

# DISEÑO Y FABRICACION DE UN SISTEMA EXPERIMENTAL PARA LA MEDICION DE VIBRACIONES MECANICAS: ESTUDIO ANALÍTICO

Guzmán Bello, Nury Constanza (1) Balvantín García, Antonio de Jesús (2)

1 [Estudiante de Ingeniería Mecánica, Universidad Escuela Colombiana de Carreras Industriales] | [nurygo3@gmail.com]

2 [Departamento de Ingeniería Mecánica, División de Ingenierías, Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato] | [antonio.balvantin@ugto.mx]

## Resumen

En el presente trabajo, se propone un estudio analítico de un sistema experimental rotativo que incluye una masa en la parte central del eje. Dicho sistema fue fabricado en las instalaciones de la División de ingenierías, Campus Irapuato-Salamanca (DICIS0), de la universidad de Guanajuato. El estudio propuesto consiste en el desarrollo del modelo matemático del sistema y su simulación numérica para determinar la posición de la masa en el plano transversal del sistema conforme el eje rota. Los resultados generados sirven para corroborar las mediciones experimentales obtenidas directamente en el sistema desarrollado.

## Abstract

In this work, an analytical study of a rotating experimental system that includes a mass in the central part of the axis is proposed. The experimental system was manufactured in the facilities of the Engineering Division of the Irapuato-Salamanca Campus, of the University of Guanajuato. The proposed study consists on the development of the mathematical model of the system and its numerical simulation to calculate the position of the mass in the cross plane of the system in function of the axis rotation. The obtained results were used to corroborate the experimental measurements acquired directly from the developed system.

## Palabras Clave

Sistema rotativo; Estudio analítico; Modelo matemático; Vibraciones mecánicas.

## INTRODUCCIÓN

Hoy en día, los sistemas rotativos son de vital importancia para la industria, ya que son ampliamente utilizados en sistemas de ventilación, vibración inducida, turbinas, rotores, entre otros [1]. Dentro de estos sistemas, los secadores son algunos de los equipos mayormente utilizados en la industria alimenticia. Rosero, et. al., [2] describe los dos procesos de secado del cacao: el natural, utilizando la energía térmica solar; así como también el secado industrial, mismo que se realiza por medio de la circulación de aire caliente a través de una cámara para conseguir la evaporación del agua en el producto a secar.

En la industria encontramos diferentes tipos de secadores rotativos, como lo son los secadores de arena, de cascara de limón, azúcar, cemento, etc. Los secadores rotatorios se identifican por tres componentes principales: la cámara de combustión, la cámara de secado y el ventilador de empuje para facilitar la circulación del aire. Rosero [2] propone realizar un análisis de la cámara de secado sin tener en cuenta la combustión y el secado de aire caliente, despreciando diferentes fenómenos de difusión y radiación, desarrollando todo el proceso por medio de transferencia de calor. Adicionalmente, se han estudiado los efectos de las vibraciones sobre sistemas mecánicos rotativos para establecer estrategias de monitoreo y control de dichas vibraciones. Douglas y Lee [3] presentan el estudio del proceso de secado del azúcar, con el objetivo de desarrollar un sistema de simulación útil para dicho proceso.

El estudio de sistemas rotativos en los programas de licenciaturas requiere de equipo y estrategias didácticas de bajo costo que permitan a los alumnos adquirir de manera experimental los conceptos concernientes a este tema. Sin embargo, el modelado matemático y el análisis numérico de dichos sistemas didácticos son también herramientas de vital importancia en los programas educativos dedicados a formar profesionistas de la ingeniería mecánica. En este trabajo se propone el análisis matemático de un sistema rotativo experimental, hecho a medida, para corroborar analíticamente las mediciones llevadas a cabo directamente en el sistema.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Análisis de sistemas rotativos.

La medición y el análisis de vibraciones son altamente utilizados en todo tipo de industria, como técnica de análisis de falla para todo tipo de máquinas y estructuras. Al realizar un análisis vibratorio con respecto a diferentes técnicas podemos evidenciar que este proceso se puede realizar con el equipo en funcionamiento y así evitar pérdida de producción [1].

En los sistemas rotativos existen diferentes tipos de vibraciones mecánicas, entre las que tenemos:

- Vibración libre: Es aquella que ninguna fuerza externa actúa en el sistema
- Vibración forzada: cuando hay fuerzas repetitivas se conoce como vibración forzada, esto se puede evidenciar en motores diésel.
- Vibración no amortiguada y amortiguada: la vibración no amortiguada es aquella en la que se pierde fricción o resistencia durante la oscilación y la vibración amortiguada es en la que se evidencia pérdida de energía.
- Vibración determinística o aleatoria: una vibración determinística es aquella que el valor de magnitud, fuerza o movimiento se conoce en un tiempo dado y la vibración aleatoria el valor de excitación en un momento dado no se puede pronosticar [4].

El sistema experimental que se pretende analizar (ver figura 1), consiste en un sistema conformado de la siguiente manera: (a) motor eléctrico DC, (b) soporte motor, (c) chumaceras con baleros, (d) flecha, (e) disco, (f) base, (g) acople.

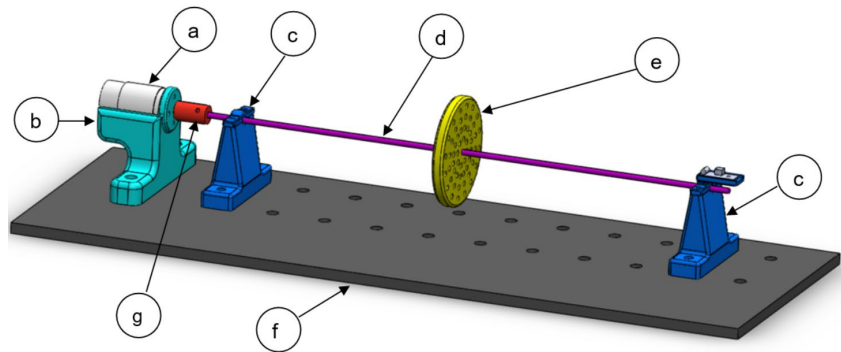


Figura1. Modelo del sistema roto dinámico.

### Metodología de análisis de vibraciones.

Los sistemas de vibración suelen ser variables si las excitaciones de entradas y respuestas dependen del tiempo; las respuestas de un sistema vibratorio suelen depender tanto de las condiciones iniciales como las excitaciones externas. El análisis de un sistema vibratorio suele implicar un modelado matemático, la derivación de distintas ecuaciones y la solución de ellas interpretando los resultados [4].

El propósito del modelado matemático es determinar las ecuaciones de desplazamiento y la frecuencia natural con el fin de determinar el comportamiento del sistema. Dicho modelo matemático puede ser lineal o no lineal según el comportamiento del sistema planteado [4]. Para este trabajo se tiene un sistema de ecuaciones diferenciales, cuya solución nos permite conocer la distancia, aceleración y velocidad del prototipo de sistema experimental rotativo mostrado en la Figura 1.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El sistema analizado consiste en lo que se conoce en la literatura como un rotor de Jeffcott [5], cuyo modelo matemático se puede determinar a partir del siguiente sistema de ecuaciones que representan el movimiento del sistema en el plano transversal  $xy$ :

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} + kx &= mw^2 a \cos(wt), \\
 m\ddot{y} + ky &= mw^2 a \sin(wt),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Donde  $m$  es la masa del disco,  $\ddot{x}$  es la aceleración,  $x$  la distancia,  $w$  es la velocidad angular,  $t$  es el tiempo de análisis y finalmente  $k$  es la rigidez del eje representado por la siguiente ecuación:

$$k = \frac{48EI}{L^3}
 \tag{2}$$

Considerando que el sistema experimental propuesto tendrá frecuencias naturales sin amortiguamiento se puede establecer:

$$\omega_n = \pm \sqrt{\frac{-k}{m}}
 \tag{2}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones en (1) se determina el desplazamiento total tanto en x como en y:

$$x(t) = \frac{-mw^2a}{k - m\omega_n^2} + x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{x'_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) + \frac{mw^2a}{k - m\omega_n^2} \cos(\omega_n t) \quad (3)$$

$$y(t) = \frac{y_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) + y'_0(t) - \frac{mw^2a}{k - m\omega_n^2} \cos(\omega_n t) + \frac{mw^2a}{k - m\omega_n^2} \sin(\omega_n t) \quad (4)$$

Donde  $x(t)$  y  $y(t)$  son los desplazamientos del sistema con respecto al tiempo,  $y_0$  es la posición inicial en el eje y,  $x'_0$  es la velocidad inicial en la dirección del eje x.

Implementando las ecuaciones (4) y (5) en el software de cálculo matemático Matlab® se generaron las siguientes gráficas de posición para los parámetros estimados del sistema experimental que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros experimentales		
Parámetro	Valor	Unidad
Masa del disco (m)	55.00	gr
Longitud del eje (L)	50.00	cm
Diámetro del eje (D)	4.76	mm
Módulo de elasticidad (E)	205.00	GPa
Frecuencia natural (n)	6.00	Hz
Distancia de la chumacera al centro del disco (a)	2.50	cm
Velocidad de giro del rotor (w)	300.00	RPM

Los resultados obtenidos con la subrutina generada en Matlab® se pueden observar en la Figura 2a, adicionalmente, el análisis comparativo entre la posición calculada con la medida directamente sobre el sistema experimental se muestra en la Figura 2b. La fabricación del sistema experimental y la adquisición de la posición del mismo se llevaron a cabo en el trabajo "DISEÑO Y FABRICACIÓN DE UN SISTEMA EXPERIMENTAL PARA LA MEDICIÓN DE VIBRACIONES MECÁNICAS", mismo que se desarrolló a la par de este estudio. Cabe señalar que, las diferencias entre la posición calculada y las mediciones experimentales, se deben a las limitaciones de frecuencia de adquisición del sensor de distancia utilizado en el prototipo. Sin embargo, los resultados son analíticos son satisfactorios.

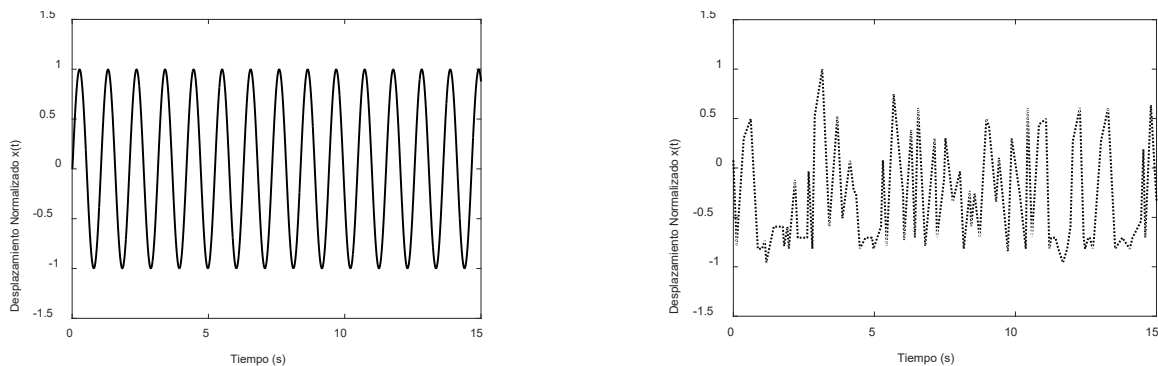


Figura 3. Señales de posición obtenidas en forma analítica (a) y experimental (b).

## CONCLUSIONES

En el presente trabajo se generó el modelo matemático de un prototipo de sistema rotativo desarrollado en DICIS, a través de la implementación de la teoría del rotor de Jeffcott. Posteriormente, se desarrolló una simulación numérica implementando el software de cálculo matemático Matlab®. Los resultados de posición generados durante el análisis numérico se compararon con las mediciones experimentales realizadas sobre el prototipo.

Del análisis comparativo, se puede evidenciar una diferencia entre las señales de posición analítica y experimental; esto debido a que en el modelo matemático se omitieron diversos efectos físicos tales como la fricción en los rodamientos, la deflexión en el eje, entre otros. Adicionalmente, el sensor de posición utilizado no tiene la frecuencia de muestreo adecuada para reconstruir la señal generada numéricamente.

Sin embargo, el objetivo del trabajo se cumplió al generar un modelo matemático que describe el comportamiento de un prototipo experimental de un sistema rotativo que presenta vibraciones mecánicas durante su funcionamiento. Finalmente, la metodología presentada en este trabajo complementa el desarrollo experimental, de manera que los estudiantes de ingeniería puedan tener una mejor comprensión de los conceptos concernientes a los sistemas rotativos y las vibraciones mecánicas.

## AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer principalmente a la Universidad ECCI que junto con la Universidad de Guanajuato nos brindaron la oportunidad de desarrollar este proyecto de verano en México, bajo el acompañamiento del Dr. Antonio Balvantin y el profesor Jimmy Barco quienes fueron las personas que me motivaron e incentivaron a llevar a cabo este programa, además, agradecerles por brindarme sus conocimientos, su paciencia y disposición.

También quiero agradecer a mi familia, quienes han sido un gran apoyo en todo el proceso y me han incentivado a vivir esta experiencia, en especial a mi hijo Derek quien es mi gran motivación para cumplir cada propósito en mi vida junto a él, ya que ha sido mi apoyo incondicional.

## REFERENCIAS

- [1]. Colín Ocampo, J., Mendoza Larios, J. G., Blanco Ortega, A., Abúndez Pliego, A., & Gutiérrez Wing, E. S. (2016). Determinación del Desbalance en Sistemas Rotor-cojinete a velocidad constante: Método de Identificación Algebraica. *Ingeniería mecánica, tecnología y desarrollo*, 5(4), 385-394.
- [2]. Rosero, P. P., Saavedra, R., & Ipanaqué, W. (2012). Modelación y Simulación en ambiente Ecosimpro de una Cámara de Secado para Cacao. *Ingenius*, (8), 54-60.
- [3]. Savaresi, S. M., Bitmead, R. R., & Peirce, R. (2001). On modelling and control of a rotary sugar dryer. *Control Engineering Practice*, 9(3), 249-266.
- [4]. Singiresu, R. (2012). *Vibraciones Mecánicas*. México: Pearson.
- [5]. Tiwari, R. (2017). *Rotor systems: analysis and identification*. CRC Press.