

Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Tabasco, México

Compatible tree taper and volume system for commercial plantations of *Eucalyptus urophylla* in Tabasco, Mexico

Hernández-Ramos Jonathan*, De los Santos-Posadas Héctor Manuel[◊], Valdez-Lazalde José René*, Tamarit-Urías Juan Carlos**, Ángeles-Pérez Gregorio*, Hernández-Ramos Adrián*, Peduzzi Alicia***, Omar Carrero****

RESUMEN

Las funciones de perfil fustal y la distribución de productos en Plantaciones Forestales Comerciales (PFC) es esencial para cuantificar y valorar las existencias. El objetivo fue ajustar un sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial ($d-Vc$) en PFC de *Eucalyptus urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México. Con información de 175 árboles de clones medidos en 2007, 93 clones diferentes evaluados en 2014, y 459 árboles provenientes de semilla medidos en 2007, se estimaron los parámetros estadísticos simultáneamente mediante máxima verosimilitud. El modelo generalizado de Fang y Bailey presentó en los tres casos el mejor ajuste, mostrando una descripción en d y Vc mayor del 96% y diferencias agregadas menores al 5% en Vc . Los tres ajustes son diferentes estadísticamente, lo que sugiere que la forma del perfil de los árboles ha cambiado posiblemente al material vegetativo, el origen de la semilla o a las prácticas silviculturales empleadas.

ABSTRACT

Accurate estimation of product distribution in commercial forest plantations is essential to quantify and value stand volume. In this study, a compatible taper-merchantable volume system in forest plantations of *Eucalyptus urophylla* in Huimanguillo, Tabasco, México was used. Data was gathered from 175 cloned trees measured in 2007, 93 cloned trees measured in 2014 and 459 seed-origin trees measured in 2007. Statistical parameters that describe taper and accumulated volume were simultaneously estimated with maximum likelihood. The generalized model of Fang & Bailey produced the best fit for all three sources and all models were statistically different, so each source describes a different taper behavior. The 2014 clones are more conic-shaped, but more slender than the other sources. This is presumably a result of clone selection and silviculture.

Recibido: 21 de junio del 2016
Aceptado: 22 de septiembre del 2017

Palabras Clave:

Perfil del fuste; distribución de productos; estimación simultánea; máxima verosimilitud; *Eucalyptus urophylla*.

Keywords:

Bole profile; product distribution; simultaneous estimation; maximum likelihood; *Eucalyptus urophylla*.

Cómo citar:

Hernández-Ramos, J., De los Santos-Posadas, H. M., Valdez-Lazalde, J. R., Tamarit-Urías, J. C., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, A., Peduzzi, A., & Carrero, O. (2017). Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Tabasco, México. *Acta Universitaria*, 27(6), 40-52. doi: 10.15174/au.2017.1484

INTRODUCCIÓN

La estimación precisa de las existencias volumétricas es esencial en la planeación del manejo y aprovechamiento forestal maderable (Casnati, Euan, Woollons & Resquin, 2014; Martínez-López & Acosta-Ramos, 2014), además es una fuente de información básica en los inventarios (Corral-Rivas & Nívar-Chaidez, 2009) de bosques naturales o Plantaciones Forestales Comerciales (PFC). Particularmente, las PFC deben contar con un sistema confiable de

* Colegio de Postgraduados, Postgrado en Ciencias Forestales. Carretera México-Texcoco KM. 36.5. Col. Montecillo, Texcoco, Estado de México. CP. 56230.

Correo electrónico: hectorm.delosantos@gmail.com

** Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). Campo Experimental San Martinito, Tlahuapan, Puebla, México.

*** United States Department of Agriculture Forest, Service.

**** Proteak-Brasil.

◊ Autor de correspondencia.

cuantificación del volumen total (V_t) y volumen comercial (V_c) de los árboles individuales en pie para su valoración económica (Tamarit *et al.*, 2013) y gestión mediante simulación matemática (Tapia & Nívar, 2011).

El cálculo del V_t generalmente se realiza a través de funciones matemáticas de doble entrada (Prodan, Peters, Cox & Real, 1997; Tamarit *et al.*, 2013). El cálculo del V_c se puede hacer mediante funciones de ahusamiento (d) o modelos de razón de volumen (r) (Prodan *et al.*, 1997), ambas metodologías describen el perfil del árbol en base al diámetro y facilitan la estimación del V_c a cualquier altura del fuste o tamaño en diámetro comercial específico, así como la distribución de productos (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009; Quiñonez-Barraza, De los Santos-Posadas, Álvarez-González & Velázquez-Martínez, 2014).

Los modelos de ahusamiento se clasifican de acuerdo a su complejidad matemática y a la cantidad de coeficientes y variables incluidas (Quiñonez-Barraza *et al.*, 2014). Entre estos se encuentran los modelos simples (Ormerod, 1973), de exponente variable (Kozak, 1988), modelos segmentados (Cao, Burkhart & Max, 1980) y los que incorporan principios geométricos y trigonométricos (Parresol & Thomas, 1996; Zhang, Peng, Huang & Zhou, 2002). Cualquiera que sea su estructura matemática, este tipo de modelos pueden hacerse compatibles con una función de V_t o de volumen parcial (V_p), mediante su integración matemática (Cruz-Cobos, De los Santos-Posadas & Valdez-Lazalde, 2008). Si se desea evitar la integración, se puede ajustar directamente un modelo de V_c y utilizarse en la cubicación y en la estimación de la distribución de productos del arbolado en pie, ya que dentro de los modelos de V_c existe una función de ahusamiento intrínseca (Clutter, 1980), de la cual podemos obtener mediante la integración una ecuación de V_t compatible (Pompa & Solís, 2008), si se desea describir por completo con el mismo modelo el perfil del fuste.

Si se define una ecuación de volumen comercial y una de ahusamiento que utilicen los mismos parámetros y una estructura geométrica y matemática común, es posible ajustarlas de forma simultánea como un sistema compatible de ahusamiento-volumen (Cruz-Cobos *et al.*, 2008; Demaerschalk, 1972; Tamarit *et al.*, 2013). El ajuste de este par de ecuaciones por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) ocasiona que los errores de ambas funciones estén correlacionados y los estimadores teóricos sean robustos, sin embargo, se ignoran en V_c y d los errores simultáneos que suceden a lo largo del fuste (Hernández, De

los Santos, Ángeles, Valdez & Volke, 2013), por lo tanto, el ajuste mediante las técnicas de ecuaciones aparentemente no relacionadas (SUR, por sus siglas en inglés) y máxima verosimilitud con información completa (FIML, por sus siglas en inglés), son las opciones donde es compatible totalmente el sistema y los estimadores de los parámetros son consistentes y asintóticamente eficientes (Cruz-Cobos *et al.*, 2008; Fang, Borders & Bailey, 2000; Hernández *et al.*, 2013).

Con la hipótesis de que las plantaciones forestales comerciales de esta región han cambiado en forma, modificado su volumen total y variado la distribución de su volumen comercial a medida que se ha modificado el material vegetativo utilizado para el establecimiento de las mismas, el objetivo del estudio fue ajustar un sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para plantaciones forestales comerciales de *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake provenientes de clones y semilla cultivadas en Huimanguillo, Tabasco, México. Estos sistemas son una herramienta de utilidad práctica para los administradores forestales en la toma de decisiones, particularmente en la estimación del inventario volumétrico de forma precisa y en la optimización del cálculo de la distribución de productos maderables del arbolado, previo al aprovechamiento e industrialización de la materia prima existente en las PFC con esta especie.

MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio se realizó en Huimanguillo, Tabasco, México, en PFC establecidas en terrenos con relieve de tipo lomerío no mayor a 5% de pendiente y unidad de suelo Feozem. La precipitación promedio anual es de 2500 mm y temperatura media anual de 26 °C, que en conjunto son condiciones características de un clima cálido húmedo con abundantes lluvias en verano (Am) (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI], 2005).

La base de datos proviene de la medición en el año 2007 de 175 árboles de clones (E1), de la medición en 2014 de 93 árboles de clones diferentes (E2) y de 459 árboles provenientes de semilla medidos en 2007 (E3). En las dos primeras muestras de las poblaciones (E1 y E2), la edad tuvo un rango de uno a siete años y la muestra de la población E3 varió entre dos a 11 años. Los 727 árboles que conformaron la muestra se eligieron considerando su condición fitosociológica, escogiendo a los dominantes dentro de cada población, tratando de cubrir la mayor variabilidad fenotípica posible (Torres & Magaña, 2001).

Mediante un muestreo destructivo se midieron las siguientes variables en cada individuo seleccionado: diámetro normal (dn) a la altura de 1.3 m, diámetro a diferentes alturas (d), partiendo de la base del tocón hasta donde hm sea igual a la altura total (h), diámetro de tocón (dt), altura a distintos diámetros (hm) hasta llegar a donde d fuera igual a cero, iniciando de la base y concluyendo donde d sea igual a cero y concuerde con h y la altura del tocón (ht) siendo esta variable de acuerdo a la técnica de corte empleada, todas las mediciones se registraron en metros y se realizaron incluyendo la corteza con una separación entre secciones de un metro de longitud (l) hasta llegar a la punta del árbol. En cada troza se midieron los diámetros en los extremos y en la parte media, así como su longitud, todo ello en metros. Para obtener el volumen de cada troza (V_{troza}), se utilizó la fórmula de Newton y la del cono para la punta (V_{punta}). El V_t , se calculó con el método de trozas traslapadas propuesto por Bailey (1995).

En total, de la muestra de cada población (E1, E2 y E3) se obtuvieron 1958; 2113 y 6060 pares de datos de d y hm . Para comprobar si las poblaciones son

estadísticamente diferentes en las variables de diámetro normal, altura total y volumen, se contrastaron las hipótesis siguientes de igualdad de medias.

$H_0 = u_1 = u_2 = \dots = u_k$. Las muestras son iguales a partir de los parámetros que definen su ahusamiento-volumen, no rechazando la hipótesis nula.

$H_1 =$ Al menos una muestra es distinta y se rechaza la hipótesis nula.

Al contrastar la hipótesis de igualdad de medias (u_k), las reglas de decisión que se aplicaron con base a la significancia de F en la prueba de Duncan (Pd) agrupando la muestra de cada población con un nivel de confiabilidad del 95%.

Los sistemas compatibles de ahusamiento-volumen que se ajustaron y evaluaron en la predicción del V_c de los árboles muestra de las tres poblaciones de *E. urophylla* a través de la descripción del perfil del fuste (tabla 1), cumplen con la restricción de que $hm = h$ cuando $d = 0$, condición que hace posible su uso para predecir el d a cualquier altura del fuste requerida.

Tabla 1. Sistemas compatibles ahusamiento-volumen comercial ajustados en los árboles de las tres muestras de poblaciones de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco.

No.	Modelo	Expresión
(1)	Clutter	$V_c = \exp(c_0 dn^{c_1} h^{c_2} (1 - \beta_0 d^{\beta_1} dn^{\beta_2}))$ $d = \left[\frac{k(h-hm)}{\beta_0 c_0 dn^{c_1} h^{c_2} \left(1 - \frac{2}{\beta_1}\right)} \right]^{\frac{1}{\beta_1 - 2}}$
(2)	Demaerchalk	$V_c = \frac{k dn^2 \beta_0}{\beta_1 + 1} h \frac{(h - hm)^{\beta_1 + 1}}{hm^{\beta_1}}$ $d = \sqrt{\beta_0 dn^2 \left(\frac{h - hm}{h}\right)^{\beta_1}}$
(3)	Fang y Bailey caso 1-a	$V_c = \exp(c_0 dn^{c_1} h^{c_2} - \beta_0 d^2 (h - hm))$ $d = \sqrt{\frac{c_0}{\beta_0} dn^{c_1} h^{c_2} \frac{k}{\beta_0} (h - hm)^{\frac{(k-\beta_0)}{\beta_0}}}$

Diámetro normal (dn), diámetro a la altura hm (d). Altura total (h). Altura a distintas secciones en el fuste (hm). Volumen comercial (V_c). Constante métrica cuando el diámetro (k) y la altura están dados en metros ($\pi/4$). Parámetros a ser estimados (β_n y C_n).
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 1.
 Continuación.

No.	Modelo	Expresión
(4)	Generalizado de Fang y Bailey	$Vc = \exp(c_0 dn^{c_1} h^{c_2} - \beta_0 d^{\beta_1} (h - hm)^{\beta_2})$ $d = \left(\frac{(\beta_1 - 2)k}{(\beta_1 - 2\beta_2)\beta_0} \left[(h - hm)^{1 - 2\beta_2/\beta_1} h^{1 - 2\beta_2/\beta_1} \right]^{\frac{1}{\beta_1 + 2}} + (c_0 dn^{c_1} h^{c_2} / \beta_0)^{1 - 2/\beta_1} \right) \times (h - hm)^{2/\beta_1}$
(5)	Kozak	$Vc = \frac{1}{3} kdn^2 \frac{\beta_1}{h^2} hm^3 + \frac{1}{2} kdn^2 \frac{\beta_0}{h \times hm^2} + kdn^2 - \beta_0 - \beta_1 hm$ $d = dn \sqrt{\beta_0 \left(\frac{hm}{h} - 1 \right) + \left(\frac{hm}{h} \right)^2 - 1}$
(6)	Lenhart	$Vc = \exp(c_0 dn^{c_1} h^{c_2} - \beta_0 \times \frac{d^{\beta_1}}{dn^{\beta_1 - 2}} (h - 1.3))$ $Vc = dn \times \frac{h - hm}{h - 1.3}^{\frac{1}{\beta_1 - 2}}$

Diámetro normal (dn). diámetro a la altura hm (d). Altura total (h). Altura a distintas secciones en el fuste (hm). Volumen comercial (V_c). Constante métrica cuando el diámetro (k) y la altura están dados en metros ($\pi/4$). Parámetros a ser estimados (β_n y C_n).
 Fuente: Elaboración propia.

El ajuste simultáneo de los sistemas de ahuesamiento-volumen se realizó por tres metodologías donde se emplearon MCO, FIML y SUR. Estos últimos tienen la ventaja de generar estimadores consistentes en los sistemas y considera los errores simultáneos que ocurren en d y V_c a lo largo del fuste. Se utilizó el paquete estadístico SAS 9.2 y el procedimiento MODEL (*Institute Inc. Statistical Analysis System*, 2008). Para facilitar el ajuste y la obtención de los parámetros en las ecuaciones de forma simultánea, cuando $hm = h$, es decir, $d = 0$. Se utilizó un valor en este punto de 0.01 m y 0.0001 m, además de una variable indicadora para evitar que tomara el valor de cero a esta altura y así evitar problemas de convergencia y pérdida de datos como lo mencionan Fang *et al.* (2000).

En este tipo de ajustes se asume que la varianza es distribuida de forma normal y los errores son independientes, además que la media es igual a cero (Gujatari, 2004), sin embargo esto no sucede, ya que se presentan problemas de heterogeneidad de varianza y presencia de autocorrelación y colinealidad, situación que ocasiona que los parámetros resulten ineficientes y que los

errores estándar no sean mínimos (Hernández *et al.*, 2013; Pompa *et al.*, 2009).

El problema de heterocedasticidad se corrigió con una función que pondera la varianza de los residuales (Cailliez, 1980; Crecente, Rojo & Diéguez, 2009) por medio de una función exponencial de acuerdo a la metodología sugerida por Harvey (1976). Para corregir el problema de autocorrelación se utilizó un modelo de tipo autorregresivo en tiempo continuo CAR(X) (Zimmerman & Nuñez-Antón, 2001), decidiendo el retardo aplicado conforme al análisis gráfico de los problemas de autocorrelación de los errores y al evaluar el estadístico de Durbin-Watson (DW) que debe ser cercano a 2 (Barrio, López & Nieto, 2014; Barrio, Sixto, Cañellas & González, 2007; Verbeek, 2004) mediante las siguientes expresiones.

$$Y_{ij} = f(X_{ij}, B) + e_{ij} \quad (7)$$

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{k=X} I_k P_k^{h_{ij} - h_{ij-k}} e_{ij-k} + \varepsilon_{ij} \quad (8)$$

Donde, Y_{ij} es el vector de la variable dependiente; X_{ij} la matriz de las variables independientes; B es el vector de los parámetros a estimar; e_{ij} es el j -ésimo residuo del árbol i ; $I_k = 1$ para $j > k$ y es 0 para $j \leq k$; ρ_k es el parámetro autoregresivo de orden k a estimar; h_{ij-k} es la distancia que separa la altura de medición j -ésima de la altura de medición j -ésimo- k en cada árbol ($h_{ij} > h_{ij-k}$) y; ε_{ij} es el error aleatorio (Barrio *et al.*, 2014).

La evaluación y selección del mejor modelo se decidió acorde al mayor valor del Coeficiente de determinación ajustado por el número de parámetros (R^2_{adj}) y los menores valores de la Suma de Cuadrados del Error (SCE), Cuadrado Medio del Error (CME), la Raíz del CME (RCME), el Sesgo (\bar{E}) y Desviación Agregada en % (DA %). Además se evaluó el valor del estadístico Durbin-Watson (DW) tal como lo reportan Barreto-Medel, Álvarez-Lazo & Alonso-Torrens (2012), Corral, Nívar & Fernández (1999) y Lara (2011). Todos estos estadísticos se integraron en un sistema de calificación como lo proponen Sakici, Misira, Yavuz & Misira (2008), asignando valores de uno al seis de forma ascendente en función de la importancia para cada uno de los estadísticos, siendo uno el valor del sistema estadístico y seis el de menor, para que al final la menor sumatoria corresponda al del mejor modelo ajustado.

Con la finalidad de conocer la similitud estadística que existe entre los ajustes de los mejores modelos para las tres muestras por población, se utilizó la prueba de F de Snedecor a un nivel de 95% de confiabilidad (Zamudio, 1990, citado por Muñoz, Madrigal, Aguilar, García & Lara, 2003). Se agruparon las poblaciones para su contraste en grupos de E1 vs E2,

E1 vs E3 y E2 vs E3 y se ajustaron con el modelo seleccionado, para posteriormente poder contrastar la hipótesis de homogeneidad de modelos, con la fórmula siguiente.

$$F_c = \frac{SSE (SSE_1 + SSE_2)}{r \frac{SSE_1 + SSE_2}{N_1 + N_2 - 2(r)}} \quad (9)$$

Donde F_c es el Valor de F calculada, SSE la suma de cuadrados del error del modelo ajustado para las dos poblaciones, SSE_1 y SSE_2 la Suma de Cuadrados del Error de la población 1 y 2, respectivamente, N_1 y N_2 es el número de observaciones de cada población, y r el número de modelos comparados.

La regla de decisión donde, si $|F_c| < F_t$ al comparar r para un solo modelo en las tres muestras por población o bien $|F_c| > F_t$ comparando r modelos donde se utilizara más de un modelo.

RESULTADOS

Los estadísticos descriptivos básicos de las variables utilizadas expresados en metros muestran que en promedio los árboles de la población E2 son los más altos, con un diámetro normal semejante a los de E3, sin embargo, con menor volumen que estos últimos (tabla 2). El comportamiento de diámetro y volumen comercial con respecto a la altura de los árboles para las tres poblaciones de *E. urophylla* sigue una tendencia definida, sin presentar individuos fuera de la forma del fuste promedio (figura 1).

Tabla 2. Estadísticos descriptivos para las variables medidas de las tres muestras de las poblaciones evaluadas de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.

E1 (n = 175 árboles)	dn	0.139	0.254	0.067	0.036
	h	16.598	26.940	6.100	4.810
	d	0.096	0.310	0.010	0.050
	hm	7.255	26.940	0.010	5.315
	Vt	0.138	0.555	0.016	0.104
E2 (n = 93 árboles)	dn	0.188	0.332	0.078	0.059
	h	23.155	33.300	8.540	6.698
	d	0.113	0.430	0.010	0.069
	hm	11.378	33.170	0.010	8.168
	Vt	0.327	0.903	0.020	0.240
E3 (n = 459 árboles)	dn	0.208	0.450	0.025	0.061
	h	22.323	35.300	4.500	5.394
	d	0.137	0.470	0.010	0.072
	hm	9.552	35.300	0.010	7.042
	Vt	0.369	1.511	0.002	0.263

n: Número de árboles muestra. dn: Diámetro normal (m). h: Altura total (m). d: Ahusamiento. hm: Altura a diferentes secciones en el fuste (m). Vt: Volumen total (m³). Fuente: Elaboración propia.

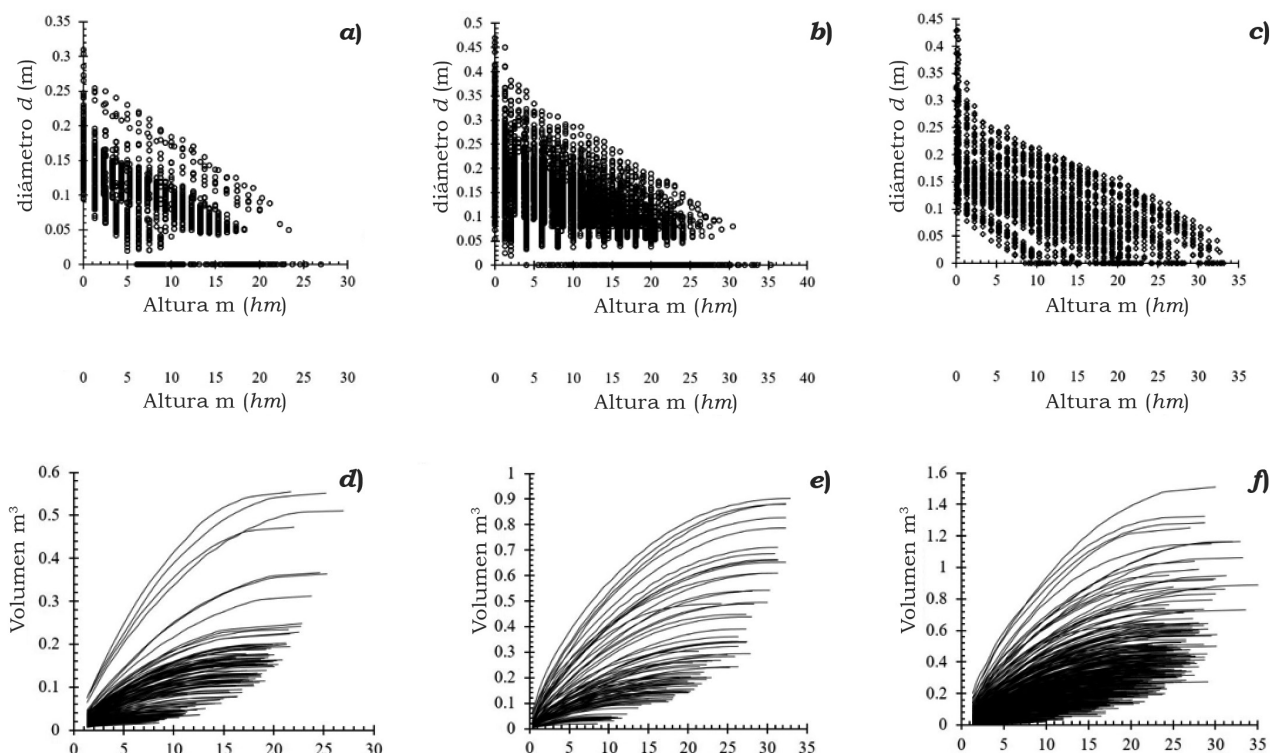


Figura 1. Comportamiento del diámetro (d) y volumen acumulado (V_c) con respecto a la altura del fuste (hm) de los árboles de clones E1 (a y d) y E2 (b y e), y semillas E3 (c y f) de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México. Fuente: Elaboración propia.

En un primer ajuste donde los mejores resultados se obtienen al ajustar de forma simultánea las ecuaciones compatibles de d y V_c con el método FIML. En este ajuste, todos los parámetros de los seis sistemas compatibles para las muestras de las tres poblaciones evaluadas fueron significativos a un nivel de confiabilidad del 95%, el Coeficiente de determinación ajustado fue superior a 0.9 y se presentó normalidad en los datos. Sin embargo, se observaron problemas en la distribución de los residuales ya que a medida que aumentó la altura del árbol, se presentó un aumento de la varianza (heterocedasticidad) y el valor de la prueba DW se mantuvo inferior a 0.9 en todos los casos. Además, en las gráficas de la función de autocorrelación (ACF), se detectan problemas en las dos variables ajustadas. Los problemas de heterocedasticidad se corrigieron aplicando una función de ponderación a los residuales basada en la variable combinada ($Residual/((dn^2h)^{0.5})$).

Como resultado del sistema de calificación implementado para seleccionar al mejor sistema, se determinó

que en las muestras obtenidas de las poblaciones E2 y E3, el modelo generalizado de Fang y Bailey fue el que presentó el menor valor en el sistema de calificación aplicado para el promedio de las variables de V_t y d , mientras que en E1 el modelo de Fang y Bailey caso-1 fue el de menor valor, seguido del modelo generalizado de Fang y Bailey, el cual fue seleccionado como el mejor debido a que en el primero la precisión de estimaciones de ahuesamiento es inferior y que no se corrige completamente la autocorrelación dentro del modelo.

Los valores de los parámetros, los cuales en todos los casos fueron significativos, señalan un ajuste adecuado, además de que sus respectivos errores estándar aproximados (Eea) son muy pequeños para las tres poblaciones de *E. urophylla* (tabla 3). En los Eea se observó que al realizar las correcciones por autocorrelación aplicando retardos dentro de los modelos, estos se hacen más pequeños, mientras que los valores de t y la prueba de DW incrementan.

Tabla 3. Parámetros, estimadores y error estándar aproximado (*Eea*) de los parámetros del sistema compatible derivado del modelo generalizado de Fang y Bailey para las muestras de las tres poblaciones de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.

Muestra	Variabes	Parámetros	Estimadores	Eea	Valor de t	Pr > t
E1 (n = 175 árboles)	Vc	c_0	0.1275	0.0065	19.46	<0.0001
		c_1	1.6144	0.0115	140.26	<0.0001
		c_2	1.1148	0.0123	90.79	<0.0001
	d	B_0	0.0294	0.0017	17.04	<0.0001
		B_1	1.3564	0.0139	97.61	<0.0001
		B_2	1.3983	0.0131	107.07	<0.0001
		p_1	1.1210	0.0035	317.31	<0.0001
		p_2	0.9796	0.0049	199.54	<0.0001
		p_3	0.7830	0.0064	123.03	<0.0001
E2 (n = 93 árboles)	Vc	c_0	0.0074	0.0007	10.54	<0.0001
		c_1	0.9354	0.0132	71.1	<0.0001
		c_2	1.6492	0.0232	71.16	<0.0001
	d	B_0	0.0011	0.00007	15.26	<0.0001
		B_1	0.5195	0.0093	56.1	<0.0001
		B_2	2.0155	0.0168	119.69	<0.0001
E3 (n = 459 árboles)	Vc	c_0	0.1318	0.0037	35.54	<0.0001
		c_1	1.5361	0.0041	374.21	<0.0001
		c_2	1.0711	0.0076	140.9	<0.0001
	d	B_0	0.0448	0.0022	20.6	<0.0001
		B_1	1.3865	0.0078	177.08	<0.0001
		B_2	1.2824	0.0129	99.27	<0.0001
		p_1	0.8210	0.0048	170.43	<0.0001
		p_2	0.8449	0.0036	235.86	<0.0001
		p_3	0.7719	0.0042	183.03	<0.0001

d: Ahusamiento. *Vc*: Volumen comercial. *n*: Número de árboles muestra. c_0 , c_1 , c_2 , B_1 , B_2 y B_3 : Parámetros estimados del sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial. p_1 , p_2 y p_3 : Número de retardos aplicados a ambos modelos para corregir la autocorrelación.

Fuente: Elaboración propia.

En los estadísticos de bondad de ajuste y la prueba de *DW* de los tres sistemas compatibles obtenidos con el modelo generalizado de Fang y Bailey se puede observar que el ajuste y descripción de la muestra por población tanto para *Vc* como para *d* fue superior al 96% y los valores de *SCE* y *RCME* fueron pequeños (tabla 4), mientras que la corrección por autocorrelación solo se hizo en una de las variables, eligiendo para ello la que sobrepasara el valor de 1.5 en *DW* con el menor número de retardos posibles y no presentara parámetros no significativos, R^2aj . pequeñas o incrementara el sesgo de las estimaciones.

Los datos son tendientes a la normalidad, ya que al utilizar la prueba de Kolmogorov-Smirnov (cuando $N \geq 2000$) y Shapiro-Wilk (cuando $N \leq 2000$), su distribución tiene una forma de campana de Gauss a un nivel de confiabilidad del 95%. La corrección por heterocedasticidad fue adecuada en el modelo para las muestras de las tres poblaciones de *E. urophylla*, mejorando la distribución inicial de los residuales y haciendo más homogénea y con menor amplitud la estimación. Los residuales de los sistemas derivados del modelo generalizado de Fang y Bailey, ajustados de manera simultánea para el *d* (a, b y c) y del *Vc* (d, e y f), respectivamente, muestra una distribución adecuada (figura 2).

Tabla 4.
 Estadísticos de bondad de ajuste del sistema compatible de ahuesamiento (d) – Volumen comercial (V_c) del modelo generalizado de Fang y Bailey para tres poblaciones de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.

Muestra	Variable	SCE	CME	RCME	$R^2_{aj.}$	DW
E1 (n = 175 árboles)	Vc	0.0535	0.30×10^{-4}	0.0055	0.9958	1.64
	d	0.1336	0.75×10^{-4}	0.0087	0.9636	0.41
E2 (n = 93 árboles)	Vc	1.0177	5.08×10^{-4}	0.0225	0.9881	0.28
	d	0.2218	1.11×10^{-4}	0.0105	0.9724	1.79
E3 (n = 459 árboles)	Vc	2.4056	4.30×10^{-4}	0.0207	0.9912	0.78
	d	0.8896	1.59×10^{-4}	0.0126	0.9629	1.57

n: Número de árboles muestra. SCE: Suma de Cuadrados del Error. CME: Cuadrado Medio del Error. RCME: Raíz del CME. $R^2_{aj.}$: Coeficiente de determinación ajustado por el número de parámetros. DW: Prueba de Durbin-Watson.

Fuente: Elaboración propia.

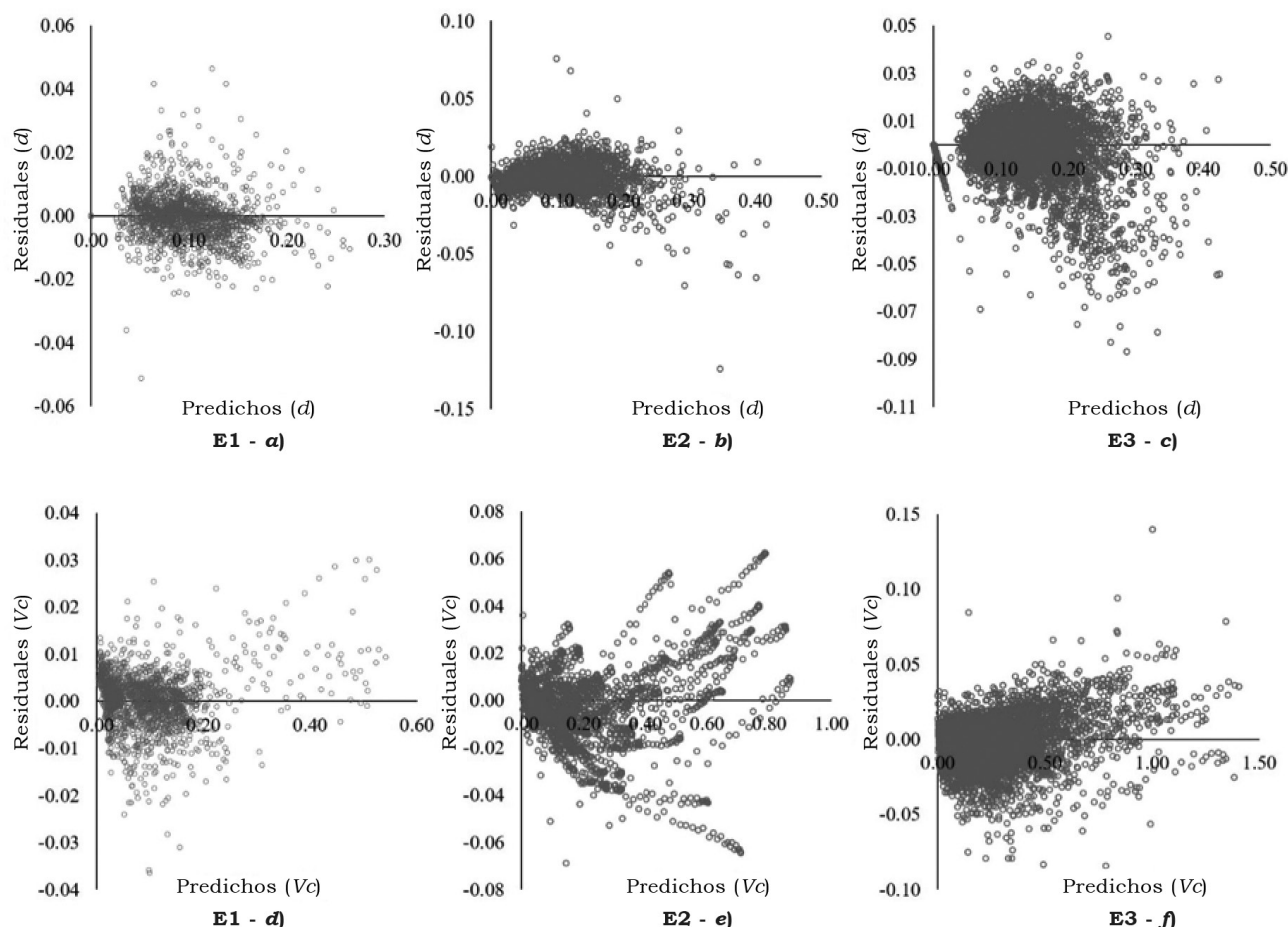


Figura 2. Comportamiento de los residuales de d (a, b y c) y V_c (d, e y f) con el sistema compatible de ahuesamiento (d) – Volumen comercial (V_c) del modelo generalizado de Fang y Bailey para cada muestra por población de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.

Fuente: Elaboración propia.

El diagnóstico ACF en d y en Vc mostró los problemas de autocorrelación mencionados, por ello, al aplicar el modelo de autoregresivo del orden que fuera necesario, se tiene que los errores en cada modelo se corrigen para cada ecuación seleccionada generando la gráfica de función de autocorrelación parcial (PACF) corregida en d (a, b y c) y en Vc (d, e y f) con el modelo completo y la estructura CAR(X) correspondiente dentro del sistema compatible para cada muestra de *E. urophylla* (figura 3).

Al verificar la precisión en las estimaciones del modelo en cada muestra se tiene que los valores del Sesgo son muy bajos y que solamente en la estimación del Vc para la E3 se tiene una ligera sobreestimación

(tabla 5). Además, al evaluar de forma gráfica la precisión de las estimaciones comparando los valores predichos contra los observados, se tiene una tendencia hacia una línea recta con pendiente de 45° en los tres casos, situación que hace confiable las estimaciones del Vc (figura 4).

Al verificar el \bar{E} de forma porcentual en estas estimaciones con respecto al Vc observado mediante el Coeficiente de determinación (R^2), se tiene que en las muestras de las poblaciones E1 y E2 la desviación es de 2.84% y 2.81% en promedio, respectivamente, mientras que en las plantaciones provenientes de semilla (E3) es de 4.95%.

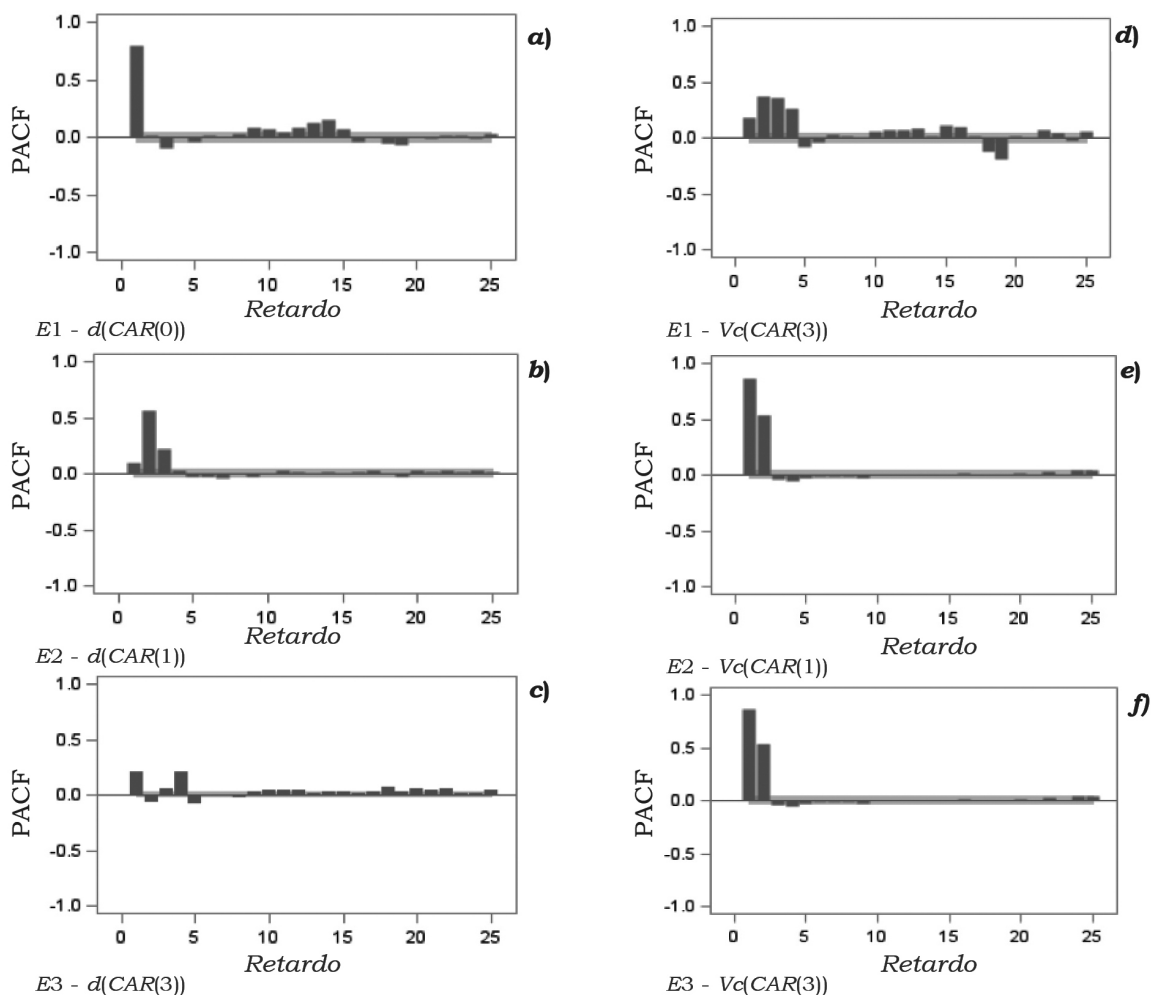


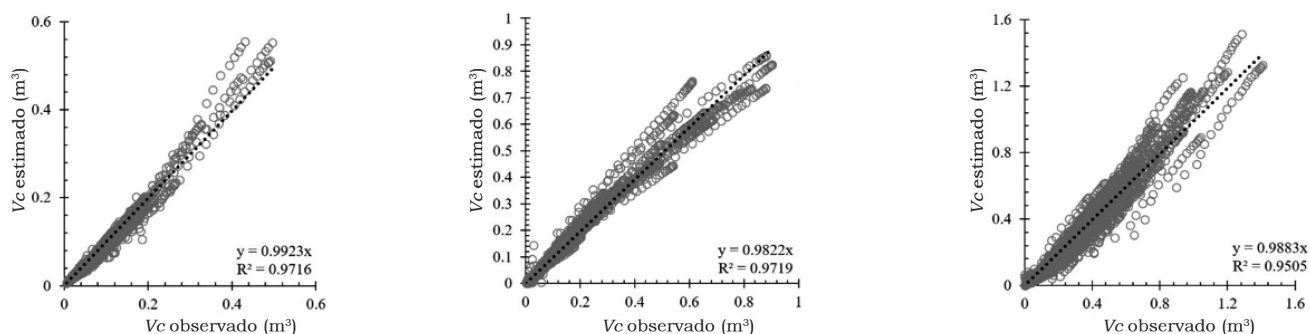
Figura 3. Función de corrección parcial de autocorrelación para d (a, b y c) y Vc (d, e y f), para el modelo generalizado de Fang y Bailey en las tres muestras de las poblaciones de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.
Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5.

Valores del Sesgo promedio (E) para las estimaciones con el sistema compatible de ahuesamiento (d) – Volumen comercial (V_c) generalizado de Fang y Bailey en la muestra de las poblaciones de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.

Sistema compatible	Muestra	Variable	E
Generalizado de Fang y Bailey	E1 ($n = 175$ árboles)	V_c	2.879×10^{-3}
		d	1.642×10^{-3}
	E2 ($n = 93$ árboles)	V_c	11.650×10^{-3}
		d	10.806×10^{-3}
	E3 ($n = 459$ árboles)	V_c	-8.983×10^{-3}
		d	2.089×10^{-3}

Fuente:

**Figura 4.** Relación entre el V_c estimado vs V_c predicho para las poblaciones de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.

Fuente: Elaboración propia.

La prueba de F de Snedecor a un nivel de 95% de confiabilidad y al aplicar la regla de decisión donde, si $|F_c| < F_t$ al comparar r para un solo modelo en las tres especies o bien $|F_c| > F_t$ comparando r modelos donde se utilizara más de un modelo, se obtuvo que $|F_c|$ fue mayor en los tres contrastes que F_t , por lo cual, el uso del modelo generalizado de Fang y Bailey ajustado por población es correcto. La prueba señala diferencias significativas en la forma de los árboles y su volumen comercial respectivo, por tanto un ajuste simultaneo entre las poblaciones E1, E2 o E3 no podría incluir estas variaciones y se tendría que realizar por separado (tabla 6).

DISCUSIÓN

El método de FIML fue superior a SUR y ha sido utilizada con éxito en otros trabajos (Hernández *et al.*, 2013; Tamarit *et al.*, 2013), debido a que optimiza de mejor forma los parámetros de ahuesamiento y volumen comercial, minimiza y homogeneiza los errores estándar y hace que las dos ecuaciones sean completamente compatibles (Borders, 1989; Fang *et al.*, 2000).

Los problemas de heterocedasticidad se corrigieron, con lo cual se mejoró la distribución de los residuales en todos los sistemas analizados como también lo encontraron varios autores como Crecente-Campo *et al.* (2009) y Harvey (1976), donde el valor del parámetro ϕ proviene de la regresión lineal del logaritmo natural (\ln) de los residuales del V_c en función del \ln de dn^2h .

Tabla 6.

Prueba de F de Snedecor para igualdad de los tres ajustes del sistema compatible de ahuesamiento (d) – Volumen comercial (V_c) del modelo generalizado de Fang y Bailey.

Muestras comparadas	No. observaciones	F_{tablas}	$F_{calculada}$	Grados de libertad
E1 - E2 (V_c)	4071	3	4349.328	2
E1 - E2 (d)		3	1220.830	2
E2 - E3 (V_c)	8173	3	19600.540	2
E2 - E3 (d)		3	637.261	2
E1 - E3 (V_c)	8018	3	16457.960	2
E1 - E3 (d)		3	316.556	2

Fuente: Elaboración propia.

Una vez minimizados los errores, hasta donde fuera posible, los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación, y sin caer en el sobre ajuste estadístico y la pérdida de precisión en las estimaciones, se incluyeron los valores de ajuste en un sistema de clasificación semejante a lo propuesto por Sakici *et al.* (2008) e implementado por Tamarit *et al.* (2013) en el cual el modelo generalizado de Fang y Bailey calificó en la mejor posición.

La prueba de normalidad aplicada concuerda con lo descrito por Zaragoza *et al.* (2014), donde la distribución de los datos tiene una forma de campana de Gauss y concuerda con lo que menciona Infante & Zarate (2012) al nivel de confiabilidad empleado. En la corrección por heterocedasticidad, la distribución obtenida es semejante a lo reportado para este tipo de correcciones por Barrio *et al.* (2007), al utilizar una modificación del modelo de V_c de Van Deusen, Sullivan & Matney (1981); y Crechi, Keller & Fassola (2008) que utilizan un sistema compatible de $d-V_c$ con base en el modelo de Bi de tipo trigonométrico.

La inclusión de los modelos autoregresivos de tiempo continuo dentro de los sistemas compatibles para realizar las correcciones por autocorrelación de los errores concuerdan con lo reportado por Rodríguez & Molina (2003) al corregir la autocorrelación en funciones de perfil para tres clones de *Populus x euramericana*, y por Quiñonez-Barraza *et al.* (2014) al ajustar un sistema compatible de $d-V_c$ para cinco especies de Pino. Además, con esto se mejora la distribución de los residuales de los modelos y va acorde con lo referido por Barrio *et al.* (2007) al implementar un sistema de cubicación y clasificación de productos para *Populus x euramericana* y Barrio *et al.* (2014) al estimar el V_c para *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón.

Los errores en las estimaciones realizadas con los tres sistemas compatibles son inferiores a los reportados por Wabo, Marquina & Bratovich (2001) al utilizar una función de perfil para estimar posteriormente el V_c , y Crechi *et al.* (2008) al ajustar de forma simultánea el modelo de Bi para las estimaciones del $d-V_c$, ambas del 8%.

CONCLUSIONES

El modelo generalizado de Fang y Bailey resultó ser el que con mayor precisión estima el ahuesamiento y el volumen comercial de árboles de *Eucalyptus urophylla*, y el que tiene los menores sesgos entre los

sistemas compatibles analizados. De igual manera estadísticamente es el modelo en el cual se corrigen adecuadamente los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación, optimizando los valores de los parámetros estadísticos obtenidos para cada muestra correspondiente a las poblaciones debido a que homogeneiza y minimiza los errores estándar aproximados de las estimaciones al ajustarlo con la técnica de máxima verisimilitud con información completa. Con el sistema seleccionado ahuesamiento y el volumen comercial, se pueden realizar estimaciones y predicciones del volumen comercial a diferentes diámetros sobre el fuste o bien estimar la altura esperada a cualquier diámetro límite de utilización de interés establecido, además de describir en los tres tipos de plantaciones de forma confiable el perfil del fuste de los árboles con variables dasométricas diferentes.

En las poblaciones de *E. urophylla*, tanto en los clones (E1 y E2) como en las provenientes de semillas (E3), las diversas formas, los volúmenes totales y comerciales, así como su distribución de productos, además de sus índices de esbeltez (IE) de los árboles han variado probablemente por los criterios de selección del germoplasma y a las actividades silvícolas y culturales aplicadas en este tipo de plantaciones forestales. Se recomienda realizar estudios semejantes por clon específico, además del uso de un número mayor de unidades muestrales, emplear funciones segmentadas de ahuesamiento o bien realizar un análisis bajo el enfoque de efectos mixtos para poder identificar estos cambios tanto en el ahuesamiento como en la distribución del volumen comercial con mayor precisión.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece por el financiamiento a la Oficina de Programas Internacionales del Servicio Forestal del Departamento de Agricultura de EE.UU. que a través del *Northern Research Station* y el Programa de Paisajes Sustentables de la Agencia para el Desarrollo Internacional de EE.UU., por medio del proyecto: *Reducing Greenhouse Gas Emissions and Improving Forest Management in Mexico* recibimos el apoyo. Además a la empresa Proteak-México por las facilidades proporcionadas.

REFERENCIAS

- Bailey, R. L. (1995). Upper-stem volumes from stem-analysis data: An overlapping bolt method. *Canadian Journal of Forest Research*, 25(1), 170-173. doi: 10.1139/x95-020
- Barreto-Medel, H., Álvarez-Lazo, D., & Alonso-Torrens, Y. (2012). Modelos del perfil de fuste para *Pinus caribea* var. *caribea* en la provincia Pinar del Río. *Revista Científica Avances*, 15(2), 259-268.

- Barrio, A., López, A. M. & V. Nieto, V. (2014). Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. *Colombia Forestal*, 17(2), 137-149. doi: 10.14483/udistrital.jour.colomb.for.2014.2.a01
- Barrio, M., Sixto, H., Cañellas, I., & González, F. (2007). Sistema de cubicación con clasificación de productos para plantaciones de *Populus x euramericana* (Dode) Guinier cv. 'I-214' en la meseta norte y centro de España. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales*, 16(1), 65-75.
- Borders, B. E. (1989). Systems of equations in forest stand modeling. *Forest Science*, 35(2), 548-556.
- Cailliez, F. (1980). *Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos*. Roma, Italia: Food and Agriculture Organization (FAO).
- Casnati, C. R., Euan, M. M. G., Woollons, R., & Resquin, F. (2014). Volume and taper equations for *P. tadea* (L.) and *E. grandis* (Hill ex. Maiden). *Agrociencia*, 18(2), 47-60.
- Cao, Q. V., Burkhart, H. E., & Max, T. A. (1980). Evaluations of two methods for cubic-foot volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. *Forest Science*, 26(1), 71-80.
- Clutter, J. L. (1980). Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *Forest Science*, 26(1), 117-120.
- Corral, R. S., Nívar, C. J. J., & Fernández, S. F. (1999). Ajustes de funciones de ahuesamiento a los perfiles fustales de cinco Pináceas de la región de El Salto, Durango. *Madera y Bosques*, 5(2), 53-65.
- Corral-Rivas, S., & Nívar-Chaidez, J. J. (2009). Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de Durango, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 15(1), 5-13.
- Crecente, C. F., Rojo, A. A., & Diéguez, A. U. (2009). A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountains ranges of Spain. *Annals of Forest Science* 66, 1-12. doi: 10.1051/forest/2009078
- Crechi E., Keller, A., & Fassola, H., (2008). *Desarrollo de una ecuación de forma-volumen relativo para la estimación de diferentes volúmenes de Grevillea robusta A. en Misiones, Argentina*. XIII Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales. Facultad de Ciencias Forestales, UNAM – EEA Montecarlo, INTA. El Dorado, Misiones, Argentina. 12 p.
- Cruz-Cobos, F., De los Santos-Posadas, H. M., & Valdez-Lazalde, J. R. (2008). Sistema compatible de ahuesamiento volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango México. *Agrociencia*, 42(4), 473-485.
- Demaerchalk, J. P. (1972). Converting volume equations to compatible taper equations. *Forest Science*, 18(3), 241-245.
- Diéguez-Aranda, U., Rojo, A. A., Castedo-Dorado, F., Álvarez, G. J. G., Barrio-Anta, M., Crecente-Campo, F., González, G. J. M., Pérez-Cruzado, C., Rodríguez, S. R., López-Sánchez, C. A., Balboa-Murias, M. Á., Gorgoso, V. J. J., & Sánchez, R. F. (2009). *Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia*. Universidad de Santiago de Compostela. Galicia, España.
- Fang, Z., Borders, B. E., & Bailey, R. L. (2000). Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science*, 46(1), 1-12.
- Gujarati, N. D. (2004). Violación de los supuestos del modelo clásico. Traducción al español de Garmendia G., D., Arango M. G. & Misas A, M., In: McGraw Hill Interamericana de México (ed.) (pp. 327-538). México, D.F. México: Econometría.
- Harvey, A. C. (1976). Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. *Econometrica*, 44(3), 461-465. doi: 10.2307/1913974
- Hernández, P. D., De los Santos, P. H. M., Ángeles, P. G., Valdez, L. J. R., & Volke, H. V. H. (2013). Funciones de ahuesamiento y volumen comercial para *Pinus patula* Schldt. et Cham. en Zacualtipán Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 4(16), 35-45.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). (2005). *Marco Geoestadístico Municipal 2005, versión 3.1*. Recuperado en diciembre de 2015 de <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/datos-geograficos/27/27008.pdf>
- Infante, G. S., & Zarate, L. G. P. (2012). *Métodos estadísticos: Un enfoque interdisciplinario*. 3a edición. Colegio de Postgraduados: Texcoco, Edo. de México.
- Institute Inc. Statistical Analysis System. (2008). SAS/STAT® 9.2 User's Guide Second Edition. SAS Institute Inc. Raleigh, NC USA. s/p. Recuperado en diciembre de 2015 de <https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug-mcmc/63125/PDF/default/statugmcmc.pdf>
- Kozak, A. (1988). A variable-exponent taper equation. *Canadian Journal of Forest Research*, 18(11), 1363-1368. doi: 10.1139/x88-213
- Lara, V. C. E. (2011). Aplicación de ecuaciones de conicidad para teca (*Tectona grandis* L.F.) en la zona costera ecuatorial. *Ciencia y Tecnología*, 4(2), 19-27.
- Martínez-López, J., & Acosta-Ramos, A. (2014). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus laurina* en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosques*, 20(1), 59-70.
- Muñoz, F. H. J., Madrigal, H. S., Aguilar, R. M., García, M. J. J., & Lara, R. M. (2003). Tablas de volumen para *Pinus lawsonii* Roelz. y *P. pringlei* Shaw. en el oriente de Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 28(94), 81-103.
- Ormerod, D. (1973). A simple bole model. *The Forestry Chronicle*, 49(3), 136-138. doi: 10.5558/tfc49136-3
- Parresol, B. R., & Thomas, C. C. (1996). A simultaneous density-integral system for estimating stem profile and biomass: Slash pine and Willow Oak. *Canadian Journal of Forest Research*, 26(5), 773-781. doi: 10.1139/x26-087
- Pompa-García, M., Hernández, C., Prieto-Ruiz, J. A., & Dávalos, S. R. (2009). Modelación del volumen fustal de *Pinus durangensis* en Guachochi, Chihuahua, México. *Madera y Bosques* 15(1), 61-73.
- Pompa, G. M., & Solís, M. R., (2008). Ecuación de volumen para el género *Quercus* en la región noroeste de Chihuahua, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, (16), 84-93.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura Forestal*. Serie Investigación y Educación de Desarrollo Sostenible. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA)/BMZ/GTZ. San José, Costa Rica.
- Quiñonez-Barraza, G., De los Santos-Posadas, H. M., Álvarez-González, J. G., & Velázquez-Martínez, A. (2014). Sistema compatible de ahuesamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. *Agrociencia*, 48(5), 553-567.

- Rodríguez, F., & Molina, C. (2003). Análisis de modelos de perfil del fuste y estudio de cilindridad para tres clones de chopo (*Populus x euramericana*) en Navarra. *Investigación Agraria y de Recursos Forestales*, 12(3), 73-85.
- Sakici, O. E., Misira, N., Yavuza, H., & Misira, M. (2008). Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bormmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 23(6), 522-533. doi: 10.1080/02827580802552453
- Tamarit, U. J. C., De los Santos, P. H. M., Aldrete, A., Valdez, L. J. R., Ramírez, M. H., & Guerra, C. V. (2013). Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahuesamiento-volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(21), 58-74.
- Tapia, J., & Nívar, J. (2011). Ajuste de modelos de volumen y funciones de ahuesamiento para *Pinus pseudostrobus* Lindl., en bosques de pino de la Sierra Madre Oriental de Nuevo León, México. *Foresta Veracruzana*, 13(2), 19-28.
- Torres, R. J. M., & Magaña, T. O. S. (2001). *Evaluación de plantaciones forestales*. México, D. F. México: Ed. Limusa
- Van Deusen P. C., Sullivan, A. D., & Matney, T. G. (1981). A prediction system for cubic foot volume of loblolly pine applicable through much of its range. *Southern Journal of Applied Forestry*, 5(4) 186-189.
- Verbeek, M. (2004). *A guide to modern econometrics*, 2 ed. West Sussex: John Wiley & Sons. West Sussex, England.
- Wabo, E., Marquina, J., & Bratovich, R. (2001). Modelos de perfil de fuste para clones comerciales de *Populus deltoides* Marsh en la zona continental de la provincia de Buenos Aires. *Quebracho* 9, 83-94.
- Zaragoza, H. A. Y., Cetina, A. M. A., López, L. A., Chacalo, H. A., De la Isla B. M. L., & González, R. H. (2014). Indicador de condición de copa y su aplicación en tres parques del Distrito Federal. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(25), 35-50.
- Zhang, L., Peng, C., Huang, S., & Zhou, X. (2002). Development and evaluation of ecoregion-based tree height-diameter models for jack pine in Ontario. *The Forestry Chronicle*, 78(4), 530-538. doi: 10.5558/ffc78530-4
- Zimmerman, D. L., & Núñez-Antón, V. (2001). Parametric modelling of growth curve data: An overview (with discussion). *Test* 10(1), 1-73.