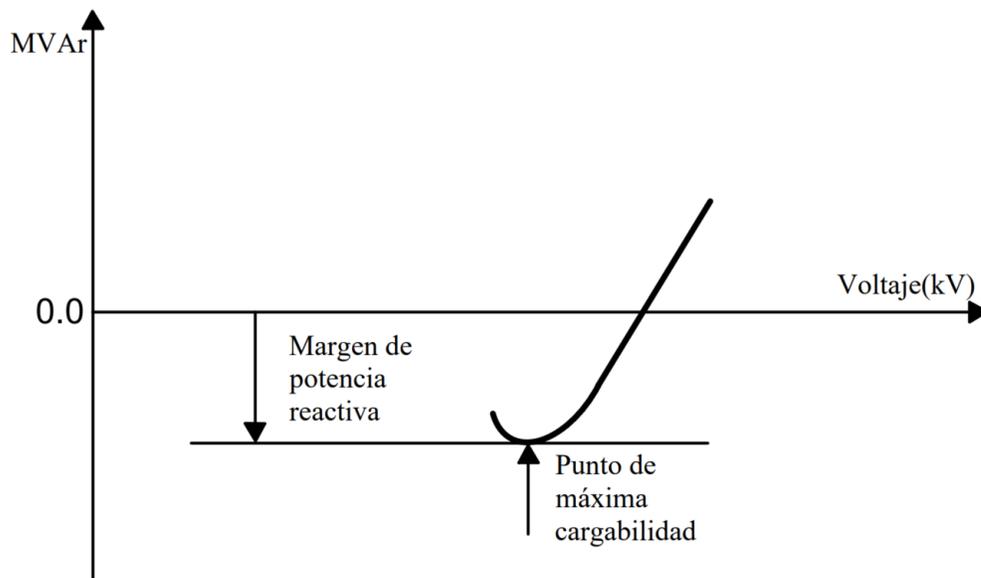


Figura 2.3: Curvas Q-V.

Su estructura gráfica en la Figura 2.3. Representa el mínimo punto de la curva y el máximo valor de la carga Q con el propósito de identificar el colapso; también representa un margen de potencia reactiva en la cual el sistema puede oscilar manteniendo el sistema estable. En este gráfico Q-V a diferencia del método P-V, el voltaje de barra se encuentra en el eje de las ordenadas (x) y la potencia reactiva en el eje de las abscisas (y), (Chowdhury

and Taylor, 2000).

2.6. Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

Todo sistema que implique cambio se puede modelar con herramientas matemáticas que permiten simular el comportamiento dinámico del mismo, por consiguiente, las ecuaciones diferenciales ayudarían a modelar cualquier tipo de sistema.

2.6.1. Sistemas dinámicos

Un sistema dinámico es una descripción de una evolución dependiente de su estado inicial en el tiempo que puede ser representado matemáticamente por una o un conjunto de ecuaciones diferenciales que proporcionan una solución finita para cada condición inicial.

La representación en ecuaciones de estado de un sistema dinámico en función de las ecuaciones diferenciales con el fin de mostrar el sistema mediante una estructura vectorial describiendo un conjunto de variables para representar un espacio-fase; luego cada espacio corresponde a un punto en el espacio-fase; mientras su evolución se representa en trayectorias del comportamiento del sistema dinámico.

Para el SEP se consideran las variables de ángulo o fase, voltaje y corriente como estados del sistema dinámico no lineal, en comparación a un sistema lineal se tendrá normalmente un solo punto de equilibrio, contrario para un sistema no lineal se tendrán distintos puntos de equilibrio. Esto hace que los sistemas no lineales sean sensibles a condiciones iniciales y ante cualquier perturbación pequeña que pueda llevar a ocasionar grandes cambios en la dinámica de la red. Es siempre útil representar el sistema no lineal en uno lineal alrededor de un punto de equilibrio ([Van-Cutsem and Vournas, 1998](#)).

Teniendo solo un estado y un solo comportamiento dinámico, a diferencia de un sistema dinámico no lineal que tendrían múltiples puntos de equilibrio y en consecuencia múltiples tipos de comportamiento dando posibilidad a que cualquier perturbación genere movimientos inadecuados que comiencen a generar caos. Posterior a la linealización se

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

mostrará en breve el proceso para encontrar las zonas de estabilidad a partir de los puntos de equilibrio.

Estos sistemas dinámicos se representan en las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y) \quad (2.3)$$

$$\frac{dy}{dt} = g(x, y) \quad (2.4)$$

Las 2.4, representan el comportamiento dinámico de cualquier modelo en el tiempo.

2.6.2. Linealización

Para el proceso de linealización se calculan las ecuaciones de estado del modelo, teniendo en cuenta todos los por menores que pueda tener dicho modelo en su dinámica.

1. Búsqueda de puntos de equilibrio mediante la solución del sistema de ecuaciones $f(x, y) = 0$, y $g(x, y) = 0$, donde se encuentra los puntos de equilibrio x_0 y y_0 .
2. Desarrollo y expansión de la serie de Taylor alrededor de dichos puntos de equilibrio.

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}(y - y_0) + \dots \quad (2.5)$$

$$g(x, y) = g(x_0, y_0) + \frac{\partial g(x_0, y_0)}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial g(x_0, y_0)}{\partial y}(y - y_0) + \dots \quad (2.6)$$

Teniendo en cuenta que las funciones se expanden alrededor del punto de equilibrio, se considera el caso donde la función $f(x_0, y_0) = 0$ y los términos de mayor orden son despreciados. El sistema linealizado viene dado por:

$$\frac{dx}{dt} = X \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) + Y \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0), \quad (2.7)$$

$$\frac{dy}{dt} = X \frac{\partial g}{\partial x}(x_0, y_0) + Y \frac{\partial g}{\partial y}(x_0, y_0), \quad (2.8)$$

donde,

$$X = x(t) - x_0, \quad (2.9)$$

$$Y = y(t) - y_0. \quad (2.10)$$

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

3. Definición de matriz Jacobiana y evaluación de sus derivadas parciales en el punto de equilibrio del sistema linealizado. Lo cual da origen a la matriz de estados A ,

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \right|_{(x_0, y_0)} & \left. \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \right|_{(x_0, y_0)} \\ \left. \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) \right|_{(x_0, y_0)} & \left. \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) \right|_{(x_0, y_0)} \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Definidos los componentes de la matriz de estados con respecto al punto de equilibrio $P_o(x_0, y_0)$

$$a = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_0, y_0)} = f_x(x_0, y_0), \quad (2.12)$$

$$b = \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{(x_0, y_0)} = f_y(x_0, y_0), \quad (2.13)$$

$$c = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{(x_0, y_0)} = g_x(x_0, y_0), \quad (2.14)$$

$$d = \left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_{(x_0, y_0)} = g_y(x_0, y_0), \quad (2.15)$$

Con la obtención de las derivadas parciales, se puede determinar si el sistema tiene el siguiente tipo de soluciones:

$$X(t) = X_0 e^{\lambda t}, \quad (2.16)$$

$$Y(t) = Y_0 e^{\lambda t}, \quad (2.17)$$

donde λ es el parámetro relacionado con las frecuencias naturales del sistema por determinar. Por tanto, el sistema tendrá una solución si se cumple la siguiente relación,

$$\det(A - \lambda I) = 0, \quad (2.18)$$

$$\det \begin{pmatrix} a - \lambda & b \\ c & d - \lambda \end{pmatrix} = 0, \quad (2.19)$$

$$\lambda^2 - (a + d)\lambda + ad - cb = 0, \quad (2.20)$$

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

en la cual, λ representa los valores propios del sistema teniendo diferentes tipos de puntos de equilibrio (Arrillaga et al., 2013). Además, dependiendo de estos valores se puede tener un diferente comportamiento del sistema,

1. λ_1 y λ_2 reales

a) Sus valores propios son reales y tienen diferente signo, a este punto de equilibrio se le conoce como punto silla, Figura 2.4

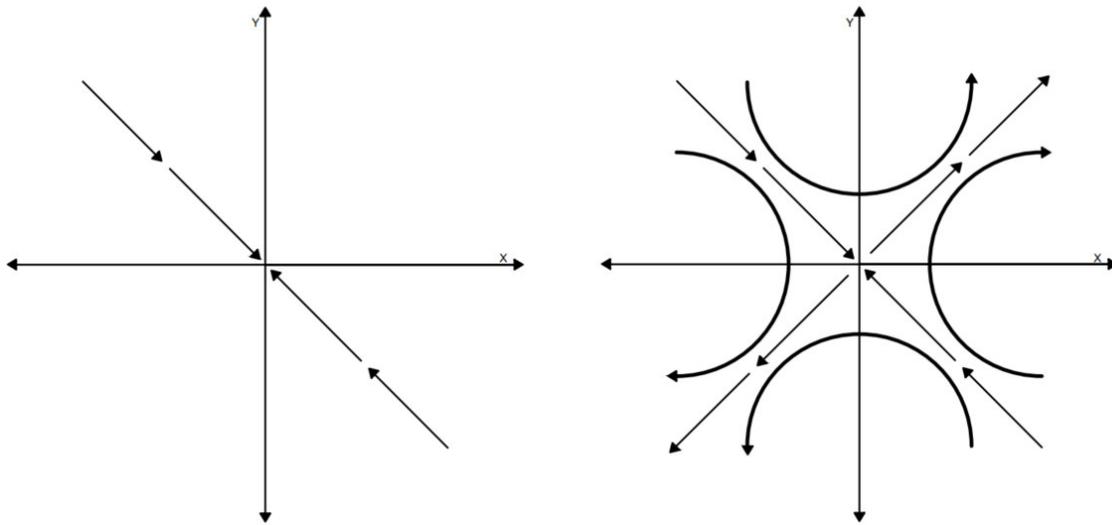


Figura 2.4: Puntos de silla.

b) Sus valores propios son reales y ambos positivos, a este punto de equilibrio se le conoce como nodo no estable, Figura 2.5.

c) Sus valores propios son reales y ambos negativos, a este punto de equilibrio se le conoce como nodo estable, Figura 2.6.

2. λ_1 y λ_2 son complejos conjugados

a) Sus valores propios del sistema son puramente imaginarios el punto de equilibrio es llamado centro, Figura 2.7.

b) Sus valores propios son $\lambda = \alpha \pm i\beta$ siendo $\alpha < 0$ tendemos un punto de equilibrio llamado espiral estable, Figura 2.8.

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

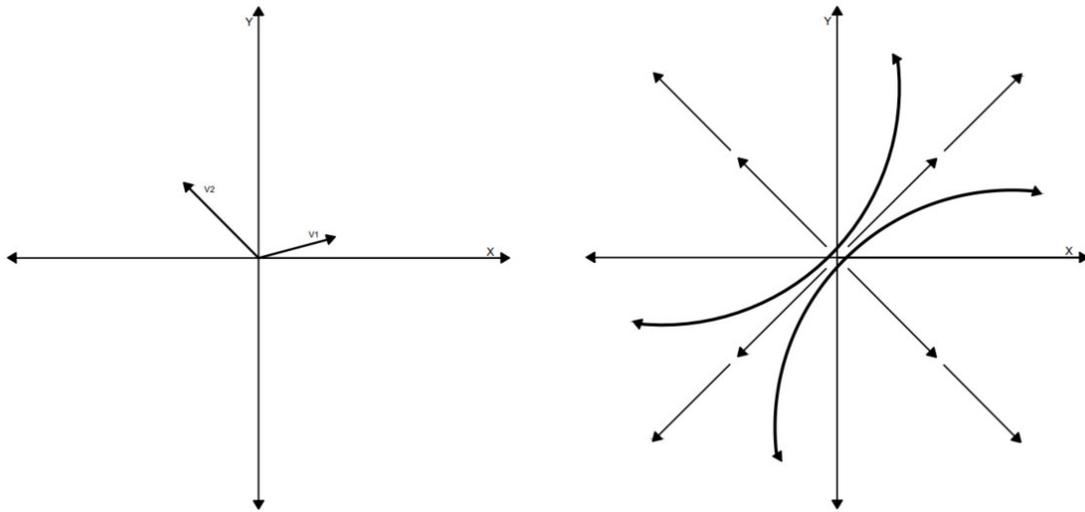


Figura 2.5: Nodo inestable.

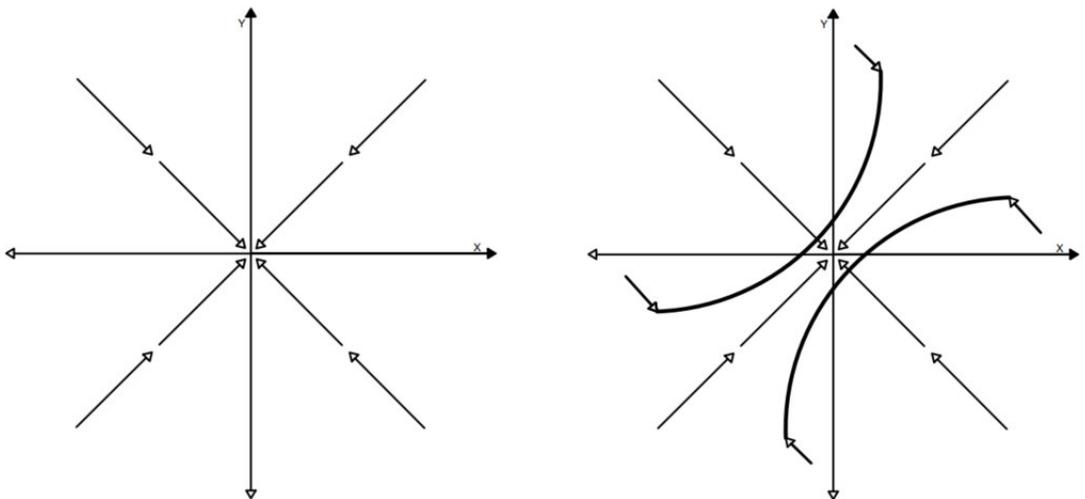


Figura 2.6: Nodo estable.

- c) Sus valores propios son $\lambda = \alpha \pm i\beta$ siendo $\alpha > 0$ tendemos un punto de equilibrio llamado espiral no estable, Figura 2.9.

Con el propósito de establecer de forma exhaustiva las zonas de estabilidad, para ello se requiere la aplicación de la teoría de bifurcaciones. Dicha teoría tiene la finalidad

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

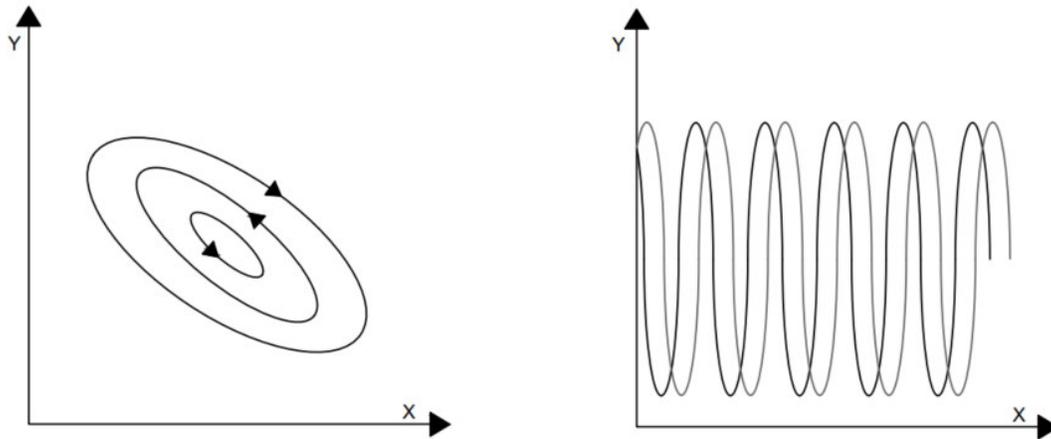


Figura 2.7: Centro.

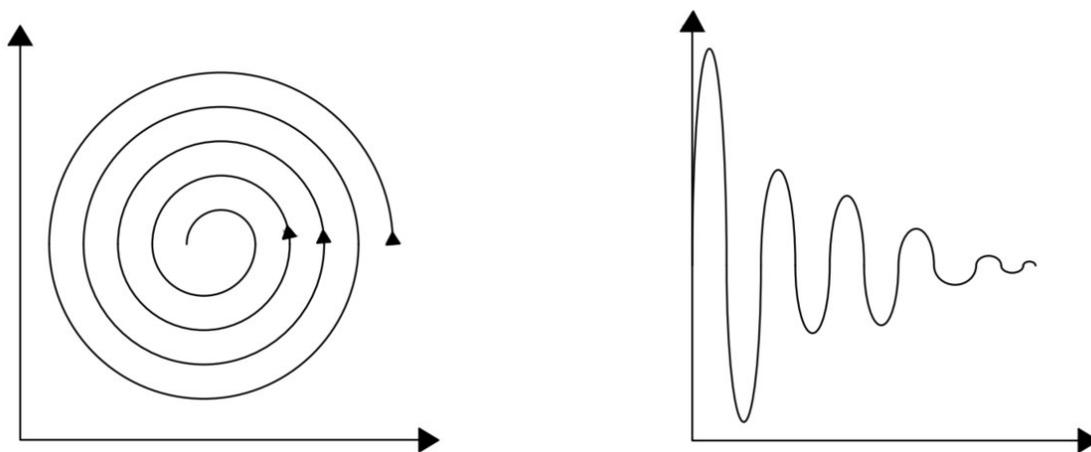


Figura 2.8: Espiral estable atracción convergente, muestra su trayectoria y su dinamismo en el tiempo respectivamente.

de encontrar puntos límites en donde la estabilidad se pierde variando cada uno de los parámetros del sistema. En nuestro caso particular se debe escoger un parámetro principal que rija el comportamiento dinámico del sistema eléctrico de potencia, este componente es responsable del comportamiento dinámico del sistema dada su naturaleza causante principal de la inestabilidad.

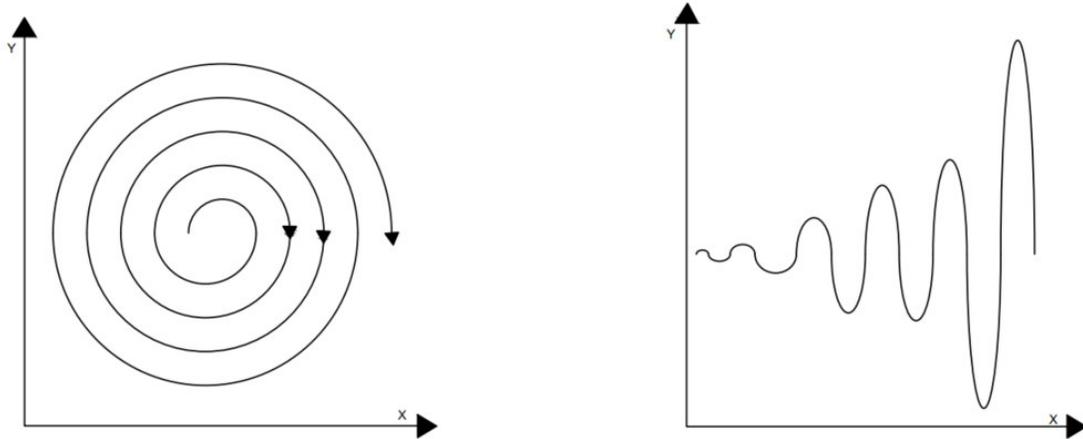


Figura 2.9: Espiral no estable atracción no convergente, muestra su trayectoria y su dinamismo en el tiempo respectivamente.

2.6.3. Bifurcaciones

El estudio del cambio del carácter de los puntos de equilibrio cambia cuando los parámetros del sistema se alteran se llama teoría de Bifurcaciones. Es de vital importancia usar este término para describir un cambio inesperado en la dinámica del sistema. El análisis de la estabilidad en específico para el SEP se basa en el análisis de teoría de bifurcaciones, en donde el conjunto de ecuaciones diferenciales contiene distintas variables, estados y parámetros que se deben explorar con base a sus sensibilidades en sus variaciones. A partir de un modelo propuesto se implementa un parámetro de bifurcación oportuno para establecer las zonas de estabilidad del SEP.

Cuando un punto de equilibrio se modifica debido a la variación de un parámetro, el comportamiento de las trayectorias en una vecindad del punto de equilibrio se altera. De modo que la capacidad de clasificar y entender las diferentes posibles bifurcaciones es una parte fundamental de la dinámica no lineal, como se describe en la referencia ([Anzures-Marin et al., 2008](#)).

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

2.6.4. Tipo de Bifurcaciones

Se presenta algunos tipos de bifurcaciones más significativos en los sistemas dinámicos:

Bifurcación silla-nodo: La bifurcación silla-nodo es un mecanismo básico representado por los puntos de equilibrio que pueden ser creados o destruidos, para este estudio se supone una ecuación diferencial de primer orden con un parámetro de bifurcación β .

$$y' = f(y, \beta). \quad (2.21)$$

Sabiendo que para cada β hay un punto de equilibrio diferente, luego se tiene los siguientes comportamientos:

1. si $\frac{\partial}{\partial y} f(y, \beta_0) = 0$, entonces se tiene un punto estacionario con respecto a y en $f(y, \beta_0)$.
2. si $\frac{\partial^2}{\partial y^2} f(y, \beta_0) \neq 0$, entonces se considera un extremo de $f(y, \beta_0)$.
3. si $\frac{\partial}{\partial y} f(y, \beta_0) \neq 0$, $f(y, \beta_0)$ es no estacionario con respecto a β en (y, β_0) .

Teniendo en cuenta las ecuaciones y condiciones anteriormente descritas, se tiene la siguiente clasificación del equilibrio:

1. No existe equilibrio cerca de (y, β_0) cuando $\beta < \beta_0$.
2. Existen dos equilibrios cerca de (y, β_0) para cada valor del parámetro $\beta > \beta_0$. Estos equilibrios son hiperbólicos uno es estable y el otro es inestable.

En la Figura 2.10 se muestra el diagrama de Bifurcación y los puntos de equilibrio.

Bifurcación Transcrítica a partir de la ecuación diferencial de primer orden,

$$y' = f(y, \alpha). \quad (2.22)$$

Partiendo de un $\alpha = \alpha_0$ existe un punto de equilibrio en y_0, α_0 cumpliendo con las siguientes condiciones:

1. si $\frac{\partial}{\partial y} f(y_0, \alpha_0) = 0$, entonces se tiene un punto estacionario con respecto a y en $f(y_0, \alpha_0)$.

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

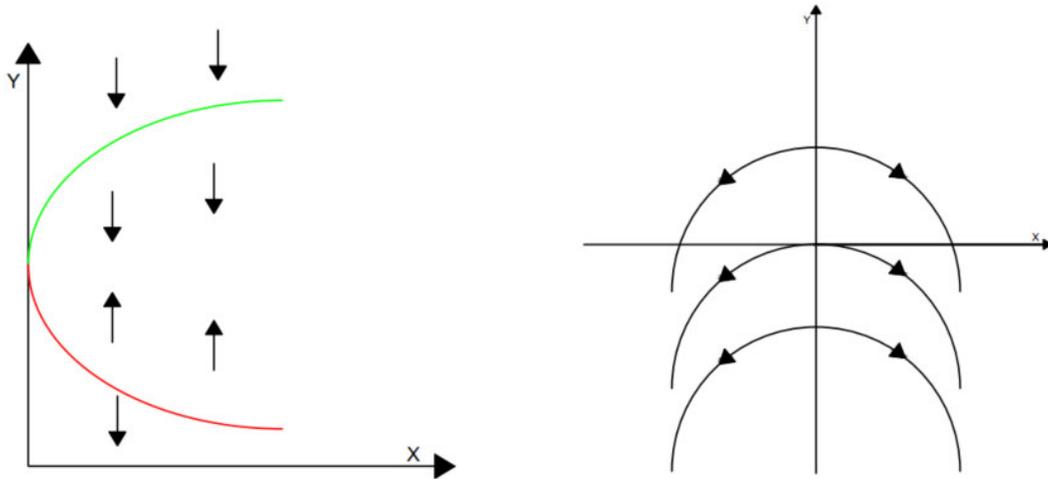


Figura 2.10: Bifurcación Saddle

2. si $\frac{\partial^2}{\partial y^2} f(y_0, \alpha_0) \neq 0$, entonces se considera un extremo de $f(y_0, \alpha_0)$.
3. si $\frac{\partial}{\partial y} f(y_0, \alpha_0) \neq 0$, entonces al variar α la curva se desplaza

De acuerdo con las ecuaciones y condiciones anteriormente descritas, se tiene la siguiente clasificación del equilibrio:

1. El equilibrio tiende a ser estable cuando $\alpha < \alpha_0$.
2. El equilibrio tiende a ser inestable cuando $\alpha > \alpha_0$.
3. El equilibrio $(y_e, 0)$ tiende a ser inestable para cada valor del parámetro $\alpha > \alpha_0$, y una rama de equilibrios adicionales estable se originan en la trayectoria marcada.
4. El equilibrio $(y_e, 0)$ tiende a ser estable para cada valor del parámetro $\alpha < \alpha_0$, y una rama de equilibrios adicionales inestable se originan en la trayectoria marcada.

En la Figura 2.11 se muestra el diagrama de Bifurcación y los puntos de equilibrio.

Bifurcación Pitchfork se obtiene a partir de la ecuación diferencial de primer orden

$$y' = f(y, \alpha). \quad (2.23)$$

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

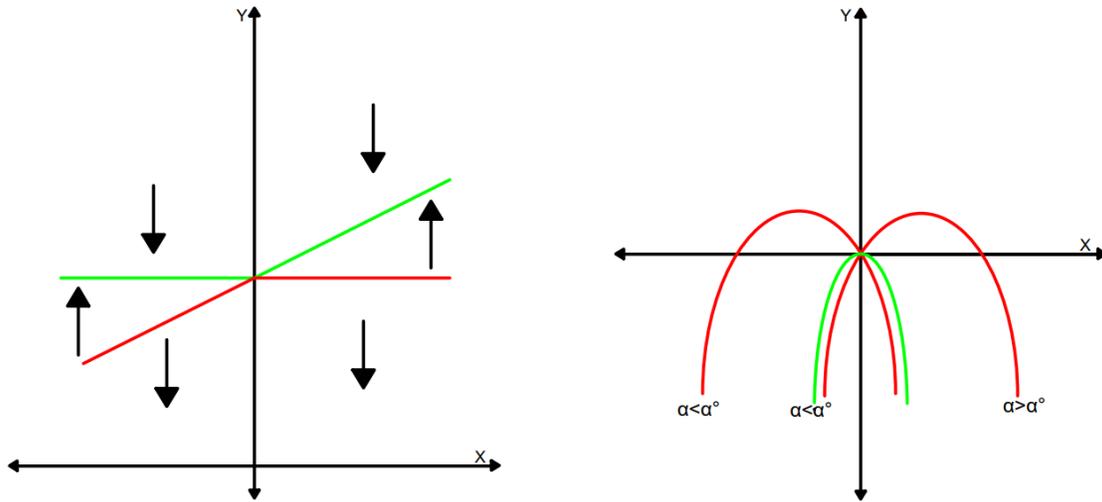


Figura 2.11: Bifurcación Transcrítica

De modo que a partir de un $\alpha = \alpha_0$ existe un punto de equilibrio en y_0, α_0 cumpliendo con las siguientes condiciones:

1. Si $\frac{\partial}{\partial y} f(y_0, \alpha_0) = 0$, entonces se tiene un punto estacionario con respecto a y en $f(y_0, \alpha_0)$.
2. Si $\frac{\partial^2}{\partial y^2} f(y_0, \alpha_0) \neq 0$, entonces se considera un extremo de $f(y_0, \alpha_0)$.
3. Si $\frac{\partial}{\partial y} f(y_0, \alpha_0) \neq 0$, entonces al variar α la curva se desplaza

De tal forma que en las ecuaciones y condiciones anteriores, se tiene la siguiente clasificación del equilibrio:

1. El equilibrio tiende a ser estable cuando $\alpha < \alpha_0$.
2. El equilibrio tiende a ser inestable cuando $\alpha > \alpha_0$.
3. El equilibrio $(y_e, 0)$ tiende a ser inestable para cada valor del parámetro $\alpha > \alpha_0$, y dos ramas de equilibrios adicionales estable se originan en la trayectoria marcada.
4. El equilibrio $(y_e, 0)$ tiende a ser estable para cada valor del parámetro $\alpha < \alpha_0$, y dos ramas de equilibrios adicionales inestable se originan en la trayectoria

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

marcada. cuando los dos puntos de equilibrio adicionales son estables se presenta una bifurcación Pitchfork supercrítica, por lo contrario, si son inestables se conoce como Pitchfork subcrítica.

En la Figura 2.12 se muestra el diagrama de Bifurcación y los puntos de equilibrio.

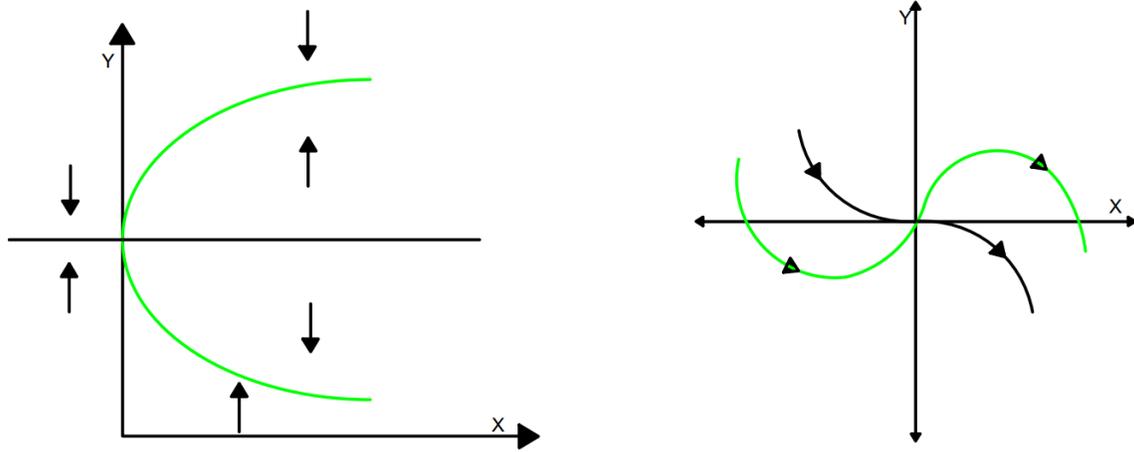


Figura 2.12: Bifurcación Pitchfork

Bifurcación Hopf: En un sistema bidimensional se varia un parámetro a partir de un punto de equilibrio donde este punto puede perder la estabilidad. La Bifurcación corresponde a la naturaleza de los varores propios representados en la matriz jacobiana (Anzures-Marin et al., 2008). Es decir, la bifurcación aparece cuando sus valores complejos y conjugados cruzan el eje imaginario. Las siguientes ecuaciones dan soporte a este tipo de bifurcación,

$$y' = f(y_1, y_2, \alpha), \quad (2.24)$$

$$y_2' = f_2(y_1, y_2, \alpha). \quad (2.25)$$

Teniendo en cuenta que para cada valor de α hay un rango relevante este sistema tiene un punto de equilibrio aislado,

$$f(y_1, y_2, \alpha) = 0, \quad (2.26)$$

$$f_2(y_1, y_2, \alpha) = 0. \quad (2.27)$$

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

La solución al sistema anterior establece que y_1, y_2 como funciones continuas diferenciales del parámetro $y = y(\alpha)$, si la siguiente matriz Jacobiana no singular en el punto de equilibrio.

$$J(\alpha) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y_1} f(y_1, y_2, \alpha) & \frac{\partial}{\partial y_2} f(y_1, y_2, \alpha) \\ \frac{\partial}{\partial y_1} f_2(y_1, y_2, \alpha) & \frac{\partial}{\partial y_2} f_2(y_1, y_2, \alpha) \end{pmatrix}$$

Si la jacobiana tiene las siguientes propiedades evaluadas en sus condiciones

1. Posee un par de valores propios complejos conjugados $\theta(\alpha) \pm iw(\alpha)$ que tienden a ser puramente imaginarios en el valor crítico del parámetro α_0 es decir, $\theta(\alpha_0) = 0$, mientras $w(\alpha_0) \neq 0$
2. Si el sistema tiene soluciones periódicas. El valor crítico α_0 se llama punto de bifurcación Hopf del sistema, pero cuando un ciclo estable aparece tenemos la bifurcación Hopf supercrítica, en caso contrario se llama bifurcación Hopf subcrítica

En la Figura 2.13 se muestra el diagrama de Bifurcación y los puntos de equilibrio.

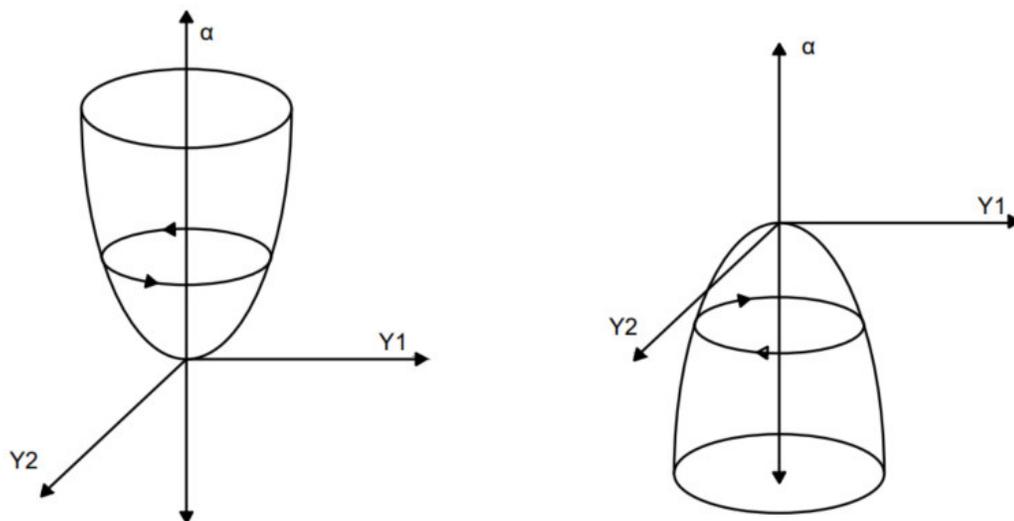


Figura 2.13: Bifurcación de Hopf equilibrio estable y una orbita periódica inestable y estable respectivamente.

2.6 Estabilidad bajo criterios de Lyapunov y teoría de bifurcaciones

Los generadores en los sistemas eléctricos de potencia son a considerar el principal elemento, por consecuente, se hace muy importante la seguridad dinámica, por ser necesario un modelo detallado donde se pueda evidenciar el acoplamiento magnético que posteriormente se verá en el siguiente capítulo.

Capítulo 3

Representación de acople magnético en máquina-modelo

En este capítulo se estudia la representación del sistema dinámico de la máquina síncrona, por ser un elemento esencial para fines de estabilidad con el acople magnético dado entre el rotor y estator. Uno de los problemas de la estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia es mantener interconectado y sincronizados las máquinas; por lo tanto, se hace útil la comprensión de su funcionamiento para lograr un modelado preciso del comportamiento dinámico.

3.1. Máquina Síncrona

El esquema de la máquina síncrona trifásica con un par de polos consta de sus elementos que son el devanado de campo, llamado inductor, que produce un campo magnético y su la armadura, llamado devanado inducido, donde se refleja los voltajes. Asumiendo una máquina trifásica, los devanados de armadura son desplazados 120 grados en el espacio del estator, siendo uniforme para una rotación de campo magnético. De igual manera los voltajes inducidos pasan a estar espaciados 120 grados eléctricos [Fouad \(2003\)](#). Para la producción de un par constante, los campos del estator y rotor deben girar con la misma velocidad llamada sincronismo. El número de polos en el rotor está determinando

3.1 Máquina Síncrona

por

$$n = \frac{120f}{P_f}, \quad (3.1)$$

siendo n la velocidad en rev/min , la frecuencia en Hz y P_f el número de polos.

En la Figura 3.1 se observa los circuitos y todos los devanados de rotor siendo simétricos para cada uno de sus ejes, estos se definen como ejes directo y de cuadratura. De la figura 3.1

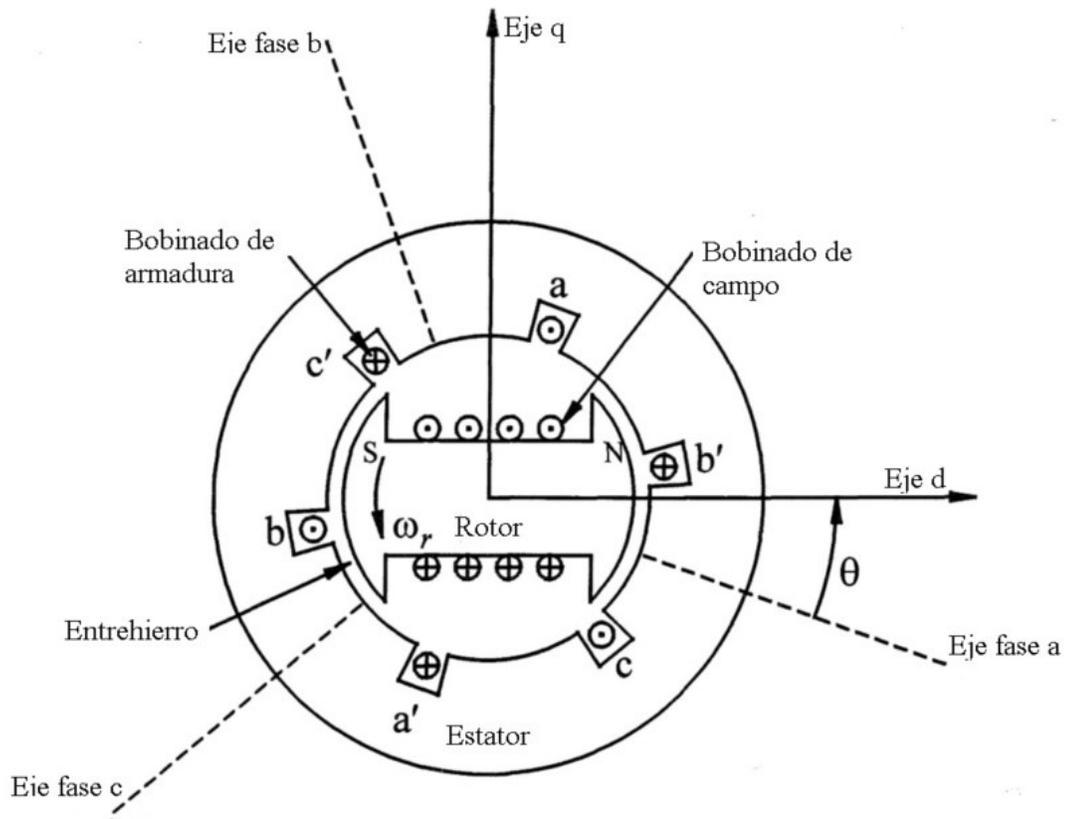


Figura 3.1: Esquema físico de sus devanados rotor y estator. Nota: extraído del libro Power System Stability and Control Prabha (1994)

se muestra: el Eje directo (d), centrado magnéticamente en el centro del polo norte y el Eje cuadratura (q), a 90 grados eléctricos adelantados al eje d. La selección de los ejes q y d son arbitrarias basada en la definición de la IEEE (1980).

Para desarrollar las ecuaciones de la máquina síncrona se tienen las siguientes suposiciones.

3.1 Máquina Síncrona

1. Los devanados del estator se distribuyen sinusoidalmente a lo largo del entre-hierro en lo que contribuye a efectos mutuos.
2. Las ranuras del estator no provocan una variación apreciable de las inductancias del rotor con posición del rotor.
3. Las pérdidas por histéresis magnética son insignificantes.
4. Los efectos de la saturación magnética son insignificantes.

Muchas de las suposiciones están hechas para conveniencia de análisis y en casos no es justificable tenerlas en cuenta por su contribución.

En la Figura 3.2 se muestra el esquema de la máquina síncrona compuesto por los circuitos del estator que constan de devanados inducidos trifásicos y circuitos del rotor que llevan devanados de campo y amortiguador. Generalmente los circuitos de amortiguación

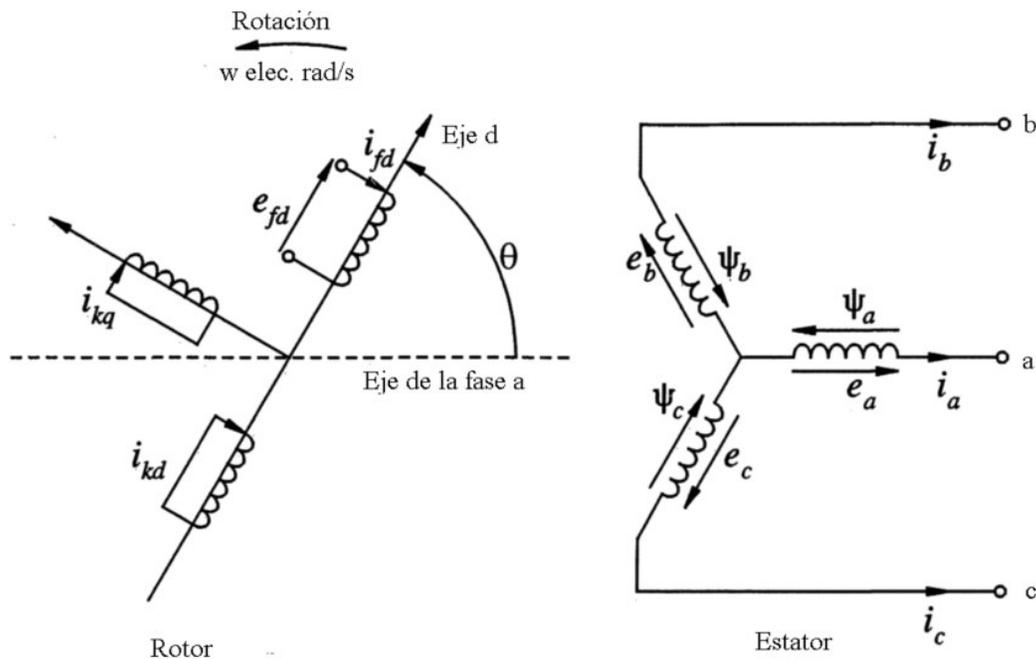


Figura 3.2: Esquema de circuitos estator y rotor de la máquina síncrona. Nota: extraído del libro Power System Stability and Control Prabha (1994)

3.1 Máquina Síncrona

vienen dados por la construcción del rotor y el rango de frecuencia para el modelo de la máquina y números de circuitos.

En la Figura 3.2 se representa un circuito de amortiguación por cada eje denotado con subíndice k Prabha (1994). Donde se pueden determinar:

a, b, c = devanados de fase del estator.

fd = Bobinado de campo.

kd = circuito amortiguador del eje d.

kg = circuito amortiguador del eje q.

$k = 1, 2, \dots, n$; n número de circuitos amortiguadores.

θ = Ángulo por el cual el eje d conduce al eje magnético de fase a devanado, rad eléctricos.

W_r = velocidad angular del rotor, rad /s eléctrico.

El θ definido con el ángulo por el cual el eje d conduce a la línea central de la fase en un devanado en sentido de rotación, aumentando continuamente y relacionado con el rotor por la velocidad angular w en el tiempo. Esta fase se puede determinar mediante la ecuación (3.2).

$$\theta = w * t \tag{3.2}$$

Para tener en claro las ecuaciones es necesario desarrollar las ecuaciones de acoplamientos magnéticos que se pueda tener entre los circuitos propuestos.

3.1.1. Ecuaciones de máquina Síncrona

La idea de encontrar las inductancias mutuas y propias de los devanados estator y rotor, varían con la posición complicando las ecuaciones que se tiene de las siguientes notaciones al describir las ecuaciones del rotor y estator (Diagram, 1969).

e_a, e_b, e_c = voltaje instantáneo de fase estator a neutro.

i_a, i_b, i_c = corrientes instantáneas del estator en las fases.

3.1 Máquina Síncrona

e_{fd} = Voltaje de campo.

i_{fd}, i_{kd}, i_{kq} = corrientes de campo y circuito amortiguador.

R_{fd}, R_{kd}, R_{kq} = resistencias del circuito del rotor.

l_{aa}, l_{bb}, l_{cc} = autoinductancias de los devanados del estator.

l_{ab}, l_{bc}, l_{ca} = inductancias mutuas entre los devanados del estator.

$l_{afd}, l_{akd}, l_{akq}$ = inductancias mutuas entre bobinados del estator y del rotor.

$l_{ffd}, l_{kkd}, l_{kkq}$ = autoinductancias de circuitos de rotor.

R_a = resistencia del armadura por fase.

p = operador d/dt

λ = enlace de flujo magnético.

Las ecuaciones del voltaje en el estator están dadas por:

$$e_a = \frac{d\lambda_a}{dt} - R_a i_a = p\lambda_a - R_a i_a, \quad (3.3)$$

$$e_b = \frac{d\lambda_b}{dt} - R_b i_b = e_b = p\lambda_b - R_b i_b, \quad (3.4)$$

$$e_c = \frac{d\lambda_c}{dt} - R_c i_c = e_c = p\lambda_c - R_c i_c. \quad (3.5)$$

El enlace magnético del flujo viene dado por la ecuación (3.6) que se puede asociar de forma consecuente a la notación para las demás fases.

$$\lambda_a = -l_{aa}i_a - l_{ab}i_b - l_{ac}i_c + l_{afd}i_{fd} + l_{akd}i_{kd} + l_{akq}i_{kq}. \quad (3.6)$$

La corriente del estator se asume en sentido negativo, por esto el signo a la dirección asumida.

Las auto-inductancias del estator son directamente proporcionales a la permeabilidad cuando la suma de las corrientes de sus circuitos es igual a cero, por lo contrario, la inductancia mutua parte de la evaluación del flujo del entre-hierro vinculando una fase cuando se excita otra fase [Prabha \(1994\)](#).

3.1 Máquina Síncrona

La inductancia mutua entre las fases a y b; debido al flujo del entre-hierro está dada por

$$l_{gba} = -\frac{1}{2}L_{g0} + L_{ab2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.7)$$

Donde l_{g0} significa la auto-inducción, esto porque hay una pequeña cantidad de flujo mutuo alrededor de los extremos en bobinados que no cruzan el espacio aire. La inductancia mutua está dada por

$$l_{ba} = -L_{ab0} + L_{ab2} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right), \quad (3.8)$$

así mismo para todas las fases

$$l_{bc} = -L_{ab0} + L_{ab2} \cos(2\theta - \pi), \quad (3.9)$$

$$l_{ca} = -L_{ab0} + L_{ab2} \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right). \quad (3.10)$$

Para la inductancia entre rotor y estator se tiene en cuenta el movimiento de sus propios devanados, cuando el devanado se alinea con el devanado del rotor el flujo es máximo y por consecuencia su inductancia mutua es máxima, mientras cuando se desplazan a 90 grados su flujo no se une y la inductancia es casi nula. Analizando la fuerza magnetomotriz y su distribución sinusoidal, se tiene el siguientes sistema,

$$l_{afd} = L_{afd} \cos(\theta), \quad (3.11)$$

$$l_{akd} = L_{akd} \cos(\theta), \quad (3.12)$$

$$l_{akq} = L_{akq} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.13)$$

Las expresiones de inductancias relacionan los enlaces de flujo desde la ecuación (3.6) de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \lambda_a = & -i_a [L_{aa0} + L_{aa2} \cos(2\theta)] + i_b \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right] \\ & + i_c \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) \right] + i_{fd} L_{afd} \cos(\theta) \\ & + i_{kd} L_{akd} \cos(\theta) - i_{kq} L_{akq} \sin(\theta), \end{aligned} \quad (3.14)$$

3.2 Transformación dq0 Park

$$\begin{aligned}\lambda_b = & -i_a \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right] + i_b \left[L_{aa0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \right] \\ & + i_c [L_{ab0} + L_{aa2} \cos (2\theta - \pi)] + i_{fd} L_{afd} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \\ & + i_{kd} L_{akd} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) - i_{kq} L_{akq} \sin \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right),\end{aligned}\quad (3.15)$$

$$\begin{aligned}\lambda_c = & -i_a \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right) \right] + i_b [L_{aa0} + L_{aa2} \cos (2\theta - \pi)] \\ & + i_c \left[L_{ab0} + L_{aa2} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) \right] + i_{fd} L_{afd} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) \\ & + i_{kd} L_{akd} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right) - i_{kq} L_{akq} \sin \left(2\theta + \frac{\pi}{3} \right).\end{aligned}\quad (3.16)$$

Las ecuaciones del rotor están dadas por sus circuitos y las inductancias mutuas entre si que no varían su posición, denotada por

$$e_{fd} = p\lambda_{fd} + R_{fd}i_{fd} \quad (3.17)$$

$$0 = p\lambda_{kd} + R_{kd}i_{kd} \quad (3.18)$$

$$0 = p\lambda_{kq} + R_{kq}i_{kq}. \quad (3.19)$$

Las ecuaciones de los enlaces de flujo respecto al rotor son las siguientes:

$$\lambda_{fd} = L_{ffd}i_{fd} + L_{fkd}i_{kd} - L_{afd} \left[i_a \cos(\theta) + i_b \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (3.20)$$

$$\lambda_{kd} = L_{fkd}i_{fd} + L_{kkd}i_{kd} - L_{akd} \left[i_a \cos(\theta) + i_b \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (3.21)$$

$$\lambda_{kq} = L_{kkq}i_{kq} + L_{akq} \left[i_a \sin(\theta) + i_b \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right]. \quad (3.22)$$

Con el fin de visualizar el acoplamiento magnético de una forma más sencilla se utiliza la transformada Park que se explicará en la siguiente sección.

3.2. Transformación dq0 Park

Las ecuaciones de flujo magnético y voltaje en los devanados del estator y el rotor describen el comportamiento dinámico de la máquina, variando las inductancias con

3.2 Transformación dq0 Park

respecto al ángulo que a su vez varían con el tiempo conduciendo a ser más complejo su análisis. Una forma sencilla es mediante la transformación de las variables del estator a partir de las relaciones que tienen las ecuaciones de densidad de flujo magnético del rotor con las corrientes de fase.

$$i_d = k_d \left[i_a \cos(\theta) + i_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right], \quad (3.23)$$

$$i_q = -k_q \left[i_a \sin(\theta) + i_b \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]. \quad (3.24)$$

Las constantes k_d y k_q son arbitrarias y representan una simplificación de los coeficientes numéricos de las ecuaciones, este valor usualmente en literaturas es tomado como $2/3$ o en ocasiones $\sqrt{2/3}$. Ahora, sustituyendo las ecuaciones de las corrientes balanceadas del estator, las corrientes del eje directo y de cuadratura serían las siguientes.

$$i_d = k_d I_m \left[\sin(w_s t) \cos(\theta) + \sin\left(w_s t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(w_s t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right], \quad (3.25)$$

$$i_d = \frac{3}{2} k_d [I_m \sin(w_s t - \theta)] \quad (3.26)$$

$$i_q = -\frac{3}{2} k_q [I_m \cos(w_s t - \theta)]. \quad (3.27)$$

Como se puede observar los componentes de las corrientes de cuadratura y eje directo producen un campo idéntico en proporción, por ende se ha asume que las corrientes de fase son balanceadas, por lo tanto, la sumatoria de las corrientes es cero,

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c) = 0. \quad (3.28)$$

La representación de la transformación de las variables de fase del estator a las variables del rotor se representa mediante la siguiente matriz de transformación.

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

3.2 Transformación dq0 Park

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Estas transformaciones son aplicables para los enlaces de flujo y los voltajes del estator; aunque en algunos textos se tiene transformaciones diferentes y esto se debe al eje que se tome como referencia; luego de remplazar se debe hacer las respectivas transformaciones y hacer una reducción de términos para obtener los siguientes ecuaciones de enlaces de flujo del estator.

$$\lambda_d = -L_d i_d + L_{afd} i_{fd} + L_{akd} i_{kd} \quad (3.31)$$

$$\lambda_q = -L_q i_q + L_{akq} i_{kq} \quad (3.32)$$

$$\lambda_0 = -L_0 i_0 \quad (3.33)$$

Donde,

$$L_d = L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2} L_{aa2} \quad (3.34)$$

$$L_q = L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2} L_{aa2} \quad (3.35)$$

$$L_0 = L_{aa0} + 2L_{ab0} \quad (3.36)$$

Ahora, se aplican a los enlaces de flujo del rotor sustituyendo las expresiones i_d y i_q en las ecuaciones de enlace de flujo (3.20) a (3.22), con lo cual se obtiene,

$$\lambda_{fd} = L_{ffd} i_{fd} + L_{fkd} i_{kd} - \frac{3}{2} L_{afd} i_d \quad (3.37)$$

$$\lambda_{fd} = L_{fkd} i_{fd} + L_{kkd} i_{kd} - \frac{3}{2} L_{akd} i_d \quad (3.38)$$

$$\lambda_{fd} = L_{kkq} i_{fd} - \frac{3}{2} L_{akq} i_q \quad (3.39)$$

La componente de secuencia cero no aparece porque no alcanza a producir la fuerza magnetomotriz necesaria en el espacio, posteriormente se aplica las transformaciones de los voltajes del estator en términos $dq0$.

$$e_d = p\lambda_d - \lambda_q p\theta - R_a i_d \quad (3.40)$$

$$e_q = p\lambda_q - \lambda_d p\theta - R_a i_q \quad (3.41)$$

$$e_0 = p\lambda_0 - R_a i_0 \quad (3.42)$$

3.2 Transformación dq0 Park

Mediante las ecuaciones vistas se tiene el enlace del acople magnético para el análisis visto desde la máquina que se verá en el capítulo siguiente.

Capítulo 4

Modelo

La estabilidad de un sistema físico está representado por el conjunto de ecuaciones diferenciales anteriormente descritas desde un breve proceso dado por encontrar los puntos de equilibrio del sistema, determinar la estabilidad de los puntos de equilibrios encontrados, linealizando el sistema alrededor del punto de equilibrio por medio de la aplicación de las series de Taylor, Teorema de Hartman-Grobman y criterios de estabilidad de Lyapunov.

Teniendo en cuenta la definición de estabilidad, se va variando el parámetro de bifurcación para así encontrar los puntos críticos donde se pierde la estabilidad del sistema, de ahí que es importante tener los modelos de los sistemas eléctricos de potencia con la mayor precisión posible para obtener resultados cercanos a la realidad, este capítulo nos muestra varios modelos propuestos para la aplicación del análisis de estabilidad.

4.1. Descripción del modelo

El Modelo planteado está basado en una planta siderúrgica, cuyo el propósito es obtener un modelo matemático, partiendo de la siguiente representación en la Figura 4.1

En la Figura 4.1 se representa la estructura típica de un sistema con alimentación energética de horno de arco eléctrico del cual se pueden observar los siguientes componentes (Acha et al., 1990). Teniendo en cuenta la pérdida de voltaje, la falla de

4.1 Descripción del modelo

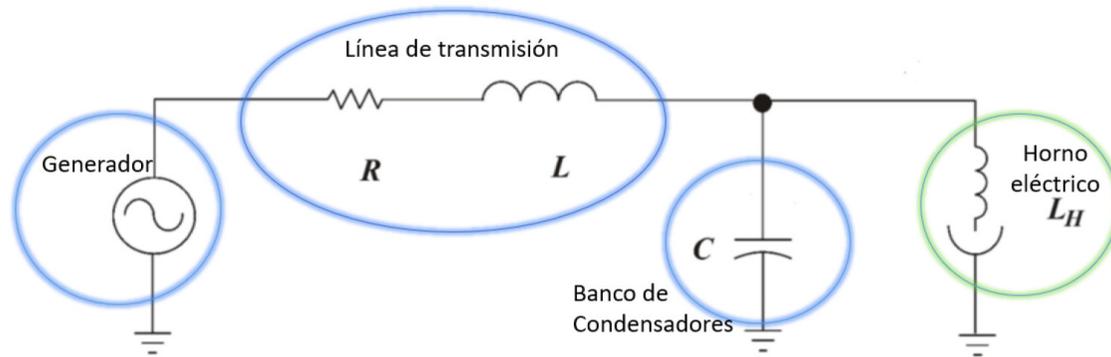


Figura 4.1: Modelo unifilar del sistema eléctrico de potencia.

energía, así como el enfrentamiento entre la transmisión y la generación. Esto conduce a un sistema desequilibrado y desprotegido (Singh et al., 2020). Consecuentemente se tienen las siguientes consideraciones en su estructura y composición:

1. El sistema de transmisión: incluye transformador y línea de transmisión que tiene como objetivo transportar la energía al consumidor que en estos casos es el horno de arco eléctrico.
2. El generador síncrono: Es una máquina síncrona llamada alternador que se utiliza para convertir potencia mecánica en potencia eléctrica de CA.
3. El banco de capacitores: es un conjunto de dispositivos pasivos que actúan como filtros con el fin de compensar potencia reactiva instalada en el punto de conexión del nodo de carga.
4. Horno de arco eléctrico: es considerada una carga altamente no lineal encargada de la fundición de metales. Este generador se encuentra acoplado al sistema de transmisión, del lado primario del transformador con el fin de suministrar potencia al sistema y llevarlo a los niveles de tensiones deseados (Arrillaga et al., 2013).

Para el desarrollo del modelo matemático es conveniente entender el comportamiento de cada máquina o sistema que se tenga en el modelo. A continuación, se describe algunos de los importantes elementos del sistema eléctrico de potencia.

4.1 Descripción del modelo

4.1.1. Generador Síncrono

Es evidente reconocer que uno de los elementos principales para el sistema eléctrico de potencia es el generador síncrono porque en él se produce la energía eléctrica a partir de energía mecánica, de acuerdo a un movimiento que haga funcionar el primotor, basándose específicamente en la energía undimotriz con una turbina hidráulica con una columna oscilante o una turbina neumática aprovechando las corrientes de aire.

El generador síncrono se compone de un estator ranurado trifásico y un rotor en el que se encuentra el sistema de excitación que actúa como inductor de la máquina generando un campo magnético rotativo que al girar el rotor a una velocidad se va induciendo una fuerza electromotriz (f.e.m.) en los devanados del estator.

La caracterización del generador pasa por describir con exactitud las fases magnéticas, eléctricas y mecánicas de tal forma que se pueda representar un modelo cercano a la realidad a partir de innumerables técnicas para expresar en un modelo matemático el comportamiento del generador. En este modelo se presenta el comportamiento del generador alimentando una carga que consume una potencia activa y reactiva variable haciendo que las corrientes sean fluctuantes con su variación (Prabha, 1994; Kopell and Washburn, 1982)

Para el modelado del generador en el sistema unifilar se asume que la resistencia de campo rf se mantiene constante y la corriente de campo igual, esto indica que el flujo de campo es constante; también asumiendo que la velocidad de su primotor es constante (w) por lo que el voltaje e_i permanecerá constante operando con un factor de potencia en atraso al alimentar una carga inductiva. Lo anterior solo servirá si se quiere hacer un estudio para un sistema interconectado nacional, es decir, simulando una barra PV muy robusta.

La ecuación que puntualiza el comportamiento dinámico del generador (Guru, 2003) está descrita por

$$V_g = \frac{PX_g}{E_i \sin(\delta)}, \quad (4.1)$$

donde P simboliza la potencia media, X_g representa la reactancia del devanado del generador, E_i el voltaje generado por el campo magnético y δ es la diferencia del ángulo de fase entre el voltaje de la máquina y el voltaje generado. Es importante hacer notar, que

4.1 Descripción del modelo

en (4.1) se desprecia la resistencia de los devanados, puesto que su valor comparado con la reactancia es muy pequeño.

4.1.2. Horno de Arco

El comportamiento de los hornos de arco eléctrico es impredecible, sus fluctuaciones en formas de onda de tensión y corriente hacen que sea muy difícil de establecer un modelo para todas sus condiciones de operación.

La calidad de la energía eléctrica ha sido afectada por la inclusión de cargas altamente no lineales tales como el horno de arco eléctrico el cual produce grandes distorsiones en la red tanto de voltaje, frecuencia y en casos afectando la estabilidad angular.

El modelo de horno de arco eléctrico detallado en el trabajo de [Acha et al. \(1990\)](#) está basando en el principio de la conservación de energía en el tiempo, acoplado a una ecuación dinámica en un sistema eléctrico de potencia arrojando las siguientes ecuaciones de energía,

$$P_1 + P_2 = P_T, \quad (4.2)$$

donde,

1. P1: Simboliza la potencia transmitida en forma de calor, enfriamiento en función del arco eléctrico.
2. P2: Representa la potencia interna del arco afectando el radio del arco.
3. PT: Interpreta la potencia total.

A su vez, la ecuación dinámica del horno esta dada por

$$\frac{d}{dt}r = \frac{K_3}{K_2}r^{-(m+3)}i_h^2 - \frac{K_1}{K_2}r^{n-1}. \quad (4.3)$$

Consecuentemente la Ec. (4.3) corresponde a la analogía con la Ec. (4.2).

La descripción de esta ecuación se expresa de acuerdo con la variable n correspondiente al efecto del medio ambiente:

4.2 Modelo de concentración Unifilar

1. $n = 0$ medio ambiente está caliente y el enfriamiento del arco no depende del radio del arco eléctrico.
2. $n = 1$ si el arco es grande, entonces el área de enfriamiento serán principalmente sus superficies laterales, dependiendo de la longitud del arco.
3. $n = 2$ la longitud del arco es corto, entonces su área de enfriamiento es proporcional a su sección transversal en los electrodos.

$P2$ se refiere a la energía interna del arco; mientras que el PT muestra que la resistividad de la columna del arco es inversamente proporcional a r^m , la variable m relaciona el efecto de la temperatura en el arco eléctrico para diferentes modos de operación.

1. $m = 0$ La longitud del arco es grande, su temperatura del arco es menos caliente.
2. $m = 1$ La longitud del arco es media, su temperatura es media.
3. $m = 2$ Es válida para longitudes del arco pequeñas con altas temperaturas en el arco.

Las constantes K_1, K_2, K_3 representan el efecto de enfriamiento del arco relacionando con la proporción derivativa de la energía y su resistencia, teniendo un efecto directo en la convergencia para la estabilidad del sistema de potencia, así mismo se presentarán los modelos.

4.2. Modelo de concentración Unifilar

Una de las representaciones más convencionales de un sistema eléctrico de potencia es a través de un diagrama unifilar, el cual representa una sola topología de las tres fases. A partir del modelo mostrado en la Figura 4.1 se obtienen las ecuaciones dinámicas

4.3 Modelo Trifásico

correspondientes aplicando las leyes de Kirchhoff a mallas y nodos del circuito,

$$\frac{d}{dt}i = \frac{1}{L} \left(\frac{PX_g}{E_i \sin(\delta)} - R_i - V_c \right), \quad (4.4)$$

$$\frac{d}{dt}V_c = \frac{1}{C} (i - i_h), \quad (4.5)$$

$$\frac{d}{dt}i_h = \frac{1}{L_h} \left(V_c - K_3 i_h r^{-(m+2)} \right), \quad (4.6)$$

$$\frac{d}{dt}r = \frac{K_3}{K_2} r^{-(m+3)} i_h^2 - \frac{K_1}{K_2} r^{n-1}. \quad (4.7)$$

Igualmente la ecuación de estado (4.7) donde enfoca el comportamiento del horno de arco eléctrico mediante el radio r , derivada de dos ecuaciones del modelo de horno de arco eléctrico propuesto por [Acha et al. \(1990\)](#),

$$V_h = V_{LH} + V_H. \quad (4.8)$$

Teniendo en cuenta la Ec. (4.8) para el modelo del horno y concluyendo matemáticamente las Ecs. (4.2), (4.4), (4.5) y (4.7) se asume que el generador tiene un Voltaje constante.

4.3. Modelo Trifásico

Se propone simular el sistema de forma trifásica con la idea de ser más preciso a la hora de tener en cuenta todos los factores que pueden alterar el sistema; puesto que se indaga la función de los campos magnéticos totales que rodean al conductor creados por corrientes de flujo magnético que fluyen en cada uno de ellos ([Guru, 2003](#))

4.3.1. Línea de transmisión

La determinación de impedancias en las líneas de transmisión es un paso crítico para el análisis del sistema, ésta se encarga de transportar la energía a los puntos de conexión, donde el componente de la reactancia propia y mutua de la impedancia es la función de los campos magnéticos totales que rodean al conductor, como se muestra en la Figura 4.2.

Para n conductores, se señala las líneas de flujo magnético creadas por las corrientes

4.3 Modelo Trifásico

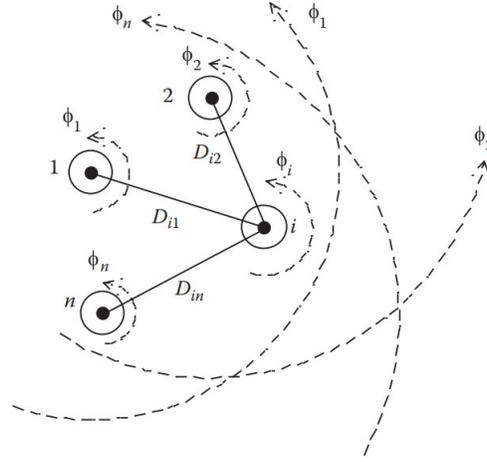


Figura 4.2: Flujo magnético

que fluyen en sus conductores; mientras que para la Ec. (4.9),

$$I_1 + I_2 + \dots + I_i + \dots + I_n = 0. \quad (4.9)$$

Se asume que todos los conductores tienen la misma dirección de la corriente y por consiguiente se podría determinar la sumatoria de las mismas. La inductancia del conductor i consiste en la autoinductancia del conductor i y la inductancia mutua entre conductores.

Autoinductancia :

$$L_{ii} = \frac{\lambda_{ii}}{I_i} = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{1}{GMR_i} \right) \text{ [H/m]} \quad (4.10)$$

Inductancia mutua :

$$L_{ii} = \frac{\lambda_{ii}}{I_i} = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{1}{D_{in}} \right) \text{ [H/m]} \quad (4.11)$$

En líneas de alta tensión por lo general se asume que están transpuestas, es decir, cada fase ocupa la misma posición física en la estructura durante un tercio de la longitud de la línea; entonces se habla de inductancia propia y mutua en cada fase.

Inductancia de fase : Propiedad de la línea de transmisión para resistir los cambios de corriente de sí mismo, dada por las siguientes ecuaciones,

$$L_i = 2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{D_{eq}}{GMR_i} \right) \text{ [H/m]} \quad (4.12)$$

4.3 Modelo Trifásico

$$\sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}ft \quad (4.13)$$

Donde D_{ab}, D_{bc}, D_{ca} Representan distancias entre fase, suponiendo que se está a una frecuencia de 60 Hz la reactancia inductiva de fase está dada por:

$$x_i = w L_i = 0.12134 \ln \frac{D_{eq}}{GMR_i} \quad [\Omega/\text{mile}]. \quad (4.14)$$

La impedancia serie por fase transpuesta está dada por:

$$z_i = r_i + j 0.12134 \ln \frac{D_{eq}}{GMR_i} \quad [\Omega/\text{mile}]. \quad (4.15)$$

Mediante el modelo propuesto de una línea corta, se escoge no trasponer la línea de transmisión, dejando el modelo de la línea para cualquier tipo de configuración, luego la resistencia de los conductores se toma directamente de la tabla de conductores.

Para los años de 1926, John Carson publicó un artículo en el cual desarrolla un conjunto de ecuaciones para el cálculo de impedancias propias y mutuas que toman en cuenta las corrientes de retorno a través del suelo (Schneider et al., 2018). El enfoque era conectar una línea a tierra y a una fuente; dado que el sistema o el punto de generación está intrínsecamente desequilibrado, lo más preciso es hacer un análisis sin hacer suposiciones y establecer los espaciamientos entre conductores y sus tamaños.

Carson asume que la tierra tiene una resistividad uniforme y que su superficie es plana infinita, gracias a esto, utiliza el uso de imágenes de conductores, es decir, para cada conductor a determinada distancia sobre el suelo tiene un conductor de imagen con la misma distancia por debajo como se ilustra en la Figura 4.3. De donde se obtienen las ecuaciones de Carson,

Auto-impedancia:

$$\hat{z}_{ii} = r_i + 4wP_{ii}G + j \left(X_i + 2wG * \ln \frac{S_{ii}}{RD_{ii}} + 4wQ_{ii}G \right) \quad [\Omega/\text{mile}]. \quad (4.16)$$

Impedancia mutua:

$$\hat{z}_{ij} = 4wP_{ij}G + j \left(2wG * \ln \frac{S_{ij}}{RD_{ij}} + 4wQ_{ij}G \right) \quad [\Omega/\text{mile}]. \quad (4.17)$$

Donde,

$$X_i = 2wG * \ln \frac{RD_i}{GMR_i} \quad [\Omega/\text{mile}], \quad (4.18)$$

4.3 Modelo Trifásico

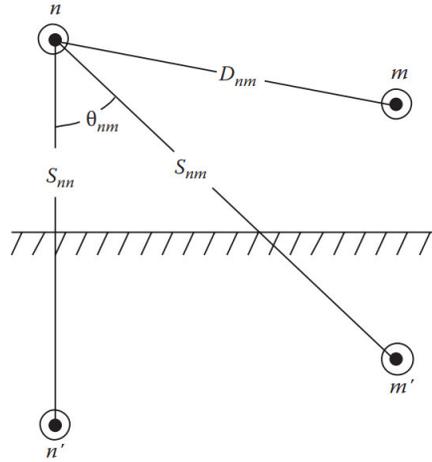


Figura 4.3: Imágenes de conductor con diagrama a tierra, teoría de imágenes

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3\sqrt{2}}k_{ij} \cos(\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^2}{16} \cos(2\theta_{ij}) \left(0.6728 + \ln \frac{2}{k_{ij}} \right), \quad (4.19)$$

$$Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2}{k_{ij}} \right) + \frac{1}{3\sqrt{2}}k_{ij} \cos(\theta_{ij}), \quad (4.20)$$

$$k_{ij} = 8.565 * 10^{-4} S_{ij} * \sqrt{\frac{f}{\rho}}. \quad (4.21)$$

Z_{ii} = auto-impedancia del conductor [Ω /mile].

Z_{ij} = mutua entre conductores [Ω /mile].

r_i = resistencia del conductor [Ω /mile].

$w = 2\pi f$ frecuencia angular del sistema (rad/s).

GMR = radio medio geométrico (ft).

D = distancia entre conductores (ft).

ρ = resistividad de la tierra ($\Omega - m$).

Para involucrar las ecuaciones con los términos asociados con P_{ij} y Q_{ij} a estas nuevas ecuaciones se le llaman ecuaciones modificadas de Carson, para las aproximaciones se utilizan los primeros términos de las ecuaciones P_{ij} y Q_{ij}

4.3 Modelo Trifásico

Remplazando y sustituyendo las ecuaciones de Carson modificadas asumiendo $f = 60Hz$, $\rho = 100(\Omega - m)$

Autoimpedancia:

$$\hat{Z}_{ii} = r_i + 0.09530 + j0.12134 \left(\ln \frac{S_{ii}}{GMR_i} + 7.93402 \right) \quad [\Omega/\text{mile}]. \quad (4.22)$$

Impedancia mutua:

$$\hat{Z}_{ij} = 0.09530 + j0.12134 \left(\ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + 7.93402 \right) \quad [\Omega/\text{mile}]. \quad (4.23)$$

Las ecuaciones de Carson modificadas son utilizadas para hacer la matriz primitiva de impedancias propias y mutuas (Sakimoto et al., 2011), en este artículo se encontró errores menores del 1%. En donde la aplicación la matriz primitiva debe reducir a 3×3 que consta del equivalente propio y mutuo para cada fase con el segmento del neutro. Uno de los métodos tradicional para reducir es el llamado reducción por método de *Kron*. Si tomamos de referencia la matriz de impedancias para una línea trifásica referente a la Figura 4.4,

$$Z_i = \begin{pmatrix} \hat{z}_{aa} & \hat{z}_{ab} & \hat{z}_{ac} & \hat{z}_{an} \\ \hat{z}_{ba} & \hat{z}_{bb} & \hat{z}_{bc} & \hat{z}_{bn} \\ \hat{z}_{ca} & \hat{z}_{cb} & \hat{z}_{cc} & \hat{z}_{cn} \\ \hat{z}_{na} & \hat{z}_{nb} & \hat{z}_{nc} & \hat{z}_{nn} \end{pmatrix}, \quad (4.24)$$

y aplicando el proceso de reducción de Kron se obtiene la matriz de impedancias siguiente,

$$Z_o = \begin{pmatrix} \hat{z}_{aa} & \hat{z}_{ab} & \hat{z}_{ac} \\ \hat{z}_{ba} & \hat{z}_{bb} & \hat{z}_{bc} \\ \hat{z}_{ca} & \hat{z}_{cb} & \hat{z}_{cc} \end{pmatrix}. \quad (4.25)$$

Suponiendo que la matriz es transpuesta, en consecuencia, la matriz será simétrica. La aplicación para líneas monofásicas y bifásicas conectadas con neutro conduce a matrices 3×3 y 2×2 lo que obliga a poner estas matrices en marco de fase adicionando filas y columnas consistentes a su topología, por lo tanto, serán llenas de ceros.

4.3 Modelo Trifásico

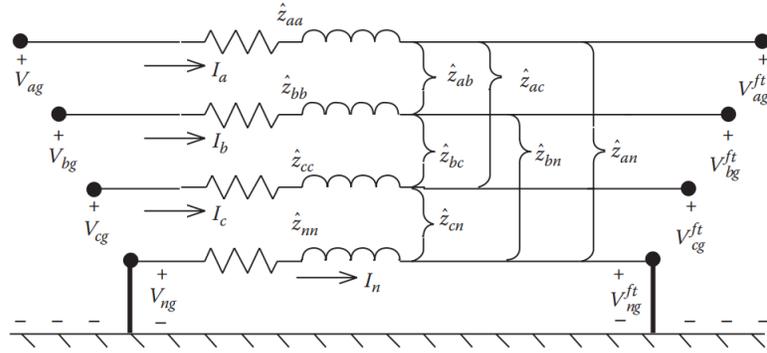


Figura 4.4: Diagrama trifásico de líneas con Neutro a tierra

Línea bifásica

$$Z = \begin{pmatrix} \hat{z}_{aa} & \hat{z}_{ab} & \hat{z}_{ac} \\ \hat{z}_{ba} & \hat{z}_{bb} & \hat{z}_{bc} \\ \hat{z}_{ca} & \hat{z}_{cb} & \hat{z}_{cc} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Línea monofásica

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{z}_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

4.3.2. Horno de arco Eléctrico y Capacitores

Para el Horno de arco eléctrico se tiene el siguiente sistema trifásico el cual es una extensión de la Ec. (4.7) que proporciona el comportamiento dinámico en las siguientes ecuaciones diferenciales.

$$\frac{d}{dt}r_a = \frac{K_3}{K_2}r_a^{-(m+3)}i_{ha}^2 - \frac{K_1}{K_2}r_a^{n-1}, \quad (4.28)$$

$$\frac{d}{dt}r_b = \frac{K_3}{K_2}r_b^{-(m+3)}i_{hb}^2 - \frac{K_1}{K_2}r_b^{n-1}, \quad (4.29)$$

$$\frac{d}{dt}r_c = \frac{K_3}{K_2}r_c^{-(m+3)}i_{hc}^2 - \frac{K_1}{K_2}r_c^{n-1}. \quad (4.30)$$

4.3 Modelo Trifásico

De la misma forma se acopla el banco de capacitores de modo trifásico mediante la siguiente matriz.

$$C = \begin{pmatrix} C_a & 0 & 0 \\ 0 & C_b & 0 \\ 0 & 0 & C_c \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Partiendo de las ecuaciones (4.4) a (4.7), remplazando las ecuaciones (4.25) separando la parte resistiva y parte imaginaria para luego obtener el modelo trifásico de la siguiente manera (4.31).

$$[i_{abc}] = \text{imag} \begin{pmatrix} \hat{z}_{aa} & \hat{z}_{ab} & \hat{z}_{ac} \\ \hat{z}_{ba} & \hat{z}_{bb} & \hat{z}_{bc} \\ \hat{z}_{ca} & \hat{z}_{cb} & \hat{z}_{cc} \end{pmatrix}^{-1} \left[\frac{PXg}{E_i \sin(\delta)} \begin{pmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{pmatrix} i_{abc} - VC_{abc} \right], \quad (4.32)$$

$$[VC_{abc}] = \begin{pmatrix} C_a & 0 & 0 \\ 0 & C_b & 0 \\ 0 & 0 & C_c \end{pmatrix}^{-1} (i_{abs} - ih_{abc}), \quad (4.33)$$

$$[i_{abc}] = \text{imag} \begin{pmatrix} L_h & 0 & 0 \\ 0 & L_h & 0 \\ 0 & 0 & L_h \end{pmatrix}^{-1} [VC_{abc} - K_3 ih_{abc} r^{-(m+2)}], \quad (4.34)$$

$$[r_{abc}] = \frac{K_3}{K_2} r_{abc}^{-(m+3)} ih_{abc}^2 - \frac{K_1}{K_2} r_{abc}^{n-1}. \quad (4.35)$$

4.4. Modelo trifásico llevado al eje directo y de cuadratura

Con este enfoque se aplicará el estudio desde los ejes directos y de cuadratura al modelo trifásico, partiendo de las ecuaciones de la Figura 4.5 que están dadas por las ecuaciones siguientes

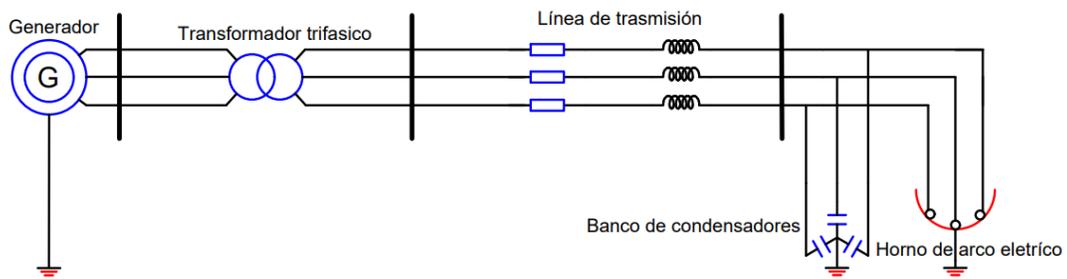


Figura 4.5: Modelo trifásico

$$v_a = R_e i_a + \frac{\partial i_a}{\partial t} L + V_{Ca}, \quad (4.36)$$

$$v_b = R_e i_b + \frac{\partial i_b}{\partial t} L + V_{Cb}, \quad (4.37)$$

$$v_c = R_e i_c + \frac{\partial i_c}{\partial t} L + V_{Ca}. \quad (4.38)$$

Las corrientes del horno de arco eléctrico trifásicas son las siguientes:

$$i_a = i_{Ha} + iCa, \quad (4.39)$$

$$i_b = i_{Hb} + iCb, \quad (4.40)$$

$$i_c = i_{Hc} + iCc. \quad (4.41)$$

Vista de otra manera y remplazando la corriente del banco de capacitores denotada por $i_C = C \frac{\partial V_c}{\partial t}$ las corrientes se expresa de la siguiente forma basándose en una sola fase.

4.4 Modelo trifásico llevado al eje directo y de cuadratura

$$i_a = i_{ha} + C \frac{\partial V_{Ca}}{\partial t} \quad (4.42)$$

Despejando la ecuación para dejarla en términos de la variación del voltaje en el capacitor se tiene lo siguiente,

$$\frac{\partial V_{Ca}}{\partial t} = -\frac{i_{ha}}{C} - \frac{i_a}{C}. \quad (4.43)$$

Como se había descrito anteriormente en el modelo del horno de arco eléctrico se compone de la siguiente forma,

$$V_{Ca} = V_h = V_H + V_{LH}. \quad (4.44)$$

Remplazando las ecuaciones expuestas por [Acha et al. \(1990\)](#)

$$V_H = K_3 r^{-(m+2)} i_H. \quad (4.45)$$

Dónde,

$$V_{Ca} = K_3 r^{-(m+2)} i_H + L_H \frac{\partial i_H}{\partial t} \quad (4.46)$$

Ahora, la ecuación dinámica del horno del arco eléctrico está dada por.

$$\frac{\partial r_a}{\partial t} = \frac{K_3}{K_2} r_a^{-(m+3)} i_{Ha}^2 - \frac{K_1}{K_2} r^{n-1} \quad (4.47)$$

De forma trifásica se puede ver de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{Ca} \\ V_{Cb} \\ V_{Cc} \end{bmatrix} + R_e I \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L_e \begin{bmatrix} \frac{\partial i_a}{\partial t} \\ \frac{\partial i_b}{\partial t} \\ \frac{\partial i_c}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Para obtener los voltajes en el marco de los ejes directo y de cuadratura se aplica la transformada Park vista anteriormente en la sección [\(3.2\)](#)

$$V_{dq0} = P^{-1} V_{abc} = V_{Cdq0} + R_e i_{dq0} + L_e P^{-1} \frac{\partial i_{abc}}{\partial t} \quad (4.49)$$

4.4 Modelo trifásico llevado al eje directo y de cuadratura

Se asume que V_{Cabc} son balanceados, entonces $i_{dq0} = P^{-1}i_{abc}$, donde la matriz de transformación P se define de la siguiente manera.

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Que la ecuación (4.49) el término $L_e P^{-1} \frac{\partial i_{abc}}{\partial t}$ debe estar en función de i_{dq0} , entonces se desglosa de la siguiente manera:

$$i_{dq0} = P^{-1}i_{abc} \quad (4.51)$$

Derivando a ambos lados se obtienen lo siguiente:

$$\frac{\partial i_{dq0}}{\partial t} = P^{-1} \frac{\partial i_{abc}}{\partial t} + \frac{\partial P^{-1}}{\partial t} i_{abc}. \quad (4.52)$$

Despejando la ecuación al término que necesitamos,

$$P^{-1} \frac{\partial i_{abc}}{\partial t} = -\frac{\partial P^{-1}}{\partial t} i_{abc} + \frac{\partial i_{dq0}}{\partial t}. \quad (4.53)$$

Ahora remplazando $i_{abc} = P * i_{dq0}$,

$$P^{-1} \frac{\partial i_{abc}}{\partial t} = -\frac{\partial P^{-1}}{\partial t} P i_{dq0} + \frac{\partial i_{dq0}}{\partial t}. \quad (4.54)$$

En la (4.49) se sustituye el último término con la ecuación (4.54) obteniendo la primera ecuación dinámica del modelo en términos del eje directo y eje de cuadratura.

$$\begin{bmatrix} V_{dq0} \end{bmatrix} = \sqrt{3}V_C \begin{bmatrix} -\sin(\delta - \alpha) \\ -\cos(\delta - \alpha) \\ 0 \end{bmatrix} + R_e i_{dq0} + L_e \frac{\partial i_{dq0}}{\partial t} - w L_e \begin{bmatrix} -i_q \\ i_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

Para las ecuaciones (4.39) a (4.41) que representa el nodo en el punto de conexión. Se aplica la transformada Park para que sea vista desde los ejes.

4.4 Modelo trifásico llevado al eje directo y de cuadratura

$$i_{abc} = i_{Habc} + C \frac{\partial V_{Cabc}}{\partial t} \quad (4.56)$$

$$i_{dq0} = P^{-1}i_{abc} = i_{Hdq0} + CP^{-1} \frac{\partial V_{Cabc}}{\partial t} \quad (4.57)$$

De igual forma como se hizo para la ecuación (4.55) se encuentra el término que tiene la derivada del voltaje en terminales y dejarlo en términos de los ejes de la siguiente manera.

$$V_{Cdq0} = P^{-1}V_{Cabc} \quad (4.58)$$

Derivando y despejando el término requerido se obtiene la ecuación:

$$\frac{\partial V_{Cdq0}}{\partial t} = P^{-1} \frac{\partial V_{Cabc}}{\partial t} + \frac{\partial P^{-1}}{\partial t} V_{Cabc}, \quad (4.59)$$

$$P^{-1} \frac{\partial V_{Cabc}}{\partial t} = - \frac{\partial P^{-1}}{\partial t} P V_{Cdq0} + \frac{\partial V_{Cdq0}}{\partial t}. \quad (4.60)$$

Donde,

$$\frac{\partial P^{-1}}{\partial t} P = w \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Remplazando en la ecuación (4.57) y (4.61), la segunda ecuación dinámica del modelo se representa de misma manera.

$$\begin{bmatrix} i_{dq0} \end{bmatrix} = i_{Hdq0} + C \frac{\partial V_{Cdq0}}{\partial t} - w C V_{Cdq0} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

La interpretación de la ecuación (4.46) se aplica la transformación con el mismo procedimiento que en las ecuaciones anteriores, por consiguiente se representa.

$$V_{Cabc} = L_H \frac{\partial i_{Habc}}{\partial t} + K_3 r_{abc}^{-(m+2)} i_{Habc}, \quad (4.63)$$

4.4 Modelo trifásico llevado al eje directo y de cuadratura

$$V_{Cdq0} = P^{-1}V_{Cabc} = L_H P^{-1} \frac{\partial i_{Habc}}{\partial t} + K_3 r_{abc}^{-(m+2)} i_{Hdq0}. \quad (4.64)$$

Finalmente el primer término de la tercera ecuación dinámica queda de la siguiente manera.

$$\left[V_{Cdq0} \right] = K_3 r_{abc}^{-(m+2)} i_{dq0} + L_H \frac{\partial i_{Hdq0}}{\partial t} - w L_H \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

De igual manera la ecuación que representa el comportamiento del horno se escribe de la siguiente forma,

$$\frac{\partial r_{abc}}{\partial t} = \frac{K_3}{K_2} r_{abc}^{-(m+3)} i_{Habc}^2 - \frac{K_1}{K_2} r_{abc}^{n-1}, \quad (4.66)$$

$$\frac{\partial r_{abc}}{\partial t} = \frac{K_3}{K_2} r_{abc}^{-(m+3)} i_{Hdq0}^2 - \frac{K_1}{K_2} r_{abc}^{n-1}. \quad (4.67)$$

Por último las ecuaciones dinámicas vistas desde los ejes directo y cuadratura, quedan de esta forma,

$$\left[V_{dq0} \right] = \sqrt{3} V_C \begin{bmatrix} -\sin(\delta - \alpha) \\ -\cos(\delta - \alpha) \\ 0 \end{bmatrix} + R_e i_{dq0} + L_e \frac{\partial i_{dq0}}{\partial t} - w L_e \begin{bmatrix} -i_q \\ i_d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.68)$$

$$\left[i_{dq0} \right] = i_{Hdq0} + C \frac{\partial V_{Cdq0}}{\partial t} - w C V_{Cdq0} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.69)$$

$$\left[V_{Cdq0} \right] = K_3 r_{abc}^{-(m+2)} i_{dq0} + L_H \frac{\partial i_{Hdq0}}{\partial t} - w L_H i_{Hdq0} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.70)$$

$$\left[\frac{\partial r_{abc}}{\partial t} \right] = \frac{K_3}{K_2} r_{abc}^{-(m+3)} i_{Hdq0}^2 - \frac{K_1}{K_2} r_{abc}^{n-1}. \quad (4.71)$$

Los modelos planteados anteriormente con distintas topologías serán analizados mediante la aplicación de distintas teorías de estabilidad a través de software Matlab[®] que se mostrará en el siguiente capítulo

Capítulo 5

Resultados numéricos

Los resultados del estudio en estabilidad de SEP se presentan mediante un algoritmo implementado en el software Matlab[®] que permitió concluir satisfactoriamente los análisis respectivos.

5.1. Resultados modelo unifilar

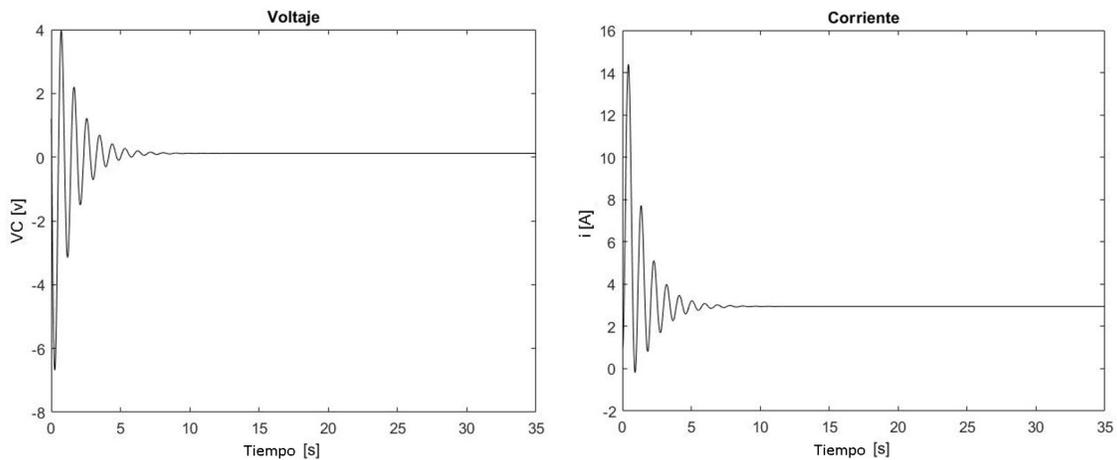
Para el sistema de modelo planteado anteriormente y mostrado en la Figura 1.1 representa un generador, transformador, banco de capacitores y horno de arco eléctrico que se utilizó para el estudio de los parámetros mostrados en la Tabla 5.1, los cuales están representados en valor por unidad [p.u.], es decir, en cantidades medidas bajo un valor de referencia.

5.1 Resultados modelo unifilar

Tabla 5.1: Las Condiciones iniciales de los parámetros del modelo en [p.u.] (per unit).

Parámetros	Valores	Parámetros	Valores
L	0.2	C	0.2
m	1	K_1	0.019
E_i	0.58	δ	0.41
X_g	0.19	K_2	0.005
R	0.3	n	2
L_h	0.1	d_t	0.01
K_3	3	r	10

Estos parámetros corresponden a un punto de equilibrio de estabilidad obtenidos para el voltaje y la corriente como se observan en la Figura 5.1; cabe resaltar que los resultados están en valor por unidad.



(a) Respuesta de voltaje transitorio

(b) Respuesta de corriente transitorio

Figura 5.1: Respuesta transitoria de (a) voltaje y de (b) corriente (b) para el caso de estudio estable.

En estas figuras se muestra un comportamiento transitorio donde alcanza un estado

5.1 Resultados modelo unifilar

estacionario cercano a los 8 segundos. Como se puede evidenciar en los resultados, es posible afirmar que el SEP tiene una buena respuesta en su transitorio en relación con su estabilidad; puesto que se estabiliza rápido, así mismo es necesario el requerimiento de una acción de control para reducir el sobrepico.

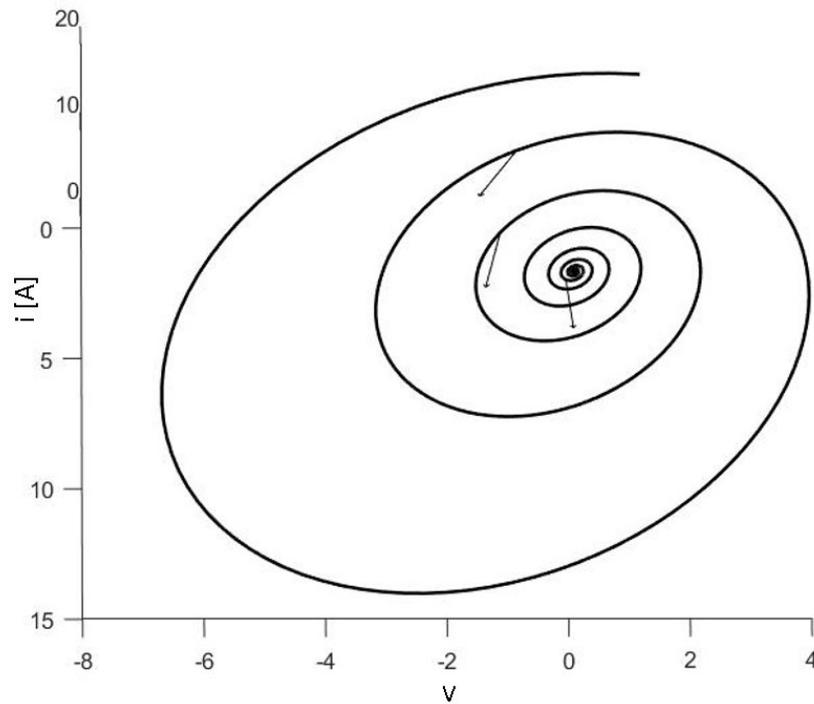


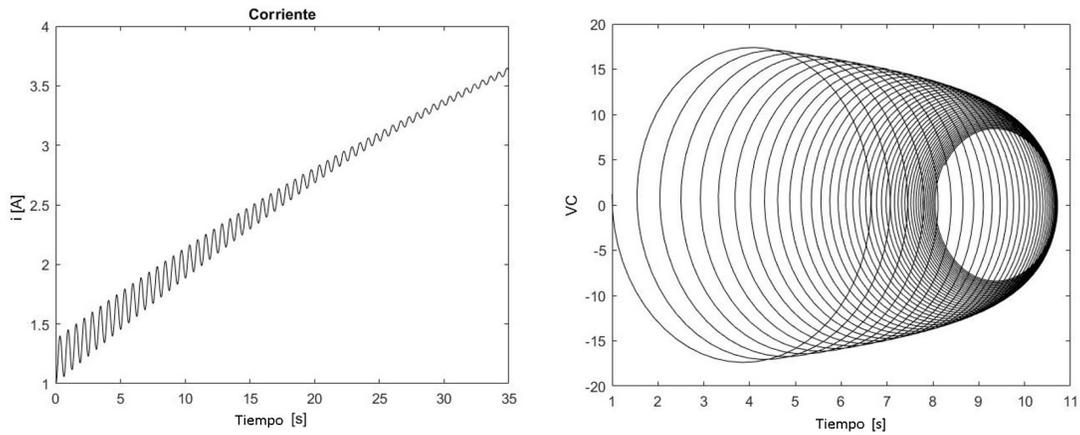
Figura 5.2: Punto de equilibrio convergente.

Igualmente la Figura 5.2 muestra el comportamiento dinámico según las condiciones iniciales establecidas en la Tabla 5.1, donde se puede observar un punto de equilibrio espiral estable. Fundamentado en la teoría de estabilidad de Lyapunov, se dice que un estado de equilibrio es un sistema asintóticamente estable si la solución que se inicie desde el sub-espacio emitido por los valores iniciales converge hacia el punto de equilibrio en el espacio. En general el sistema tiene un dominio de atracción originando por trayectorias asintóticamente estables.

Posteriormente se varió el parámetro de bifurcación para poder encontrar los puntos límites en donde se pierde la estabilidad. La Figura 5.3(a) muestra que la corriente del sistema no se estabiliza en el tiempo de análisis; de igual manera, en la Figura 5.3(b)

5.1 Resultados modelo unifilar

se observa qué puntos de equilibrio de la espiral no convergen. Sin embargo, se requiere



(a) Corriente del sistema

(b) Espiral inestable.

Figura 5.3: Comportamientos en puntos de equilibrio inestables. (a) Análisis de corriente y (b) evolución en espiral.

un estudio matemático formal para determinar con precisión las regiones de estabilidad. Ahora, analíticamente se dice que un estado de equilibrio es inestable si existe para algún valor real tal que la trayectoria que se inicie salga del espacio de soluciones estables. Para encontrar el valor crítico se aplica la teoría de bifurcaciones para así encontrar la región estable desde una condición inicial del SEP.

Finalmente, la Figura 5.4 muestra el diagrama de bifurcación donde se evidencia un punto crítico donde ocurre la pérdida de estabilidad dado por el parámetro de bifurcación, mientras éste en la región dada por $L < 0.798$ en por unida.

5.2 Resultado modelo trifásico

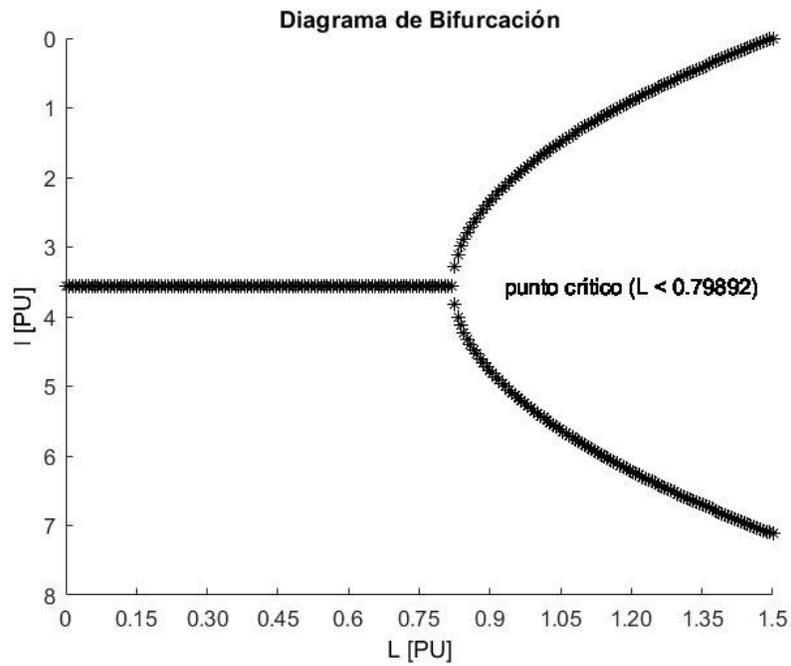


Figura 5.4: Diagrama de Bifurcación del modelo

5.2. Resultado modelo trifásico

Dado el modelo planteado mostrado en la Figura 4.5 y Partiendo de las ecuaciones (4.32) a (4.35) del modelo trifásico se tienen los siguientes parámetros iniciales de la tabla 5.2 y matrices de impedancia que representa la inductancia mutua y propia de la línea.

$$L = \begin{pmatrix} 0.16 & 0.001 & 0.008 \\ 0.001 & 0.128 & 0.0028 \\ 0.008 & 0.0028 & 0.119 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

De la misma manera las matrices de resistencia y banco de capacitores vista

5.2 Resultado modelo trifásico

Tabla 5.2: Las Condiciones iniciales de los parámetros del modelo en [p.u.] para sistema trifásico (per unit).

Parámetros	Valores	Parámetros	Valores
r	0.1	P	1
m	1	K_1	0.009
E_i	0.52	δ	0.5
X_g	0.1587	K_2	0.005
K_3	3	n	2
L_h	0.1	d_t	0.01

anteriormente están dadas por (5.2) y (5.3),

$$c = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

$$R = \begin{pmatrix} 0.102 & 0 & 0 \\ 0 & 0.102 & 0 \\ 0 & 0 & 0.102 \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Por último, la inductancia del horno de arco eléctrico está dada por,

$$L_h = \begin{pmatrix} 0.111 & 0 & 0 \\ 0 & 0.111 & 0 \\ 0 & 0 & 0.111 \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

Estos parámetros corresponden a un punto de equilibrio estable mostrado a través de las corrientes y voltajes en la Figura 5.5, respectivamente, donde alcanzan un estado estacionario cercano a los 20 segundos. Se puede evidenciar que está sobre un tiempo limite, es decir, por su tiempo de oscilación podrían actuar el sistema de protecciones. En la figura 5.6, se muestran las corrientes de horno donde se puede evidenciar un comportamiento dinámico convergente.

5.2 Resultado modelo trifásico

En la Figura 5.7 se evidencia el comportamiento dinámico de un espiral estable.

Alterando la matriz de impedancia de la línea de transmisión con el objetivo de observar el comportamiento en otra topología, se puede evidenciar una atenuación muy lenta provocando que las protecciones eléctricas actúen por su largo tiempo de estabilización como se muestra en la Figura 5.8 que corresponde a un espiral no estable.

Sin embargo basándonos en un modelo con topología real a partir de la tabla de conductores, la cual está comprendida por 4 conductores, 3 conductores de fase y 1 conductor de neutro con una distancia de 2 Km tiene los siguientes parámetros de los conductores.

Conductor de fase

Resistencia del conductor = 0.306 [Ω /mile].

Diámetro de conductor = 0.03004 [m].

Distancias en ejes de haz x = 3.5 [cm].

Distancias en ejes de haz y = -29 [cm].

Radio medio geométrico (rmg) = 0.0244 [cm].

Conductor de neutro

Resistencia del conductor = 0.592 [Ω /mile].

Diámetro de conductor = 0.02346 [m].

Distancias en ejes de haz x = 0.5 [cm].

Distancias en ejes de haz y = 25 [cm].

Radio Medio Geométrico (RMG) = 0.0244 [cm].

Partiendo de criterios anteriormente descritos en capítulos anteriores, se tiene la

5.2 Resultado modelo trifásico

siguiente matriz de inductancia y resistiva para la línea de trasmisión.

$$L = \begin{pmatrix} 21.5611 & 10.0336 & 7.6988 \\ 10.0336 & 20.9636 & 8.4731 \\ 7.6988 & 8.4731 & 21.3015 \end{pmatrix} \times 10^{-3}, \quad (5.5)$$

$$R = \begin{pmatrix} 9.1510 & 0 & 0 \\ 0 & 9.3326 & 0 \\ 0 & 0 & 9.2295 \end{pmatrix} \times 10^{-3}. \quad (5.6)$$

La Figura 5.9 muestra el comportamiento dinámico de las corrientes y voltajes trifásicos, evidenciando un modelo de línea de trasmisión que mejora notablemente el tiempo de estabilización con un tiempo de estado estacionario cercano a los 7 segundos.

El comportamiento del sistema que se puede observar en la Figura 5.11 muestra un espiral estable, es decir, un desempeño dinámico de atracción originado por trayectorias asintótica-mente estable

La figura (5.10) representa el diagrama de bifurcación en cada una de las fases que corresponden a la variación de la inductancia del horno de arco eléctrico que muestra los siguientes puntos críticos donde ocurre pérdida de estabilidad $L_h < 0.55213$ para la fase a, $L_h < 0.61028$ para la fase b y $L_h < 0.60986$ para la fase c.

5.3 Resultados modelo dq0

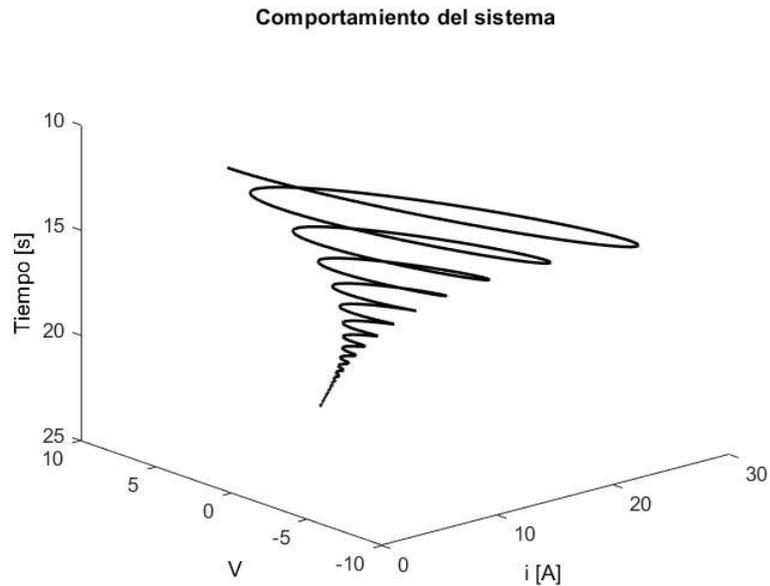


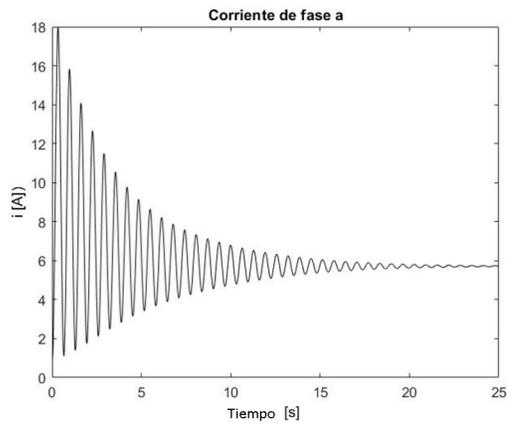
Figura 5.11: Punto de equilibrio, espiral estable modelo real.

5.3. Resultados modelo dq0

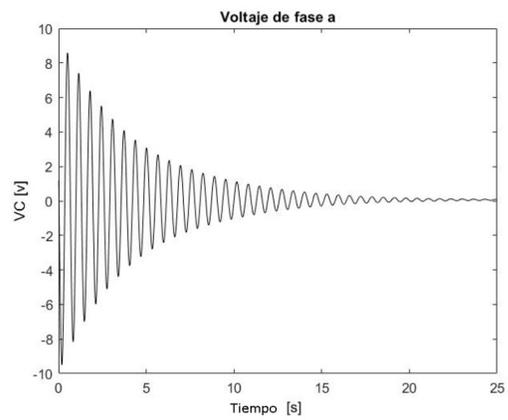
El modelo planteado previamente en la sección (4.4) representa la topología trifásica vista desde los ejes directo y de cuadratura. Los parámetros correspondientes de la Tabla 5.1 representan un punto de equilibrio de estabilidad obtenidos para el voltaje y la corriente como se observan en las Figuras 5.12(b) y 5.12(a) respectivamente; cabe resaltar que los resultados están en valor por unidad. En las figura 5.12 se muestra un comportamiento transitorio donde alcanza un estado estacionario cercano a los 7 segundos. Como se puede evidenciar en los resultados, es posible afirmar que el SEP tiene una buena respuesta en su transitorio en relación con su estabilidad.

La Figura 5.13 muestra un comportamiento dinámico según las condiciones iniciales establecidas en la Tabla 5.1, donde se puede observar un punto de equilibrio espiral estable con una respuesta rápida al transitorio para una buena recuperación del sistema desde las condiciones propuestas.

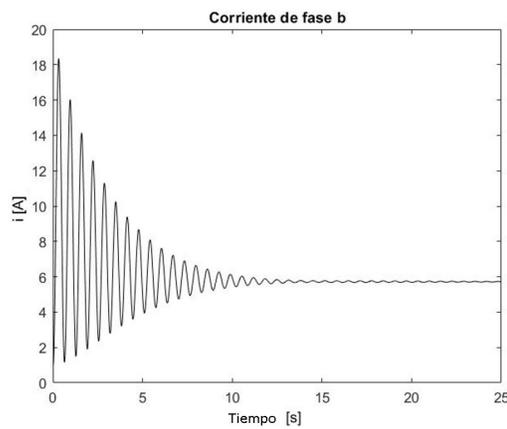
5.3 Resultados modelo dq0



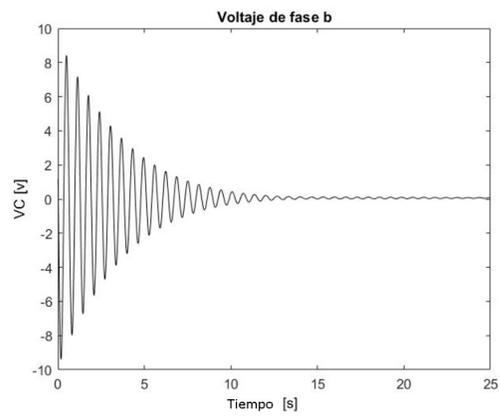
(a) Corriente de fase a.



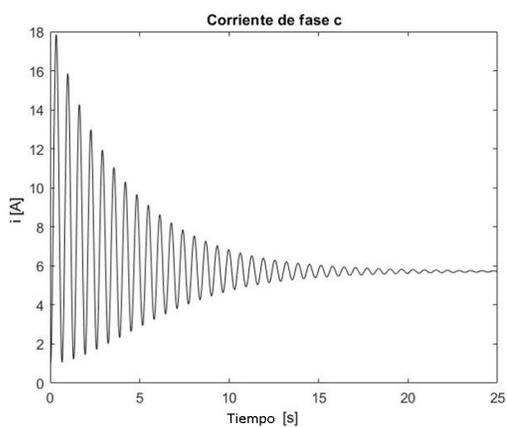
(b) Voltaje de fase a.



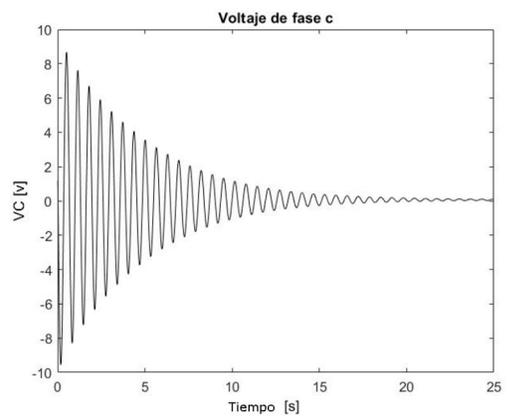
(c) Corriente de fase b.



(d) Voltaje de fase b.



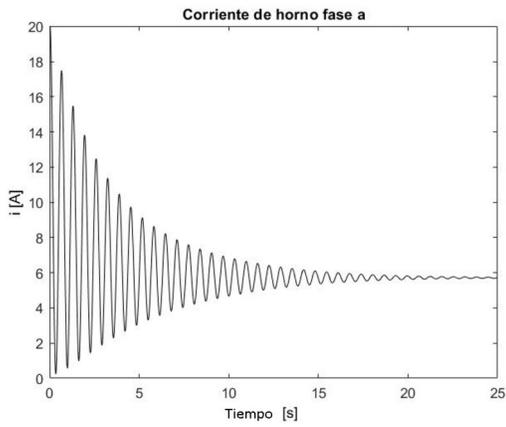
(e) Corriente de fase c.



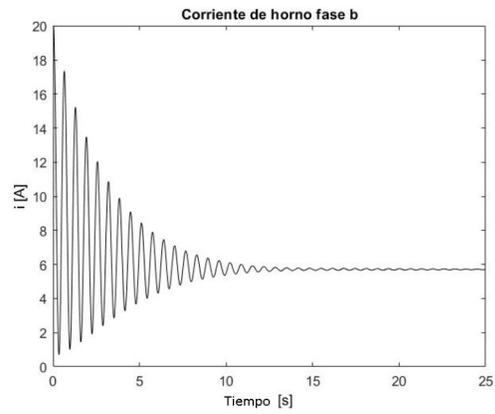
(f) Voltaje de fase c.

Figura 5.5: Corrientes y voltajes trifásicos.

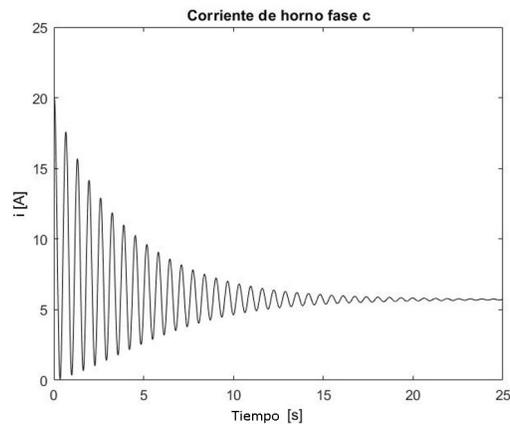
5.3 Resultados modelo dq0



(a) Corriente de horno de fase a.



(b) Corriente de horno fase b.



(c) Corriente de horno fase c.

Figura 5.6: Corrientes del horno trifásicas.

5.3 Resultados modelo dq0

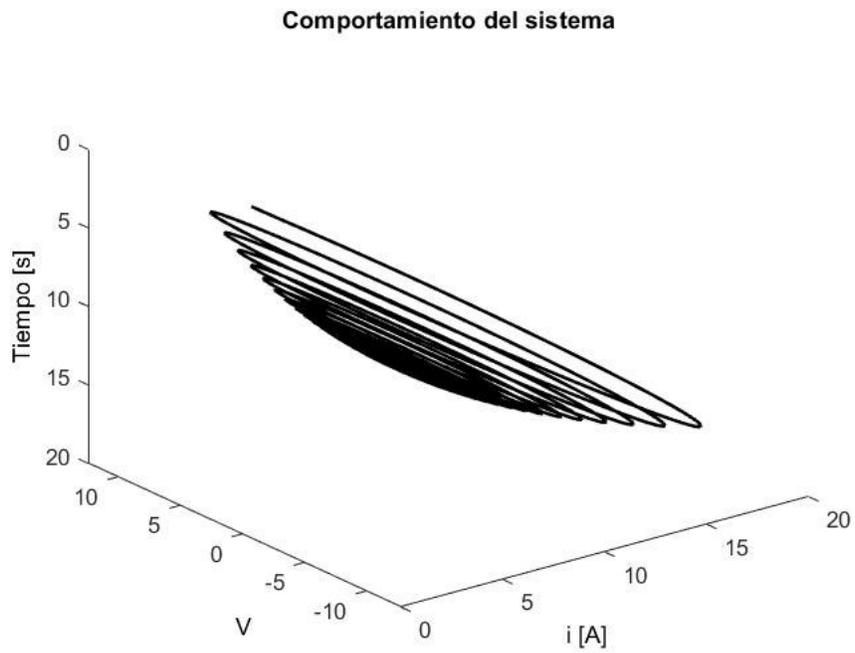


Figura 5.7: Punto de equilibrio, espiral estable.

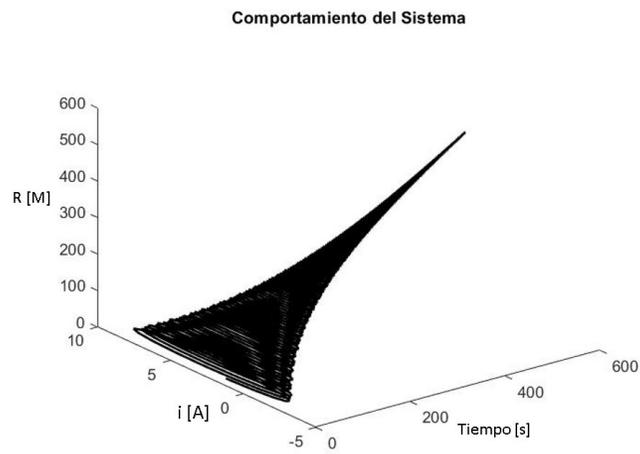
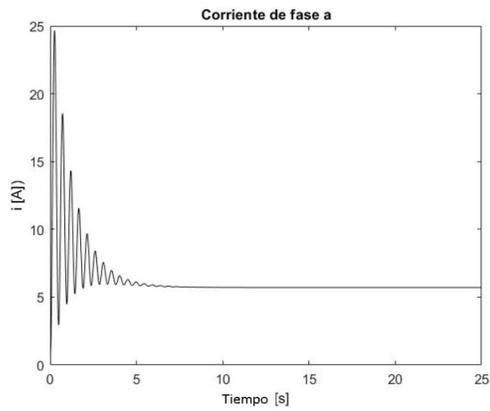
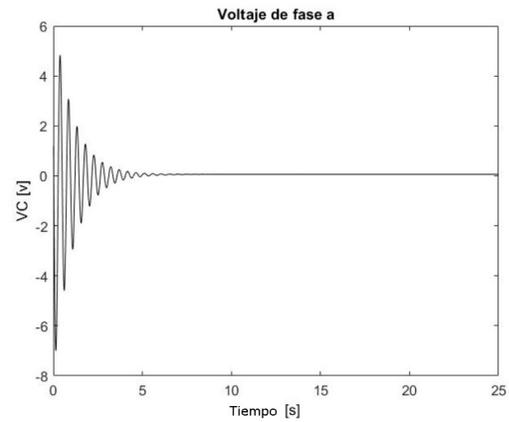


Figura 5.8: Punto de equilibrio, espiral inestable.

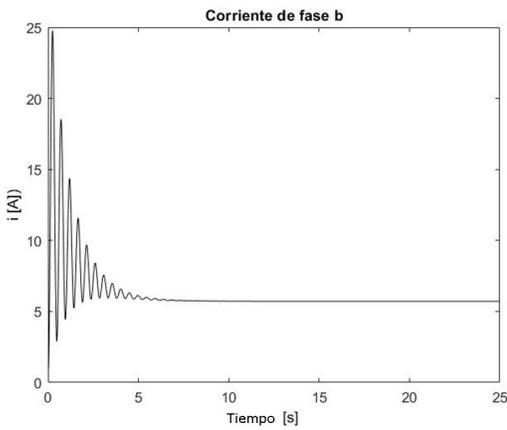
5.3 Resultados modelo dq0



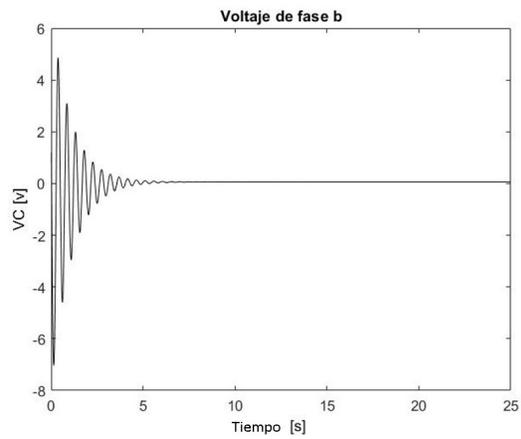
(a) Corriente de fase a.



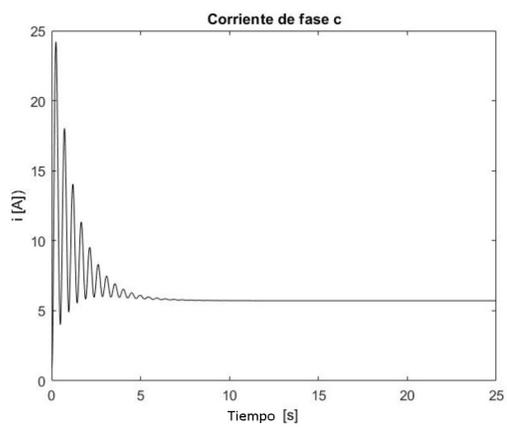
(b) Voltaje de fase a.



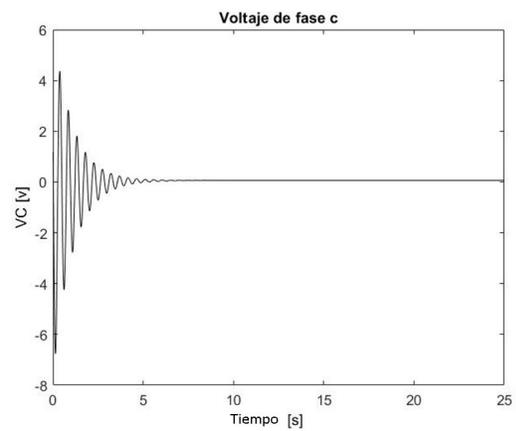
(c) Corriente de fase b.



(d) Voltaje de fase b.



(e) Corriente de fase c.



(f) Voltaje de fase c.

Figura 5.9: Corrientes y voltajes trifásicos del modelo real

5.3 Resultados modelo dq0

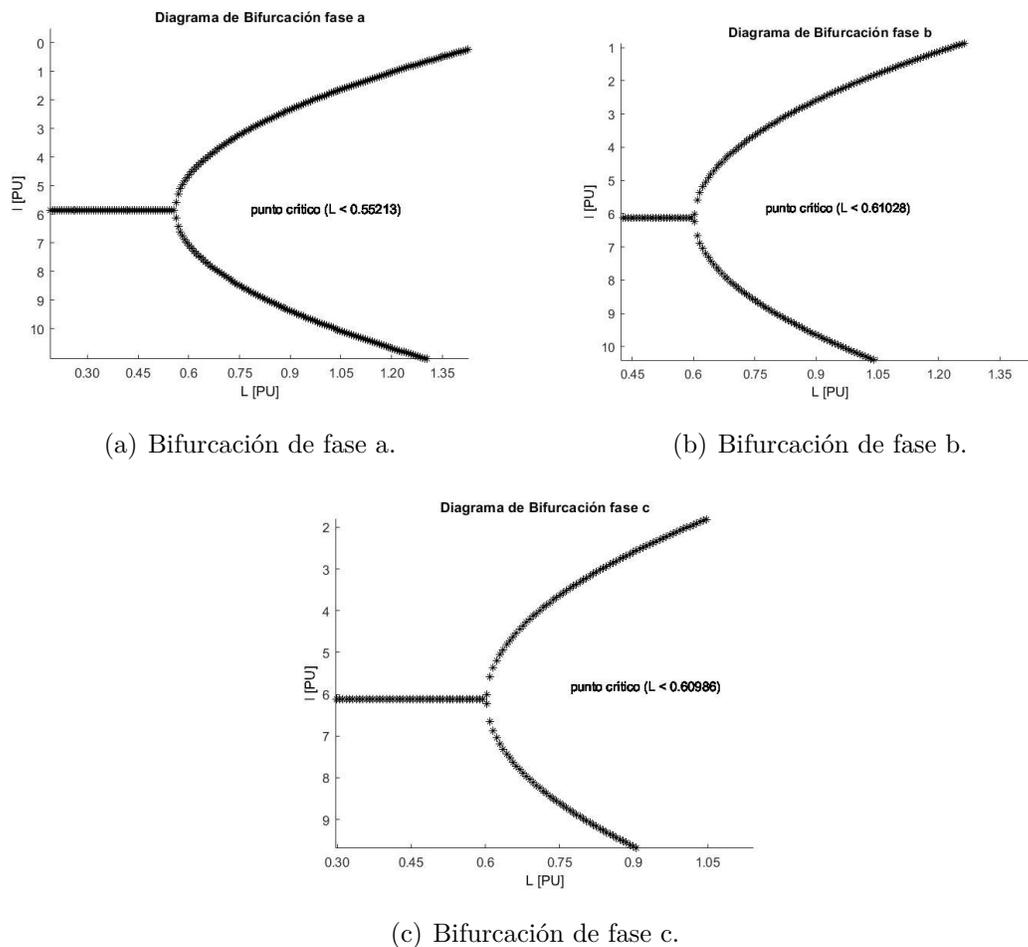
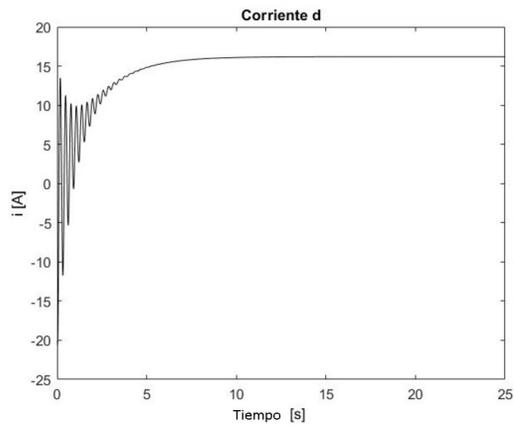
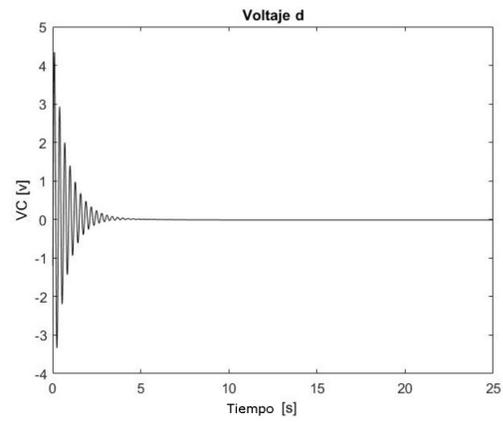


Figura 5.10: Bifurcación variando el parámetro de la inductancia del horno en cada fase.

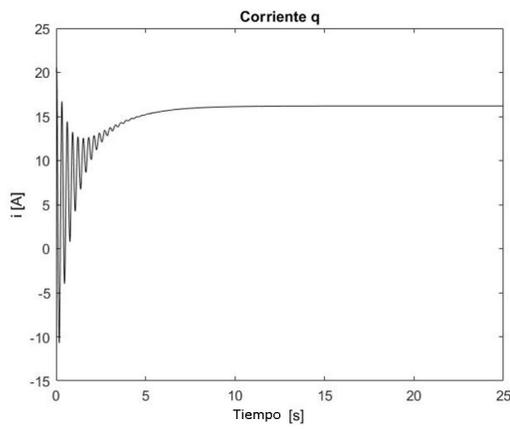
5.3 Resultados modelo dq0



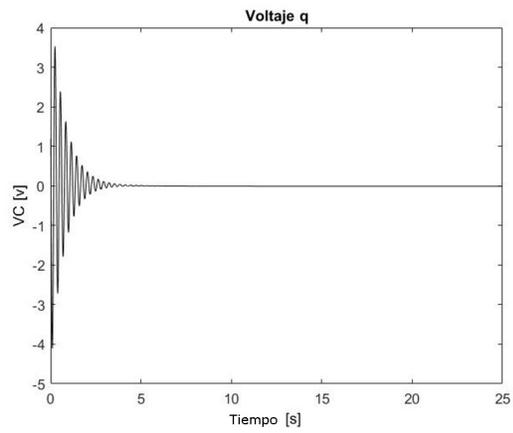
(a) Corriente d.



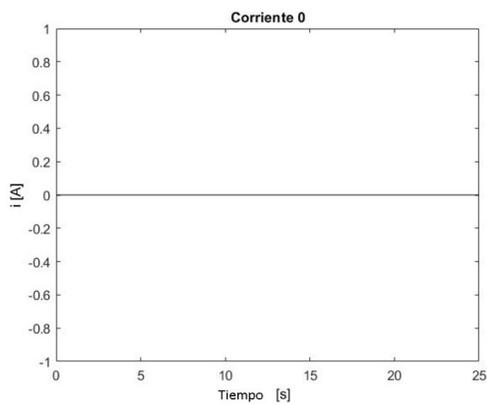
(b) Voltaje d.



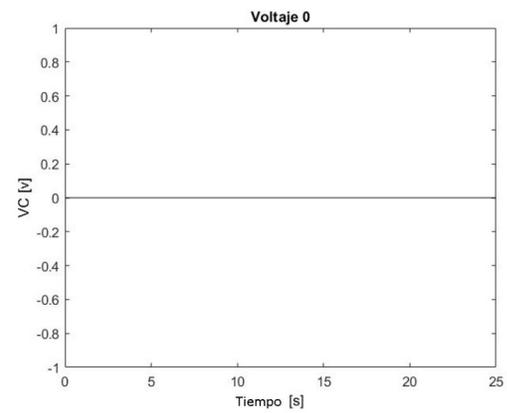
(c) Corriente q.



(d) Voltaje q.



(e) Corriente 0.



(f) Voltaje 0.

Figura 5.12: Corrientes y voltajes ejes de cuadratura y directo

5.3 Resultados modelo dq0

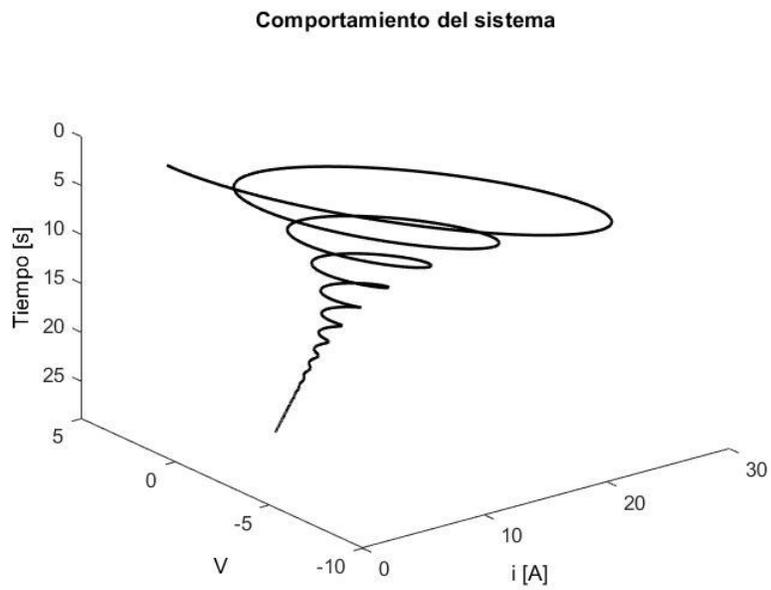


Figura 5.13: Punto de equilibrio convergente visto desde el eje directo y de cuadratura.

Capítulo 6

Conclusiones

El método implementado para el análisis de de un sistema eléctrico de potencia con una carga altamente no lineal que mediante criterios de estabilidad Lyapunov y la teoría de bifurcaciones; es posible identificar zonas de estabilidad y inestables.

Al analizar el estado transitorio del SEP comprendido por un generador, línea de transmisión, banco de condensadores y horno de arco eléctrico, se observó que al presentarse una variación del parámetro de bifurcación, aparece una bifurcación Hopf cuyo punto límite está dado por $L = 0.798$ P.U. dando una región estable basadas en trayectorias desde condiciones iniciales $L_h < 0.798$. Los análisis de estabilidad para el sistema trifásico difieren un poco del modelo unifilar, esto por sus inductancias mutuas que alteran el aporte inductivo a cada fase provocando una diferencia entre cada uno de ellas y una zona de inestabilidad y estabilidad diferente estableciendo los siguientes puntos críticos $L_h < 0.55213$ para la fase a, $L_h < 0.61028$ para la fase b y $L_h < 0.60986$ para la fase c.

Es fundamental la aplicación de un modelo claro para el análisis de la estabilidad, en el caso trifásico es importante tener claro la topología del sistema de transmisión, que a su vez puede determinar si el voltaje converger hacia un punto de equilibrio estable o no.

La representación de la máquina síncrona en los ejes directo y de cuadratura da un abre bocas al análisis de la estabilidad síncrona, observando que la alineación del eje directo con la fase a representa el sincronismo, concluyendo que a partir del análisis dinámico del ángulo δ se puede considerar la perdida de sincronismo.

6.1 Perspectivas

El software Matlab[®] brinda las herramientas confiables para realizar un algoritmo que ejecute la simulación numérica; teniendo un control algorítmico completo en la aplicación de teorías y criterios para encontrar las zonas de estabilidad e inestabilidad de los modelos planteados.

6.1. Perspectivas

Entre las perspectivas futuras se considera llevar el análisis de estabilidad en sistemas eléctricos de potencia hacia la visión de los flujos magnéticos, ya que esto permite tener una perspectiva más completa de la máquina permitiendo tener más control del comportamiento dinámico en su acople magnético.

Se recomienda como trabajo futuro hacer un cambio de topología de red, es decir, cambiar a una línea de transmisión larga que incluya el efecto shunt, cambiar el banco de capacitores por un sistema de compensación moderno, incluir cogeneración en el sistema eléctrico de potencia y hacer un análisis detallado del comportamiento dinámico con estas nuevas tecnologías asociadas a un sistema moderno.

Como perspectiva futura se considera interesante analizar la estabilidad en los sistemas eléctricos de potencia fundamentado con magnetismo para encontrar patrones de falla que se puedan asociar a un sistema de control.

Bibliografía

- Acha, E., Semlyen, A., and Rajakovic, N. (1990). A harmonic domain computational package for nonlinear problems and its application to electric arcs. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 5(3):1390–1397.
- Alzate, A., Escobar, A., and Marulanda, J. J. (2011). Application of a d-statcom to mitigate arc furnaces power quality problems. In *2011 IEEE Trondheim PowerTech*, pages 1–6.
- Anzures-Marin, J., Padilla-Garcia, J. A., and Cuevas-Sila, O. (2008). Estabilidad de Sistemas No-lineales: Sistema de Nivel de Líquidos de Dos Tanques Interconectados. *RIEE, Revista de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación*, PAS-97(1).
- Arrillaga, J., Barros-Campos, J. G., and Al-Khashali, H. J. (2013). Analysis of Nonlinear Oscillations for AC-Fed Electric Arc Furnaces in Context of Bifurcation Dynamics. *Elektronika Ir Elektrotechnika*, 5(19).
- Berrouk, F., Ali Rachedi, B., Lemzadmi, A., Bounaya, K., and Zeghache, H. (2014). Applications of shunt facts controller for voltage stability improvment. In *2014 International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb (CISTEM)*, pages 1–6.
- Breeze, P. (2018). Chapter 1 - an introduction to energy storage technologies. In Breeze, P., editor, *Power System Energy Storage Technologies*, pages 1–11. Academic Press.
- Chowdhury, B. and Taylor, C. (2000). Voltage stability analysis: V-q power flow simulation versus dynamic simulation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(4):1354–1359.
- Chowdhury, B. and Taylor, C. (2001). Voltage stability analysis v-q power flow simulation

BIBLIOGRAFÍA

- versus dynamic simulation. In *IEEE Transactions on Power Systems - IEEE TRANS POWER SYST*, volume 15, page 1146 vol.3.
- Diagram, P. (1969). Recommended phasor diagram for synchronous machines. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-88(11):1593–1610.
- Fouad, P. M. A. (2003). Power system control and stability. In *Power, Energy and Industry Applications ; Components, Circuits, Devices and Systems*, volume 3, page 672.
- Greene, S., Dobson, I., and Alvarado, F. (1997). Sensitivity of the loading margin to voltage collapse with respect to arbitrary parameters. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1):262–272.
- Grigsby, L. L. (2012). *Power System Stability and Control*. CRC Press, Boca Raton, USA, 3rd edition.
- Guru, B.-S. (2003). *Máquinas Eléctricas y Transformadores*. University Press, Oxford, UK, 3rd edition.
- Hatziargyriou, N., Milanovic, J., Rahmann, C., Ajarapu, V., Canizares, C., Erlich, I., Hill, D., Hiskens, I., Kamwa, I., Pal, B., Pourbeik, P., Sanchez-Gasca, J., Stankovic, A., Van Cutsem, T., Vittal, V., and Vournas, C. (2021). Definition and classification of power system stability – revisited amp; extended. *IEEE Transactions on Power Systems*, 36(4):3271–3281.
- Hay, T., Visuri, V.-V., Aula, M., and Echterhof, T. (2021). A review of mathematical process models for the electric arc furnace process. *steel research international*, 92(3):2000395.
- IEEE (1980). Ieee standard dictionary of electrical and electronics terms. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-99(6):37a–37a.
- Jain, R. A. and Rathod, D. B. (2019). Line stability indices and contingency screening by sensitivity factors based static voltage stability study. In Deb, D., Balas, V. E., and Dey, R., editors, *Innovations in Infrastructure*, pages 129–138, Singapore. Springer Singapore.
- Kopell, N. and Washburn, R. (1982). Chaotic motions in the two-degree-of-freedom swing equations. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 29(11):738–746.

BIBLIOGRAFÍA

- Prabha, K. (1994). *Power System Stability and Control*. Mc. Graw Hill, Inc, United States of America, USA.
- Ramírez Borrero, L. H., Cándelo Becerra, J. E., and Delgado, C. (2009). Efecto de los facts serie en la estabilidad de voltaje de estado estacionario. *Ingeniería y Desarrollo*, pages 117 – 138.
- Reactive-Reserve-Working-Group (2006). Guide to WECC/NERC Planning Standards I.D: Voltage Support and Reactive Power. Technical report, Western Electricity Coordinating Council, Canadá to México.
- Sakimoto, K., Miura, Y., and Ise, T. (2011). Stabilization of a power system with a distributed generator by a virtual synchronous generator function. In *8th International Conference on Power Electronics - ECCE Asia*, pages 1498–1505.
- Sarrias, R., Fernández, L. M., García, C. A., and Jurado, F. (2012). Coordinate operation of power sources in a doubly-fed induction generator wind turbine/battery hybrid power system. *Journal of Power Sources*, 205:354–366.
- Schneider, K. P., Mather, B. A., Pal, B. C., Ten, C.-W., Shirek, G. J., Zhu, H., Fuller, J. C., Pereira, J. L. R., Ochoa, L. F., de Araujo, L. R., Dugan, R. C., Matthias, S., Paudyal, S., McDermott, T. E., and Kersting, W. (2018). Analytic considerations and design basis for the iee distribution test feeders. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(3):3181–3188.
- Singh, P., Parida, S. K., Chauhan, B., and Choudhary, N. (2020). Online voltage stability assessment using artificial neural network considering voltage stability indices. In *2020 21st National Power Systems Conference (NPSC)*, pages 1–5.
- Van Cutsem, T. (1991). A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(1):145–156.
- Van Cutsem, T. (2000). Voltage instability: phenomena, countermeasures, and analysis methods. *Proceedings of the IEEE*, 88(2):208–227.
- Van-Cutsem, T. and Vournas, C. (1998). *Estabilidad de voltaje de los sistemas de energía eléctrica*. Springer Science, USA, 1rd edition.

BIBLIOGRAFÍA

- Wang, Z., Luo, D., Li, R., Zhang, L., Liu, C., Tian, X., Li, Y., Su, Y., and He, J. (2017). Research on the active power coordination control system for wind/photovoltaic/energy storage. In *2017 IEEE Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*, pages 1–5.
- Xia, Y., Shi, Z., Li, Y., Feng, Y., and Xu, Z. (2019). Dynamic analysis and control measures of distribution network voltage with electric arc furnace. In *2019 IEEE International Conference on Power Data Science (ICPDS)*, pages 85–90.
- Xu, W. and Mansour, Y. (1994). Voltage stability analysis using generic dynamic load models. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1):479–493.