



**UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO**

---

---

**CAMPUS IRAPUATO - SALAMANCA  
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS**

**“Desarrollo de prototipo de una máquina  
cuadrúpeda caminante basado en el  
mecanismo de Hoecken”**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
Ingeniero Mecatrónico**

**PRESENTA:**

**Saúl Efrén Rodríguez Canchola**

**DIRECTOR DE TESIS:**

**Dr. Diego Alfredo Núñez Altamirano**

**SALAMANCA, GUANAJUATO**

**JUNIO 2022**

*Dedicado a  
mi familia*

# Agradecimientos

Agradezco principalmente a mis padres Efrén Rodríguez y Angélica Canchola y a mis hermanos Angel Misael y David Josué, a quienes debo cuanto soy y agradezco de corazón por todo el apoyo, esfuerzo y dedicación que me brindaron para que yo pudiera poder conseguir este importante logro, así mismo a mis abuelos que me permitieron quedarme con ellos en mi periodo de estudiante, a mis tíos y primos que siempre me tendieron la mano.

Del mismo modo agradezco al Dr. Diego Alfredo Núñez Altamirano por todo el tiempo, consejos y enseñanzas tanto como en sus materias impartidas así como por permitirme desarrollar el proyecto de grado, sin su sólido respaldo, su experiencia, su mano amiga, hoy no fuera posible esto, gracias por ese apoyo.

A mis compañeros y amigos Gerardo Vázquez, Maria de los Angeles Pérez, Jose A. Flores, Veronica E. Jasso, Alan E. Flores Medina, Nayeli G. Rivera, Carlos E. Mireles, Saúl E. Robles, Blas de Jesús Fuentes, Andrés Ferrétiz por ser parte y apoyo importante a lo largo de toda la carrera, a toda su ayuda durante todos los trabajos y las risas y buenos momentos que fueron surgiendo.

A todos ustedes, gracias.

Saúl.

# Índice general

Lista de símbolos.	V
Lista de figuras	VII
Lista de tablas	XI
<b>1. Generalidades</b>	<b>1</b>
1.1. Resumen . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. Objetivo General . . . . .	2
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	2
1.3. Justificación . . . . .	2
1.4. Antecedentes . . . . .	3
1.4.1. Máquinas caminantes . . . . .	3
1.4.1.1. Máquinas caminantes bípedas . . . . .	4
1.4.1.2. Máquinas caminantes cuadrúpedas . . . . .	7
1.4.1.3. Máquinas caminantes hexápodos . . . . .	9
1.4.2. Máquinas que emplean mecanismos de línea recta . . .	11
1.4.3. Mecanismos de línea recta . . . . .	15
1.4.3.1. Mecanismo de línea recta de Watt . . . . .	16
1.4.3.2. Mecanismo de línea recta de Roberts . . . . .	17
1.4.3.3. Mecanismo de línea recta de Chebyshev . . . . .	18
1.4.3.4. Mecanismo de línea recta de Peaucellier . . . . .	18
1.4.3.5. Mecanismo de línea recta de Hart . . . . .	19
1.4.3.6. Mecanismos de línea recta de Evans . . . . .	21
1.4.3.7. Mecanismo de línea recta de Hoecken . . . . .	21
1.4.4. Mecanismo de Hoecken . . . . .	24
1.4.4.1. Movilidad . . . . .	24



<i>ÍNDICE GENERAL</i>	IV
1.4.4.2. Ley de Grashof . . . . .	25
1.4.4.3. Ventajas y desventajas . . . . .	26
1.4.4.4. Algunas máquinas que usan este mecanismo . . . . .	28
<b>2. Análisis cinemático</b>	<b>30</b>
2.1. Análisis de posición . . . . .	30
2.1.1. Ubicación del centro de rotación . . . . .	34
2.2. Análisis de velocidad . . . . .	37
2.3. Análisis de aceleración . . . . .	38
<b>3. Diseño de prototipo</b>	<b>40</b>
3.1. Modelos previos . . . . .	40
3.1.1. Primer diseño propuesto . . . . .	40
3.1.2. Modificaciones al modelo . . . . .	44
3.2. Diseño final . . . . .	47
3.2.1. Simulación de la máquina . . . . .	54
<b>4. Análisis de resultados y conclusiones</b>	<b>58</b>
4.1. Análisis de resultados . . . . .	58
4.2. Conclusiones . . . . .	67
<b>A. Códigos de Matlab</b>	<b>68</b>
A.1. Código para simular movimiento del mecanismo . . . . .	68
A.2. Código para trayectoria y centro de rotación . . . . .	69
A.3. Código para gráficas del perfil polinomial . . . . .	71
A.4. Código polinomio 3-4-5 para punto P . . . . .	73
<b>B. Pantógrafo</b>	<b>76</b>
<b>C. Engranés rectos</b>	<b>78</b>
<b>D. Tornillos</b>	<b>80</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>87</b>

# Lista de símbolos

Símbolo.	Definición.
$\theta_1$	Ángulo medido entre $L_1$ y $L_2$
$\theta_2$	Ángulo medido entre $L_2$ y $L_3$
$\theta_3$	Ángulo medido entre $L_4$ y $L_1$
$\bar{r}_{A/O}$	Distancia de A vista desde O.
$\bar{r}_{B/A}$	Distancia de B vista desde A.
$\bar{r}_{C/O}$	Distancia de C vista desde O.
$\bar{r}_{B/C}$	Distancia de B vista desde C.
$\bar{r}_{P/O}$	Distancia de P vista desde O.
$\bar{v}_{P/O}$	Velocidad de P vista desde O.
$\bar{a}_{P/O}$	Aceleración de P vista desde O.
$\dot{\theta}_1$	Velocidad angular de la manivela.
$\dot{\theta}_2$	Velocidad angular de la biela.
$\dot{\theta}_3$	Velocidad angular del balancín.
$\ddot{\theta}_1$	Aceleración angular de la manivela.
$\ddot{\theta}_2$	Aceleración angular de la biela.
$\ddot{\theta}_3$	Aceleración angular del balancín.
$e$	Distancia entre el punto A y C.
$\alpha, \mu, \beta$	Ángulos internos para encontrar los ángulos principales.
$m$	Pendiente de la recta.
$m_{\perp}$	Pendiente perpendicular a la recta.
$P_{mX}$	Punto medio en X.
$P_{mY}$	Punto medio en Y.
$X_{CR}$	Centro de rotación en X.
$Y_{CR}$	Centro de rotación en Y.
$m_V$	Razón de velocidad angular.

<b>Símbolo.</b>	<b>Definición.</b>
$\omega_{ent}$	Velocidad angular del engrane de entrada.
$\omega_{sal}$	Velocidad angular del engrane de salida.
$r_{ent}$	Radio del engrane de entrada.
$r_{sal}$	Radio del engrane de salida.
$d_{ent}$	Diámetro de paso de engrane de entrada.
$d_{sal}$	Diámetro de paso de engrane de salida.
$N_{ent}$	Número de dientes de engrane de entrada.
$N_{sal}$	Número de dientes de engrane de salida.
RPM	Revoluciones por minuto.
deg/s	Grados sobre segundo.
$\emptyset$	Diámetro

# Índice de figuras

<b>Figura</b>	<b>Descripción</b>	<b>Página</b>
1.1	WAP-1 (izquierda) y WL-9DR (derecha).	4
1.2	Robot humanoide ASIMO de Honda.	5
1.3	ASIMO a través del tiempo.	5
1.4	ATLAS.	7
1.5	Robot AIBO de Sony.	8
1.6	RIMHO.	8
1.7	SILO-4.	9
1.8	Robot REST-2.	10
1.9	SPOT.	10
1.10	Robot hexápodo ASV.	11
1.11	Robot hexápodo forestal ambulante.	12
1.12	BionicWheelBot. Modo normal (izquierda), modo rodante (derecha).	12
1.13	Mecanismo de Watt en suspensión del motor.	13
1.14	Máquina de Weatherhill.	14
1.15	Mecanismo Scott-Russel y esquema de eje Nissan.	15
1.16	Sierra de marco (izquierda), sierra montada en mecanismo Chebyshev (derecha).	16
1.17	Mecanismo de línea recta de Watt.	17
1.18	Mecanismo de línea recta de Roberts.	18

<b>Figura</b>	<b>Descripción</b>	<b>Página</b>
1.19	Mecanismo de línea recta de Chebyshev.	19
1.20	Mecanismo de línea recta de Peaucellier.	20
1.21	Mecanismo de línea recta de Hart.	21
1.22	Mecanismos de línea recta de Evans.	22
1.23	Mecanismo de línea recta de Hoecken.	23
1.24	Eslabones y pares del mecanismo Hoecken.	25
1.25	Secuencia de movimiento del mecanismo Hoecken.	27
1.26	Máquina cultivadora agrícola.	28
1.27	A) Banda transportadora de paquetes, B) Mecanismo Hoecken.	29
1.28	PASIBOT, mecanismo Hoecken dentro de círculo y conectado a pantógrafo.	29
2.1	Diagrama cinemático auxiliar.	31
2.2	Polígono de vectores posición.	31
2.3	Triángulos usados para conocer las variables angulares en el rango de 0° a 180°.	32
2.4	Polígono utilizado para encontrar las variables angulares para el rango de 181° a 360°.	33
2.5	Representación de puntos para ubicación del centro de rotación.	34
3.1	Primer diseño propuesto de máquina caminante.	41
3.2	Mecanismo Hoecken usado en propuesta de diseño.	41
3.3	Base para primer propuesta de diseño.	42
3.4	Pieza que representa la manivela del mecanismo.	42
3.5	Balancín del mecanismo.	42
3.6	Biela dividida en dos secciones para sujetarse de la manivela y el balancín.	43
3.7	Pierna del mecanismo.	43
3.8	Doble corredera con rodamientos lineales.	44
3.9	Base para la segunda propuesta de diseño.	44
3.10	Manivela modificada para la segunda propuesta.	45
3.11	Manivela modificada con dientes.	46
3.12	Base para la tercera propuesta de diseño.	46
3.13	Base para la cuarta propuesta de diseño.	47

<b>Figura</b>	<b>Descripción</b>	<b>Página</b>
3.14	Unión de las dos partes de la base.	48
3.15	Engrane de manivela.	48
3.16	Riel para el soporte de los rodamientos lineales.	48
3.17	Diseño final propuesto.	49
3.18	Base final.	50
3.19	Sujeción de engrane intermedio final.	50
3.20	Muesca cuadrada realizadas a partes roscadas para colocación de pasador de sujeción.	51
3.21	Pasador y arandela.	51
3.22	Representación de barra redonda de aluminio de 8 mm de diámetro.	51
3.23	Soporte para las barras de aluminio en los extremos.	52
3.24	Guía de rieles y piernas.	52
3.25	Sujeción para las dos bases.	53
3.26	Pierna modificada para el prototipo final.	53
3.27	Rutas de trazo.	54
3.28	Centro de masa y polígonos de apoyo.	56
3.29	Máquina caminante en movimiento.	57
4.1	Simulación del movimiento en Matlab.	59
4.2	Trayectoria del punto P en Matlab.	59
4.3	Ubicación centro de rotación.	60
4.4	Posibles tamaños de objetos que pudiera esquivar.	60
4.5	Tren de engranes de máquina caminante.	62
4.6	Velocidades angulares. $\omega_1$ (superior) y $\omega_3$ (inferior).	62
4.7	Perfil polinomial 3-4-5 de $\omega_1$ .	63
4.8	Velocidades angulares con polinomio 3-4-5.	64
4.9	Gráficas de perfil polinomial 3-4-5.	65
4.10	Gráficas del punto P generadas en SolidWorks.	66
4.11	Gráficas del punto P generadas en Matlab.	66
B.1	Pantógrafo.	77
B.2	Pantógrafo implementado con el mecanismo Hoecken.	77

<b>Figura</b>	<b>Descripción</b>	<b>Página</b>
C.1	Contactos de engranes.	79
C.2	Tren de engranes simple.	79
D.1	Cuerdas cuadrada, Acme y reforzada.	80
D.2	Dimensiones principales de cuerdas de tornillos del estándar métrico ISO.	81
D.3	Base del tornillo.	82
D.4	Chafán a la base.	82
D.5	Convertir entidades y espiral.	83
D.6	Cuerda Acme y tornillo terminado	84
D.7	Plano y base para tuerca.	84
D.8	Cuerpo de la tuerca.	85
D.9	Indentación.	85
D.10	Tolerancia entre tuerca y tornillo.	86
D.11	Tuerca terminada.	86

# Indice de tablas

<b>Tabla</b>	<b>Descripción</b>	<b>Página</b>
1.1	Evolución de robot ASIMO.	6
1.2	Longitudes de eslabones del mecanismo Watt.	16
1.3	Longitudes de eslabones del mecanismo Roberts.	17
1.4	Longitudes de eslabones del mecanismo Chebyshev.	18
1.5	Longitudes de eslabones del mecanismo Peaucellier.	19
1.6	Longitudes de eslabones del mecanismo Hart.	20
1.7	Longitudes de eslabones del mecanismo Evans.	22
1.8	Longitudes para eslabones del mecanismo Hoecken.	23
1.9	Ventajas y desventajas del mecanismo Hoecken.	27
3.1	Características de los engranes.	45



# Capítulo 1

## Generalidades

### 1.1. Resumen

A lo largo de este trabajo se plantea el desarrollo de un prototipo de una máquina caminante basada en el mecanismo de línea recta de Hoecken, el texto se divide en cuatro capítulos, en el primero llamado generalidades se presentan los objetivos esperados para este trabajo y así como los antecedentes de las máquinas caminantes mostrando su evolución a través del tiempo, hablando del mismo modo sobre máquinas caminantes bípedas, cuadrúpedas y hexápodos. A su vez en el primer capítulo se hace mención de un par de máquinas que utilizan los mecanismos de línea recta de Watt, Roberts, Chebyshev, Peaucellier, Hart, Evans y Hoecken, y este último como tema de interés será mejor detallado para el caso de estudio.

En el segundo capítulo se desarrolla el análisis cinemático del mecanismo de Hoecken obteniendo así las ecuaciones características que rigen al mecanismo con el fin de conocer la posición, velocidad y aceleración de nuestro punto de interés, realizando el calculo necesario para este desarrollo, en este capítulo se muestra la obtención del centro de rotación de la trayectoria generada por el mecanismo de línea recta.

En el tercer capítulo se presenta el diseño conceptual del prototipo mostrando cada uno de los cambios más representativos en cada una de las versiones para llegar al resultado final y esperado, por último, en el cuarto capítulo, se exponen los análisis de resultados obtenidos y las conclusiones.

## 1.2. Objetivos

Los objetivos de este trabajo se separan como objetivos generales y objetivos específicos los cuales se definen a continuación.

### 1.2.1. Objetivo General

Desarrollar una máquina caminante cuadrúpeda basada en el mecanismo de línea recta Hoecken que pueda ser adaptable a aplicaciones como servicio, entretenimiento, agricultura, medicina, entre otras.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

1. Realizar una investigación de máquinas caminantes y robots empleados para las aplicaciones de entretenimiento y asistencia.
2. Realizar un análisis cinemático de una unidad de propulsión para encontrar las ecuaciones que gobiernan al mecanismo.
3. Desarrollar un diseño en software CAD para obtener el modelado y la simulación del movimiento de la máquina caminante.
4. Seleccionar la transmisión a emplear para su locomoción.

## 1.3. Justificación

La máquina caminante propuesta que emplea el mecanismo de línea recta Hoecken servirá como base de futuras investigaciones y desarrollos de máquinas caminantes.

Este proyecto genera una alternativa de máquina caminante basada en un mecanismo simple que permita aprovechar sus propiedades para describir diversas trayectorias. El mecanismo de cuatro barras de Hoecken cuenta con pocos elementos y solo un grado de libertad para describir una trayectoria recta, lo que reduce su complejidad.

## 1.4. Antecedentes

Las primeras máquinas caminantes eran juguetes mecánicos, sus piernas eran impulsadas por manivelas o levas de una fuente de energía giratoria, generalmente un mecanismo de relojería, y ejecutaban un ciclo fijo. Una variante interesante es el juguete para caminar puede caminar por una ligera pendiente bajo la fuerza de la gravedad, las piernas pivotan de forma independiente y no se mueven mediante manivelas [1]. Este principio se ha adoptado en algunas ayudas protésicas para caminar. El elefante de vapor de una de las novelas de Julio Verne merece atención, ya que parece anticipar uno de los métodos más exitosos en robótica, el uso de la actuación neumática o hidráulica de las articulaciones individuales [1].

### 1.4.1. Máquinas caminantes

A través de la historia el hombre se ha sentido fascinado por dispositivos capaces de imitar las funciones y los movimientos de los seres vivos. Los griegos llamaban autómatas a estas máquinas, en la actualidad se define como autómata a una máquina que imita la figura y movimientos de un ser vivo.

La rueda se inventó hace unos 6000 años. Esta invención, acoplada a un animal como fuente de fuerza motriz, aumentó la posibilidad de desplazamiento de la carga unas diez veces. Sin embargo, esta invención creó el problema de proporcionar carreteras. Para evitar esta complicación (dado que las carreteras no pueden cubrir cada centímetro de campo) se inventaron orugas. (Esta solución reduce la presión debajo del vehículo unas ocho veces). A partir de entonces, se dedicaron esfuerzos a crear una máquina para caminar capaz de simular la técnica de propulsión de los animales de tal manera que la máquina pudiera moverse sobre terrenos accidentados [2].

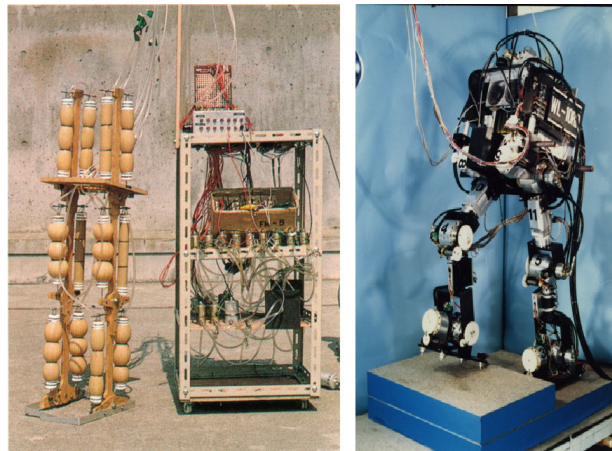
Recientemente un gran número de investigaciones se enfocan hacia el desarrollo de máquinas caminantes, debido a la necesidad de locomoción en terrenos irregulares. En la actualidad, la mayoría de los robots están diseñados para desplazarse en superficies lisas, niveladas o ligeramente inclinadas. Los ambientes externos con superficies irregulares e inestables como arena, nieve, lodo o grava, se consideran ambientes difíciles para el desplazamiento de robots móviles [3].

#### 1.4.1.1. Máquinas caminantes bípedas

La investigación de robots bípedos es un tema que está en pleno desarrollo en la actualidad, de aquí, que muchas instituciones han dedicado gran cantidad de tiempo, recursos humanos y materiales en este tipo de investigaciones [4].

El modo de caminar de los robots bípedos es una aproximación, lo más real posible al caminar humano. Durante el caminar de los bípedos existe una premisa fundamental que se ha de cumplir siempre y es que por lo menos uno de los dos pies mecánicos ha de estar apoyado en el suelo. Esto para los seres humanos no es del todo imprescindible ya que cuando corremos hay momentos en los que tenemos ambos pies en el aire [5].

En 1969, Ichiro Kato desarrolló el robot bípedo WAP-1 (Figura 1.1). Para su accionamiento, este robot contaba con músculos de goma artificiales, accionados neumáticamente, y la locomoción bípeda se lograba mediante la reproducción de movimientos previamente enseñados. La principal limitación inicial de estas máquinas era su baja velocidad, necesitando 90 segundos para completar un paso. A principios de la década de 1980, Kato y sus compañeros de trabajo construyeron el WL-9DR bípedo que caminaba con un paso casi dinámico [6].



**Figura 1.1.** WAP-1 (izquierda) y WL-9DR (derecha) [6].

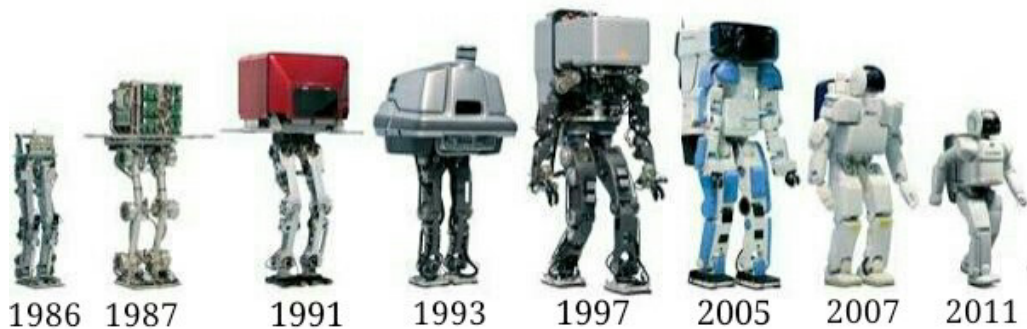
Hoy en día existe una gran variedad de robots bípedos que presentan forma humanoide y tienen buenas capacidades de locomoción. Uno de los robots bípedos que presenta mejores capacidades de locomoción es el Robot

Humanoide Honda (Figura 1.2). ASIMO (Es un acrónimo de Advanced Step in Innovative Mobility) es la culminación de dos décadas de investigación en robótica humanoide por parte de ingenieros de Honda.

Honda tuvo que pasar por un largo recorrido para conseguir a ASIMO, con ello tuvo 8 versiones diferentes (Figura 1.3) para lograr su cometido [7].



**Figura 1.2.** Robot humanoide ASIMO de Honda [8].



**Figura 1.3.** ASIMO a través del tiempo [7].

Con ASIMO podemos notar como ha ido evolucionando el proceso y desarrollo de la tecnología para conseguir perfeccionar de la mejor manera posible la marcha de las máquinas bípedas, en la Tabla 1.1 vemos todas las modificaciones y cambios que ha sufrido con el fin de ser una herramienta para el apoyo y servicio.

Tabla 1.1. Evolución de robot ASIMO [7].

<b>Año</b>	<b>Innovación</b>	<b>Descripción</b>
<b>1986</b>	Caminata estática	El primer robot que Honda construyó se llamó EO. EO caminó muy lentamente, a veces tardando 20 segundos en completar un solo paso.
<b>1987</b>	Caminata dinámica	Los ingenieros habían desarrollado un método para la caminata dinámica, que es mucho más parecido a los humanos.
<b>1991</b>	Caminando como un profesional	En los prototipos, los ingenieros de Honda perfeccionaron el mecanismo para caminar hasta el punto en que el robot podía caminar fácilmente en una pendiente, arriba y en terrenos irregulares.
<b>1993</b>	Un robot de aspecto más humano	Con cuerpo, brazos, manos y cabeza, la próxima generación de prototipos se parecía más a un "humanoide".
<b>1997</b>	ASIMO	Se realizaron más mejoras en el sistema para caminar, lo que permitió a ASIMO caminar con gracia y facilidad en casi cualquier entorno. Las sofisticadas articulaciones de la cadera permitieron a ASIMO girar sin problemas, algo que otros robots tienen que detenerse y arrastrar para hacer.
<b>2005</b>	Mejor, más rápido y más fuerte	Los ingenieros refinaron aún más el sistema de movimiento de ASIMO, aumentando su velocidad al caminar de 2.5 a 2.7 kilómetros por hora y dando a ASIMO la capacidad de correr a velocidades de hasta 6 kilómetros por hora.
<b>2007</b>	Funcionalidad	Se agregó una funcionalidad que permitiría que dos o más robots ASIMO se conectaran entre sí y trabajaran en colaboración. En este punto, ASIMO podría decidir si pasar a una persona u obstáculo que se aproxima, o dejarlo pasar.
<b>2011</b>	Nueva versión	Contaba con una gran cantidad de sensores, con un número dedicado a imitar ciertos sentidos humanos, además de que podía equilibrar mejor que las versiones anteriores y, por primera vez, tenía destreza en las manos. Los sensores táctiles en toda la mano y los dedos flexibles le permitieron realizar tareas como abrir botellas y verter líquido.

Otra compañía que se dedica a crear máquinas y robots caminantes multipodas, es Boston Dynamics. Cuenta con máquinas caminantes como el humanoide Atlas, que se puede observar en la Figura 1.4, es una plataforma de investigación diseñada para superar los límites de la movilidad de todo el cuerpo. El sistema de control avanzado y el hardware de última generación le dan al robot la potencia y el equilibrio para demostrar una agilidad a nivel humano [9].



Figura 1.4. ATLAS [9].

#### 1.4.1.2. Máquinas caminantes cuadrúpedas

Un mayor número de patas, permite mayores velocidades y mejor estabilidad a los robots caminantes, sin embargo incrementa su complejidad mecánica y de control. Un robot cuadrúpedo disminuye la complejidad mecánica del sistema frente a robots caminantes con mayor número de patas, manteniendo las características de adaptación al terreno y estabilidad.

El pionero de los robots para entretenimiento basado en formas animales, fue Sony con su robot mascota con forma de perro llamado Aibo (Figura 1.5). Dotado de una capacidad de aprendizaje y comportamiento autónomo, puede responder a estímulos externos de su dueño y de actuar consecuentemente.

El robot RIMHO (acrónimo de Robot de Intervención en Medios Hostiles); RIMHO (Figura 1.6) es un cuadrúpedo cuyas patas están basadas en una configuración pantográfica. El robot RIMHO sirvió para la validación de modos de caminar periódicos continuos y discontinuos para cuadrúpedos y se



**Figura 1.5.** Robot AIBO de Sony [10].

utilizó para realizar experimentos encaminados a la evaluación de máquinas caminantes para detección y localización de aparatos explosivos enterrados bajo suelo.

Las principales características de RIMHO son su velocidad de 1 m/min, una carga útil de 10 kg, dimensiones de 736 x 710 x 344 mm y su peso completo es de 65 kg.



**Figura 1.6.** RIMHO [11].

Algunas investigaciones utilizando el robot RIMHO son el desarrollo de sistemas locomotores sensorizados para robots caminantes del que se derivó el robot cuadrúpedo SILO-4 (Sistema Locomotor de 4 patas) mostrado en la Figura 1.7 [12]. Es un versátil robot cuadrúpedo con cuatro patas idénticas,



cada una con una articulación de hombro, una articulación de cadera y una articulación de rodilla que se activan, y tres articulaciones pasivas, es decir, tobillo, talón y suela que se adaptan al terreno [13].



Figura 1.7. SILO-4 [13].

La aparición en el mercado de sistemas de soldadura de 4 grados de libertad y peso reducido rebajó considerablemente las necesidades de carga útil de los robots de manera que las plataformas móviles podían reducirse hasta pesos manejables directamente por uno o dos operarios. Surge así el desarrollo del robot escalador REST-2 [14] (Figura 1.8), es un cuadrúpedo con una configuración de pata muy especial que consta de dos eslabones con un extremo común en el que se sitúa una articulación prismática. Cada extremo libre de un eslabón se desplaza mediante un husillo a lo largo del cuerpo del robot. Los pies están dotados de electroimanes que permiten la adherencia del robot a paredes ferromagnéticas [15].

En la Figura 1.9 se muestra al robot SPOT, desarrollado por Boston Dynamics, SPOT es un ágil robot móvil que navega por el terreno con una movilidad sin precedentes, lo que le permite automatizar las tareas de inspección de rutina y la captura de datos de forma segura, precisa y frecuente [9].

#### 1.4.1.3. Máquinas caminantes hexápodos

El vehículo de suspensión adaptativa (ASV) fue desarrollado en la Universidad Estatal de Ohio, la Universidad de Wisconsin y el Instituto de In-

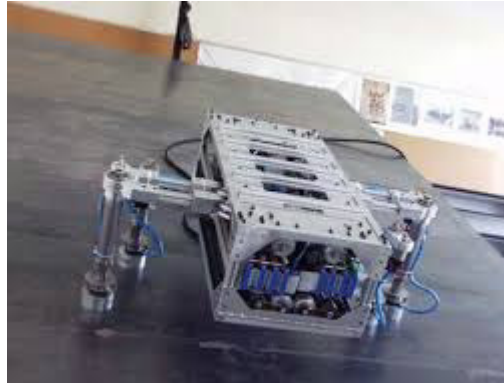


Figura 1.8. Robot REST-2 [14].



Figura 1.9. SPOT [9].

vestigación Ambiental de Michigan, y se concluyó a fines de 1985 (Figura 1.10) [16].

Este vehículo, con 2,720 kg de peso y 5.6 m de longitud, presenta accionamiento hidráulico impulsado por un motor de combustión interna. Para su funcionamiento se necesita un operador humano que realice las tareas de maniobra y supervisión del estado del vehículo. El ASV también posee un radar óptico para estudiar el terreno frente a él y conocer la ubicación del pie delantero.



**Figura 1.10.** Robot hexápodo ASV [17].

La máquina forestal ambulante mostrada en la Figura 1.11, tiene tres grados de libertad accionados hidráulicamente en cada pata y se alimenta de un motor diésel, lo que le permite alcanzar una velocidad máxima de 1 m/s [6].

El modelo biológico del BionicWheelBot (Figura 1.12) es la araña flic-flac y está adaptado a su entorno: en terreno llano, es dos veces más rápido en el modo rodante (Figura 1.12 (derecha)) que cuando camina. Sin embargo, donde hay desniveles, es más rápido caminar normalmente (Figura 1.12 (izquierda)). Como tal, en el desierto, donde se pueden encontrar ambos tipos de terreno, es capaz de moverse de manera segura y eficiente [18].

#### 1.4.2. Máquinas que emplean mecanismos de línea recta

En la teoría de las máquinas, se le llama mecanismo a la agrupación de sus componentes que son móviles y se encuentran vinculados entre sí a



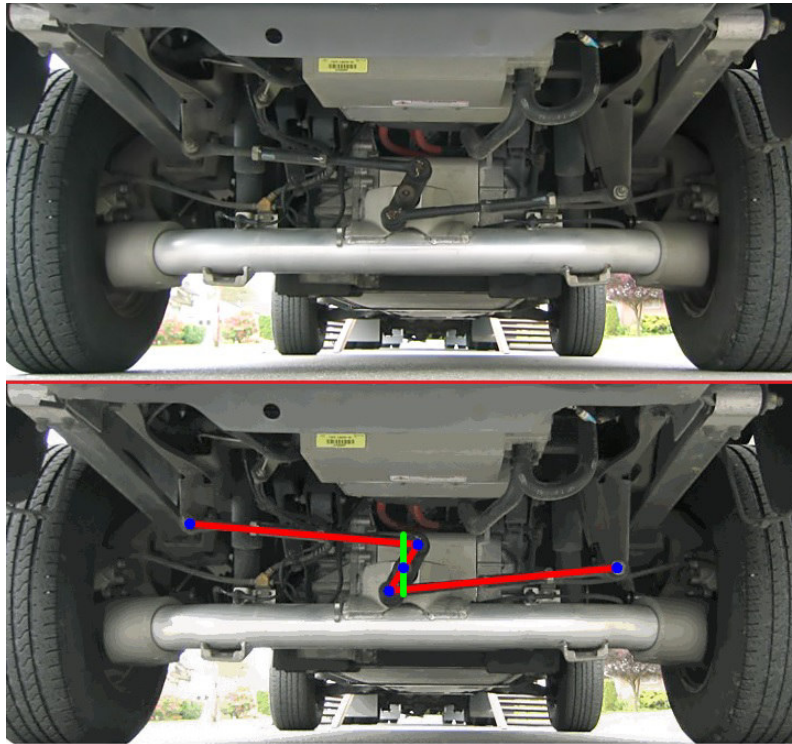
Figura 1.11. Robot hexápodo forestal ambulante [6].



Figura 1.12. BionicWheelBot. Modo normal (izquierda), modo rodante (derecha) [18].

través de distintas clases de uniones; esto hace que dicha estructura pueda transmitir fuerzas y movimientos. El mecanismo es el encargado de permitir dicha transmisión. Permiten al ser humano realizar determinados trabajos con mayor comodidad y con menos esfuerzo. Por eso, a partir de la revolución industrial del siglo XVIII, se llegó al descubrimiento de ciertos mecanismos especiales (línea recta y 6 barras) que eran idóneos para optimizar los procesos de fabricación y montaje [19].

Un mecanismo utilizado en automóviles es el mecanismo de Watt en la parte de suspensión del motor como se aprecia en la Figura 1.13, este elimina las ligeras variaciones de lado a lado, ya que proporciona un control en línea recta del eje [20].



**Figura 1.13.** Mecanismo de Watt en suspensión del motor. [21].

Otro ejemplo de donde se utiliza al mecanismo de Watt es en la máquina de tracción de Weatherhill, mostrada en la Figura 1.14, que fue utilizada para izar pesadas vagonetas de mina por pendientes muy escarpadas [22].

En el caso de Nissan, adoptó una alternativa al sistema de Watt, llamado

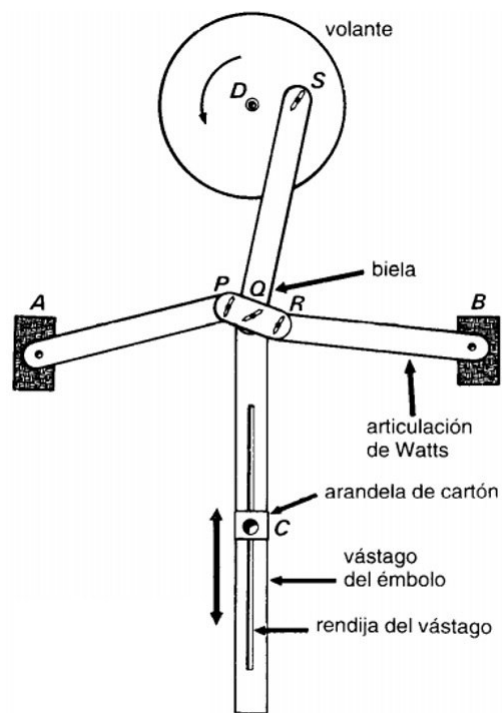
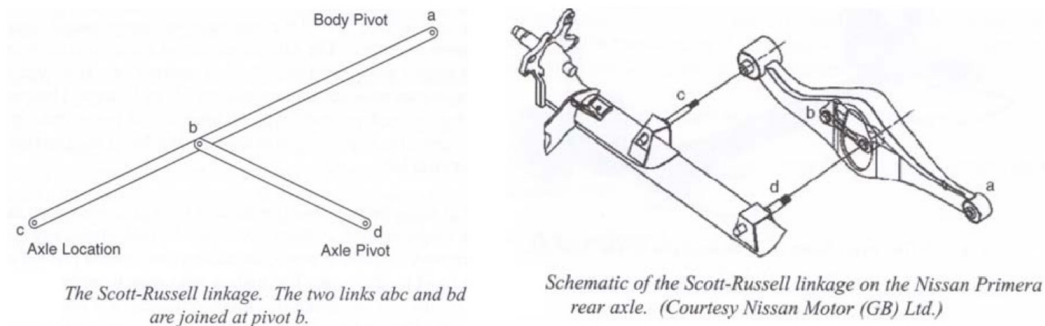


Figura 1.14. Máquina de Weatherhill [22].

multibarras de unión que consiste en el uso del mecanismo Scott-Russel. Nissan adaptó este mecanismo para sujetar algunos de los puntos del sistema al cuerpo del vehículo mientras que los puntos  $c$  y  $d$  (ver Figura 1.15) fueron sujetados al eje trasero. El punto  $c$  es acoplado a través de un cojinete, el cual trabaja de forma eficiente para los movimientos laterales, pero verticalmente es poco eficiente [23].



**Figura 1.15.** Mecanismo Scott-Russel y esquema de eje Nissan [23].

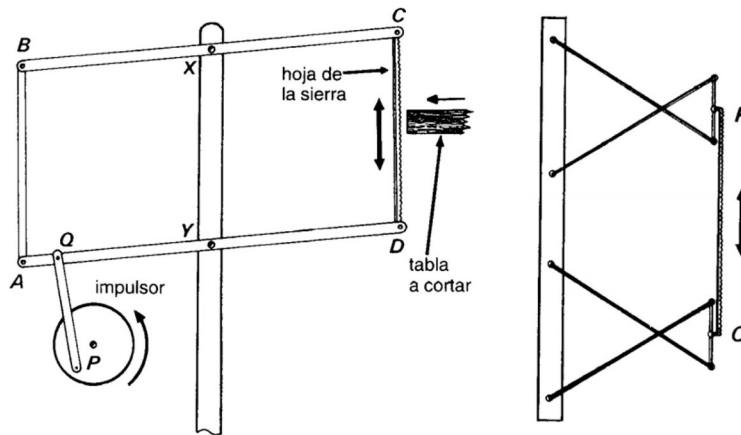
Otra aplicación de un mecanismo generador de movimiento rectilíneo en el diseño de una sierra de marco basado en un paralelogramo (Figura 1.16 (izquierda)), en el que la hoja de la sierra se fija en  $c$  y  $d$ , que rotan respecto a  $X$  y  $Y$  [22]. Una forma de vencer esta dificultad consiste en fijar los extremos de la hoja al mecanismo de línea recta de Chebyshev (Figura 1.16 (derecha)).

### 1.4.3. Mecanismos de línea recta

Los mecanismos de línea recta son aquellos mecanismos que en un punto de uno de los eslabones traza una trayectoria que contiene una porción rectilínea de forma exacta o aproximada, estos mecanismos de línea recta se conocen y utilizan desde la Revolución Industrial en el siglo XVIII, debido a que son idóneos para automatizar procesos de fabricación y montaje. Hoy en día el interés por ellos es menor debido al mayor auge de accionamientos neumáticos y eléctricos [24].

A lo largo del siglo pasado se desarrollaron un gran número de mecanismos en línea aproximados o exactos, dentro de los que destacan los mecanismos de Watt, Chebyshev, Peaucellier, Kempe, Evans y Hoecken [25].

Para este estudio se decidió analizar algunos mecanismos que emplean solamente articulaciones rotacionales, los cuales son descritos a continuación.



**Figura 1.16.** Sierra de marco (izquierda), sierra montada en mecanismos Chebyshev (derecha) [22].

### 1.4.3.1. Mecanismo de línea recta de Watt

Watt ideó varios mecanismos de línea recta para guiar el pistón de carrera larga de su motor de vapor.

El mecanismo a estudiar es de cuatro barras y cuenta con dos balancines articulados a la barra fija de igual longitud ( $OA$  y  $CB$ ). El punto trazador está en el centro del acoplador (barra  $AB$ ). En la Figura 1.17 se ilustran las uniones y los eslabones, así mismo se ilustra el trazador generando la trayectoria donde en dos segmentos se generan las rectas entre los dos arcos generados. En la Tabla 1.2 se ilustran las dimensiones utilizadas para el estudio de este mecanismo.

**Tabla 1.2.** Longitudes de eslabones del mecanismo Watt.

Dimensiones Watt.	
Eslabón	Longitud(mm)
$L_1 (OC)$	40.00
$L_2 (OA)$	20.00
$L_3 (AB)$	10.00
$L_4 (BC)$	20.00
$L_5 (AP)$	5.00



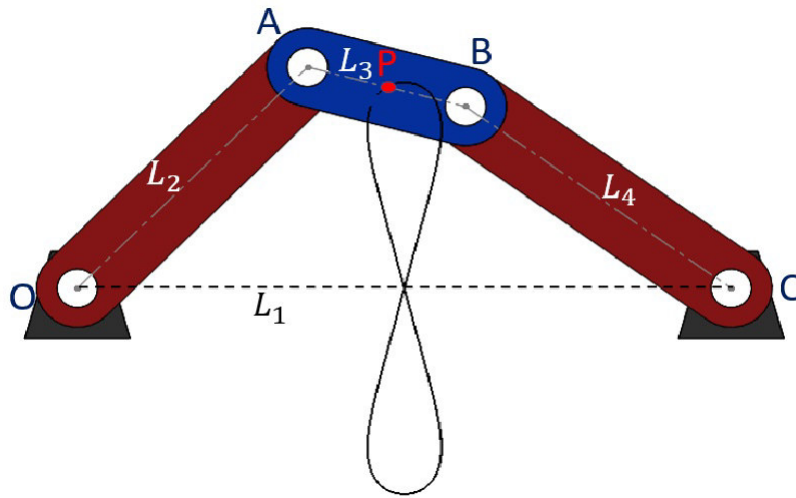


Figura 1.17. Mecanismo de línea recta de Watt.

#### 1.4.3.2. Mecanismo de línea recta de Roberts

El mecanismo de Roberts (Figura 1.18), es un mecanismo de cuatro barras que consiste en dos balancines de igual longitud ( $OA = BC$ ) articulados a la barra fija  $L_1$  y un acoplador con un punto trazador que dista de las articulaciones la misma distancia ( $AP = BP = L$ ), formando el acoplador un triángulo isósceles. En la Tabla 1.3 se muestran las longitudes de los eslabones para que realice una línea recta aproximada entre las articulaciones  $O$  y  $C$ .

Tabla 1.3. Longitudes de eslabones del mecanismo Roberts.

Dimensiones Roberts.	
Eslabón	Longitud(mm)
$L_1$ ( $OC$ )	40.00
$L_2$ ( $OA$ )	40.00
$L_3$ ( $AB$ )	20.00
$L_4$ ( $BC$ )	40.00
$L_5$ ( $AP$ )	40.00
$L_6$ ( $BP$ )	40.00

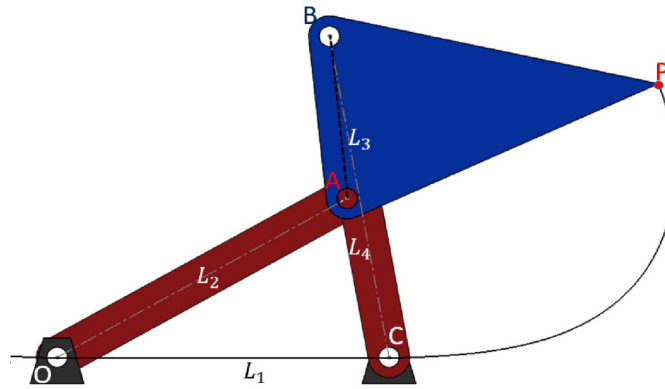


Figura 1.18. Mecanismo de línea recta de Roberts.

#### 1.4.3.3. Mecanismo de línea recta de Chebyshev

El mecanismo de línea recta Chebyshev, es un doble balancín capaz de realizar una línea recta aproximada entre las articulaciones  $A$  y  $B$  tomando como referencia el punto medio del segmento  $L_3$  (Figura 1.19). Continuando con el movimiento del punto  $P$  este genera una trayectoria curva que une los dos extremos de la línea recta.

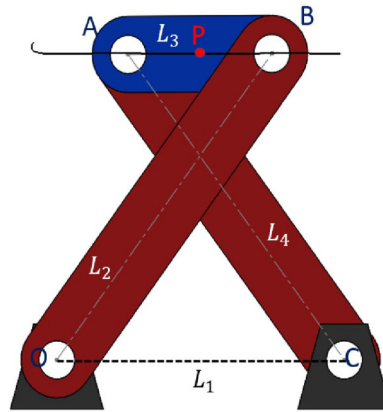
Las dimensiones de los eslabones se pueden ver en la Tabla 1.4.

Tabla 1.4. Longitudes de eslabones del mecanismo Chebyshev.

Dimensiones Chebyshev.	
Eslabón	Longitud(mm)
$L_1$ ( $OC$ )	20.00
$L_2$ ( $OA$ )	25.00
$L_3$ ( $AB$ )	10.00
$L_4$ ( $BC$ )	25.00
$L_5$ ( $AP$ )	5.00

#### 1.4.3.4. Mecanismo de línea recta de Peaucellier

Es un mecanismo de línea recta inventado por Peaucellier en 1867. Es una combinación en simetría de dos mecanismos de cuatro barras con el fin



**Figura 1.19.** Mecanismo de línea recta de Chebyshev.

de conseguir una línea recta exacta en la parte más externa del mecanismo (Punto  $P$  de la Figura 1.20).

Las relaciones de las longitudes de los eslabones del mecanismo Peaucellier son las siguientes:  $[OD]=[OA]$ ,  $[BD]=[CD]$ ,  $[AB]=[AC]=[BP]=[CP]$ . Las longitudes empleadas para su estudio se muestran en la Tabla 1.5.

**Tabla 1.5.** Longitudes de eslabones del mecanismo Peaucellier.

<b>Dimensiones Peaucellier.</b>	
Eslabón	Longitud(mm)
$L_1$ ( $OD$ )	15.00
$L_2$ ( $OA$ )	15.00
$L_3$ ( $AB, AC, CP$ y $BP$ )	20.00
$L_4$ ( $DB$ )	40.00

#### 1.4.3.5. Mecanismo de línea recta de Hart

Para generar una línea recta exacta con sólo juntas de pasador son necesarios más de cuatro eslabones. Por lo menos se requieren seis eslabones y siete juntas de pasador para generar una línea recta exacta. El mecanismo de Hart (Figura 1.21) es un mecanismo de seis eslabones con siete articulaciones rotacionales nombradas  $O_2, O_4, A, B, C, D$  y  $E$ .

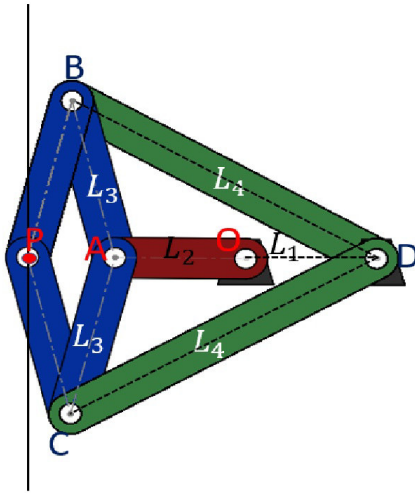


Figura 1.20. Mecanismo de línea recta de Peaucellier.

Para que el punto  $P$  pueda describir una trayectoria recta debe de cumplir las siguientes relaciones entre los eslabones:  $[AB]=[CD]$ ,  $[AD]=[BC]$ ,  $[O_2O_4]=[O_2E]$  y deben de cumplir las siguientes relaciones de longitud:  $[AO_4]/[AB] = [AE]/[AD]=[PC]/[BC]=m$  y  $0 < m < 1$ . La Tabla 1.6 muestra los valores de las longitudes para el mecanismo.

Tabla 1.6. Longitudes de eslabones del mecanismo Hart.

Dimensiones Hart.	
Eslabón	Longitud(mm)
$O_2O_4$	15.00
$O_2E$	15.00
$AO_4$	5.00
$O_4B$	15.00
$AE$	10.00
$ED$	30.00
$DC$	20.00
$BP$	30.00
$PC$	10.00

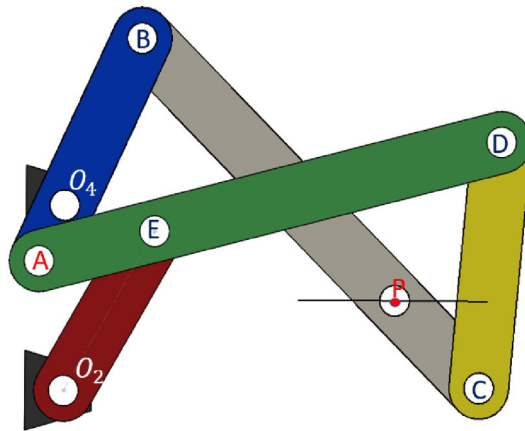


Figura 1.21. Mecanismo de línea recta de Hart.

#### 1.4.3.6. Mecanismos de línea recta de Evans

La Figura 1.22A) muestra al mecanismo de línea recta de Evans 1. Es un triple balancín con un rango de movimiento del eslabón de entrada de aproximadamente  $27^\circ$  a  $333^\circ$  ( $306^\circ$  de movimiento) entre las posiciones de agarrotamiento (singularidades).

En la Figura 1.22B) se muestra un segundo mecanismo en línea recta de Evans, que también es un triple balancín con un rango de movimiento del eslabón de entrada de aproximadamente  $-81^\circ$  a  $+81^\circ$  ( $162^\circ$ ) entre las posiciones de agarrotamiento.

En la Figura 1.22C) se muestra un tercer mecanismo en línea recta de Evans. Es un triple balancín con un rango de movimiento del eslabón de entrada de aproximadamente  $-75^\circ$  a  $+75^\circ$  ( $150^\circ$ ) entre las posiciones de agarrotamiento. La parte de la curva del acoplador que se muestra es la alcanzable entre esos límites y tiene dos partes rectas.

Todas las longitudes utilizadas para los tres casos diferentes del mecanismo de Evans se muestran en la Tabla 1.7.

#### 1.4.3.7. Mecanismo de línea recta de Hoecken

El mecanismo de Hoecken en la Figura 1.23 es un mecanismo manivela-balancín, que representa una significativa ventaja práctica. Además, el mecanismo Hoecken tiene la característica de velocidad casi constante a lo largo de la parte central de su movimiento en línea recta. Los mecanismos de Hoecken

Tabla 1.7. Longitudes de eslabones de los mecanismos Evans.

Dimensiones de los mecanismos de Evans					
Evans A)		Evans B)		Evans C)	
Eslabón	Longitud (mm)	Eslabón	Longitud (mm)	Eslabón	Longitud (mm)
$L_1 (OC)$	12.00	$L_1 (OC)$	23.05	$L_1 (OC)$	20.00
$L_2 (OA)$	10.00	$L_2 (OA)$	10.00	$L_2 (OA)$	10.00
$L_3 (AB)$	16.00	$L_3 (AB)$	12.00	$L_3 (AB)$	10.00
$L_4 (BC)$	10.39	$L_4 (BC)$	11.67	$L_4 (BC)$	10.00
$L_5 (AP)$	26.90	$L_5 (AP)$	15.00	$L_5 (BP)$	10.00

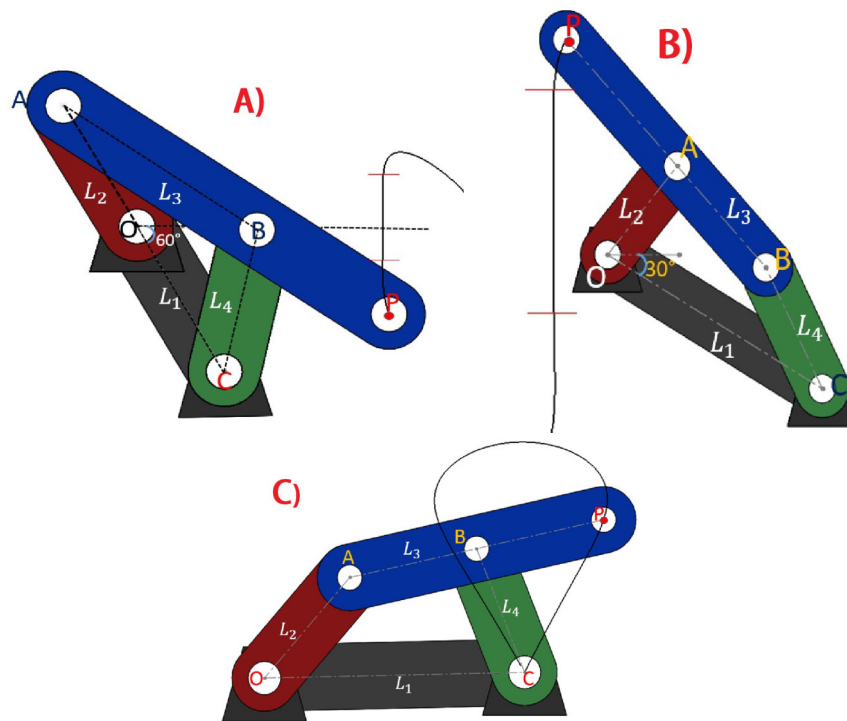
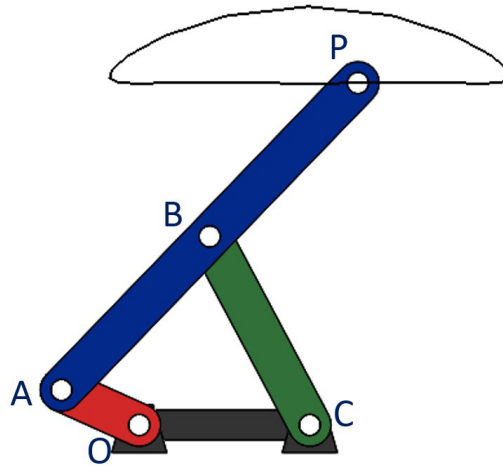


Figura 1.22. Mecanismos de línea recta de Evans.

y Chebyshev son cognados uno del otro. El término cognado fue utilizado por Hartenberg y Denavit para describir un mecanismo, de diferente geometría, que genera la misma curva del acoplador [25].



**Figura 1.23.** Mecanismo de línea recta de Hoecken.

Las relaciones de longitud de los eslabones del mecanismo de Hoecken, tomando como referencia la Figura 1.23 son las siguientes.

$$[AB] = [CB] = 2.5 * [OA]; [OC] = 2 * [OA].$$

Las longitudes asignadas a los eslabones, se muestran en la Tabla 1.8.

**Tabla 1.8.** Longitudes para eslabones del mecanismo Hoecken.

Eslabón	Longitud (mm)
$L_1 (OC)$	20.00
$L_2 (OA)$	10.00
$L_3 (AB) = L_4 (BC)$	25.00
$(AP)$	50.00

Después de analizar algunos mecanismos generadores de línea recta exacta y aproximada, se eligió el mecanismo de Hoecken como el mecanismo de propulsión utilizado para el desarrollo de nuestra máquina cuadrúpeda, el proceso de selección será detallado en la siguiente sección. Los mecanismos de línea recta analizados en esta sección y sus relaciones de longitud de los

eslabones fueron tomados del libro "Diseño de Maquinaria" de Robert Norton [25].

#### 1.4.4. Mecanismo de Hoecken

Karl Hoecken nació el 31 de mayo de 1874 en Berlín. Al final de la Segunda Guerra Mundial se mudó a Braunschweig con su familia, donde murió en 1963 a la edad de 89 años. Estudió Matemática Aplicada y Geodésica en Berlín. Desde 1909 y al menos hasta 1914, ocupó un puesto como ingeniero superior en la empresa "Optische Anstalt C. P. Goerz AG" en Berlín-Friedenau. Entre 1920 y 1924 también trabajó en Ámsterdam. En 1930, a la edad de 56 años, Karl Hoecken se convirtió en profesor de cinemática y director de la colección Reuleaux [26].

##### 1.4.4.1. Movilidad

Una de las primeras preocupaciones tanto en el diseño como en el análisis de un mecanismo es el número de grados de libertad, también llamado movilidad. La movilidad de un mecanismo es el número de parámetros de entrada (variables articulares) que deben controlarse de forma independiente para llevar el dispositivo a una postura particular. Es posible determinar la movilidad de un mecanismo directamente a partir de un recuento del número de eslabones y el número y tipos de articulaciones que componen el mecanismo [27].

La movilidad de un mecanismo puede determinarse mediante la siguiente ecuación [28].

$$m = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (1.1)$$

Donde:

- $m \rightarrow$  Movilidad.
- $n \rightarrow$  Número de eslabones.
- $j \rightarrow$  Número de juntas o articulaciones.
- $f_i \rightarrow$  Grados de libertad de la junta.



Basados en la Figura 1.24, podemos obtener la movilidad del mecanismo de Hoecken utilizando la ecuación (1.1), donde:

$$n = 4; j = 4; \sum_{i=1}^j f_i = 4(1) = 4$$

Al ser todas revolutas, en la parte de la sumatoria se multiplican por uno debido a que las revolutas tienen un solo grado de libertad (GDL).

$$m = 3(4 - 4 - 1) + 4 \rightarrow m = 1 \text{ GDL.}$$

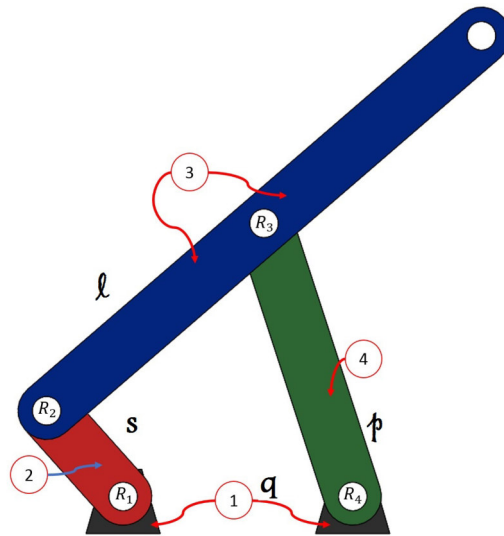


Figura 1.24. Eslabones y pares del mecanismo Hoecken.

#### 1.4.4.2. Ley de Grashof

Continuando con la descripción del mecanismo de Hoecken, existe una consideración muy importante al ser accionado por un motor, es asegurarse de que el eslabón de entrada pueda hacer una revolución completa. Los mecanismos que no cumplan con la condición Grashof no serían útiles en esta aplicación.

La ley de Grashof establece que, para un enlace plano de cuatro barras, la suma de las longitudes más corta y más larga de los eslabones no puede

ser mayor que la suma de las dos longitudes de los eslabones restantes, para asegurar una rotación relativa continua entre dos eslabones.

La ley de Grashof especifica que uno de los eslabones, en particular la barra más corta, girará continuamente solo cuando [25]:

$$s + l \leq p + q \quad (1.2)$$

Donde:

- $s$  es la longitud del eslabón más corto.
- $l$  es la longitud del eslabón más largo.
- $p$  y  $q$  son las longitudes del resto de los eslabones.

El mecanismo de Hoecken cumple la ley de Grashof.

Basándonos en la ley de Grashof y en las dimensiones dadas previamente para el mecanismo obtenemos:

$$L_2 + L_3 \leq L_1 + L_4 \rightarrow 10 \text{ mm} + 25 \text{ mm} \leq 20 \text{ mm} + 25 \text{ mm}$$

$$35 \text{ mm} \leq 45 \text{ mm}$$

Con las dimensiones anteriores, aseguramos que se cumpla la Ley de Grashof, lo que garantiza que el eslabón  $[OA]$  puede realizar un movimiento circular continuo.

Con lo anterior tenemos el correcto desarrollo de la trayectoria del mecanismo y no presentaría algún problema en interferencias entre eslabones.

En la Figura 1.25 se muestran la secuencia de movimiento y las trayectorias descritas por las articulaciones  $A$  y  $B$  y por el punto  $P$ , se observa que el eslabón  $[OA]$  puede rotar continuamente, también se puede observar que el eslabón  $[CB]$  tiene un movimiento de balancín y se muestra la trayectoria descrita por el punto  $P$ .

#### 1.4.4.3. Ventajas y desventajas

Algunas de las ventajas y desventajas que puede presentar el mecanismo de Hoecken, pueden ser observadas en la Tabla 1.9.

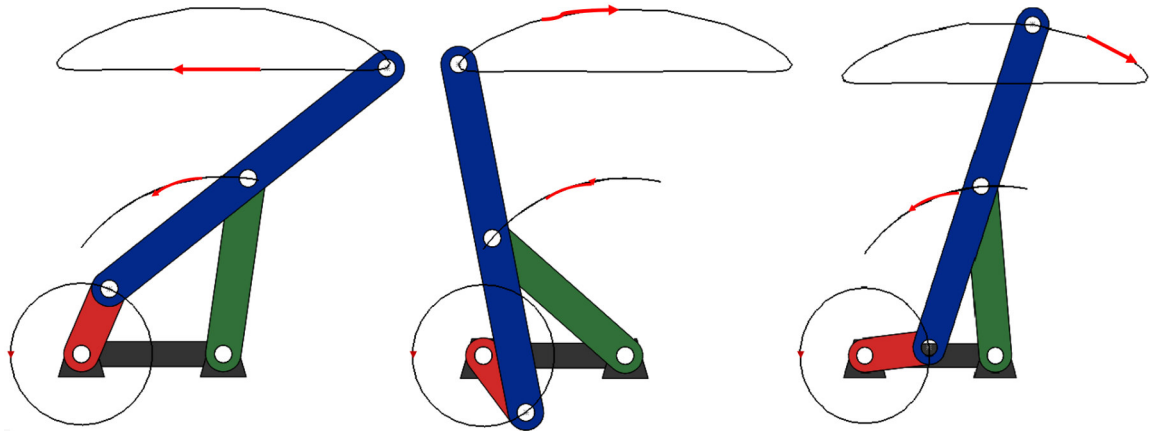


Figura 1.25. Secuencia de movimiento del mecanismo Hoecken.

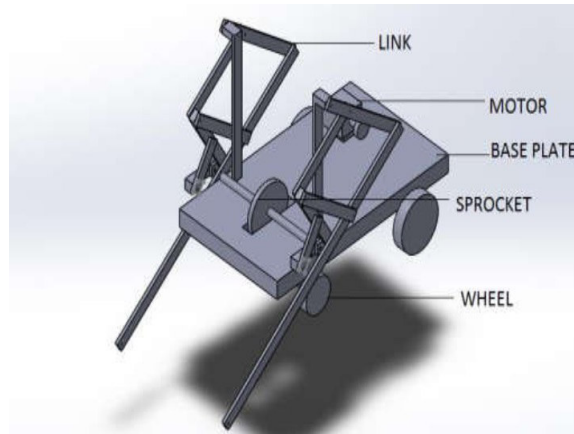
Tabla 1.9. Ventajas y desventajas del mecanismo Hoecken.

<b>Mecanismo Hoecken</b>	
<b>Ventajas</b>	<b>Desventajas</b>
Es un mecanismo de cuatro barras simples articuladas rotacionalmente.	Necesita tener siempre una fuente de alimentación.
Puede trabajar con motores de rotación continua debido a que cumple con la ley de Grashof.	Requiere mantenimiento constante a sus partes móviles.
Genera una trayectoria recta en la mayor parte de su movimiento y una trayectoria curva a la vuelta.	En la trayectoria descrita por el punto $P$ , el segmento curvo no tiene un radio constante.
La trayectoria no se cruza con algún otro eslabón.	

#### 1.4.4.4. Algunas máquinas que usan este mecanismo

Una vez revisadas las características principales del mecanismo Hoecken, se analizan máquinas que lo utilizan como mecanismo de propulsión principal.

Este primer caso es una máquina cultivadora agrícola (Figura 1.26), este tiene el objetivo principal de asegurar la excavación para arrancar la planta. La máquina permite cuidar la planta evitando cualquier daño en la parte superior de la planta al cortar la zona de la raíz [29].



**Figura 1.26.** Máquina cultivadora agrícola [29].

La banda transportadora emplea el mecanismo de Hoecken para empujar grupos de seis unidades de paquetes de toallas higiénicas y retornar a su posición de origen (Figura 1.27) [30].

La máquina caminante bípeda llamada PASIBOT, emplea un mecanismo articulado que accionado por un solo motor consigue emular el caminar humano. El poseer un único grado de libertad es la característica más importante del Pasibot y lo que lo diferencia de otros robots humanoides. El principal problema de este primer bípedo era su inestabilidad lateral en la fase de apoyo simple [31].

El robot PASIBOT (Figura 1.28) es un conjunto mecánico del mecanismo de Hoecken con un pantógrafo (para pantógrafo ver Anexo B). Este sistema mecánico ha sido objeto de estudio en los últimos años por su gran simplicidad en su diseño, analizando métodos de estabilización [32], análisis cinemático, dinámico y simulación [5,33].

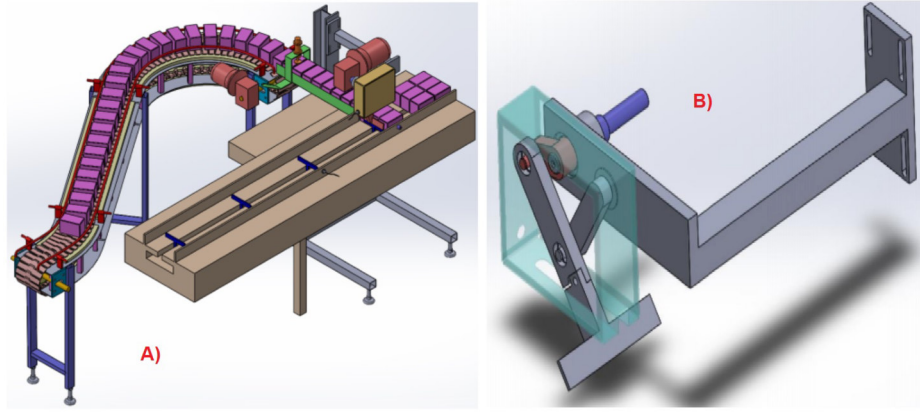


Figura 1.27. A) Banda transportadora de paquetes, B) Mecanismo Hoecken [30].

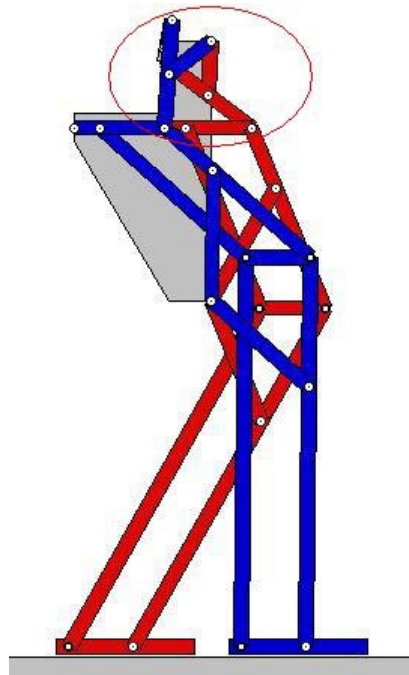


Figura 1.28. PASIBOT, mecanismo Hoecken dentro de círculo y conectado a pantógrafo [33].

# Capítulo 2

## Análisis cinemático

En este capítulo se lleva a cabo el análisis cinemático del mecanismo de línea recta de Hoecken. Los análisis cinemáticos se utilizan para obtener información sobre la posición, velocidad y aceleración de entidades geométricas y conexiones, la interferencia entre componentes y las curvas trazadas del movimiento del mecanismo.

### 2.1. Análisis de posición

De la Figura 1.23 se puede analizar la geometría del mecanismo plano para así obtener el diagrama cinemático auxiliar mostrado en la Figura 2.1; con el diagrama cinemático auxiliar anterior, se pueden formar trayectorias cerradas con el fin de obtener una ecuación que describa la cinemática del mecanismo, esta trayectoria de lazo cerrado puede ser observada en la Figura 2.2.

La ecuación característica que representa al polígono de vectores de posición esta definida por la ecuación (2.1).

$$\bar{r}_{A/O} + \bar{r}_{B/A} = \bar{r}_{C/O} + \bar{r}_{B/C} \quad (2.1)$$

De la geometría mostrada en el diagrama cinemático auxiliar se pueden obtener las componentes de cada vector de posición involucradas en la ecuación (2.1).

$$\bar{r}_{A/O} = \begin{bmatrix} L_2 \cos \theta_1 \\ L_2 \sin \theta_1 \end{bmatrix}$$

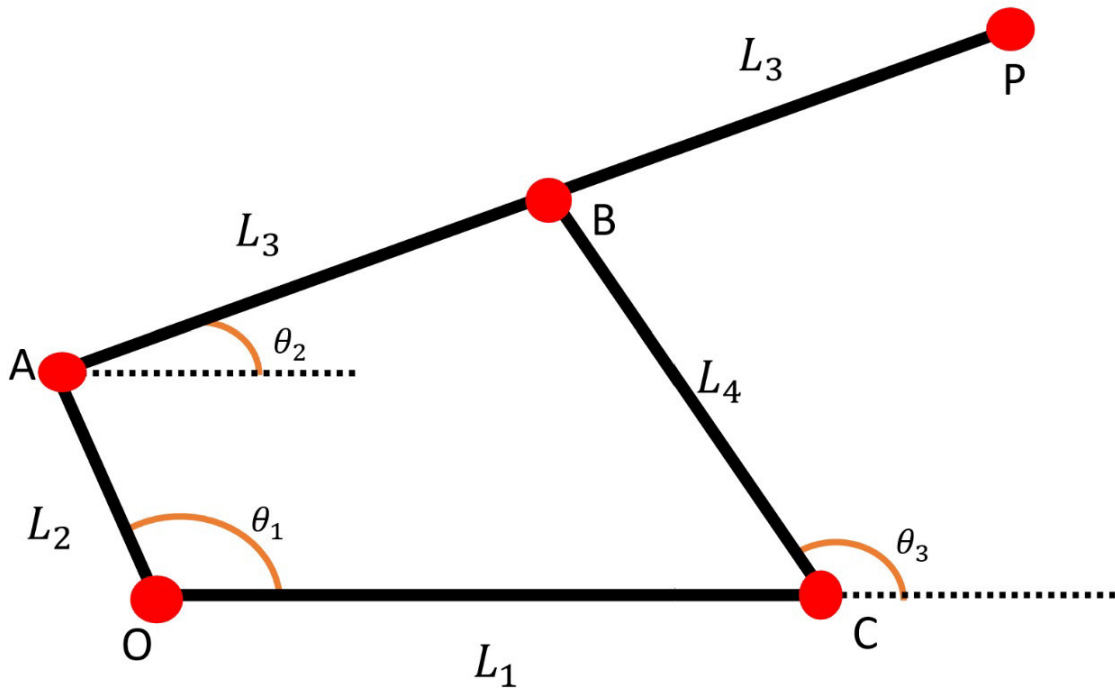


Figura 2.1. Diagrama cinemático auxiliar.

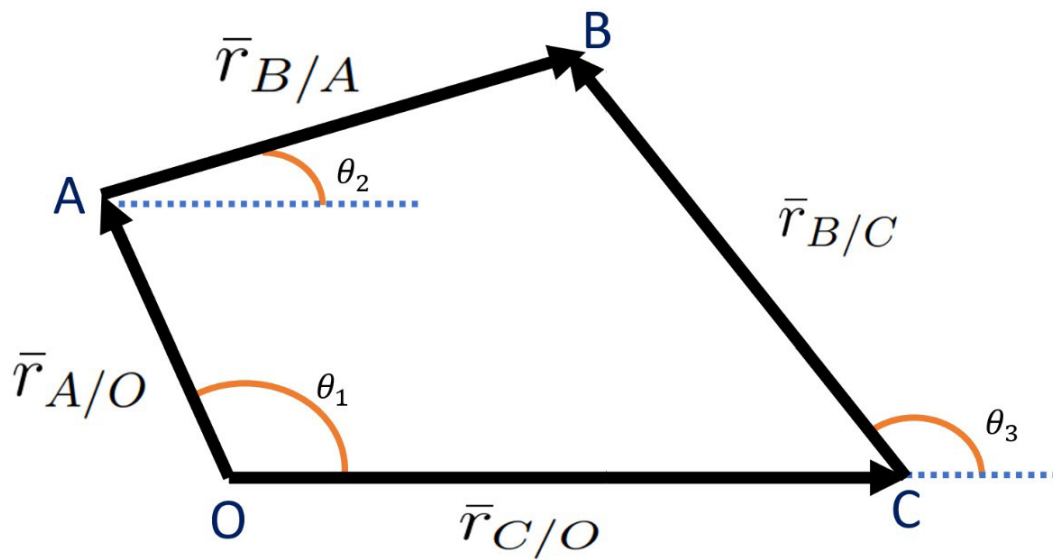
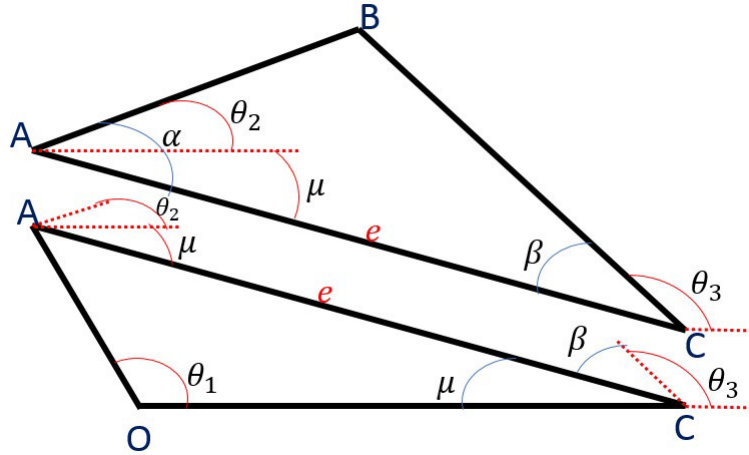


Figura 2.2. Polígono de vectores posición.



**Figura 2.3.** Triángulos usados para conocer las variables angulares en el rango de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

$$\bar{r}_{B/A} = \begin{bmatrix} L_3 \cos \theta_2 \\ L_3 \sin \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{r}_{C/O} = \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{r}_{B/C} = \begin{bmatrix} L_4 \cos \theta_3 \\ L_4 \sin \theta_3 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo en la ecuación (2.1) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} L_2 \cos \theta_1 \\ L_2 \sin \theta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_3 \cos \theta_2 \\ L_3 \sin \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_4 \cos \theta_3 \\ L_4 \sin \theta_3 \end{bmatrix}$$

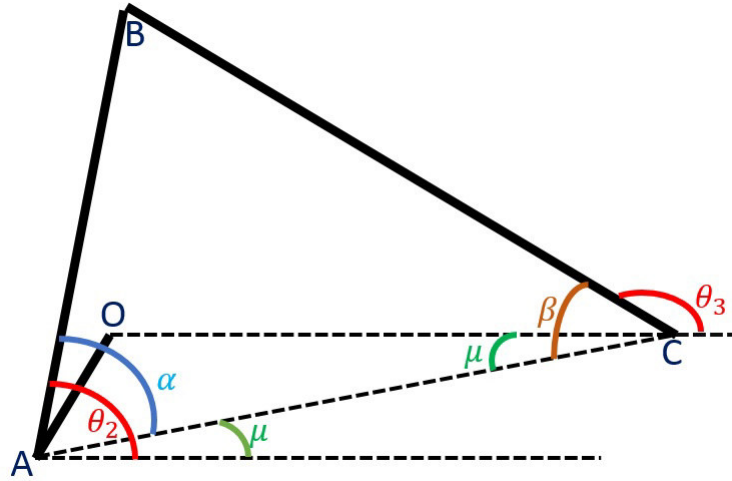
Separando en sus componentes horizontales y verticales se pueden obtener las ecuaciones (2.2) y (2.3).

$$L_2 \cos \theta_1 + L_3 \cos \theta_2 - L_4 \cos \theta_3 - L_1 = 0 \quad (2.2)$$

$$L_2 \sin \theta_1 + L_3 \sin \theta_2 - L_4 \sin \theta_3 = 0 \quad (2.3)$$

Para encontrar las ecuaciones que determinen el movimiento de los ángulos, se emplea el método algebraico y basados en la Figura 2.1, se forman triángulos los cuales nos permitirán conocer las relaciones que existen para





**Figura 2.4.** Polígono utilizado para encontrar las variables angulares para el rango de  $181^\circ$  a  $360^\circ$ .

los ángulos que necesitamos, por lo que en la Figura 2.3 se muestran los triángulos utilizados para encontrar los ángulos, empleando ley de cosenos.

$$e = \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos \theta_1} \quad (2.4)$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{L_3^2 + e^2 - L_2^2}{2L_1e}\right) \quad (2.5)$$

$$\mu = \cos^{-1}\left(\frac{L_1^2 + e^2 - L_2^2}{2L_4e}\right) \quad (2.6)$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{L_4^2 + e^2 - L_3^2}{2L_4e}\right) \quad (2.7)$$

De  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

$$\theta_2 = \alpha - \mu \quad (2.8)$$

$$\theta_3 = 180 - \beta - \mu \quad (2.9)$$

Las ecuaciones (2.8) y (2.9) cumplen en el intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

Ahora bien, es necesario encontrar ecuaciones que cumplan con el rango de  $181^\circ$  a  $360^\circ$ , por lo que, en la Figura 2.4, se muestran las relaciones de posición mostradas a continuación.

De  $181^\circ$  a  $360^\circ$ .

$$\theta_2 = \alpha + \mu \quad (2.10)$$

$$\theta_3 = 180 + \mu - \beta \quad (2.11)$$

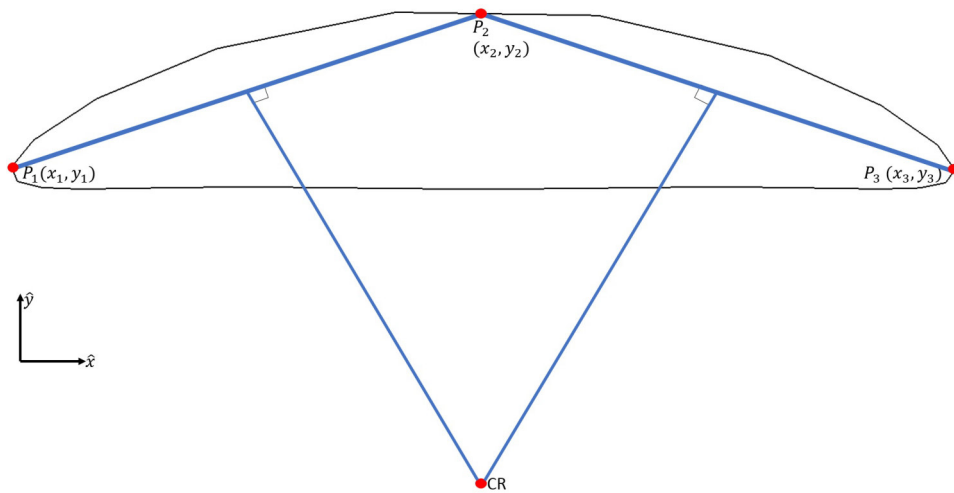
Para conocer la trayectoria del punto de interés se emplea la ecuación (2.12).

$$\bar{r}_{P/O} = (L_2 \cos \theta_1 + 2L_3 \cos \theta_2)\hat{i} + (L_2 \sin \theta_1 + 2L_3 \sin \theta_2)\hat{j} \quad (2.12)$$

### 2.1.1. Ubicación del centro de rotación

A continuación, se presentan las ecuaciones para determinar si la trayectoria circular del mecanismo de Hoecken tiene un centro de rotación constante. El centro de rotación es un punto en torno al cual gira un cuerpo en un instante determinado [34], se define como la intersección de las perpendiculares a las trayectorias que recorren los puntos del cuerpo en movimiento [35].

Para determinar el centro de rotación del arco generado por el movimiento del punto P del mecanismo Hoecken se emplean la ecuación del punto-pendiente, pendiente perpendicular y de acuerdo a la Figura 2.5 podemos conocer los puntos de referencia  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  para la generación de las ecuaciones.



**Figura 2.5.** Representación de puntos para ubicación del centro de rotación.

En el desarrollo del par de ecuaciones que permitirán ubicar en el plano el centro de rotación del mecanismo. Primero, se definen las ecuaciones para las pendientes de la recta.

$$m_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{23} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

Donde:

- $m_{12}$  es la pendiente formada por los puntos  $P_1$  y  $P_2$ .
- $m_{23}$  es la pendiente formada por los puntos  $P_2$  y  $P_3$ .
- $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  son las coordenadas en "x" de los puntos  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ .
- $y_1$ ,  $y_2$  y  $y_3$  son las coordenadas en "y" de los puntos  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ .

Posteriormente, se obtienen pendientes perpendiculares a las pendientes originales, descritas a continuación.

$$m_{\perp 12} = -\frac{1}{m_{12}}$$

$$m_{\perp 23} = -\frac{1}{m_{23}}$$

Donde:

- $m_{\perp 12}$  es la pendiente perpendicular a la pendiente  $m_{12}$ .
- $m_{\perp 23}$  es la pendiente perpendicular a la pendiente  $m_{23}$ .

Con lo anterior, se definen los puntos medios de las rectas en los cuales pasarán las pendientes perpendiculares, en este punto se necesitan conocer las coordenadas del punto medio de cada recta  $[P_1P_2]$  y  $[P_2P_3]$ , con las ecuaciones siguientes.

$$P_{m12X} = \frac{x_1 + x_2}{2}; P_{m12Y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$P_{m23X} = \frac{x_2 + x_3}{2}; P_{m23Y} = \frac{y_2 + y_3}{2}$$

Donde:

- $P_{m12X}$  es el punto medio en coordenada "x" de la recta formada entre los puntos  $P_1$  y  $P_2$ .
- $P_{m12Y}$  es el punto medio en coordenada "y" de la recta formada entre los puntos  $P_1$  y  $P_2$ .
- $P_{m23X}$  es el punto medio en coordenada "x" de la recta formada entre los puntos  $P_2$  y  $P_3$ .
- $P_{m23Y}$  es el punto medio en coordenada "y" de la recta formada entre los puntos  $P_2$  y  $P_3$ .

Empleando la ecuación punto-pendiente, se puede conocer la ecuación de una recta dados ambos pares de coordenadas para cada punto  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  dependiendo de la recta a utilizar.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Donde:

- $y$  y  $y_1$  son las coordenadas en "y" inicial y final para los puntos que forman la recta.
- $x$  y  $x_1$  son las coordenadas en "x" inicial y final para los puntos que forman la recta.
- $m$  es la pendiente de la recta.

Con las ecuaciones planteadas con anterioridad, se obtienen un par de ecuaciones de la recta para encontrar el centro de rotación utilizando los puntos medios de la recta y la pendiente perpendicular, con el cuál se determinan las coordenadas del centro de rotación.

$$Y_{CR} - P_{m12Y} = m_{\perp 12}(X_{CR} - P_{m12X}) \quad (2.13)$$

$$Y_{CR} - P_{m23Y} = m_{\perp 23}(X_{CR} - P_{m23X}) \quad (2.14)$$

Donde  $Y_{CR}$  es la coordenada en el eje y del centro de rotación y  $X_{CR}$  es la coordenada en el eje x del centro de rotación. Se despeja de la ecuación (2.14) la variable  $Y_{CR}$  para obtener la ecuación (2.15).

$$Y_{CR} = m_{\perp 23}(X_{CR} - P_{m23X}) + P_{m23Y} \quad (2.15)$$

Se sustituye la ecuación (2.15) en (2.13) y desarrollando el álgebra necesaria para poder encontrar la ecuación (2.16) para  $X_{CR}$ .

$$X_{CR} = \frac{m_{\perp 23}P_{m23X} - m_{\perp 12}P_{m12X} + P_{m12Y} - P_{m23Y}}{m_{\perp 23} - m_{\perp 12}} \quad (2.16)$$

## 2.2. Análisis de velocidad

Una vez concluido el análisis de posición, se obtienen las ecuaciones que rigen la velocidad del mecanismo, esto al derivar las ecuaciones de posición (2.2) y (2.3) con respecto al tiempo y para así obtener las ecuaciones (2.17) y (2.18).

$$-L_2 \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 - L_3 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 + L_4 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 = 0 \quad (2.17)$$

$$L_2 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 + L_3 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2 - L_4 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3 = 0 \quad (2.18)$$

Donde  $\dot{\theta}_1$ ,  $\dot{\theta}_2$  y  $\dot{\theta}_3$  son las variables de la velocidad angular del mecanismo Hoecken.

Se procede a encontrar las ecuaciones correspondientes para las velocidades angulares. Se toma la ecuación (2.17) y se multiplica por  $\cos \theta_3$  y la ecuación (2.18) por  $\sin \theta_3$ , así sumando ambas ecuaciones para eliminar el término  $\dot{\theta}_3$ , se obtiene la ecuación (2.19).

$$\dot{\theta}_2 = \left[ \frac{L_2(\sin \theta_1 \cos \theta_3 - \cos \theta_1 \sin \theta_3)}{L_3(\cos \theta_2 \sin \theta_3 - \cos \theta_3 \sin \theta_2)} \right] \dot{\theta}_1 \quad (2.19)$$

Del mismo modo, se multiplica la ecuación (2.17) por  $\cos \theta_2$  y la ecuación (2.18) por  $\sin \theta_2$ , así, sumando ambas ecuaciones para eliminar el término  $\dot{\theta}_2$ , se obtiene la ecuación (2.20).

$$\dot{\theta}_3 = \left[ \frac{L_2(\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2)}{L_4(\cos \theta_2 \sin \theta_3 - \cos \theta_3 \sin \theta_2)} \right] \dot{\theta}_1 \quad (2.20)$$

La velocidad del punto de interés se obtiene con 2.21.

$$\bar{v}_{P/O} = (-L_2 \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 - 2L_3 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2) \hat{i} + (L_2 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 + 2L_3 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2) \hat{j} \quad (2.21)$$

### 2.3. Análisis de aceleración

Las ecuaciones de aceleración del mecanismo se obtienen de las ecuaciones de velocidad, al derivar las ecuaciones (2.17) y (2.18) con respecto al tiempo y por consiguiente se obtienen las ecuaciones (2.22) y (2.23).

$$\begin{aligned} -L_2(\sin \theta_1 \ddot{\theta}_1 + \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2) - L_3(\sin \theta_2 \ddot{\theta}_2 + \cos \theta_2 \dot{\theta}_2^2) + \\ L_4(\sin \theta_3 \ddot{\theta}_3 + \cos \theta_3 \dot{\theta}_3^2) = 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} L_2(\cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2) + L_3(\cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 - \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2) - \\ L_4(\cos \theta_3 \ddot{\theta}_3 - \sin \theta_3 \dot{\theta}_3^2) = 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Donde  $\ddot{\theta}_1$ ,  $\ddot{\theta}_2$  y  $\ddot{\theta}_3$  son las variables de la aceleración angular del mecanismo Hoecken. Para despejar las variables de aceleración angular, se multiplican las ecuaciones (2.22) por  $\cos \theta_3$  y (2.23) por  $\sin \theta_3$ , desarrollando ambas ecuaciones, como se muestra a continuación.

$$\begin{aligned} -L_2 \sin \theta_1 \cos \theta_3 \ddot{\theta}_1 - L_2 \cos \theta_1 \cos \theta_3 \dot{\theta}_1^2 - L_3 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \ddot{\theta}_2 - \\ L_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \dot{\theta}_2^2 + L_4 \sin \theta_3 \cos \theta_3 \ddot{\theta}_3 + L_4 \cos^2 \theta_3 \dot{\theta}_3^2 = 0 \\ L_2 \sin \theta_3 \cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - L_2 \sin \theta_1 \sin \theta_3 \dot{\theta}_1^2 + L_3 \sin \theta_3 \cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 - \\ L_3 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \dot{\theta}_2^2 - L_4 \sin \theta_3 \cos \theta_3 \ddot{\theta}_3 + L_4 \sin^2 \theta_3 \dot{\theta}_3^2 = 0 \end{aligned}$$

Ahora, se suman ambas ecuaciones para obtener:

$$\begin{aligned} L_2(\sin \theta_3 \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_3) \ddot{\theta}_1 - L_2(\cos \theta_1 \cos \theta_3 + \sin \theta_1 \sin \theta_3) \dot{\theta}_1^2 + \\ L_3(\sin \theta_3 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_3) \ddot{\theta}_2 - L_3(\cos \theta_2 \cos \theta_3 + \sin \theta_2 \sin \theta_3) \dot{\theta}_2^2 + L_4 \dot{\theta}_3^2 = 0 \end{aligned}$$

Despejando  $\ddot{\theta}_2$ .

$$\ddot{\theta}_2 =$$

$$\frac{L_2(\cos \theta_1 \cos \theta_3 + \sin \theta_1 \sin \theta_3)\dot{\theta}_1^2 + L_3(\cos \theta_2 \cos \theta_3 + \sin \theta_2 \sin \theta_3)\dot{\theta}_2^2 - L_2(\sin \theta_3 \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_3)\ddot{\theta}_1 - L_4\dot{\theta}_3^2}{L_3(\sin \theta_3 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_3)} \quad (2.24)$$

Repitiendo el mismo procedimiento anterior, multiplicando (2.22) por  $\cos \theta_2$  y (2.23) por  $\sin \theta_2$  para eliminar los términos en donde interviene  $\theta_2$ .

$$\begin{aligned} -L_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \ddot{\theta}_1 - L_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \dot{\theta}_1^2 - L_3 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 - \\ L_3 \cos^2 \theta_2 \dot{\theta}_2^2 + L_4 \sin \theta_3 \cos \theta_2 \ddot{\theta}_3 + L_4 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3^2 = 0 \\ L_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - L_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dot{\theta}_1^2 + L_3 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 - \\ L_3 \sin^2 \theta_2 \dot{\theta}_2^2 - L_4 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \ddot{\theta}_3 + L_4 \sin \theta_2 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3^2 = 0 \end{aligned}$$

Se procede a sumar ambas ecuaciones y así obtener:

$$\begin{aligned} L_2(\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_2)\ddot{\theta}_1 - L_2(\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2)\dot{\theta}_1^2 - L_3\dot{\theta}_2^2 + \\ L_4(\sin \theta_3 \cos \theta_2 - \cos \theta_3 \sin \theta_2)\ddot{\theta}_3 + L_4(\sin \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_2 \cos \theta_3)\dot{\theta}_3^2 = 0 \end{aligned}$$

Por último, se despeja  $\ddot{\theta}_3$ , como se muestra en la ecuación (2.25).

$$\ddot{\theta}_3 =$$

$$\frac{L_2(\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2)\dot{\theta}_1^2 - L_2(\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2)\ddot{\theta}_1 - L_4(\sin \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_2 \cos \theta_3)\dot{\theta}_3^2 + L_3\dot{\theta}_2^2}{L_4(\sin \theta_3 \cos \theta_2 - \cos \theta_3 \sin \theta_2)} \quad (2.25)$$

La aceleración del punto de interés se presenta en la ecuación (2.26).

$$\begin{aligned} \bar{a}_{P/O} = (-L_2[\sin \theta_1 \ddot{\theta}_1 + \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2] - 2L_3[\sin \theta_2 \ddot{\theta}_2 + \cos \theta_2 \dot{\theta}_2^2])\hat{i} + \\ (L_2[\cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2] + 2L_3[\cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 - \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2])\hat{j} \end{aligned} \quad (2.26)$$

# Capítulo 3

## Diseño de prototipo

En este capítulo se presenta el proceso de desarrollo de la máquina caminante basado en el mecanismo Hoecken, se emplea un software CAD para el desarrollo de un prototipo de una máquina caminante que cumpla con los objetivos planteados.

### 3.1. Modelos previos

Una vez que se han obtenido las ecuaciones cinemáticas del mecanismo, se realizó el modelado de los eslabones del mecanismo y de las piezas que conforman la máquina caminante, para llegar a la mejor propuesta, se tuvieron que realizar diversos bosquejos y versiones previas con el fin de mejorar el diseño y corregir los errores.

A lo largo de esta sección se mostrarán los modelos previos de la máquina caminante en cuestión.

#### 3.1.1. Primer diseño propuesto

En la Figura 3.1 podemos observar el primer modelo realizado como propuesta a la máquina caminante utilizando cuatro mecanismos Hoecken que hacen la función de definir la trayectoria de las piernas.

En la Figura 3.2 se muestra uno de los mecanismos Hoecken usado para la primer propuesta de diseño con la nomenclatura utilizada en el análisis cinemático.

En la Figura 3.3 se muestra la pieza que actúa como base de la máquina



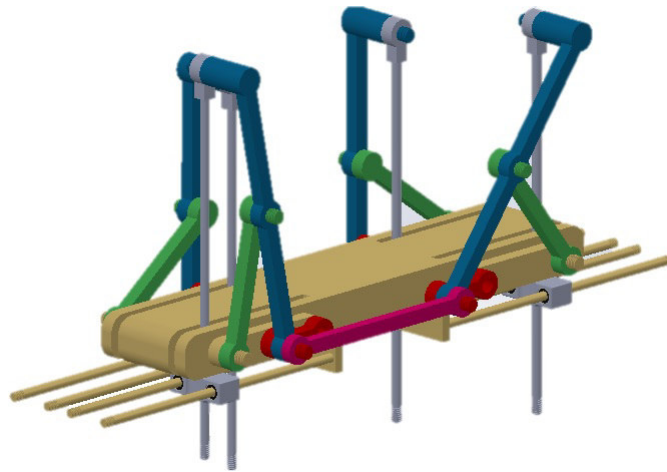


Figura 3.1. Primer diseño propuesto de máquina caminante.

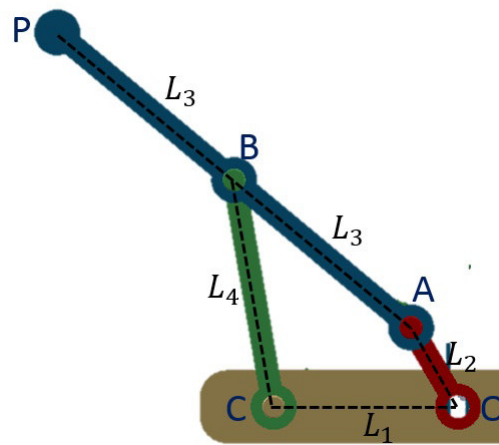
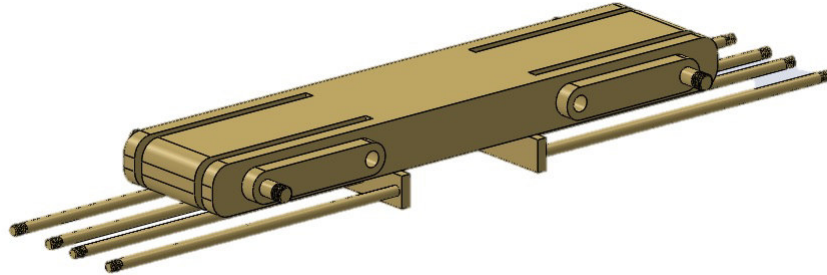


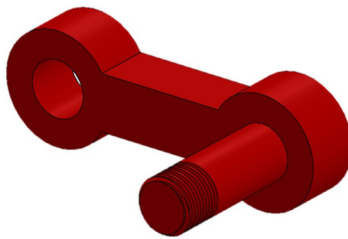
Figura 3.2. Mecanismo Hoecken usado en propuesta de diseño.

que cuenta con cuatro ranuras, las cuales permitirá el paso del eslabón de soporte (pierna) que genera el movimiento. Del mismo modo cuenta con soportes que actúan como el eslabón  $CO$  donde se sostendrán  $OA$  y  $CB$ . En la parte inferior de este se aprecian ocho rieles los cuales servirán como soporte para la pierna para que siga la trayectoria de manera correcta.

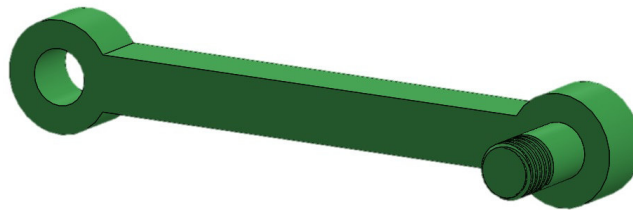


**Figura 3.3.** Base para primer propuesta de diseño.

Las Figuras 3.4 y 3.5 representan tanto la manivela  $OA$  y el balancín  $CB$  del mecanismo, la manivela tendrá varias transformaciones hasta su diseño final, y el balancín no tendrá cambios considerables.



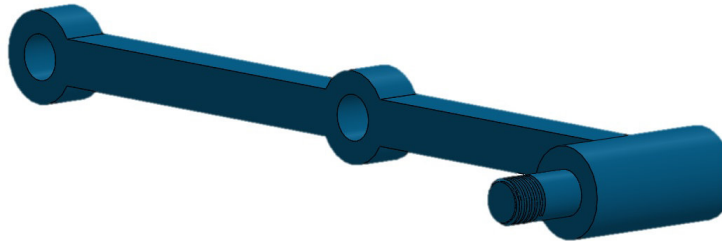
**Figura 3.4.** Pieza que representa la manivela del mecanismo.



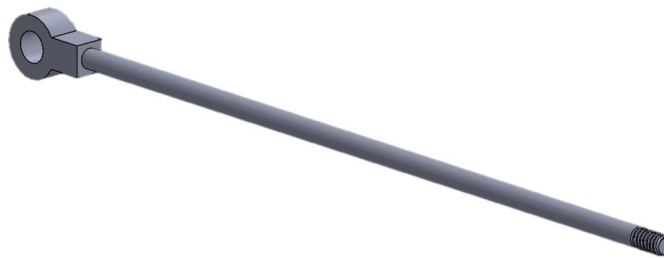
**Figura 3.5.** Balancín del mecanismo.

En las Figuras 3.6 y 3.7 se observan las piezas que representan a la biela y la pierna, elementos que conforman las piernas de la máquina caminante. Ambas piezas no presentarán cambios a lo largo de las posteriores modificaciones que se realizarán al prototipo, como se puede notar la biela cuenta con un barreno en la parte intermedia para la sujeción con el balancín.

Todas estas piezas cuentan con su respectivo tornillo para sujetarlos empleando tuercas.



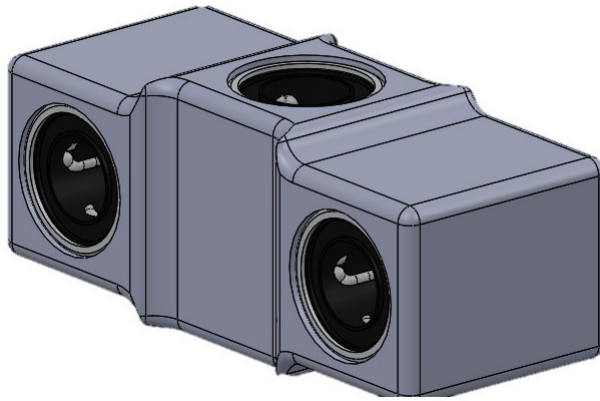
**Figura 3.6.** Biela dividida en dos secciones para sujetarse de la manivela y el balancín.



**Figura 3.7.** Pierna del mecanismo.

En la Figura 3.8 se realizó una doble corredera empleando tres rodamientos lineales, dos horizontales para los rieles de la base y uno vertical por el cual va a pasar la pierna y siga la trayectoria adecuadamente, con ello se asegura que la pierna siempre se encuentre en vertical.

Todo lo anterior forma parte del primer diseño realizado, en el cual, la máquina cumple su cometido, debido a que, la parte inferior de las piernas generan la trayectoria de línea recta y el arco correspondiente al mecanismo de Hoecken. Las próximas modificaciones que se realizarán simplemente son para mejorar el diseño de la máquina caminante, así como adaptar los motores y el tipo de transmisión de potencia de los motores hacia la manivela del mecanismo.



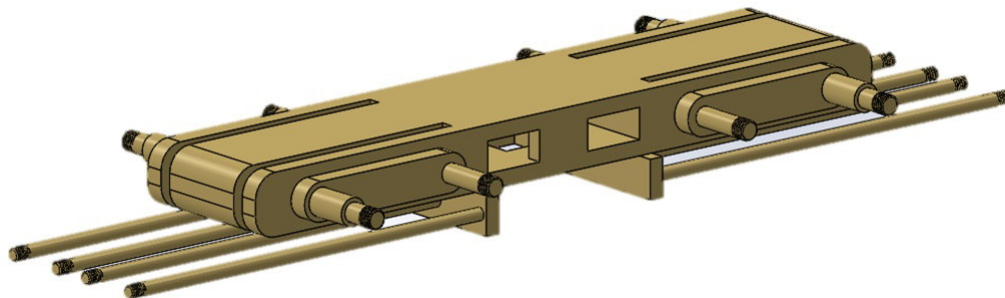
**Figura 3.8.** Doble corredera con rodamientos lineales.

### 3.1.2. Modificaciones al modelo

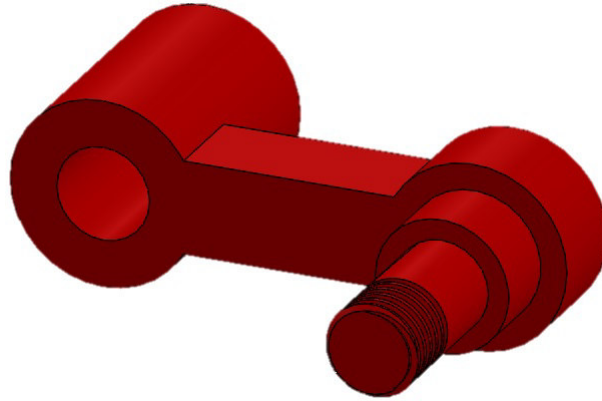
En este apartado se describirá de manera breve las modificaciones por las que atravesó el diseño de la máquina para llegar al prototipo final.

#### Segundo diseño

- Adaptación del cuerpo para la colocación de los servomotores (Figura 3.9).
- Se modificaron la manivela y el balancín con el fin de tener una mayor separación de los eslabones al cuerpo con el fin de evitar colisiones con los servomotores (Figura 3.10).



**Figura 3.9.** Base para la segunda propuesta de diseño.



**Figura 3.10.** Manivela modificada para la segunda propuesta.

### Tercer diseño

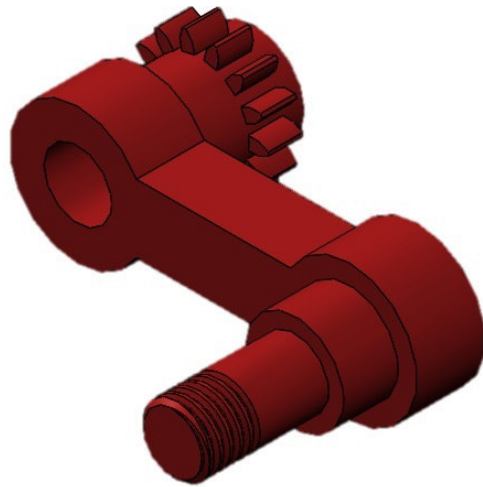
- Incorporación de un tren de engranes a cada servomotor para la transmisión del movimiento rotacional, uno de ellos fue incorporado a la manivela (Figura 3.11).
- Modificación a la base del mecanismo para la colocación de un soporte para el engrane intermedio del tren de engranes (Figura 3.12).
- En la Tabla 3.1 se describen las características principales de los engranes.

**Tabla 3.1.** Características de los engranes.

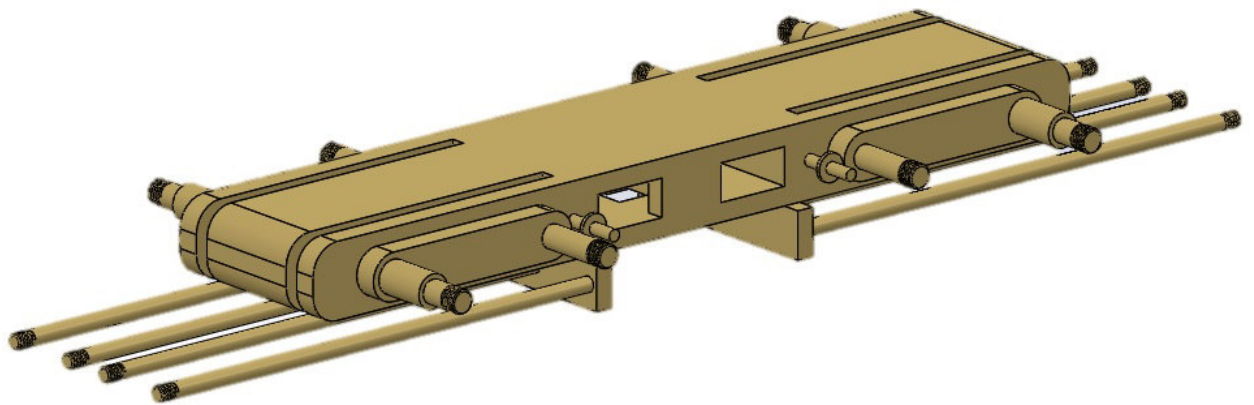
	<b>Engrane motor</b>	<b>Engrane central</b>	<b>Manivela dentada</b>
<b>∅ eje nominal</b>	1/4	1/4	1/2
<b>Número de dientes</b>	18	15	14
<b>Paso diametral</b>	16		
<b>Ancho de cara</b>	0.25 in		
<b>Ángulo de presión</b>	20		

### Cuarto diseño

- Se disminuyó la longitud y se dividió en dos partes la base para ajustarse a los parámetros de impresión.

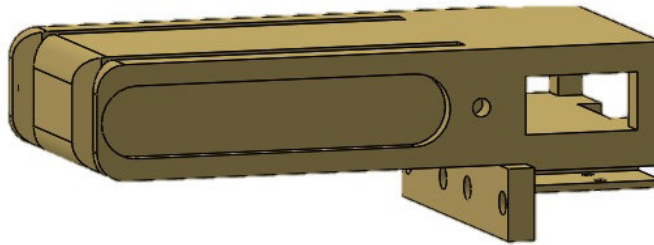


**Figura 3.11.** Manivela modificada con dientes.



**Figura 3.12.** Base para la tercera propuesta de diseño.

- Se dejaron los espacios correspondientes de los eslabones del mecanismo en la base para que estos se ensamblen aparte (Figura 3.13).
- Se agregó una pieza en la parte inferior entre ambas partes de la base con el fin de dar mayor firmeza y evitar que se separen (Figura 3.14).
- Se le realizó un chafflán a las ranuras por donde se mueven las piernas para evitar colisiones con el cuerpo.
- Se modificó la manivela para facilitar su impresión, esta misma se dividió en dos partes y se buscó la mejor manera para su ensamble (Figura 3.15).
- Se dividió en dos partes cada riel por donde deslizan los porta rodamientos lineales, con el fin de que sean una barra completa por cada riel, del mismo modo se desarrolló como tornillo para su ensamble (Figura 3.16).

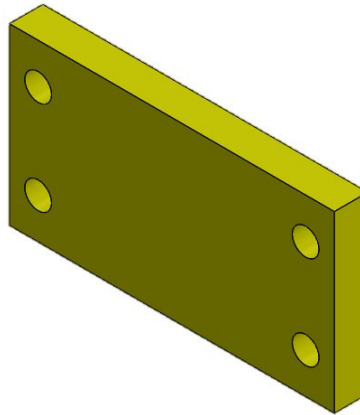


**Figura 3.13.** Base para la cuarta propuesta de diseño.

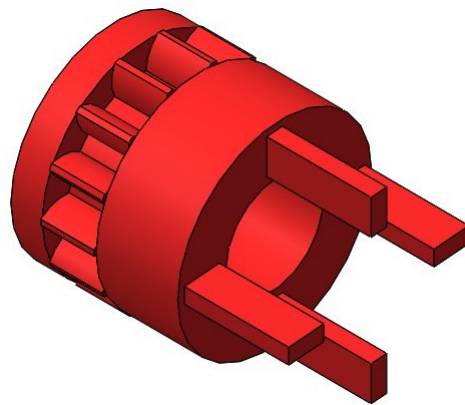
## 3.2. Diseño final

En la Figura 3.17 se muestra el modelo final de la máquina caminante en la cual se pueden observar cambios notorios, lo cuales se mostrarán a continuación.

En la Figura 3.18 se muestra la base del prototipo propuesto para la máquina caminante, la cual sus principales cambios fueron en la parte inferior, incrementando la superficie de contacto con los rieles, así mismo se le realizó un canal a un costado de los espacios destinados a los motores para que



**Figura 3.14.** Union de las dos partes de la base.

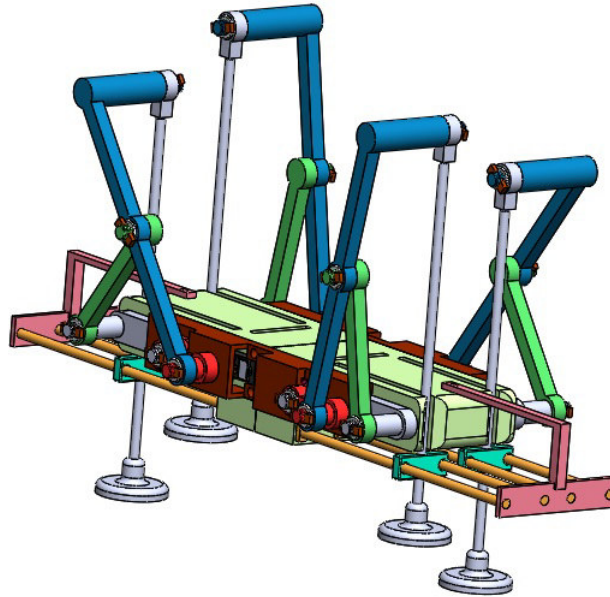


**Figura 3.15.** Engrane de manivela.



**Figura 3.16.** Riel para el soporte de los rodamientos lineales.





**Figura 3.17.** Diseño final propuesto.

puedan pasar por ese lugar el cableado hacia la ranura de salida por la parte superior.

Del mismo modo se modificó la forma del soporte para el engrane central de cada tren de engranes, el cambio se realizó para que tuviera una mayor área de contacto con la base y evitar algún movimiento no deseado, este soporte quedó como lo muestra la Figura 3.19.

Se realizó una pequeña modificación en los elementos de sujeción de los eslabones, en la Figura 3.20 se observan que a los componentes que cuentan con cuerda de tornillo se le realizó en esa sección una pequeña muesca de dimensiones de 8 x 4 (mm) que sirven para sujetar con una arandela y un perno, como se muestra en la Figura 3.21.

Como se comentó previamente, se modificó la parte inferior de la base para un mayor apoyo del riel, para evitar que el riel se divida en segmentos fue cambiado por una barra redonda de aluminio, la Figura 3.22 muestra la barra de aluminio utilizada en la construcción del prototipo.

Otra parte que se agregó al prototipo, es el soporte para las guías mostrado en la Figura 3.23, se emplea para sujeción de la parte más externa de las cuatro barras de aluminio para evitar que se flexionen.

Una modificación notable de este prototipo es la doble corredera que va

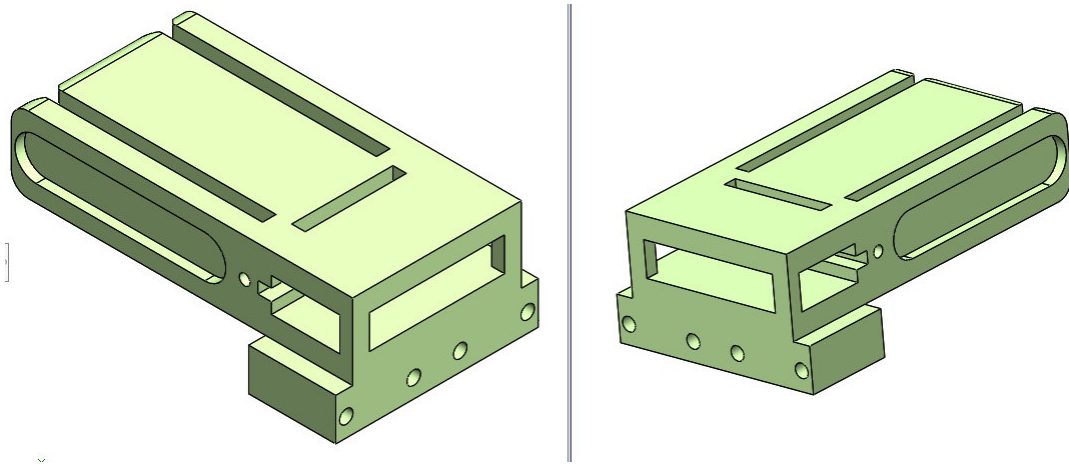


Figura 3.18. Base final.

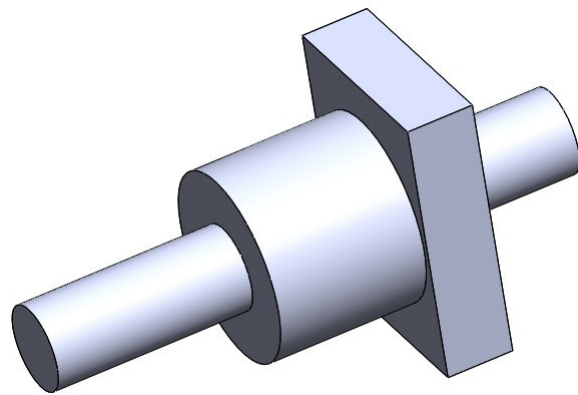
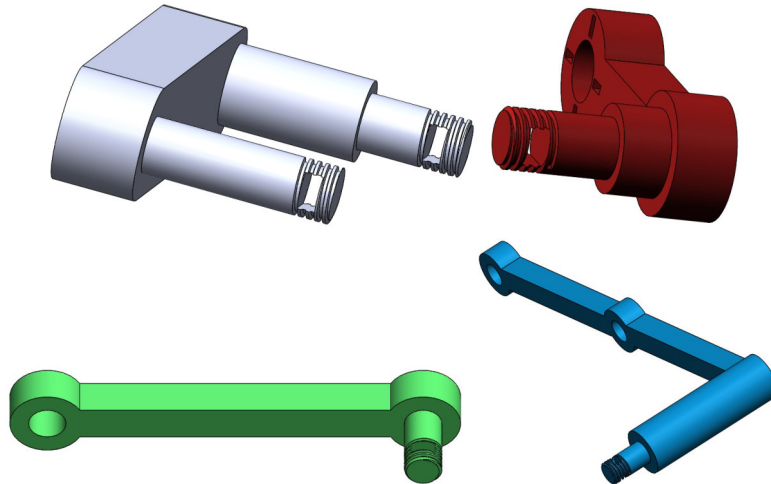
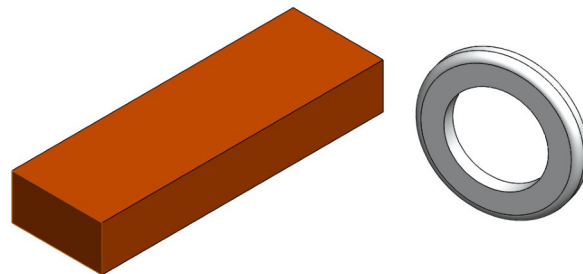


Figura 3.19. Sujeción de engrane intermedio final.



**Figura 3.20.** Muesca cuadrada realizadas a partes roscadas para colocación de pasador de sujeción.

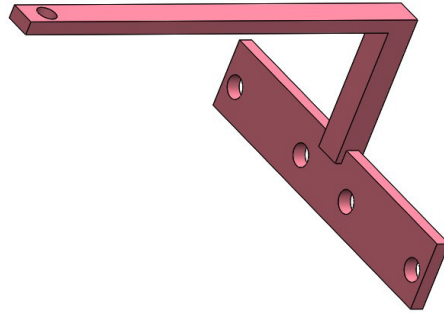


**Figura 3.21.** Pasador y arandela.

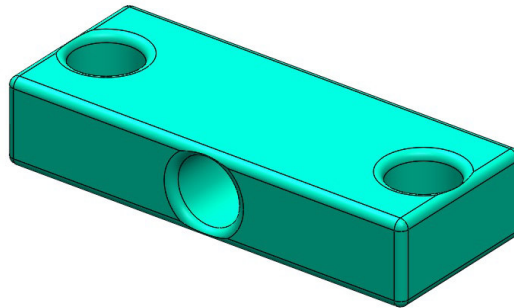


**Figura 3.22.** Representación de barra redonda de aluminio de 8 mm de diámetro.

unida a los rieles en horizontal y las piernas del mecanismo en vertical. Se retiraron los tres rodamientos lineales dejando solamente los agujeros de 8 mm para las piernas y los rieles, con ellos se consiguió reducir su tamaño como se muestra en la Figura 3.24.



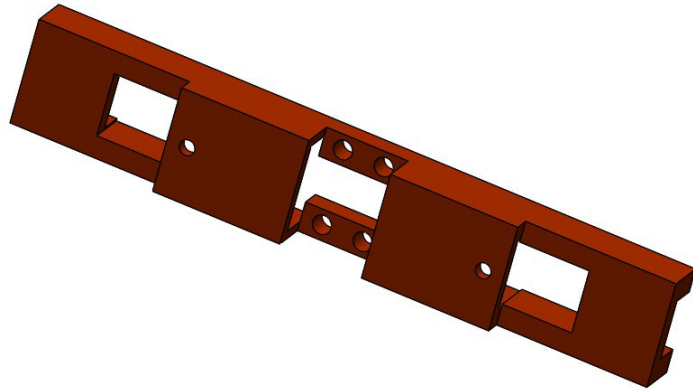
**Figura 3.23.** Soporte para las barras de aluminio en los extremos.



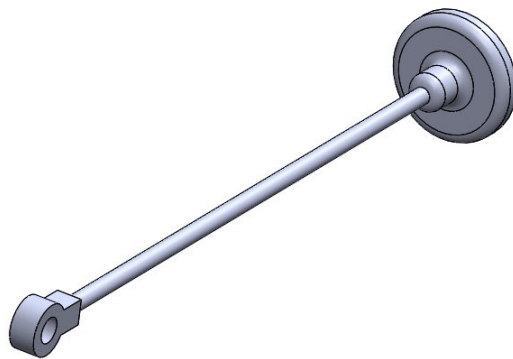
**Figura 3.24.** Guía de rieles y piernas.

También se creó la pieza mostrada en la Figura 3.25 con el fin de colocarse a los costados de las dos mitades de la base para fijar ambos componentes, así mismo, aparte de cumplir con la función de unir ambas mitades y dar rigidez a la máquina, tiene la finalidad de proteger a los motores y los engranes.

Finalmente, la última modificación que se realizó al prototipo fue realizado a las piernas, incrementando el área de apoyo con la superficie como se puede mostrar en la Figura 3.26.



**Figura 3.25.** Sujeción para las dos bases.



**Figura 3.26.** Pierna modificada para el prototipo final.

### 3.2.1. Simulación de la máquina

Con la simulación de movimiento de la máquina caminante, se observó el correcto movimiento de cada eslabón que lo compone, en la Figura 3.27 observamos que tanto en la parte superior del prototipo y en la parte inferior de sus piernas se realiza el recorrido esperado por el mecanismo de línea recta de Hoecken, demostrando así que no habría la necesidad de usar un pantógrafo (ver apéndice B).

Rutas de trazo en el punto de interés  
generadas por el mecanismo de Hoecken

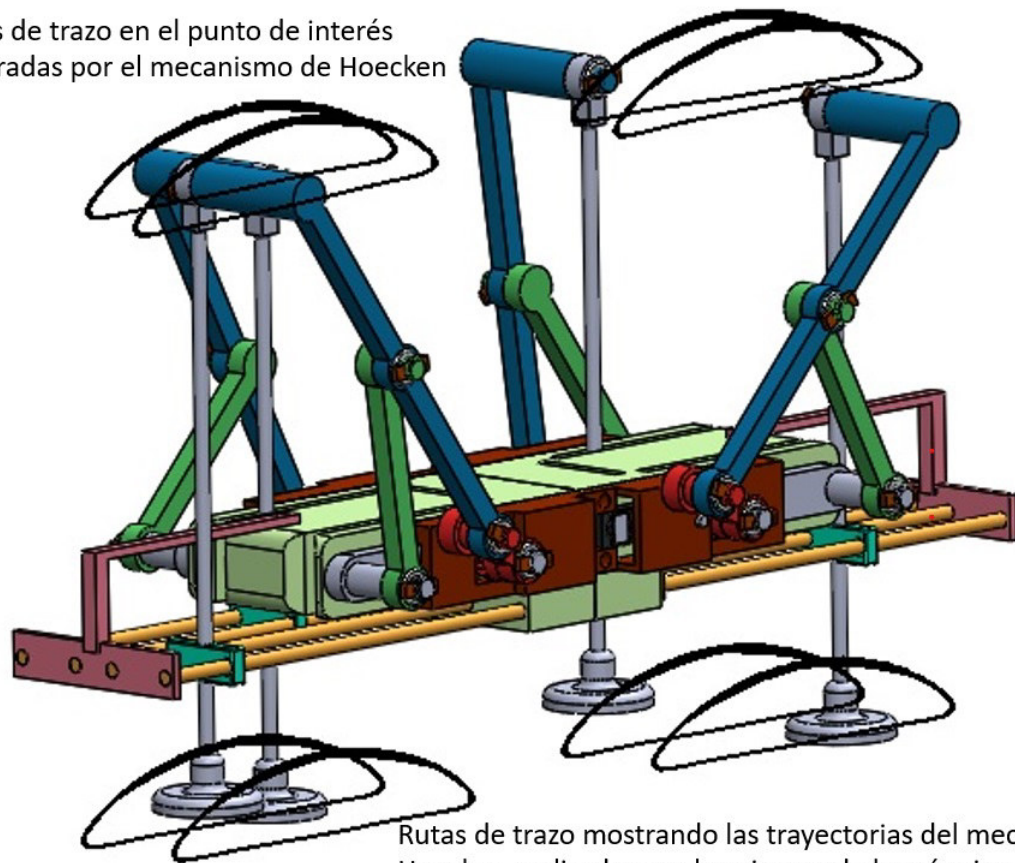


Figura 3.27. Rutas de trazo.

Uno de los criterios para determinar la estabilidad estática de una máquina caminante ideal, que se mueve a velocidad constante, en línea recta y sobre terreno horizontal y llano, lo propusieron McGhee y Frank en el año 1968. Lo que se denominó el método de proyección del centro de gravedad

(CG Projection Method), establece que una máquina caminante está en estado estáticamente estable si la proyección horizontal de su centro de gravedad (cdg) se encuentra dentro del polígono de apoyo, definido como el polígono convexo formado por los puntos de apoyo de la máquina [36].

Como se mencionó en la sección 3.2, se amplió el punto de apoyo del pie como lo muestra la Figura 3.26 y así el centro de gravedad de la máquina caminante se mantenga dentro (el centro de gravedad de este prototipo fue encontrado con ayuda del software de diseño), en la Figura 3.28 A) se generan dos polígonos, cuando las piernas *A* y *D* están apoyadas y las piernas *B* y *C* están en vuelo; en la Figura 3.28 B) las piernas *C* y *D* comenzarán su fase de vuelo mientras que las piernas *A* y *D* comienzan su fase de apoyo; en la Figura 3.28 C) vemos que las piernas *A* y *B* empieza su fase de vuelo y las piernas *C* y *D* comienzan su fase de apoyo. Vemos que en cada uno de los ejemplos los centros de masa de cada uno caen dentro de los polígonos de apoyo, por lo cual el mecanismo mantendrá su estabilidad.

Finalmente, puede observarse en la Figura 3.29, se realizó la simulación de la máquina en movimiento, agregando un piso por el cual la máquina se desplazará, con ello se dio uso de la gravedad en el sistema, se le colocaron sus relaciones de contacto entre cada pierna y el piso, al realizar la simulación se puede apreciar la trayectoria que describen a lo largo del movimiento cada una de sus piernas.

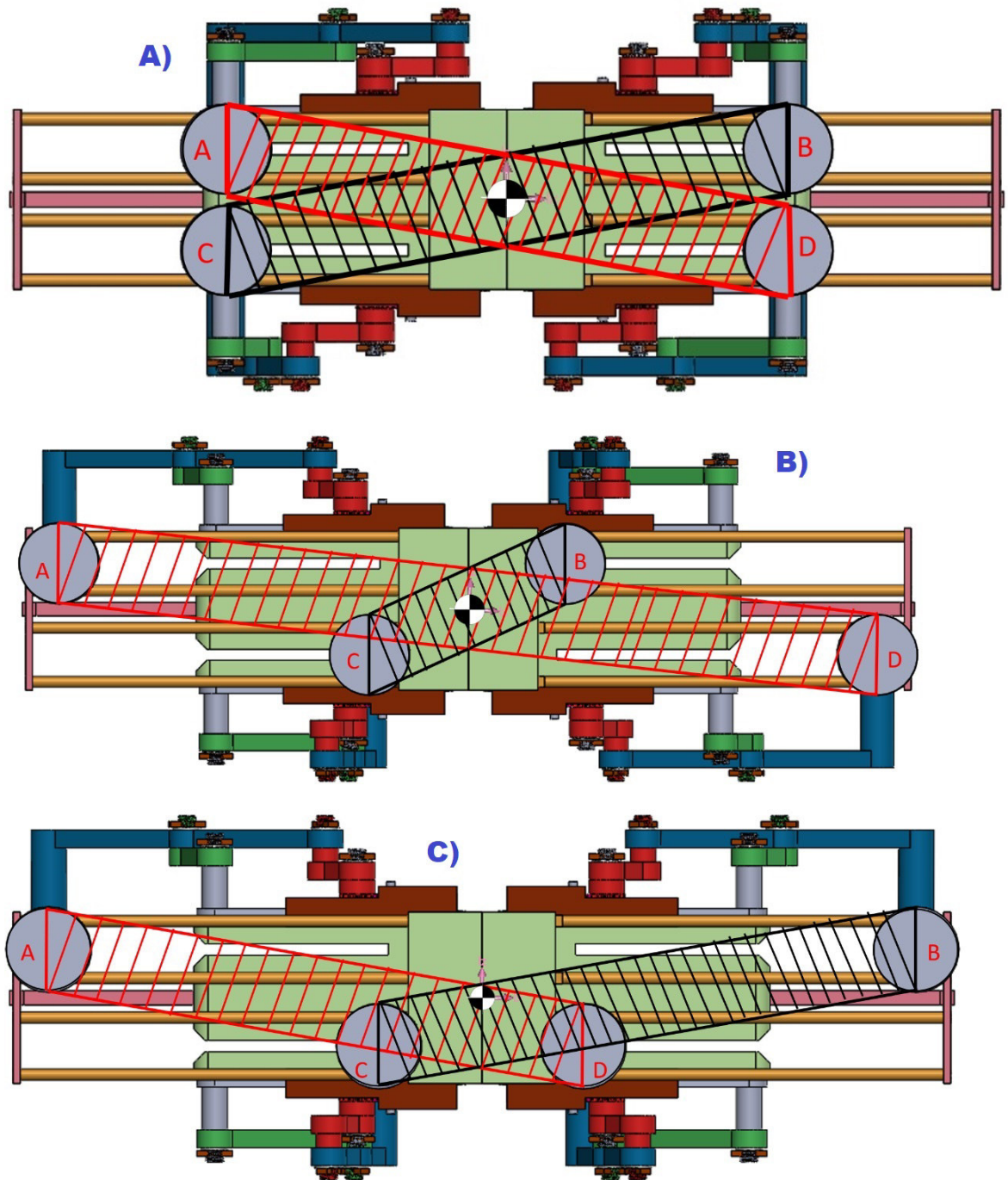


Figura 3.28. Centro de masa y polígonos de apoyo.



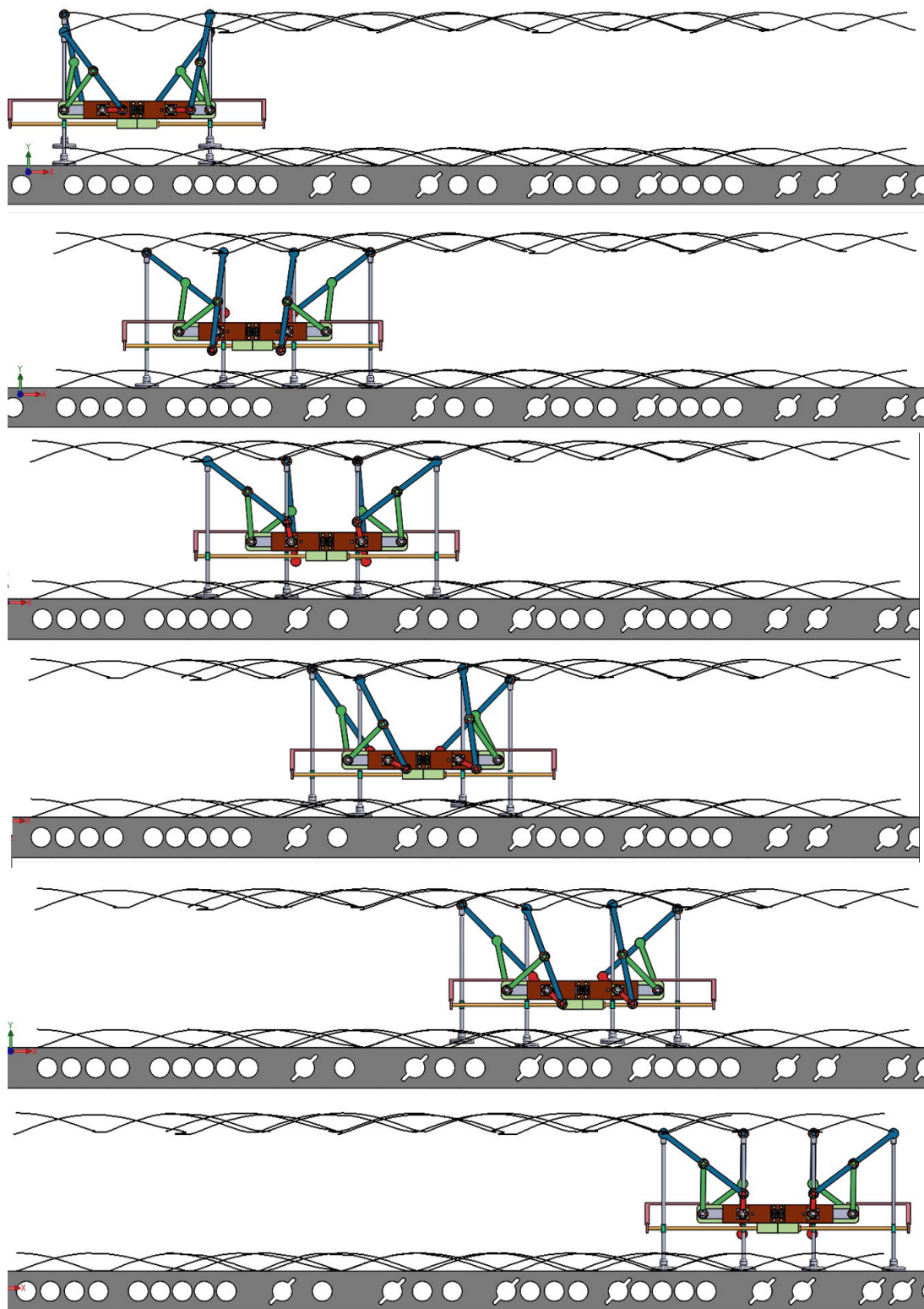


Figura 3.29. Máquina caminante en movimiento.

# Capítulo 4

## Análisis de resultados y conclusiones

Este capítulo se muestran los resultados obtenidos en la simulación de la máquina caminante propuesta, del mismo modo se presentan las conclusiones pertinentes tras el desarrollo de este trabajo.

### 4.1. Análisis de resultados

Para comprobar las ecuaciones cinemáticas del mecanismo Hoecken se desarrolló un código de Matlab (R), presentado en el apéndice A.1, como parte de la simulación en la Figura 4.1 se muestra la trayectoria descrita por el punto P.

En la Figura 4.2 se muestra la trayectoria que genera cada pie, mostrando a las coordenadas X y Y de la trayectoria descrita por el mecanismo de Hoecken. Se generó otro código con el fin de conocer el centro de rotación del segmento curvo de la trayectoria descrita por el mecanismo de Hoecken, empleando las ecuaciones descritas en la sección 2.1.1, el código desarrollado se encuentra en el apéndice A.2, con este análisis se encontró que la sección curva de la trayectoria no tiene un radio constante y las posiciones del centro de curvatura de este segmento se muestran en color naranja en la Figura 4.3.

Del mismo modo se realizó un análisis del tamaño de los obstáculos que puede ser capaz de esquivar al caminar, como se observa en la Figura 4.4.

Basados en el apéndice C podemos encontrar la relación de velocidades aplicada en la transmisión de potencia para el movimiento del mecanismo, en

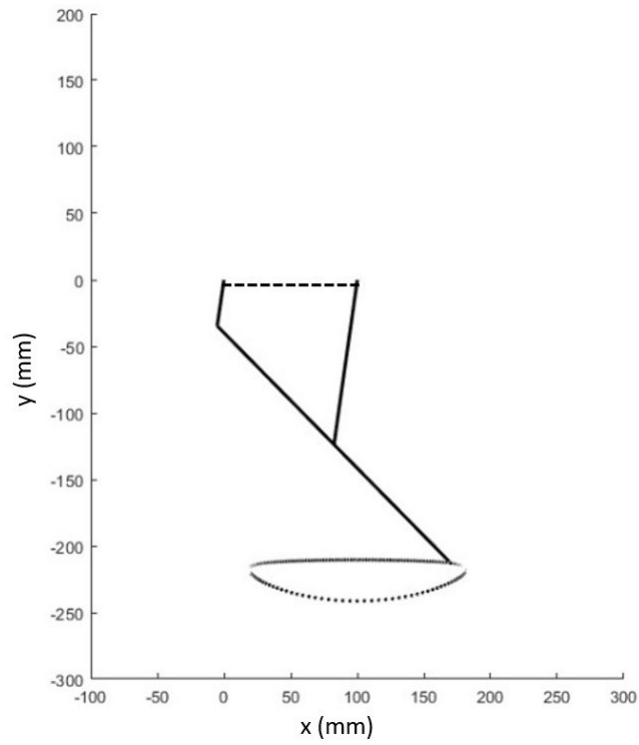


Figura 4.1. Simulación del movimiento en Matlab.

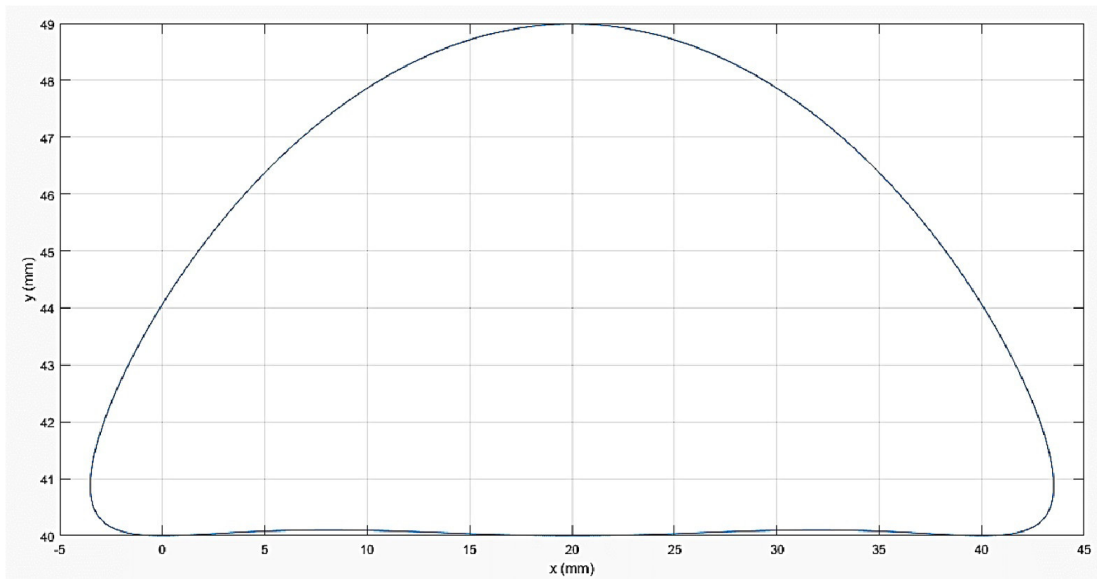


Figura 4.2. Trayectoria del punto P en Matlab.

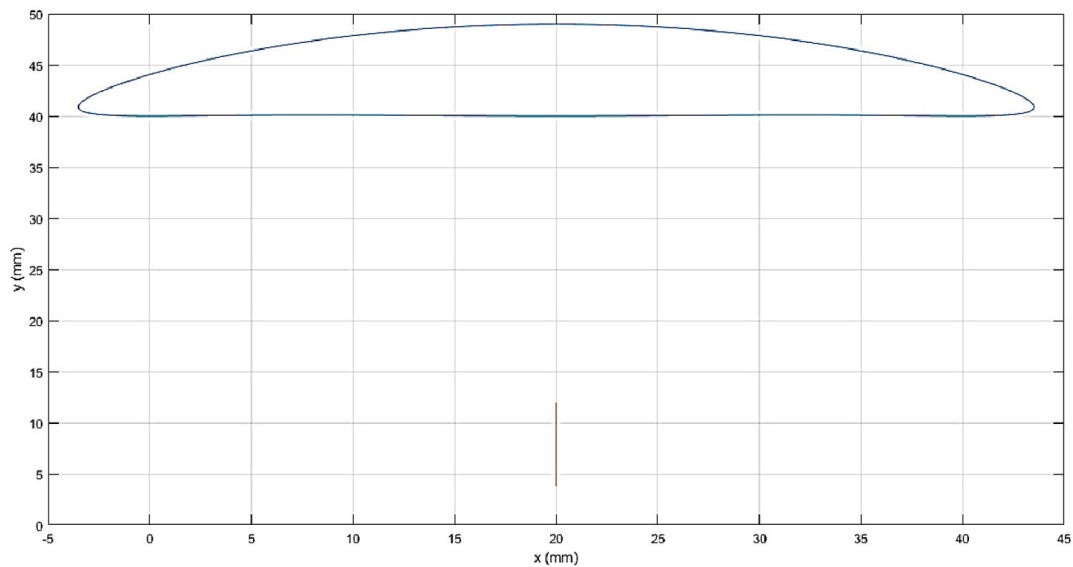


Figura 4.3. Ubicación centro de rotación.

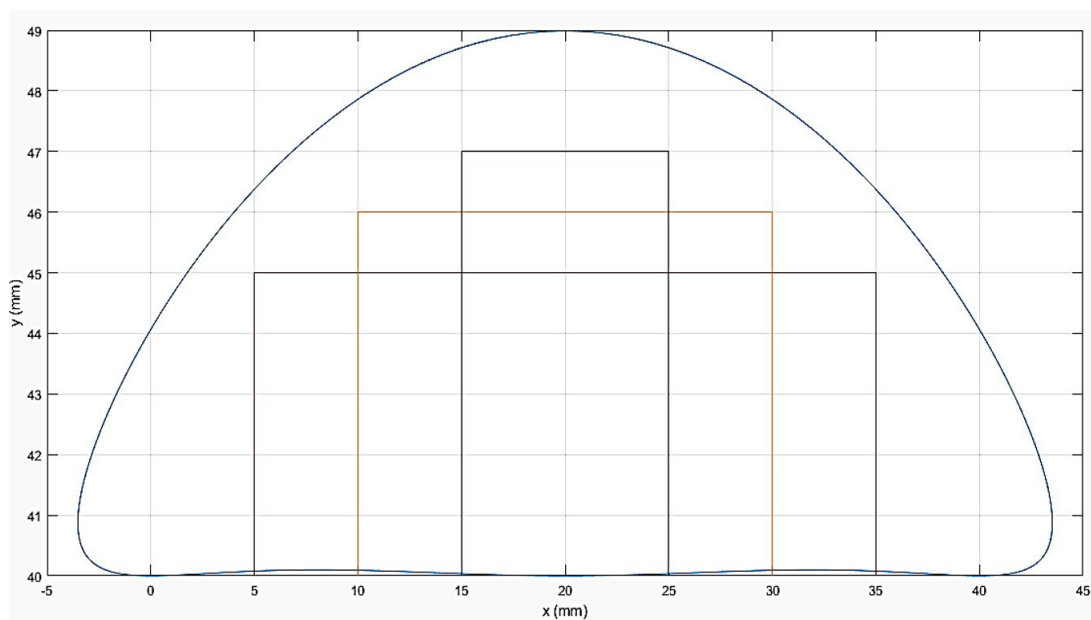


Figura 4.4. Posibles tamaños de objetos que pudiera esquivar.

el capítulo anterior se especificaron la tercia de engranes utilizados en el tren de engranes, sabemos que  $d_3 = 18$  dientes,  $d_2 = 15$  dientes y  $d_1 = 14$  dientes, así mismo, en esta primera simulación se mostrará el resultado del tren de engranes con una velocidad constante de  $\omega_3 = 50$  RPM. De la Figura 4.5 realizada en SolidWorks(R) con el fin de verificar las ecuaciones y resultados que aquí se muestran.

De la ecuación (C.2) tenemos la ecuación (4.1).

$$m_V = \left[-\frac{d_{ent}}{d_{sal}}\right] = \left[-\frac{d_3}{d_2}\right]\left[-\frac{d_2}{d_1}\right] = \left[-\frac{18}{15}\right]\left[-\frac{15}{14}\right] = \left[\frac{18}{14}\right] = \left[\frac{9}{7}\right] \quad (4.1)$$

Sustituyendo (4.1) en (C.1) obtenemos:

$$m_V = \left[\frac{\omega_{sal}}{\omega_{ent}}\right] \rightarrow m_V = \frac{\omega_3}{\omega_1} \rightarrow \left[\frac{9}{7}\right] = \frac{\omega_3}{50RPM}$$

Despejando  $\omega_3$ :

$$\omega_3 = \left(\frac{9}{7}\right) * 50RPM \rightarrow \omega_3 = 64.286RPM$$

Convirtiendo a deg/seg :

$$1RPM = 6\frac{deg}{s} \rightarrow \omega_1 = 300\frac{deg}{s}$$

&

$$\omega_3 = 385.714\frac{deg}{s}$$

Con ayuda de SolidWorks(R) procedemos a realizar la simulación del tren de engranes mostrado en la Figura 4.5, demostrando así, como puede notarse en la Figura 4.6 ambas velocidades angulares se mantienen constantes, dando como resultado para  $\omega_1 = 300 \frac{deg}{s}$  y para  $\omega_3 = 385.714 \frac{deg}{s}$  demostrando que para una velocidad constante la transferencia es la esperada.

Ahora bien, modificamos los motores con el fin de utilizar el perfil polinomial 3-4-5 como se puede observar en la Figura 4.7, las cuales se muestran en tres gráficas el comportamiento del perfil polinomial, en ellas se encuentran su desplazamiento en grados, velocidad en grados sobre segundos y aceleración en grados sobre segundo cuadrado, todas ellas respecto al tiempo.

Una vez establecido el perfil de velocidad que el motor realizará, procedemos a aplicarlo al tren de engranes, como podemos ver en la Figura 4.8 en

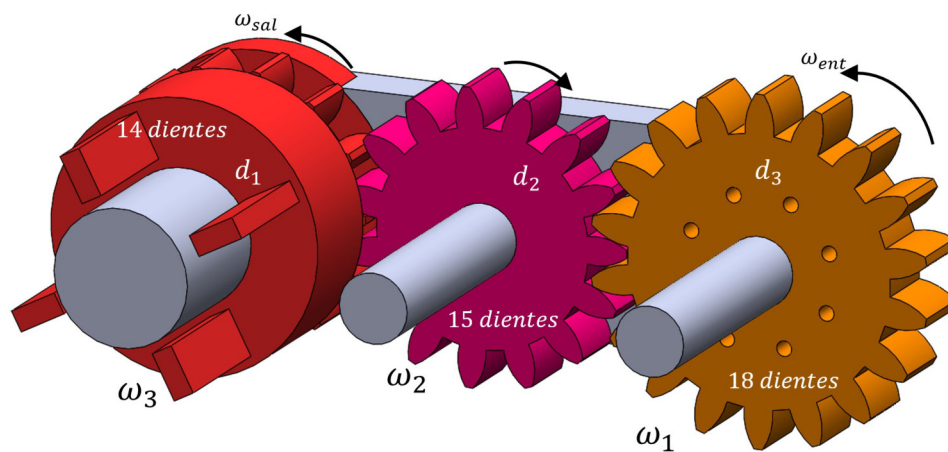


Figura 4.5. Tren de engranes de máquina caminante.

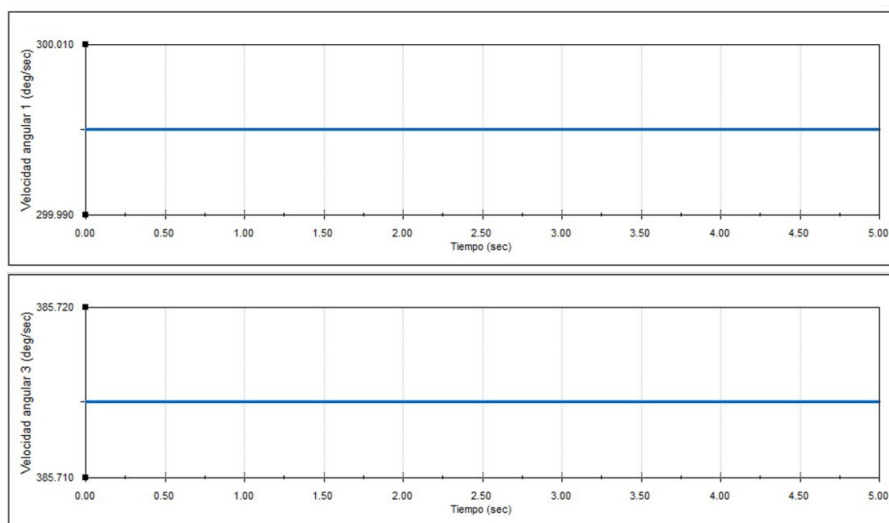


Figura 4.6. Velocidades angulares.  $\omega_1$  (superior) y  $\omega_3$  (inferior).

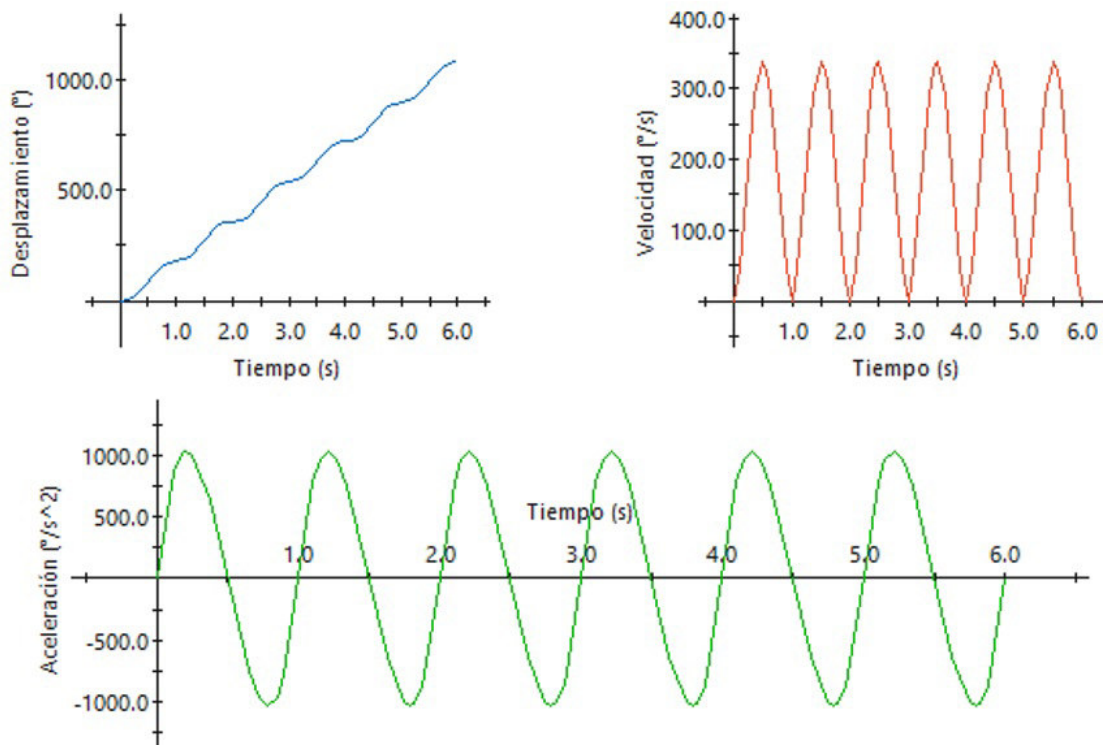
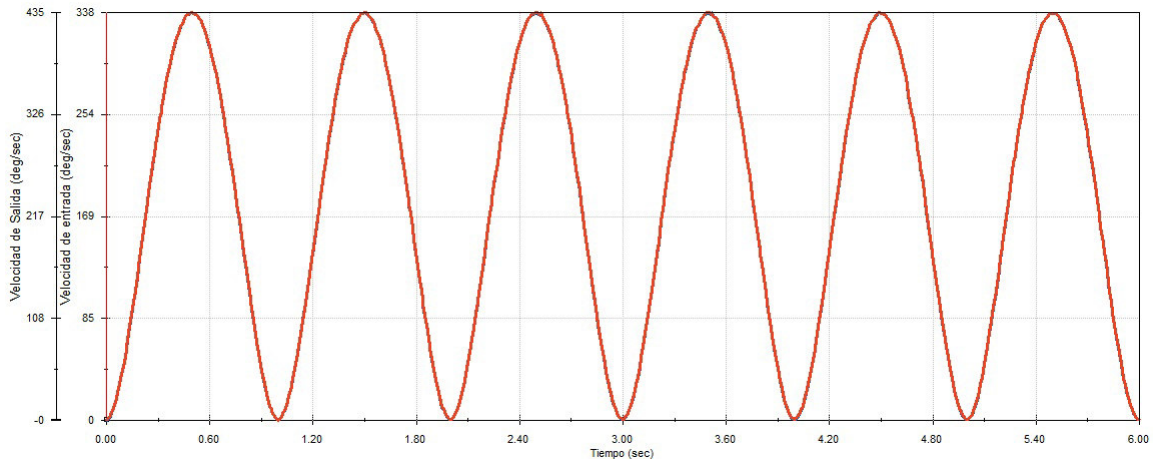


Figura 4.7. Perfil polinomial 3-4-5 de  $\omega_1$ .

la primera columna de la izquierda que representa a  $\omega_1$  considerando el valor más alto que es de  $338 \frac{deg}{s}$  y con ello obtenemos  $\omega_3$  como:

$$\omega_3 = \left(\frac{9}{7}\right) * 338 \frac{deg}{s} \rightarrow \omega_3 = 434.57 \frac{deg}{s}$$

Obteniendo así un resultado esperado como lo muestra la Figura 4.8 en la segunda columna que representa a  $\omega_3$ .



**Figura 4.8.** Velocidades angulares con polinomio 3-4-5.

Con la Figura 4.9 se puede comparar y verificar los resultados obtenidos con Matlab(R), como se puede notar dicha figura en la gráfica de velocidad en su punto máximo se obtiene un valor de  $337.5 \text{ deg/seg}$  que comparando con la gráfica de la Figura 4.8 se obtiene el mismo valor para la velocidad angular. En el apéndice A.3 se encuentra el código utilizado para la generación de las gráficas de este perfil.

Después de haber realizado el análisis anterior, se prosigue en comprobar la velocidad y aceleración lineal con la que cuenta el punto de interés  $P$ , en las gráficas de la Figura 4.10 se observa tanto el comportamiento en velocidad y aceleración lineal del punto  $P$  del mecanismo de Hoecken obtenidas con SolidWorks(R), en la Figura 4.11, se muestran las gráficas de posición, velocidad y aceleración lineal obtenidas mediante la generación de código de Matlab(R) (Apéndice A.4). Comparando ambas figuras se aprecia claramente que tienen el mismo comportamiento con el perfil polinomial 3-4-5 codificado al perfil preestablecido por SolidWorks(R), al analizarlas y compararlas, se



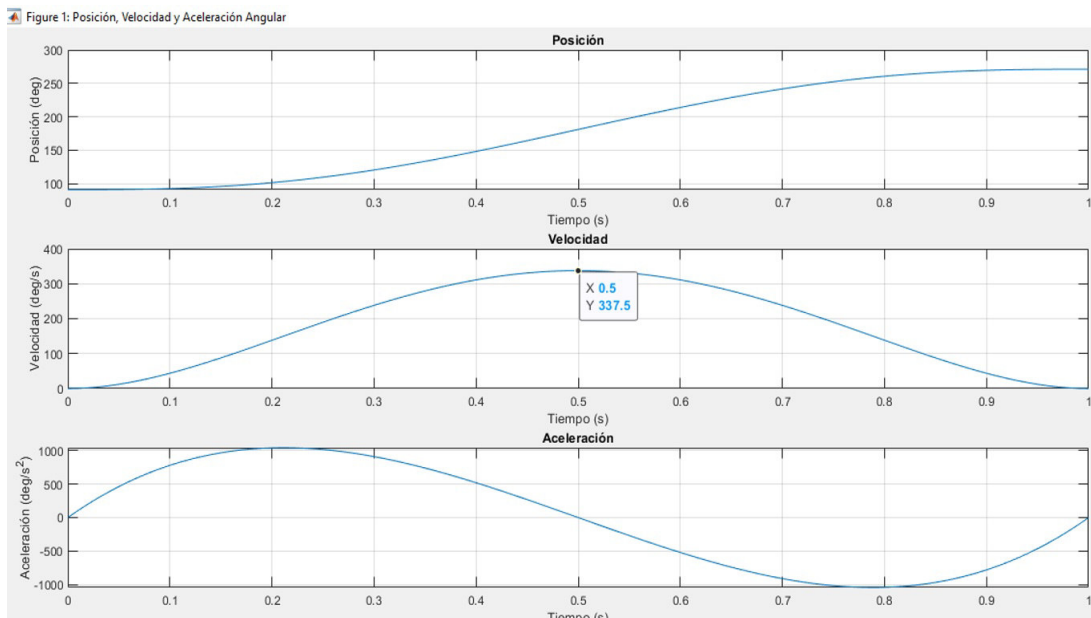


Figura 4.9. Gráficas de perfil polinomial 3-4-5.

puede observar que el valor máximo de velocidad y aceleración que alcanza en la Figura 4.10 es de  $262 \text{ mm/seg}$  y  $2204 \text{ mm/s}^2$  respectivamente, por otro lado, de las gráficas generadas por el código (Figura 4.11) se puede observar que nuestros valores máximos obtenidos de esta manera para velocidad y aceleración son de  $297.46 \text{ mm/seg}$  y  $2677 \text{ mm/s}^2$  respectivamente.

Con ello, tras esta comparación, se aprecia que la generación de un código para el perfil polinomial resultó de ayuda debido a que con esto, se obtuvieron los valores de  $\theta_1$ ,  $\dot{\theta}_1$  y  $\ddot{\theta}_1$  que eran necesarias para la resolución de ecuaciones (2.19), (2.20), (2.24) y (2.25) y al compararlas con los resultados de SolidWorks (R), se aprecia que el desarrollo de las ecuaciones del capítulo 2 fue el correcto, obteniendo estos resultados satisfactorios.

En el URL a continuación, mostraré un video de la simulación del prototipo de la máquina caminante en movimiento:

[https://ugtomx-my.sharepoint.com/:v:/g/personal/da\\_nunez\\_ugto\\_mx/EYLbVMx\\_muBJoSLD2GconIQBjXxZaKj88j5Sbn73jzfwPg?e=cuztq1](https://ugtomx-my.sharepoint.com/:v:/g/personal/da_nunez_ugto_mx/EYLbVMx_muBJoSLD2GconIQBjXxZaKj88j5Sbn73jzfwPg?e=cuztq1).

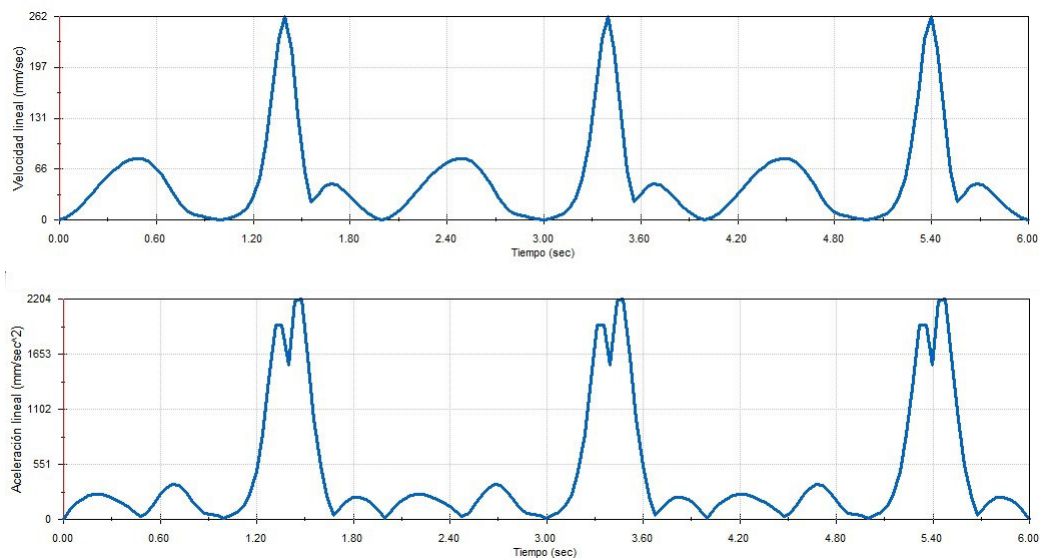


Figura 4.10. Gráficas del punto P generadas en SolidWorks.

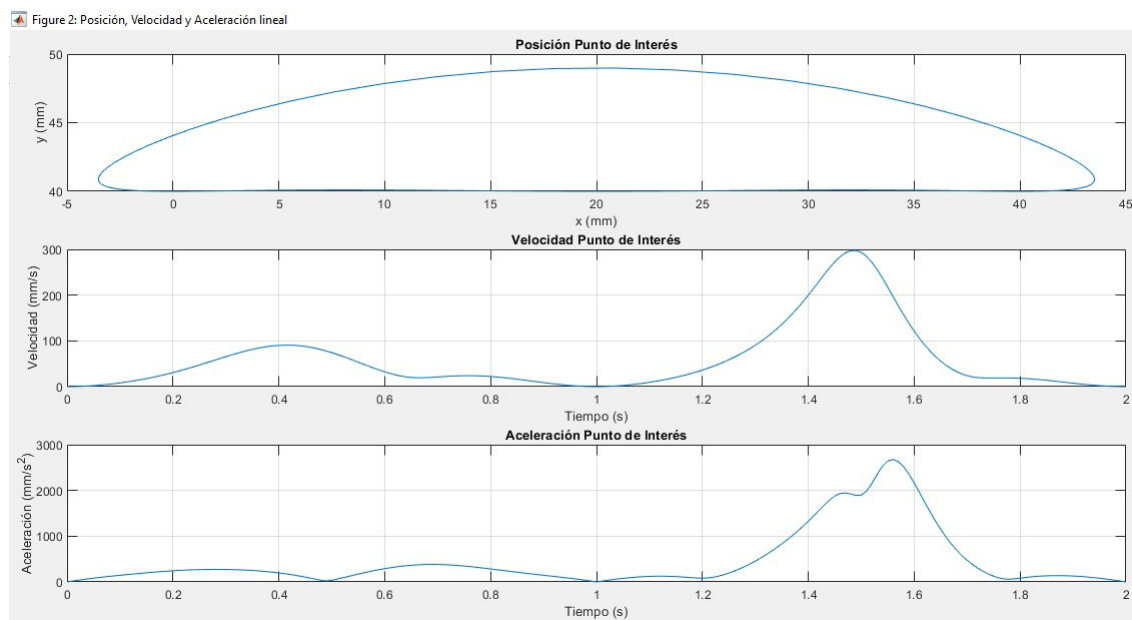


Figura 4.11. Gráficas del punto P generadas en Matlab.

## 4.2. Conclusiones

Después de analizar diversos mecanismos de línea recta, se optó por escoger al mecanismo Hoecken como base para la unidad de propulsión, este cuenta con ventajas como su facilidad de trabajar con cualquier motor debido a que cumple con la ley de Grashof, así como ser un mecanismo de cuatro barras simples articuladas con su capacidad de generar trayectorias de arcos y rectas.

Se desarrolló la cinemática del mecanismo de Hoecken, la cual permitió conocer las ecuaciones que rigen al mecanismo para la posición, la velocidad y la aceleración de los eslabones y del punto de interés, es el que describe la trayectoria recta y curva correspondiente al mecanismo Hoecken.

El desarrollo del prototipo de la máquina caminante, sufrió varios cambios importantes con el fin de mejorar puntos específicos, con los cambios se mejoró el punto de apoyo de la pierna, se le agregó una estructura para dar más soporte y rigidez a la base, se agregó un soporte con el cual sujetar los extremos de las barras de aluminio, la guía para los rieles y piernas sufrieron modificaciones para reducir su tamaño y se le colocó una estructura de sujeción para ambas bases, la cual también protege a sus unidades de propulsión.

La simulación de toda la máquina caminante permitió observar las trayectorias que describen cada unidad de propulsión y revisar su correcto funcionamiento, los resultados obtenidos en la simulación fueron satisfactorios, ya comparados para su validación en SolidWorks(R) y en Matlab(R).

El presente trabajo servirá como base y plataforma para futuras investigaciones en el tema, ya que aún hay una amplia área de mejora a la máquina, en este momento puede moverse solo en líneas rectas, pero posteriormente puede conseguirse las modificaciones para que pudiera girar.

Es posible construir esta máquina caminante mediante manufactura aditiva que permite producir geometrías complejas, así como modificar las piezas de último minuto ya que no requieren de herramientas o moldes especiales.

# Apéndice A

## Códigos de Matlab

En este apéndice se muestran los códigos utilizados para el desarrollo de la simulación y resultados de la máquina caminante, también dentro de estos se encuentra una sección de código que busca el centro de rotación de la parte curva del mecanismo en estudio.

Estos códigos pueden ser consultados en el enlace a continuación.

<https://github.com/SaulRgz/C-digos-Hoecken-Tesis.git>

### A.1. Código para simular movimiento del mecanismo

```
1 close all
2 clear all
3 clc
4 r1=100; r2=35 ;r3=125 ;r4=125; BP =125;
5 A = [0,0];
6 D = [r1,0];
7 axis(gca,'equal');
8 axis([-100,300,-300,200]);
9 w2=(2*pi)/3;
10 for t=1:500;
11 theta2=w2*(t/50);
12 rac=sqrt(r1.^2+r2.^2-(2*r1*r2*cos(theta2)));
13 thetae = asin((-r2*sin(theta2))/(rac));
14 theta4 = (-acos((r3.^2-rac.^2-r4.^2)/(2*rac*r4))+ thetae);
15 theta3 = asin((r4*sin(theta4)-r2*sin(theta2))/r3);
```

```

16 B = [r1+(r4*cos(theta4))-(r3*cos(theta3)),(r4*sin(theta4))-(r3*
      sin(theta3))];
17 C = [r1+(r4*cos(theta4)),r4*sin(theta4)];
18 P = [r1+(r4*cos(theta4))+(BP*cos(theta3)),r4*sin(theta4)+(BP*
      sin(theta3))];
19 l2_line=line([A(1),B(1)],[A(2),B(2)],'LineWidth',2,'Color','k');
20 l3_line=line([B(1),C(1)],[B(2),C(2)],'LineWidth',2,'Color','k');
21 l4_line=line([C(1),D(1)],[C(2),D(2)],'LineWidth',2,'Color','k');
22 l5_line=line([C(1),P(1)],[C(2),P(2)],'LineWidth',2,'Color','k');
23 %Trayectoria
24 p_traj=viscircles(P,0.1,'Color','k');
25 pause(0.001);
26 delete(l2_line);
27 delete(l3_line);
28 delete(l4_line);
29 delete(l5_line);
30 end

```

## A.2. Código para trayectoria y centro de rotación

```

1
2 clear
3 clc
4 th1=0; th2=0; th3=0;
5 L1=20; L2=10; L3=50/2; L4=25;
6 Px=zeros(360,1); Py=zeros(360,1);
7 Xc1=zeros(60,1); Yc1=zeros(60,1);
8 Xc2=zeros(60,1); Yc2=zeros(60,1);
9 Xcr=zeros(60,1); Ycr=zeros(60,1);
10 for i=1:181
11     th1=i-1;
12     e= sqrt((L1*L1)+(L2*L2)-2*L1*L2*cosd(th1));
13     alfa= acosd(((L3*L3)+(e*e)-(L4*L4))/(2*L3*e));
14     miu= acosd(((e*e)+(L1*L1)-(L2*L2))/(2*L1*e));
15     beta= acosd(((e*e)+(L4*L4)-(L3*L3))/(2*e*L4));
16     gamma= acosd(((L3*L3)+(L4*L4)-(e*e))/(2*L3*L4));
17     th2=alfa-miu;
18     th3=180-miu-beta;
19     Px(i)= L2*cosd(th1)+2*L3*cosd(th2);
20     Py(i)= (L2*sind(th1)+2*L3*sind(th2));
21 end

```

```

22 for i=182:361
23     th1=i-1;
24     e=      sqrt((L1*L1)+(L2*L2)-2*L1*L2*cosd(th1));
25     alfa=   acosd(((L3*L3)+(e*e)-(L4*L4))/(2*L3*e));
26     miu=    acosd(((e*e)+(L1*L1)-(L2*L2))/(2*L1*e));
27     beta=   acosd(((e*e)+(L4*L4)-(L3*L3))/(2*e*L4));
28     gamma=  acosd(((L3*L3)+(L4*L4)-(e*e))/(2*L3*L4));
29     th2=alfa+miu;
30     th3=180+miu-beta;
31     Px(i)=  L2*cosd(th1)+2*L3*cosd(th2);
32     Py(i)=  (L2*sind(th1)+2*L3*sind(th2));
33 end
34 P=[Px Py];
35 plot(Px,Py);
36 hold on
37 grid on
38 X2=Px(1); Y2=Py(1);
39 j=1;
40 for i=2:61
41     XC1(j)=Px(i);
42     YC1(j)=Py(i);
43     j=j+1;
44 end
45 j=1;
46 for i=360:-1:301
47     XC2(j)=Px(i);
48     YC2(j)=Py(i);
49     j=j+1;
50 end
51 j=1;
52 for i=1:60
53     X1=XC2(i); X3=XC1(i);
54     Y1=YC2(i); Y3=YC1(i);
55     M12=(Y2-Y1)/(X2-X1);
56     M23=(Y2-Y3)/(X2-X3);
57     PmX12=(X2+X1)/2;
58     PmX23=(X2+X3)/2;
59     PmY23=(Y2+Y3)/2;
60     PmY12=(Y1+Y2)/2;
61     Mp12=(-1/M12);
62     Mp23=(-1/M23);
63     Xcr(j)=((Mp23*PmX23)-(Mp12*PmX12)-PmY23+PmY12)/(Mp23-Mp12);
64     Ycr(j)=Mp23*(Xcr(j)-PmX23)+PmY23;
65     j=j+1;
66 end

```

```

67 CR=[Xcr, Ycr];
68 plot(Xcr, Ycr);

```

### A.3. Código para gráficas del perfil polinomial

Es esta sección se presentan las ecuaciones de quinto grado empleadas para obtener las gráficas de posición, velocidad y aceleración angular, partimos de las ecuaciones (A.1), (A.2) y (A.3) para perfil polinomial 3-4-5.

$$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 + 5a_5t^4 \quad (\text{A.2})$$

$$\ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3t + 12a_4t^2 + 20a_5t^3 \quad (\text{A.3})$$

Una vez definidas las ecuaciones, establecemos los valores de frontera iniciales, las cuales establecemos como  $t=0$  seg,  $\theta(t) = 91^\circ$ ,  $\dot{\theta} = 0$ ,  $\ddot{\theta} = 0$

Sustituimos los valores de frontera en las ecuaciones (A.1), (A.2) y (A.3) para obtener los primeros coeficientes que desconocemos como se aprecia a continuación.

$$91 = a_0 + a_1(0) + a_2(0)^2 + a_3(0)^3 + a_4(0)^4 + a_5(0)^5$$

$$a_0 = 91$$

$$0 = a_1 + 2a_2(0) + 3a_3(0)^2 + 4a_4(0)^3 + 5a_5(0)^4$$

$$a_1 = 0$$

$$0 = 2a_2 + 6a_3(0) + 12a_4(0)^2 + 20a_5(0)^3$$

$$a_2 = 0$$

Una vez obtenidos los coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  pueden ser utilizados para sustituirlas en las ecuaciones (A.1), (A.2) y (A.3) junto con los valores de frontera finales los cuales son  $t=1$  seg,  $\theta(t) = 271^\circ$ ,  $\dot{\theta} = 0$ ,  $\ddot{\theta} = 0$  y obtener los coeficientes faltantes.

$$271 = 91 + a_3(1)^3 + a_4(1)^4 + a_5(1)^5$$

$$0 = 3a_3(1)^2 + 4a_4(1)^3 + 5a_5(1)^4$$

$$0 = 6a_3(1) + 12a_4(1)^2 + 20a_5(1)^3$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = 180$$

$$3a_3 + 4a_4 + 5a_5 = 0$$

$$6a_3 + 12a_4 + 20a_5 = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones.  $a_3 = 1800$ ,  $a_4 = -2700$ ,  $a_5 = 1080$ . Una vez obtenidos todos los coeficientes involucrados en las ecuaciones del perfil polinomial 3-4-5 pueden ser sustituidas en las ecuaciones iniciales para así obtener las ecuaciones (A.4), (A.5) y (A.6) empleadas para el código y así obtener sus gráficas características.

$$\theta(t) = 91 + 1800t^3 - 2700t^4 + 1080t^5 \quad (\text{A.4})$$

$$\dot{\theta}(t) = 5400t^2 - 10800t^3 + 5400t^4 \quad (\text{A.5})$$

$$\ddot{\theta}(t) = 10800t - 32400t^2 + 21600t^3 \quad (\text{A.6})$$

Con las ecuaciones anteriores, es posible codificarlas en Matlab para la obtención de las gráficas, el código desarrollado se muestra a continuación.

```
clc
clear all
close all
```

```
t=0:0.01:1;
th=91+1800*t.^3-2700*t.^4+1080*t.^5;
thp=5400*t.^2-10800*t.^3+5400*t.^4;
thpp=10800*t-32400*t.^2+21600*t.^3;
```

```
figure('Name','Posición, Velocidad y Aceleración Angular');...
subplot(3,1,1), plot(t,th),title('Posición'),xlabel('Tiempo (s)'),...
ylabel('Posición (deg)'),grid; subplot(3,1,2),plot(t,thp),...
title('Velocidad'),xlabel('Tiempo (s)'),ylabel('Velocidad (deg/s)'),grid;...
subplot(3,1,3),plot(t,thpp), title('Aceleración'),xlabel('Tiempo (s)'),...
ylabel('Aceleración (deg/s^2)'),grid;
```



## A.4. Código polinomio 3-4-5 para punto P

```

clc
clear all
close all
th1=0;
%Declaramos las longitudes
L1=20; L2=10; L3=50/2; L4=25;i=0;
%Ecuaciones obtenidas perfil polinomial (empleando ciclo for e if)
for t=0:0.01:2 %Considerando 91° en t=0,180°+91° en t=1s,360°+91° en t=2s
    i=i+1;
    if t<=1 %Se evaluó en con theta inicial 91° y final 271°
        ti(:,i)=t;
        %almacenamos en una misma variable para toda la trayectoria
        th(:,i)=(91+1800*t.^3-2700*t.^4+1080*t.^5)*(pi/180);
        %almacenamos en una misma variable para toda la velocidad
        thp(:,i)=(5400*t.^2-10800*t.^3+5400*t.^4)*(pi/180);
        %almacenamos en una misma variable para toda la aceleración
        thpp(:,i)=(10800*t-32400*t.^2+21600*t.^3)*(pi/180);
    else %Se evaluó en con theta inicial 271° y final 451°
        ti(:,i)=t;
        %almacenamos en una misma variable para toda la trayectoria
        th(:,i)=(-5309+21600*t-32400*t^2+23400*t^3-8100*t^4+1080*t^5)*(pi/180);
        %almacenamos en una misma variable para toda la velocidad
        thp(:,i)=(21600-32400*2*t+23400*3*t^2-8100*4*t^3+1080*5*t^4)*(pi/180);
        %almacenamos en una misma variable para toda la aceleración
        thpp(:,i)=(-32400*2+23400*3*2*t-8100*4*3*t^2+1080*5*4*t^3)*(pi/180);
    end
    %Resolviendo posición para th
    e=sqrt((L1^2)+(L2^2)-2*L1*L2*cos(th(i)));
    alfa=acos(((L3^2)+(e^2)-(L4^2))/(2*L3*e));
    miu=acos(((e^2)+(L1^2)-(L2^2))/(2*L1*e));
    beta=acos(((e^2)+(L4^2)-(L3^2))/(2*e*L4));
    gamma=acos(((L3^2)+(L4^2)-(e^2))/(2*L3*L4));
    if th(i)<=pi
        th2=alfa-miu;
        th3=pi-miu-beta;
    elseif th(i)<=2*pi

```

```

    th2=alfa+miu;
    th3=pi+miu-beta;
    else
    th2=alfa-miu;
    th3=pi-miu-beta;
    end
    Px(:,i)=L2*cos(th(i))+2*L3*cos(th2);
    Py(:,i)=(L2*sin(th(i))+2*L3*sin(th2));
%Resolviendo para velocidad
    thp2=((L2*(sind(th(i))*cos(th3) - cos(th(i))*sin(th3)))/...
    (L3*(cos(th2)*sin(th3)-cos(th3)*sin(th2))))*thp(i);
    thp3=((L2*(sin(th(i))*cos(th2) - cos(th(i))*sin(th2)))/...
    (L4*(cos(th2)*sin(th3)-cos(th3)*sin(th2))))*thp(i);
    %Velocidad del punto de interés
    Vpx=-L2*sin(th(i))*thp(i)-2*L3*sin(th2)*thp2;
    Vpy=L2*cos(th(i))*thp(i)+2*L3*cos(th2)*thp2;
    Vp(:,i)=sqrt((Vpx*Vpx)+(Vpy*Vpy)); %Resusltante de Vpx y Vpy
%Resolviendo para aceleración
    thpp2=(L2*(cos(th(i))*cos(th3)+sin(th(i))*sin(th3))*(thp(i)*thp(i))+...
    L3*(cos(th2)*cos(th3)+sin(th2)*sin(th3))*(thp2*thp2)-...
    L2*(sin(th3)*cos(th(i))-sin(th(i))*cos(th3))*(thpp(i))-...
    L4*(thp3*thp3))/(L3*(sin(th3)*cos(th2)-sin(th2)*cos(th3)));
    thpp3=(L2*(cos(th(i))*cos(th2)+sin(th(i))*sin(th2))*(thp(i)*thp(i))-...
    L2*(cos(th(i))*sin(th2)-sin(th(i))*cos(th2))*(thpp(i))-...
    L4*(sin(th2)*sin(th3)+cos(th2)*cos(th3))*(thp3*thp3)+...
    L3*(thp2*thp2))/(L4*(sin(th3)*cos(th2)-cos(th3)*sin(th2)));
%Aceleración del punto de Interés
    Apx = -L2*(sin(th(i))*thpp(i)+cos(th(i))*(thp(i)*thp(i)))-...
    2*L3*(sin(th2)*thpp2+cos(th2)*(thp2*thp2));
    Apy = L2*(cos(th(i))*thpp(i)-sin(th(i))*(thp(i)*thp(i)))+...
    2*L3*(cos(th2)*thpp2-sin(th2)*(thp2*thp2));
    Ap(:,i) = sqrt( (Apx*Apx) + (Apy*Apy) ) ;
end
%Graficamos el perfil polinomial
figure('Name','Posición, Velocidad y Aceleración Angular');
subplot(3,1,1), plot(ti,th),title('Posición'),xlabel('Tiempo (s)'),...
ylabel('Posición (deg)'),grid;
subplot(3,1,2),plot(ti,thp),title('Velocidad'),xlabel('Tiempo (s)'),...

```

```
ylabel('Velocidad (deg/s)'),grid;
subplot(3,1,3),plot(ti,thpp),title('Aceleración'),xlabel('Tiempo (s)'),...
ylabel('Aceleración (deg/s^2)'),grid;
figure('Name','Posición, Velocidad y Aceleración lineal');
subplot(3,1,1),plot(Px,Py),title('Posición Punto de Interés'),...
xlabel('x (mm)'),ylabel('y (mm)'),grid;
subplot(3,1,2),plot(ti,Vp),title('Velocidad Punto de Interés'),...
xlabel('Tiempo (s)'),ylabel('Velocidad (mm/s)'),grid;
subplot(3,1,3),plot(ti,Ap),title('Aceleración Punto de Interés'),...
xlabel('Tiempo (s)'),ylabel('Aceleración (mm/s^2)'),grid;
```

# Apéndice B

## Pantógrafo

Un pantógrafo es un mecanismo basado en paralelogramos. Si se traza un dibujo lineal por el primer punto, se dibujará una copia idéntica, ampliada o miniaturizada con un bolígrafo fijado al otro (Figura B.1). Se utilizan diferentes tipos de pantógrafos para otras formas de duplicación en áreas como escultura, acuñación, grabado y fresado.

Un pantógrafo también se refiere a un tipo de estructura que se puede comprimir o extender, formando un patrón romboidal característico. Esto se puede encontrar en brazos de extensión para espejos de pared, cercas temporales, elevadores de tijera y en locomotoras eléctricas y tranvías [29].

En la Figura B.2 podemos observar un par de ejemplos en la utilización de este pantógrafo acoplado al mecanismo Hoecken y así ilustrar que el pantógrafo puede ser útil para las máquinas caminantes por seguir las trayectorias que se le presentan, como se puede observar en las Figuras (1.26) y (1.28).

Continuando con la Figura B.2, ambos ensamblajes mostrados, tienen su punto fijo del pantógrafo en el área delimitada por una circunferencia, el punto P (punto que genera la trayectoria del mecanismo Hoecken) está conectado en dos puntos diferentes del pantógrafo, en la parte de la izquierda podemos observar que aumenta el rango de la trayectoria sin invertirla, y en la derecha sucede lo mismo en la ampliación del movimiento generado pero con la diferencia que este ha sido invertido.

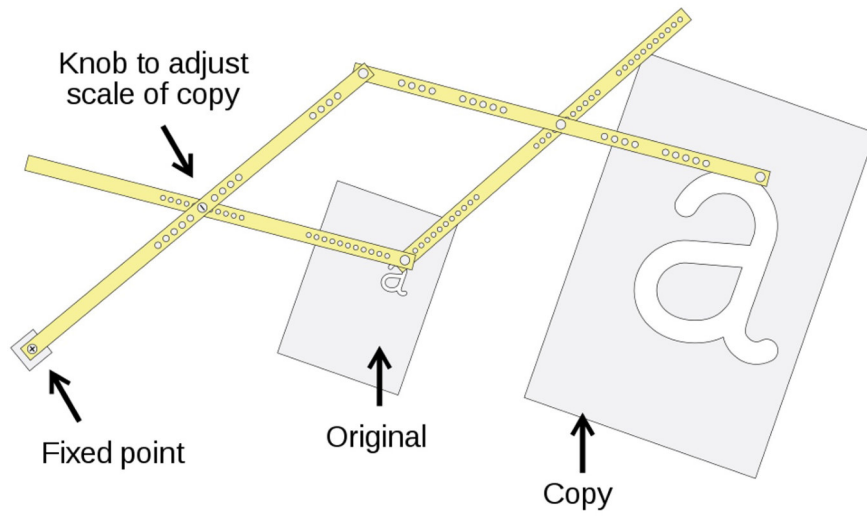


Figura B.1. Pantógrafo [37].

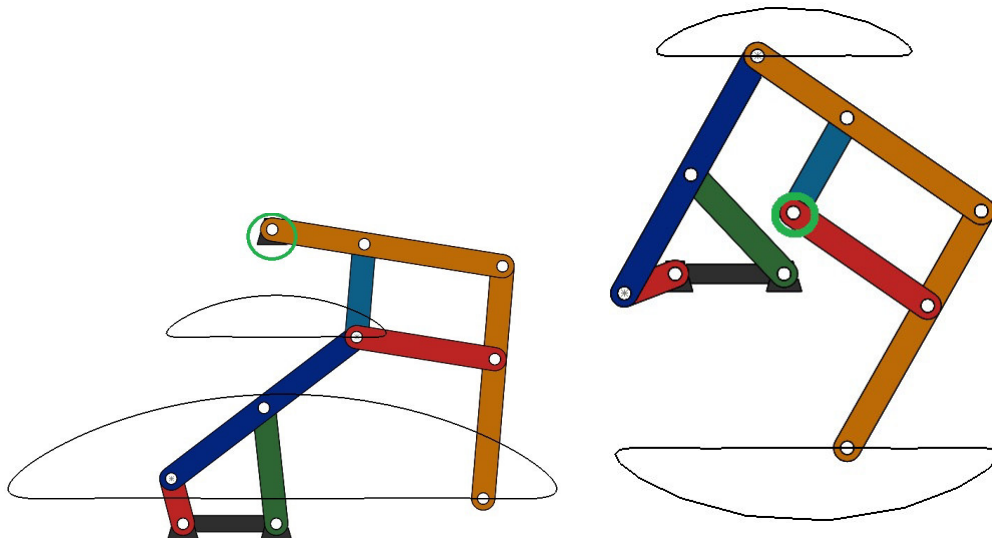


Figura B.2. Pantógrafo implementado con el mecanismo Hoecken.

# Apéndice C

## Engranos rectos

Los engranes sirven para transmitir torque y velocidad angular en variedad de aplicaciones. La razón de velocidad angular  $m_V$  es igual a la razón entre el radio de paso del engrane de entrada y el del engrane de salida mostrada en la ecuación (C.1) [27].

$$m_V = \frac{\omega_{sal}}{\omega_{ent}} = \pm \frac{r_{ent}}{r_{sal}} \quad (C.1)$$

Donde  $r_{ent}$  es el radio de paso del engrane de entrada y  $r_{sal}$  es el radio de paso del engrane de salida.

La razón de velocidad  $m_V$  del engranaje se expresa de forma más conveniente sustituyendo la ecuación:

$$P_d = N/d.$$

Donde  $P_d$  es el paso diametral,  $N$  es el número de dientes y  $d$  es el diámetro de paso en pulgadas.

En la ecuación (C.1), tomando en cuenta que el paso diametral de los engranes acoplados es el mismo, obteniendo la ecuación (C.2).

$$m_V = \pm \frac{r_{ent}}{r_{sal}} = \pm \frac{d_{ent}}{d_{sal}} = \pm \frac{N_{ent}}{N_{sal}} \quad (C.2)$$

De modo que la razón de velocidad se calcula a partir del número de dientes de engranes. Observe que un signo negativo indica un engranaje de contacto exterior y uno positivo, un engranaje de contacto interior, como se indica en la Figura C.1.

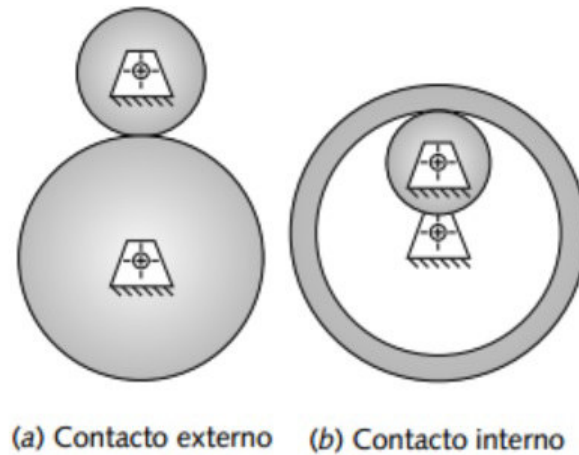


Figura C.1. Contactos de engranes [27].

Un tren de engranes es un conjunto de dos o más engranes acoplados, de modo que un par de engranes, o engranaje, son la forma más sencilla de un tren de engranes, que generalmente está limitado por una razón de 10:1 aproximadamente.

Un tren de engranes simple es aquel donde cada eje tiene sólo un engrane. La razón de velocidad de un engranaje se obtiene con la ecuación (C.2). La Figura C.2 muestra un tren de engranes simple con cinco engranes en serie. La ecuación (C.3) es la expresión para esta razón de velocidad del tren.

$$m_V = \left(-\frac{N_2}{N_3}\right)\left(-\frac{N_3}{N_4}\right)\left(-\frac{N_4}{N_5}\right)\left(-\frac{N_5}{N_6}\right) = +\frac{N_2}{N_6} \quad (C.3)$$

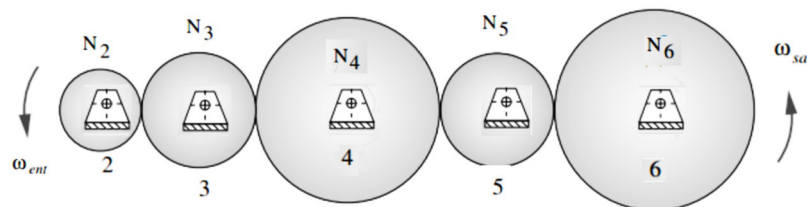


Figura C.2. Tren de engranes simple [27].

Revisado del libro Diseño de Máquinas, cuarta edición de Robert Norton [27].

# Apéndice D

## Tornillos

En este apéndice se tratará de mostrar un procedimiento con el cuál se desarrollaron los tornillos y tuercas utilizados en este proyecto, basados en el libro de Diseño de Maquinas, cuarta edición de Robert Norton [27] del cuál se tomaron la Tabla de la Figura D.2 y del mismo modo se obtuvo la Figura D.1 de cuerdas de potencia en tornillo.

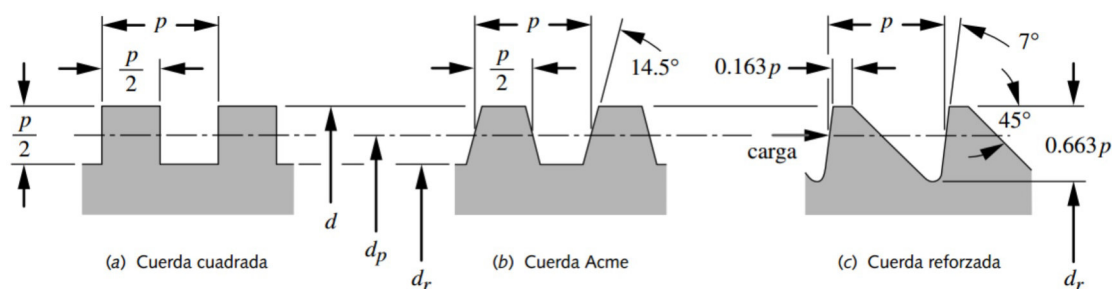


Figura D.1. Cuerdas cuadrada, Acme y reforzada [27].

El primer paso a seguir es realizar nuestra base del tornillo dándole un diámetro y extruyendo para conseguirlo, como se observa en la Figura D.3.

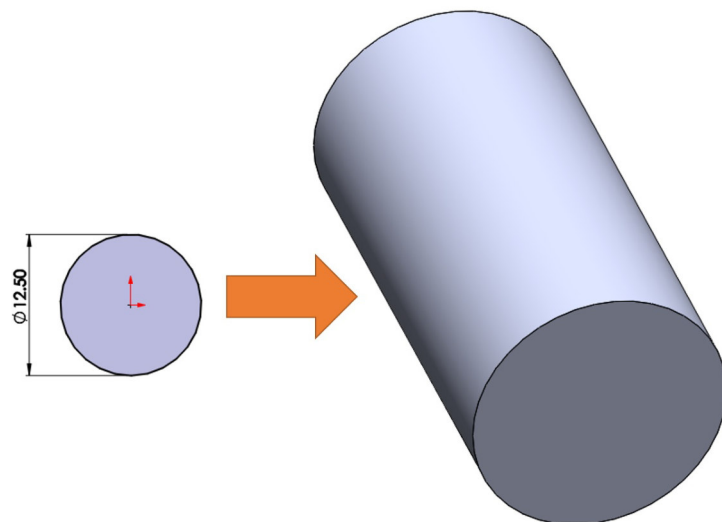
Posteriormente, le daremos un chaflán a la geometría anterior generada como se muestra en la Figura D.4, en esta ocasión el chaflán fue de 1.5 mm y  $45^\circ$ .

A continuación, seleccionamos la cara que recién se le aplicó el chaflán para crear un croquis en él, con el fin de usar la función de "Convertir Entidades" seleccionando la circunferencia del diámetro principal generado.

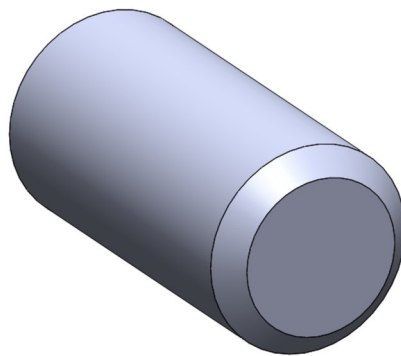


Diámetro mayor $d$ (mm)	Cuerdas gruesas			Cuerdas finas		
	Paso $p$ mm	Diámetro menor $d_r$ (mm)	Área de esfuerzo por tensión $A_t$ (mm <sup>2</sup> )	Paso $p$ mm	Diámetro menor $d_r$ (mm)	Área de esfuerzo por tensión $A_t$ (mm <sup>2</sup> )
3.0	0.50	2.39	5.03			
3.5	0.60	2.76	6.78			
4.0	0.70	3.14	8.78			
5.0	0.80	4.02	14.18			
6.0	1.00	4.77	20.12			
7.0	1.00	5.77	28.86			
8.0	1.25	6.47	36.61	1.00	6.77	39.17
10.0	1.50	8.16	57.99	1.25	8.47	61.20
12.0	1.75	9.85	84.27	1.25	10.47	92.07
14.0	2.00	11.55	115.44	1.50	12.16	124.55
16.0	2.00	13.55	156.67	1.50	14.16	167.25
18.0	2.50	14.93	192.47	1.50	16.16	216.23
20.0	2.50	16.93	244.79	1.50	18.16	271.50
22.0	2.50	18.93	303.40	1.50	20.16	333.06
24.0	3.00	20.32	352.50	2.00	21.55	384.42
27.0	3.00	23.32	459.41	2.00	24.55	495.74
30.0	3.50	25.71	560.59	2.00	27.55	621.20
33.0	3.50	28.71	693.55	2.00	30.55	760.80
36.0	4.00	31.09	816.72	3.00	32.32	864.94
39.0	4.00	34.09	975.75	3.00	35.32	1028.39

**Figura D.2.** Dimensiones principales de cuerdas de tornillos del estándar métrico ISO [27].

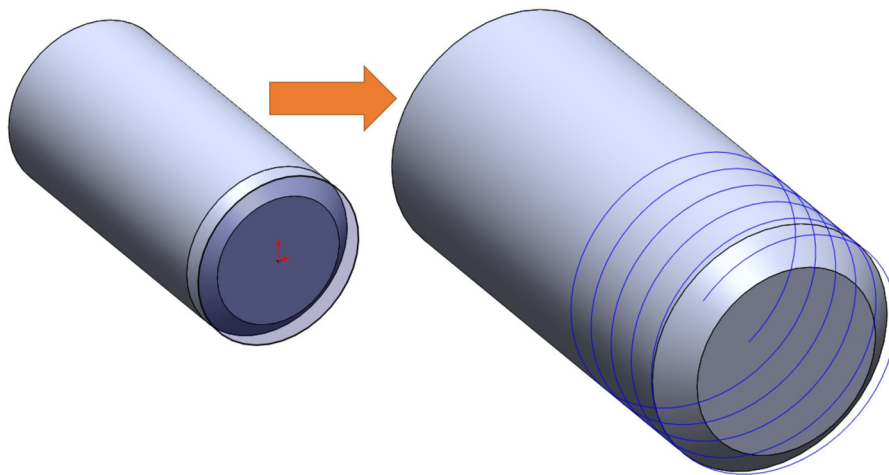


**Figura D.3.** Base del tornillo.



**Figura D.4.** Chaflán a la base.

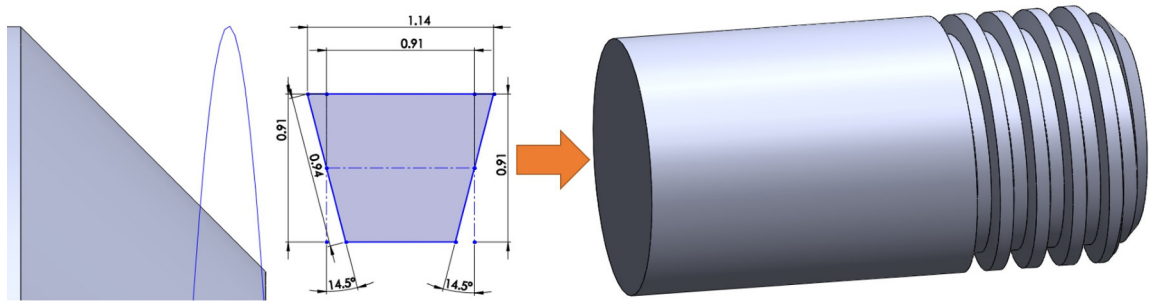
Una vez obtenida la circunferencia como muestra la Figura D.5 en la parte izquierda, se procede a utilizar la función "Curvas" para después seleccionar "Hélice y espiral" con el cual nos desplegará un menú, seleccionamos la dirección en la que irá el espiral, seleccionamos "Altura y paso de rosca", para altura en esta ocasión le damos de 10 mm y el paso lo seleccionamos de la Figura D.2 en la cual al nosotros tener un base con diámetro de 12.5 mm interpolamos un valor aproximado de paso de 1.8125 mm, con ello obtenemos el espiral que se muestra en la Figura D.5 en la parte derecha.



**Figura D.5.** Convertir entidades y espiral.

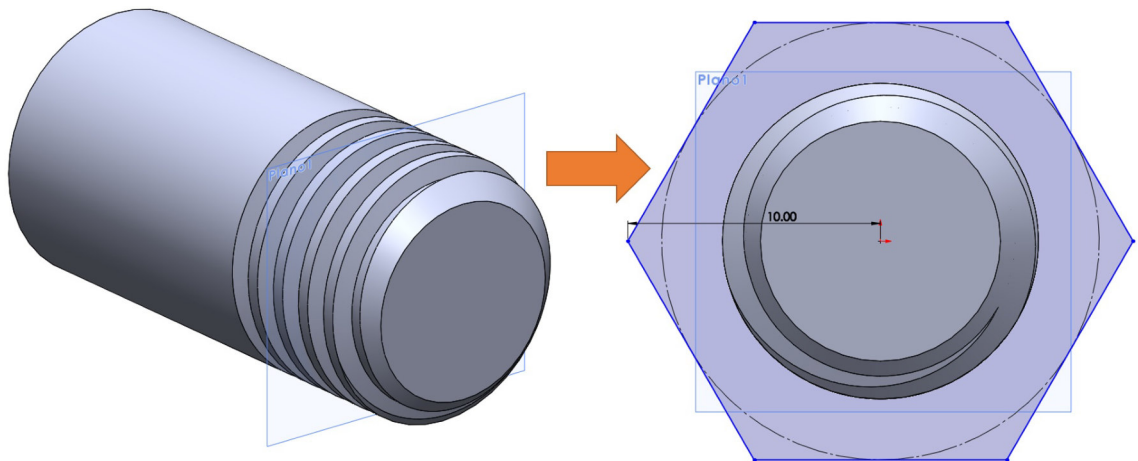
El siguiente paso es buscar un plano sea perpendicular a la cara de la hélice, en este caso el plano de la vista lateral es perpendicular a esta cara pasando por la mitad de la hélice, creamos un croquis en este plano, con ello continuaremos por crear la cuerda necesaria, de la Figura D.1 escogemos la cuerda Acme para esta ocasión, en la Figura D.6 a la derecha podemos observar cómo se construyó la cuerda Acme, acotándola como lo marca el libro y poco más para que este definida, después se selecciona la esquina superior izquierda de la cuerda y manteniendo presionado la tecla "Ctrl" seleccionamos el hélice y la opción "Perforar" para que la cuerda siga toda la trayectoria de la hélice. En la misma Figura D.6 a la derecha, se utilizó la función "Corte Barrido" con el fin de seleccionar la cuerda y el hélice y obtener el corte mostrado. A esta altura podemos guardar nuestro tornillo concluido.

Una manera fácil para crear una tuerca que pueda ser utilizada para el



**Figura D.6.** Cuerda Acme y tornillo terminado.

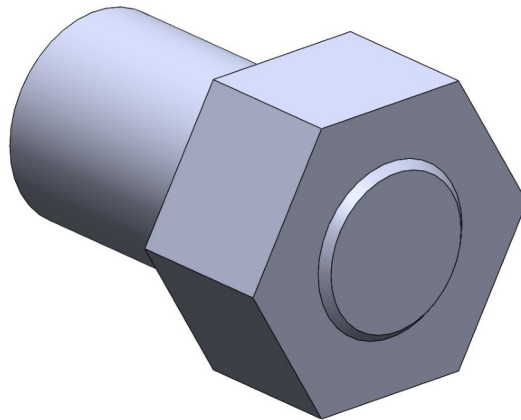
tornillo, creamos un plano a la mitad del tornillo como se ve a la izquierda de la Figura D.7, posteriormente, en el plano recién creado, hacemos un hexágono que sobresalga al diámetro mayor del tornillo como se ve en la misma figura a la derecha.



**Figura D.7.** Plano y base para tuerca.

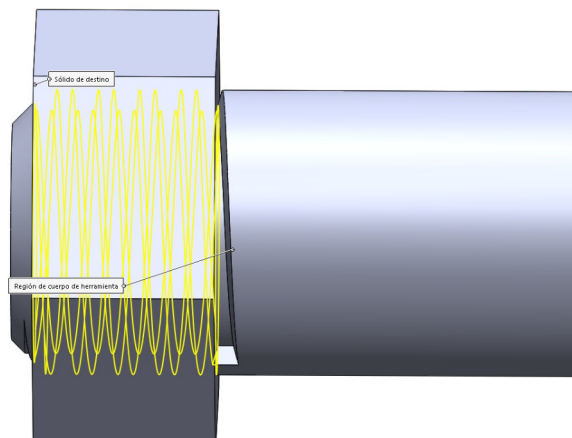
Con la base creada, se extruye el hexágono utilizando la opción de "Plano medio" como se muestra en la Figura D.8, a la extrusión la hacemos por comodidad un poco menor a la altura que se le dio a la hélice, así mismo desmarcamos la casilla de "Fusionar resultado" para que los tome en cuenta como dos sólidos independientes.

El paso siguiente para la tuerca es hacer el corte interior de la tuerca, para ello vamos al menú de "Insertar", luego "Operaciones" y seleccionamos



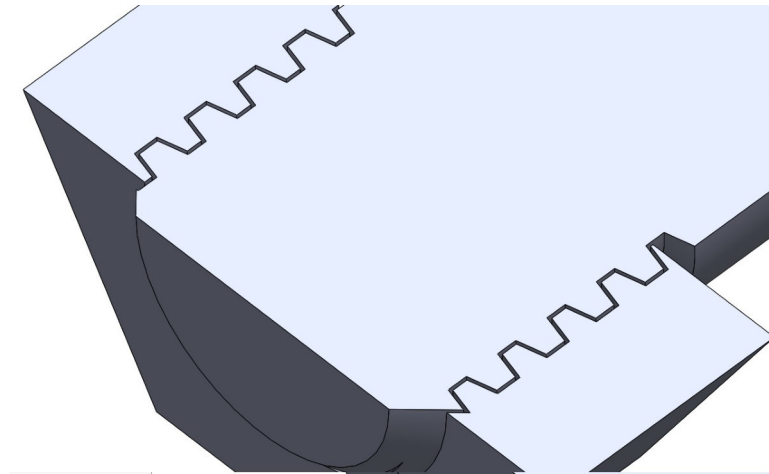
**Figura D.8.** Cuerpo de la tuerca.

”Indentación”, con ello seleccionamos el cuerpo de la tuerca que será donde se realizará el corte y del mismo modo seleccionamos la tuerca que pasa por la tuerca como puede ser visto en la Figura D.9. En ese mismo menú seleccionará la casilla de ”Cortar” para realizar el corte, y por ultimo le damos una tolerancia de 0.1 mm para darle un juego entre la tuerca y el tornillo como puede notarse en la Figura D.10 y así terminamos esta operación.



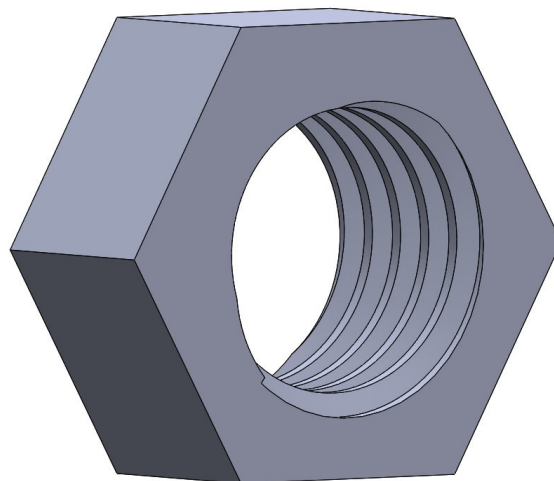
**Figura D.9.** Indentación.

Para terminar, en el menú a la izquierda de SolidWorks(R) desplegamos el submenú de ”Sólidos” y buscamos cuál es el sólido del tornillo completo, una vez ubicado el sólido, damos click derecho y seleccionamos ”Eliminar/-



**Figura D.10.** Tolerancia entre tuerca y tornillo.

Conservar sólidos” y eliminamos el tornillo para dejar sola a la tuerca como se muestra en la Figura D.11 y guardar la tuerca en un archivo diferente.



**Figura D.11.** Tuerca terminada.

# Bibliografía

- [1] D. J. Todd, *Walking Machines*. Springer US, 1985, pág. 190. DOI: 10.1007/978-1-4684-6858-8.
- [2] B.-Z. Sandler, *ROBOTICS, Designing the Mechanisms for Automated Machinery*, Second Edi. ACADEMIC PRESS, 1999, pág. 443, ISBN: 0126185204.
- [3] W. Cortez, “Diseño de trayectorias de desplazamiento para un robot hexápodo basado en la dinámica de un robot 3gdl.” *Congreso de instrumentación SOMI XXXIV*, pág. 13, 2019, ISSN: 2395-8400.
- [4] O. L. Vele, “Teoría y dinámica de un Robot Bípedo,” 2005.
- [5] J. M. J. Crespo, “Análisis y simulación del robot bípedo pasibot,” Tesis doct., Universidad Carlos III de Madrid, 2011, pág. 235. dirección: <http://hdl.handle.net/10016/11772>.
- [6] J. A. T. Machado, “An Overview of Legged Robots,” *Soins Pédiatrie/Puericulture*, vol. 35, n.º 281, págs. 30-34, 2014, ISSN: 12594792. DOI: 10.1016/j.spp.2014.09.006.
- [7] . “ASIMO-The Humanoid Robot.” (2016), dirección: <https://randomol420.wordpress.com/2016/07/31/asimo-the-humanoid-robot/> (visitado 17-08-2020).
- [8] HONDA. “ASIMO.” (2021), dirección: <https://www.honda.mx/asimo> (visitado 21-05-2021).
- [9] “Robots | Boston Dynamics.” (2020), dirección: <https://www.bostondynamics.com/robots> (visitado 18-08-2020).
- [10] SONY. “AIBO de SONY.” (2021), dirección: <https://us.aibo.com/feature/feature2.html> (visitado 21-05-2021).

- [11] M. Neshat, G. Sepidname, E. Mehri y A. Zalimoghadam, “The review of soft computing applications in humanitarian demining robots design,” *Indian Journal of Science and Technology*, vol. 9, n.º 4, págs. 1-13, 2016, ISSN: 09745645. DOI: 10.17485/ijst/2015/v9i4/55595.
- [12] “The SILO4 Walking Robot,” en *Quadrupedal Locomotion: An Introduction to the Control of Four-legged Robots*. London: Springer London, 2006, págs. 231-243, ISBN: 978-1-84628-307-9. DOI: 10.1007/1-84628-307-8\_10. dirección: [https://doi.org/10.1007/1-84628-307-8\\_10](https://doi.org/10.1007/1-84628-307-8_10).
- [13] M. Tarokh y M. Lee, “Systematic method for kinematics modeling of legged robots on uneven terrain,” *International Journal of Control and Automation*, vol. 2, n.º 2, págs. 9-18, 2009, ISSN: 2005-4297.
- [14] P. González, D. Santos, M. Armada y col., “Desarrollo de robots caminantes y escaladores en el IAI-CSIC,” dirección: <http://www.iai.csic.es/users/dca> (visitado 18-08-2020).
- [15] T. Akinfiyev y M. Armada, “The influence of gravity on trajectory planning for climbing robots with non-rigid legs,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, vol. 35, n.º 3, págs. 309-326, 2002, ISSN: 09210296. DOI: 10.1023/A:1021149430443.
- [16] K. J. Waldron y R. B. McGhee, “The Adaptive Suspension Vehicle,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 6, n.º 6, págs. 7-12, 1986, ISSN: 02721708. DOI: 10.1109/MCS.1986.1105145.
- [17] *Adaptive Suspension Vehicle (ASV) Walker - The Old Robots Web Site*. dirección: [http://www.theoldrobots.com/OSU-ASV\\_Walker.html](http://www.theoldrobots.com/OSU-ASV_Walker.html) (visitado 21-05-2021).
- [18] “BionicWheelBot.” (2019), dirección: <https://www.festo.com/group/en/cms/13129.htm> (visitado 18-08-2020).
- [19] P. O. R. Zamudio, “Laboratorio °3 Mecanismos Especiales,” Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú, inf. téc., 2019, pág. 38.
- [20] H. Adams y H. Adams, *Chassis Engineering*. Penguin, 1993, pág. 62, ISBN: 978-1-55788-055-0. dirección: <http://books.google.com/books?id=rY2ujnNrhf0C&pg=PA62>.
- [21] *Mecanismo de Watt - Wikiwand*. dirección: [https://www.wikiwand.com/es/Mecanismo\\_de\\_Watt](https://www.wikiwand.com/es/Mecanismo_de_Watt) (visitado 22-05-2021).



- [22] J. Oliver, “Creación Virtual de Mecanismos Planos en Máquinas,” Universitat Politècnica de València., Valencia, inf. téc., 2014, págs. 34-42. dirección: <http://www.upv.es/vltmodels/v2019/C02/05-Pares-CIN.pdf> (visitado 23-08-2020).
- [23] A. Z. M. Guzmán, “Análisis y optimización del sistema de suspensión vehicular tipo Macpherson,” Tesis doct., Instituto Politécnico Nacional, 2009, pág. 123.
- [24] “Mecapedia-Mecanismo de línea recta.” (2013), dirección: [http://www.mecapedia.uji.es/mecanismo\\_de\\_linea\\_recta.htm](http://www.mecapedia.uji.es/mecanismo_de_linea_recta.htm) (visitado 19-08-2020).
- [25] R. L. Norton, *Diseño de maquinaria*. Cuarta Edi. McGraw-Hill, 2009, pág. 728, ISBN: 9789701068847.
- [26] H. Kerle, “About Karl Hoecken and Some of His Works on Mechanisms,” en *Explorations in the History of Machines and Mechanisms*, Springer, Dordrecht, 2012, págs. 123-134. DOI: 10.1007/978-94-007-4132-4\_8.
- [27] R. L. Norton, *Diseño de máquinas: Un enfoque integrado*, Cuarta Edi. Pearson Educativo de México, SA de CV, 2011, pág. 888, ISBN: 9786073205894.
- [28] K. Waldron, *Kinematics, Dynamics, and Desing of Machinery*, Second Edi. 2004, pág. 685, ISBN: 0-471-24417-1.
- [29] N. R. J. Hynes, K. Saran y V. Pavithran, “Design and development of Hoeken’s structural dynamic linkage based agro-tiller machine,” *AIP Conference Proceedings*, vol. 1953, 2018, ISSN: 15517616. DOI: 10.1063/1.5033166.
- [30] A. B. Fuentes Ocejo, “Diseño y construcción de una banda transportadora, con brazo clasificador, para la automatización del empaquetado de toallas sanitarias, para la empresa Construcción De Maquinaria J.W. - CEMAIN,” Tesis doct., Universidad de las Fuerzas Armadas, 2017, pág. 222, ISBN: 2153902800.
- [31] “Bípedo Pasibot por impresión 3D.” (2020), dirección: <http://imprimalia3d.com/recursos/b-pedo-pasibot-impresi-n-3d> (visitado 26-08-2020).
- [32] J. Pérez, “Diseño y análisis de un nuevo sistema de estabilización para el robot bípedo PASIBOT,” Tesis doct., Universidad Carlos III de Madrid, 2009, pág. 310.

- [33] D. Martínez, “Análisis Cinemático y Dinámico del Robot Pasibot,” Tesis doct., Universidad Carlos III de Madrid, 2008, pág. 232.
- [34] D. A. Núñez Altamirano, “Desarrollo de una unidad de propulsión basada en un mecanismo de línea recta exacta aplicada en vehículos múltipodos,” Tesis doct., 2016. dirección: [http://bibliotecavirtual.dgb.umich.mx:8083/xmlui/handle/DGB\\_UMICH/309](http://bibliotecavirtual.dgb.umich.mx:8083/xmlui/handle/DGB_UMICH/309) (visitado 08-08-2020).
- [35] “Centro Instantáneo de Rotación.” (2020), dirección: <https://diccionario.motorgiga.com/diccionario/centro-instantaneo-de-rotacion-definicion-significado/gmx-niv15-con193492.htm> (visitado 08-09-2020).
- [36] E. García, “Optimización de la estabilidad y la velocidad de robots caminantes,” Tesis doct., Universidad Politécnica de Madrid, 2002, pág. 282.
- [37] *Pantograph* - *Wikipedia*. dirección: <https://en.wikipedia.org/wiki/Pantograph> (visitado 24-05-2021).