



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

CAMPUS IRAPUATO - SALAMANCA
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

“Técnica de Remuestreo No Uniforme para la
Detección de Fallas en Motores de Inducción”

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRESENTA:

Ing. Perla Lizeth Garza Barrón

DIRECTORES DE TESIS:

Dr. Arturo García Pérez
Dr. David Camarena Martínez

Salamanca, Guanajuato

Agosto 2022

Salamanca, Gto., a 25 de agosto del 2022

**M. en I. HERIBERTO GUTIÉRREZ MARTIN
COORDINADOR DE ASUNTOS ESCOLARES
P R E S E N T E.-**

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno(a) Perla Lizeth Garza Barrón del **Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica** y cuyo número de **NUA** es: 143397 del cual soy director. El título de la tesis es: *"Técnica de Remuestreo No Uniforme para la Detección de Fallas en Motores de Inducción"*.

Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.

A T E N T A M E N T E

Dr. Arturo García Pérez

**NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS
SECRETARIO**

Dr. Yuriy S. Shmaliy

**NOMBRE Y FIRMA
PRESIDENTE**

Dr. David Camarena Martínez

**NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Juan Gabriel Aviña Cervantes

**NOMBRE Y FIRMA
VOCAL**

Dedicatoria

*Dedicado con amor y cariño para quienes son todo en mi vida,
mis amados hijos; **Angelita, Santi y Pablito**.*

*Dedicado a mi querido esposo **Bulmaro Santiago** por acompañarme
y darme todo su apoyo en este proyecto tan importante para mí.*

*Con mucho amor a mis queridos padres **Guillermina y Javier**,
por creer en mí y por ser mi ejemplo a seguir.*

*A mis queridos hermanos **Esther, Ivette, Alondra y Javier**,
por ayudarme cuando más los necesito y porque sé
que siempre estarán para mí, pase lo que pase.*

*A mis queridos sobrinitos **Xavier, Cecilia, Alex y Javi**.*

*Y a mis queridos abuelos **María y Salvador**.*

Agradecimientos Personales

Gracias a **Dios** por darme la oportunidad de estudiar mi Maestría y por todo lo que me ha dado en la vida.

Gracias mi **Angelita** por perdonar que mamá no pudiera ir por ti después de tus clases. Sé que te hice mucha falta, pero sabes bien que al llegar a casa te puse toda mi atención para las tareas y estuve presente en tus actividades más importantes. Como el día de "*Las Madres*" donde estuve tan feliz en nuestro primer festival. Te quiero mucho *mi muñequita linda*.

Gracias mi **Santi** por comprender que mamá no podía estar en casa por ir a trabajar. Por primera vez nos tuvimos que separar. Fue muy difícil para mí, dejarte a cuidados de quien no soy yo, pero sabía que estabas en buenas manos. Gracias mi *spiderman* por portarte bien, por ser un niño tan fuerte e inteligente, travieso sí pero con un gran corazón. Te quiero *mi Santi*.

Gracias mi **bebé Pablito** por portarte bien. Porque estás creciendo muy sano y fuerte en la pancita de mamá. Es el embarazo más tranquilo que he podido llevar. Estoy muy feliz de que estés conmigo, trabajamos mucho en este proyecto. Tú has sido mi gran motivo e inspiración de seguir. Al principio fue difícil lo sé, pero mientras pasa cada semana y vas creciendo más me siento muy feliz. Que dicha mi niño tan hermoso ya muy pronto nacerás.

Gracias esposo **Bulmaro Santiago** por brindarme tu apoyo incondicional y gracias a tus colaboradores de trabajo la empresa *EMMAIN* por orientar mis dudas en motores. Gracias esposo por todos estos años y porque vamos creciendo poco a poquito juntos. Gracias por alentarme a seguir cumpliendo mis metas.

Gracias a mi querida mamá **Guillermina** y a mi querida hermana **Esther** por haber sido una segunda madre para mis hijos en mi ausencia. Mil gracias por estar al pendiente de mis niños y también de mi casa, no tengo cómo agradecerles más que de todo corazón.

Gracias a mi querido papá **Javier**, el pionero de la Ingeniería en nuestra familia. Estoy muy orgullosa de ti papá y espero que también tú te sientas así de mí. He avanzado mucho en esta vida porque siempre he seguido tu ejemplo de trabajar y trabajar sin descansar hasta conseguir nuestros propósitos.

Gracias a mi querida hermana **Ivette** y a mis queridos sobrinitos **Xavier** y **Cecilia** por apoyarme en casa cuando tuve que regresar de Guanajuato para estudiar. Siempre al pendiente de si ocupaba algo. Muchas gracias. Ya saben que también siempre pueden contar conmigo.

Gracias a mi querida hermana **Alondrita**, que a pesar que solo nos vemos en fines de semana, estás al tanto de nuestra salud, sobre todo de mis niños. Muchas gracias. Y felicidades por recibirte como Médico Cirujano y Partero. El mejor de los éxitos.

Gracias a mi querido hermano **Javier** por apoyarme también en este sueño que un día dejé por ciertas circunstancias pero que hoy estoy aquí. Espero que algunos de mis consejos te sirvan en la vida y espero también que estudies tu Maestría muy pronto porque tienes mucho potencial que debes aprovechar.

Gracias a mis queridos sobrinitos **Alex** y **Javi** por ser compañía para mis niños, como otros 2 hermanitos acompañándose en juegos y compartiendo muchos momentos agradables que sé que van a recordar.

Gracias a mis abuelitos **María** y **Salvador** un matrimonio de más de 57 años. Gracias por estar al pendiente de mí y por los momentos que podemos pasar en familia, aunque a veces por tantas actividades es cada vez más difícil, valoro mucho su tiempo, consejos y cariño.

Gracias a mis compadres **Cecilia** y **Rodolfo**, por apoyarme en mi proyecto y porque siempre están al pendiente de mis niños y de nuestra salud. Muchas gracias por su cariño tan sincero.

Gracias **Dr. Arturo García** por darme la oportunidad de trabajar con usted mi proyecto de Tesis. Gracias por todo su apoyo y comprensión. Está de más decir que me encantó trabajar con este tema, quedé muy feliz porque pude aprender mucho y puedo decir que mejor tema no habría podido encontrar. Gracias por respaldarme tanto y por comprender que a veces debía ausentarme por situaciones familiares. Un hombre con un gran corazón y excelente profesor y mentor es usted. Mil gracias.

Gracias **Dr. David Camarena** por darme además de la oportunidad de trabajar con usted mi proyecto de Tesis, haberme dado una de las oportunidades más importantes de mi vida que fue entrar a la Maestría. Eso siempre lo llevaré conmigo, porque después de más de 6 años y pensar que quizá ya no podría lograr este sueño, aquí estoy, mejor dicho, estamos mi bebé y yo. Le agradezco sinceramente todo su apoyo y pido disculpas por tantas molestias. Gracias por siempre esclarecer mis dudas y por ser tan comprensivo conmigo y un excelente profesor. Gracias Dr. David.

Gracias **Dr. Yuriy S. Shmaliy** por ser parte de este proyecto, un gran logro para mí, que sé que me traerá en un futuro nuevas oportunidades para desarrollarme profesionalmente. Gracias por todas sus aportaciones en las materias. Por ser excelente profesor, siempre atento a nuestras dudas. Gracias por formar parte de este equipo.

Gracias **Dr. Juan Gabriel Aviña** por su empatía en las materias. Por siempre buscar métodos de enseñanza para podernos guiar como todo buen maestro. Gracias por todos sus conocimientos compartidos dignos de la excelencia. Muy agradecida que forme parte de este proyecto tan importante para mí.

Gracias a mis compañeros de generación **Fernando, Ignacio, Ricardo y Ramón**. Gracias a mis compañeros de una generación anterior **Iván, Joel y Daniel** y gracias a mi compañero de una generación posterior **Juan José** un gran amigo. A todos, muchas gracias.

Agradecimientos Institucionales

Gracias a la **UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO** y a la **División de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca DICIS** por darme la oportunidad de concluir orgullosamente mi Maestría en Ingeniería Eléctrica. Por sus confortables instalaciones, por sus excelentes profesores y por sus generosos servicios de biblioteca, administración y directivos, los cuales siempre atendieron mis cuestiones amablemente. *NUA: 143397*



**Universidad
de Guanajuato**

Muchas gracias al honorable **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACyT** por su apoyo económico brindado. *CVU 1080729*



Resumen

En este proyecto se presenta un estudio de la técnica de ***Remuestreo No Uniforme*** para diagnosticar la presencia de *barras rotas* en un rotor tipo jaula de ardilla de un motor de inducción.

También se incluye el análisis de las fallas causadas por *rodamientos dañados* y por *desbalance mecánico*. Para estas fallas no se requiere emplear la técnica de Remuestreo No Uniforme.

Se emplea la herramienta interactiva **MATLAB** (Matrix Laboratory) para el desarrollo del algoritmo y obtención de las pruebas resultantes para los tres tipos de fallas antes mencionadas.

Abstract

In this project is presented a study of the **Non Uniform Resampling** to diagnose the presence of broken bars in a squirrel-cage rotor of an induction motor.

Also, the analysis of failures caused by bearing faults and mechanical unbalance is included. For these failures is not required to use the Non Uniform Resampling technique.

The interactive tool **MATLAB** (Matrix Laboratory) is used to develop the algorithm and for obtaining the testbench for the three types of failures previously mentioned.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Preámbulo	1
1.2. Objetivo General	2
1.2.1. Objetivos Específicos	2
1.3. Justificación	2
1.4. Planteamiento del problema	4
1.5. Antecedentes	5
1.6. Contenido del trabajo de Tesis	6
2. Estado del Arte	7
2.1. Motores Eléctricos	7
2.1.1. Conceptos de Magnetismo	7
2.1.2. Aplicaciones Industriales de Motores Eléctricos	9
2.1.3. Eficiencia, Durabilidad y Fallas en Motores Eléctricos	10
2.2. Análisis Espectral de Señales	11
2.2.1. Espectro de Frecuencias	11
2.2.2. Transformada de Fourier	13
2.2.3. Analizador de espectros	14
2.2.4. Analizador de espectros en motores (Monitoreo de la Barra del Rotor por análisis de la corriente del motor)	16
3. Introducción a los Motores Eléctricos	19
3.1. Motores Eléctricos	19
3.1.1. Tipos de Motores	23
3.2. Motor de Corriente Alterna	24
3.2.1. Partes de un motor de AC	25
3.2.2. Características de un motor de AC	27

3.3.	Motor de Corriente Directa	34
3.3.1.	Partes de un motor de DC	35
3.3.2.	Tipos de motores de DC	35
3.4.	Factor de servicio de un motor eléctrico	40
3.5.	Ciclo de trabajo de un motor eléctrico	40
3.6.	Función de un motor eléctrico sin carga	40
3.7.	Eficiencia de un motor eléctrico	41
3.7.1.	Vatios de potencia de DC	41
3.8.	Fallas en motores de inducción	43
3.8.1.	Ruptura de barras del rotor	43
3.8.2.	Rodamientos dañados	45
3.8.3.	Desbalance mecánico	47
3.8.4.	Sobrecarga eléctrica	48
3.8.5.	Baja resistencia	48
3.8.6.	Sobrecalentamiento	49
3.8.7.	Contaminación	49
4.	Métodos basados en la Transformada de Fourier (Fourier Transform, FT) para la Estimación Espectral	51
4.1.	La transformada de Fourier FT	51
4.1.1.	Series de Fourier	52
4.1.2.	La transformada discreta de Fourier DFT	56
4.1.3.	Transformada rápida de Fourier FFT	57
4.2.	Resolución en tiempo y frecuencia	60
4.3.	El Periodograma	60
4.4.	Remuestreo Uniforme	62
4.5.	Remuestreo Fraccional	64
4.6.	Remuestreo No Uniforme	68
4.7.	Espectrograma	70
4.7.1.	Espectrograma reasignado	73
4.8.	Algoritmo MUSIC (Multiple Signal Classification)	73
5.	Estudio para detección de Barras de Rotor Rotas BRB, Rodamientos Dañados BDF y Desbalance Mecánico UNB	75
5.1.	Estudio y Aplicación del Remuestreo No Uniforme y Algoritmo MUSIC para Detección de BRB	75
5.2.	Estudio y Aplicación del Algoritmo MUSIC para Detección de BDF	80

5.3. Estudio y Aplicación del Algoritmo MUSIC para Detección de UNB	83
6. Resultados	85
6.1. Detección de BRB	85
6.1.1. Detección de BRB de un motor con una frecuencia de alimentación de 50 Hz	95
6.2. Detección de BDF	98
6.3. Detección de UNB	102
7. Observaciones y Conclusiones	105
7.1. Observaciones	105
7.1.1. Barras de Rotor Rotas	105
7.1.2. Rodamientos Dañados	106
7.1.3. Desbalance Mecánico	107
7.2. Conclusiones	108
7.2.1. Barras de Rotor Rotas	108
7.2.2. Rodamientos Dañados	109
7.2.3. Desbalance Mecánico	109
7.3. Trabajo a Futuro	110

Índice de figuras

2.1. Imán	7
2.2. Líneas de flujo magnético	8
2.3. Inducción Electromagnética. Al acercar o alejar un imán a la espira se genera una corriente eléctrica.	8
2.4. Espectro sonoro. Espectro audible del ser humano.	11
2.5. Espectro luminoso. Teoría de refracción de la luz de Isaac New- ton.	12
2.6. Espectro electromagnético.	12
2.7. Electroencefalograma EEG.	14
2.8. Analizador de espectro en un motor.	17
2.9. Amplitud de bandas laterales causadas por barras rotas. Motor de 1760 RPM.	18
3.1. Placa de un motor eléctrico.	21
3.2. Placa de un motor eléctrico SIEMENS modelo 1RF21000CA714EA1 con potencia de 3.0 HP.	22
3.3. Tipos de motores AC.	23
3.4. Tipos de motores DC.	23
3.5. Partes de un motor eléctrico de AC	24
3.6. Curva típica de velocidad síncrona vs par a plena carga.	29
3.7. Curva típica de velocidad síncrona vs par a rotor bloqueado.	29
3.8. Curva típica de velocidad síncrona vs par mínimo de aceleración.	30
3.9. Curva típica de velocidad síncrona vs par de frenado o desen- ganche.	30
3.10. Conexión tipo Y y Δ en motores trifásicos.	31
3.11. Curvas de par constante.	32
3.12. Curvas de par variable.	33

3.13. Curvas de potencia constante.	34
3.14. Partes de un motor eléctrico de DC.	34
3.15. Conexión serie en un motor eléctrico de DC.	36
3.16. Curva característica de un motor eléctrico de DC con conexión serie.	36
3.17. Conexión paralelo en un motor eléctrico de DC.	37
3.18. Curva característica de un motor eléctrico de DC con conexión paralelo.	37
3.19. Conexión compuesta en un motor eléctrico de DC	38
3.20. Curva característica de un motor eléctrico de DC con conexión compuesta.	38
3.21. Curva característica de un motor eléctrico de DC con imán permanente.	39
3.22. Rotor tipo jaula de ardilla.	44
3.23. Barras de rotor.	44
3.24. Modelo de un rodamiento.	45
3.25. Componentes de un rodamiento.	45
3.26. La figura muestra un rodamiento dañado por falta de lubricación.	46
3.27. Rodamiento con faltante de grasa.	46
3.28. Rotor con peso agregado.	47
4.1. Representación de tiempo-frecuencia.	52
4.2. Representación del espectro en frecuencia. Teorema de Nyquist.	59
4.3. La figura muestra el efecto de interpolar en un factor q	63
4.4. La figura muestra el efecto de decimar en un factor p	64
4.5. Espectro de la FFT. Fuga espectral.	66
4.6. Espectro de la FFT. Remuestreo fraccional.	68
4.7. Modelo de remuestreo no uniforme.	69
4.8. Gráfica de sonido modulado simple.	71
4.9. Sonido modulado simple tiempo vs frecuencia.	71
4.10. Espectrograma de la señal $x = \sin(w_0 * n) + 10 * \sin(2 * w_0 * n)$	72
4.11. Esquema del funcionamiento de la reasignación de frecuencia.	73
5.1. Placa de un motor eléctrico SIEMENS modelo 1RF21000CA714EA1.	77
5.2. Componentes espectrales de un motor ideal.	78
5.3. Componentes espectrales con bandas laterales inherentes a asi- metrías en los devanados del rotor.	79

5.4. Componentes espectrales con bandas laterales debidas a barras rotas.	79
5.5. Geometría de un rodamiento.	80
5.6. STFT de un motor de inducción saludable.	82
5.7. STFT de un motor de inducción saludable.	82
6.1. Señal simulada de un motor trifásico de 220 Vac.	85
6.2. Espectro ideal del motor trifásico de 220 Vac.	86
6.3. Señal del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas.	87
6.4. Espectro del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas.	87
6.5. Espectrograma del motor trifásico con barras rotas.	88
6.6. Factor de Remuestreo No Uniforme (1er caso).	89
6.7. Espectrograma del Motor con Falla por Barras Rotas (1er caso).	89
6.8. Señal del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas (2do caso).	90
6.9. Señal del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas (2do caso).	90
6.10. Espectrograma del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas (2do caso).	91
6.11. MUSIC pseudoespectro para motor trifásico con barras rotas (2do caso).	92
6.12. Factor de Remuestreo No Uniforme (2do caso)	93
6.13. Remuestreo no uniforme para barras rotas (2do caso).	93
6.14. Algoritmo MUSIC aplicado a Remuestreo no uniforme para barras rotas.	94
6.15. Espectrograma de media barra de rotor rota.	95
6.16. Espectrograma de una barra de rotor rota.	96
6.17. Espectrograma de dos barras de rotor rotas.	97
6.18. Espectrograma del motor con rodamiento dañado.	98
6.19. STFT del motor con rodamiento dañado en la pista exterior.	99
6.20. Algoritmo MUSIC del motor con rodamiento dañado en la pista exterior.	100
6.21. Frecuencia de falla f_{BPOF} en 522 Hz.	101
6.22. Espectrograma del motor con daño por desbalance mecánico.	102
6.23. STFT para el motor con daño por desbalance mecánico.	103
6.24. Algoritmo MUSIC para el motor con daño por desbalance mecánico.	104

Índice de tablas

2.1. Diagnóstico para motores de inducción con barras rotas. . . .	18
3.1. Velocidades síncronas	27
3.2. Porcentaje de deslizamiento de un motor de inducción.	28
3.3. Tabla de par variable.	33
3.4. Campo Devanado vs Imán Permanente.	39
4.1. Serie de Fourier.	54

Capítulo 1

Introducción

1.1. Preámbulo

Los *Motores Eléctricos de Inducción* son fundamentales en los procesos industriales, esto es por su sencillez, eficiencia, bajo costo y fácil instalación. El motor de inducción se ha popularizado por su uso en controles electrónicos de velocidad, por lo que es muy importante en los procesos industriales.

Son uno de los elementos más exigidos en los procesos productivos hasta que se presenta una falla. Es mejor realizar mantenimiento predictivo y preventivo que correctivo, ya que esto significa un paro de producción que se reduce a pérdida de tiempo y dinero. Por lo tanto, es mejor prevenir y detectar a tiempo las fallas en los motores de inducción para así minimizar los paros de producción.

1.2. Objetivo General

Analizar las señales eléctricas/vibraciones de un motor de inducción para la detección de fallas causadas por:

- a) Barras de rotor rotas
- b) Rodamientos dañados
- c) Desbalance mecánico

Para el estudio de barras de rotor rotas se utilizará la técnica de *Remuestreo No Uniforme*. Para las fallas de rodamientos dañados y desbalance mecánico, no es necesario aplicar esta técnica. A las señales de los tres tipos de fallas antes mencionados se les realizará un estricto análisis espectral.

1.2.1. Objetivos Específicos

- ▷ Adquirir conocimientos de la técnica de *Remuestreo No Uniforme* para aplicarla en las señales específicas que representan la falla por barras de rotor rotas.
- ▷ Describir las ventajas de analizar las señales del motor de inducción para detectar las fallas causadas además de por barras rotas, también por rodamientos dañados y desbalance mecánico.
- ▷ Conseguir realizar el análisis espectral de las señales, para obtener el diagnóstico de la falla del motor de inducción y concluir el tema propuesto.

1.3. Justificación

Las *Barras de Rotor Rotas (Broken Rotor Bars, BRB)* en motores de inducción con rotor tipo jaula de ardilla son una falla difícil de detectar. Su dificultad se debe a que las frecuencias características de las fallas son muy cercanas a la frecuencia fundamental del motor. Es decir, se encuentran en un rango de ± 5 Hz o en ocasiones hasta en un ± 2 Hz cercanas a la frecuencia de operación del motor que son 60 Hz para este caso.

Una barra de rotor rota puede no presentar síntomas de forma temprana y el daño puede irse propagando a las siguientes barras, llevando al motor a un colapso repentino. Esto porque las barras rotas inducen múltiples armónicos de corriente en los devanados del estator.

La técnica para la detección de BRB consiste en medir los armónicos de voltaje/corriente de banda lateral denominados:

- Armónico del lado izquierdo (Left Side Harmonic, LSH).
- Armónico del lado derecho (Right Side Harmonic, RSH).

Estos armónicos aparecen cerca de la frecuencia fundamental F_c de la fuente de alimentación, donde la separación entre ellos depende del deslizamiento s del rotor.

Las fallas en los *rodamientos* son las más comunes en los motores, y se manifiestan por vibraciones de alta frecuencia. Investigaciones [1] demuestran que los rodamientos operan aproximadamente el 80% de su vida útil libres de defectos. Las fallas más significativas de los rodamientos son: falta de lubricación, fatiga superficial, desgaste abrasivo, desgaste adhesivo, corrosión, fractura, etc.

A grandes rasgos, los rodamientos están formados por los siguientes componentes: pista interior, balines, jaula y pista exterior. El deterioro de dichos componentes genera una, o en su caso varias frecuencias características en los espectros de frecuencia, con lo cual permiten una identificación del daño del rodamiento.

El *desbalance mecánico* en elementos rotatorios (rotor) se ha convertido en un problema importante en el desarrollo de maquinaria moderna, especialmente en donde altas velocidades y la confiabilidad son de extrema importancia [2]. La aplicación de una técnica matemática y de un equipo de medición para reducir el desbalanceo a sus más bajos límites de vibración resultan en ocasiones costosos y también pueden ser inapropiados. La aplicación del algoritmo para corrección del desbalanceo depende de las características propias del elemento a balancear y el lugar donde se efectuará dicha corrección.

En la técnica de Remuestreo No Uniforme, la frecuencia de muestreo va cambiando conforme la señal se vaya moviendo. La finalidad es buscar una mayor separación de las componentes que se encuentren cercanas entre sí para tener una mejor visualización. Con esta técnica se pretende identificar las frecuencias de los armónicos que en el motor de inducción corresponden a barras de rotor rotas.

1.4. Planteamiento del problema

La identificación de fallas en Motores de Inducción ayuda a evitar pérdidas en las empresas, tanto de tiempo como económicas.

Realizar un mantenimiento predictivo y preventivo a los motores de inducción es lo ideal para evitar contratiempos. Pero si no se hacen con regularidad, programando sus mantenimientos y realizarlos en la fecha indicada, se ignoran los riesgos a los que se está exponiendo al motor.

La técnica de Remuestreo No Uniforme para la detección de barras de rotor rotas es una nueva metodología, que de forma sencilla nos puede dar un diagnóstico de su estado físico. Se menciona que de forma sencilla porque al realizar el análisis espectral de estas fallas y conociendo sus frecuencias y tomando en cuenta la frecuencia fundamental de operación del motor, el personal a cargo del mantenimiento del motor de inducción en determinada empresa, al tomar lecturas y ver la imagen puede comprender si existe o no la falla por BRB.

Realizando el análisis espectral a la *Falla por Rodamientos Dañados (Bearing Damaged Fault, BDF)* y por *Desbalance Mecánico (Mechanical Unbalance, UNB)*, también se da un estatus de operación del motor que el personal lo puede interpretar gráficamente, ya que esto resulta interactivo y puede ser de fácil comprensión, tomando en cuenta que se debe capacitar al personal a cargo. Un dato aún más importante es que al ser un método computarizado resulta ser confiable en cuestión de seguridad ya que al efectuarse no se expone a ningún tipo de peligro al personal.

1.5. Antecedentes

El algoritmo de Remuestreo No Uniforme es una técnica que consiste en separar los armónicos de la falla a través de remuestreo de tiempo no uniforme (frecuencias diferentes), evitando la superposición espectral y dando como resultado un patrón bastante claro en el dominio tiempo-frecuencia para así determinar la falla. El remuestreo de tiempo no uniforme se realiza para las señales del motor de forma que la frecuencia fundamental y los armónicos pasan a ser valores constantes.

Es importante mencionar que llevar a cabo esta técnica aplicada a un motor de inducción y monitorear en tiempo real, sería una gran ayuda para detectar fallas imprevistas en el motor. En el mundo industrial, suele suceder que aún así con anterioridad se haya realizado un mantenimiento predictivo y preventivo en el motor, detectar fallas específicas es muy difícil. Las fallas en un motor son diversas tales como; cortocircuitos en los bobinados del estator, rodamientos dañados, desbalance del rotor, rotura de barras y de anillos en el rotor, etc.

Es difícil determinar si el equipo fallará en un periodo de tiempo largo o corto, porque el equipo no siempre es manejado por un mismo personal, lo ideal es que la persona experta en operar el equipo realice el trabajo diario, sin embargo, influyen factores como; el cambio de personal y cambio de turno. El personal a cargo puede ser responsable, organizado y limpio en su trabajo, pero otro personal puede ser lo contrario, propiciando así condiciones que hagan que el equipo falle repentinamente.

Con la nueva metodología presentada en este trabajo para realizar un análisis espectral para las señales de falla por barras rotas BRB, rodamientos dañados BDF y desbalance mecánico UNB, nos da una pauta de cómo interpretar estos daños específicos en un motor de inducción y tener su diagnóstico de manera rápida y confiable.

1.6. Contenido del trabajo de Tesis

1. *Introducción.*- Presentación del proyecto, describe los fundamentos y los objetivos del trabajo.
2. *Estado del Arte.*- Sección de información donde se desarrollan los conceptos fundamentales acerca de Motores Eléctricos y Análisis Espectral de Señales.
3. *Introducción a los Motores Eléctricos.*- Reúne información esencial de los motores.
4. *Métodos basados en la Transformada de Fourier (Fourier Transform, FT) para la Estimación Espectral.* Recauda información esencial de la transformada de Fourier, así como de la técnica de remuestreo no uniforme para la elaboración de su algoritmo y la detección de barras de rotor rotas en motores de inducción. Y también para el estudio de rodamientos dañados y desbalance mecánico.
5. *Estudio para detección de Barras de Rotor Rotas, Rodamientos Dañados y Desbalance Mecánico.*- Describe información de los algoritmos requeridos para detección de los tres tipos de falla: barras de rotor rotas, rodamientos dañados y desbalance mecánico.
6. *Resultados.*- Sección donde se exponen los objetivos alcanzados en las pruebas realizadas con el algoritmo de remuestreo no uniforme y el algoritmo MUSIC para detección de fallas en barras de rotor rotas, rodamientos dañados y desbalance mecánico.
7. *Observaciones, Conclusiones y Trabajo a Futuro.*- Expone los casos ocurridos durante la realización del proyecto, así como los beneficios obtenidos a lo largo del trabajo desempeñado. Y algunos puntos de trabajo para desarrollar a futuro.

Capítulo 2

Estado del Arte

2.1. Motores Eléctricos

Un **motor eléctrico** o **electromagnético** es una máquina que transforma energía eléctrica en energía mecánica de rotación por medio de la acción de los *campos magnéticos* generados en sus bobinas. Son máquinas eléctricas rotatorias compuestas por un estator y un rotor [3].

2.1.1. Conceptos de Magnetismo

Un *campo magnético* puede ser producido por un imán permanente o por una corriente eléctrica en un electroimán. Los imanes y los electroimanes tienen propiedades similares [4].



Figura 2.1: Imán

Líneas de fuerza. Existen líneas magnéticas alrededor de un campo magnético. El total de líneas de fuerza magnética es normalmente llamado *flujo magnético* [4].

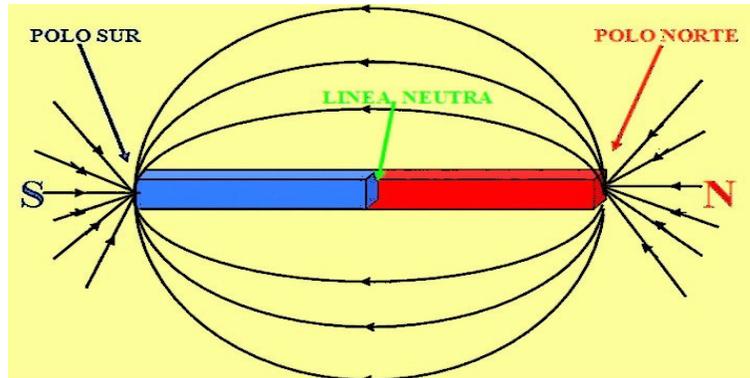


Figura 2.2: Líneas de flujo magnético

Inducción electromagnética. Una corriente es producida en un conductor cuando éste se mueve a través de un campo magnético. Esto es llamado inducción electromagnética [4].

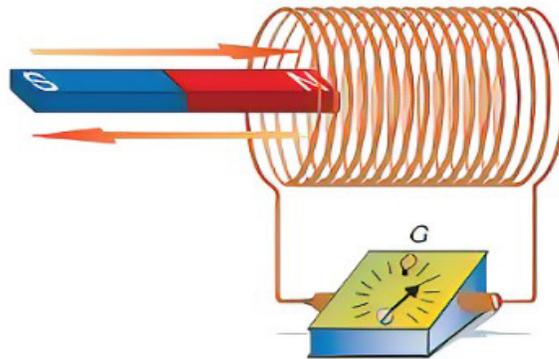


Figura 2.3: Inducción Electromagnética. Al acercar o alejar un imán a la espira se genera una corriente eléctrica.

2.1.2. Aplicaciones Industriales de Motores Eléctricos

Como ya se ha definido antes los *motores eléctricos* son aparatos que se alimentan de energía eléctrica para que esta propulse su movimiento rotatorio fundamental, el cual posteriormente transmitirá a los demás elementos de la máquina. Los *motores eléctricos industriales* [3] son la base para que las máquinas realicen todos sus movimientos y operaciones, lo que hace que sean un componente fundamental al cual es necesario darle toda la atención posible.

Los motores eléctricos tienen muchas aplicaciones entre las cuales se pueden mencionar:

- Ventiladores
- Correas transportadoras
- Bombas
- Elevadores
- Grúas
- Trenes de laminación
- Taladros
- Fresas
- Cizallas
- Tornos
- Batidoras
- Brazos robóticos, etc.

Debido a la variedad de aplicaciones, los motores eléctricos se han ido especializando y dividiendo en distintas categorías, dependiendo del tipo de corriente (alterna o continua) o las funciones que vaya a desempeñar (monofásico, trifásico, servomotores, etc.).

2.1.3. Eficiencia, Durabilidad y Fallas en Motores Eléctricos

Los motores eléctricos industriales exigen un alto grado de atención y cuidado, por lo tanto requieren de monitoreo, mantenimiento y revisión. Su uso continuo y prolongado genera altos niveles de desgaste y deterioro al estar sometidos a fuertes cargas y presiones, elevadas temperaturas y largas jornadas productivas. Los profesionales y técnicos en ingeniería eléctrica, mecánica e industrial están a cargo de la continuidad operativa de los procesos industriales y del funcionamiento de los motores. Deben identificar las principales causas de fallas que se encuentran en sus elementos mecánicos, especialmente en el rodamiento, el devanado del estator y en las barras del rotor. Muy frecuentemente las fallas en los rodamientos se deben a:

- Exceso de lubricación
- Escasez de lubricación
- Selección incorrecta de lubricante
- Contaminación en el lubricante

Los rodamientos tienen una duración en horas, por lo cual se deben cambiar cuando están por cumplir su vida útil, aunque no presenten problemas, ya que alguna falla en los rodamientos puede desencadenar una falla mayor llevando al motor a su deterioro.

En segundo lugar se encuentran factores operacionales como:

- Mal montaje
- Alineamiento incorrecto
- Sobrecarga, etc.

Es muy importante tener en cuenta que si un motor eléctrico se detiene, generará importantes costos debido a las interrupciones en la producción. Por este motivo, las estrategias de mantenimiento deben estar más enfocadas en la prevención periódica y predictiva, en lugar de aplicar correctivos.

2.2. Análisis Espectral de Señales

2.2.1. Espectro de Frecuencias

El **espectro de frecuencias** es la distribución de amplitudes para cada frecuencia de un fenómeno ondulatorio como sonoro, luminoso o electromagnético [5].

- *Espectro sonoro*: Una fuente de ondas sonoras puede tratarse de una superposición de frecuencias diferentes. Al escuchar una onda sonora con una sola frecuencia predominante se escucha una nota. Pero un silbido o un golpe puede contener más frecuencias dentro del rango audible.

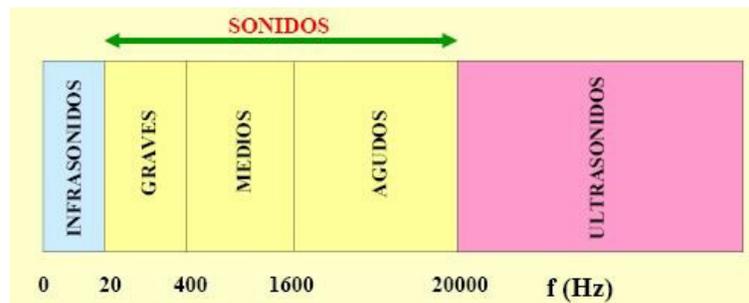


Figura 2.4: Espectro sonoro. Espectro audible del ser humano.

- *Espectro luminoso*: Una fuente de luz puede tener muchos colores mezclados en diferentes cantidades (intensidades). Un arcoiris o un prisma transparente deflecta cada fotón según su frecuencia en un ángulo ligeramente diferente. Eso permite visualizar cada componente de la luz inicial por separado.
El gráfico de la intensidad de cada color deflectado por un prisma que muestre la cantidad de cada color es el espectro de frecuencia de la luz o espectro luminoso.

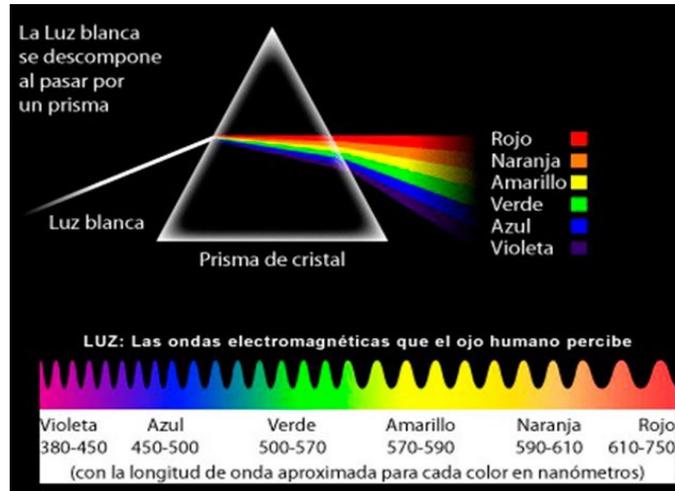


Figura 2.5: Espectro luminoso. Teoría de refracción de la luz de Isaac Newton.

- *Espectro electromagnético*: Es el rango de todas las radiaciones electromagnéticas posibles. El espectro de un objeto es la distribución característica de la radiación electromagnética de ese objeto. El rango del espectro electromagnético es interminable, sin embargo se puede dividir en grandes grupos como: radio, microondas, infrarrojo, visible, ultravioleta, rayos X y rayos gamma, lo que diferencia a unas de otras es su *frecuencia*.

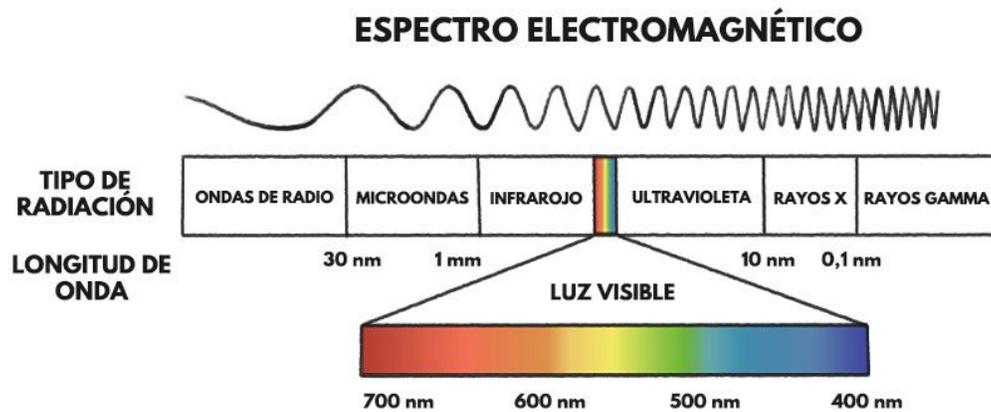


Figura 2.6: Espectro electromagnético.

2.2.2. Transformada de Fourier

El **análisis espectral** es un estudio orientado en la descomposición de señales en componentes sinusoidales, cada componente oscila a una frecuencia y amplitud determinada, y consiste en mostrar la información en el dominio de la frecuencia de una señal.

La conversión de la señal al dominio de la frecuencia se logra con la *Transformada de Fourier (FT, por Joseph Fourier)* [6]. El resultado del análisis de Fourier es un espectro de amplitud, con las mismas unidades de amplitud que tenía la señal en el dominio del tiempo. Es una transformación matemática utilizada para convertir señales del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Es una transformada reversible.

Cuando se trata de una función periódica en el tiempo (una señal continua pero no sinusoidal) la FT se simplifica para el cálculo de un conjunto discreto de amplitudes complejas que son llamados *coeficientes de Fourier*, que representan el espectro de frecuencia de la señal original.

La FT tiene aplicaciones en las siguientes áreas:

- Matemáticas
- Física
- Ciencia e Ingeniería
- Teoría de los números
- Teoría de la probabilidad
- Estadística
- Procesamiento de señales
- Óptica, etc.

La figura 2.7 muestra el espectrograma de una señal *EEG* (*electroencefalograma*) [7].

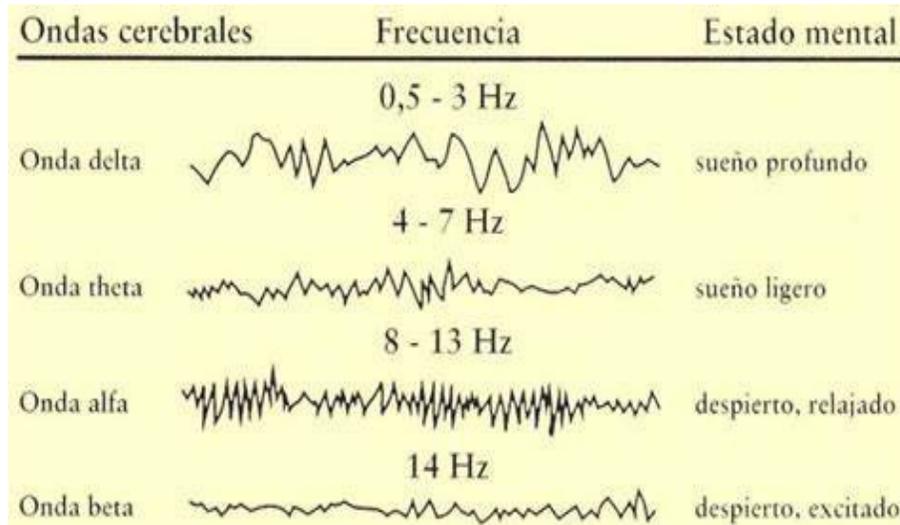


Figura 2.7: Electroencefalograma EEG.

La importancia de emplear la transformada de Fourier en el análisis espectral es la posibilidad de realizar una descomposición espectral de una onda o señal oscilatoria y también a partir del espectro obtenido se puede reconstruir o sintetizar la función original mediante la transformada inversa de Fourier.

La transformada contiene información sobre la intensidad de una frecuencia y su fase. Esta información se puede representar como un vector bidimensional o como un número complejo. En las representaciones gráficas comúnmente se presenta el módulo al cuadrado de ese número y el gráfico resultante se conoce como **espectro de potencia** o **densidad espectral de potencia** [8].

2.2.3. Analizador de espectros

Un **analizador de espectros** es un instrumento de medición utilizado para realizar análisis espectrales y tratar de encontrar si existe algún problema en un determinado equipo [9].

El analizador de espectros permite examinar cualquier tipo de señal eléctrica, por ejemplo, señales acústicas u ópticas en el dominio de la frecuencia. Su gran ventaja es que detecta información de la señal que podría no obtenerse en el dominio del tiempo. Es capaz de modelar la luz, el sonido e incluso las ondas de radio, las cuales pueden estar en superposición a diferentes frecuencias, es donde entra el estudio de *Análisis Espectral*.

Existen dos tipos de analizadores de espectros los cuales son:

- **Analizador analógico de espectros:** es un equipo electrónico que muestra la composición del espectro de ondas eléctricas, acústicas, ópticas, radiofrecuencia, etc. Puede considerarse como un voltímetro de frecuencia selectiva que responde a picos calibrados en valores RMS de la onda. Utiliza un filtro pasa banda de frecuencia variable, cuya frecuencia central se afina automáticamente dentro una gama fija. También se puede emplear un banco de filtros o un receptor superheterodino donde el oscilador local barre una gama de frecuencias.
- **Analizador digital de espectros:** este analizador utiliza la FFT. Algunas medidas requieren que se preserve la información completa de la señal (frecuencia y fase), este tipo de análisis se llama vectorial.

Características de los analizadores de espectros

- Las piezas internas de estos instrumentos tienen circuitos y microprocesador, el cual tiene almacenamiento y función de cómputo.
- Está equipado con interfaz estándar, el cual ayuda para formar un sistema de prueba automático.
- En la pantalla puede separar el intervalo de frecuencia entre las dos líneas espectrales adyacentes. Es un dato técnico muy importante de los analizadores de Fourier.

Ventajas de los analizadores de espectros

- El analizador de espectros posee buena linealidad, alta resolución, bajo ruido, frecuencia estable, precisión y valor moderado confiable.
- El analizador de respuesta en frecuencia tiene función de tenencia de valor en punta, el cual ayuda a capturar señales repentinas y obtener las características de las estadísticas de las señales.

Aplicaciones de los analizadores de espectros

- Puede ser usado para medir los parámetros de señal como la distorsión, modulación, pureza espectral, estabilidad de la frecuencia y distorsión de la modulación de interferencia-transversal.
- Es también usado comúnmente en investigación, desarrollo, producción y examinación de equipos electrónicos.
- El analizador de respuesta en frecuencia puede emplearse para la medición de señales de vibración, frecuencia intermedia, señales de circuito RF de señales transmitidas de teléfono móvil.

Algunos analizadores como los de marca Tektronix (de la serie RSA) utilizan un híbrido entre análogo y digital que se llama *analizador de espectros en tiempo real*. Las señales son convertidas a una frecuencia más baja para ser trabajadas con técnicas FT o *FFT (transformada rápida de Fourier)*.

2.2.4. Analizador de espectros en motores (Monitoreo de la Barra del Rotor por análisis de la corriente del motor)

El estado de las barras del rotor de un motor de inducción se puede medir, haciendo un análisis de frecuencia con alta resolución de la corriente de entrada del motor [9].

La presencia de una barra de rotor defectuosa causará una ligera reducción en el torque del motor, cada vez que un polo del campo magnético rotativo pase cerca de ella. Este ocurre con el doble de la frecuencia del deslizamiento, ya que los polos norte y sur del campo causan una reducción momentánea en el torque. Esta reducción también resulta en una disminución en la corriente de entrada hacia el motor en la misma proporción, esto es el resultado de la conservación de energía. Esta reducción periódica en la corriente del motor, en realidad es una modulación de amplitud de la misma. La cantidad de modulación está relacionada con la gravedad del problema de la barra del rotor.

Una manera de detectar si hay modulación de la corriente es buscar las **bandas laterales** alrededor de 60 Hz, colocadas a una distancia de dos veces la *frecuencia de deslizamiento* [10].

Esto se puede hacer colocando una pinza en una fase de la línea de entrada y conectándola a un analizador de espectros. Esto hace fácil probar una serie de motores, ya que todos los interruptores generalmente están ubicado en el centro. En lugar de una pinza portable de corriente, se puede utilizar un transformador convencional de corriente. Generalmente el transformador se ubica cerca de los interruptores del motor en lugar de cerca del motor, especialmente en el caso de motores muy grandes. La ubicación del transformador en relación al motor no es importante, la lectura de la corriente será la misma [11].

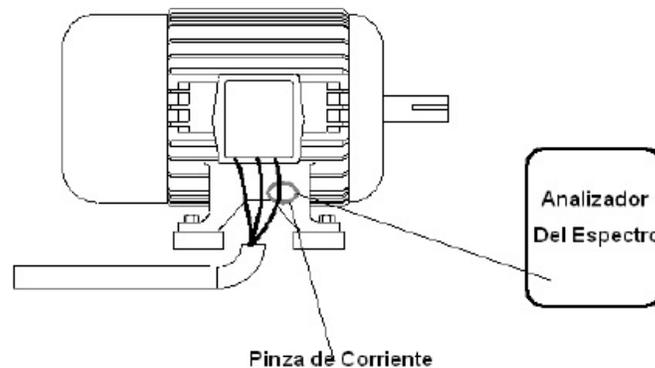


Figura 2.8: Analizador de espectro en un motor.

Para esta prueba el motor deberá operar bajo carga ya que sin carga el deslizamiento será muy lento y no se desarrollará ningún torque apreciable. Sólo se necesita medir una fase de un motor trifásico. El analizador de espectro deberá ser capaz de generar un espectro de alta resolución desde 0 Hz hasta 70 Hz o un espectro zoom desde 50 a 70 Hz. Una resolución de frecuencia de 1600 líneas es deseable para separar las bandas laterales causadas por variaciones de carga, etc.

La alta resolución y el espectro zoom son necesarios, ya que las bandas laterales de la frecuencia de deslizamiento estarán muy cerca de la línea de frecuencia de 60 Hz. Por ejemplo, para un motor que gira a 1760 RPM, la frecuencia de deslizamiento será de $1800 - 1760 = 40$ RPM, lo que equivale a 0.66 Hz. Las bandas laterales estará ubicadas a dos veces esta frecuencia o 1.334 Hz.

Si las bandas laterales están a una distancia de 55 a 60 dB del pico de 60 Hz, se considera que las barras del rotor son buenas, pero si se incrementa a 40 dB abajo del pico de 60 Hz, eso es una indicación de barras dañadas.

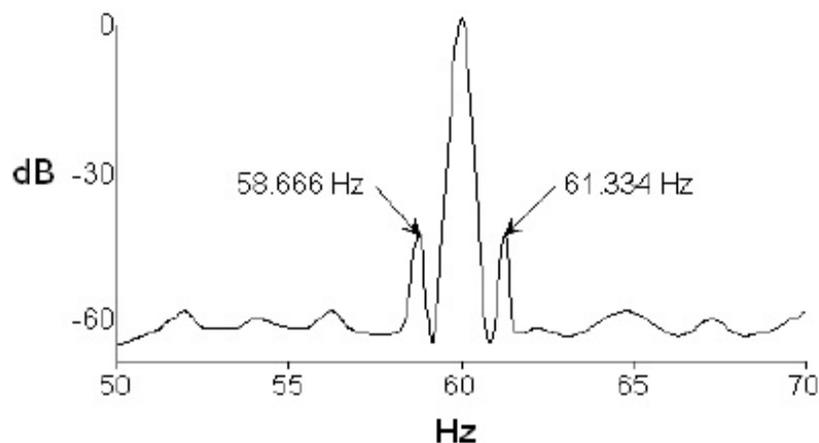


Figura 2.9: Amplitud de bandas laterales causadas por barras rotas. Motor de 1760 RPM.

Laboratorios Microlog CMVA55 [12] obtuvo datos experimentalmente con aporte del personal de mantenimiento de motores y determinaron las condiciones para barras de rotor rotas. Información mostrada en la tabla 2.1.

Tabla 2.1: Diagnóstico para motores de inducción con barras rotas.

Diferencia entre amplitud fundamental y bandas laterales (dB)	Estado del motor
54-60	Excelente
48-54	Bueno
42-48	Probablemente el motor tenga barras rotas
36-42	El motor tiene barras rotas en su interior
30-36	Motor con barras rotas y probablemente otra fuente de alta resistencia
<30	Motor tiene un daño severo

Capítulo 3

Introducción a los Motores Eléctricos

3.1. Motores Eléctricos

Un **motor eléctrico** es una máquina que convierte energía eléctrica en energía mecánica [13]. Un motor realiza trabajo cuando aplica fuerza para mover algún objeto a través de una distancia. Los campos magnéticos producen torsión y caballos de fuerza.

Trabajo mecánico

$$T = F * D \tag{3.1}$$

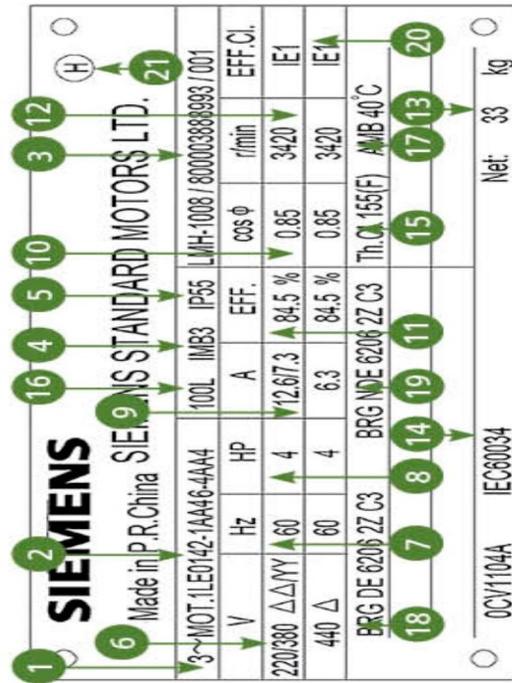
F=Fuerza

D=Distancia

Caballo de potencia (HorsePower, HP) es una unidad usada para medir el trabajo producido por motores y controles de velocidad. Esto es lo mismo que levantar 1000 lbs a 33 ft de altura en un minuto. Por lo tanto un HP produce 33000 lbs-ft en un minuto.

La Asociación Nacional de Fabricantes Eléctricos (National Electrical Manufacturers Association, NEMA) [14] ha establecido como un estándar los datos mínimos que debe contener una placa para motor en sus diferentes tipos. Una placa de datos para motores de AC monofásicos o trifásicos debe contener lo siguiente:

- Tipo de enclaustramiento y armazón
- Potencia de salida
- Ciclo de trabajo
- Temperatura máxima de operación
- Designación de tipo de aislamiento
- RPMs a plena carga
- Frecuencia de alimentación
- Número de fases
- Voltaje de alimentación
- Corriente a plena carga
- Letra código (KVA de rotor bloqueado)
- Eficiencia



- | | | |
|-------------------------|--------------------------|--|
| 1. Motor trifásico | 8. Potencia (HP) | 15. Clase térmica |
| 2. Referencia | 9. Corriente nominal (A) | 16. Tamaño constructivo |
| 3. Número serial | 10. Factor de potencia | 17. Temperatura ambiente máxima |
| 4. Tipo de construcción | 11. Valor de eficiencia | 18. Tipo de rodamientos lado de accionamiento |
| 5. Grado de protección | 12. Velocidad nominal | 19. Tipo de rodamientos lado de no accionamiento |
| 6. Rango de tensión | 13. Peso del motor (Kg) | 20. Clases de eficiencia |
| 7. Frecuencia (Hz) | 14. Norma de fabricación | 21. Método de balanceo |

Figura 3.1: Placa de un motor eléctrico.

La placa de un motor no contiene los datos del trabajo que puede realizar o de la torsión que ejerce, pero sí se observa la *potencia nominal de caballoje* o *HP* [15].

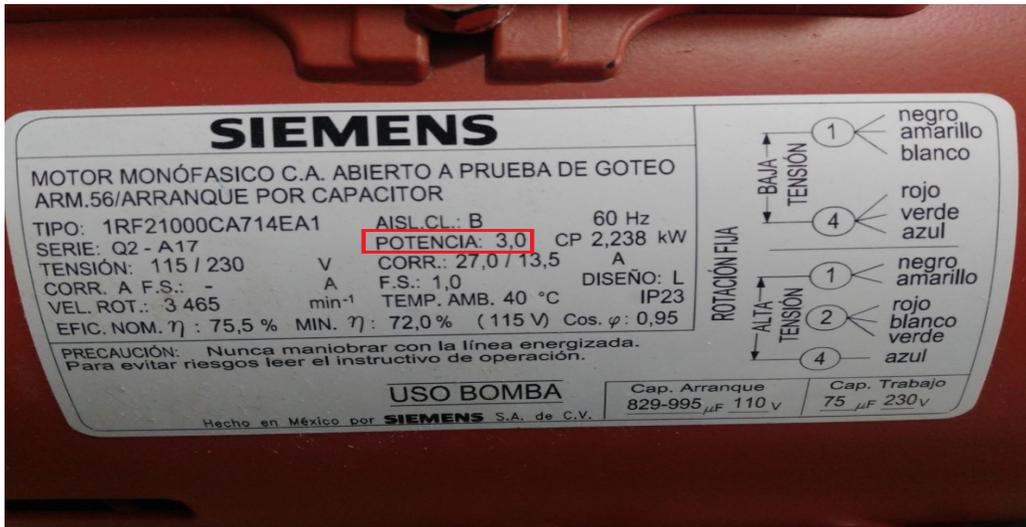


Figura 3.2: Placa de un motor eléctrico SIEMENS modelo 1RF21000CA714EA1 con potencia de 3.0 HP.

La figura 3.2 [15] es una placa de un motor SIEMENS monofásico AC abierto a prueba de goteo, tipo 1RF21000CA714EA1 y serie Q2-A17.

En los motores de corriente alterna, la placa normalmente indica un valor de voltaje menor al nominal de línea. Por ejemplo, el nominal es 240 VAC y en la placa se observa 230 VAC, etc. En algunos casos, la placa será fabricada para algún tipo de motor específicamente para motores de alta eficiencia, por ejemplo, a prueba de explosión en donde se adicionan datos específicos de esta familia.

El **par(torque)** es la *fuerza de torsión* aplicada a una carga, en una forma directa o indirecta. Un ejemplo de esta fuerza es la ejercida por un motor de su eje a la carga, o cuando se utiliza un desarmador para colocar un tornillo. Las unidades típicas utilizadas son lbs-in o Kg-m y sus equivalentes. A mayor torsión que realice un motor mayor es la carga que moverá. Mientras más rápido gire un eje más rápido se moverá una carga en particular.

La **velocidad** es el número de vueltas que el eje del motor puede lograr en una unidad de tiempo, se mide en revoluciones por minuto (RPM).

Relación entre potencia, par y velocidad

$$HP = (PAR * RPM) / 5252 lbs * ft \quad (3.2)$$

$$HP = (PAR * RPM) / 63025 lbs * in \quad (3.3)$$

3.1.1. Tipos de Motores

Los siguientes mapas conceptuales indican los tipos de motores AC y DC.

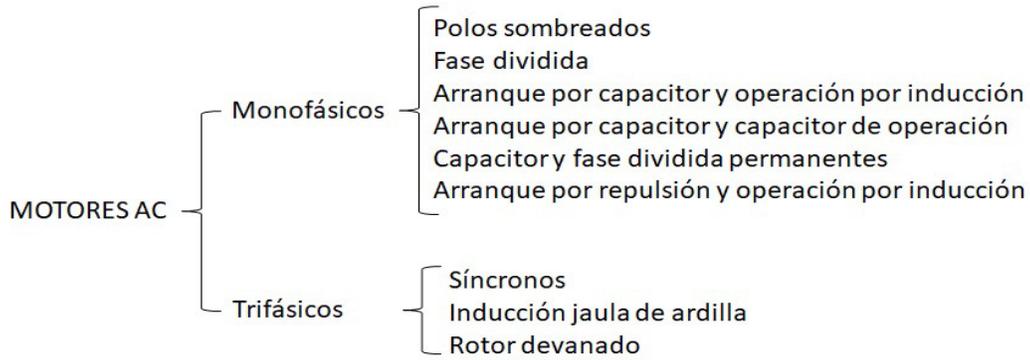


Figura 3.3: Tipos de motores AC.

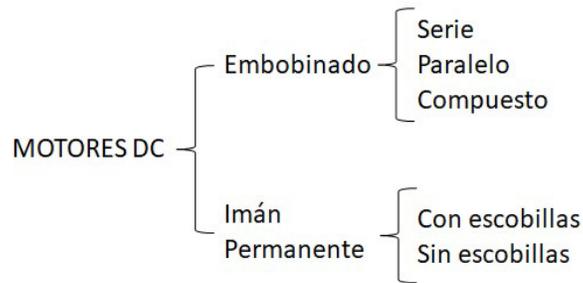


Figura 3.4: Tipos de motores DC.

Los motores AC se pueden clasificar como:

- **Monofásicos.** Para el arranque de los motores es necesaria una inducción inicial. En el caso de los motores monofásicos la inducción inicial se logra con los auxiliares de arranque.
- **Trifásicos.** Los motores trifásicos arrancan y funcionan con base en la rotación de fase del voltaje de entrada.

3.2. Motor de Corriente Alterna

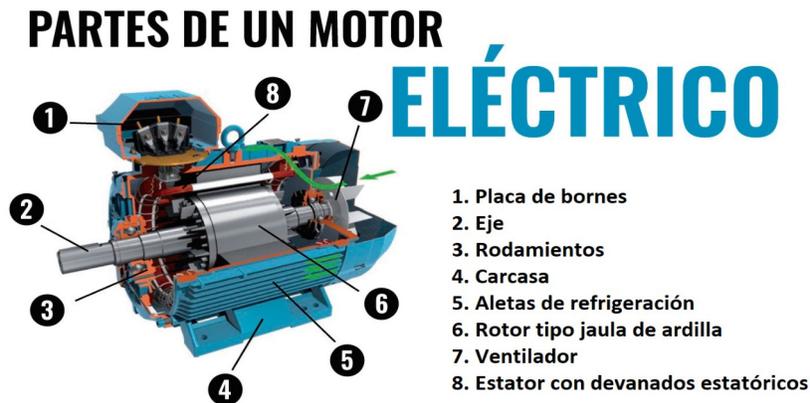


Figura 3.5: Partes de un motor eléctrico de AC

Mecánicamente los motores tienen sólo 2 partes principales [16].

1. Parte giratoria:
 - Eje
 - Rotor
2. Parte fija:
 - Estator
 - Armazón
 - Placas laterales

3.2.1. Partes de un motor de AC

- Rotor. Consiste de tres elementos: el primero es el eje sobre el cual va ensamblado el segundo elemento, que es una pila de laminación construida de acero al silicio y la tercera y última parte, un circuito eléctrico compuesto por múltiples barras de cobre colocadas en paralelo y en forma circular, unidas con dos arcos del mismo material ubicados en los extremos de las barras (tipo jaula de ardilla). La corriente inducida en el rotor provocará el giro. No requiere conexiones eléctricas.
- Estator. Está compuesto por tres partes principales: un armazón, que figura como enclaustramiento del motor, dentro del cual se coloca una pila de laminación que contendrá los embobinados de cobre del motor. Este estator, una vez alimentado, inducirá al rotor para darle movimiento.
- Tapas. Estas también forman parte del enclaustramiento del motor y van colocadas en los extremos del estator. Las tapas sostienen el peso del estator y lo mantienen en concentricidad, también alojan los rodamientos del eje que le permitirán girar.
- Otras. Partes que no en todos los tipos de motores son utilizadas, como embobinados auxiliares, interruptores centrífugos, capacitores de arranque y permanentes, etc.

El funcionamiento del motor es el siguiente [17]:

1. Se fijan dos imanes y en el centro se pivota un tercer imán (rotor). Las fuerzas de los imanes hará que gire, es decir, las fuerzas de los polos magnéticos hará que gire el rotor, y a medida que gira el rotor está ejerciendo torsión.
2. Una vez que los polos del imán rotor se alinean con los imanes estatores, este se detiene.
3. Para poder seguir ejerciendo torsión se debe facilitar un medio para mantener al rotor girando. La única forma de hacerlo es invertir los polos, bien sea en el imán rotor o en los imanes estatores fijos. Justo cuando los polos se estén alineando. El imán rotor sería entonces empujado y atraído otra media vuelta.

Se puede realizar esto si se reemplazan los imanes estatores permanentes o el imán rotor o ambos con electroimanes. Un *electroimán* es una bobina de alambre enrollada en un núcleo de hierro no magnetizado. La corriente del alambre produce polos magnéticos como en los imanes permanentes. ¿Cuál polo es norte (N) y cuál polo es sur (S)? Depende de la dirección en que se mueva la corriente.

4. Al invertir la corriente se logra invertir los polos. Ahora se mantiene al rotor girando, si se cambia la corriente en cualquiera de las bobinas del rotor o del estator en el momento preciso, al invertirse los polos magnéticos, el rotor se da vuelta para alinearse por el otro lado ejerciendo torsión a medida que gira. Si se continúa el proceso de invertir los polos magnéticos N,S o S,N, etc., el rotor seguirá girando en círculo y ejercerá una torsión continua.

Todos los motores utilizan electroimanes, sea para el rotor, el estator o ambos. Estos electroimanes son muy variados en cuanto al calibre del alambre y al número de vueltas.

- ▷ MOTOR DE DC: La corriente en las bobinas del rotor es invertida por la acción cambiante de escobillas deslizantes en un conmutador.
- ▷ MOTOR DE AC: La corriente alterna es aplicada a las bobinas del estator haciendo que los polos estatores se inviertan automáticamente.

Los motores son pesados porque están hechos de acero y cobre. El cobre son las bobinas de alambre llamadas devanados que conduce la corriente que crean los polos magnéticos.

En la mayoría de los devanados la resistencia del cobre se mantiene tan baja como sea posible porque la corriente que pasa a través de la resistencia produce calor y es el principal destructor de los motores. Puesto que el acero conduce el flujo magnético mucho mejor que el aire y permite establecer fuerzas magnéticas más poderosas, se encuentra gran cantidad de acero en un motor. Los motores se construyen para que prácticamente todo el flujo magnético sea conducido por el acero, casi todo el armazón y la carcasa del motor forman parte del campo magnético del estator.

El único espacio donde el flujo debe cruzar por el aire, es el espacio entre el rotor y el estator, dicho espacio se conserva estrecho como sea posible. El espacio entre el rotor y el estator debe mantenerse para que el rotor no frote sobre el estator.

El armazón debe ser fuerte porque los devanados están sometidos a fuerzas elevadas. Las fuerzas magnéticas entre los devanados del rotor y el estator pueden forzarlos fuera de posición, por lo que los devanados están sujetos para prevenir cualquier movimiento fuera del aislamiento. Los devanados del rotor también están sujetos a fuerzas centrífugas y son fijados para impedir que salgan volando de sus ranuras.

3.2.2. Características de un motor de AC

- Velocidad síncrona. Es la velocidad a la cual está girando el campo magnético en el embobinado del estator. Es aproximadamente a la cual gira el motor cuando está sin carga.

$$RPM = (120 * Frecuencia) / \#polos \quad (3.4)$$

Tabla 3.1: Velocidades síncronas

Velocidades síncronas en RPM		
Polos	a 60 Hz	a 50 Hz
2	3600	3000
4	1800	1440
6	1200	1000
8	900	750

- Velocidad a plena carga. Es una indicación de la velocidad aproximada a la cual el motor girará cuando se le requiere todo el par que puede proporcionar o todo el caballaje.
- Deslizamiento. Se define como la diferencia entre la velocidad síncrona y la velocidad a plena carga.

Es decir, la diferencia en las velocidades de rotación de los campos magnéticos del rotor y del estator. El rotor del motor de inducción siempre gira más lento que el campo del estator, generalmente es inferior a la unidad. Se puede medir en unidades relativas o en porcentaje.

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} * 100 \% \quad (3.5)$$

s = deslizamiento

n_1 = frecuencia de rotación del campo magnético del estator.

n_2 = frecuencia de rotación del campo magnético del rotor.

Tabla 3.2: Porcentaje de deslizamiento de un motor de inducción.

Potencia	Velocidad a plena carga RPM	Porcentaje de deslizamiento
1/2 HP	1725	4 %
100 HP	1760	2.2 %
200 HP	1780	1.1 %

En modo inactivo, el deslizamiento s es cercano a cero y es del 2 - 3%, debido a que $n_1 \approx n_2$. No puede ser igual a cero, porque en este caso el campo del estator no cruza con el campo del rotor. El motor no gira y no se suministra el voltaje que confiere. Incluso en modo *inactivo perfecto*, el valor de deslizamiento no será cero. s puede tomar valores negativos en el caso de que el motor eléctrico esté en modo generador. En modo generador la rotación del rotor es opuesta a la dirección del campo del estator.

- Polos. Es el número de polos magnéticos construidos dentro del motor. Los polos siempre vienen en pares (un norte y un sur), por lo que en los motores siempre existirá un número par de polos, como: 2, 4, 6, etc.
- Frecuencia. Es el número de fluctuaciones en el voltaje por segundo de una fuente convencional. Los motores son diseñados para una frecuencia y voltajes específicos.
- *Curvas típicas de velocidad vs par en motores trifásicos.* Par a plena carga. Es el máximo par al cual el motor estando a plena velocidad, opera sin sobre calentamiento y el ciclo para el cual fue diseñado.

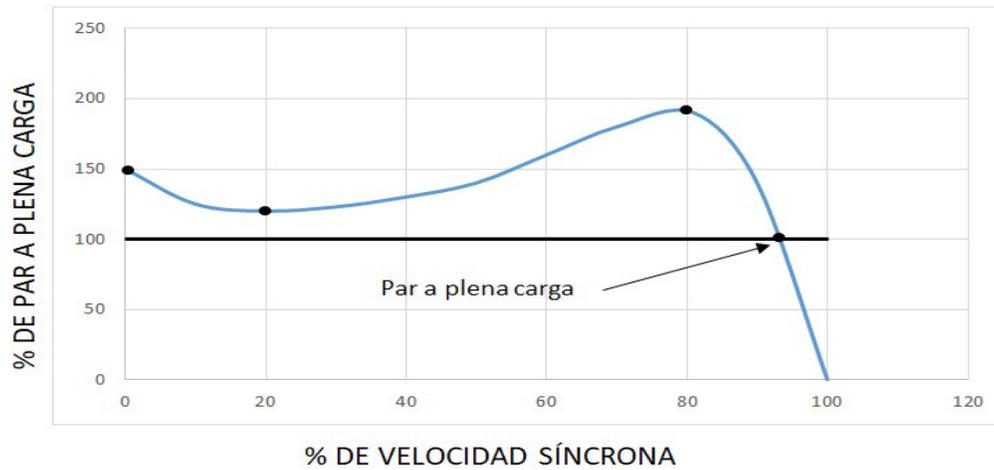


Figura 3.6: Curva típica de velocidad síncrona vs par a plena carga.

- *Par a Rotor Bloqueado/Par de arranque.* Es el par máximo que se produce cuando el motor es energizado a pleno voltaje y con el eje bloqueado. Es decir, es el par disponible para romper la inercia estática de la carga y acelerarla.

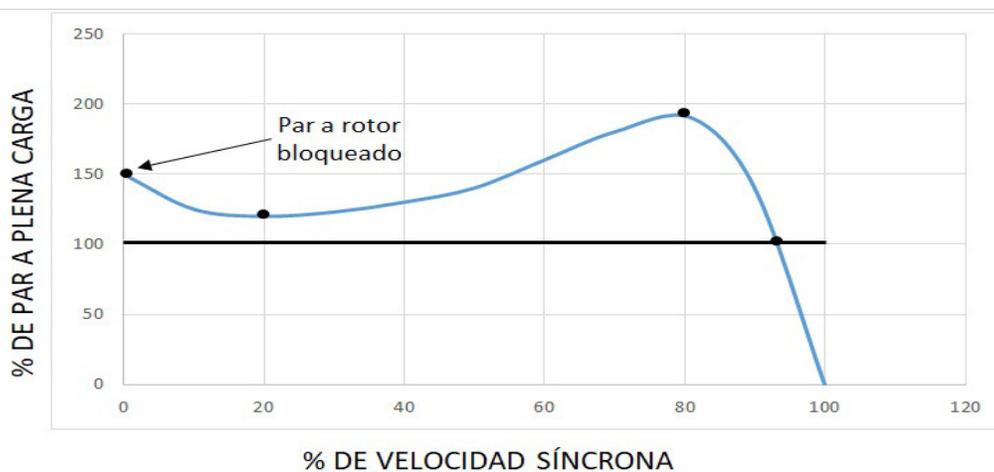


Figura 3.7: Curva típica de velocidad síncrona vs par a rotor bloqueado.

- *Par mínimo de aceleración.* Es el punto más bajo de la curva de velocidad para un motor que está acelerando una carga para llevarla a máxima velocidad. Algunos diseños no traen valor de par mínimo (pull up) porque este se presenta a rotor bloqueado.

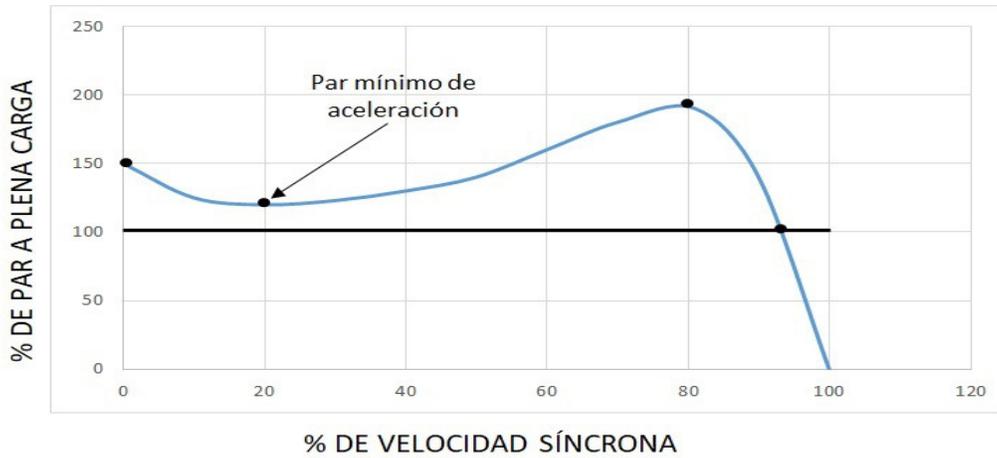


Figura 3.8: Curva típica de velocidad síncrona vs par mínimo de aceleración.

- *Par de frenado o de desenganche.* Es el máximo par que el motor puede entregar, estando a plena velocidad y justo antes de iniciar un frenado por exceso de carga.

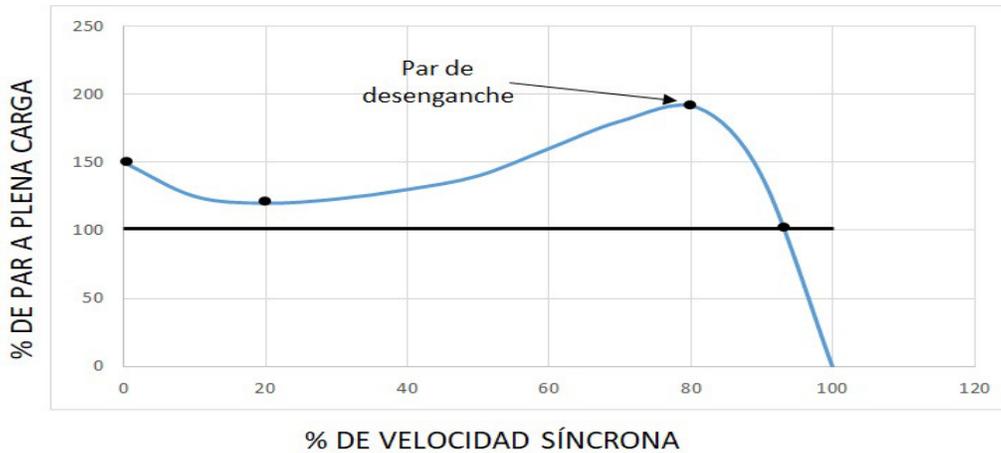


Figura 3.9: Curva típica de velocidad síncrona vs par de frenado o desenganche.

- *Motores de dos velocidades.* Este tipo de motor puede ser fabricado en uno o dos embobinados para operar en una o en otra velocidad. Aunque no son usuales, existen de 3 y 4 velocidades.
- *Un embobinado.* Estos motores son diseñados para velocidades con relación 2:1. Por ejemplo, a 60 Hz en un embobinado se puede tener motores de 3450/1750, 1750/850 o 1150/550 rpm a plena carga.
- *Dos embobinados.* En este caso la relación de velocidad puede ser cualquiera. Por ejemplo, en dos embobinados podemos tener 1750/1140 o 3450/850 rpm.
- *Otras subclasificaciones.* Dentro de estos dos tipos de motores (uno y dos embobinados) se pueden tener las opciones de par variable o constante o potencia constante. Cuando se aplican motores de dos velocidades, el par y la velocidad deben ser considerados.
- *Conexiones.* Los tipos más comunes de conexiones de motores trifásicos son estrella (Y) y delta (Δ). Dependiendo del voltaje para el cual haya sido diseñado el motor, estas dos formas de conexión pueden combinarse.

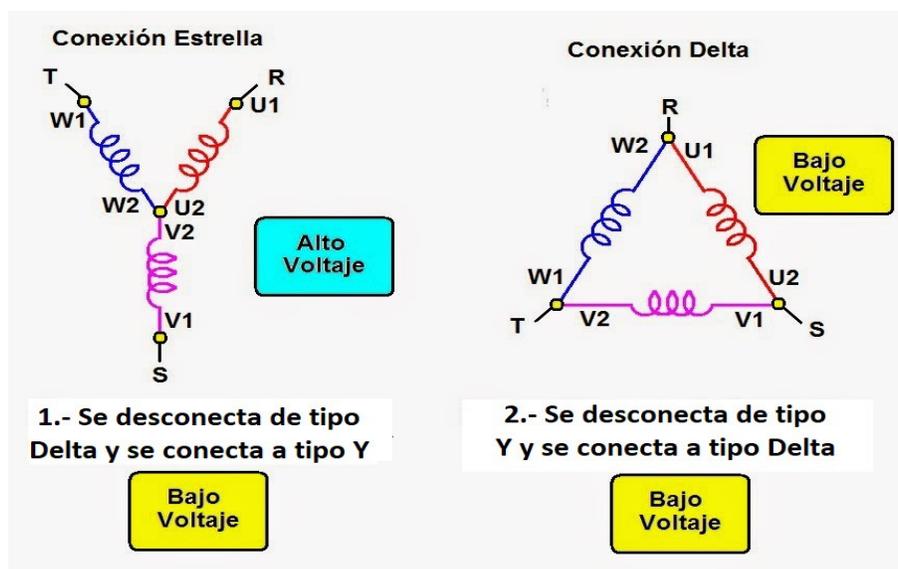


Figura 3.10: Conexión tipo Y y Δ en motores trifásicos.

-
- *Tipos de cargas.* Un término que genera una gran confusión tanto cuando se selecciona un motor de dos velocidades como cuando se selecciona un control para variar la velocidad es la *clasificación de la carga*. Hay cuatro tipos de cargas
 - * Par constante: En estas aplicaciones normalmente la carga es constante sin importar la velocidad de movimiento. Como ejemplo típico la mayoría de los transportadores.

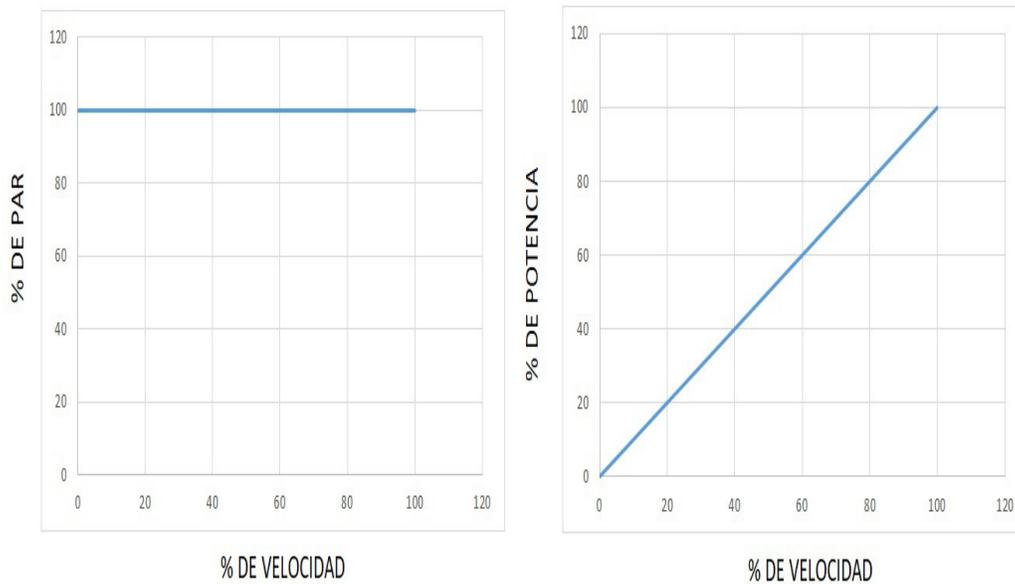


Figura 3.11: Curvas de par constante.

- * Par variable: Se define así a las aplicaciones en donde la demanda de par se incrementa al aumentar la velocidad. Como ejemplo las bombas y ventiladores centrífugos.

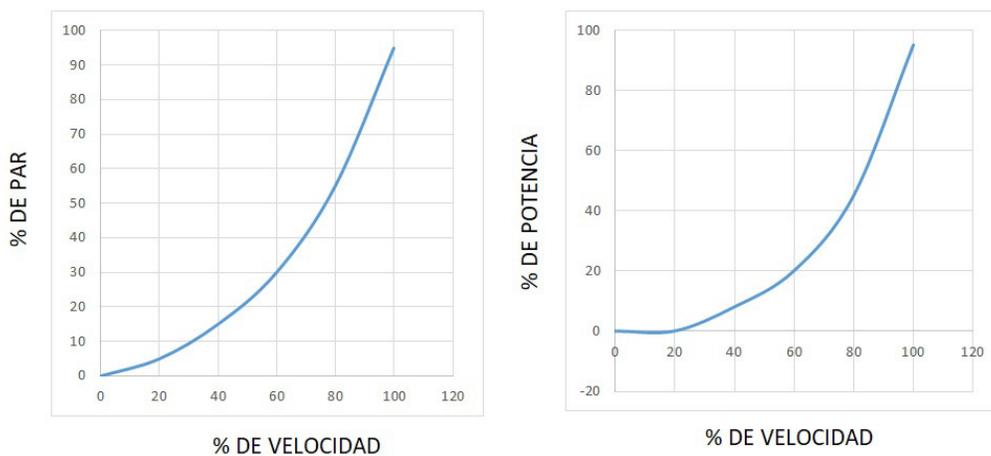


Figura 3.12: Curvas de par variable.

Tabla 3.3: Tabla de par variable.

% de Cambio de Velocidad	% de Cambio Par	% de Potencia Original	% de Cambio de Potencia
-20	-35	51	-49
-15	-25	61	-39
-10	-19	73	-27
-5	-10	86	-14
0	0	100	0
+5	+10	116	+16
+10	+21	133	+33
+15	+32	152	+52
+20	+44	173	+73

-
- * Potencia constante: En estas aplicaciones cuando la velocidad se incrementa, la demanda de par se reduce y viceversa. Estas aplicaciones de potencia constante se encuentran en taladros, tornos, molinos, etc.

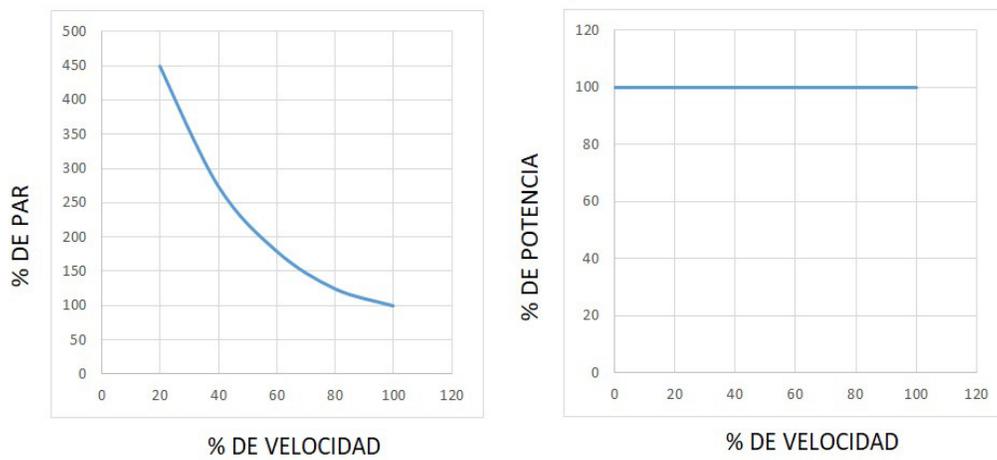


Figura 3.13: Curvas de potencia constante.

3.3. Motor de Corriente Directa

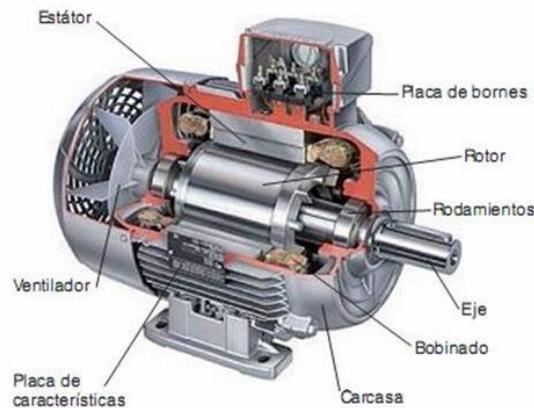


Figura 3.14: Partes de un motor eléctrico de DC.

En los motores de DC los campos magnéticos generados por los embobinados o imanes en el estator son permanentes. Al alimentar la armadura por el conmutador, se crea un campo no colineal con el campo del estator, esto provoca la fuerza tangencial necesaria para el deslizamiento inicial. Con el desplazamiento de la armadura la alimentación en los polos se modifica y la no linealidad entre campos se mantiene haciendo que el giro permanezca [17].

3.3.1. Partes de un motor de DC

- Armadura. Es la parte en movimiento del motor y se compone de un eje sólido, sobre el cual se coloca una pila de laminaciones, para luego formar sobre éstas los embobinados y polos del motor.
- Conmutador. Forma parte de la armadura, sin embargo por su importancia se menciona como una parte más. Está compuesto por un cilindro formado por delgas o segmentos, que reciben las terminales de las bobinas de la armadura por un lado, y por el otro recibirían el voltaje de alimentación a través de las escobillas o carbones.
- Campo/Estator. Los campos magnéticos en un motor de DC pueden fabricarse de imán permanente o bobinas sobre un núcleo de hierro. Estos son montados al interior de dos semicilindros que se anclan al interior de una carcasa o armazón que forma el enclaustramiento del motor.
- Tapas. Son colocadas en los extremos del armazón para servir de soporte a la armadura, completando a su vez el enclaustramiento del motor.

3.3.2. Tipos de motores de DC

- Motores de campo devanado. Los diferentes tipos se basan en las formas de interconexión de los campos y armadura del motor, lo cual hace que el motor presente diferentes características de operación.

Las tres combinaciones básicas son [18]:

- Serie
- Paralelo
- Mixta

1. Conexión serie. En un motor serie, los campos son conectados en serie con el circuito de la armadura. Conforme la carga disminuye la demanda de corriente también, lo cual hace que los campos se debiliten, esto provoca un incremento en la velocidad.

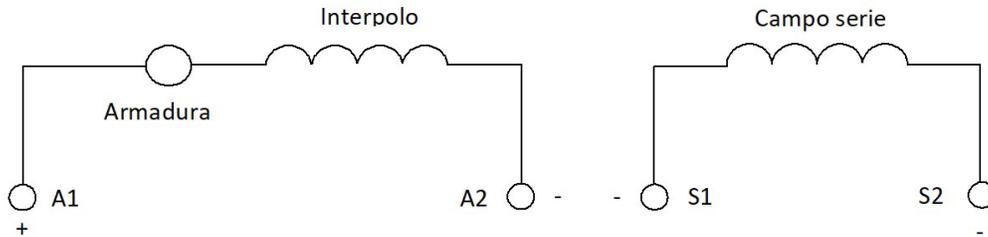


Figura 3.15: Conexión serie en un motor eléctrico de DC.

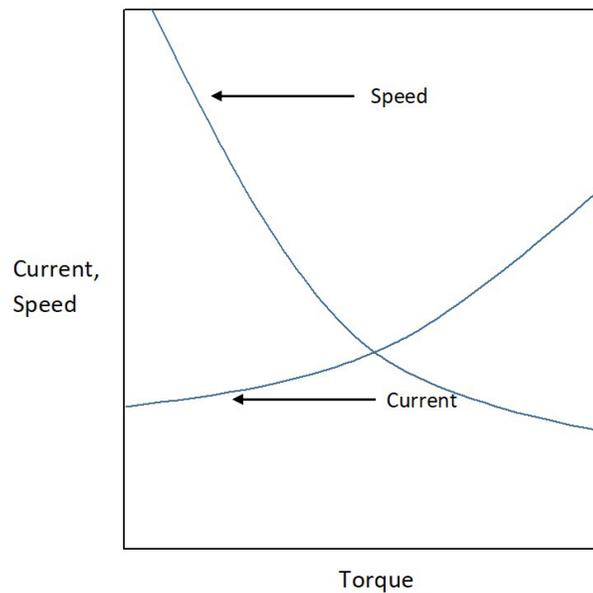


Figura 3.16: Curva característica de un motor eléctrico de DC con conexión serie.

Su curva característica como se observa en la figura 3.16 de alto par a bajas velocidades, hacen ideal al motor para aplicaciones de tracción, los carros eléctricos por ejemplo. Estos motores se operan sólo con carga, ya que tienden a sobre revolucionarse cuando operan en vacío y pueden llegar a destruirse.

-
2. Conexión paralelo. Los campos son conectados en paralelo con el circuito de la armadura. Este diseño presenta una relación muy constante en la curva par vs velocidad, lo que lo hace ideal en aplicaciones para transportadores. Estos motores no tienen buena respuesta en condiciones de sobrecarga.

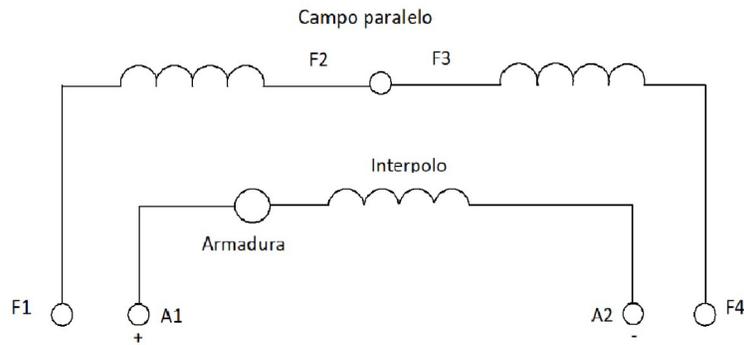


Figura 3.17: Conexión paralelo en un motor eléctrico de DC.

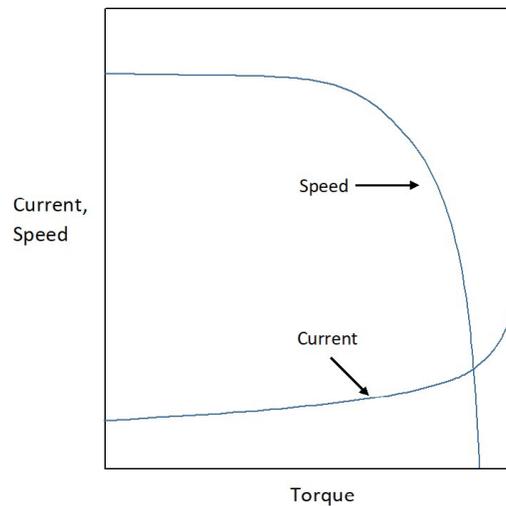


Figura 3.18: Curva característica de un motor eléctrico de DC con conexión paralelo.

-
3. Conexión compuesta. Un embobinado está en paralelo y el otro está en serie respecto a la armadura. Estos motores tienen un mejor par de arranque que uno en paralelo y menos vibraciones de velocidad bajo carga que uno en serie. Estos son normalmente usados en bombas y ventiladores.

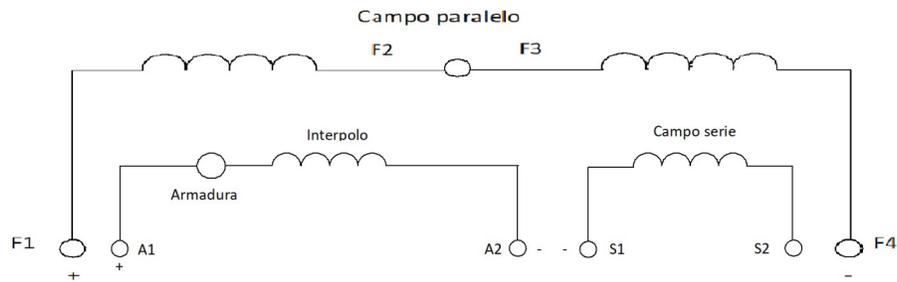


Figura 3.19: Conexión compuesta en un motor eléctrico de DC

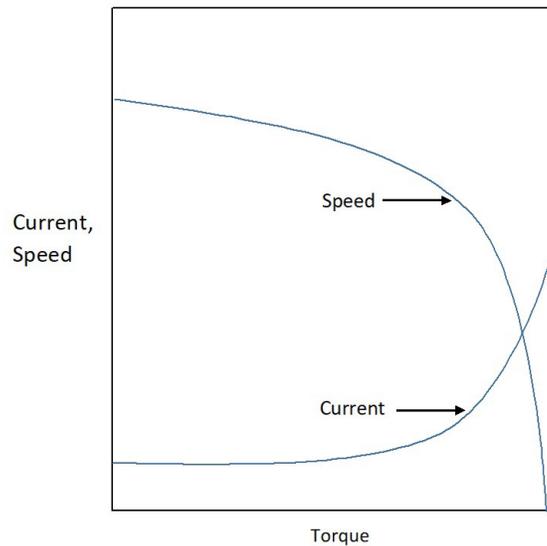


Figura 3.20: Curva característica de un motor eléctrico de DC con conexión compuesta.

- Motor de imán permanente. Este motor no es fabricado con campos embobinados, en su lugar son colocados imanes permanentes que proporcionan los campos magnéticos. La curva par vs velocidad para estos motores es una línea recta.

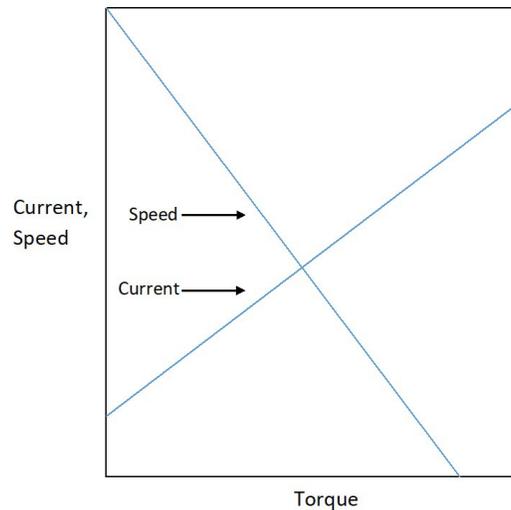


Figura 3.21: Curva característica de un motor eléctrico de DC con imán permanente.

Tabla 3.4: Campo Devanado vs Imán Permanente.

Imán permanente	Campo devanado
<ul style="list-style-type: none"> – Un campo magnético estable. – Un relativamente alto par bien definido en sus límites. – Uso más eficiente de la energía. – Más compactos. – Son duraderos. – Sólo requiere alambrado de armadura. – Menor costo. 	<ul style="list-style-type: none"> – Son mejores en aplicaciones específicas, especialmente en variaciones de velocidad o en necesidades de sobre velocidad. – En capacidades mayores, son únicos disponibles.

- Motores de imán permanente sin escobillas. El motor de DC sin escobillas utiliza una conmutación electrónica, en lugar de la conmutación electromecánica estándar. Utiliza también un accesorio de retroalimentación como auxiliar de la conmutación.

3.4. Factor de servicio de un motor eléctrico

El *factor de servicio (FS)* es la capacidad de sobrecarga de un motor sin sufrir daño alguno [19]. Un motor con un FS de 15 % puede sobrecargarse en un 15 % sin sufrir daños por calentamiento. Este factor de servicio es válido en condiciones nominales del motor, de esta forma podría estarse utilizando o no dependiendo de las necesidades.

3.5. Ciclo de trabajo de un motor eléctrico

Existen dos clasificaciones en cuanto a ciclos de trabajo se refiere [20]:

- **Ciclo de trabajo continuo.** Puede ser operado en forma definida sin interrupción y sin sufrir calentamiento. Los motores de propósito general son de este tipo. Los paros por reparación dependen del mantenimiento.
- **Ciclo de trabajo limitado o intermitente.** Están diseñados para operar en períodos definidos de tiempo. Si el periodo de trabajo es excedido, el motor sufrirá calentamiento proporcional a este exceso, provocando un deterioro prematuro.

3.6. Función de un motor eléctrico sin carga

El eje gira a *velocidad plena o máxima*, algo más rápido que la velocidad estampada en el motor [17].

Ejemplo:

Medición: 3514 RPM
Indicada: 3450 RPM

Un motor descargado consume cierta corriente eléctrica porque el motor debe vencer la fricción de los rodamientos y la resistencia del viento que producen el rotor y el ventilador. Mientras mayor es la carga menor es la velocidad y mayor es la corriente y torsión.

- Cero torsión indica cero HP.
- En la parada los HP son cero. Nada se mueve y ningún trabajo se hace a pesar de que el motor consume corriente.

Si una carga exige la máxima torsión en un motor este se parará. La corriente se eleva porque el motor está tratando de aportar la torsión requerida. Cuando un motor funciona con cargas pesadas a bajas velocidades, los disyuntores de sobrecarga son disparados rápidamente, aunque el motor trabaje a grandes corrientes este se puede fundir.

3.7. Eficiencia de un motor eléctrico

Un motor convierte energía eléctrica a energía mecánica y la *eficiencia* es la medida de la capacidad de lograrlo [21].

$$E = \frac{HP}{W} \quad (3.6)$$

E= eficiencia de un motor

HP=caballos de fuerza

W= potencia (watts)

3.7.1. Vatios de potencia de DC

$$DCWatts = I * V \quad (3.7)$$

DC Watts= vatios de potencia de DC

I=corriente eléctrica (A)

V= voltaje (V)

Cuando la potencia es AC la relación es un poco más complicada. Los vatios consumidos por algún motor dependen del voltaje aplicado y la corriente que demanda de la línea. La mayoría de los motores funcionan con una línea de voltaje fija, lo que quiere decir que los vatios dependen de la corriente que entra en un motor. Los vatios que entran al motor y no son convertidos en caballos de fuerza se convierten en calor.

$$1HP = 746Watts \quad (3.8)$$

Ya que en la práctica los motores no son 100 % eficientes, necesitan más de 746 W para producir 1 HP. Los vatios extras calientan al motor. Los motores se calientan y se calentarán más rápido a velocidad de parada, cuando estén consumiendo muchos vatios y todos esos vatios son convertidos en calor. Operar bajo cargas pesadas a bajas velocidades es casi igual de malo. A máxima potencia la eficiencia es alta, pero la diferencia entre vatios consumidos y los HP producidos es aún grande y un motor se calentará si opera bajo estas condiciones.

La *potencia nominal (PN)* [3] es el máximo potencial de caballaje que un motor puede producir sin dañar su aislamiento. Los motores no deben sobrecargarse ni producir más que su potencia nominal de caballaje por demasiado tiempo. Su mantenimiento consiste en sostener baja fricción en ellos y liberar cualquier calor que se produzca. Una fricción alta lo hace más propenso a calentarse y a fundirse. En su instalación es importante la colocación de sus disyuntores de sobrecarga. Estos monitorean la corriente al motor y se disparan cuando la corriente es mayor a la carga plena por demasiado tiempo. Su propósito es evitar que el motor se queme por sobrecargas. Es importante poder detectar cuando un motor está sobrecargado y localizar la causa. El mantenimiento y la investigación de fallas en motores requiere de una buena comprensión de por qué fallan y cómo mantenerlos funcionando a la máxima eficiencia.

3.8. Fallas en motores de inducción

Las fallas más comunes que presentan los motores de inducción tanto trifásicos como monofásicos son:

- Ruptura de barras del rotor
- Rodamientos dañados
- Desbalance mecánico
- Fusibles quemados
- Interrupción de alguna fase
- Sobrecargas
- Fases invertidas
- Corto circuito
- Conexiones internas erróneas
- Contactos a tierra de los devanados
- Rodamientos excesivamente apretados
- Tapas mal montadas
- Eje torcido
- Condensador defectuoso (en motores monofásicos con condensador)
- Interrupción en el devanado de arranque (en motores monofásicos)
- Interrupción en el devanado de trabajo (en motores monofásicos)

3.8.1. Ruptura de barras del rotor

La *ruptura de barras en el rotor tipo jaula de ardilla* es una falla no tan frecuente pero de serias consecuencias. Puede ser causada por el desgaste de los materiales y esfuerzos térmicos y mecánicos exagerados [10].

La ruptura de barras se puede originar por:

- Arranque directo del motor.
- Cargas mecánicas intermitentes.
- Fallas en el proceso de fabricación del rotor.
- Degradación del material del rotor debido a químicos y humedad.
- Esfuerzo térmico debido a sobrecarga del motor.

La figura 3.22 muestra la estructura de un rotor tipo jaula de ardilla, nombrado así específicamente por su parecido a dicha jaula.



Figura 3.22: Rotor tipo jaula de ardilla.

En la figura 3.23 se pueden observar unas marcas en el rotor. Las cuales internamente son sus barras.

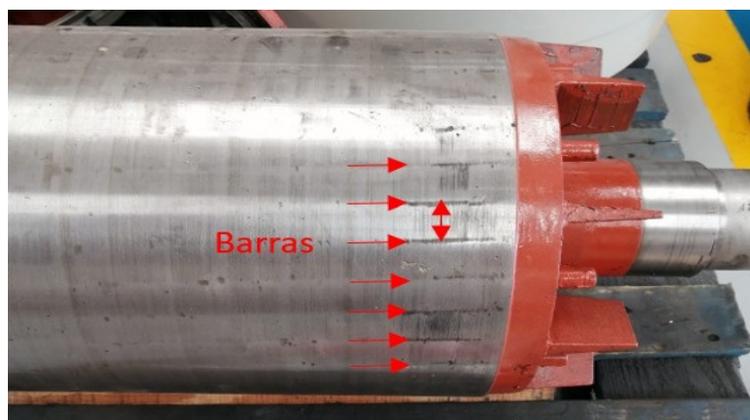


Figura 3.23: Barras de rotor.

3.8.2. Rodamientos dañados

Los *rodamientos* son uno de los componentes más importantes en la mayoría de los equipos. Soportan grandes exigencias con respecto a su capacidad de carga, funcionamiento, precisión, niveles de ruido, fricción y calor por fricción, vida y confiabilidad [1].



Figura 3.24: Modelo de un rodamiento.

La figura 3.25 muestra los componentes de un rodamiento.

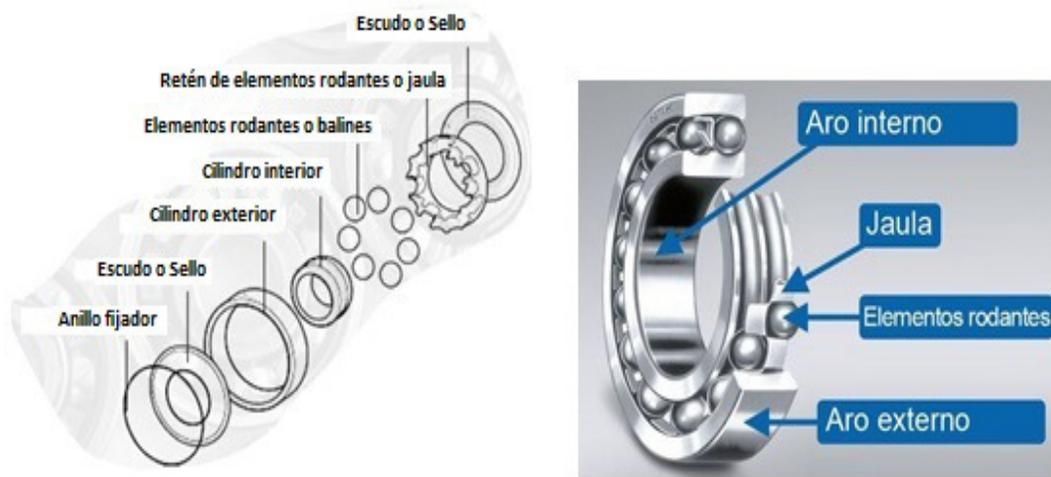


Figura 3.25: Componentes de un rodamiento.

Las fallas en los rodamientos son las más comunes en los motores y pueden originarse por [22]:

- Carga excesiva.
- Falta de alineamiento.
- Montaje defectuoso.
- Ajuste incorrecto.
- Lubricación inadecuada.
- Sellado deficiente.
- Falsa brinelación (deformación bajo carga).



Figura 3.26: La figura muestra un rodamiento dañado por falta de lubricación.

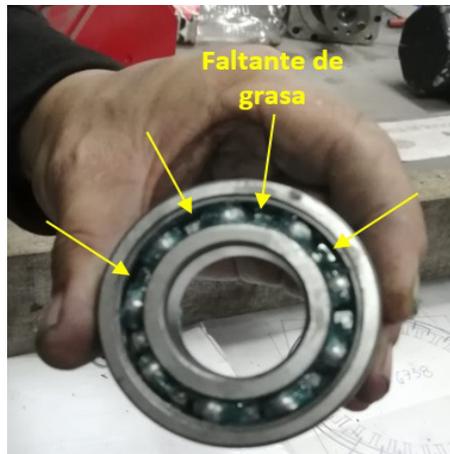


Figura 3.27: Rodamiento con faltante de grasa.

3.8.3. Desbalance mecánico

El *desbalance mecánico* genera vibraciones y puede conducir a muchos problemas con el motor y eventualmente puede causar que el motor falle prematuramente [22]. La vibración generalmente es causada por la posición del motor sobre una superficie irregular o inestable. Sin embargo, también puede ser el resultado de un problema subyacente con el motor, como rodamientos flojos, desalineación o corrosión.

El desbalance mecánico también puede deberse a falta de peso en el rotor. Por lo que al notar vibración y si el estudio arroja que es a falta de peso, el motor debe desmontarse y después agregar peso.

La figura 3.28 muestra un rotor con peso agregado como tornillos, tuercas y rondanas.



Figura 3.28: Rotor con peso agregado.

Los motores deben revisarse regularmente para detectar vibraciones, utilizando una herramienta de *análisis de vibraciones de motores* [22]. Para reducir la vibración, el motor debe estar en una superficie plana y estable. Si aún se produce vibración, se deben revisar signos de desgaste, así como rodamientos flojos o desalineación.

3.8.4. Sobrecarga eléctrica

La *sobrecarga eléctrica* es causada por un flujo de corriente excesivo dentro de los devanados del motor, que excede la corriente de diseño que el motor puede transportar de manera eficiente y segura. Esto puede ser causado por un bajo voltaje de suministro, lo que resulta en que el motor consuma más corriente en un intento de mantener su torque. También puede ser el resultado de conductores en cortocircuito o suministro de voltaje excesivo [23].

- ★ La sobrecarga eléctrica se puede prevenir instalando una protección efectiva contra sobrecorriente que detecte sobrecorriente e interrumpa el suministro.

3.8.5. Baja resistencia

La causa más común de falla de un motor eléctrico y posiblemente la más difícil de superar es la *baja resistencia* [23]. La baja resistencia es causada por la degradación del aislamiento de los devanados debido a condiciones tales como sobrecalentamiento, corrosión o daños físicos. Esto conduce a un aislamiento insuficiente entre los conductores o los devanados del motor, lo que puede causar fugas y cortocircuitos, y eventualmente falla del motor.

- ★ Para evitar este tipo de fallas en motores eléctricos se recomienda que el aislamiento deba inspeccionarse periódicamente para detectar signos de desgaste y reemplazarse antes de que la baja resistencia pueda causar fallas.

3.8.6. Sobrecalentamiento

Alrededor del 55 % de los fallos de aislamiento en los motores eléctricos ocurren debido al *sobrecalentamiento* [23]. El sobrecalentamiento puede ser causado por una mala calidad de energía o un entorno operativo de alta temperatura. Por cada 10 ° C que aumenta la temperatura de un motor, la vida útil del aislamiento se reduce en un 50 %.

- ★ Es fundamental que el motor se mantenga lo más frío posible. Garantizar que el entorno operativo se mantenga frío ayudará a evitar averías.

3.8.7. Contaminación

La *contaminación* por polvo, suciedad y productos químicos es una de las principales causas de fallo del motor eléctrico [23]. Los cuerpos extraños que se abren paso dentro del motor, pueden afectar a las pistas de rodadura y los balines de los rodamientos, lo que genera altos niveles de vibración y desgaste. También puede bloquear el ventilador de enfriamiento, lo que limita la capacidad del motor para regular su temperatura y aumenta la probabilidad de sobrecalentamiento.

- ★ Se recomienda prevenir la contaminación, lo cual es relativamente fácil. Mantener las áreas de trabajo, herramientas y accesorios lo más limpio posible, evitará que la contaminación ingrese al motor. Además, al diseñar el espacio de trabajo, se deben colocar los motores lejos de las máquinas rectificadoras que producen grandes cantidades de contaminantes.

Un principio básico para la detección de fallas en motores eléctricos, es la observación de su operación diaria y la elaboración de un programa de inspección basado en sus condiciones de servicio. La frecuencia de la inspección se puede realizar en los tiempos fuera de servicio.

Recomendaciones para evitar fallas en motores eléctricos

- Realizar limpieza general
- Revisar las condiciones eléctricas
- Evitar temperaturas ambientales elevadas
- Proveer la ventilación apropiada
- Revisar el alineamiento con la carga
- Realizar la lubricación apropiada de los rodamientos
- Evitar el deterioro del aislamiento de los devanados
- Revisar la condición del rotor
- Evitar el desgaste en los interruptores
- Evitar el deterioro de los capacitores

Capítulo 4

Métodos basados en la Transformada de Fourier (Fourier Transform, FT) para la Estimación Espectral

4.1. La transformada de Fourier FT

La *Transformada de Fourier (Fourier Transform, FT)* es una comparación entre una señal continua en el tiempo $x(t)$ con funciones seno y coseno de diferentes frecuencias ω a lo largo de todo el dominio del tiempo. El resultado es la misma señal pero representada desde un punto de vista diferente [24].

Transformada de Fourier

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} x(t) d(t) \quad (4.1)$$

Identidad de Euler

$$e^{-j\omega t} = \cos\omega t - j\sin\omega t \quad (4.2)$$

La figura 4.1 muestra la señal en el dominio del tiempo y el espectro de la señal en el dominio de la frecuencia.

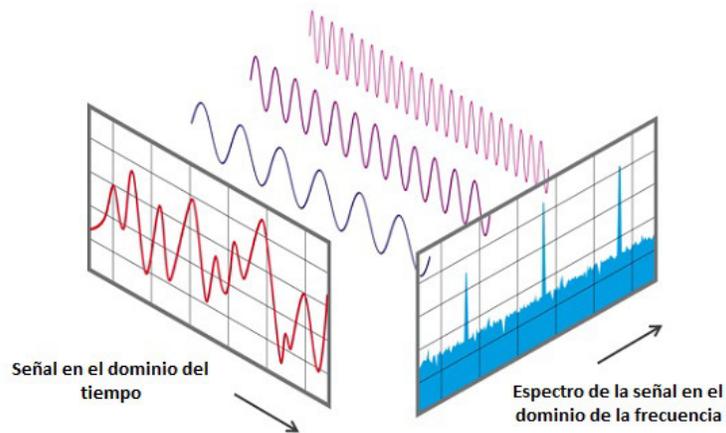


Figura 4.1: Representación de tiempo-frecuencia.

4.1.1. Series de Fourier

La representación matemática básica de las señales periódicas es la *serie de Fourier*, que es la suma lineal ponderada de exponenciales complejas o sinusoides armónicamente relacionadas. Fourier utilizó estas expansiones de series trigonométricas para describir el fenómeno de calor y la distribución de la temperatura en los cuerpos [24].

Aunque su trabajo fue motivado por el problema de la conducción de calor, las técnicas matemáticas que desarrolló a principios del siglo XIX han encontrado aplicación en una amplia variedad de problemas de muchos campos como:

- Óptica
- Vibraciones en los sistemas mecánicos
- Teoría de sistemas
- Electromagnetismo

Series de Fourier

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2\pi k F_0 t} \quad (4.3)$$

La ecuación 4.3 es una combinación lineal de exponenciales complejas armónicamente relacionadas. Se trata de una señal periódica de período fundamental $T_p = 1/F_0$. Y por tanto se puede pensar en las señales exponenciales:

$$e^{j2\pi k F_0 t}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

como en "los bloques de construcción" básicos para construir señales periódicas de diversos tipos mediante la correcta elección de la frecuencia fundamental y los coeficientes c_k . F_0 determina el período fundamental $x(t)$ y los coeficientes c_k especifican la forma de la señal.

Una cuestión importante que surge de la representación de la señal periódica $x(t)$ mediante la serie de Fourier es, si la serie converge o no a $x(t)$ para todo valor de t , es decir, si la señal $x(t)$ y su representación como serie de Fourier son iguales para cualquier valor de t .

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2\pi k F_0 t} \quad (4.4)$$

Las condiciones de Dirichlet [24] donde la serie de la ecuación 4.4 será igual a $x(t)$, excepto en los valores de t para los que $x(t)$ es discontinua. En esos valores de t la ecuación 4.4 converge al valor medio de la discontinuidad. Las condiciones de Dirichlet son:

1. La señal $x(t)$ tiene un número finito de discontinuidades en cualquier período.
2. La señal $x(t)$ contiene un número finito de máximos y mínimos en cualquier período.
3. La señal $x(t)$ es absolutamente integrable en cualquier período, es decir;

$$\int_{T_p} |x(t)| dt < \infty \quad (4.5)$$

Todas las señales periódicas de interés práctico satisfacen estas condiciones. La condición menos restrictiva que establece que la señal tiene energía finita en un período es la siguiente:

$$\int_{T_p} |x(t)|^2 dt < \infty \quad (4.6)$$

que garantiza que la energía en la señal diferencia es cero.

$$e(t) = x(t) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2\pi k F_0 t} \quad (4.7)$$

Aunque $x(t)$ y su serie de Fourier no sean iguales para todos los valores de t , si $x(t)$ es periódica y satisface las condiciones de Dirichlet, se puede representar mediante una serie de Fourier donde los coeficientes están especificados, lo que se resume en la siguiente tabla:

Tabla 4.1: Serie de Fourier.

Análisis en frecuencia de señales periódicas continuas en el tiempo	
Ecuación de síntesis	$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2\pi k F_0 t} (4.8)$
Ecuación de análisis	$c_k = \frac{1}{T_p} \int_{T_p} x(t) e^{-j2\pi k F_0 t} dt (4.9)$

En general, los coeficientes de Fourier c_k son valores complejos. Además, es fácil demostrar que si la señal periódica es real, c_k y c_{-k} son complejos conjugados. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} c_k &= |c_k|e^{j\theta_k} \\ c_{-k} &= |c_k|e^{-j\theta_k} \end{aligned}$$

En consecuencia, la serie de Fourier también puede representarse como:

$$x(t) = c_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} |c_k| \cos(2\pi k F_0 t + \theta_k) \quad (4.10)$$

Donde c_0 es un valor real cuando $x(t)$ es real.

Es importante indicar que se puede obtener otra forma de la serie de Fourier expandiendo la función coseno de la ecuación anterior como:

$$\cos(2\pi k F_0 t + \theta_k) = \cos 2\pi k F_0 t \cos \theta_k - \text{sen} 2\pi k F_0 t \text{sen} \theta_k$$

En consecuencia se puede escribir la ecuación como:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos 2\pi k F_0 t - b_k \text{sen} 2\pi k F_0 t) \quad (4.11)$$

Donde:

$$a_0 = c_0, \quad a_k = 2|c_k| \cos \theta_k, \quad b_k = 2|c_k| \text{sen} \theta_k$$

Las ecuaciones 4.8, 4.10 y 4.11 son tres formas equivalentes de la representación en serie de Fourier de una señal periódica real.

4.1.2. La transformada discreta de Fourier DFT

La *Transformada Discreta de Fourier (Discrete Fourier Transform, DFT)* es la principal herramienta del procesamiento digital de señales. Se puede definir la transformada discreta de Fourier como un muestreo de N puntos de la transformada de Fourier [24].

Existen dos puntos de vista desde los cuales se pueden interpretar los resultados obtenidos sobre una secuencia $x[n]$ a través de la DFT, los cuales son:

1. El primer punto corresponde a los coeficientes espectrales, conocidos ya en la serie de Fourier. Se observa en señales periódicas discretas, con muestreos coincidentes con la secuencia $x[n]$.
2. El segundo trata del espectro de una señal aperiódica discreta, con muestreos correspondientes a la secuencia $x[n]$.

La DFT es una aproximación al espectro de la señal analógica original. Su fase depende de los instantes de muestreo, mientras que su magnitud depende del intervalo de muestreo.

Con respecto a la transformada convencional de Fourier la DFT posee varias similitudes y diferencias. La FT convierte una secuencia en un línea continua, de esta forma el resultado de la variable de Fourier es una función compleja de variable real. La DFT a diferencia, recibe una señal discreta y la transforma en otra señal discreta, es decir, en una secuencia.

Transformada Discreta de Fourier

$$X(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-j2\pi nk} x(k) \quad (4.12)$$

Aplicaciones de la DFT

- Es una potente herramienta en el estudio de sucesiones discretas.
- Transforma una función variable continua, en una transformada de variable discreta.
- El problema de Cauchy [25] para la ecuación de calor presenta un campo de aplicación frecuente en la DFT.
- Hace posible que una onda de sonido o una onda electromagnética sea expresada en una superposición de ondas simples.

4.1.3. Transformada rápida de Fourier FFT

La DFT es un proceso matemático relativamente sencillo pero que utiliza reiteradas operaciones y la manipulación de una gran cantidad de datos, por lo que consume recursos computacionales. Para desarrollar la DFT de forma práctica se elaboró un algoritmo que reduce la capacidad de cómputo y un cálculo en menor tiempo. Al algoritmo creado se le llama *Transformada Rápida de Fourier, Fast Fourier Transform (FFT)* [24].

Sin embargo, la ganancia en eficiencia se pierde en precisión. Para que el algoritmo pueda procesar los datos de forma rápida se debe restringir los valores posibles de ciertos parámetros. Por ser un algoritmo digital que emplea el sistema binario, los tamaños de las ventanas de análisis están restringidos a las potencias de base 2.

La FT y la DFT son procedimientos matemáticos que están definidos de manera general, es decir, no están acotados temporalmente.

En la práctica es necesario marcar límites temporales ya que el sonido por ejemplo, para manipularlo debe ser finito. Esto dado que para aplicar la DFT mediante la FFT es necesario definir determinados parámetros.

Parámetros de la FFT

1. *Frecuencia de muestreo.* A mayor frecuencia de muestreo F_s se obtiene una mayor precisión temporal en general.
2. *Tamaño de la ventana de análisis.* La ventana de análisis es un período temporal que se toma en cantidad de muestras de una porción de la señal a analizar. Se llama *ventana* por analogía al efecto visual que produce una ventana cuando se mira un paisaje dentro de una habitación, lo que podemos ver del horizonte está acotado a la imagen que podemos percibir a través de la pared.
3. *Frecuencia de análisis.* Es la relación entre la frecuencia de muestreo y el tamaño de la ventana de análisis. La frecuencia de análisis es la *frecuencia fundamental* de la serie armónica (también referida como serie de Fourier) y corresponde al recíproco del período definido por la ventana de análisis. Por ejemplo, si N es la cantidad de muestras que toma la ventana de análisis y F_s es la frecuencia de muestreo, entonces $T = \frac{N}{F_s}$ es el *período de la ventana de análisis en segundos*. Como la frecuencia y el período son inversos, la frecuencia de análisis resultante es $f_a = \frac{1}{T}$. Si sustituimos términos obtenemos: $f_a = \frac{1}{T} = \frac{1}{N/F_s} = \frac{F_s}{N}$

Por ejemplo:

Se tiene una señal con una frecuencia de muestreo $F_s = 44100$ Hz y una ventana de análisis de 512 muestras. Por tanto:

$$f_a = \frac{F_s}{N}$$
$$f_a = \frac{44100}{512} = 86,1328Hz$$
$$\underline{f_a = 86,1328Hz}$$

Este valor a la vez será la *resolución en frecuencia*, dado que la serie de Fourier se incrementará en bandas que son múltiplos enteros de la frecuencia de análisis hasta la frecuencia de *Nyquist* [26].

Teorema de muestreo de Nyquist

El teorema de muestreo de Nyquist para señales limitadas en banda de energía finita, como lo es una señal banda base, indica que la frecuencia mínima de muestreo $F_s = \frac{1}{T_s}$ debe ser igual o mayor al doble de la frecuencia de la señal analógica de entrada al conmutador.

O bien, que el espacio en tiempo entre muestras (o periodo de muestreo) T_s mínimo necesario debe ser: $T_s = \frac{1}{2f_m}$.

La cantidad de componentes parciales (*bins en inglés*) que se pueden analizar, es la mitad del tamaño de la ventana de análisis. Es decir, $512/2 = 256$ que van desde los 0 Hz hasta la frecuencia de Nyquist ($F_s/2$). De cada bin se puede obtener tanto la amplitud como la fase, aunque el valor que se usa para graficar el espectro es solo la amplitud. La figura 4.2 muestra la señal del ejemplo y su espectro en frecuencia.

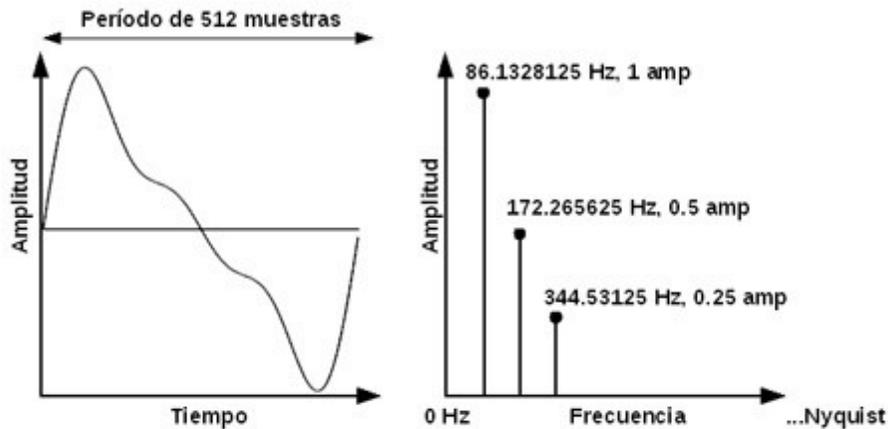


Figura 4.2: Representación del espectro en frecuencia. Teorema de Nyquist.

En la gráfica de la figura 4.2 de tiempo vs amplitud, se muestra un período de un movimiento armónico complejo, compuesto de tres armónicos de amplitud decreciente (cada uno tiene la mitad de la amplitud del anterior) que dura exactamente 512 muestras, con una $F_s = 44100 Hz$. Esas 512 muestras son tomadas como la ventana de análisis de la FFT que da como resultado el espectro en frecuencia de la señal.

4.2. Resolución en tiempo y frecuencia

Al incrementarse el tamaño de la ventana de análisis disminuye la frecuencia de análisis y por lo tanto, la serie de Fourier crece a pasos más pequeños, siempre desde 0 Hz hasta la frecuencia de Nyquist, lo que produce una mayor *resolución en frecuencia*. Sin embargo se disminuye la resolución en tiempo. Dado que si la ventana de análisis es más grande, el período de tiempo que pasa entre análisis consecutivos es mayor.

Si se requiere por el contrario una mayor *resolución en tiempo* para visualizar las variaciones del espectro entre instantes pequeños, la ventana de análisis debe reducirse, por lo que hay una pérdida de resolución en frecuencia.

Al emplear la FFT, los límites en el tamaño de la ventana están definidos de manera práctica entre $8 = 2^3$ muestras y $32768 = 2^{15}$ muestras, siendo las ventanas más usadas las de 256, 512, 1024 y 2048 muestras, según se requiera mayor resolución en tiempo o de bandas de frecuencia. Dada la relación inversa entre resolución en frecuencia y resolución temporal como característica intrínseca del análisis de Fourier que se explica con el principio de incertidumbre [27].

4.3. El Periodograma

Un *periodograma* es una estimación de la *densidad espectral de potencia* de una señal aleatoria a partir de una secuencia de muestras de tiempo de la señal [28].

La densidad espectral de potencia caracteriza el contenido de frecuencia de la señal. Uno de sus propósitos es detectar cualquier periodicidad en los datos, mediante la observación de picos en las frecuencias correspondientes a estas periodicidades.

La densidad espectral de potencia de una función continua $x(t)$ es la transformada de Fourier de su función de autocorrelación [24].

$$F\{x(t) * x(-t)\} = X(f) \cdot X^*(f) = |X(f)|^2 \quad (4.13)$$

Para valores suficientemente pequeños del parámetro T , se puede observar una aproximación arbitrariamente precisa para $X(f)$ en la región $\frac{-1}{2T} < f < \frac{1}{2T}$ de la función:

$$X_{1/T}(f) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - k/T)$$

que está determinada con precisión por las muestras $x(nT)$ que abarcan la duración distinta de cero $x(t)$. Y para los valores suficientemente grandes del parámetro N , $X_{1/T}(f)$ se puede evaluar con una frecuencia arbitrariamente cercana mediante una suma de la forma:

$$X_{1/T}\left(\frac{k}{NT}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T \cdot x(nT) \cdot e^{-i2\pi \frac{kn}{N}}$$

donde $x(nT) = x[n]$ y k es un número entero. La periodicidad de $e^{-i2\pi \frac{kn}{N}}$ permite que esto se escriba de manera simple en términos de una transformada discreta de Fourier:

$$X_{1/T}\left(\frac{k}{NT}\right) = \underbrace{\sum_n x_N[n] \cdot e^{-i2\pi \frac{kn}{N}}}$$

donde x_N es una suma periódica:

$$x_N[n] \triangleq \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n - mN]$$

Cuando se evalúa para todos los números enteros k , entre 0 y $N - 1$, la matriz:

$$S\left(\frac{k}{NT}\right) = \left| \sum_n x_N[n] \cdot e^{-i2\pi \frac{kn}{N}} \right|^2 \quad (4.14)$$

Por tanto la ecuación 4.14 es un periodograma.

Cuando se utiliza un periodograma para examinar las características detalladas de un filtro FIR [29] o función de ventana, el parámetro N se elige para que sea varios múltiplos de la duración distinta de cero de la secuencia $x[n]$.

Una de las deficiencias del periodograma es, que la varianza a una frecuencia determinada no disminuye a medida que aumenta el número de muestras utilizadas en el cálculo. No proporciona el promedio necesario para analizar señales de ruido o incluso sinusoides con relaciones de señal a ruido bajas. Las funciones de ventana y las respuestas de impulsos de filtro son silenciosas, pero muchas otras señales requieren métodos más sofisticados de estimación espectral. Dos de las alternativas utilizan periodogramas como parte del proceso:

- El método de *periodogramas promediados* más comúnmente conocido como *método de Welch* [28], divide una secuencia larga $x[n]$ en múltiples subsecuencias más cortas y posiblemente superpuestas. Calcula un periodograma en ventana de cada uno y calcula un promedio de matriz, es decir, una matriz donde cada elemento es un promedio de los elementos correspondientes de todos los periodogramas. Para procesos estacionarios, esto reduce la varianza de ruido de cada elemento en aproximadamente un factor igual al recíproco del número de periodogramas.
- El suavizado es una técnica de promediado en frecuencia, en lugar y tiempo. El periodograma suavizado a veces se denomina *gráfico espectral*.

4.4. Remuestreo Uniforme

El *Remuestreo Uniforme* es un método de procesamiento multirazón que es usado para cambiar la frecuencia de muestreo original [10]. El remuestreo es *uniforme* ya que se cambia la frecuencia de muestreo pero es idéntica en todo el intervalo de la señal. Las herramientas usadas para realizar el procesamiento multirazón son: *interpolación* y *decimación*.

1. **Interpolación q :** genera valores intermedios de los datos originales, lo que incrementa el número de datos y por ende el ancho de banda de la señal, también se agrega distorsión [30].

- Factor de remuestreo $\rightarrow R = q$
- Aumento de la frecuencia de muestreo $f_{snew} = qf_s$

El ancho de banda se incrementa pero el contenido de la información no cambia. Esta acción introduce una distorsión que debe ser eliminada con un filtro, pero es importante mencionar que la resolución en frecuencia se mejora en un factor q .

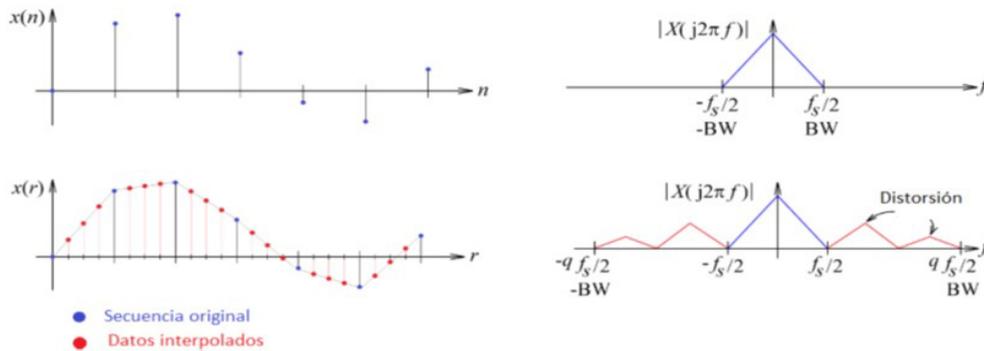


Figura 4.3: La figura muestra el efecto de interpolar en un factor q .

En la figura 4.3 se observa que a la señal original después de interpolar en un factor q se agregan puntos, que son los datos interpolados, este efecto hace que se aumente el ancho de banda, pero el contenido de información que está indicado entre $-f_s/2$ y $f_s/2$ es el importante, ya que los demás datos son considerados como *distorsión*.

2. **Decimación p :** elimina datos de la señal original, lo que se traduce en reducción del ancho de banda de la señal [30].

- Factor de remuestreo $\rightarrow R = 1/p$
- Reducción de la frecuencia de muestreo $f_{snew} = f_s/p$

El ancho de banda es disminuido así como también el número de datos de la señal original.

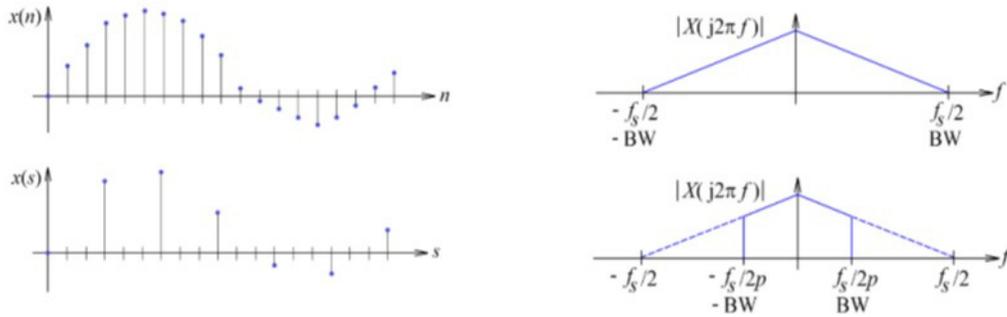


Figura 4.4: La figura muestra el efecto de decimar en un factor p .

En la figura 4.4 se observa que a la señal original después de decimar en un factor p se eliminan puntos, este efecto hace que disminuya el ancho de banda, y el contenido de información que está indicado entre $-f_s/2$ y $f_s/2$ que es el importante, se ha perdido.

4.5. Remuestreo Fraccional

El *remuestreo fraccional* se utiliza cuando después de aplicar la FFT hay componentes en frecuencia M que no son enteros y al no ser enteros no se pueden capturar correctamente y lo que ocurre es una fuga espectral (*leakage*). Es allí donde actúa este método y se muestra un ejemplo de cómo se debe trabajar.

- Resolución resultante en frecuencia

$$\Delta f_{re} = \frac{f_s}{N} \frac{q}{p} \quad (4.15)$$

-
- Frecuencia resultante

$$f_{re} = f_s \frac{q}{p} \quad (4.16)$$

Ejemplo: Se tiene una señal compuesta por la suma de señales senoidales con diferentes frecuencias:

$$x(t) = 0,01\sin 2\pi 58t + \sin 2\pi 60t + 0,01\sin 2\pi 62t + \sin 2\pi 180t$$

Con una frecuencia de muestreo que no es potencia de 2;

$$f_s = 1000Hz$$

Su número de muestras es potencia de 2:

$$N = 2^{12}$$

Al utilizar la transformada rápida de Fourier FFT los resultados son los siguientes:

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1000}{2^{12}} = 0,244$$

$$\underline{\Delta f = 0,244}$$

$$M_1 = 58/0,244 = 237,705$$

$$\underline{M_1 = 237,705}$$

$$M_2 = 60/0,244 = 245,902$$

$$\underline{M_2 = 245,902}$$

$$M_3 = 62/0,244 = 254,098$$

$$\underline{M_3 = 254,098}$$

$$M_4 = 180/0,244 = 737,704$$

$$\underline{M_4 = 737,704}$$

Por tanto vemos que los componentes en frecuencia no están resultando en números enteros, por lo que se estaría ocasionando una pérdida de información.

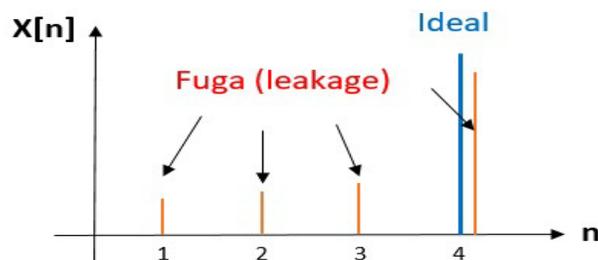


Figura 4.5: Espectro de la FFT. Fuga espectral.

La figura 4.5 es un ejemplo de cómo se vería la componente 4 de frecuencia 737.704 Hz. La línea roja con mayor contenido energético sería dicha componente en frecuencia, pero al no contar con una frecuencia de número entero, la información correría a los otros componentes en frecuencia (1, 2, 3), esto indica que hay una pérdida de información o fuga (leakage). Para solucionar esto, se emplea el remuestreo fraccional.

Utilizando la ecuación 4.15 se debe encontrar un factor de interpolación q y un factor de decimación p , esto para poder tener una frecuencia que sea potencia de 2 y facilite el proceso.

Las operaciones son las siguientes:

$$f_{re} = f_s \frac{q}{p}$$

$$f_{re} = (1000) \frac{128}{125} = 1024$$

$$\underline{f_{re} = 1024 Hz} \rightarrow \text{frecuencia resultante potencia de 2}$$

$$\Delta f_{re} = \frac{f_s q}{N p}$$

$$\Delta f_{re} = \frac{1000 \frac{128}{125}}{2^{12}} = 0,25$$

$$\underline{\Delta f_{re} = 0,25}$$

$$M_1 = 58/0,25 = 232$$

$$\underline{M_1 = 232}$$

$$M_2 = 60/0,25 = 240$$

$$\underline{M_2 = 240}$$

$$M_3 = 62/0,25 = 248$$

$$\underline{M_3 = 248}$$

$$M_4 = 180/0,25 = 720$$

$$\underline{M_4 = 720}$$

Es así que se pueden capturar todos los componentes en frecuencia de la señal, ya que las frecuencias son cantidades de números enteros. Posteriormente se encuentra el periodograma de la señal y el espectrograma (FFT).

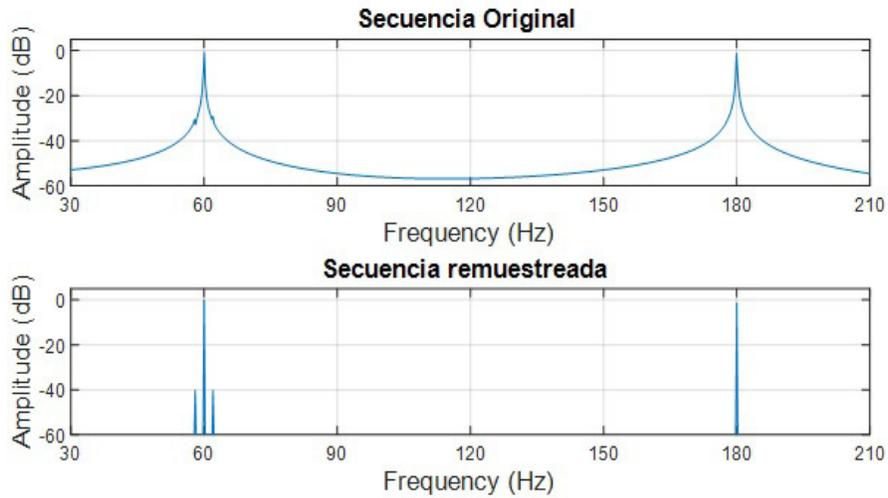


Figura 4.6: Espectro de la FFT. Remuestreo fraccional.

En el periodograma no se alcanzan a notar las frecuencias de 58 y 62 Hz por su baja amplitud. Pero con el espectrograma (FFT) se pueden distinguir sin ningún problema.

4.6. Remuestreo No Uniforme

El *remuestreo* representa la transformación de una serie discreta de datos, los cuales tienen una frecuencia de muestreo f_i a una nueva serie de datos discreta, los cuales tienen ahora una nueva frecuencia de muestreo f_o .

En el método general del *Remuestreo No Uniforme* [10] la secuencia $x(n) = x(nT_i)$ muestreada con el periodo de muestreo de entrada T_i o la correspondiente frecuencia de muestreo f_i , se transforma en la secuencia $y(m) = y(mT_o)$ muestreada con el periodo de salida T_o o correspondientemente frecuencia de muestreo f_o .

La frecuencia de muestreo va cambiando durante la longitud de la señal, con la finalidad de buscar una mayor separación de las componentes que se encuentren cercanas a la frecuencia de interés.

La relación entre las frecuencias de salida y entrada se denomina *factor de conversión* o *relación de remuestreo*.

$$R = \frac{f_o}{f_i} = \frac{T_i}{T_o} = \frac{L}{M} \quad (4.17)$$

Donde L y M son enteros. El proceso de remuestreo puede ser modelado como un filtro de remuestreo:

$$y(m) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(Mm - kL)x(k) \quad (4.18)$$

$x(k)$ es la señal original y $h(Mm - kL)$ es la ventana (respuesta al impulso) causante del efecto no lineal.

El remuestreo de tiempo no uniforme provoca una relación dependiente del tiempo para la frecuencia fundamental de la señal, de tal forma que esta razón de remuestreo se convierte en una función del tiempo $R(t) = f(t)$.

Se considera la relación de remuestreo como en la siguiente figura [10]:

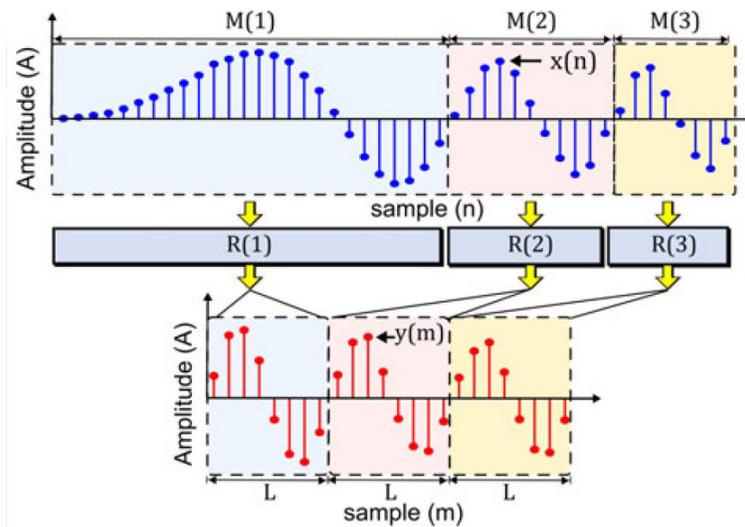


Figura 4.7: Modelo de remuestreo no uniforme.

Para la metodología, la relación de remuestreo se selecciona como:

$$R(t) = \frac{L}{M(t)} \quad (4.19)$$

Donde:

L se establece como constante.

$M(t)$ se selecciona como el número de muestras uniformes que cada ciclo de la frecuencia fundamental contiene y su valor se ajusta para cada ciclo.

De esta manera, si el i -ésimo ciclo de la señal original contiene $M_i(t)$ muestras uniformes, la tasa de remuestreo se establece en L/M_i y la señal remuestreada tendrá exactamente L muestras. Debido a que L es fijo, cada ciclo de la señal remuestreada contendrá el mismo número de muestras L , haciendo que la frecuencia fundamental de la señal remuestreada sea un componente estacionario [10].

4.7. Espectrograma

El **espectrograma** es el resultado de calcular la transformada corta de Fourier (*Short Time Fourier Transform, STFT*) de ventanas traslapadas en una señal. El resultado es una gráfica tridimensional que representa *la energía contenida* en cada frecuencia de la señal de acuerdo a como varía con respecto al tiempo.

Los espectrogramas se construyen de la *descomposición espectral de segmentos discretos de tiempo*. Reiterando que a cada segmento de tiempo se le conoce como *ventana* y es una columna de valores de densidad espectral en un intervalo de frecuencia.

Se toma como ejemplo el siguiente sonido modulado simple que sube y baja frecuencia, figura 4.8 [31].

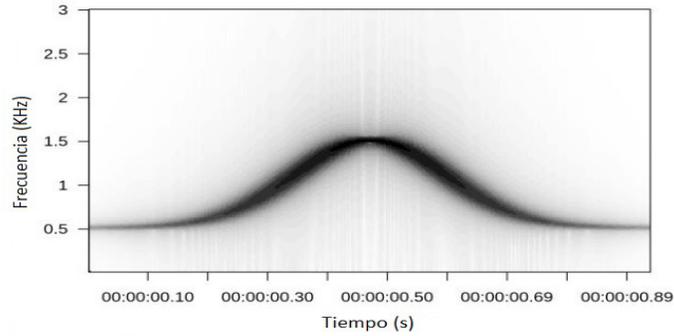


Figura 4.8: Gráfica de sonido modulado simple.

Al dividir el sonido en 10 segmentos y calcular los espectrogramas para cada uno de ellos, se ve el patrón de frecuencias. Al calcular la FT para segmentos cortos de tiempo a través de un sonido (cambio de amplitud en el tiempo) y se concatenan, se puede visualizar la variación en frecuencias en el tiempo conocida como STFT o espectrograma. Sin embargo, entre mayor es la resolución de frecuencia menor es la resolución en tiempo y viceversa. La siguiente figura muestra como el sonido modulado simple de la figura 4.8 pierde la resolución en frecuencia a medida que se aumenta la resolución en tiempo.

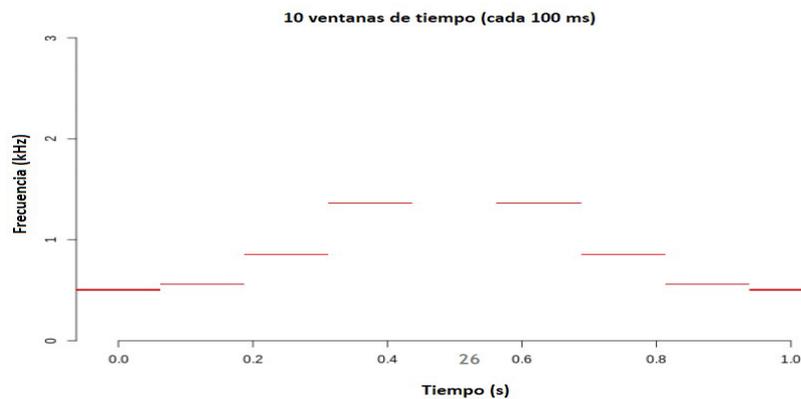


Figura 4.9: Sonido modulado simple tiempo vs frecuencia.

El siguiente ejemplo calcula el espectrograma o STFT de una señal. Principalmente se genera una señal de 1024 muestras que es una suma de sinusoides. Las frecuencias normalizadas de las sinusoides son $2\pi/5$ y $4\pi/5$. La sinusoides de mayor frecuencia tiene una amplitud de 10 veces mayor a la otra sinusoides.

El código es el siguiente:

Código 1:
N=1024; Número de muestras
n=0:N-1;
w0=2*pi/5; Frecuencias
x=sin(w0*n)+10*sin(2*w0*n); Señal sintética
s=spectrogram(x); Cálculo de espectrograma
spectrogram(x,'yaxis'); Gráfica

La figura 4.10 es el espectrograma del código 1.

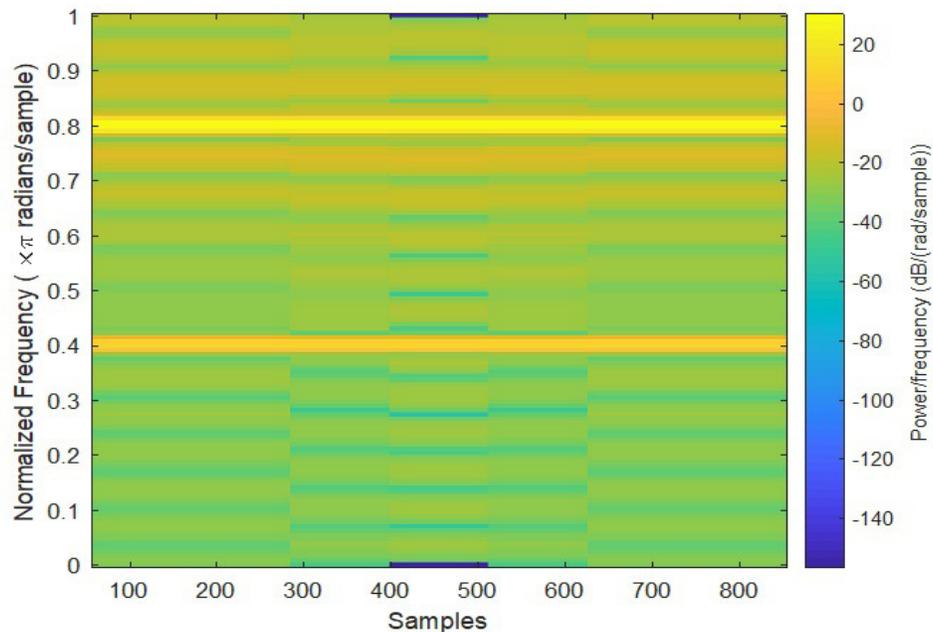


Figura 4.10: Espectrograma de la señal $x = \sin(w_0 * n) + 10 * \sin(2 * w_0 * n)$.

4.7.1. Espectrograma reasignado

El *espectrograma reasignado* consiste en realizar un espectrograma en que las frecuencias mejor visibles en el espectro son mayormente realizadas en su intensidad. Por tanto, en el espectrograma son más notorios los picos espectrales que el resto de las frecuencias, que en un momento dado prácticamente desaparecen. Esto se consigue mediante la *reasignación de frecuencias*.

La reasignación de frecuencias consiste en mover las frecuencias que han recibido menos intensidad hasta los lugares donde se ha recibido mayor intensidad. Así las frecuencias más intensas se refuerzan mediante las frecuencias cercanas de menor intensidad [32].

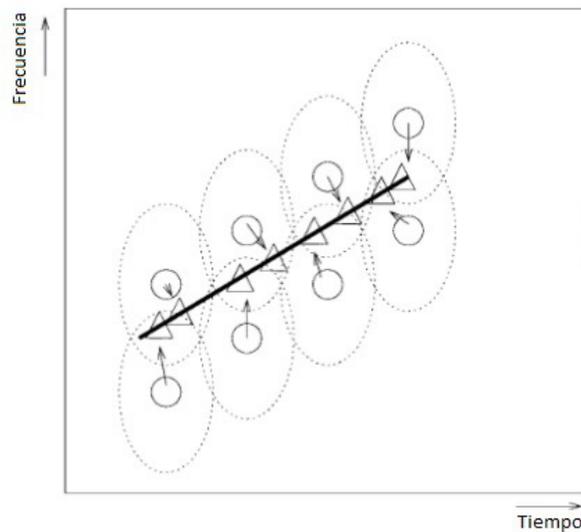


Figura 4.11: Esquema del funcionamiento de la reasignación de frecuencia.

4.8. Algoritmo MUSIC (Multiple Signal Classification)

El *algoritmo MUSIC* estima el contenido de frecuencia de una señal basado en una descomposición de eigenvectores de la matriz de autocorrelación. El método asume que la señal de tiempo discreto $x[n]$ puede ser representada por m sinusoides complejos que se encuentran en el ruido $e[n]$ [10].

$$x[n] = \sum_{i=1}^m \bar{B}_i e^{j2\pi f_i n} + e[n] \quad (4.20)$$

Donde $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$.

N representa el número de datos de muestras, B_i y f_i son la amplitud y frecuencia complejas de la i -ésima senoide compleja. $e[n]$ es una secuencia de ruido blanco con una media y varianza σ^2 cero.

Se puede representar la matriz de autocorrelación R de la señal $x[n]$ como la suma de las matrices de autocorrelación de señal de ruido R_s y R_n por:

$$R = R_s + R_n = \sum_{i=1}^P |B_i|^2 e(f_i) e^H(f_i) \sigma_n^2 I \quad (4.21)$$

donde p es el número de componentes de frecuencia y el exponente H denota la transpuesta Hermitiana [33], \mathbf{I} es la matriz identidad y $e^H(f_i)$ es el vector de la señal dado por:

$$e^H(f_i) = [1e^{-j2\pi f_i} \dots e^{-j2\pi f_i(N-1)}] \quad (4.22)$$

Basado en la propiedad de ortogonalidad de la señal y subespacios de ruido, el pseudo-espectro Q^{MUSIC} [10] está definido como lo siguiente:

$$Q^{MUSIC}(f) = \frac{1}{\sum_{k=m+1}^M |e^H(f_i) \nu(k)|^2} \quad (4.23)$$

siendo M la dimensión de la matriz de autocorrelación y $\nu(k)$ el eigen-vector de ruido. Esta expresión muestra que los picos son exactamente a frecuencias de los principales componentes sinusoidales donde $e^H(f_i) \nu(k) = 0$.

Capítulo 5

Estudio para detección de Barras de Rotor Rotas BRB, Rodamientos Dañados BDF y Desbalance Mecánico UNB

5.1. Estudio y Aplicación del Remuestreo No Uniforme y Algoritmo MUSIC para Detección de BRB

El *motor de inducción* es llamado así porque su principal funcionamiento es una inducción electromagnética, en la que se suministra al estator y se induce un campo magnético giratorio en el devanado del estator. El flujo vinculado al rotor induce voltaje y corriente al rotor [17].

Cuando un motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla presenta barras rotas, estas tienden a desprenderse si el motor trabaja a grandes velocidades, ocasionando daños en los devanados o en el núcleo del estator al golpearlos.

El método de *Análisis Espectral de Corrientes (Motor Current Signature Analysis, MCSA)* es uno de los más utilizados para detectar fallas en motores. Se basa en la monitorización de la corriente del estator del motor y su posterior análisis espectral. Consiste en evaluar la amplitud relativa de los diferentes armónicos que aparecen en la corriente debido al fallo [10, 12].

El método MCSA se fundamenta en que un motor se le ve como un transductor eficiente y conectado permanentemente, ya que a través de él se pueden detectar variaciones de la carga o variaciones de naturaleza mecánica en su funcionamiento. Estas variaciones generadas dentro del sistema mecánico son convertidas como señales distintas o marcas en la corriente de alimentación del motor, para detectarlas se toma una muestra de dicha corriente, se procesa y se estudia en el dominio de la frecuencia [34].

El método MCSA concluye que, a través de una combinación de las componentes frecuenciales de las señales de voltaje y corriente de alimentación del motor, se puede detectar y diferenciar fallas relacionadas con la carga y la alimentación del motor.

- Si las componentes que se muestran en la señal de corriente, se reflejan también en la señal de voltaje, se concluye que la falla es de *naturaleza eléctrica*.
- Si las componentes se muestran en la señal de corriente, pero no en la señal de voltaje, se concluye que el problema es de *naturaleza mecánica*.

Si el motor tiene barras rotas, crea condiciones no balanceadas o de asimetría que generan un campo magnético giratorio adicional en retraso, que gira a velocidad de deslizamiento (s) y corta los bobinados del estator, induciendo en ellos un voltaje y una corriente con la misma frecuencia del campo rotatorio [10].

$$f_{BRB} = f_c \left[k \left(\frac{1-s}{p} \right) \pm s \right] \quad (5.1)$$

Donde:

s = es el deslizamiento del motor.

f_c = es la frecuencia de la red de alimentación del motor.

p = es el número de pares de polos del motor.

$k = 1, 2, 3, \dots$ es el número de armónicos.

$k/p = 1, 3, 5, \dots$ son los valores característicos del motor.

La velocidad de rotación del rotor (n_2) de la ecuación 3.5 depende del número de polos magnéticos presentes en el estator y en el rotor. La velocidad de rotación de un motor de inducción generalmente se entiende como la frecuencia angular de rotación de su rotor (n_2), que se da en su placa de identificación como revoluciones por minuto.

Si por ejemplo el rotor bajo carga hace 2760 RPM, entonces n_2 es:

$$2760 * \frac{2\pi}{60} rad/s \sim 289 rad/s$$

lo que no es conveniente para la percepción, por lo tanto, simplemente se escribe 2760 RPM en la placa, ya tomando en cuenta el deslizamiento s .

Recurriendo a la figura 3.2 para ilustrar donde se indica la velocidad de rotación.

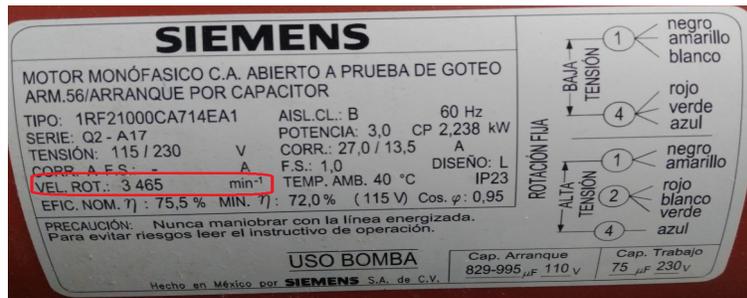


Figura 5.1: Placa de un motor eléctrico SIEMENS modelo 1RF21000CA714EA1.

La velocidad síncrona del motor de 2760 RPM excluyendo el deslizamiento, sería de 3000 RPM, porque cuando los devanados del estator reciben una corriente de red con una frecuencia de 50 Hz, cada segundo el flujo magnético realizará 50 ciclos completos y $50 * 60 = 3000$, que resultan en 3 000 RPM que sería la velocidad síncrona de un motor de inducción.

Para analizar con MCSA se debe cumplir lo siguiente:

- El motor puede ser trifásico o monofásico con rotor tipo jaula de ardilla.
- Para detección de BRB el motor debe operar con al menos 75 % de su carga nominal.
- El motor debe manejar carga constante y velocidad constante.

En la técnica de Remuestreo No Uniforme, la frecuencia de muestreo va cambiando conforme la señal se vaya moviendo. La finalidad es buscar una mayor separación de las componentes que se encuentren cercanas entre sí para tener una mejor visualización. Con esta técnica se pretende identificar las frecuencias de los armónicos que en el motor corresponden a barras rotas.

Para tener mejor noción es importante tomar en cuenta cuál serían los componentes espectrales de un motor ideal, de un motor real y un motor con barras rotas. Las figuras siguientes ilustran estos hechos.

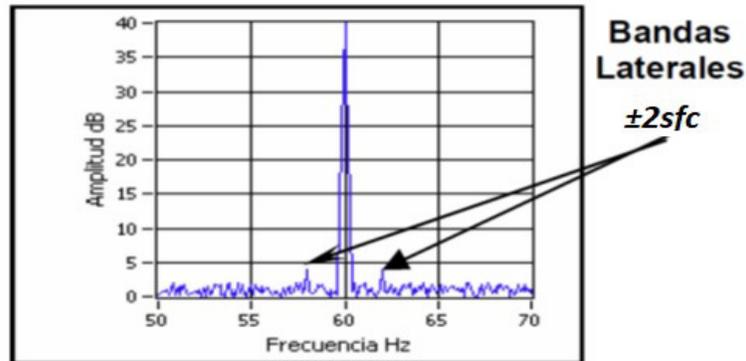


Figura 5.2: Componentes espectrales de un motor ideal.

La figura 5.2 [12] muestra un motor ideal suponiendo que éste trabaja sin contratiempos. Es decir, en condiciones perfectas sin embargo esto no es así. Ya que un motor en buen estado que no tenga rotas sus barras, puede presentar asimetrías debido a un desbalance en las impedancias de sus devanados, las bandas laterales pueden existir pero éstas son pequeñas comparadas con las provocadas por el efecto de barras rotas.

Es por esto que la presencia de las bandas laterales alrededor de la frecuencia fundamental en un motor de inducción sin fallas es normal.

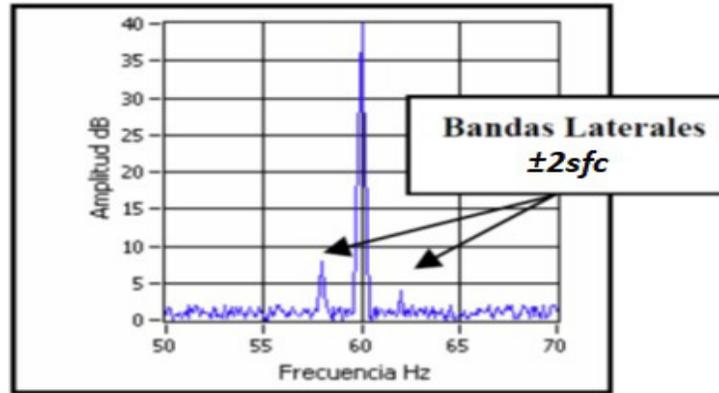


Figura 5.3: Componentes espectrales con bandas laterales inherentes a asimetrías en los devanados del rotor.

La figura 5.3 [12] muestra el espectro real de un motor con bandas inherentes debido a asimetrías causadas por un desbalance en las impedancias en sus devanados. Inherentes porque se da por hecho de que van a aparecer y no se pueden eliminar. Es normal, siempre y cuando mantengan una amplitud muy pequeña comparada a la de la frecuencia fundamental, que es la frecuencia de operación del motor.

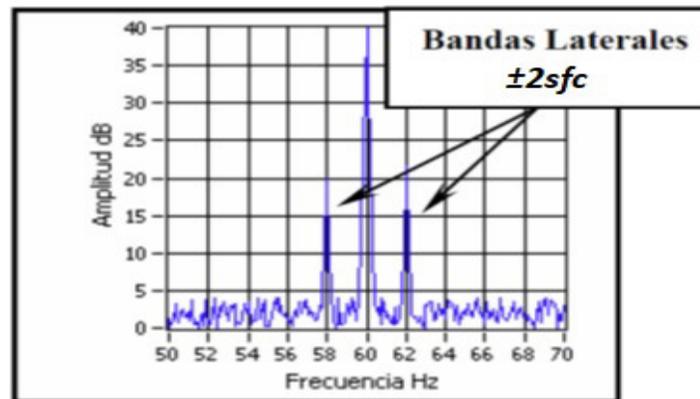


Figura 5.4: Componentes espectrales con bandas laterales debidas a barras rotas.

En la figura 5.4 [12] se puede ver que las bandas laterales tienen una amplitud de aproximadamente 20 dB y la amplitud de la frecuencia fundamental se observa de 40 dB, por lo que ya se considera que son magnitudes altas y por tanto se trata de una falla por barras rotas. La tabla 2.1 de acuerdo a pruebas realizadas en los laboratorios *Microlog CMVA55* [12] reúne datos acerca de la diferencia entre la amplitud fundamental y las bandas laterales y a partir de esa magnitud se establece el estado del motor.

5.2. Estudio y Aplicación del Algoritmo MUSIC para Detección de BDF

Para estudiar las fallas en rodamientos a partir del análisis de vibraciones, se parte de la geometría de los elementos y se gestionan las frecuencias de falla del motor. Por lo que se mide y se observa la evolución de amplitudes de los picos en el espacio frecuencial, hasta llegar a amplitudes relevantes para considerarlos como daños en el equipo [9].

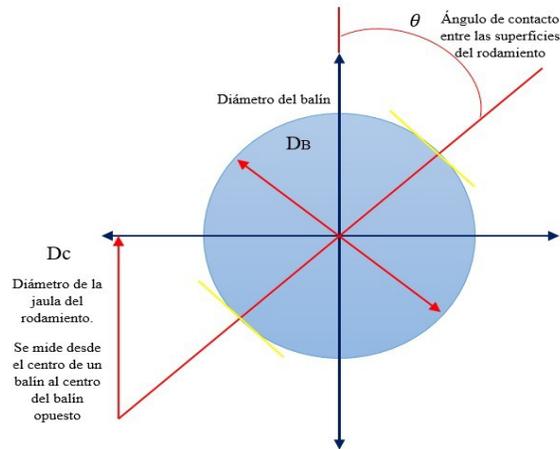


Figura 5.5: Geometría de un rodamiento.

Una variedad de frecuencias asociadas con la rotación del motor pueden ser calculadas desde la geometría de los rodamientos, tal como la frecuencia de paso de los elementos de la pista interior y exterior, la frecuencia de rotación de la jaula y la frecuencia de giro de los elementos rodantes.

El modelo del motor de inducción tipo jaula de ardilla para el estudio de la falla tanto para rodamientos dañados y desbalance mecánico es *WEG 00136APE48T* de 1 HP de 2 polos a 220 Vac y 60 Hz.

La velocidad del rotor f_r es la frecuencia a la que gira la pista interior, que debe ser la frecuencia del eje. Un defecto en la pista exterior provoca un impulso cada vez que los elementos rodantes entran en contacto con el defecto. En este caso para realizar el estudio de vibraciones por rodamiento dañado, se genera una perforación de 1,91 mm de diámetro en la pista exterior. El modelo del rodamiento utilizado es 6203-2ZNR marca *SKF* [22].

La ecuación para encontrar la frecuencia de paso del balón exterior (*ball-pass outer raceway frequency*, f_{BPOF}) es:

$$f_{BPOF} = \frac{N_B}{2} f_r \left(1 - \frac{D_B}{D_C} \cos\theta \right) \quad (5.2)$$

Donde:

N_B = número de elementos rodantes (bolas o balines)

f_r = frecuencia del rotor

D_B = diámetro de la bola o balón

D_C = diámetro de la jaula del rodamiento

θ = es el ángulo de contacto entre las superficies de rodamiento.

Para el rodamiento utilizado, se tienen los siguientes datos:

$$N_B = 8$$

$$f_r = 56.7 \text{ Hz}$$

$$D_B = 6.5 \text{ mm}$$

$$D_C = 28 \text{ mm}$$

$$\theta = 0$$

Sustituyendo valores:

$$f_{BPOF} = \frac{8}{2}(56,7) \left(1 - \frac{6,5}{28} \cos(0) \right) = (226,8)(0,76786) = 174,150 \text{ Hz}$$

$$f_{BPOF} = 174,150 \text{ Hz}$$

Las siguientes figuras son el espectrograma STFT y el pseudoespectro MUSIC de un motor de inducción sin daños (motor sano).

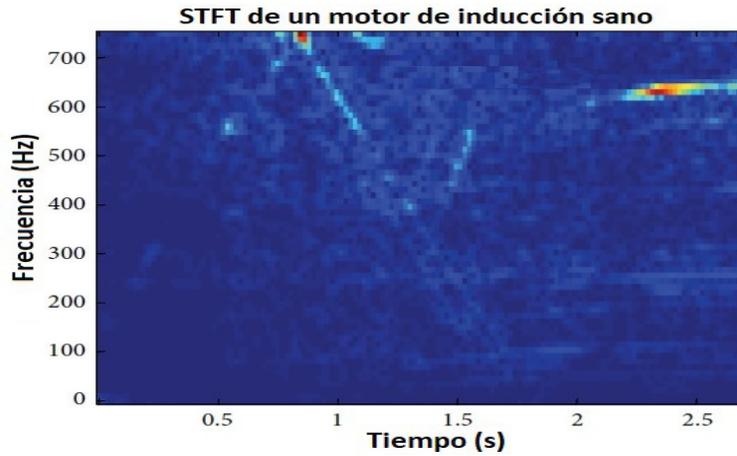


Figura 5.6: STFT de un motor de inducción saludable.

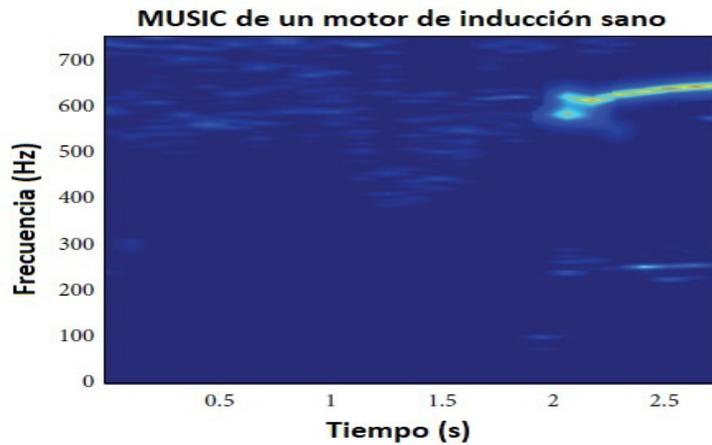


Figura 5.7: STFT de un motor de inducción saludable.

Las figuras 5.6 y 5.7 representan la descomposición tiempo vs frecuencia de la STFT y MUSIC de la señal para un motor sano, en este caso de estudio de vibraciones. Por lo cual, la banda de frecuencias entre 400 Hz y 700 Hz tienen algunas pequeñas variaciones que no se perciben y las cuales están asociadas a excentricidades preexistentes en el motor. Estas excentricidades son perceptibles una vez que el motor alcanza el estado estacionario.

No existen otros componentes de frecuencia significativos en los espectrogramas, por lo cual, las 2 figuras anteriores se toman como referencia para comparar las condiciones de las frecuencias de falla por rodamientos dañados y desbalance mecánico.

Para diagnosticar si el rodamiento tiene un daño en la pista exterior, se observa el espectrograma del motor sano (figura 5.6 y 5.7) y se verifica que no se encuentren componentes de frecuencia significativas a $174,150 \text{ Hz}$. Pero si esta frecuencia aparece en el espectro, entonces se estaría demostrando que *existe una falla en el motor por un rodamiento dañado en la pista exterior*.

5.3. Estudio y Aplicación del Algoritmo MUSIC para Detección de UNB

El equilibrio mecánico de un motor de inducción involucra toda la estructura del rotor, el eje, las láminas del rotor, barras del rotor y ventiladores. Estos componentes deben diseñarse y fabricarse para un ensamblaje final que logre un equilibrio de precisión estable. Si el motor está equilibrado y alineado, la amplitud de frecuencia asociada con la falla de desequilibrio cambia de forma imperceptible y permanece a cierto nivel [22].

Un desequilibrio mecánico en el motor de inducción implica una pequeña vibración radial de la estructura del estator. El nivel de vibración obtiene su máximo cuando la velocidad de rotación es igual a la frecuencia natural del sistema definida por:

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} \quad (5.3)$$

Donde:

ω_0 = frecuencia natural del sistema

k = factor de rigidez

m = masa desequilibrada

Como se mencionó en el capítulo 3, la velocidad nominal del motor normalmente expresada en revoluciones por minuto es proporcionada por el fabricante. En este caso el motor considerado tiene una velocidad nominal de 3402 *RPM* a 60 *Hz*.

En los motores asíncronos, esta velocidad es ligeramente menor que la velocidad síncrona n_s que está relacionada con la frecuencia de suministro eléctrico como sigue:

$$n_s = \frac{120 * f_s}{p} \quad (5.4)$$

Donde:

n_s = velocidad síncrona del motor (RPM)

f_s = frecuencia de suministro eléctrico

p = número de polos

La constante 120 se usa para expresar la velocidad síncrona del motor en revoluciones por minuto.

El desbalance mecánico se presenta cuando la carga mecánica del motor de inducción no está uniformemente distribuida, tomando el centro de masa fuera del eje del motor.

Para ocasionar la falla de desbalance mecánico, previamente se añadió a una polea (carga del motor) un tornillo descentrado para generar el desequilibrio.

Este desequilibrio provocado inducirá una señal de vibración que normalmente tiene la forma de aumento en amplitud a lo largo de la frecuencia del rotor f_r , siendo ubicada en este caso en 56,7 *Hz*.

Por tanto al realizar la lectura de vibraciones y encontrar en el espectro la frecuencia $f_r = 56,7Hz$ se deduce que el motor de inducción presenta falla por *desequilibrio mecánico*.

Capítulo 6

Resultados

6.1. Detección de BRB

Se genera una señal de voltaje para un motor trifásico tipo jaula de ardilla de 220 Vac a 60 Hz. Controlado con un variador de frecuencia.

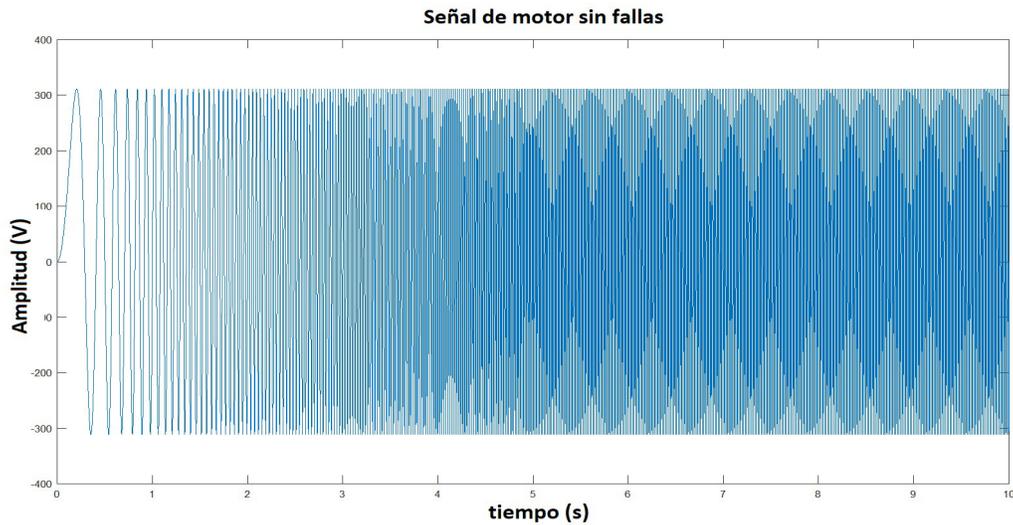


Figura 6.1: Señal simulada de un motor trifásico de 220 Vac.

El voltaje que se observa en la figura 6.1 son aproximadamente 311.174 V_p (volt pico). Esto se obtiene de la ecuación:

$$V_p = \frac{V_{rms}}{0,707} \quad (6.1)$$

Sustituyendo los 220 Vac o V_{rms} se tiene:

$$V_p = \frac{220}{0,707} = 311,17397V$$

Por tanto; $V_p = 311,174V$

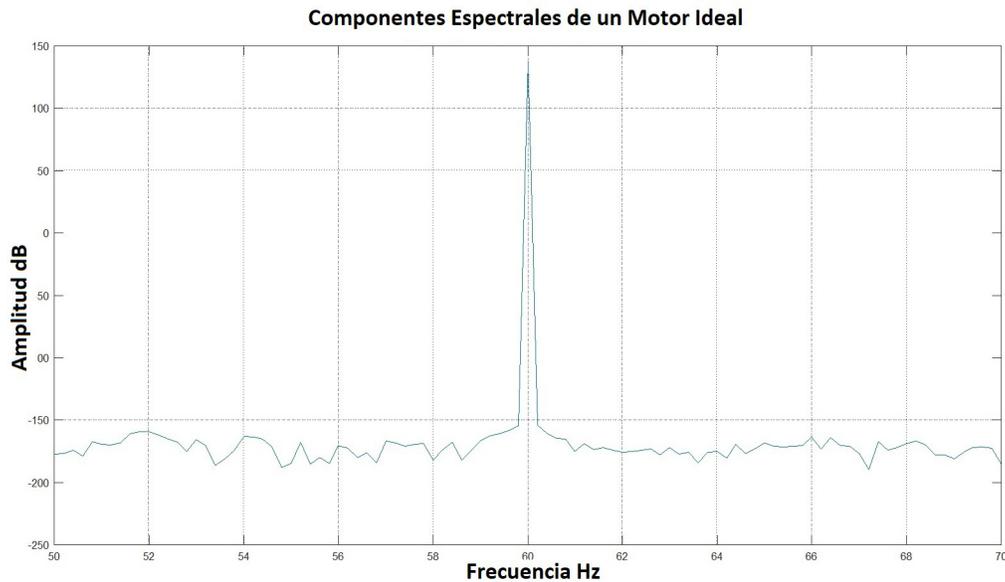


Figura 6.2: Espectro ideal del motor trifásico de 220 Vac.

En el espectro sólo se observa el componente de 60 Hz que es la frecuencia de operación del motor, que hasta el momento muestra que el motor no presenta fallas.

Se procede a añadir ruido blanco gaussiano a la señal y las frecuencias de falla por barras rotas. Para el primer caso supondremos que las barras rotas inducen un voltaje con una amplitud al 50 % del voltaje del motor y posicionándose a ± 5 Hz de la frecuencia de operación del motor.

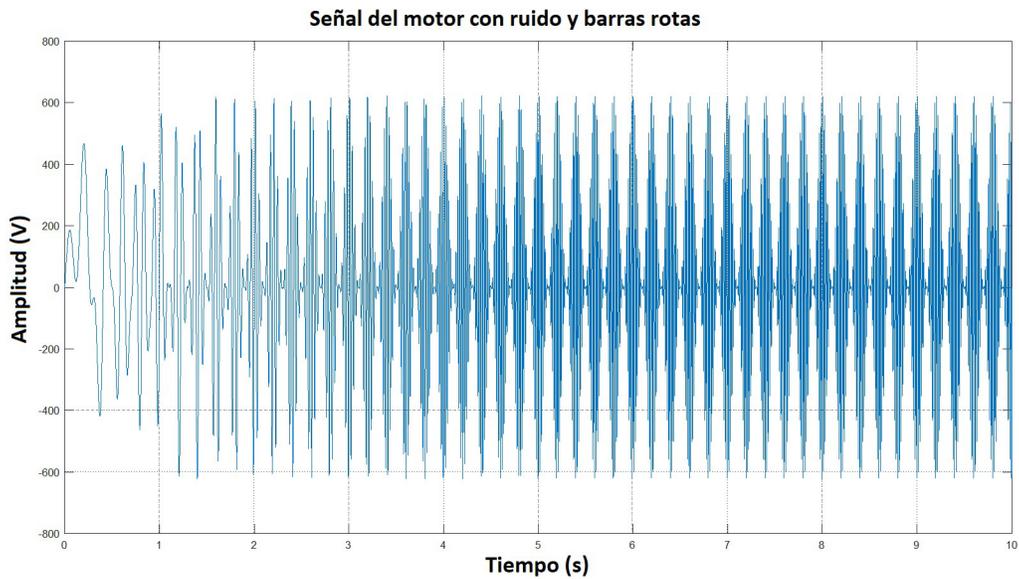


Figura 6.3: Señal del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas.

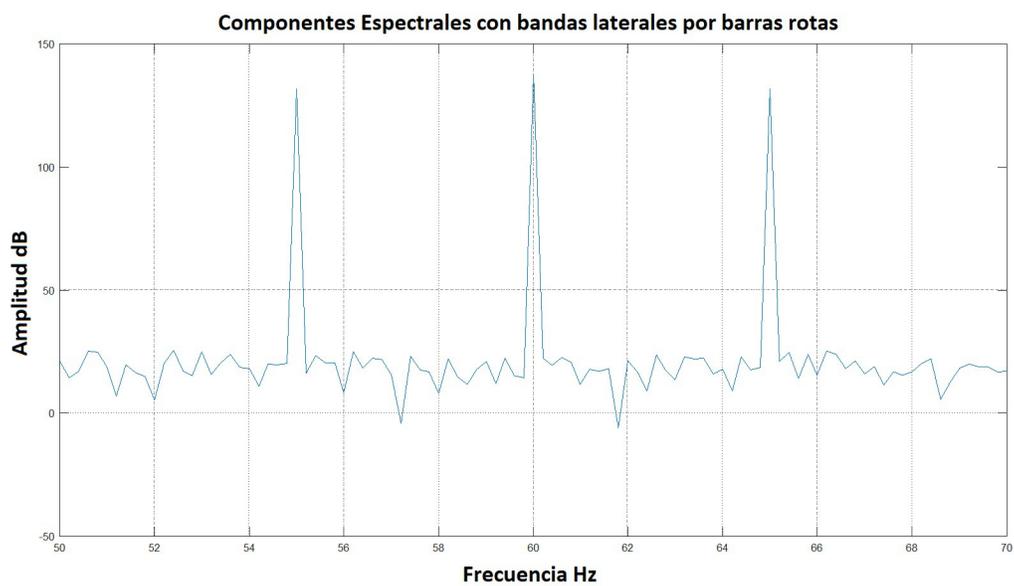


Figura 6.4: Espectro del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas.

En la figura 6.4 se muestra el componente de 60 Hz del motor y a los lados las bandas ubicadas en 55 Hz y 65 Hz, con una diferencia en amplitud de aproximadamente 10 dB con el pico de la frecuencia fundamental. Al tener conocimiento que la falla por barras de rotor rotas inducen armónicos que van cercanos a la frecuencia de operación, y observar el espectro se podría deducir que existe una falla en el motor por barras rotas. Sin embargo esto no se debe asumir, y es preferible aplicar el algoritmo de remuestreo no uniforme que certifica que se trata de esta falla. Ya que se está simulando que las frecuencias de falla tienen una amplitud al 50 % del voltaje de alimentación, lo que no es siempre así, si no que estas frecuencias tienen amplitudes mucho más pequeñas, llegando a ser de hasta 100 veces menor.

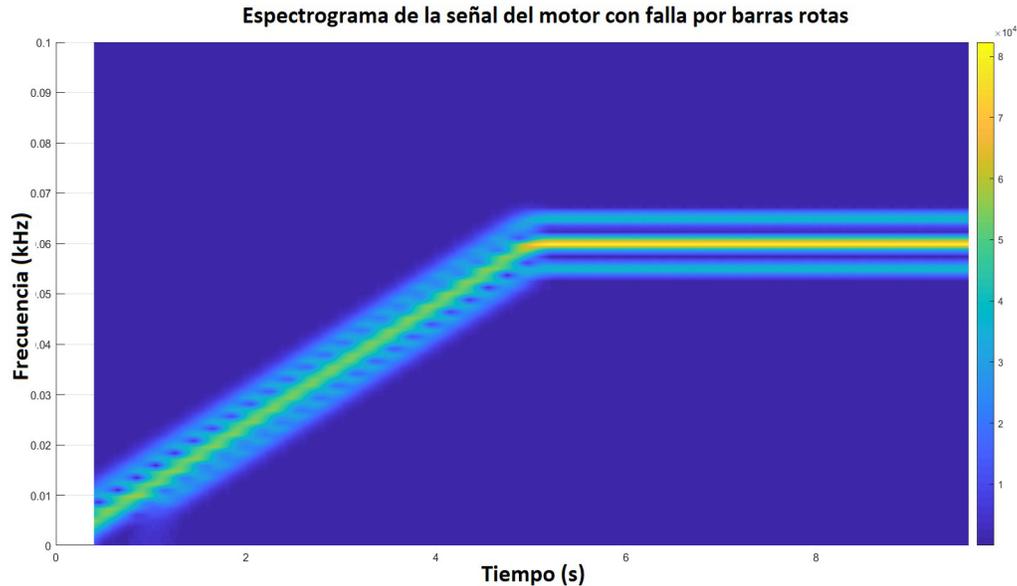


Figura 6.5: Espectrograma del motor trifásico con barras rotas.

La figura 6.5 es el arranque transitorio del motor, el cual es referente a una rampa. De 0 a 5 segundos la frecuencia va aumentando gradualmente de 0 a 60 Hz, una vez alcanzando los 60 Hz los mantiene por 5 segundos más (estado estable). Se simula que el arranque se controla con un variador de frecuencia. Los estudios para detección de fallas de un motor de inducción se deben realizar en su etapa de arranque [10]. En el espectrograma es sencillo ver las bandas laterales cercanas a la frecuencia fundamental. Pero aún así se procede a aplicar el algoritmo de remuestreo no uniforme.

El factor de remuestreo no uniforme consiste en contar el número de muestras de cada ciclo de la señal, para así convertir los demás ciclos, al mismo número de muestras de menor cantidad que encontró.

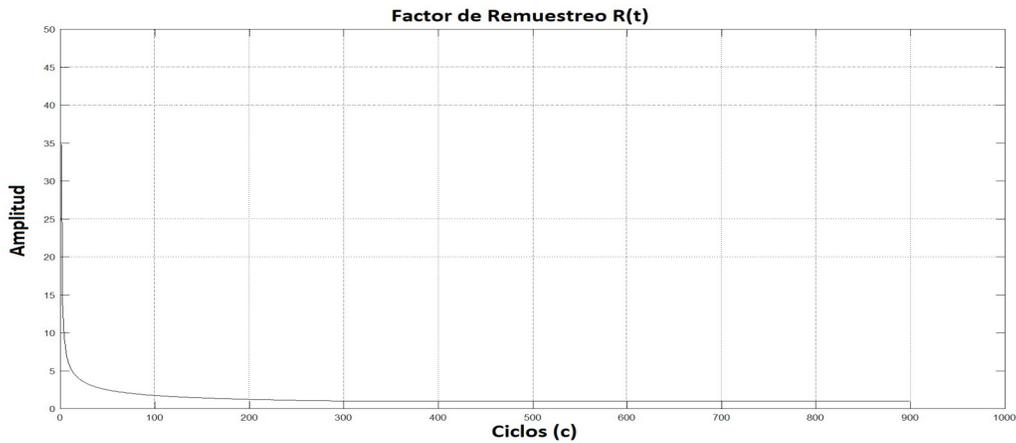


Figura 6.6: Factor de Remuestreo No Uniforme (1er caso).

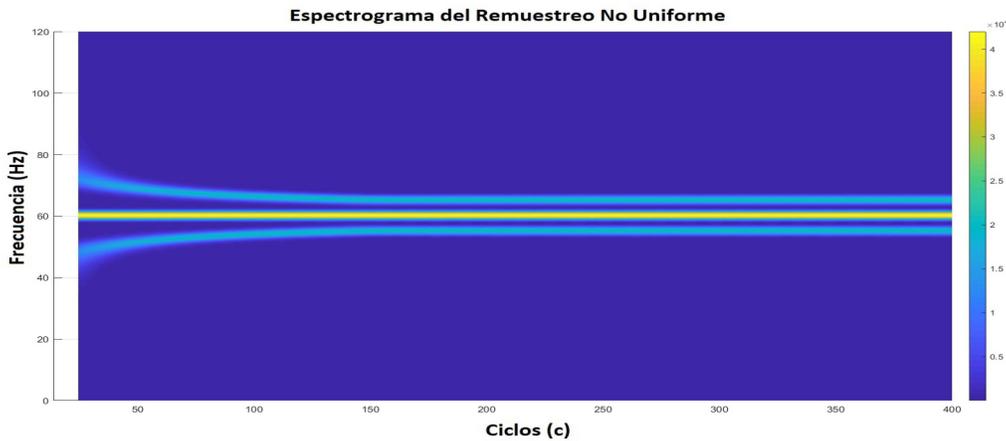


Figura 6.7: Espectrograma del Motor con Falla por Barras Rotas (1er caso).

Observando el espectrograma de la figura 6.7 se pueden encontrar claramente definidas las frecuencias de falla cercanas a la frecuencia de operación del motor, es así que con el 100% de seguridad se deduce que se trata de un daño por barras rotas.

Para el segundo caso a analizar, ahora se presentan bandas laterales por barras rotas con una amplitud 100 veces menor al voltaje de operación.

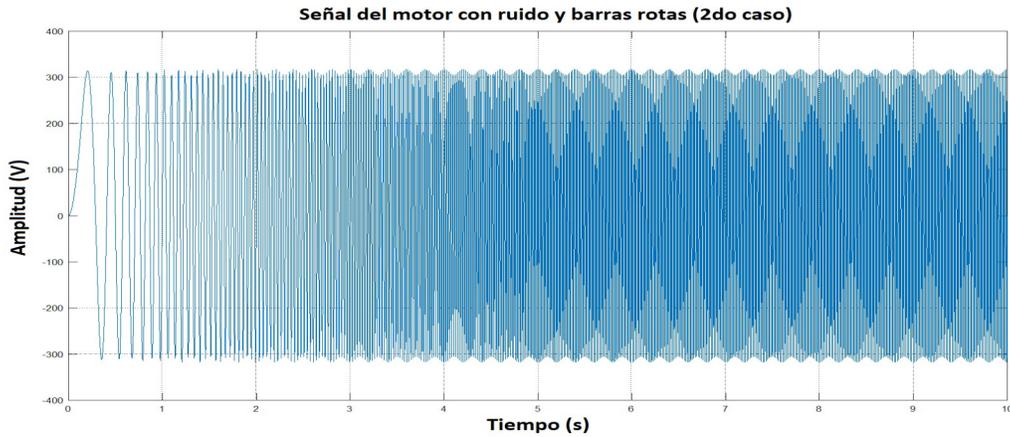


Figura 6.8: Señal del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas (2do caso).

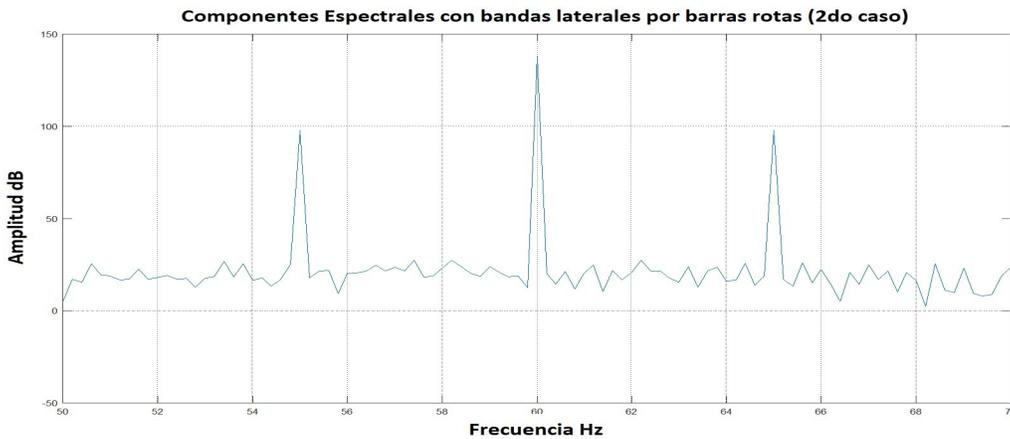


Figura 6.9: Señal del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas (2do caso).

En la figura 6.9 se pueden observar las bandas laterales, sin embargo en este caso la diferencia entre amplitudes es de aproximadamente 40 dB, que de acuerdo a la tabla 2.1 ya representa una clasificación de falla, por eso se requiere aplicar el algoritmo de remuestreo no uniforme, para asegurar que se trata un daño por barras rotas.

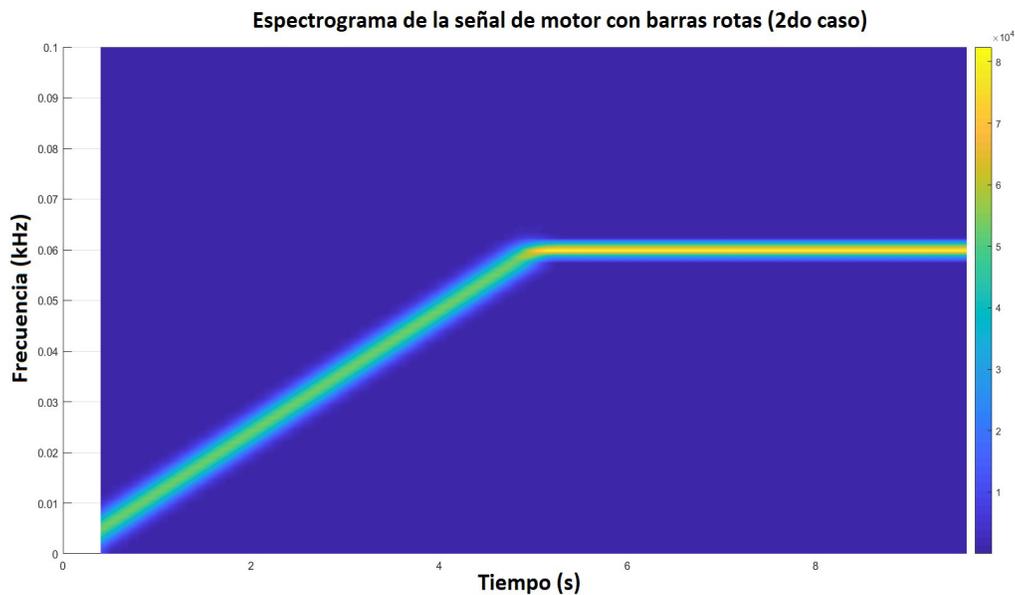


Figura 6.10: Espectrograma del motor trifásico de 220 Vac con barras rotas (2do caso).

En este caso el espectrograma no muestra las bandas laterales de frecuencia de falla como en el caso 1. Esto también puede deberse por la amplitud pequeña de las señales de falla, a pesar que el espectro nos mostró unas bandas laterales, no se puede asegurar que son por barras rotas, hasta aplicar el algoritmo de remuestreo no uniforme. Antes de mostrar el resultado por el algoritmo de remuestreo no uniforme se hace una prueba con el algoritmo MUSIC.

MUSIC es un método de alta resolución que puede emplearse para observar las señales por barras rotas. Es el algoritmo de clasificación de señales múltiples y estima el pseudoespectro a partir de una señal o una matriz de correlación utilizando el método de análisis de espacio propio para estimar el contenido de frecuencia de la señal. Este algoritmo es adecuado para señales que son la suma de sinusoides con ruido gaussiano blanco aditivo [10].

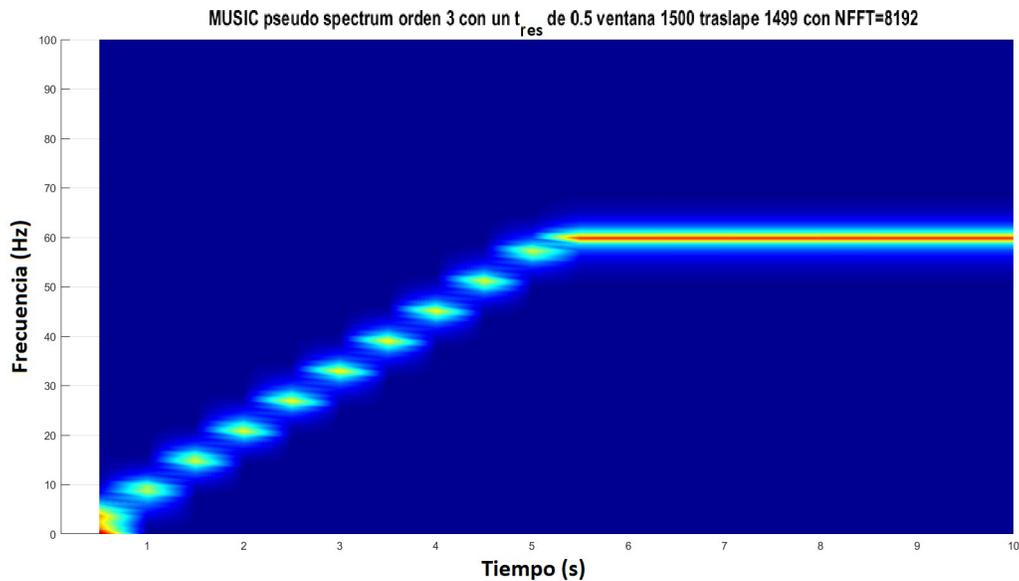


Figura 6.11: MUSIC pseudoespectro para motor trifásico con barras rotas (2do caso).

La figura 6.11 es el pseudoespectro de la señal de motor con barras rotas.

Realizando ajustes de acuerdo al orden del algoritmo MUSIC, tiempo de resolución, tamaño de la ventana, tamaño del traslape y el número de muestras que en este caso es $8192=(2^{13})$, es la mejor visualización que se obtuvo del pseudoespectro, que siendo una técnica de alta resolución, no se pudieron separar las componentes de falla de la frecuencia fundamental.

Por lo tanto no se puede asegurar que se esté tratando de una falla en el motor. Únicamente se está visualizando el transitorio de arranque del motor, sin embargo las frecuencias de falla ya están presentes. Es donde entra el algoritmo de remuestreo no uniforme.

A continuación se aplica el algoritmo de remuestreo no uniforme y posteriormente se encuentra su espectro, para de este modo asegurar si las frecuencias de falla han sido separadas de la frecuencia fundamental.

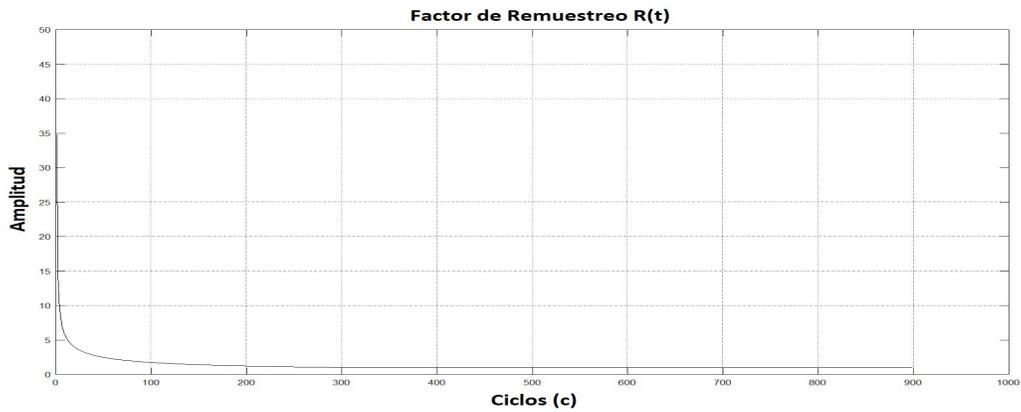


Figura 6.12: Factor de Remuestreo No Uniforme (2do caso)

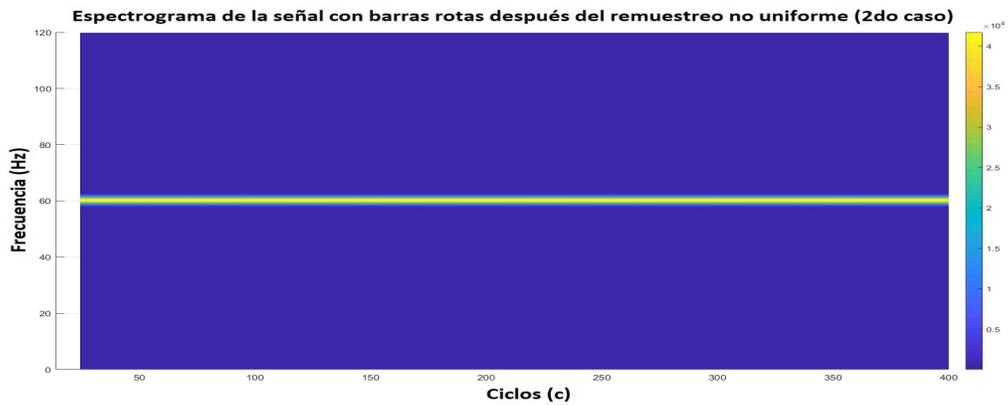


Figura 6.13: Remuestreo no uniforme para barras rotas (2do caso).

En la figura 6.13 las señales de falla ya se encuentran separadas de la frecuencia de operación, sin embargo aún no es visible, por ello se aplica el algoritmo MUSIC.

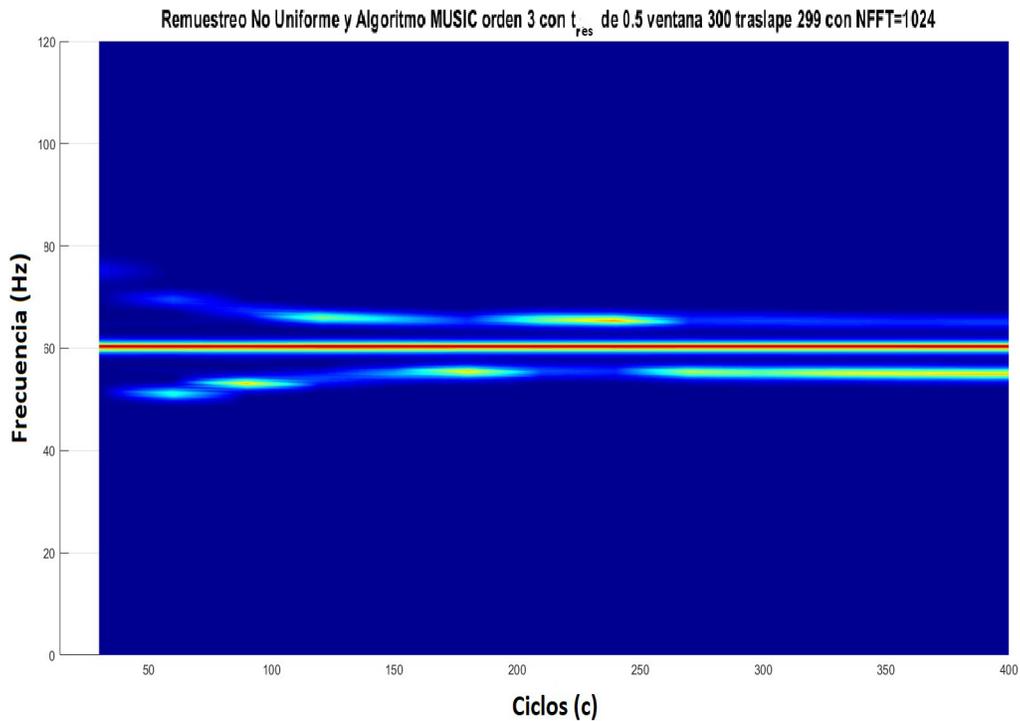


Figura 6.14: Algoritmo MUSIC aplicado a Remuestreo no uniforme para barras rotas.

En la figura 6.14 se observa que la señal de operación de motor está ubicada en los 60 Hz y las señales de falla en 55 y 65 Hz. Puede verse en la parte izquierda extrema de la figura cómo las señales de falla se aproximan a la señal de operación, no se juntan a la señal y se mantienen constantes. De este modo, ya es posible identificar estas señales de falla inducidas por barras de rotor rotas en un motor trifásico de 220 Vac tipo jaula de ardilla. Y es hasta este punto donde se termina el análisis de este primer tipo de falla en motores de inducción.

6.1.1. Detección de BRB de un motor con una frecuencia de alimentación de 50 Hz

Unas pruebas realizadas en España en colaboración con la *Universidad de Valladolid* para un motor con media barra rota, una barra rota y dos barras rotas arrojaron resultados, a los cuales se les hizo un análisis espectral para ver en sus espectros las bandas laterales generadas por el daño en las barras.

Primer Caso: Media Barra Rota

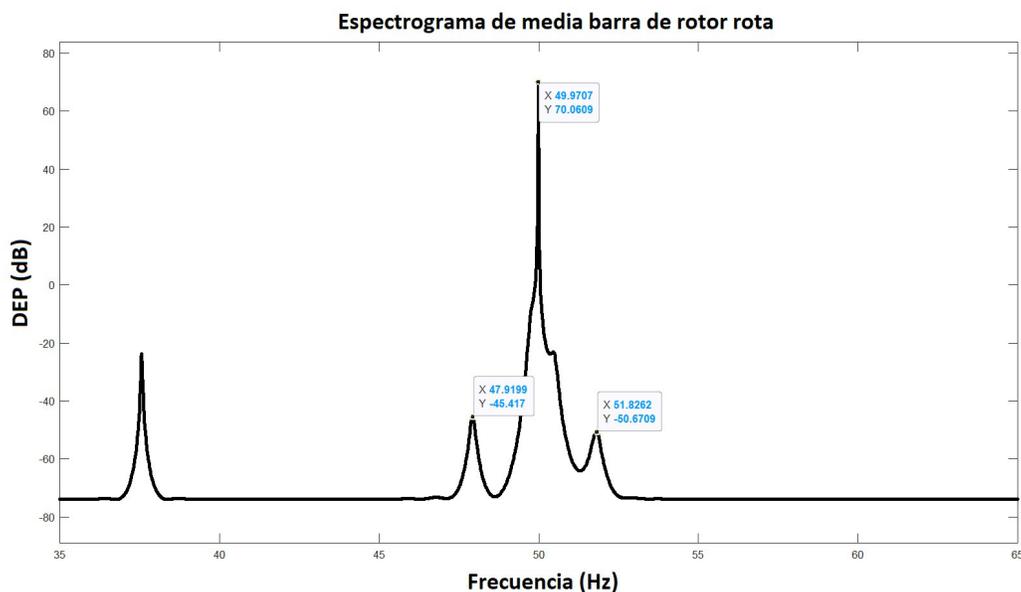


Figura 6.15: Espectrograma de media barra de rotor rota.

En la figura 6.15 se ven a los costados de la frecuencia fundamental de 50 Hz las frecuencias ($\pm 2Hz$) generadas por el daño en la barra. Su energía es baja aún, pero realizando el análisis se concluye que hay un daño en el rotor por media barra rota. El otro pico es ruido que la FFT no logró eliminar.

Segundo Caso: Una Barra Rota

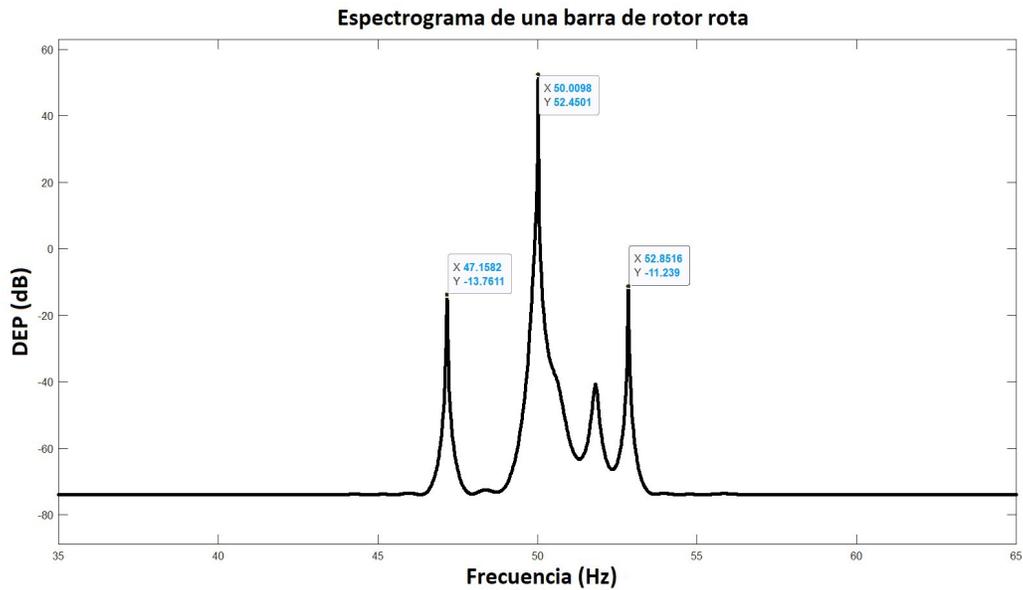


Figura 6.16: Espectrograma de una barra de rotor rota.

En la figura 6.16 se ven a los costados de la frecuencia fundamental de 50 Hz las frecuencias ($\pm 3Hz$) generadas por el daño en la barra. Su energía aumenta, ya que es un daño en una barra y no media barra como en el primer caso.

Aplicando la FFT se muestra que en el espectro la energía de las bandas laterales es mayor en comparación a la de media barra rota. Y también se observa que hay un pico de energía que es ruido que no se eliminó aplicando esta técnica.

Tercer Caso: Dos Barras Rotas

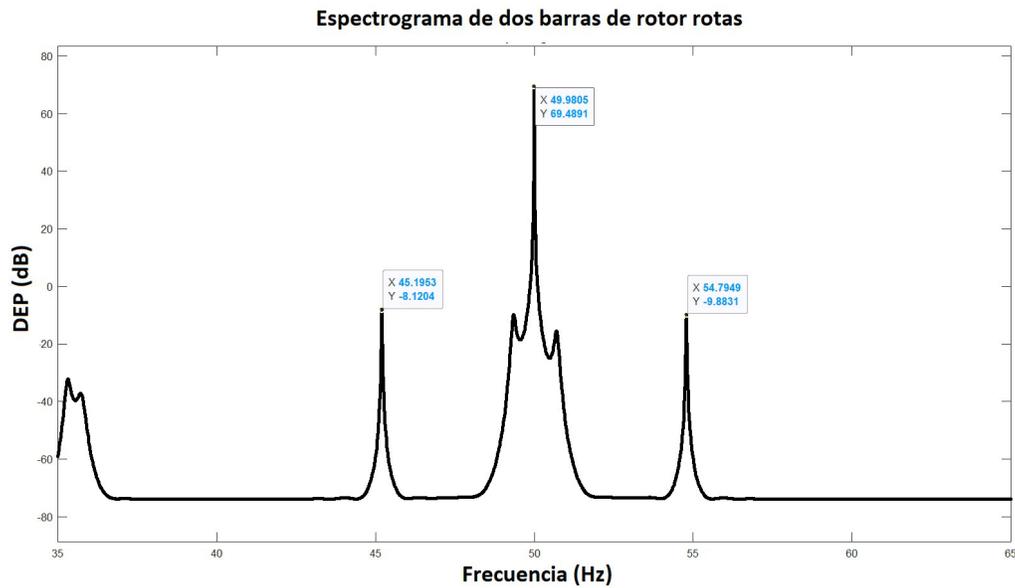


Figura 6.17: Espectrograma de dos barras de rotor rotas.

En la figura 6.17 se ven a los costados de la frecuencia fundamental de 50 Hz las frecuencias ($\pm 5Hz$) generadas por el daño en dos barras. Su energía es mayor, porque ya se trata de dos barras rotas y no de una o media barra.

Se observa que hay ruido que logra no eliminarse con la FFT. Sin embargo fue posible localizar las bandas laterales por daños en las barras del rotor. Los datos han sido medidos de un motor real. Y por tanto se concluye que a medida que aumenta el número de barras rotas en el rotor, su contenido energético también aumenta y la separación de las bandas laterales con respecto a la frecuencia fundamental también crece. Las figuras anteriores corroboran que a mayor número de barras rotas, mayor energía y mayor separación existe con respecto a la frecuencia de operación del motor.

6.2. Detección de BDF

Como se mencionó en el capítulo 5, el rodamiento presenta un daño en la pista exterior, tratándose de una perforación de $1,91\text{ mm}$ de diámetro. Por tanto, de acuerdo a la ecuación 5.2 para el caso de falla por daño en la pista exterior se encuentra una frecuencia $f_{BPOF} = 174,150\text{ Hz}$.

A diferencia del estudio para barras de rotor rotas, en rodamientos dañados la frecuencia de falla no está tan próxima a la frecuencia de operación del motor, por lo que el remuestreo no uniforme no es requerido. En este análisis siendo que hay muchos componentes que pudieran haber generado diferentes frecuencias de falla y ser distintas a rodamientos, requiere de un filtrado y la técnica en este caso para detectar la frecuencia de falla es el algoritmo MUSIC, el cual elimina las frecuencias que provienen de otros componentes del motor para caracterizar únicamente la frecuencia de falla del rodamiento. Se aplica la FFT para el motor con rodamiento dañado en la pista exterior.

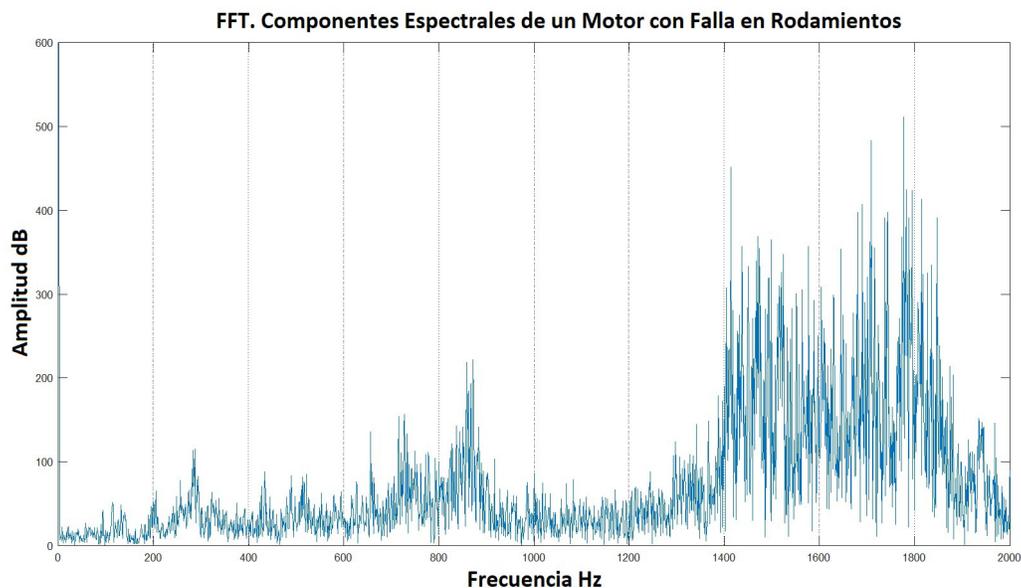


Figura 6.18: Espectrograma del motor con rodamiento dañado.

Se aplica ahora la STFT esperando ver en el espectrograma la frecuencia $f_{BPOF} = 174,150 \text{ Hz}$.

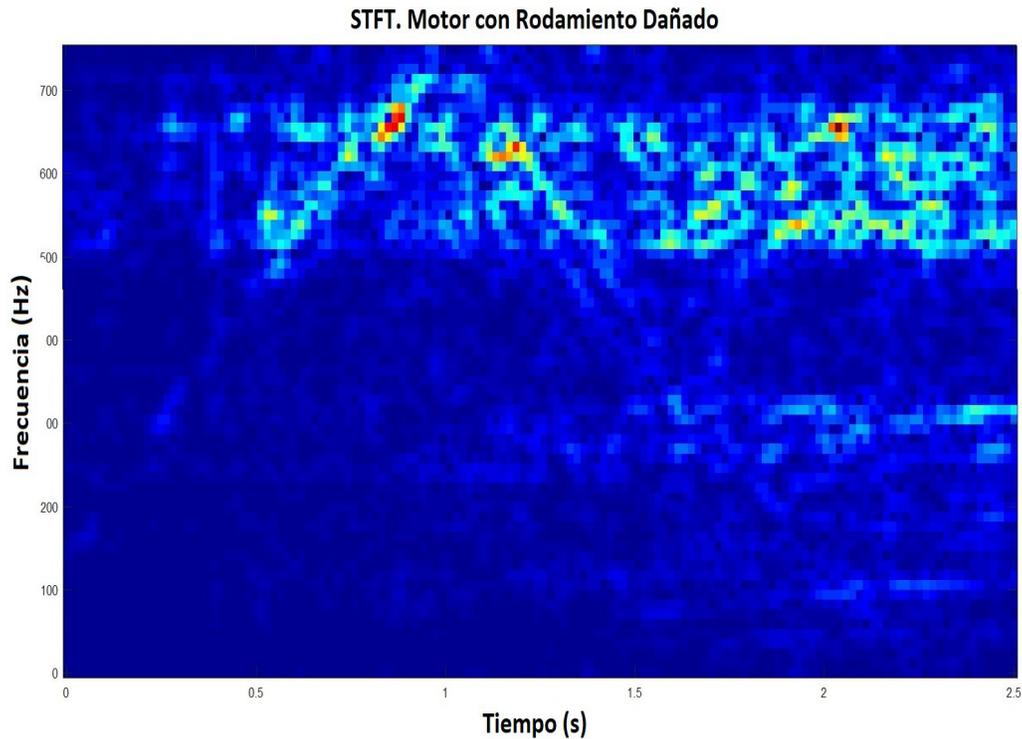


Figura 6.19: STFT del motor con rodamiento dañado en la pista exterior.

Cada que los elementos rodantes giran, el daño en la pista exterior excita la frecuencia fundamental del rodamiento, entonces en el espectro se debería observar un pico de la frecuencia fundamental de operación del rotor. Mientras evoluciona la falla aumenta también el contenido energético de su frecuencia.

En el espectrograma de la STFT no se logra ver la frecuencia f_{BPOF} , por lo tanto, este método no resulta eficiente.

Por último se aplica el algoritmo MUSIC.

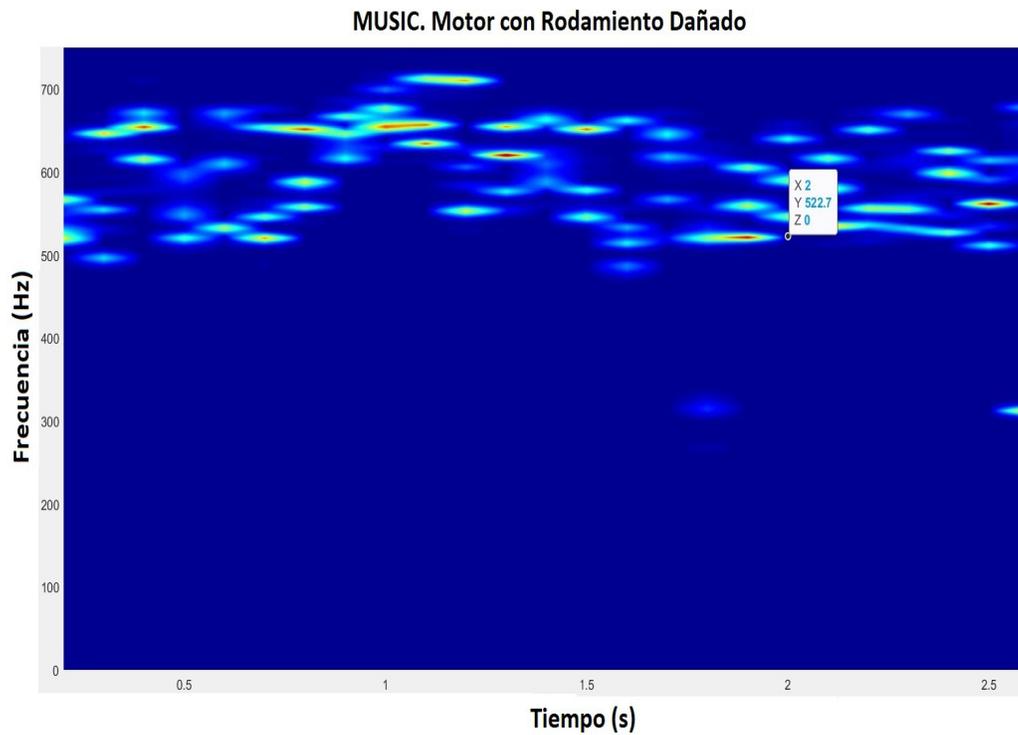


Figura 6.20: Algoritmo MUSIC del motor con rodamiento dañado en la pista exterior.

De acuerdo al análisis, el componente en frecuencia no se muestra en el primer armónico de $174,150\text{ Hz}$, ni en el 2do armónico, sino hasta el 3er armónico en 522 Hz aproximadamente.

En comparación con la STFT, MUSIC sí logra filtrar el ruido por ser una técnica de alta resolución y además es capaz de encontrar la frecuencia del rodamiento dañado, aunque no en el primer armónico pero sí en el tercero.

La figura 6.21 muestra mejor el contenido energético.

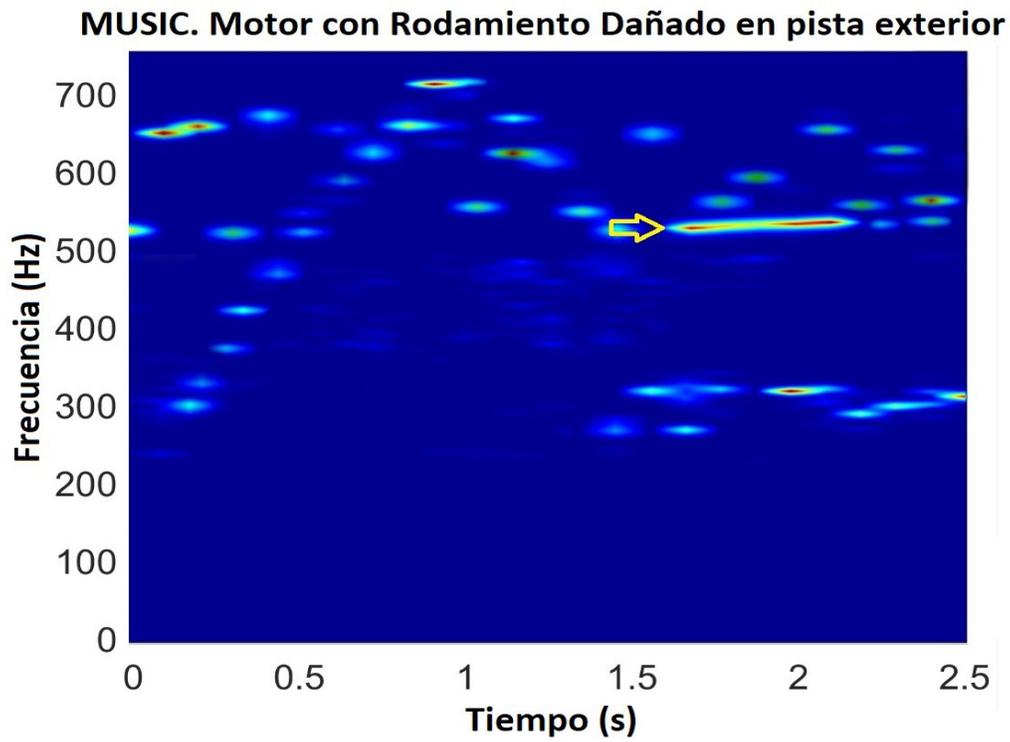


Figura 6.21: Frecuencia de falla f_{BPOF} en 522 Hz.

6.3. Detección de UNB

De acuerdo a las figuras 5.6 y 5.7 correspondientes a un motor sano, no se encuentran componentes de frecuencias significativas a $56,7 \text{ Hz}$, por el contrario, si esta frecuencia se hace presente en el espectrograma, se concluye que el motor tiene una falla por *desbalance mecánico*.

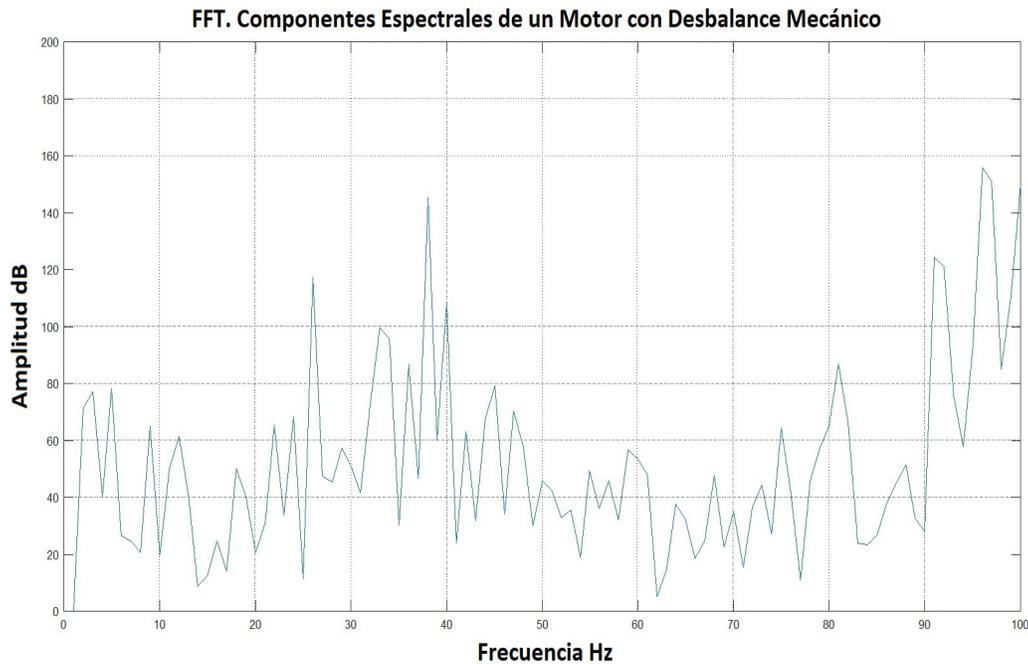


Figura 6.22: Espectrograma del motor con daño por desbalance mecánico.

Se encuentra la FFT para los datos de vibración tomados del motor con desbalance mecánico.

Posteriormente se aplica la STFT para ver si en el espectrograma se muestra la frecuencia $f_r = 56,7 \text{ Hz}$ que indicaría la presencia de la falla.

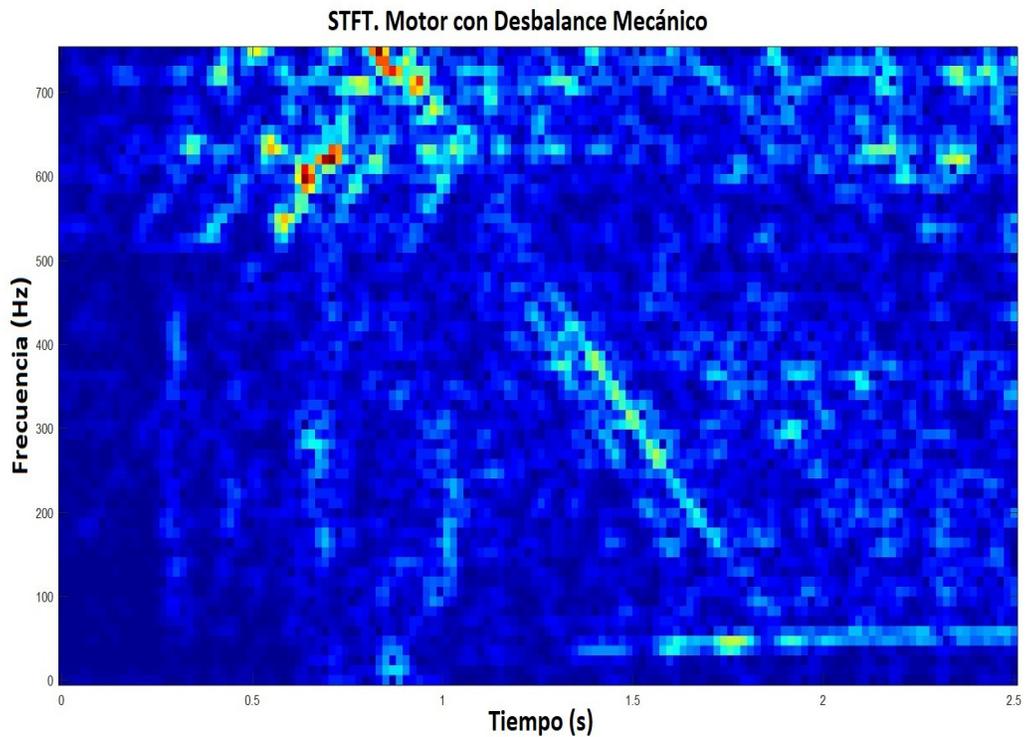


Figura 6.23: STFT para el motor con daño por desbalance mecánico.

Efectivamente se puede apreciar un componente en frecuencia de $56,7 \text{ Hz}$ en el primer armónico. Sin embargo, la resolución de la STFT es baja para este estudio y no permite una correcta interpretación.

Aplicando el algoritmo MUSIC se obtiene el siguiente resultado.

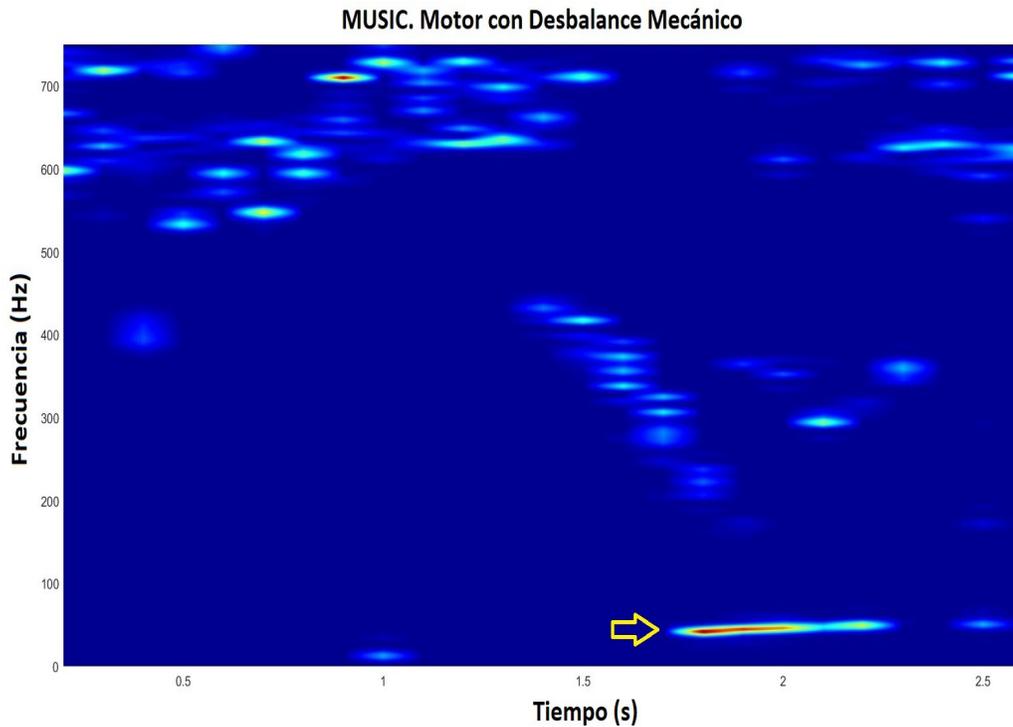


Figura 6.24: Algoritmo MUSIC para el motor con daño por desbalance mecánico.

Comparado con la técnica STFT que ya muestra la presencia de la falla, MUSIC muestra superioridad en resolución, al filtrar el ruido y dejar mostrar la frecuencia $f_r = 56,7 \text{ Hz}$ que se está buscando.

Por lo tanto se concluye que el algoritmo MUSIC es la mejor técnica para encontrar una falla por desequilibrio mecánico en un motor de inducción mediante el análisis de vibraciones.

Capítulo 7

Observaciones y Conclusiones

7.1. Observaciones

7.1.1. Barras de Rotor Rotas

Las fallas en los rotores tipo jaula de ardilla de un motor de inducción se relacionan con altas temperaturas que alcanzan durante su operación, y también se deben a las elevadas fuerzas centrífugas que soportan las barras y los anillos de corto circuito, especialmente durante el régimen de transitorio de arranque.

Se destacan principalmente dos causas que generan daños en el rotor:

1. Proceso de fabricación del rotor: quedan porosidades internas en las barras.
2. Sobrecargas momentáneas por exceso de arranques o arranques directos con alta carga: esto produce sobrecalentamiento y expansión térmica de los materiales, donde el más afectado es la jaula de aluminio o cobre, en contra posición al núcleo de hierro.

Cuando se daña una barra del rotor por fractura comienzan a presentarse los siguientes efectos:

-
1. Sobrecalentamiento alrededor del punto de fractura.
 2. Fisura en el punto. Ampliación de la fractura.
 3. Arco eléctrico por falso contacto y el flujo de la corriente.
 4. Las barras sanas adyacentes se cargan más de corriente, lo que produce mayores esfuerzos térmicos y mecánicos sobre estas barras.

El análisis de la firma de corriente del motor (*Motor Current Signature Analysis, MSCA*) es el método más popular para detectar fallas en el rotor tipo jaula de ardilla. El método consiste en realizar un análisis del espectro de frecuencia de las corrientes del estator para determinar las condiciones electromecánicas del motor y la carga asociada. Cuando una o más barras se rompen aparecen las bandas laterales ($\pm 2sfc$). Las magnitudes de estas bandas laterales aumentan en función del número de barras rotas.

7.1.2. Rodamientos Dañados

Los rodamientos están formados por varios componentes claramente diferenciados (ver figura 3.25):

- Pista interior
- Jaula
- Elementos rodantes
- Pista exterior

El deterioro de cada uno de estos elementos genera una o varias frecuencias características en los espectros de frecuencia que permiten hasta cierto punto una fácil identificación. Las cuatro posibles frecuencias de deterioro son:

- Frecuencia de deterioro en la pista interior (f_{BPIF}) = físicamente es el número de elementos rodantes que pasan por un punto de la pista interior cada vez que el eje realiza un giro completo.
- Frecuencia fundamental de tren o deterioro de la jaula (f_{FTF}) = físicamente es el número de giros que realiza la jaula del rodamiento cada vez que el eje realiza un giro completo.

-
- Frecuencia de deterioro de los elementos rodantes (f_{BSF}) = físicamente es el número de giros que realiza el elemento rodante cada vez que el eje realiza un giro completo.
 - Frecuencia de deterioro de la pista exterior (f_{BPOF}) = físicamente es el número de elementos rodantes que pasan por un punto de la pista exterior cada vez que se realiza un giro completo.

Cada rodamiento tiene características geométricas propias a partir de las cuales se pueden determinar las frecuencias de deterioro. Estas frecuencias aparecen en el espectro cuando el rodamiento está dañado. En este caso se hizo el estudio para un rodamiento 6203 – 2ZNR marca SKF y la ecuación utilizada es la 5.2, donde con los datos característicos de este rodamiento se encontró una f_{BPOF} de 174,150 Hz.

Para la mayoría de los rodamientos estas frecuencias de deterioro no resultan ser número enteros, por lo que la vibración dominante, cuando existe un daño en alguno de los componentes del rodamiento, es no sincrónica (no coincide con los armónicos de la frecuencia de giro). Por lo que se observó en el estudio que la frecuencia de falla se encontró en el espectro hasta el 3er armónico, aproximadamente en 522 Hz.

7.1.3. Desbalance Mecánico

El desbalance mecánico es la fuente de vibración más común en sistemas con elementos rotativos, todo rotor mantiene un nivel de desbalance residual, el hecho de que estos generen vibraciones o no, dependen básicamente de que estos operen dentro de las tolerancias de calidad establecidas en las normas para las características y velocidades del rotor en cuestión.

Existen diferentes causas del desbalance mecánico por ejemplo:

- Falta de homogeneidad en materiales, especialmente en fundiciones, en las cuales la presencia de burbujas de aire es una causa común del desbalanceo.
- Flechas flexionadas.
- Errores de maquinado y tolerancias en el proceso de manufactura.

-
- Cambio de componentes del rotor durante operaciones de mantenimiento.
 - Desgaste irregular durante la operación de la máquina.
 - Depósitos de material acumulados durante la operación de la máquina.
 - Distorsión del rotor debido a gradientes de temperatura.

En este estudio se consideró que el desbalance mecánico fue provocado al colocar un tornillo descentrado a una polea (carga del motor), generando así las vibraciones en el motor. Dado que en el espectrograma de un motor sano no se aprecia la frecuencia del rotor, si no la frecuencia de operación, el hecho de observar en el espacio tiempo vs frecuencia la f_r de 56.7 Hz indica que existe un desbalance mecánico en el motor. La cual fue encontrada aplicando el algoritmo MUSIC a las señales de vibración arrojadas por el motor dañado por el desequilibrio.

7.2. Conclusiones

7.2.1. Barras de Rotor Rotas

Usando el algoritmo de Remuestreo No Uniforme para analizar la señal de voltaje del motor de inducción trifásico con barras rotas, se encontraron las frecuencias de falla. Es importante mencionar que esta técnica identifica las frecuencias de falla de barras rotas independientemente de las características del motor y los tipos de carga asociados.

El método de Remuestreo No Uniforme separó las frecuencias de falla que se encuentran muy cercanas a la frecuencia de operación del motor y el algoritmo MUSIC fue capaz de mostrarnos estas frecuencias en el espectro, una vez que el remuestreo no uniforme ya había encontrado estas frecuencias de falla.

Mediante un monitoreo constante del comportamiento del motor, la detección temprana del fenómeno de la barra rota reduce los costos de mantenimiento y ayuda a prevenir daños térmicos y mecánicos.

Por tanto se recomienda:

- La posibilidad de tener un informe histórico con fecha y hora de las operaciones del motor con barras rotas, teniendo en cuenta la magnitud máxima de las bandas laterales y su frecuencia asociada.
- La posibilidad de tener un informe de la medida de las componentes de frecuencia para tensiones y corrientes.
- La posibilidad de tener un recurso gráfico para el análisis del espectro (Remuestreo No Uniforme y algoritmo MUSIC).

7.2.2. Rodamientos Dañados

Las rutinas de inspección de los rodamientos de la maquinaria durante el funcionamiento son importantes para prevenir las fallas. Se pueden adaptar los siguientes métodos para inspeccionar los rodamientos.

1. Inspección durante el funcionamiento. Para determinar si es necesario volver a suministrar o cambiar el lubricante, debe verificarse la temperatura y el ruido/vibración del rodamiento.
2. Inspección tras el funcionamiento. Los rodamientos deben ser cuidadosamente examinados después del funcionamiento y durante las inspecciones periódicas para detectar cualquier daño posible y se deben tomar medidas preventivas de recurrencia.

Es importante determinar los procedimientos de inspección y establecer intervalos regulares de acuerdo a la importancia del sistema o el equipo.

7.2.3. Desbalance Mecánico

El desbalance en una máquina es uno de los mayores causantes de vibraciones mecánicas. El sector industrial se ocupa muy especialmente en llevar un registro del funcionamiento de sus máquinas, realizando mantenimientos predictivos que consisten en el balanceo de piezas rotatorias mediante algunos procesos de eliminación de fuerzas y momentos indeseables en un elemento por medio de máquinas dedicadas a la labor de balanceo dinámico y estático.

Ya que las vibraciones que produce el desbalance mecánico son como un tipo de oscilación, se puede realizar un estudio detallado de las señales desarrollando una debida corrección de las mismas que resulte en una compensación de las perturbaciones encontradas. Como en la figura 3.28, donde se han colocado rondanas, tornillos y tuercas en el rotor para compensar el peso y contrarrestar el desequilibrio mecánico.

El presente proyecto proporcionó un estudio de análisis de vibraciones y del algoritmo MUSIC que fue capaz de encontrar la frecuencia f_r de 56.7 Hz , determinando así que hay una falla por desequilibrio mecánico, y ofreciendo por tanto esta técnica como una solución factible para la detección de la falla por desbalance mecánico.

7.3. Trabajo a Futuro

- La técnica de Remuestreo No Uniforme es un método prácticamente nuevo. Y puede extender su aplicación a otras áreas de investigación en conjunto con el Algoritmo MUSIC por ser una técnica de alta resolución, en donde se requiera realizar un estudio de una señal y sea necesario separar componentes de frecuencia cercanos a la frecuencia fundamental de interés.
- Mejorar la resolución de las componentes que se separan con esta técnica, ya que durante el análisis pierden cierta resolución.
- Implementar nuevas técnicas que logren mejorar la resolución en los dominios de tiempo vs frecuencia para señales que contienen mucho ruido.
- Planear un mantenimiento preventivo para un motor de inducción aplicando la técnica de remuestreo no uniforme para detección de barras de rotor rotas.
- Planear un mantenimiento preventivo para un motor de inducción aplicando el análisis de vibraciones para rodamientos dañados y desbalance mecánico.
- Extender el estudio de vibraciones para analizar otro tipo de falla en motores de inducción.

Bibliografía

- [1] A. Carrillo Fontaine, “Estudio de fallas en los rodamientos de la máquina vibraco,” Ph.D. dissertation, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, 2013.
- [2] N. R. Poaquiza Rivera, “Vibraciones mecánicas en motores rotativos trifásicos de 2 hp de potencia para prevenir desbalance mediante una estrategia de mantenimiento predictivo en el laboratorio de control y automatización de la facultad de ingeniería civil y mecánica,” B.S. thesis, Universidad Técnica de Ambato. Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica . . . , 2015.
- [3] A. L. Farina, “Motores eléctricos trifásicos: usos, componentes y funcionamiento,” *Ingeniería Eléctrica*, vol. 68, 2018.
- [4] D. K. Cheng, *Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería*. Pearson Educación, 1997.
- [5] M. R. A. Rossmann, “El espectro de frecuencias y sus aplicaciones,” *ASOCIACIÓN DE DOCENTES PENSIONISTAS UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS ASDOPEN-UNMSM*, p. 3, 2014.
- [6] G. González, “Series de fourier, transformadas de fourier y aplicaciones,” *Divulgaciones matemáticas*, vol. 5, no. 1/2, pp. 43–60, 1997.
- [7] M. V. Mora, F. M. V. Luna, M. R. H. Franco, M. I. D. Cano, and J. M. B. Ordaz, “Monitorización de la señal electroencefálica mediante bioimpedancia eléctrica durante el sueño,” *DETERMINACION DEL GRADO DE ESTRES EN DOCENTES UNIVERSITARIOS CON ACTIVIDAD*, p. 7505.

-
- [8] J. D. Echeverry, C. G. Lemus, and Á. Á. Orozco, “Análisis de la densidad espectral de potencia en registros mer,” *Scientia et technica*, vol. 1, no. 35, 2007.
- [9] R. Flores and T. I. Asiaín, “Diagnóstico de fallas en máquinas eléctricas rotatorias utilizando la técnica de espectros de frecuencia de bandas laterales,” *Información tecnológica*, vol. 22, no. 4, pp. 73–84, 2011.
- [10] T. A. Garcia-Calva, D. Morinigo-Sotelo, and R. de Jesus Romero-Troncoso, “Non-uniform time resampling for diagnosing broken rotor bars in inverter-fed induction motors,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 3, pp. 2306–2315, 2016.
- [11] R. M. Torres-Rodríguez and C. R. Batista-Rodríguez, “Análisis vibrodinámico de motores eléctricos,” *Ingeniería Mecánica*, vol. 13, no. 1, pp. 9–18, 2010.
- [12] N. E. Morales Mariño, “Diseño e implementación de un sistema de detección de barras rotas en motores de inducción utilizando algoritmos de análisis espectral de corrientes (mcsa),” B.S. thesis, QUITO/EPN/2007, 2007.
- [13] G. E. Harper, *El Libro Practico De Los Generadores, Transformadores Y Motores Electricos/The Practical Book of Generators, Transformers and Electical Motors*. Editorial Limusa, 2005.
- [14] M. R. Sánchez Herrera, P. Salmerón Revuelta, S. Pérez Litrán, A. Pérez Vallés *et al.*, “Análisis de las definiciones de desequilibrio de tensión en los sistemas de potencia,” 2012.
- [15] A. F. G. Leyes, “Estudio de la operación electromecánica de los motores eléctricos,” Ph.D. dissertation, Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Tecnologías. Ingeniería en . . . , 2016.
- [16] W. Murillo, “Mantenimiento predictivo para motores eléctricos,” *Obtenido de <https://docplayer.es/4601174-Mantenimiento-predictivopara-motores-electricos-ing-william-murillo.html>*, 2016.
- [17] J. Pérez Cruz, “Funcionamiento del motor eléctrico,” 2012.
- [18] M. A. Pernía, “Conceptos básicos de máquinas de corriente continua,” *San Cristobal: Núcle de Electrcidad*, 2011.

-
- [19] J. C. Fernández Rojas, “Método para estimar las variables de comportamiento de motores de inducción en servicio,” Ph.D. dissertation, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, 2009.
- [20] I. Mahla, “Proyectos de motores eléctricos eficientes,” *Laboratorio de Control Avanzado*, 2008.
- [21] C. M. Londoño-Parra and J. L. Ramírez-Echavarría, “Normas de eficiencia energética de motores de inducción, ¿está preparada latinoamérica?” *TecnoLógicas*, no. 30, pp. 117–147, 2013.
- [22] P. A. Delgado-Arredondo, A. Garcia-Perez, D. Morinigo-Sotelo, R. A. Osornio-Rios, J. G. Avina-Cervantes, H. Rostro-Gonzalez, and R. d. J. Romero-Troncoso, “Comparative study of time-frequency decomposition techniques for fault detection in induction motors using vibration analysis during startup transient,” *Shock and Vibration*, vol. 2015, 2015.
- [23] J. F. Morales Montero, “Metodología para el análisis de fallas en los motores eléctricos por medio del estudio termográfico.” 2018.
- [24] J. G. Proakis *et al.*, “Tratamiento digital de señales,” 2007.
- [25] H. O. Fattorini and A. Kerber, *The Cauchy Problem*. Cambridge University Press, 1983, vol. 13517.
- [26] J. Alvarado Reyes and C. Stern Forgach, “Un complemento al teorema de nyquist,” *Revista mexicana de física E*, vol. 56, no. 2, pp. 165–171, 2010.
- [27] M. Estela and J. Javier, “Algoritmos de análisis multi-resolución para la medida de armónicos y eventos de tensión en sistemas eléctricos.”
- [28] M. E. Báez, A. M. García, and J. M. E. Carrera, “El periodograma como método para la estimación de la densidad espectral de potencia,” *Librosabiertos*, pp. 1–16, 2008.
- [29] E. G. Gutiérrez, “Introducción al filtrado digital,” *Catalunya: Escuela Superior de Musica de Catalunya, Departamento de Sonología*, 2009.
- [30] A. Camacho García, “Diezmado e interpolacion,” 2009.
- [31] M. E. Paz, G. R. Friedrich, and C. L. Galasso, “Procesamiento de señal visualizado sobre un espectrograma,” *Elektron: ciencia y tecnología en la electrónica de hoy*, vol. 4, no. 1, pp. 35–39, 2020.

-
- [32] W. Elvira-García, “El espectrograma reasignado: creación, uso y utilidad en fonética.”
- [33] S. I. Grossman, *Álgebra lineal*. McGraw Hill Educación, 2008.
- [34] C. García Santamaría *et al.*, “Análisis espectral de señales para la detección de fallos de motores de inducción,” 2017.